

ISSN 1815-5235

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА ИНЖЕНЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ

**Обзорно-аналитический и
научно-технический журнал**

№ 4
август



**STRUCTURAL MECHANICS OF
ENGINEERING CONSTRUCTIONS
AND BUILDINGS**

2017

Information about the Journal

Review-and-analytic and scientific-and-technical journal “*Structural Mechanics of Engineering Constructions and Building*” shows the readers round the achievements of Russian and foreign scientists in the area of geometry of spatial structures, strength of materials, structural mechanics, theory of elasticity, and analysis of building and machine-building structures, illumines the problems of scientific-and-technic progress in building and machine-building, publishes analytic reviews on the aims and scope of the Journal.

The Journal was founded in 2005. The Journal was registered by Federal Service of Supervision for Observance of Laws in the sphere of Public Communications and Heritage Protection. The certificate about registration of a means of public information: ПИ №ФЦ77-19706, April 13, 2005. Subscription index of the catalog of agency “Rospechat” is 20479 (six months) and 80344 (year).

The Journal has been included in the list of the leading review journals and editions of the Highest Certification Committee of Ministry of Education and Science of Russian Federation in which the basic results of PhD and Doctoral Theses are to be published. The list came into effect in December 1, 2015.

EDITORIAL BOARD:

ANDREEV V.I., Member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences (RAACS), DSc, Professor (Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia), *chairman*;
BAZHENOV V.A., Member of the National Academy of Educational Science of Ukraine, DSc, Professor (Kiev National University of Building and Architecture, Kiev, Ukraine),
BONDARENKO V.M., Member of the RAACS, DSc, Professor (NIISF RAACS, Moscow, Russia),
VANIN V.V., DSc, Professor (National Technical University of Ukraine «Kiev Polytechnic Institute» (NTUU «KPI»)), Kiev, Ukraine),
GOLIK V.I., Member of the Russian Academy of E Sciences, DSc, Professor (North-Caucasian State Technical University, Vladikavkaz, Russia),
REINHARD F.SACHSENHOFER, PhD, Professor (Montanuniversität Leoben, Austria),
IVANOV S.P., DSc, Professor (PGTU – VOLGATECH, Yoshkar-Ola),
KARPENKO N.I., Member of the RAACS, DSc, Professor (NIISF RAACS, Moscow, Russia),
KOLCHUNOV V.I., Member of the RAACS, DSc, Professor (South-West State Univ., Kursk, Russia),
GIUSEPPE MANDRONE, PhD, Ass. Prof. Engineering geology (University of Torino, Italy),
KRASIC SONJA, PhD (University of Nis, Nis, Serbia),
KRIVOSHAPKO S.N., DSc, Professor (RUDN University, Moscow, Russia),
LYAKHOVICH L.S., Member of the RAACS, DSc, Professor (Tomsk State University of Architecture and Building (TSUAB), Tomsk, Russia),
BUI XUAN NAM, PhD, Assoc. Professor (Hanoi University of Mining and Geology, Hanoi, Vietnam),
GRUDEV I.D., DSc, Professor, honorary member of the RAACS (Melnikov Central Research & Design Institute of Steel Structures (CNIIPSK) Moscow, Russia),
SANJAROVSKY R.S., DSc, Professor (L.N. Gumilyov Eurasian National University (ENU), Astana, Kazakhstan),
TRAVUSH V.I., Member of the RAACS, DSc, Professor (ENPI, Moscow, Russia),
YAKUPOV N.M., Corresponding Member of Russian Engineering Academy, DSc, Professor (Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Science Center, Russian Academy of Sciences, Russia)

EDITORIAL STAFF:

DSc, Professor S.N. Krivoshapko, *editor-in-chief*,
DSc, Professor V.N. Ivanov – *assistant editor-in-chief*,
DSc S.E. Lisichkin; DSc, Professor E.M. Zveryaev; DSc, Professor V.I. Obozov;
DSc, Professor V.P. Agapov; I.A. Mamieva – *managing editor*.

Internet sites of the Journal:

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics>; <http://stmj.rudn.ru>

Corrector: E.M. Tupikova, computer making up: T.I. Karelina.

Address: RUDN University, 6, Miklukho-Maklaya St., Moscow, 117198, Russian Federation,
Engineering Academy, Department of Architecture and Building

Tel.: (495) 955-08-58; fax: (495) 955-08-58

E.mail: sn_krivoshapko@mail.ru or i_mamieva@mail.ru

Founder: RUDN University, 6, Miklukho-Maklaya St., Moscow, 117198, Russian Federation
Printing-house: IPK RUDN, 3, Ordjonikidze Str., Moscow, 117923, GSP-1, Russian Federation

© “*Structural Mechanics of Engineering Constructions and Building*”, 2017

© V.V. Vasilyaka, cover of the Journal: Russia, Elbrus, Passenger suspended cable-stayed road

Сведения о журнале

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал «*Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*» знакомит читателей с достижениями отечественных и зарубежных ученых в области геометрии пространственных конструкций, сопротивления материалов, строительной механики, теории упругости и расчета строительных и машиностроительных конструкций, освещает вопросы научно-технического прогресса в строительстве и машиностроении, публикует аналитические обзоры по теме журнала.

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране наследия. Свидетельство о регистрации средства массовой информации ПИ №ФС77-19706 от 13 апреля 2005 г. Подписной индекс по каталогу агентства «Роспечать» – 20479 (полгода) и 80344 (год).

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, сформированный Минобрнауки России, для публикаций основных научных результатов диссертаций на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук. Перечень вступил в силу 1 декабря 2015 г.

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ:

АНДРЕЕВ В.И., акад. РААСН, д.т.н., профессор (МГСУ, Москва),
БАЖЕНОВ В.А., акад. Национальной Академии педагогических наук Украины, д.т.н., профессор (КНУСА, Киев, Украина),
БОНДАРЕНКО В.М., акад. РААСН, д.т.н., профессор (НИИСФ РААСН, Москва),
ВАНИН В.В., д.т.н., профессор (Киевский политехнический университет, Украина),
ГОЛИК В.И., д.член РАЕН, д.т.н., профессор (Северо-Кавказский ГТУ, Владикавказ),
REINHARD F.SACHSENHOFER, PhD, Professor (Montanuniversität Leoben, Австрия),
ИВАНОВ С.П., д.т.н., профессор (ПГТУ – ВОЛГАТЕХ, Йошкар-Ола),
КАРПЕНКО Н.И., акад. РААСН, д.т.н., профессор (НИИСФ РААСН, Москва),
КОЛЧУНОВ В.И., акад. РААСН, д.т.н., профессор (ЮЗГУ, Курск),
GIUSEPPE MANDRONE, PhD, Ass. Prof. Engineering geology (University of Torino, Италия),
KRASIC SONJA, PhD (University of Nis, Nis, Serbia),
КРИВОШАПКО С.Н., д.т.н., профессор (РУДН, Москва),
ЛЯХОВИЧ Л.С., акад. РААСН, д.т.н., профессор (ТГАСА, Томск),
VUI XUAN NAM, PhD, Assoc. Professor (Hanoi University of Mining and Geology, Hanoi, Vietnam),
ГРУДЕВ И.Д., д.т.н., профессор, почетный член РААСН (ЦНИИПСК, Москва),
САНЖАРОВСКИЙ Р.С., д.т.н., проф. (Евразийский Нац. У-т им. Гумилева, Казахстан),
ТРАВУШ В.И., акад. РААСН, д.т.н., профессор (ЭНПИ, Москва),
ЯКУПОВ Н.М., чл.-корр. РИА, д.т.н., профессор (ИММ КазНЦ РАН, Казань)

РЕДАКЦИЯ:

д.т.н., профессор С.Н. Кривошاپко – *главный редактор*,
д.т.н., профессор В.Н. Иванов – *зам. главного редактора*,
д.т.н. С.Е. Лисичкин; д.т.н., профессор Е.М. Зверьяев; д.т.н., профессор В.И. Обозов;
д.т.н., профессор В.П. Агапов; И.А. Мамиева – *исполнительный редактор*.

Интернет-сайты журнала:

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics>, <http://stmj.rudn.ru>

Технический секретарь *Е.М. Туникова*

Компьютерная верстка *Т.И. Карелина*

Почтовый адрес журнала: 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6, РУДН,
Инженерная академия, Департамент Архитектуры и строительства
Тел.: (495) 955-08-58; Факс: (495) 955-08-58
E.mail: sn_krivoshapko@mail.ru или i_mamieva@mail.ru
Тираж 300 экз.

Учредитель: Российский университет дружбы народов, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6, РУДН

Типография ИПК РУДН, 117923, ГСП-1, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

© Российский университет дружбы народов, 2017

© В.В. Василяка, фото на 1-ой странице обложки (Россия, Эльбрус, Пассажирская подвесная канатная дорога)

С о д е р ж а н и е

№ 4, 2017 год

DOI: 10.22363/1815-5235-2017-4

Обзорно-аналитическая информация

Кривошапко С.Н. К вопросу о применении параболических оболочек вращения в строительстве в 2000-2017 годах..... 4

Геометрические исследования срединных поверхностей тонких оболочек

Берестова С.А., Мистюра Н.Е., Митюшов Е.А. Геометрия самонесущих покрытий на прямоугольном плане..... 15

Теория упругости

Гасанов Ш.Г. Трещинообразование в листовом элементе конструкции при неоднородном напряженном поле..... 19

Колмогоров Г.Л., Мельникова Т.Е., Азина Е.О. Применение метода Бубнова - Галеркина для оценки устойчивости анизотропных пластин..... 29

Расчет и проектирование строительных конструкций

Турусов Р.А., Андреев В.И., Цыбин Н.Ю. Общее решение задачи об изгибе многослойной балки в рядах Фурье..... 34

Раззаков С.Ж., Холмирзаев С.А. Влияние каркасного усиления на напряженно-деформированное состояние двухэтажной постройки из малопрочных материалов..... 43

Расчеты на устойчивость сетчатых оболочек

Трушин С.И., Петренко Ф.И. Влияние физической нелинейности на расчётные показатели устойчивости гибких сетчатых однополостных гиперолоидов вращения с образующими различных форм..... 50

Расчет подземных сооружений

Голик В.И., Разоренов Ю.И., Ляшенко В.И. Прочность породных конструкций при подземном строительстве..... 57

Прочность летательных аппаратов

Фирсанов В.В., Гавва Л.М. Исследование изгибной формы потери устойчивости конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов в операционной среде MATLAB..... 66

Присуждение премии имени Гришманова А.И. 77

*Contents,
No 4, 2017*

DOI: 10.22363/1815-5235-2017-4

Review-and-analytical information

Krivoshapko S.N. On application of parabolic shells of revolution in civil engineering in 2000-2017..... 4

Geometrical investigations of middle surfaces of thin shells

Berestova S.A, Misyura N.E., Mityushov E.A. Geometry of self-bearing covering on rectangular plan..... 15

Theory of elasticity

Hasanov Sh.H. Cracking in sheet structural element under non-uniform stress field..... 19

Kolmogorov G.L., Melnikova T.E., Azina E.O. Application of the Bubnov-Galerkin method for assessment of stability of non-isotropic plates..... 29

Analysis and design of building structures

Turusov R.A., Andreev V.I., Tsybin N.Yu. General solution of bending of multilayer beams in Fourier series..... 34

Razzakov S.J., Kholmiraev S.A. Influence of frame work strengthening on the stress-strain state of two-storey buildings of low-strength materials..... 43

Buckling analysis of reticulated shells

Trushin S.I., Petrenko Ph.I. Influence of physical nonlinearity on the calculated indicators of stability of reticulated one-sheet hyperboloid of revolution with different forms of generatrices..... 50

Analysis of underground structures

Golik V.I., Razorenov Yu.I., Lyashenko V.I. The strength of rock structures in underground mining..... 57

Strength of flying apparatus

Firsanov V.V., Gavva L.M. The investigation of the bending form of buckling for structurally-anisotropic panels made of composite materials in operating MATLAB system..... 66

Grishmanov A.I. ' Prize..... 77

Обзорно-аналитическая информация

УДК: 69.001.12/.18:72:624.074.4

К ВОПРОСУ О ПРИМЕНЕНИИ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ В 2000-2017 ГОДАХ

С.Н. КРИВОШАПКО, д-р техн. наук, профессор
Российский университет дружбы народов,
117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6,
sn_krivoshapko@mail.ru

Купол часто используется архитекторами для перекрытия больших пролетов. Среди десятков известных поверхностей вращения, которые можно принять за срединные поверхности куполов, находят применение сферические, конические, эллиптические, параболические и гиперболические поверхности вращения. Наибольшее распространение в современном строительстве получили сферические купола благодаря простоте их формы в сравнении с другими оболочками двоякой кривизны. Однако не прекращаются исследования и параболоидов вращения. Некоторые новые сведения по расчету параболических оболочек на прочность, определению их частот собственных колебаний и примеры применения параболоидов вращения в строительстве в 1900-2017 годах приводятся в этой обзорной статье.

Вся основная приведенная библиография датируется XXI веком.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: параболоид вращения, параболический купол вращения, примеры применения параболоида вращения.

Поверхность *параболоида вращения* образовывается вращением параболы $x^2 = 2pz$ вокруг оси z (рис. 1). Параболическую поверхность можно также получить движением подвижной параболы $y^2 = 2pz$ вдоль неподвижной $x^2 = 2pz$ (рис.

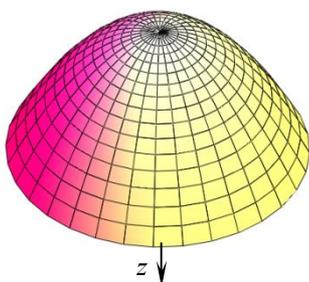


Рис. 1.

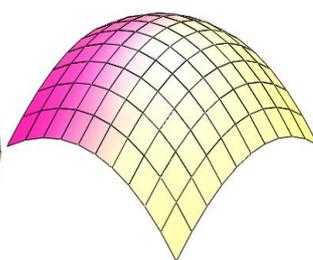


Рис. 2.

2). При этом необходимо, чтобы вершина подвижной параболы скользила по неподвижной, а плоскость и ось подвижной параболы оставались параллельными. Обе параболы должны быть обращены вогнутостью в одну сторону.

Параболоид вращения обладает *оптическим свойством*: световые лучи, исходящие из фокуса, после зеркального отражения от поверхности параболоида пойдут параллельно оси параболоида вращения.

Явная форма задания (рис. 2): $2z = (x^2 + y^2)/p$.

Координатные линии x , y на поверхности параболоида вращения (рис. 2) образуют *чебышевскую сеть*, т.е. у любого четырехугольника, образуемого линиями криволинейной координатной сети, противоположные стороны равны. Координатная сеть – неортогональна ($F \neq 0$), но сопряженная ($M = 0$).

Параболоид вращения можно задать при помощи параметрических уравнений (рис. 1):

$$x = x(r, \beta) = r \cos \beta, \quad y = y(r, \beta) = r \sin \beta, \quad z = z(r) = r^2 / (2p)$$

или (рис. 1):

$$x = x(u, v) = a\sqrt{u/h} \cos v, \quad y = y(u, v) = a\sqrt{u/h} \sin v, \quad z = z(u) = u;$$

где $u \geq 0$; $0 \leq v \leq 2\pi$.

На высоте $z = h$ параболоид имеет радиус $r = a$. Площадь боковой поверхности параболоида вращения [1]:

$$S = \pi a[(a^2 + 4h^2)^{3/2} - a^3]/(6h^2),$$

его объем

$$V = \pi a^2 h/2, \text{ если } 0 \leq v \leq 2\pi, \quad 0 \leq u \leq h.$$

Явная форма задания эллиптического параболоида: $x^2/p + y^2/q = 2z$ где $p, q > 0$. Следовательно, при $p = q$ эллиптический параболоид вырождается в параболоид вращения, т.е. параболоид вращения – частный случай эллиптического параболоида [2].

Поверхности 2-го порядка, в том числе и параболоиды вращения, с геометрической точки изучены очень хорошо. Однако в некоторых статьях встречается путаница в геометрических определениях и названиях. Например, в работе [3] отмечается: «В качестве объекта исследования был выбран железобетонный *эллипсоидный купол*, который в свою очередь имеет настоящий прототип в России. Реальный пример в нашей стране — Московский планетарий (1929 г. постройки). Один из самых больших в мире и самый старый планетарий в России. Размеры в плане этого здания идентичны смоделированным, отметки высот имеют незначительные различия с моделью. Выбор данного типа купола аргументирован тем, что данная геометрическая форма является наряду со сферической наиболее энергоёмкой и эффективной.». Но хорошо известно, что железобетонный купол Московского планетария имеет форму параболоида вращения. Не смотря на то, что в статье [3] нет уравнения срединной поверхности рассматриваемого купола, очевидно, что здесь тоже изучается параболоид вращения.

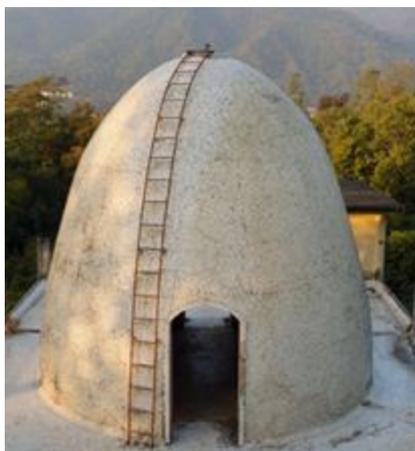


Рис. 3. «Параболический» купол

Описывая одно из сооружений Ришикеш (Индия) в Livejournal, автор сообщения пишет: «Встав в центре, вы окажетесь почти в фокусе *параболического* отражателя, форму которого имеет яйцо» (рис. 3). Однако это сооружение в форме поверхности вращения не может быть параболоидом вращения, т.к. образующая кривая – не парабола, потому что имеет вертикальную касательную к меридиану на опоре, параллельную оси вращения.

Часто авторы статей по архитектуре не называют точно форму поверхности вращения, которая была выбрана за срединную поверхность оболочки, а ограничиваются только словом «купол». Но ведь купол вращения может быть параболическим, гиперболическим, фрагментом сферы или эллипсоида и т.д. [1]. Иногда внешне бывает трудно определить выбранную за основу поверхность вращения.

В.В. Новожилов [4] показал, что с точки зрения величины напряжений наиболее выгоден параболический купол, однако он требует наибольшей площади распорного кольца и с этой точки зрения наименее выгоден. Параболический купол вращения не имеет шва перехода и заставить работать его по безмоментной теории нельзя.

Чтобы уменьшить изгибные напряжения в куполе и уменьшить площадь поперечного сечения распорного кольца, инженеры предложили верхнюю часть

купола делать в форме параболоида вращения, а нижнюю часть - каплевидную (рис. 4), взяв за аналог древние Византийские купола.



Рис. 4. [5] Комбинированный купол

Применение пологих куполов дает существенное уменьшение неэксплуатируемого подкупольного пространства и минимальное отношение поверхности покрытия, приведенной к единице площади перекрываемого зала [9]. Уменьшению стрелы подъема купола сопутствует увеличение горизонтальной составляющей (распора) опорных реакций конструкции.

В наше время остро стоит вопрос защиты сооружений от террористической угрозы взрыва и здесь важную роль играет форма купола. В статье [7] изучается влияние избыточного внутреннего давления от взрыва на шесть видов куполов. Установлено, что параболический купол лучше всего выдерживает деформацию от взрыва (рис. 5).

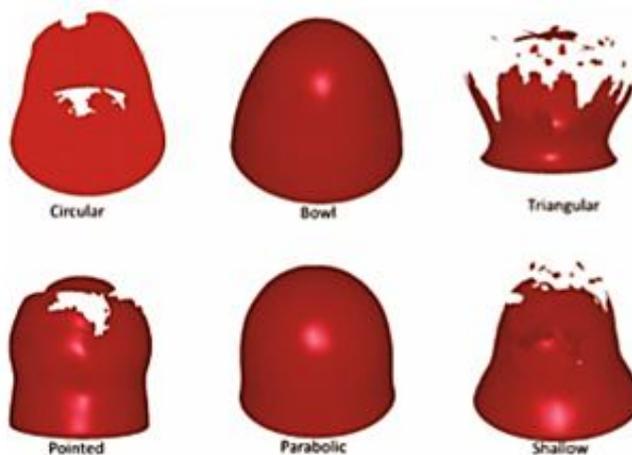


Рис. 5. Деформации куполов при взрывном избыточном давлении

Наиболее полный обзор по геометрии, расчету на прочность и устойчивость, на собственные и вынужденные колебания, по использованию параболоидов вращения в строительстве и архитектуре приведен в статье [8] с 63 названиями использованной литературы. Однако в этой статье приведено очень мало примеров использования параболоидов вращения в архитектуре и строительстве, перечислены только объекты, приведенные в табл. 1.

Таблица 1

Название	Город	Страна	Авторы	Построен в
Внешний купол Исаакиевского собора	С.-Петербург	Россия		1818-1858гг.
Стекланный купол Педагогического музея	Киев	Россия		1909-1912 гг.
Жел.-бет. купол Московского планетария	Москва	Россия	М.Барц, М. Синявский	1927-1929 гг.
Склад концентратов металлургического завода	Череповецк	Россия	М. Туполев, А. Попов, С. Иванов	1960 г.

В табл. 2 приведены дополнительные примеры куполов в форме параболоидов вращения, построенных XX веке.

Таблица 2

Название	Город	Страна	Авторы	Построен в
Первая Христианская церковь	Оклахома-Сити	США	Р. Коннор, Ф. Сюзливэн	декабрь 1956
Планетарий	Бохум	ФРГ	Городское планировочное управление и Проектное бюро Рамма	1964 г.
The Integratron (полностью деревянный купол)	Landers	США	G. Von Tassel	1954 г.
The Bahá'í House of Worship	Panama City	Panama		1972 г.
«The King Dome»	Сиэтл	США		1976-2000 гг.
The Bahá'í House of Worship	Tiara-pata	Samoa	H. Amanai	1984 г.

Восполним этот пробел, обратив особое внимание на реальные примеры применения параболоида вращения, в основном, за последние 20 лет.

Эта поверхность привлекла внимание еще старинных строителей, например, параболический купол собора Св. Петра в Риме положил начало целой серии аналогичных сооружений. Считается, что купол возник в странах Востока и имел, прежде всего, утилитарное назначение. При отсутствии дерева покрытием для жилищ служили глиняные и кирпичные купола. Но постепенно, благодаря своим исключительным эстетическим и тектоническим качествам, купол приобрел самостоятельное смысловое содержание как архитектурная форма. По-прежнему купола находятся в поле зрения арабских архитекторов. Например, различные типы железобетонных куполов (сферические, эллипсоидальные и параболические) используются в нескольких зданиях университетского городка



Рис. 6. Caserones Dome

Американского университета в Шарджах (Sharjah, UAE), Объединенные Арабские Эмираты. Толщина, пролет и высота этих куполов разные в разных зданиях. Параболическая оболочка с фиксированным пролетом ($L = 2 \times 13,7$ м) и высотой ($H = 13,7$ м) и переменной толщиной (0,05 – 1,0 м) и параболическая оболочка с фиксированной толщиной ($t = 0,2$ м) были изучены в работе [9], где авторы ссылаются на материалы статьи [10].

Классическая форма параболоида вращения применена для купола диаметром 145 м и высотой 94 м (Caserones Dome), построенного на высоте 4000 м над уровнем моря в Чилийских Андах (the Chilean Andes). Это – самый большой купол в Южной Америке (рис. 6). Этот сетчатый купол из гальванизированной стали и алюминия хорошо выдерживает ветровую (тайфун) и тяжелую снеговую нагрузку, и противостоит воздействию соленой воды.



Рис. 7. The dome of the Temple of Divine Providence, Варшава, Польша, 2013 год

30 тонн меди ушло на изготовление купола the Temple of Divine Providence, Варшава, Польша (рис. 7). Работа на куполе началась в июне 2012 года и была разделена на несколько этапов. Расчетная долговечность медной крыши – 700 лет с учетом патины, которая будет образовываться на медной поверхности. Медь изменит свой цвет благодаря окислению и через несколько лет поверхность станет зеленого цвета.

Многие считают, что наиболее удобным материалом для изготовления

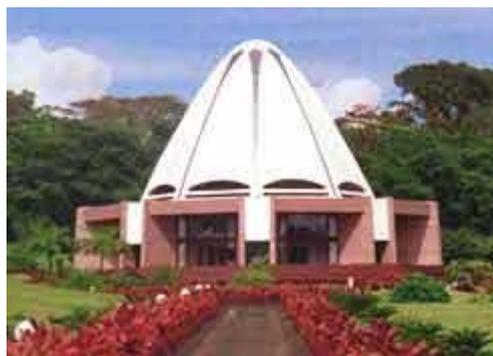


Рис. 8. Bahá'í House of Worship, Panama City, Panama(1972)

не менее, последние 25 лет не строили большепролетные железобетонные купола, в том числе и параболические. Возводились преимущественно сетчатые металлические оболочки.

В основу формы The Bahá'í House of Worship (Тіарарата, Самоа, 1984) был также положен параболоид вращения (рис. 9). 30-метровая купольная структура была запроектирована Х. Аманай (Hossein Amanai).

большеразмерных оболочек в строительстве (рис. 8), является железобетон, как наиболее пластичный материал, которому с помощью опалубки можно придать любую форму. Арматуру малых поперечных сечений легко согнуть согласно кривизне поверхности. Материал оболочки выполняет несущую и ограждающую функции. Тонкостенные железобетонные оболочки обычно применяют для коммерческих зданий, для спортивных сооружений и складов [11]. Тем



9. The Bahá'í House of Worship, Tiapapata, Samoa



Рис. 10. The Temple of the Vedic Planetarium, Mayapur, India

Великолепное бетонное сооружение «The Temple of the Vedic Planetarium» построено в г. Маяпур в Индии (Mayapur, India). Это единственное в мире сооружение, которое совмещает в себе функции храма и планетария (рис. 10). Его купол напоминает купол собора Святого Петра в Риме или купол Капитолия в Вашингтон, но выполнен строго в стиле неоклассической архитектуры Индии. Материал купола – специальный бетон и нержавеющей сталь. В строительстве участвовало 50 инженеров, 800 рабочих- строителей из окрестных деревень и 12 проектировщиков.



Рис. 11. Купол Рейхстага, Берлин

Стеклянный купол (на металлической сетчатой основе) современного Рейхстага в Берлине (ФРГ) спроектирован архитектором Норманом Фостером в форме близкой к параболоиду вращения, который был возведен наверху реконструированного здания Рейхстага (рис. 11). Один пандус внутри купола предназначен для подъема, другой - для спуска. Протяженность спирали - около 230 метров, ширина - около 1,8 метра. Общий вес купола составляет 1200 тонн, а площадь стеклянной поверхности - около 3000 квадратных метров. Рейхстаг был официально открыт после реконструкции 19 апреля 1999 года. За это изящное архитектурно-конструктивное решение в 1994 году Н. Фостер был удостоен Притцеровской премии.

Параболический пологий стеклянный купол диаметром 8 м над фойе здания ELF в Libreville (Габон) опирается на 8 колонн круглого поперечного сечения. Ячейки между стальными меридианами и параллелями заполнены стеклами голубого и желтого цвета.



Рис. 12. Жилые параболические купола вращения, Австралия



Рис. 13. Проект деревянного сооружения, состоящего из 5 параболоидов вращения

На рис. 12 показаны однокомнатные жилые купола в форме параболоидов вращения для условий Австралии [11]. Материал стенок купола, показанного на рис. 12, а - композит. Купол, представленный на рис. 12, б армирован композитной сеткой (fibre mesh) и выполнен из цемента и песка (армоцемент).

Архитекторы «Leisure Center at Scunthorpe (UK)» создали проект интересного здания, состоящего из 5 параболических куполов (рис. 13). Уникальность этого сооружения состоит в том, что все купола выполнены из различных водостойких материалов, чтобы не выделяться на фоне окружающего паркового ландшафта. Каждый купол защищен от атмосфер-

ных осадков с использованием системы **RENOLIT ALKORPLAN** и проект в целом стал крупнейшим геодезическим куполом, выполненном из деревянных конструкций. Этот проект продемонстрировал инновационное использование фанерной мембраны в истории Великобритании.

Глиняные параболические купола (рис. 14), используемые как жилые помещения в сельской местности, являются неотъемлемой частью, народной архитектуры восточной Африки (Камерун). Эти прекрасные сооружения показывают, что уже сотни лет назад местные жители поняли преимущества куполов параболического очертания.

Да и сейчас некоторые фирмы возводят для жилья параболические деревянные купола (рис. 15). Эти жилые купола пользуются спросом как экологическое жилье.

Во Вьетнаме фирма «Vo Trong Nghia Architects» предлагают к использованию параболоиды вращения из бамбука (рис. 16). Здесь используется народный

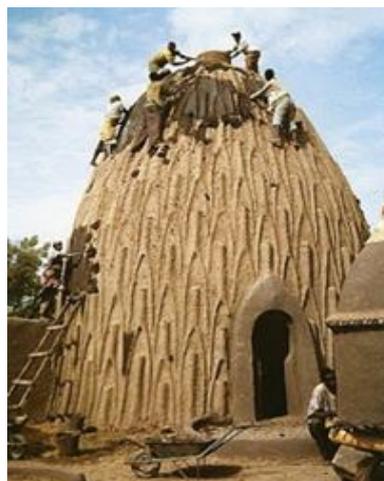


Рис. 14. Глиняный параболический купол



Рис. 15. Параболические жилые однокомнатные деревянные купола



Рис. 16. Общественное здание с параболической бамбуковой крышей

опыт строительства в условиях жаркого климата [12].

Воздухоопорные купола в форме параболоидов вращения нашли применение как складские помещения для хранения медной руды на шахтах Испании (рис. 17) (Minas de Aguas Tenidas, Courtesy Trafigura).



Рис. 17. Воздухоопорные купола [13]

не параболических оболочек вращения. Есть примеры сооружений, где форма параболоида вращения формируется только их меридианами. Например, купол над цирком в г. Екатеринбурге (рис. 18).

Уникальный несущий внешний купол Екатеринбургского Государственного цирка им. В.И. Филатова в форме параболоида вращения через систему металлических тяг держит внутренний рабочий купол (рис. 18). Цирк открыл свои двери 1 февраля 1980 года. Старое здание цирка сгорело в 1976 году. Теперешнее здание цирка – гордость Урала, т.к. таких конструкций в мире всего две: в Екатеринбурге и в Бразилии.



Рис. 18. Екатеринбургский Государственный цирк

Только меридианы параболоида вращения и несколько параллелей оставлены на крыше Дворца спорта Цхинвале (Южная Осетия). Авторы – архитекторы считают, что эта кон-



Рис. 19. Дворец спорта в Цхинвале, Южная Осетия

струкция играет важную роль в оформлении целого сооружения (рис. 19).



Рис. 20. [15]. Fibonacci-Voronoi Paraboloid Dome

Manuel Diaz Regueiro [15] реализовал новый способ формирования поверхности параболоида вращения и этот купол он предлагает называть Fibonacci-Voronoi Paraboloid Dome. В 2015 году он создал пластмассовую модель (рис. 20) купола диаметром 26 см и высотой 19 см, Испытания подтвердили прочность и гибкость модели.



Рис. 21 [16]. 5 основных типов куполов вращения

Стоит обратить внимание на исследования, проведенные с 5 типами куполов (сферические, эллиптические, параболические и гиперболические вращения, а также комбинированные, состоящие из гиперболической поверхности и

параболической поверхности вращения, рис. 21). Nick V. [16] утверждает, что лучше всего зарекомендовал себя комбинированный купол, составленный внизу

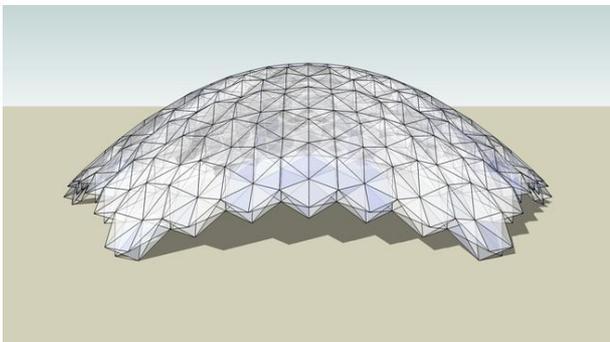


Рис. 22. [16]. Оболочка переноса

из гиперболического купола, а сверху – из параболоида вращения.

Как отмечалось в начале статьи, параболоид вращения может быть получен как поверхность переноса одной и той же параболы, одна по другой. Этот способ конструирования продолжает свое развитие в создании купольных структурных регулярных конструкций (рис. 22).

Заключение

Мы рассмотрели параболические оболочки вращения, применяемые в промышленных, сельскохозяйственных и общественных зданиях, но параболические оболочки широко используются и в ракетно- и самолетостроении [17], ракетно- космической технике [18], радио астрономии, в отражателях автомобильных фар [19]. Исследования, проведенные в этих отраслях техники, могут быть полезны и в строительной области.

Интенсивные экспериментальные и теоретические исследования параболических пологих [20] и непологих [10, 21] оболочек вращения, проводимые в последнее время, показывают, что они востребованы и практикой, и наукой. Подавляющее число научных исследований и статей, опубликованных в 2000-2017 годах, посвящено изучению собственных колебаний параболических оболочек и динамическим задачам.

Список литературы

1. *Кривошапко С.Н., Иванов В.Н.* Энциклопедия аналитических поверхностей. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. – 560 с.
2. *Krivoshapko S.N., G.L. Gbaguidi Aïssè.* Geometry, static, vibration and buckling analysis and applications to thin elliptic paraboloid shells// The Open Construction and Building Technology Journal. – 2016. – 10. – P. 576 — 602.
3. *Гмиряч К.М., Козлов А.В., Проскуров Р.А.* Подбор оптимальных параметров эллипсоидной железобетонной оболочки вращения// Международный научно-исследовательский журнал: технические науки (часть 3). – 2017. – № 2(56).
4. *Новожилов В.В.* Теория тонких оболочек. – Л.: Судостроение, 1962. – 432 с.
5. *Domes: Ancient Rome VS Modern Domes*// 16 августа 2013 г., <https://sites.google.com/site/furerplox/re/domespokeballsliterally> (электронный ресурс).
6. *Кривошапко С.Н., Емельянова Ю.В.* К вопросу о поверхности вращения с геометрически оптимальной стрелой подъема// Монтажные и специальные работы в строительстве. – 2006. – № 2. – С. 11 — 14.
7. *Ram Ranjan Sahu and Pramod Kumar Gupta.* Blast Diffusion by Different Shapes of Domes// Defense Science Journal. – 2015. – Vol. 65. – No. 1. – P. 77 — 82.
8. *Кривошапко С.Н.* Параболические оболочки вращения// Монтажные и специальные работы в строительстве. – 1999. – №12. – С. 5 — 12 (библ.: 63 назв.)
9. *Abdalla J.A., Mohammed A.S.* Dynamic characteristics of large reinforced concrete domes // The 14th World Conference on Earthquake Engineering, October 12-17, 2008, Beijing, China. – 9 p.
10. *Kang J.-H., Leissa A.W.* Free vibration analysis of complete paraboloidal shells of revolution with variable thickness and solid paraboloids from a three-dimensional theory// Computers and Structures. – 2005. – 83, 2594 — 2608.

11. DomeShells Superior Dome Building Systems// Australia, 2017, www.domeshells.com.au (электронный ресурс)
12. *Lidija Grozdanic*. Mushroom-shaped bamboo pavilions sprout on a Saigon River peninsula, 2015, <http://inhabitat.com> (электронный ресурс)
13. The National Business, March 24, 2017 (электронный ресурс). <http://www.thenational.ae/business/economy/mubadala-in-joint-venture-with-trafigura-to-operate-spanish-mines>
14. *Hobbelman G.J., Timm B., Veer F.A., P.M.J. van Swieten*. The design of a full glass dome, using a new glass/polymer composite material// Proceedings LSCE Conference, Warsaw June 2002. – 4 p.
15. *Manuel Diaz Regueiro*. Fibonacci-Voronoi Paraboloid Dome// Mathematical Art Galleries. – 2015. – 2 p.
16. Search for dome// 3D Warehouse, 2017 Trimble Inc., Nederland (Электронный ресурс).
17. *Аврамов К.В., Чернобрышко М.В., Романенко В.Н., Батутина Т.Я., Пирог В.А.* Динамическая устойчивость параболических оболочек в сверхзвуковом газовом потоке// Прикладна гідромеханіка. – 2014. – Том 16. – N 4. – С. 3 — 10 (22 назв).
18. *Чернобрышко М.В., Аврамов К.В.* Собственные колебания параболических оболочек// Мат. методы та фіз.-мех. поля. – 2014. – 57, № 3. – С. 78 — 85 (9 назв.).
19. *Steinhaus, H.* Mathematical Snapshots, 3rd ed. New York: Dover, 1999.
20. *Nilophar Tamboli1, A.B. Kulkarni*. Bending Analysis of Paraboloid of Revolution Shell// International Journal of Civil Engineering Research (India). – 2014. – Vol. 5, Nu 4. - P. 307 — 314.
21. *Omar J. Al-Khatib, George R. Buchanan*. Free vibration of a paraboloidal shell of revolution including shear deformation and rotary inertia// Thin-Walled Structures. –2010. – Vol. 48, Iss. 3. – P. 223 — 232.

Поступила в редакцию 25 марта 2017 г. Прошла рецензирование 18 мая 2017 г.

Принята к публикации 14 июня 2017 г.

Об авторе:

КРИВОШАПКО СЕРГЕЙ НИКОЛАЕВИЧ родился в 1948 году в г. Волгограде. Окончил Университет дружбы народов им. П. Лумумбы в 1972 г., доктор технических наук (1995 г.), профессор, Российский университет дружбы народов, Инженерная Академия, Департамент Архитектуры и строительства. Научные интересы: геометрия и расчет оболочек сложной геометрии, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6. Email: sn_krivoshapko@mail.ru

Для цитирования: *Кривошапко С.Н.* К вопросу о применении параболических оболочек вращения в строительстве в 2000-2017 годах// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – № 4. – С. 4—14.

DOI: 10.22363/1815-5235-2017-4-4-14

References

1. *Krivoshapko, S.N., Ivanov, V.N.* (2015). *Encyclopedia of Analytical Surfaces*. Springer International Publishing Switzerland, 752 p.
2. *Krivoshapko, S.N., G.L. Gbaguidi Aïssè* (2016). Geometry, static, vibration and buckling analysis and applications to thin elliptic paraboloid shells. *The Open Construction and Building Technology Journal*, (10), 576 — 602.
3. *Gmirach, K.M., Kozlov, A.V., Proskurov, R.A.* (2017). Selection of optimal parameters of elliptical reinforced concrete shell of revolution. *Int. Scientific-and-Research Journal: Technical Sciences*, Part 3, 56(2).
4. *Novozhilov, V.V.* (1962). *Theory of Thin Shells*, L.; Sudostroeniye, 432 p.
5. Domes: Ancient Rome VS Modern Domes// August 16, 2013, <https://sites.google.com/site/furerplox/re/domespokeballsliterally>.
6. *Krivoshapko, S.N., Emel'yanova, Yu.V.* (2006). On surfaces of revolution with geometrically optimal rise, *Montazhn. i spetsial. raboty v stroitelstve*, (2), 11 — 14.
7. *Ram Ranjan Sahu and Pramod Kumar Gupta*. (2015). Blast Diffusion by Different Shapes of Domes. *Defense Science Journal*, 65(1), 77 — 82.
8. *Krivoshapko, S.N.* (1999). Parabolic shells of revolution, *Montazhn. i spetsial. raboty v stroitelstve*, (12), 5 — 12 (63 refs)
9. *Abdalla, J.A., Mohammed, A.S.* (2008). Dynamic characteristics of large reinforced concrete domes. *The 14th World Conference on Earthquake Engineering*, Oct. 12-17, 2008, Beijing, China, 9 p.

10. Kang, J.-H., Leissa, A.W. (2005). Free vibration analysis of complete paraboloidal shells of revolution with variable thickness and solid paraboloids from a three-dimensional theory. *Computers and Structures*, p. 2594 — 2608.
11. DomeShells Superior Dome Building Systems// Australia, 2017, www.domesells.com.au (электронный ресурс)
12. Lidija Grozdanic (2015). Mushroom-shaped bamboo pavilions sprout on a Saigon River peninsula, <http://inhabitat.com>
13. The National Business, March 24, 2017, <http://www.thenational.ae/business/economy/mubadala-in-joint-venture-with-trafigura-to-operate-spanish-mines>.
14. Hobbelman, G.J., Timm, B., Veer, F.A., P.M.J. van Swieten (2002). The design of a full glass dome, using a new glass/polymer composite material. Proceedings LSCE Conference, Warsaw, June 2002, 4 p.
15. Manuel Diaz Rigueiro (2015). Fibonacci-Voronoi Paraboloid Dome, *Mathematical Art Galleries*, 2 p.
16. Search for dome// 3D Warehouse, 2017 Trimble Inc., Nederland.
17. Avramov, K.V., Chernobryvko, M.V., Romanenko, V.N., Batutina, T.Ya., Pirog, V.A. (2014). Dynamical stability of parabolic shells in super sound gas stream, *Prikladna Gidromehhanica* [Applied Hydromechanics], 16(4), 3 — 10 (22 refs).
18. Chernobryvko, M.V., Avramov, K.V. (2014). Natural vibration of parabolic shells, *Mat. Metodi ta phiz.-meh. pollya*, 57(3), 78 — 85 (9 refs).
19. Steinhaus, H.(1999). *Mathematical Snapshots*, 3rd ed. New York: Dover.
20. Nilophar Tamboli, A.B. Kulkarni. (2014). Bending Analysis of Paraboloid of Revolution Shell, *International Journal of Civil Engineering Research* (India), 5(4), 307 — 314.
21. Omar J. Al-Khatib, George R. Buchanan. (2010). Free vibration of a paraboloidal shell of revolution including shear deformation and rotary inertia, *Thin-Walled Structures*, 48 (3), 223 — 232.

ON APPLICATION OF PARABOLIC SHELLS OF REVOLUTION IN CIVIL ENGINEERING IN 2000-2017

S.N. KRIVOSHAPKO

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russia

Dome is often used by architects for cover of large spans. Only spherical, conical, elliptical, parabolic, and hyperbolic surfaces of revolution among tens of the well-known surfaces of revolution can be taken for middle surfaces of domes. Spherical domes have the most spread in modern building due to simplicity of their form in comparison with other shells of double curvature. But researches of paraboloidal domes do not end. Some new information on strength analysis of parabolic shells, on determination of the frequencies of their natural vibrations and the examples of application of paraboloid of revolution in civil engineering in 1900=2017 are presented in this review paper.

The main presented bibliography was published in XXI century.

Key words: paraboloid of revolution, parabolic dome of revolution, examples of application of paraboloid of revolution.

Article history:

Received: March 25, 2017. Revised: May 18, 2017. Accepted: June 14, 2017.

About the authors:

KRIVOSHAPKO SERGEY NIKOLAEVICH was born in Volgograd (Russia) in 1948. He graduated Peoples' Friendship University named after P. Lumumba in 1972, ScD (1995), Professor, RUDN University, Engineering Academia, Department of Architecture and Building. Scientific interests: Geometry and strength analysis of shells of complex geometry. 6 Miklukho-Maklaya Str., Moscow, 117198, Russian Federation. Email: sn_krivoshapko@mail.ru

For citation:

*Krivoshapko S.N. (2017). On application of parabolic shells of revolution in civil engineering in 2000-2017. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (4), 4 — 14,*

DOI: 10.22363/1815-5235-2017-4-4-14

ГЕОМЕТРИЯ САМОНЕСУЩИХ ПОКРЫТИЙ НА ПРЯМОУГОЛЬНОМ ПЛАНЕ

С.А. БЕРЕСТОВА*, д-р ф.-м. наук, профессор

Н.Е. МИСЮРА*, старший преподаватель

Е.А. МИТЮШОВ*, д-р ф.-м. наук, профессор

*Уральский федеральный университет им. первого Президента России

Б.Н. Ельцина, 620002, Екатеринбург, ул. Мира, 19.

Приведен алгоритм построения неограниченного множества велароидальных поверхностей теоретически пригодных для формирования самонесущих пространственных конструкций на прямоугольном плане. Дается общий вид уравнения велароидальной поверхности с использованием двух четных функций, удовлетворяющих специальным краевым условиям. Доказывается непрерывность мощности множества велароидальных поверхностей.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: велароидальные поверхности, самонесущие покрытия, пространственные конструкции.

По классификации работы [1] велароидальными поверхностями называются поверхности переноса на прямоугольном плане, образованные движением образующей переменной кривизны. Велароидальная поверхность ограничена отрезками нулевой кривизны $k_x = 0$, $k_y = 0$. Там же отмечается, что к настоящему времени известны только три велароидальные поверхности – синусоидальный велароид, параболический велароид, эллиптический велароид. Указанные велароидальные поверхности записываются следующими уравнениями:

$$z = f \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \quad - \text{ синусоидальный велароид,}$$

$$z = f \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2 y^2}{a^2 b^2} \right) \quad - \text{ параболический велароид,}$$

где a и b – размеры плоского прямоугольного контура в плане, f – максимальный подъем поверхности над плоскостью $z = 0$;

$$z = \sqrt{f^2 - \frac{f^2 - c^2}{a^2} (x^2 + y^2) + \frac{f^2 - c^2}{a^2} x^2 y^2} \quad - \text{ эллиптический велароид,}$$

где a – полупролеты поверхности в направлении координатных осей x и y , $(f - c)$ – стрела подъема поверхности в ее центре.

Помимо поверхностей на прямоугольном плане к велароидальным также относят поверхности на произвольных планах, в частности кольцевых планах [2-4]. Множество велароидальных поверхностей может быть получено на основании следующей теоремы:

Теорема 1. *Всякая поверхность, заданная уравнением*

$$\bar{r} = \{x, y, f_1(x)f_2(y)\}, \quad -a \leq x \leq a, \quad -b \leq y \leq b$$

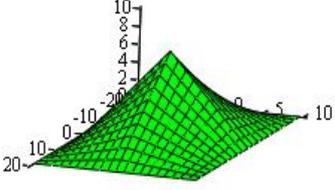
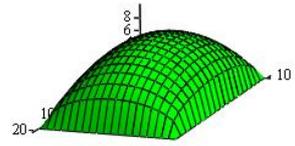
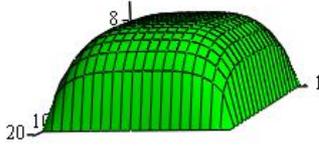
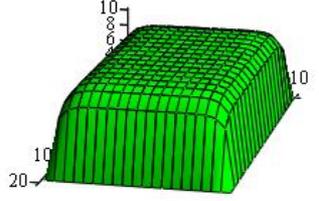
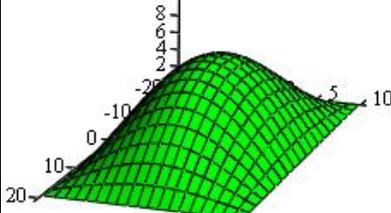
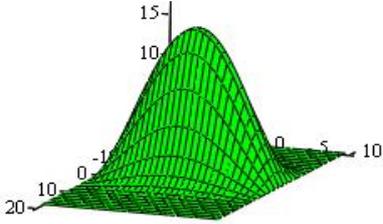
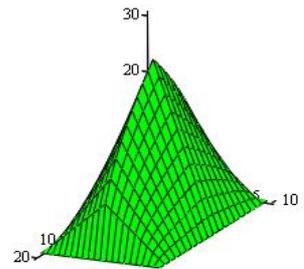
является велароидальной, если $f_1(x)$ и $f_2(y)$ четные функции и выполняется условие $f_1(-a) = f_1(a) = f_2(-b) = f_2(b) = 0$.

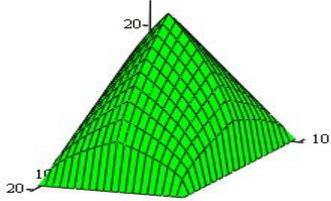
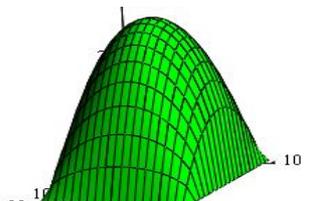
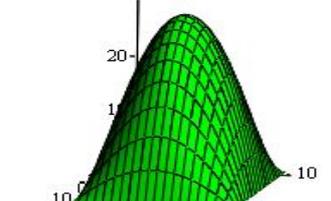
Примеры поверхностей, удовлетворяющих условиям теоремы 1 приведены в табл. 1. Здесь a и b – полупролеты поверхности в направлении координатных осей x и y , h – стрела подъема поверхности в их центре.

Полнота решения задачи о множестве велароидальных поверхностей дается теоремой 2.

Теорема 2. *Мощность множества велароидальных поверхностей – континуум.*

Таблица 1. Поверхности, удовлетворяющие условиям теоремы 1

	Велороидальные поверхности	Математическая модель
1		$\vec{r} = \left\{ x, y, h \left(1 - \left \frac{x}{a} \right \right) \left(1 - \left \frac{y}{b} \right \right) \right\}$
2		$\vec{r} = \left\{ x, y, h \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2} \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b} \right)^2} \right\}$
3		$\vec{r} = \left\{ x, y, h \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a} \right)^4} \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b} \right)^4} \right\}$
4		$\vec{r} = \left\{ x, y, h \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a} \right)^{10}} \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b} \right)^{10}} \right\}$
5		$\vec{r} = \left\{ x, y, h \cos \left(\frac{\pi x}{2a} \right) \cos \left(\frac{\pi y}{2b} \right) \right\}$
6		$\vec{r} = \left\{ x, y, h \left[e^{-(\alpha x)^2} - e^{-(\alpha a)^2} \right] \left[e^{-(\beta y)^2} - e^{-(\beta b)^2} \right] \right\}$
7		$\vec{r} = \left\{ x, y, h \sqrt{1 - \left \frac{x}{a} \right } \left(1 - \left \frac{y}{b} \right \right) \right\}$

8		$\vec{r} = \left\{ x, y, h \sqrt{1 - \frac{ x }{a}} \sqrt{1 - \frac{ y }{b}} \right\}$
9		$\vec{r} = \left\{ x, y, h \left[1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right] \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b} \right)^2} \right\}$
10		$\vec{r} = \left\{ x, y, h \left[1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{y}{b} \right)^2 \right] \right\}$

Доказательство этого утверждения следует из того, что каждой велароидальной поверхности, удовлетворяющей условиям теоремы 1, можно поставить в соответствие множество велароидальных поверхностей

$$\vec{r} = \left\{ x, y, (f_1(x))^t (f_2(y))^t \right\}, \quad -a \leq x \leq a, \quad -b \leq y \leq b, \quad 0 \leq t \leq 1.$$

Из непрерывности мощности множества $t \in [0, 1]$ следует, что мощность множества велароидальных поверхностей совпадает с мощностью множества вещественных чисел, то есть является континуумом.

Пример использования велароидальной поверхности для ахсиографического оформления плоских фасадов с использованием законов линейной перспективы был рассмотрен в работе [5].

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. Кривошапко С.Н., Иванов В.Н. Энциклопедия аналитических поверхностей. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. – 560 с.

2. Кривошапко С.Н., Шамбина С.Л. Исследование поверхностей велароидального типа с двумя семействами синусоид на кольцевом плане // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2009. – № 4. – С. 9 — 12.

3. Шамбина С. Л., Непорада В. И. Велароидальные поверхности и их применение в строительстве и архитектуре // Праці Таврійськ. державн. агротехнол. ун-ту. – 2012. – 53. – № 4. – С. 168 — 173.

4. Непорада В.И., Баграмян А.Э., У Жуйчен. Использование велароидальных оболочек в архитектуре на примере проекта многофункционального спортивного комплекса // Международная научно-техническая конференция студентов: Сборник докладов (15 - 19 марта 2010 г.). – С. 225 — 228.

5. Berestova S.A., Zhilin S.S., Misyura N.E., Mityushov E.A. A method for modelling an architectural drawing type solution for environmental objects using linear perspective on a flat surface // Mathematical Design & Technical Aesthetics. – 2015. – №1(3). P. 11 — 23.

Поступила в редакцию 23 марта 2017 г. Прошла рецензирование 12 мая 2017 г.

Принята к публикации 14 июня 2017 г.

Об авторах: БЕРЕСТОВА СВЕТЛАНА АЛЕКСАНДРОВНА родилась в 1972 году в Нижнем Тагиле Свердловской области, окончила УрГУ в 1994 году, доктор физ.-мат. наук, доцент, заведующая кафедрой теоретической механики Института фундаментального образования, УрФУ им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, 620002, Екатеринбург, ул. Мира, 19. Область науч-

ных интересов: анизотропия свойств поликристаллических и композиционных материалов, математическое моделирование реальных объектов и процессов. E-mail: s.a.berestova@yandex.ru

МИСЮРА НАТАЛЬЯ ЕВГЕНЬЕВНА родилась в 1976 году в Екатеринбурге, окончила механико - математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова в 1999 году, старший преподаватель кафедры теоретической механики Института фундаментального образования, УрФУ им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, 620002, Екатеринбург, ул. Мира, 19. Область научных интересов: геометрическое моделирование реальных процессов и явлений, разработка инвариантных методов трансформации и формообразования поверхностей. Email: n_misura@mail.ru

МИТЮШОВ ЕВГЕНИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ родился в 1946 году в Свердловске, окончил УрГУ имени А.М. Горького в 1970 году, доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической механики Уральского федерального университета имени первого Президента России Б.Н. Ельцина, 630002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 19. Область научных интересов: математическое моделирование технических систем и процессов. E-mail: mityushov-e@mail.ru

Для цитирования: Берестова С.А., Мисюра Н.Е., Митюшов Е.А. Геометрия самонесущих покрытий на прямоугольном плане// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – № 4. – С. 15 — 18 (DOI: 10.22363/1815-5235-2017-4-15-18).

References

1. Krivoshapko, S.N., Ivanov, V.N. (2010). *Encyclopedia of Analytic Surfaces*. Moscow: The Book House "LIBROKOM". 560.
2. Krivoshapko, S.N., Shambina, S.L. (2009). Investigation of velaroidal surfaces with two families of sinusoids on the ring plan. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (4), 9—12.
3. Shambina, S.L., Neporada, V.I. (2012). Velaroid surfaces and their application in construction and architecture, *Pratzi Tavriysk. Derjavn. Agrotechnol. Un-t*, 53(4), 168 — 173.
4. Neporada, V.I., Bagramyan, A.E., U. Juichen (2010). Use of velaroid shells in architecture on the example of the multifunctional sports complex project. *International Scientific and Technical Conference of Students: Proc. of reports*, RUDN, March 15 - 19, 2010. 225 — 228.
5. Berestova, S.A., Zhilin, S.S., Misyura, N.E., Mityushov, E.A. (2015). A method for modeling an architectural drawing type solution for environmental objects using linear perspective on a flat surface, *Mathematical Design & Technical Aesthetics*, № 1 (3). 11 — 23.

GEOMETRY OF SELF-BEARING COVERING ON RECTANGULAR PLAN

S.A. BERESTOVA, N.E. MISYURA, E.A. MITYUSHOV

An algorithm for constructing an unlimited set of velaroid surfaces theoretically suitable for the formation of self-supporting spatial structures on rectangular plane is given. The general form of the equation of the velaroidal surface is given using two even functions satisfying special boundary conditions. The continuum capacity of the set of these surfaces is proved.

KEY WORDS: velaroidal surfaces, self-supporting coatings, spatial constructions.

Article history: Received: March 23, 2017. Revised: May 12, 2017. Accepted: June 14, 2017.

About the authors: BERESTOVA SVETLANA ALEKSANDROVNA was born in 1972 in Nizhny Tagil, Sverdlovsk region, graduated from Ural State University named after A.M. Gorky in 1994, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Theoretical Mechanics of the Institute of Fundamental Education, Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, 620002, Ekaterinburg, ul. Mira, 19. Area of scientific interests: anisotropy of the properties of polycrystalline and composite materials, mathematical modeling of real objects and processes. E-mail: s.a.berestova@yandex.ru

MISYURA N.E. was born in 1976 in Ekaterinburg, graduated from the Mechanics and Mathematics Department of Moscow State University named after Lomonosov in 1999, senior lecturer of the Department of Theoretical Mechanics of the Institute of Fundamental Education, Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, 620002, Ekaterinburg, ul. Mira, 19. Area of scientific interests: geometric modeling of real processes and phenomena, the development of invariant methods of transformation and shaping of surfaces. Email: n_misura@mail.ru

MITYUSHOV E.A. was born in 1946 in Sverdlovsk, graduated from Ural State University named after A.M. Gorky in 1970, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Theoretical Mechanics of the Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, 630002, Ekaterinburg, ul. Mira, 19. Area of scientific interests: mathematical modeling of technical systems and processes. E-mail: mityushov-e@mail.ru

For citation: Berestova S.A., Misyura N.E., Mityushov E.A. Geometry of self-bearing covering on rectangular plan. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (4), 15 — 18.

DOI: 10.22363/1815-5235-2017-4-15-18

Теория упругости

УДК 539.3

**ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЕ В ЛИСТОВОМ ЭЛЕМЕНТЕ
КОНСТРУКЦИИ ПРИ НЕОДНОРОДНОМ НАПРЯЖЕННОМ ПОЛЕ**

Ш.Г. ГАСАНОВ, *д-р техн. наук, профессор*
Азербайджанский технический университет,
Азербайджан, AZ1073, Баку, пр. Г. Джавида, 25

Дается математическое описание расчетной модели трещинообразования в листовом элементе конструкции при неоднородном напряженном поле. Принята модель зон предразрушения в состоянии пластического течения при постоянном напряжении. Краевая задача о взаимодействии зон ослабленных межчастичных связей материала в листовом элементе конструкции под действием неоднородного напряженного поля сводится к решению системы сингулярных интегральных уравнений. Интегральные уравнения далее сводятся к системе нелинейных алгебраических уравнений, для решения которой используется метод последовательных приближений. Определены размеры зон предразрушения и предельное значение внешней нагрузки, при котором происходит трещинообразование в листовом элементе конструкции.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: листовой элемент конструкции, неоднородное напряженное поле, зоны предразрушения в состоянии пластического течения, трещинообразование.

Введение

Процесс разрушения конструкционных материалов зависит от особенностей структуры материала, его химического состава, вида напряжения и других. В настоящее время известны различные механизмы зарождения трещины [1-4]. Изучение вопросов разрушения элементов конструкций имеет важное практическое значение. После фундаментальных работ В.М. Мирсалимова [3, 5] проблема зарождения трещины интенсивно исследуется в Азербайджане [6-38].

Постановка задачи

Рассмотрим однородную изотропную среду. На бесконечности действуют напряжения, являющиеся полиномиальными функциями декартовых координат x и y . По мере нагружения среды (листового элемента конструкции) в процессе работы силовой нагрузкой в материале будут возникать зоны предразрушения, которые моделируются как области ослабленных межчастичных связей материала. Взаимодействие берегов этих зон моделируется [3] путем введения между берегами зоны предразрушения связей в состоянии пластического течения. Физическая природа таких связей и размеры зон пластического течения зависят от вида материала среды. Поскольку указанные зоны (прослойки) малы по сравнению с остальной частью листового элемента, их можно мысленно заменить разрезами, поверхности которых взаимодействуют по закону, соответствующему действию удаленного материала.

Возникновение зародышевой трещины рассматривается как процесс перехода области предразрушения в область разорванных связей между поверхностями материала листового элемента. Исследования [1, 2, 4, 39] возникновения областей с нарушенной структурой материала, показывают, что изначально зоны предразрушения представляют собой узкий вытянутый слой, затем с ростом нагрузки внезапно появляется вторичная система зон, содержащих материал с частично нарушенными связями.

Пусть в среде (листовом элементе конструкции) имеется N прямолинейных зон предразрушения (рис. 1). Рассмотрим локальные систем координат $x_k O_k y_k$, оси x_k которых совпадают с зоной предразрушения и образуют углы α_k с осью x . Начала этих систем координат будут располагаться в центрах зон пред-

разрушения. Длина $2\ell_k$ ($k = 1, 2, \dots, N$) зон пластического течения заранее неизвестна и подлежит определению в процессе решения задачи.

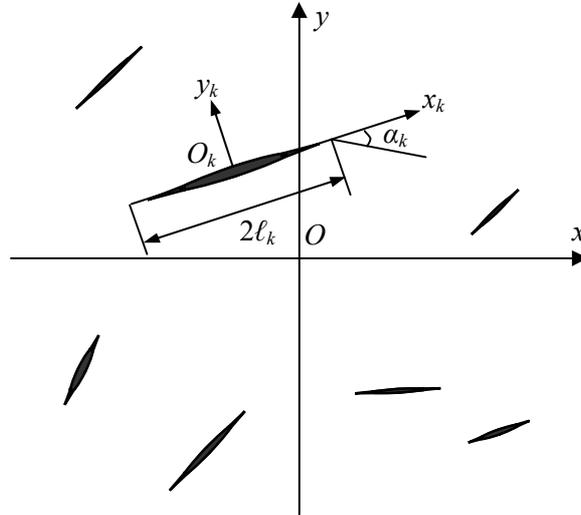


Рис. 1. Расчетная схема задачи о трещинообразовании в листовом элементе

При действии внешних нагрузок на среду (листовой элемент конструкции) в связях между берегами зон предразрушения, будут возникать нормальные σ_s и касательные τ_s усилия. Следовательно, к берегам зон предразрушения будут приложены нормальные σ_s и касательные τ_s напряжения.

Граничные условия на берегах зон пластического течения имеют вид:

$$\sigma_{y_k} = \sigma_s, \quad \tau_{x_k y_k} = \tau_s \quad \text{на } y_k = 0, \quad -\ell_k \leq x_k \leq \ell_k. \quad (1)$$

Для определения внешней нагрузки, при которой происходит трещинообразование, постановку задачи дополним критерием критического раскрытия берегов зоны пластического течения:

$$\left| (v_k^+ - v_k^-) - i(u_k^+ - u_k^-) \right| = \delta_{cr}, \quad (2)$$

где δ_{cr} – характеристика сопротивления трещинообразованию материала листового элемента конструкции.

Условие (2) является условием появления трещины, т.е. разрыва межчастичных связей материала среды.

Метод решения краевой задачи

С помощью принципа суперпозиции напряженное состояние в среде с произвольной системой зон предразрушения в состоянии пластического течения при постоянном напряжении представим в виде суммы двух напряженных состояний

$$\sigma_x = \sigma_x^0 + \sigma_x^1, \quad \sigma_y = \sigma_y^0 + \sigma_y^1, \quad \tau_{xy} = \sigma_{xy}^0 + \sigma_{xy}^1, \quad (3)$$

где $\sigma_x^0, \sigma_y^0, \tau_{xy}^0$ – компоненты тензора напряжений в листовом элементе конструкции без зон пластического течения, когда на бесконечности действуют напряжения, являющиеся полиномиальными функциями декартовых координат x и y ; $\sigma_x^1, \sigma_y^1, \tau_{xy}^1$ – компоненты тензора напряжений для среды с произвольной системой зон пластического течения с исчезающими на бесконечности напряжениями.

Для компонент $\sigma_x^0, \sigma_y^0, \tau_{xy}^0$ тензора напряжений имеем:

$$\sigma_x^0 + \sigma_y^0 = 2[\Phi_0(z) + \overline{\Phi_0(z)}], \quad z = x + iy, \quad (4)$$

$$\sigma_y^0 - \sigma_x^0 + 2i\tau_{xy}^0 = \Phi_0(z) + \Omega_0(\bar{z}) + (z - \bar{z})\overline{\Phi_0'(z)},$$

$$\Phi_0(z) = A_0 z^m + A_1 z^{m-1} + A_2 z^{m-2} + \dots + A_m, \quad (5)$$

$$\Omega_0(z) = B_0 z^m + B_1 z^{m-1} + B_2 z^{m-2} + \dots + B_m.$$

Отметим, что функции (5) в зависимости от значений коэффициентов A_j и B_j ($j = 0, 1, 2, \dots, m$) определяют напряженное состояние в листовом элементе без зон пластического течения.

С учетом формул (3) краевое условие (1) запишем в следующем виде

$$\left(\sigma_{y_k}^1 - i\tau_{x_k y_k}^1 \right) = \sigma_s - i\tau_s - \left(\sigma_{y_k}^0 - i\tau_{x_k y_k}^0 \right), \quad \text{на } y_k = 0, \quad -\ell_k \leq x_k \leq \ell_k. \quad (6)$$

Напряжения $\sigma_x^1, \sigma_y^1, \tau_{xy}^1$ и перемещения u_1, v_1 выразим через две кусочно-аналитические функции $\Phi(z)$ и $\Psi(z)$. Тогда краевые условия задачи (1) с помощью формул Колосова-Мусхелишвили [40] можно записать в виде граничной задачи для отыскания комплексных потенциалов $\Phi(z)$ и $\Psi(z)$:

$$\Phi(t_k) + \overline{\Phi(t_k)} + t_k \overline{\Phi'(t_k)} + \overline{\Psi(t_k)} = \sigma_s - i\tau_s - \left(\sigma_{y_k}^0 - i\tau_{x_k y_k}^0 \right) \quad (k = 1, 2, \dots, N), \quad (7)$$

где t_k – аффикс точек берегов k -ой зоны пластического течения.

Комплексные потенциалы $\Phi(z)$ и $\Psi(z)$, дающие решение краевой задачи (7) ищем в виде

$$\Phi(z) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N \int_{-\ell_k}^{\ell_k} \frac{g_k^0(t)}{t - z_k} dt, \quad (8)$$

$$\Psi_1(z) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N e^{-2i\alpha_k} \int_{-\ell_k}^{\ell_k} \left[\frac{\overline{g_k(t)}}{t - z_k} - \frac{\overline{T_k} e^{i\alpha_k}}{(t - z_k)^2} g_k(t) \right] dt.$$

Здесь $T_k = t e^{i\alpha_k} + z_k^0$; $z_k = e^{-i\alpha_k} (z - z_k^0)$; $g_k(x_k)$ ($k = 1, 2, \dots, N$) – искомые функции, характеризующие раскрытие берегов зон пластического течения:

$$g_k(x_k) = \frac{2\mu}{i(1+\kappa)} \frac{\partial}{\partial x} \left[u_k^+(x_k, 0) - u_k^-(x_k, 0) + i \left(v_k^+(x_k, 0) - v_k^-(x_k, 0) \right) \right]. \quad (9)$$

Определив по формуле

$$\sigma_y - i\tau_{xy} = \Phi(z) + \overline{\Phi(z)} + z\overline{\Phi'(z)} + \overline{\Psi(z)}$$

напряжения на оси x_k ($k = 1, 2, \dots, N$) и подставив их в краевые условия (7), получим систему N сингулярных интегральных уравнений в виде

$$\frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^N \int_{-\ell_k}^{\ell_k} \left[K_{nk}(t, x) g_k(t) + L_{nk}(t, x) \overline{g_k(t)} \right] dt = \sigma_s - i\tau_s - F_k(x) \quad (10)$$

$$|x| < \ell_n \quad (n = 1, 2, \dots, N),$$

$$K_{nk}(t, x) = \frac{e^{i\alpha_k}}{2} \left(\frac{1}{T_k - X_n} + \frac{e^{-2i\alpha_n}}{\overline{T_k} - \overline{X_n}} \right),$$

$$L_{nk}(t, x) = \frac{e^{-i\alpha_k}}{2} \left[\frac{1}{\bar{T}_k - \bar{X}_n} - \frac{T_k - X_n}{(\bar{T}_k - \bar{X}_n)^2} e^{-2i\alpha_n} \right],$$

$$X_n = x e^{i\alpha_n} + z_n^0, \quad F_k(x) = \sigma_{y_k}^0 - \tau_{x_k y_k}^0.$$

Ядра полученной системы интегральных уравнений (10) регулярны за исключением случая, когда $n = k$, в этом случае $K_{nk}(t, x)$ переходит в сингулярное ядро Коши. Систему (10) можно записать в следующем виде:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\ell_k}^{\ell_k} \frac{g_n(t)}{t-x} dt + \frac{1}{\pi} \sum_{k \neq n}^N \int_{-\ell_k}^{\ell_k} [g_k(t) K_{nk}(t, x) + \overline{g_k(t)} L_{nk}(t, x)] dt = \sigma_s - i\tau_s - F_n(x),$$

$$|x| < \ell_n \quad (n = 1, 2, \dots, N). \quad (11)$$

К системе сингулярных интегральных уравнений (11) для внутренних зон пластического течения следует добавить дополнительные равенства:

$$\int_{-\ell_k}^{\ell_k} g_k(t) dt = 0 \quad (k = 1, 2, \dots, N). \quad (12)$$

Эти равенства выражают условие однозначности смещений при обходе контура зоны пластического течения.

Если представить неизвестные функции $g_k(x_k)$ и функцию нагрузки $F_k(x_k)$ в виде

$$g_k(x_k) = v_k(x_k) - iu_k(x_k); \quad F_k(x_k) = \sigma_k^0(x_k) - i\tau_k^0(x_k), \quad (13)$$

то после отделения действительных и мнимых частей из системы N комплексных сингулярных интегральных уравнений получаем для нахождения $v_k(x_k)$ и $u_k(x_k)$ систему $2N$ действительных сингулярных интегральных уравнений. Чтобы провести алгебраизацию сингулярных интегральных уравнений [39, 40, 41], сначала приведем в системе (11) и дополнительных условиях (12) все интервалы интегрирования к одному интервалу $[-1, 1]$. Сделав затем замену переменных

$$t = \ell_n \tau, \quad x = \ell_n \eta \quad (|\tau| < 1, \quad |\eta| < 1),$$

систему уравнений (11) и условия (12) запишем в виде

$$\int_{-1}^1 \frac{g_n(\tau)}{\tau - \eta} d\tau + \sum_{k \neq n}^N \ell_k \int_{-1}^1 [g_k(\tau) K_{nk}(\ell_k \tau, \ell_n \eta) + \overline{g_k(\tau)} L_{nk}(\ell_k \tau, \ell_n \eta)] d\tau = \pi F_n^*(\eta)$$

$$|\eta| < 1 \quad (n = 1, 2, \dots, N), \quad (14)$$

$$\int_{-1}^1 g_n(\tau) d\tau = 0.$$

Для неизвестных функций $g_n(\tau)$ и свободных членов $F_n^*(\eta)$ сохранены прежние обозначения.

Решение системы (14) представим в виде [39, 40, 41]:

$$g_n(\eta) = \frac{g_n^0(\eta)}{\sqrt{1-\eta^2}}, \quad (15)$$

где $g_n^0(\eta)$ – новая неизвестная функция, регулярная в интервале $[-1, 1]$.

Использование квадратурных формул типа Гаусса-Чебышева для сингулярного интеграла позволяет свести систему сингулярных интегральных уравнений (14) при дополнительных условиях (12) к конечной системе $N \times M$ алгебраических уравнений для определения $N \times M$ неизвестных $g_n^0(t_m) = v_n(t_m) - iu_n(t_m)$:

$$\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^N \ell_k \left[g_k^0(t_m) K_{nk}(\ell_k t_m, \ell_n x_r) + \overline{g_k^0(t_m)} L_{nk}(\ell_k t_m, \ell_n x_r) \right] = F_n^*(x_r) \quad (16)$$

$$(r = 1, 2, \dots, M-1),$$

$$\sum_{m=1}^M g_n^0(t_m) = 0 \quad (n = 1, 2, \dots, N).$$

Здесь значения t_m и x_r определяются формулами:

$$t_m = \cos \frac{2m-1}{2M} \pi \quad (m = 1, 2, \dots, M), \quad x_r = \cos \frac{\pi r}{M} \quad (r = 1, 2, \dots, M-1).$$

Переходя в (16) к сопряженным значениям, получаем еще $N \times M$ алгебраических уравнений.

Для левой части соотношения (9) имеем

$$\left(v_k^+ - v_k^- \right) - i \left(u_k^+ - u_k^- \right) = -\frac{1+\kappa}{2\mu} \int_{-\ell_k}^{\ell_k} g_k(x_k) dx_k \quad (k = 1, 2, \dots, N). \quad (17)$$

Полученные системы оказались связанными и должны решаться совместно. Для их замкнутости не хватает $2 \times N$ комплексных уравнений, определяющих местоположение и размеры зон пластического течения. Так как напряжения в листовом элементе конструкции ограничены, решение сингулярных интегральных уравнений должно искажаться в классе всюду ограниченных функций. Такое решение существует при выполнении условий разрешимости сингулярных интегральных уравнений. Поэтому полученные алгебраические системы не являются пока замкнутыми. Записывая условия конечности напряжений у вершин зон пластического течения (условия разрешимости), находим еще $2 \times N$ комплексных уравнений

$$\sum_{m=1}^M (-1)^m g_n^0(t_m) \operatorname{ctg} \frac{2m-1}{4M} \pi = 0 \quad (n = 1, 2, \dots, N), \quad (18)$$

$$\sum_{m=1}^M (-1)^{m+M} g_n^0(t_m) \operatorname{tg} \frac{2m-1}{4M} \pi = 0.$$

Для определения предельного состояния, при котором возникает трещина, используем критическое условие (2). Тогда условием, определяющим предельное значение внешней нагрузки, будет равенство

$$V(x_k^0) = \sqrt{\left[u^+(x_k^0, 0) - u^-(x_k^0, 0) \right]^2 + \left[v^+(x_k^0, 0) - v^-(x_k^0, 0) \right]^2} = \delta_{cr}. \quad (19)$$

Модуль вектора смещения на берегах зон пластического течения при $x_k = x_k^0$ удобно представить в виде

$$V(x_k^0) = V_k^0 = \frac{1+\kappa}{2\mu} \frac{\pi \ell}{M} \sqrt{A^2 + B^2}, \quad (k = 1, 2, \dots, N), \quad (20)$$

$$A = \sum_{m=1}^{M_{1k}} v_k^0(t_m); \quad B = \sum_{m=1}^{M_{1k}} u_k^0(t_m).$$

где M_{1k} – число узловых точек, содержащихся в интервале $(-\ell_k, x_k^0)$.

Полученная алгебраическая система (19), (25)-(26) из-за неизвестных размеров зон пластического течения является нелинейной. Совместное решение полученных алгебраических систем позволяет найти напряженно-деформированное состояние листового элемента, критическую внешнюю нагрузку, местоположение и размеры зон пластического течения для предельно-равновесного состояния листового элемента конструкции, когда возникает трещина. Объединенная алгебраическая система уравнений из-за неизвестных величин l_k ($k = 1, 2, \dots, N$) оказывается нелинейной. Для ее решения использовали метод последовательных приближений [39], состоящий в следующем. Решаем алгебраическую систему (19), (25)-(26) при некоторых определенных значениях l_k^* ($k = 1, 2, \dots, N$) относительно остальных неизвестных, которые входят в объединенную систему линейным образом. Поскольку значения l_k^* и соответствующие им значения остальных неизвестных не будут, вообще говоря, удовлетворять уравнениям (27), подбирая значения параметров l_k^* , многократно повторяем вычисления. Когда уравнения (27) будут удовлетворены с заданной точностью, вычисления прекращаются.

В каждом приближении алгебраическая система решалась методом Гаусса с выбором главного элемента.

На рис. 2 представлены графики зависимость длины зон пластического течения от безразмерной нагрузки $M_{изг}/M_s$ при чистом изгибе. В расчетах было принято $M = 30$; $\nu = 0,3$; $\alpha_1 = 45^\circ$; $z_1^0 = 1,5 \cdot e^{i\pi/10}$. На рис. 3 приведена зависимость безразмерной предельной нагрузки

$$M_c = \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{M_{изг}}{h_0 c \sqrt{c}} \frac{1}{\sqrt{E \sigma_s \delta_c}}$$

от относительной длины зоны предразрушения l_1/R . Здесь R характерный размер листового элемента.

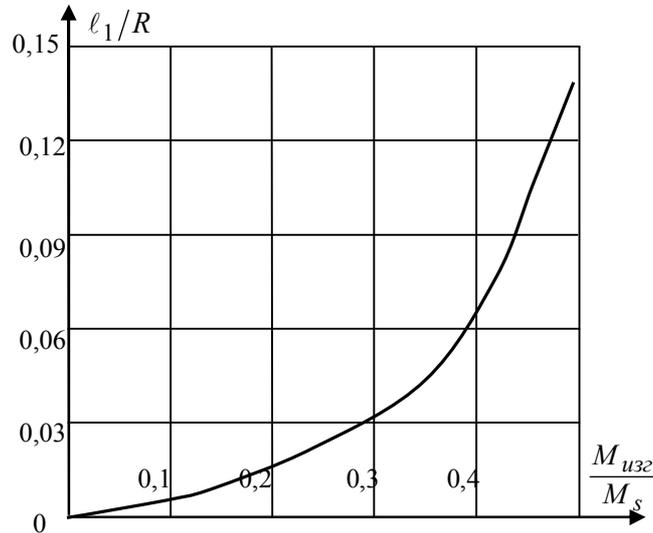


Рис. 2. Зависимость длины зон пластического течения от безразмерной нагрузки

Выводы

Разработан эффективный способ решения задач о зарождении трещин в металлическом листовом элементе конструкции при действии внешнего неоднородного напряженного поля. На основе разработанной расчетной модели исследовано трещинообразование в металлическом листовом элементе конструкции с

системой произвольно размещенных зон предразрушения при различных силовых нагрузках.

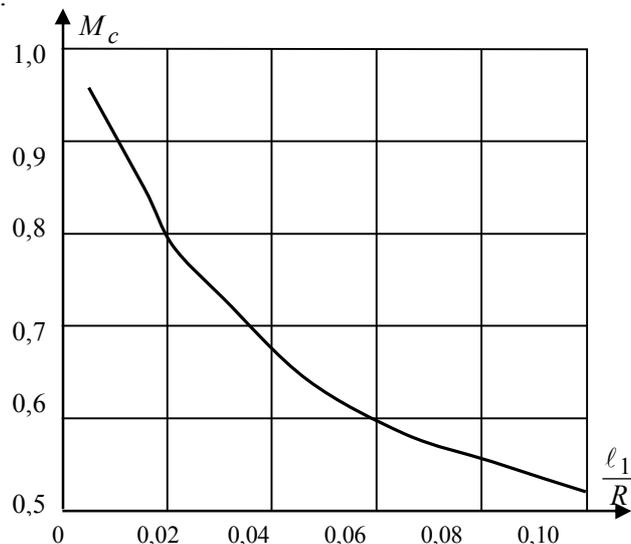


Рис. 3. Зависимость предельной нагрузки от относительной длины зоны пластического течения

Список литературы

1. Панасюк В.В. Механика квазихрупкого разрушения материалов. – Киев: Наук. думка, 1991. – 416 с.
2. Левин В.А., Морозов Е.М., Матвиенко Ю.Г. Избранные нелинейные задачи механики разрушения. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 408 с.
3. Мирсалимов В.М. Зарождение дефекта типа трещины во втулке контактной пары // Математическое моделирование. – 2005. – Т. 17, №2. – С. 35 — 45.
4. Rusinko A., Rusinko K. Plasticity and Creep of Metals. – Berlin: Springer Verlag, 2011. – 434 p.
5. Мирсалимов В.М. К решению задачи механики контактного разрушения о зарождении и развитии трещины со связями между берегами во втулке фрикционной пары // Прикладная математика и механика. – 2007. – Т. 71, Вып.1. – С. 132 — 151.
6. Мир-Салим-заде М.В. Зарождение дефекта типа трещины в клепаной панели // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2006. – № 6. – С. 45 — 51.
7. Мирсалимов В.М. Зарождение дефекта типа трещины в среде с пустотами // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2007. – № 4. – С. 46 — 52.
8. Мирсалимов В.М. Зарождение трещин в перфорированном тепловыделяющем массиве // Прикл. механика и техн. физика. – 2007. – Т. 48, № 5. – С. 121 — 133.
9. Шахбандаев Э.Г. Зарождение трещин в тепловыделяющей среде, ослабленной периодической системой круговых отверстий // Механика. Машиностроение. – 2007. – № 4. – С. 29 — 31.
10. Мир-Салим-заде М.В. Зарождение трещины в подкрепленной пластине // Прикл. механика и техн. физика. – 2007. – Т. 48, № 4. – С. 111 — 120.
11. Мир-Салим-заде М.В. Зарождение трещины в подкрепленной пластине с круговым отверстием // Изв. ТулГУ серия: Естественные науки. – 2007. – Вып. 1. – С. 88—97.
12. Гасанов Ш.Г. Зоны предразрушения на границе раздела дорожного покрытия и упругого основания // Строительная механика и расчет сооружений. – 2008. – № 5. – С. 49 — 54.
13. Мир-Салим-заде М.В. Зарождение трещин в перфорированной подкрепленной пластине // Прикл. мех. и техн. физика. – 2008. – Т. 49, № 6. – С. 170 — 180.
14. Мир-Салим-заде М.В. Зарождение трещины изотропной в среде, усиленной регулярной системой стрингеров // Вестник ЧПГУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2008. – №2 (5). – С. 115 — 128.
15. Гасанов Ш.Г. Зарождение трещины на границе раздела покрытия и упругого основания // Упрочняющие технологии и покрытия. – 2008. – № 1. – С. 20 — 24.

16. *Hasanov Sh.H.* Modelling of the deflected mode of the road covering with the curved interphase crack of stratification. *Mathematical Modelling in Civil Engineering*. – 2008. – No. 1. – P. 13 — 21.
17. *Mustafayev A.B.* Crack initiation in non-uniformly heated thick-walled cylinder // Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan. – 2009. – С. 30, N. 38. – P. 143 — 150.
18. *Мустафаев А.Б.* Моделирование зарождения трещины в неравномерно нагретом цилиндре// Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2009. – № 4. – С. 15 — 21.
19. *Mirsalimov V.M., Mustafayev A.B.* Modeling cracking in thick-walled cylinder. *Advances and Application in Mathematical Sciences*. – 2010. – Vol. 2, Issue 1. – P. 1 — 8.
20. *Мир-Салим-заде М.В.* Моделирование трещинообразования в перфорированной стрингерной панели// Математическое моделирование.–2010. –Т. 22, № 1. –С. 125 — 135.
21. *Мир-Салим-заде М.В.* Зарождение трещин в перфорированной изотропной среде, усиленной регулярной системой стрингеров // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева, серия: Механика предельного состояния. – 2010. – № 1 (7). – С. 79 — 91.
22. *Mirsalimov V.M., Zolgharnein E.* Nucleation of a crack under inner compression of cylindrical bodies. *Acta Polytechnica Hungarica*. – 2012. – Vol. 9, No 2. P. 169—183.
23. *Мирсалимов В.М., Искендеров Р.А.* Зарождение трещин при однородном изгибе изотропной пластины, ослабленной периодической системой круговых отверстий // Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2013. – №1 (15). – С. 145 — 152.
24. *Зульфугаров Э.И.* Моделирование трещинообразования в тормозном барабане колесной машины // Машиноведение. – 2013. – № 3. – С. 49—53.
25. *Искендеров Р.А.* Зарождение трещины при поперечном изгибе изотропной пластины, ослабленной периодической системой круговых отверстий // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2013. – № 3. – С. 18—28.
26. *Гасанов Ф.Ф.* Моделирование зарождения трещин сдвига в теле, ослабленном периодической системой круглых отверстий // Проблемы машиностроения. НАН Украины. – 2013. – Т. 16, № 3. – С. 29 — 37.
27. *Зульфугаров Э.И.* Моделирование зарождения искривленной трещины в тормозном барабане автомобиля // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2014. – № 1. – С. 24 — 30.
28. *Калантарлы Н.М.* Влияние объемных сил на зарождение трещины в круговом диске// Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2014. – № 2. – С. 17 — 22.
29. *Гасанов Ф.Ф.* Зарождение трещины в композите, армированном однонаправленными ортотропными волокнами при продольном сдвиге // Механика машин, механизмов и материалов. – 2014. – № 2 (27). – С. 45 — 50.
30. *Mirsalimov V.M., Hasanov Sh.G.* Modeling of crack nucleation in covering on an elastic base. *Int. J. of Damage Mechanics*. – 2014. – Vol. 23(3). P. 430 — 450.
31. *Гасанов Ф.Ф.* Зарождение трещины в изотропной среде с периодической системой круговых отверстий, заполненных жесткими включениями, при продольном сдвиге// Строительная механика инж. конструкций и сооружений. – 2014. – № 3. – С. 44—50.
32. *Гасанов Ф.Ф.* Моделирование зарождения трещины сдвига в волокне композита, армированного однонаправленными волокнами // Проблемы машиностроения. НАН Украины. – 2014. – Т. 17, № 2. – С. 17 — 25.
33. *Калантарлы Н.М.* Трещинообразование в круговом диске под действием объемных сил // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2014. – № 6. – С. 23 — 30.
34. *Mirsalimov V.M., Hasanov F.F.* Nucleation of cracks in an isotropic medium with periodic system of rigid inclusions under transverse shear. *Acta Mechanica*. – 2015. – Vol. 226, Issue 2. – P. 385 — 395.
35. *Мирсалимов В.М., Калантарлы Н.М.* Моделирование зарождения трещины в круговом диске, нагруженном сосредоточенными силами // Изв. Саратовского университета. Нов. серия. Сер. Математика. Механика. Информатика. – 2015. – №1. – С. 90 — 97.
36. *Mirsalimov V.M., Kalantarly N.M.* Crack nucleation in circular disk under mixed boundary conditions. *Archives of Mechanics*. – 2015. – Vol. 67, Issue 2. – P. 115 — 136.

37. Mirsalimov V.M., Kalantarly N.M. Cracking in a circular disk under mixed boundary conditions // Acta Mechanica. – 2015. – Vol. 226, Issue 6. – P. 1897 — 1907.

38. Мирсалимов В.М., Исмаилова Р.А. Зарождение трещины в стержневом теплообменном элементе // Тяжелое машиностроение. – 2016. – № 5. – С. 10 — 16.

39. Мирсалимов В.М. Неоднородные упругопластические задачи. – М.: Наука, 1987. – 256 с.

40. Панасюк В.В., Саврук М.П., Дацьшин А.П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. – Киев: Наук. думка, 1976. – 443 с.

41. Ladopoulos E.G. Singular Integral Equations, Linear and Non-Linear Theory and its Applications in Science and Engineering. – Berlin: Springer Verlag, 2000. – 553 p.

Поступила в редакцию 3 марта 2017 г. Прошла рецензирование 21 мая 2017 г.

Принята к публикации 14 июня 2017 г.

Об авторе: ГАСАНОВ Ш. Г., доктор технических наук, профессор, Азербайджанский технический университет, Азербайджан, AZ1073, Баку, пр. Г. Джавида, 25, E-mail: iske@mail.ru

Для цитирования: Гасанов Ш.Г. Трещинообразование в листовом элементе конструкции при неоднородном напряженном поле // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – № 4. – С. 19-28 (DOI: 10.22363/1815-5235-2017-4-19-28).

References

1. Panasyuk, V.V. (1991). *Mechanics of Quasibrittle Fracture of Material*. Kiev: Naukova Dumka, 416. (in Russian).

2. Levin, V.A., Morozov, E.M., Matvienko, Yu.G. (2004). *Selected Non-Linear Problems of Fracture Mechanics*. Moscow: FIZMATLIT, 408 (in Russian).

3. Mirsalimov, V.M. (2005). Initiation of crack type defect in bush of contact pair, *Matematicheskoe modelirovanie*, 17 (2), 35—45. (in Russian).

4. Rusinko, A., Rusinko, K. (2011). *Plasticity and Creep of Metals*. Berlin: Springer Verlag, 434 p.

5. Mirsalimov, V.M. (2007). The solution of a problem in contact fracture mechanics on the nucleation and development of a bridged crack in the hub of a friction pair, *J. of Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 71, Iss. 1, 120—136 (in Russian).

6. Mir-Salim-zade, M.V. (2006). Nucleation of crack type defect in riveted panel, *J. of Machinery Manufacture and Reliability*, (6), 45-51 (in Russian).

7. Mirsalimov, V.M. (2007). Nucleation of a crack-type defect in a body with voids, *J. of Machinery Manufacture and Reliability*, Vol. 36, Iss. 4, 341—347 (in Russian).

8. Mirsalimov, V.M. (2007). Nucleation of cracks in a perforated fuel cell, *J. of Applied Mechanics and Technical Physics*, Vol. 48, Iss. 5, 723—733 (in Russian).

9. Shahbandaev, E.G. (2007). Cracks nucleation in heat-generating medium weakened by periodic system of circular holes. *Mechanics. Machine Building*, (4), 29—31 (in Russian).

10. Mir-Salim-zade, M.V. (2007). Crack initiation in a stiffened plate, *J. of Applied Mechanics and Technical Physics*, Vol. 48, Iss. 4, 562—570 (in Russian).

11. Mir-Salim-zade, M.V. (2007). Nucleation of crack in reinforced plate with circular hole, *Izvestiya TulGU serija: Estestvennye nauki*, Iss.1, 88—97 (in Russian).

12. Hasanov, Sh.H. (2008). Pre-fracture zones on section boundary of road surface and elastic foundation, *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*, (5), 49-54 (in Russian).

13. Mir-Salim-zade, M.V. (2008). Generation of cracks in a perforated reinforced plate, *J. of Applied Mechanics and Technical Physics*, Vol. 49, Iss. 6, 1030—1039 (in Russian).

14. Mir-Salim-zade, M.V. (2008). Nucleation of crack in an isotropic medium reinforced by regular system of stringers, *Bulletin of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State*, 5 (2), 115—128 (in Russian).

15. Hasanov, Sh.H. (2008). Nucleation of crack on border section of the covering and the elastic basic, *Strengthening Technologies and Coatings*, (1), 20—24 (in Russian).

16. Hasanov, Sh.H. (2008). Modelling of the deflected mode of the road covering with the curved interphase crack of stratification, *Mathematical Modelling in Civil Engineering*, (1), 13—21.

17. Mustafayev, A.B. (2009). Crack initiation in non-uniformly heated thick-walled cylinder, *Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan*, C. 30, N. 38, 143—150 (in Russian).

18. Mustafayev, A.B. (2009). Modelling of nucleation of the crack in non-uniformly heated the cylinder, *Fundamental and Applied Problems of Engineering and Technology*, (4), 15—21 (in Russian).

19. Mirsalimov, V.M., Mustafayev, A.B. (2010). Modeling cracking in thick-walled cylinder, *Advances and Application in Mathematical Sciences*, Vol. 2, Iss. 1, 1—8.

20. Mir-Salim-zade, M.V. (2010). Modeling of crack formation in a perforated stringer panel, *Mathematical Models and Computer Simulations*, Vol. 2, Iss. 4, 533—541 (in Russian).

21. Mir-Salim-zade, M.V. (2010). Crack formation in a perforated isotropic medium intensified by a regular system of stringers, *Bulletin of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State*, 7 (1), 79—91 (in Russian).

22. Mirsalimov, V.M., Zolgharnein, E. (2012). Nucleation of a crack under inner compression of cy-

- lindrical bodies, *Acta Polytechnica Hungarica*, 9 (2), 169—183.
23. Mirsalimov, V.M., Iskenderov, R.A. (2013). Crack nucleation at pure bending of isotropic plate weakened by periodic system of circular holes, *Bulletin of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State*, 15 (1), 145—152 (in Russian).
24. Zulfugarov, E.I. (2013). Modeling of cracking in brake drum of wheel car, *Mechanics and Mechanical Engineering*, (3), 49—53 (in Russian).
25. Iskenderov, R.A. (2013). The crack nucleation in the isotropic plate, weakened by a periodical system of circular holes under transverse bending, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (3), 18—28 (in Russian).
26. Hasanov, F.F. (2013). Modeling of shear crack nucleation in a body, weakening by periodic system of circular holes, *Problems of Mechanical Engineering*, 16 (3), 29—37 (in Russian).
27. Zulfugarov, E.I. (2014). Modelling of curved crack nucleation in automobile brake drum, *Fundamental and Applied Problems of Engineering and Technology*, (1), 24—30 (in Russian).
28. Kalantarly, N.M. (2014). Influence of volume forces on crack nucleation in circular, *Fundamental and Applied Problems of Engineering and Technology*, (2), 17—22 (in Russian).
29. Hasanov, F.F. (2014). Nucleation of the crack in a composite reinforced unidirectional orthotropic fibres at longitudinal shear, *Mechanics of Machines, Mechanisms and Materials*, 27 (2), 45—50.
30. Mirsalimov, V.M., Hasanov, Sh.G. (2014). Modeling of crack nucleation in covering on an elastic base, *Int. J. of Damage Mechanics*, 23(3), 430—450.
31. Hasanov, F.F. (2014). Nucleation of cracks in isotropic medium with periodic system of the circular holes filled with rigid inclusions, at longitudinal shear, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (3), 44—50 (in Russian).
32. Hasanov, F.F. (2014). Modelling of crack nucleation in the fibre of composite reinforced with unidirectional fibres under shear, *Problems of Mechanical Engineering*, 17 (2), 17-25 (in Russian).
33. Kalantarly, N.M. (2014). Cracking in circular disk under the influence of volume forces, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (6), 23—30 (in Russian).
34. Mirsalimov, V.M., Hasanov, F.F. (2015). Nucleation of cracks in an isotropic medium with periodic system of rigid inclusions under transverse shear, *Acta Mechanica*, Vol. 226, Iss.2, 385—395.
35. Mirsalimov, V.M., Kalantarly, N.M. (2015). Modelling of cracking in circular disk loaded by concentrated forces, *Saratov University News. New Series. Series Mathematics. Mechanics. Informatics*, (1), 90—97 (in Russian).
36. Mirsalimov, V.M., Kalantarly, N.M. (2015). Crack nucleation in circular disk under mixed boundary conditions, *Archives of Mechanics*, Vol. 67, Iss. 2, 115—136.
37. Mirsalimov, V.M., Kalantarly, N.M. (2015). Cracking in a circular disk under mixed boundary conditions, *Acta Mechanica*, Vol. 226, Iss. 6, 1897—1907.
38. Mirsalimov, V.M., Ismailova, R.I. (2016). Crack nucleation in rod fuel element, *Tyazheloe mashinostroenie*, (5). 10—16 (in Russian).
39. Mirsalimov, V.M. (1987). *Non-One-Dimensional Elastoplastic Problems*. Moscow: Nauka, 256 p.
40. Panasyuk, V.V., Savruk, M.P., Datsyshyn, A.P. (1976). *The Stress Distribution around Cracks in Plates and Shells*. Kiev: Naukova Dumka. 443. (in Russian).
41. Ladopoulos, E.G. (2000). *Singular Integral Equations, Linear and Non-Linear Theory and its Applications in Science and Engineering*. Berlin: Springer Verlag. 553.

CRACKING IN SHEET STRUCTURAL ELEMENT UNDER NON-UNIFORM STRESS FIELD

Sh.H. HASANOV

We give a mathematical description of calculation model for cracking in sheet structural element under a non-uniform stress field. The model of pre-fracture zones in state of plastic flow under constant stresses was accepted. The boundary value problem for interaction of zones of weakened interparticle material bonds in the sheet structural element under influence of the inhomogeneous stress field is reduced to a system of singular integral equations. The integral equations further reduce to a system of nonlinear algebraic equations for solution of which we use the method of successive approximations. Sizes of the prefracture zones and limit value of external loads at which in the sheet structural element the cracking occurs are found. KEY WORDS: sheet structural element, non-uniform stress field, pre-fracture zone in a state of plastic flow, cracking.

Article history: Received: March 3, 2017. Revised: May 21, 2017. Accepted: June 14, 2017.

About the author: Hasanov Sh.H., DSc, Professor, Azerbaijan Technical University, Azerbaijan, AZ1073, Baku, Pr. G. Javid, 25; E-mail: iske@mail.ru

For citation: Hasanov Sh.H. (2017). Cracking in sheet structural element under non-uniform stress field. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (4), 19-28.

DOI: 10.22363/1815-5235-2017-4-19-28

УДК 539.371: 539.22

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА БУБНОВА - ГАЛЕРКИНА ДЛЯ ОЦЕНКИ УСТОЙЧИВОСТИ АНИЗОТРОПНЫХ ПЛАСТИН

Г.Л. КОЛМОГОРОВ, доктор технических наук, профессор.

Т.Е. МЕЛЬНИКОВА, кандидат технических наук, доцент.

Е.О. АЗИНА, бакалавр техники и технологий.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Пермский национальный исследовательский
политехнический университет»;

614990, г. Пермь-ГСП, Комсомольский проспект, д. 29, dpm@pstu.ru

Предложена методика оценки устойчивости анизотропных пластин, основанная на применении метода Бубнова – Галеркина. В качестве примера рассмотрена задача расчета устойчивости ортотропной прямоугольной пластины, шарнирно опертой по контуру, под действием в срединной поверхности сжимающей нагрузки.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: анизотропия, устойчивость, пластина, критическая нагрузка, метод Бубнова – Галеркина, сжатие

Конструкционные элементы, выполненные из композиционных материалов, широко применяются в машиностроении, например, авиастроении, космической технике, судостроении. Подобные элементы часто можно представить в форме пластины. Оценка устойчивости в условиях эксплуатации и несущей способности таких конструкционных элементов является актуальной задачей, которая требует учета специфических особенностей поведения при деформировании анизотропных материалов [1-3]. Характерным видом расчетов конструкций из композиционных анизотропных материалов являются расчеты на устойчивость при действии сжимающей нагрузки в срединной поверхности анизотропных пластин [3, 4]. В работе предложена методика расчета на устойчивость при сжатии прямоугольных пластин из ортотропного материала, как частного случая учета анизотропии упругих свойств [2].

В работе [5] рассмотрен расчет на устойчивость анизотропной (ортотропной) прямоугольной пластины, свободно опертой по контуру, при действии усилий в плоскости срединной поверхности. Методика расчета при этом основана на применении решения аналогичного решению Навье с использованием двойных тригонометрических рядов [4]. Авторами получены математические соотношения, определяющие условия потери устойчивости ортотропной прямоугольной пластины и позволяющие рассчитать минимальные значения критической нагрузки.

В данной работе приведена методика расчета на устойчивость при сжатии ортотропной прямоугольной пластины с использованием метода Бубнова - Галеркина [6]. При этом учтено, что анизотропный материал пластины в отношении своих упругих свойств обладает тремя плоскостями симметрии [1, 2]. Для описания характеристики упругих свойств ортотропного материала в случае плоского напряженного состояния достаточно знать четыре упругих постоянных материала: E'_x , E'_y – аналоги модулей упругости в направлении осей x и y соответственно, E' - упругая постоянная, которая связывает направления x и y , G - модуль сдвига ортотропного материала.

Устойчивость пластины при сложном нагружении определяется поперечной нагрузкой и силами, действующими в плоскости срединной поверхности. Дифференциальное уравнение сложного изгиба анизотропной прямоугольной пластины без учета поперечной нагрузки имеет вид [5]:

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0, \quad (1)$$

где $w(x,y)$ – функция прогибов; $H = D_1 + 2D_{xy}$;

$D_x = \frac{E'_x h^3}{12}$, $D_y = \frac{E'_y h^3}{12}$, $D_1 = \frac{E'' h^3}{12}$, $D_{xy} = \frac{Gh^3}{12}$ - жесткости при изгибе в соответствующих направлениях; h – толщина пластины; N_x, N_y, N_{xy} – погонные усилия, действующие в срединной поверхности пластины.

Для решения дифференциального уравнения (1) используем приближенный метод решения задач – метод Бубнова – Галеркина, в соответствие с которым искомая функция прогибов задается в виде ряда [6]

$$w(x, y) = \sum_{i=1}^n b_i w_i(x, y), \quad (2)$$

где b_i – неизвестные коэффициенты; $w_i(x,y)$ - подходящие функции, удовлетворяющие крайевым условиям задачи изгиба прямоугольной пластины под действием сжимающей нагрузки, лежащей в срединной поверхности; n – количество членов ряда.

По методу Бубнова – Галеркина с учетом (1) и (2) должны выполняться равенства:

$$\iint \sum_{i=1}^n b_i \left[D_x \frac{\partial^4 w_i}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w_i}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w_i}{\partial y^4} - N_x \frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} - N_y \frac{\partial^2 w_i}{\partial y^2} - 2N_{xy} \frac{\partial^2 w_i}{\partial x \partial y} \right] w_k dx dy = 0, \quad (k=1,2,\dots,n). \quad (3)$$

Применение метода Бубнова – Галеркина позволяет привести уравнения (3) к системе n алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} b_1 \delta_{11} + b_2 \delta_{12} + \dots &= 0, \\ b_1 \delta_{21} + b_2 \delta_{22} + \dots &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Коэффициенты δ_{ik} ($i = 1,2,\dots,n$; $k = 1,2,\dots,n$) системы (4) определяются следующим интегралом, который рассчитывается по площади пластины:

$$\delta_{ik} = \delta_{ki} = \iint \left[D_x \frac{\partial^4 w_i}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w_i}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w_i}{\partial y^4} - N_x \frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} - N_y \frac{\partial^2 w_i}{\partial y^2} - 2N_{xy} \frac{\partial^2 w_i}{\partial x \partial y} \right] w_k dx dy = 0. \quad (5)$$

Система уравнений (4) имеет ненулевое решение при условии равенства нулю определителя, составленного из коэффициентов δ_{ik} [6]. Записав это условие, имеем

$$\det = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \dots & \delta_{nn} \end{bmatrix} = 0. \quad (6)$$

Раскрывая определитель (6), получим уравнение n -ой степени, из решения которого определяются значения критической нагрузки.

В качестве примера применения приведенной методики рассмотрим задачу оценки устойчивости прямоугольной свободно опертой по контуру ортотропной пластины под действием сжимающего усилия N_x . Расчетная схема задачи приведена на рис. 1.

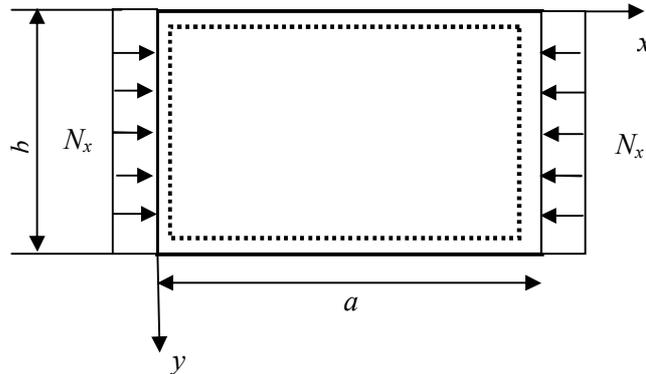


Рис.1. Расчетная схема нагружения пластины

Дифференциальное уравнение (3) с учетом того, что усилие N_x является сжимающим, примет вид

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0. \quad (7)$$

Функция прогибов пластины должна удовлетворять граничным условиям свободного опирания по контуру, а именно:

$$w(0, y) = 0; \quad w(a, y) = 0; \quad w(x, 0) = 0; \quad w(x, b) = 0;$$

$$\left. \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right|_{x=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right|_{x=a} = 0; \quad \left. \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right|_{y=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right|_{y=b} = 0. \quad (8)$$

В этом случае можно задать функцию $w(x, y)$ в виде двойного тригонометрического ряда:

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} b_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad (9)$$

где m и n – количество полуволн синусоид в направлении x и y при сжатии и потере устойчивости пластины.

Преобразования и вычисления, произведенные с функцией (9) и соответствующие методу Бубнова – Галеркина, приводят к соотношению, определяющему значение нагрузки N_x в следующем виде:

$$N_x = D_x \frac{m^2 \pi^2}{a^2} + 2H \frac{n^2 \pi^2}{b^2} + D_y \frac{n^4 \pi^2 a^2}{b^4 m^2}. \quad (10)$$

В задачах устойчивости актуальным является определение минимальных значений критической нагрузки. Предполагая, что при потере устойчивости пластина деформируется в направлении y в форме, соответствующей одной полуволне синусоиды ($n=1$), из соотношения (10) определили значение сжимающей нагрузки N_x в виде:

$$N_x = D_x \frac{m^2 \pi^2}{a^2} + 2H \frac{\pi^2}{b^2} + D_y \frac{\pi^2 a^2}{b^4 m^2}, \quad (11)$$

Минимальное значение усилия (11) определили из условия:

$$\frac{\partial N_x}{\partial m} = 0. \quad (12)$$

Из условия (12) рассчитали значение параметра m , соответствующее минимальному значению N_x , а, следовательно, критическому значению сжимающей нагрузки:

$$m = \sqrt[4]{(D_y a)/(D_x b)}. \quad (13)$$

Подставим (13) в (11), получим окончательно выражение для расчета критической нагрузки:

$$N_{кр} = \frac{2\pi^2(H + \sqrt{D_x D_y})}{b^2}. \quad (14)$$

Зная характеристики ортотропного материала, используя соотношение (14), можно рассчитать критическую нагрузку при потере устойчивости прямоугольной свободно опертой по контуру ортотропной пластины при сжатии.

В частном случае, при сведении решения, полученного для критической нагрузки при оценке устойчивости ортотропной пластины, к анализу устойчивости изотропной пластины следует принять $D_x = H = D_y = D$ (D – цилиндрическая жесткость изотропной пластины). При этом из (14) получим

$$N_{кр} = \frac{4\pi^2 D}{b^2}. \quad (15)$$

Значение критической нагрузки (15) совпадает с известным решением задачи устойчивости изотропной свободно опертой квадратной пластины [7, 8].

Таким образом, предложена методика определения критической нагрузки при оценке устойчивости анизотропной (ортотропной) пластины с использованием процедуры метода Бубнова - Галеркина. Методика применена для решения задачи устойчивости ортотропной свободно опертой по контуру прямоугольной пластины при сжатии в одном направлении под действием нагрузки, приложенной в срединной поверхности. Сведение полученного решения к задаче устойчивости изотропной пластины показало согласование полученного решения с известным решением задачи устойчивости квадратной свободно опертой по контуру изотропной пластины под действием сжимающей нагрузки, ориентированной в одном направлении.

С п и с о к л и т е р а т у р а

1. Лехницкий С.Г. Анизотропные пластинки. – М.: Гостехиздат, 1957. — 463 с.
2. Кристенсен Р. Введение в механику композитов: пер. с англ. – М.: Мир, 1982. — 334 с.
3. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1988. — 446 с.
4. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки: пер. с англ.- М.: Наука, 1966. — 635 с.
5. Колмогоров Г.Л., Зиброва Е.О. Вопросы устойчивости анизотропных пластин// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений, 2015, № 2. С. 65 — 69.
6. Красносельский М.А, Вайникко Г.М., Забрейко П.П., Рутцкий Я.Б., Стеценко В.Я. Приближенное решение операторных уравнений. – М.: Наука, 1969. — 456 с.
7. Саргсян А.Е. Строительная механика. Механика инженерных конструкций: учеб. для вузов. – М.: Высшая школа, 2008. — 462 с.
8. Leissa Arthur W. A Review of Laminated Composite Plate Buckling// *Appl. Mech. Rev.*, 40(5), 1987, p. 575 — 591.

Поступила в редакцию 28 марта 2017 г. Прошла рецензирование 28 апреля 2017 г.

Принята к публикации 14 июня 2017 г.

Об авторах:

КОМОГОРОВ ГЕРМАН ЛЕОНИДОВИЧ, доктор технических наук, профессор кафедры Динамики и прочности машин, Пермский национальный исследовательский университет, 614990, пермский край, г. Пермь, Комсомольский проспект, 29, E-mail: dpm@pstu.ru

МЕЛЬНИКОВА ТАТЬЯНА ЕВГЕНЬЕВНА, кандидат технических наук, доцент кафедры Динамики и прочности машин, Пермский национальный исследовательский университет, 614990, пермский край, г. Пермь, Комсомольский проспект, 29, E-mail: dpm@pstu.ru

АЗИНА ЕЛЕНА ОЛЕГОВНА, магистр техники и технологий, кафедра Динамики и прочности машин, Пермский национальный исследовательский университет, 614990, пермский край, г. Пермь, Комсомольский проспект, 29, E-mail: dpm@pstu.ru

Для цитирования: Колмогоров Г.Л., Мельникова Т.Е., Азина Е.О. Применение метода Бубнова - Галеркина для оценки устойчивости анизотропных пластин// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – № 4. – С. 29 — 33.

DOI: 10.22363/1815-5235-2017-4-29-33

References

1. Lechnitsky, S.G. (1957). *Anisotropnye Plastinki [Anisotropic Plates]*, M.: Gostechizdat, 463 p.
2. Kristensen, R. (1982). *Vvedenie v Mekhaniku Kompozitov [Introduction in Mechanics of Composites]*, M.: Mir, 334 p. (in Russian).
3. Vasiljev, V.V. (1988). *Mechanika Konsrukcij iz Kompozitnyh Materialov [Mechanics of Structures from Composite Materials]*, M.: Mashinostroenie, 446 p. (in Russian).
4. Timoshenko, S.P., Vojnovski-Kriger, C. (1966). *Plastinki i Obolochki [Plates and Shells]*, M.: Nauka, 635 p.
5. Kolmogorov, G.L., Zibrova, E.O. (2015). The Sustainability of Anisotropic Plates. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (2), 65 — 69 (in Russian).
6. Krasnoselskij, M.A., Vajnikko, G.M., Zabrejko, P.P., Rutitskij, JaB, Stetsenko, V.Ja. (1969). *Priblizhennoe Reshenie Operatornyh Uravnenij [Approximate Solution of Operator Equations]*, Moscow: Nauka, 456 p. (in Russian).
7. Sargsyan, A.E. (2008). *Stroitel'nay Mekhanika. Mekhanika inženernykh Konstrukcij [Structural Mechanics. Mechanics of Engineering Structures]*, Moscow: Vysshaya shkola, 462 p. (in Russian).
8. Leissa Arthur W. (1987). A Review of Laminated Composite Plate Buckling, *Appl. Mech. Rev.*, 40(5), 575 — 591.

APPLICATION OF THE BUBNOV-GALERKIN METHOD FOR ASSESSMENT OF STABILITY OF NON-ISOTROPIC PLATES

G.L. KOLMOGOROV, T.E. MELNIKOVA, E.O. AZINA
Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia

The technique of assessment of stability of non-isotropic plates based on application of the Bubnov-Galerkin method is offered. As an example, the problem of analysis of stability of an orthotropic rectangular plate, by the hinge opera on a contour, under action in a median surface of compression load is considered.

KEW WORDS: anisotropy, stability, plate, critical load, the Bubnov-Galerkin method, compression.

Article history: Received: March 28, 2017. Revised: April 28, 2017. Accepted: June 14, 2017.

About the authors:

KOLMOGOROV GERMAN LEONIDOVICH was born in 1940, graduated from the Ural polytechnical institute of S. M. Kirov (Sverdlovsk) in 1962. The Doctor of technical sciences, professor of the department of dynamics and strength of machine in Perm National Research Polytechnic University. He is the author more than 200 publications. The main research areas are: processing of metals pressure, theory of plates and envelopes, static and dynamic stability of structures, mechanic of a deformable solid body, E-mail: dpm@pstu.ru

MELNIKOVA TATIANA EVGENJEVNA was born in 1951, graduated from Perm polytechnic institute in 1974, Ph-doctor of technical sciences, docent of the department of dynamics and strength of machine in Perm National Research Polytechnic University. She is the author of over 80 publications. The main research areas are: processing of metals pressure, theory of plates and shells, static and dynamic stability of structures, mechanic of a deformable solid body, E-mail: dpm@pstu.ru

AZINA ELENA OLEGOVNA was born in 1992, graduated from Perm National Research Polytechnic University in 2016, Bachelor of technique and technologies of the department of dynamics and strength of machine in Perm National Research Polytechnic University. She is the author of the 4 publications. The main research areas are: processing of metals pressure, theory of plates and shells, static and dynamic stability of structures, E-mail: dpm@pstu.ru

For citation: Kolmogorov G.L., Melnikova T.E., Azina E.O. Application of the Bubnov-Galerkin method for assessment of stability of non-isotropic plates. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (4), 29—33.

DOI: 10.22363/1815-5235-2017-4-29-33

Расчет и проектирование строительных конструкций

УДК 624.04

**ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОБ ИЗГИБЕ МНОГОСЛОЙНОЙ БАЛКИ
В РЯДАХ ФУРЬЕ**

Р.А. ТУРУСОВ, д-р физ.-мат. наук, профессор,

В.И. АНДРЕЕВ, д-р техн. наук, профессор,

Н.Ю. ЦЫБИН, аспирант

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет,

129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; rob-turusov@yandex.ru

В статье получено решение задачи об изгибе шарнирно-опёртой многослойной балки под действием нормальной равномерно-распределенной нагрузки и вынужденных продольных усилий. Взаимодействие слоев осуществляется с помощью контактного слоя, в котором происходит межмолекулярное взаимодействие вещества адгезива с субстратом. Предполагается, что контактный слой является анизотропной средой, представляющей массив коротких упругих стерженьков – связей, не контактирующих между собой. Метод контактного слоя позволяет решать задачи определения концентрации касательных напряжений, возникающих на границах между слоями и в угловых точках, их изменение, например, в процессе ползучести, а также определять физические характеристики контактного слоя на основе экспериментальных данных.

На основе исходных дифференциальных уравнений получено решение в виде разложения в ряды Фурье по синусам для общего случая многослойной балки. Приведен пример расчета трехслойной балки. Проанализирована сходимость полученного решения в зависимости от числа учитываемых членов разложения.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: композит, многослойная балка, изгиб, ряды Фурье, краевой эффект, метод контактного слоя, разрешающие уравнения.

Исходная система уравнений

Исходная система дифференциальных уравнений, полученная в [1] для задачи изгиба многослойной балки (рис. 1), записывается в виде

$$\left. \begin{aligned} D_k \frac{d^4 v_k}{dx^4} &= e_k^- b g_k^* \left(\frac{N_k + N_{f,k}}{B_k} - \frac{N_{k-1} + N_{f,k-1}}{B_{k-1}} + \frac{d^2 v_k}{dx^2} e_k^- + \frac{d^2 v_{k-1}}{dx^2} e_{k-1}^+ \right) + \\ &+ e_k^+ b g_{k+1}^* \left(\frac{N_{k+1} + N_{f,k+1}}{B_{k+1}} - \frac{N_k + N_{f,k}}{B_k} + \frac{d^2 v_{k+1}}{dx^2} e_{k+1}^- + \frac{d^2 v_k}{dx^2} e_k^+ \right) - \\ &\quad - e_k^* b (v_k - v_{k-1}) + e_{k+1}^* b (v_{k+1} - v_k) + q_k; \\ \frac{d^2 N_k}{dx^2} &= g_k^* b \left(\frac{N_k + N_{f,k}}{B_k} - \frac{N_{k-1} + N_{f,k-1}}{B_{k-1}} + \frac{d^2 v_k}{dx^2} e_k^- + \frac{d^2 v_{k-1}}{dx^2} e_{k-1}^+ \right) - \\ &\quad - g_{k+1}^* b \left(\frac{N_{k+1} + N_{f,k+1}}{B_{k+1}} - \frac{N_k + N_{f,k}}{B_k} + \frac{d^2 v_{k+1}}{dx^2} e_{k+1}^- + \frac{d^2 v_k}{dx^2} e_k^+ \right). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

В уравнения (1): v_k , N_k – перемещение и соответственно продольная сила в слое k ; D_k , B_k – приведенные жесткость на изгиб и сжатие слоя k определяемые из выражений:

$$B_k = \int_{F_k} E_k dF_k; \quad D_k = \int_{F_k} E_k y_k^2 dF_k;$$

E_k – модуль Юнга слоя k ; b – ширина балки; e_k^-, e_k^+ – расстояние от верхней и нижней грани слоя k до нейтральной оси соответственно,

$$e_k^- = \frac{\int_0^{h_k} E_k(\xi_k) \xi_k d\xi_k}{\int_0^{h_k} E_k(\xi_k) d\xi_k}; \quad e_k^+ = h_k - e_k^-;$$

ξ_k – переменная, отсчитываемая от верхней грани слоя k ; h_k – толщина слоя k ; g_k^*, e_k^* – приведенная жесткость контактного слоя k на сдвиг и сжатие:

$$g_k^* = \frac{G_k^*}{h_k^*}; \quad e_k^* = \frac{E_k^*}{h_k^*}.$$

Все величины, относящиеся к контактному слою, отмечены символом *.

$N_{f,k}$ – вынужденные усилия в слое k , обусловленные наличием предварительного натяжения, действием температуры и т.д. Пример с учетом данных усилий можно найти, например, в работах [2 – 5]; q_k – нормальная равномерно-распределенная нагрузка в слое k .

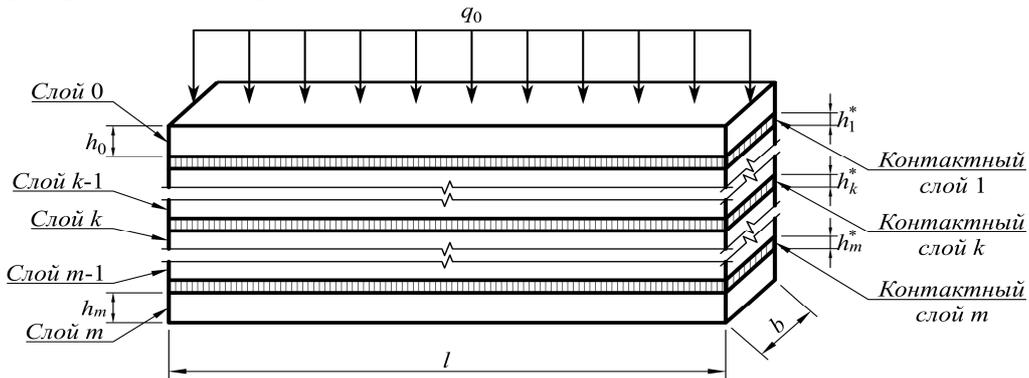


Рис. 1 Модель многослойной балки

Из системы уравнений (1) путем подстановки $k = 0 \dots m$, где $m + 1$ – число слоев, можно получить частные случаи разрешающих уравнений.

Граничные условия

Будем рассматривать шарнирно-опёртую балку (рис. 2), граничные условия для которой записываются в виде:

$$v_k(0) = v_k(l) = \frac{d^2}{dx^2}[v_k(0)] = \frac{d^2}{dx^2}[v_k(l)] = N_k(0) = N_k(l) = 0. \quad (2)$$

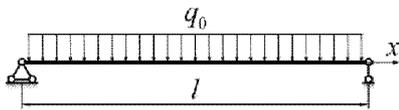


Рис. 2 Расчетная схема

Для данных граничных условий решение системы уравнений (1) можно получить в виде разложения в ряды Фурье по синусам, так как в этом случае все граничные условия будут удовлетворены.

Разложение исходных функций в ряды Фурье

В общем случае разложение произвольной функции в ряд Фурье по синусам с периодом $T = l$ на интервале $x = 0 \dots l$ записывается в виде

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n \sin(\lambda_n x), \quad (3)$$

где $\lambda_n = \frac{\pi n}{l}$. Таким образом получим:

$$\left. \begin{aligned} v_k &= \sum_{n=1}^{\infty} v_k^n \sin(\lambda_n x); \frac{d^2 v_k}{dx^2} = -\lambda_n^2 \sum_{n=1}^{\infty} v_k^n \sin(\lambda_n x); \frac{d^4 v_k}{dx^4} = \lambda_n^4 \sum_{n=1}^{\infty} v_k^n \sin(\lambda_n x); \\ N_k &= \sum_{n=1}^{\infty} N_k^n \sin(\lambda_n x); \frac{d^2 N_k}{dx^2} = -\lambda_n^2 \sum_{n=1}^{\infty} N_k^n \sin(\lambda_n x). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Поперечную нагрузку и вынужденные усилия также необходимо разложить в ряды Фурье

$$\left. \begin{aligned} q_k &= \sum_{n=1}^{\infty} q_k^n \sin(\lambda_n x); \\ N_{f,k} &= \sum_{n=1}^{\infty} N_{f,k}^n \sin(\lambda_n x), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$q_k^n = \frac{2q_k}{l} \int_0^l \sin(\lambda_n x) dx = \frac{4q_k \sin^2\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{\pi \cdot n};$$

где

$$N_{f,k}^n = \frac{2N_{f,k}}{l} \int_0^l \sin(\lambda_n x) dx = \frac{4N_{f,k} \sin^2\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{\pi n}.$$

Преобразование исходной системы уравнений

Подставим выражения (4) и (5) в систему уравнений (1). После преобразований получим систему из двух разрешающих алгебраических уравнений для слоя k :

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{k,k-1}^n v_{k-1}^n + \beta_{k,k-1} N_{k-1}^n + \alpha_{k,k}^n v_k^n + \beta_{k,k} N_k^n + \alpha_{k,k+1}^n v_{k+1}^n + \beta_{k,k+1} N_{k+1}^n &= F_k^n; \\ \xi_{k,k-1}^n v_{k-1}^n + \psi_{k,k-1} N_{k-1}^n + \xi_{k,k}^n v_k^n - \psi_{k,k}^n N_k^n + \xi_{k,k+1}^n v_{k+1}^n + \psi_{k,k+1} N_{k+1}^n &= f_k^n, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

в которой

$$\alpha_{k,k-1}^n = e_{k-1}^+ e_k^- g_k^* \lambda_n^2 - e_k^*; \beta_{k,k-1} = \frac{e_k^- g_k^*}{B_{k-1}};$$

$$\alpha_{k,k}^n = \frac{D_k}{b} \lambda_n^4 + \lambda_n^2 \left[(e_k^-)^2 g_k^* + (e_k^+)^2 g_{k+1}^* \right] + e_k^* + e_{k+1}^*; \beta_{k,k} = \frac{1}{B_k} (e_k^+ g_{k+1}^* - e_k^- g_k^*);$$

$$\alpha_{k,k+1}^n = e_{k+1}^- e_k^+ g_{k+1}^* \lambda_n^2 - e_{k+1}^*; \beta_{k,k+1} = -\frac{e_k^+ g_{k+1}^*}{B_{k+1}};$$

$$F_k^n = \frac{q_k^n}{b} + e_k^- g_k^* \left(\frac{N_{f,k}^n}{B_k} - \frac{N_{f,k-1}^n}{B_{k-1}} \right) + e_k^+ g_{k+1}^* \left(\frac{N_{f,k+1}^n}{B_{k+1}} - \frac{N_{f,k}^n}{B_k} \right);$$

$$\xi_{k,k-1}^n = g_k^* \lambda_n^2 e_{k-1}^+; \psi_{k,k-1} = \frac{g_k^*}{B_{k-1}};$$

$$\xi_{k,k}^n = \lambda_n^2 (g_k^* e_k^- - g_{k+1}^* e_k^+); \psi_{k,k}^n = -\frac{\lambda_n^2}{b} - \frac{1}{B_k} (g_k^* + g_{k+1}^*);$$

$$\xi_{k,k+1}^n = -g_{k+1}^* \lambda_n^2 e_{k+1}^-; \psi_{k,k+1} = \frac{g_{k+1}^*}{B_{k+1}}; f_k^n = g_k^* \left(\frac{N_{f,k}^n}{B_k} - \frac{N_{f,k-1}^n}{B_{k-1}} \right) - g_{k+1}^* \left(\frac{N_{f,k+1}^n}{B_{k+1}} - \frac{N_{f,k}^n}{B_k} \right).$$

Система разрешающих уравнений для балки в целом может быть получена из уравнений (6) и представлена в матричной форме для n -го члена разложения следующим образом:

$$[A]_n \cdot [x]_n = [\eta]_n, \quad (7)$$

где $[A]_n$ – матрица коэффициентов размером $2m \times 2m$; $[x]_n$ – вектор неизвестных длиной $2m$; $[\eta]_n$ – вектор приложенных усилий длиной $2m$.

Решением системы уравнений (7) является выражение

$$[x]_n = [\eta]_n \cdot [A]_n^{-1}. \quad (8)$$

В развернутой форме систему (7) можно записать в виде:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{0,0}^n & \beta_{0,0} & \alpha_{0,1}^n & \beta_{0,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \xi_{0,0}^n & \Psi_{0,0}^n & \xi_{0,1}^n & \Psi_{0,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & \dots & \alpha_{k,k-1}^n & \beta_{k,k-1} & \alpha_{k,k}^n & \beta_{k,k} & \alpha_{k,k+1}^n & \beta_{k,k+1} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \xi_{k,k-1}^n & \Psi_{k,k-1} & \xi_{k,k}^n & \Psi_{k,k} & \xi_{k,k+1}^n & \Psi_{k,k+1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{m,m-1}^n & \beta_{m,m-1} & \alpha_{m,m}^n & \beta_{m,m} \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \xi_{m,m-1}^n & \Psi_{m,m-1} & \xi_{m,m}^n & \Psi_{m,m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_0^n \\ N_0^n \\ \vdots \\ v_k^n \\ N_k^n \\ \vdots \\ v_m^n \\ N_m^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0^n \\ f_0^n \\ \vdots \\ F_k^n \\ f_k^n \\ \vdots \\ F_m^n \\ f_m^n \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Стоит заметить, что при вычислении коэффициентов в первых и последних двух строках матрицы $[A]_n$ и вектора $[\eta]_n$ необходимо учесть, что $g_0^* = g_{m+1}^* = e_0^* = e_{m+1}^* = 0$.

Пример расчёта. Модель трехслойной балки. Разрешающие уравнения для трехслойной балки.

В качестве примера расчета рассмотрим трехслойную балку (рис. 3), состоящую из двух внешних слоев углепластика и внутреннего слоя синтактика на основе полых стеклянных микросфер. Подобные конструкции все чаще находят себе применение в авиастроении и машиностроении, где необходимо обеспечить высокую жесткость и прочность, заменяя собой металлы, имея более низкую массу.

Стоит заметить, что слои эпоксидной смолы, скрепляющие субстрат, в данной схеме не учитываются.

В данном случае разрешающая система уравнений (7) примет вид:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{0,0}^n & \beta_{0,0} & \alpha_{0,1}^n & \beta_{0,1} & 0 & 0 \\ \xi_{0,0}^n & \Psi_{0,0}^n & \xi_{0,1}^n & \Psi_{0,1} & 0 & 0 \\ \alpha_{1,0}^n & \beta_{1,0} & \alpha_{1,1}^n & \beta_{1,1} & \alpha_{1,2}^n & \beta_{1,2} \\ \xi_{1,0}^n & \Psi_{1,0}^n & \xi_{1,1}^n & \Psi_{1,1} & \xi_{1,2}^n & \Psi_{1,2} \\ 0 & 0 & \alpha_{2,1}^n & \beta_{2,1} & \alpha_{2,2}^n & \beta_{2,2} \\ 0 & 0 & \xi_{2,1}^n & \Psi_{2,1} & \xi_{2,2}^n & \Psi_{2,2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_0^n \\ N_0^n \\ v_1^n \\ N_1^n \\ v_2^n \\ N_2^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0^n \\ f_0^n \\ F_1^n \\ f_1^n \\ F_2^n \\ f_2^n \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Коэффициенты, входящие в систему уравнений (10), имеют вид:

$$\alpha_{0,0}^n = \frac{D_0}{b} \lambda_n^4 + \lambda_n^2 (e_0^+)^2 g_1^* + e_1^*; \quad \beta_{0,0} = \frac{e_0^+ g_1^*}{B_0}; \quad \alpha_{0,1}^n = e_1^- e_0^+ g_1^* \lambda_n^2 - e_1^*; \quad \beta_{0,1} = -\frac{e_0^+ g_1^*}{B_1};$$

$$\xi_{0,0}^n = -\lambda_n^2 g_1^* e_0^+; \quad \Psi_{0,0}^n = -\frac{\lambda_n^2}{b} - \frac{g_1^*}{B_0}; \quad \xi_{0,1}^n = -g_1^* \lambda_n^2 e_1^-; \quad \Psi_{0,1} = \frac{g_1^*}{B_1};$$

$$\alpha_{1,0}^n = e_0^+ e_1^- g_1^* \lambda_n^2 - e_1^*; \beta_{1,0} = \frac{e_1^- g_1^*}{B_0};$$

$$\alpha_{1,1}^n = \frac{D_1}{b} \lambda_n^4 + \lambda_n^2 \left[(e_1^-)^2 g_1^* + (e_1^+)^2 g_2^* \right] + e_1^* + e_2^*;$$

$$\beta_{1,1} = \frac{1}{B_1} (e_1^+ g_2^* - e_1^- g_1^*); \alpha_{1,2}^n = e_2^- e_1^+ g_2^* \lambda_n^2 - e_2^*; \beta_{1,2} = -\frac{e_1^+ g_2^*}{B_2};$$

$$\xi_{1,0}^n = g_1^* \lambda_n^2 e_0^+; \psi_{1,0} = \frac{g_1^*}{B_0}; \xi_{1,1}^n = \lambda_n^2 (g_1^* e_1^- - g_2^* e_1^+);$$

$$\psi_{1,1}^n = -\frac{\lambda_n^2}{b} - \frac{1}{B_1} (g_1^* + g_2^*); \xi_{1,2}^n = -g_2^* \lambda_n^2 e_2^-; \psi_{1,2} = \frac{g_2^*}{B_2};$$

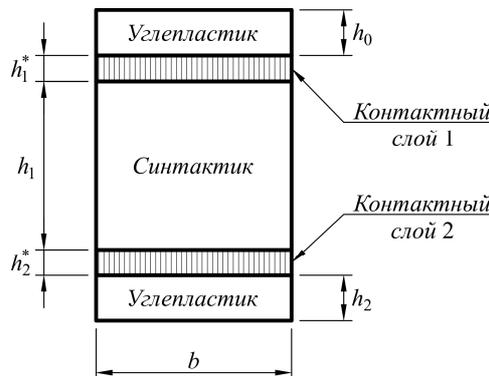


Рис. 3 Модель трехслойной балки

$$\alpha_{2,1}^n = e_1^+ e_2^- g_2^* \lambda_n^2 - e_2^*; \beta_{2,1} = \frac{e_2^- g_2^*}{B_1}; \alpha_{2,2}^n = \frac{D_2}{b} \lambda_n^4 + \lambda_n^2 (e_2^-)^2 g_2^* + e_2^*; \beta_{2,2} = -\frac{e_2^- g_2^*}{B_2};$$

$$\xi_{2,1}^n = g_2^* \lambda_n^2 e_1^+; \psi_{2,1} = \frac{g_2^*}{B_1}; \xi_{2,2}^n = \lambda_n^2 g_2^* e_2^-; \psi_{2,2}^n = -\frac{\lambda_n^2}{b} - \frac{g_2^*}{B_2};$$

$$F_0^n = \frac{q_0^n}{b} + e_0^+ g_1^* \left(\frac{N_{f,1}^n}{B_1} - \frac{N_{f,0}^n}{B_0} \right); f_0^n = -g_1^* \left(\frac{N_{f,1}^n}{B_1} - \frac{N_{f,0}^n}{B_0} \right);$$

$$F_1^n = \frac{q_1^n}{b} + e_1^- g_1^* \left(\frac{N_{f,1}^n}{B_1} - \frac{N_{f,0}^n}{B_0} \right) + e_1^+ g_2^* \left(\frac{N_{f,2}^n}{B_2} - \frac{N_{f,1}^n}{B_1} \right);$$

$$f_1^n = g_1^* \left(\frac{N_{f,1}^n}{B_1} - \frac{N_{f,0}^n}{B_0} \right) - g_2^* \left(\frac{N_{f,2}^n}{B_2} - \frac{N_{f,1}^n}{B_1} \right);$$

$$F_2^n = \frac{q_2^n}{b} + e_2^- g_2^* \left(\frac{N_{f,2}^n}{B_2} - \frac{N_{f,1}^n}{B_1} \right); f_2^n = g_2^* \left(\frac{N_{f,2}^n}{B_2} - \frac{N_{f,1}^n}{B_1} \right).$$

Выражения для n -ых членов разложения функций в ряды Фурье, полученные из системы уравнений (10) весьма громоздки, поэтому здесь не приводятся.

При расчете использованы следующие геометрические и физико-механические характеристики

$$h_0 = h_2 = 2 \text{ мм}; h_1 = 30 \text{ мм}; b = 10 \text{ мм}; E_0 = E_2 = 3.5 \cdot 10^5 \text{ МПа}; E_1 = 2.6 \cdot 10^3 \text{ МПа};$$

$$q = 1 \frac{\text{кН}}{\text{м}}; l = 500 \text{ мм}; g_1^* = g_2^* = 10^4 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}; e_1^* = e_2^* = 10^4 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}.$$

Модуль Юнга E_1 для синтактика на основе стеклосфер с наполнением 50% получен из результатов испытания на растяжение 5 образцов стержней на испытательной машине MTS insight 100.

Из решения системы (10) определяются перемещения и продольные силы для каждого из слоев. Остальные параметры балки выражаются через них следующим образом

$$M_k = -D_k \frac{d^2 v_k}{dx^2}; \quad Q_k = -D_k \frac{d^3 v_k}{dx^3} + \tau_k^* b e_k^- + \tau_{k+1}^* b e_k^+; \quad (11)$$

$$\varphi_k = \frac{dv_k}{dx}; \quad \tau_1^* = -\frac{1}{b} \frac{dN_1}{dx}; \quad \tau_2^* = \frac{1}{b} \frac{dN_2}{dx}.$$

Исследование сходимости аналитического решения в рядах, по сравнению с численным решением

На рисунках 4, 5 приведены кривые, демонстрирующие погрешность вычисления прогибов в середине балки и касательных напряжений на краю для слоя 1, полученные из решения в рядах, по сравнению с численным решением исходной системы для различного числа учтенных членов разложения [4]. Для остальных параметров кривые имеют аналогичный характер.

Для численного решения исходной системы уравнений использовался метод Рунге-Кутты 5-го порядка с максимально допустимой погрешностью 10^{-8} .

Сходимость данных величин в слое 0 будет проанализирована отдельно, в связи с наличием в них краевых эффектов.

Погрешность вычислялась следующим образом:

$$\delta f(x) = \left| \frac{f_{\text{числ.}}(x)}{f_{\text{ряд.}}(x, n_{\text{max}})} - 1 \right|, \quad (12)$$

где n_{max} – число учитываемых членов разложения.

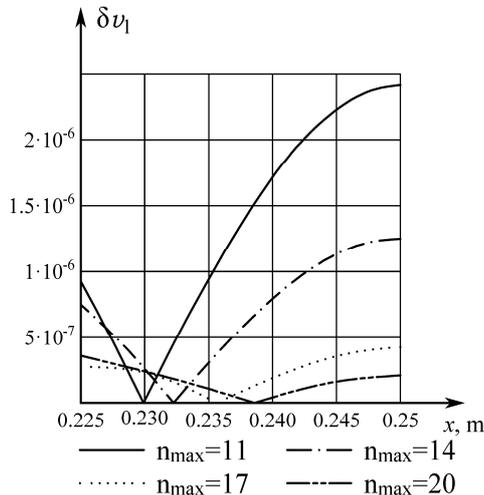


Рис. 4. Погрешность вычисления прогибов

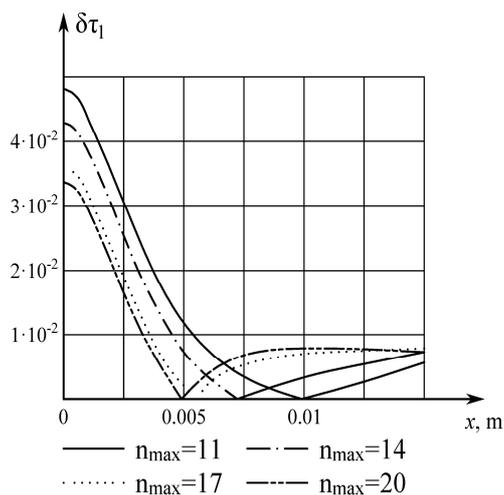


Рис. 5. Погрешность вычисления касательных напряжений в контактном слое

Для слоя 0 произведено отдельное сравнение сходимости моментов и поперечных сил, в связи с тем, что сходимость данных величин в результате возникновения краевого эффекта и, соответственно, существенной нелинейности, намного хуже. На рисунках 6, 7 показаны зависимости, демонстрирующие данный факт.

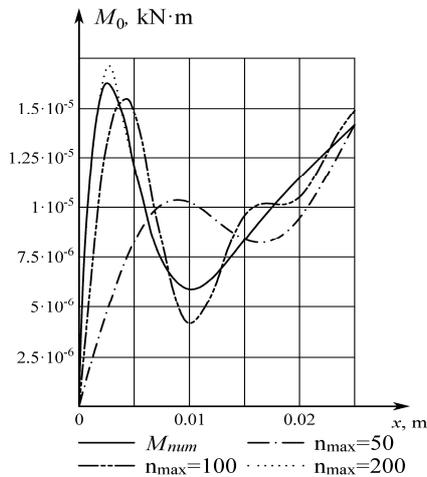


Рис. 6. Эпюры моментов для различного числа членов ряда и численного решения

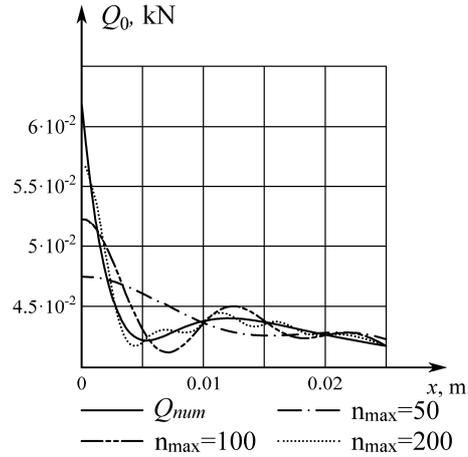


Рис. 7. Эпюры поперечных сил для различного числа членов ряда и численного решения

На рис. 8, 9 приведены нормированные графики, отражающие характер изменения напряженно-деформированного состояния трехслойной балки в слое 1 при 20 учитываемых членах разложения и слое 0 при 500 членах разложения.

Нормирование осуществлялось по следующей формуле:

$$\bar{f}(x) = \frac{f(x)}{\max[f(x)]}. \quad (13)$$

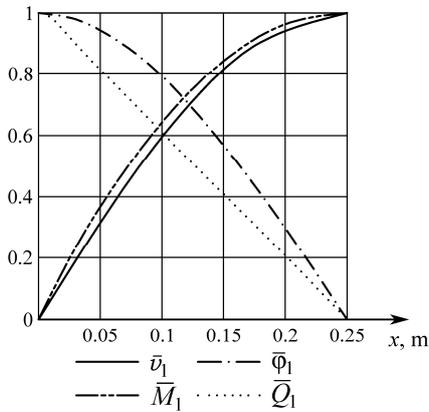


Рис. 8. Перемещения, углы поворота и усилия в слое 1

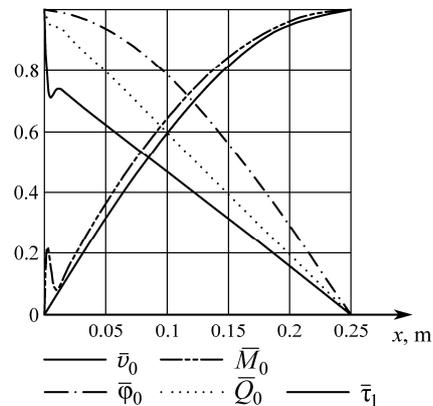


Рис. 9. Перемещения, углы поворота и усилия в слое 0, а также напряжения в контактном слое 1

На представленных графиках не отображены продольные силы в связи с тем, что характер их распределения совпадает с характером распределения моментов.

Заключение

Разработана методика решения задачи об изгибе многослойной-шарнирно опертой балки на основе разложения в ряды Фурье по синусам. Данный метод представлен в матричном виде, в результате чего решение может быть легко получено с использованием современным программных комплексов линейной алгебры.

Стоит заметить, что ряды для перемещений, углов поворота, моментов и продольных сил достаточно быстро сходятся, в результате решение с допустимой погрешностью в 5% можно получить уже при 10 учитываемых членах разложения. Для поперечных сил и касательных напряжений аналогичную погрешность имеет решение со 100 учитываемыми членами разложения. Однако, для анализа напряженно-деформированного состояния в зоне краевого эффекта необходимо рассматривать решения с учетом порядка 200-500 членов разложения в зависимости от условий нагружения модели.

Разработанный метод может использоваться также в задачах ползучести [7,8] для уточнения краевого эффекта.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. Андреев В.И., Турусов Р.А., Цыбин Н.Ю. Определение напряженно-деформированного состояния трехслойной балки с применением метода контактного слоя// Вестник МГСУ. – 2016. – № 4. – С. 17 — 26.
2. Андреев В.И., Турусов Р.А., Цыбин Н.Ю. Напряженное состояние слоистого композита при нормальном отрыве. Часть 1// Научное обозрение. – 2015. – № 24. С. 98-101.
3. Андреев В.И., Турусов Р.А., Цыбин Н.Ю. Напряженное состояние слоистого композита при нормальном отрыве. Часть 2// Научное обозрение. – 2015. – № 24. С. 102-106.
4. Турусов Р.А., Маневич Л.И. Метод контактного слоя в адгезионной механике// Одномерные задачи. Клеи. Герметики. Технологии. – 2009. – № 6. – С. 2 — 12.
5. Маневич Л.И., Павленко А.В. Об учете структурной неоднородности композита при оценке адгезионной прочности// Прикладная механика и техническая физика. – 1982. – № 3 (133). – С. 140 — 145.
6. Andreev V.I., Turusov R.A., Tsybin N.Yu. Application of the Contact Layer in the Solution of the Problem of Bending the Multilayer Beam// Procedia Engineering. – 2016. – №153. – P. 59 — 65
7. Andreev V.I., Yazyev B.M., Chepurnenko A.S. On the bending of a thin polymer plate at nonlinear creep// Advanced Materials Research. – 2014. –Vol. 900. – P. 707 — 710.
8. Andreev V.I., Chepurnenko A.S., Yazyev B.M. Energy method in the calculation stability of compressed polymer rods considering creep// Advanced Materials Research. – 2014. Vol. 1004-1005. – P. 257 — 260.

Поступила в редакцию 13 марта 2017 г. Прошла рецензирование 12 мая 2017 г.

Принята к публикации 14 июня 2017 г.

Об авторах:

ТУРУСОВ РОБЕРТ АЛЕКСЕЕВИЧ родился в 1940 году в г. Москва, окончил Московский физико-технический институт в 1965 году, доктор физико-математических наук, профессор, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26. Область научных интересов: физика и механика композитов и полимеров. E-mail: rob-turusov@yandex.ru

АНДРЕЕВ ВЛАДИМИР ИГОРЕВИЧ родился в 1941 году в г. Москва, окончил Московский физико-технический институт в 1964 году, академик Российской академии архитектуры и строительных наук, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой сопротивления материалов, главный ученый секретарь Ассоциации строительных вузов, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26. Область научных интересов: механика неоднородных тел, теория толстых оболочек, E-mail: asv@mgsu.ru

ЦЫБИН НИКИТА ЮРЬЕВИЧ родился в 1992 году в г. Новомосковск, окончил Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет в 2015 году, аспирант кафедры сопротивления материалов, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26. Тема кандидатской диссертации «Определение напряженно-деформированного состояния многослойных конструкций с применением метода контактного слоя», E-mail: science@nikitatsybin.ru

Для цитирования: Турусов Р.А., Андреев В.И., Цыбин Н.Ю. Общее решение задачи об изгибе многослойной балки в рядах Фурье// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – № 4. – С. 34 — 42.

DOI: 10.22363/1815-5235-2017-4-34-42

References

1. Andreev, V.I., Turusov, R.A., Tsybin, N.Yu. (2016). Opredeleniye napryazhonno-deformirovannogo sostoyaniya trechslonnoy balki s primeneniym metoda kontaktnogo sloya [The determination of stress-strain state of three-layered beam with application of a method of contact lay]. *Vestnik MGSU*, (4), 17 — 26 (in Russian).
2. Andreev, V.I., Turusov, R.A., Tsybin, N.Yu. (2015). Napryazhonnoye sostoyaniye sloistogo kompozita pri normalnom otryve [Stress state of layered composite with normal take-off]. Part 1. *Nauchnoye obozreniye*, (24), 98 — 101 (in Russian).
3. Andreev, V.I., Turusov, R.A., Tsybin, N.Yu. (2015). Napryazhonnoye sostoyaniye sloistogo kompozita pri normalnom otryve [Stress state of layered composite with normal take-off]. Part 2. *Nauchnoye obozreniye*, (24), 102 — 106 (in Russian).
4. Turusov, R.A., Manevich, L.I. (2009). Metod kontaktnogo sloya v adgezionnoy mekhanike. Odnomernyye zalachi [A method of contact lay in mechanics]. *Klei. Germetiki. Tekhnologii*, (6), 2 — 12 (in Russian).
5. Manevich, L.I., Pavlenko, A.V. (1982). Ob uchete strukturnoy neodnorodnosti kompozita pri ochenke adgezionnoy prochnosti [On taken into consideration a structural non-linearity of composite under evaluation adhesion strength]. *Prikladnaya Mekhanika i Technicheskaya Fizika*, 3 (133), 140 — 145 (in Russian).
6. Andreev V.I., Turusov R.A., Tsybin N.Yu. (2016). Application of the Contact Layer in the Solution of the Problem of Bending the Multilayer Beam. *Procedia Engineering*, No 153, 59 — 65.
7. Andreev, V.I., Yazyev, B.M., Chepurnenko, A.S. (2014). On the bending of a thin polymer plate at nonlinear creep. *Advanced Materials Research*, Vol. 900, p. 707— 710.
8. Andreev, V.I., Chepurnenko, A.S., Yazyev, B.M. (2014). Energy method in the calculation stability of compressed polymer rods considering creep. *Advanced Materials Research*, Vol. 1004-1005, pp. 257 — 260.

**GENERAL SOLUTION OF BENDING OF MULTILAYER BEAMS
IN FOURIER SERIES**

R.A. TURUSOV, V.I. ANDREEV, N.Yu. TSYBIN

The article deals with the solution of the problem of bending of a hinged multilayer beam under the normal uniformly distributed load and induced axial forces. The interaction between layers is accomplished by the contact layer in which the substances of adhesive and substrate are mixed. We will consider the contact layer as the transversal anisotropic medium with such parameters that it can be represented as a set of short elastic rods, which are not connected to each other. The solution is obtained in the form of decomposition into Fourier series of sines. There is an example of the calculation of a three-layer beam. The convergence of the obtained solution is analyzed according to the number of accounted members of the decomposition

Article history: Received: March 13, 2017. Revised: May 12, 2017. Accepted: June 14, 2017.

About the authors:

TURUSOV ROBERT ALEKSEEVICH was born in 1940 in Moscow, graduated from the Moscow Institute of Physics and Technology in 1965, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, National Research Moscow State University of Civil Engineering, 129337, Moscow, Yaroslavskoe Highway, 26. Area of scientific interests: physics and mechanics of composites and polymers. E-mail: rob-turusov@yandex.ru

ANDREI VLADIMIR IGOREVICH was born in 1941 in Moscow, graduated from the Moscow Institute of Physics and Technology in 1964, Full member of the Russian Academy of Architecture and Building Sciences, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Strength of Materials Department, Chief Scientific Secretary of the Association of Civil Engineering Universities, National Research Moscow State University of Civil Engineering, 129337, Moscow, Yaroslavskoe Highway, 26. Scientific interests: theory of thick shells, E-mail: asv@mgsu.ru

TSYBIN NIKITA YURIEVICH was born in 1992 in Novomoskovsk, graduated from the National Research Moscow State University of Civil Engineering in 2015, graduate student of the Department of Strength of Materials, National Research Moscow State Building University, 129337, Moscow, Yaroslavskoe Highway, 26. Theme of the dissertation "Determination of the stress-strain state of multi-layer structures with using contact layer method", E-mail: science@nikitatsybin.ru

For citation:

Turusov R.A., Andreev V.I., Tsybin N.Yu. (2017). General solution of bending of multilayer beams in Fourier series. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (4), 34 — 42

DOI: 10.22363/1815-5235-2017-4-34-42

ВЛИЯНИЕ КАРКАСНОГО УСИЛЕНИЯ НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ДВУХЭТАЖНОЙ ПОСТРОЙКИ ИЗ МАЛОПРОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ

С.Ж. РАЗЗАКОВ, канд. техн. наук, доцент

С.А. ХОЛМИРЗАЕВ, канд. техн. наук, доцент

Наманганский инженерно-педагогический институт, Узбекистан
160103, Узбекистан, г. Наманган, проспект Дустлик, № 12.

На основе пространственной модели выполнены исследования напряженно-деформированного состояния двухэтажного здания из малопрочного материала для обоснования эффективности установки каркаса, способствующего снижению напряжений и деформаций в несущих конструкциях и обеспечивающих надежную эксплуатацию жилища в районах повышенной сейсмичности. Подбор физико-механических параметров для материала кладки осуществляется на основе натуральных экспериментов. Рассматриваются два варианта модели: без усиления и с усилением стен каркасом. Расчет коробчатой структуры производится численно методом конечных элементов

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: пространственный модель, напряженно-деформированное состояние, каркас, упругость, горизонтальная оттяжка, прочность, устойчивость, динамические характеристики, МКЭ.

Выбранная пространственная модель двух этажного дома, представляющая коробку с плоско-напряженными гранями, оконными, дверными проемами и жестким диском перекрытия, полностью соответствует реальному зданию. Основание модели жесткое. Возможность такого подхода обоснована в теоретических исследованиях статики [1,2,3] и динамики [4] коробчатой структуры, а также в работе [5], где экспериментально показана незначительная доля изгибных напряжений.

Расчет коробчатой структуры производится численно методом конечных элементов, позволяющим учесть реальную геометрию и наличие проемов, т.е. фактически производится расчет реальной упругой (в этом смысле, конечно, идеализированной) пространственной конструкции. При этом ее пространственное поведение создается за счет трех возможных перемещений граней и элементов каркаса конструкции, но без учета изгиба плоских элементов (стен).

Исходным уравнением для решения задачи методом конечных элементов является вариационное уравнение, выражающее равенство нулю суммы работ внутренних напряжений (δA_σ), массовых сил (веса) (δA_p) и сил инерции (δA_u) на возможных перемещениях

$$\delta A = \delta A_\sigma + \delta A_p + \delta A_u = \int_V \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV - \int_V \rho_n \ddot{u} \delta \bar{u} dV + \int_V \rho_n \bar{g} \delta \bar{u} dV = 0, \quad (1)$$

где \bar{u} , ε_{ij} , σ_{ij} – соответственно, вектор перемещений, тензоры деформаций и напряжений; ρ_n – плотность материала элементов системы (кладки и каркаса).

Граничные условия на жестком основании приняты однородными:

$$z = 0 : \delta u = \delta v = \delta w = 0. \quad (2)$$

Объединение матриц жесткости $[K]$ и масс $[M]$ всех элементов модели, согласно процедуре МКЭ, приводит к разрешающим уравнениям. В зависимости от задачи это могут быть алгебраические уравнения относительно перемещений узлов $\{u_i\}$ при заданной статической нагрузке $\{P\}$ (задача о напряженно-деформированном состоянии):

$$[K]\{u_i\} = \{P\} \quad (3)$$

или система однородных алгебраических уравнений (при определении собственных частот (ω) и форм колебаний $\{X\}$):

$$([K] - \omega^2 [M])\{X\} = 0. \quad (4)$$

Использование метода конечных элементов для определения прочности зданий из местных материалов предполагает знание физико-механических характеристик материала стен. Поскольку расчет производится в упругой стадии, то такой характеристикой, в первую очередь, являются модуль упругости E кладки, т.е. ни кирпича, ни раствора в отдельности, а именно кладки как упруго-деформируемого тела. Такая информация для кладки из местных малопрочных материалов в нормативной литературе отсутствует. Поэтому для определения указанного параметра автор использует экспериментально-теоретический подход, заключающийся в следующем.

Пользуясь рекомендациями [6], модуль упругости неармированной кладки определяется по формуле $E_0 = \alpha k R$ ($\alpha = 200 \div 1000$; $k = 2 \div 2,25$; $R = 0,05 \div 3,3$ МПа) и, в зависимости от марки кирпича и раствора, находится в достаточно широком диапазоне значений: от 200 до 7400 МПа. Экспериментально определенные периоды основных колебаний реальных построек из жженого глиняным раствором, сырцового кирпича и монолитной глины составили около 0,09 сек. Используя эти значения при выборе модуля упругости соответствующих пространственных моделей, было достигнуто совпадение периодов модели и реального здания из жженого кирпича глиняным раствором при $E = 0,3 \cdot 10^3$ МПа, а для сырцового кирпича и монолитной глины – при $E = 0,28 \cdot 10^3$ МПа. Выбранные параметры использовались при численных исследованиях деформации двух этажного дома при различном нагружении.

Исследуемая пространственная модель двух этажного здания из малопрочных материалов без каркаса и с каркасом представлена на рис.1, а, б. Каркас рассматривался в двух вариантах: круглые бревна ($\varnothing 12$ см) и бетонные стойки квадратного сечения ($a = 12$ см).

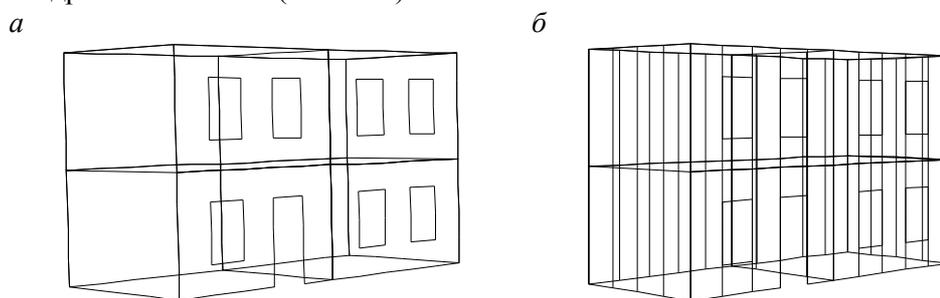


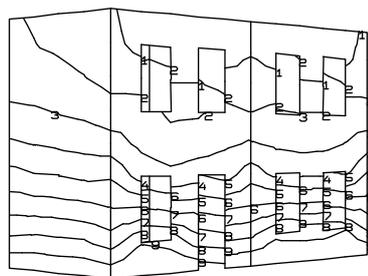
Рис. 1. Модель 2-этажного дома (а) и схема расположения каркаса (б)

Влияние каркаса на вертикальную осадку здания под собственным весом. Исходным при решении данной задачи является алгебраическое неоднородное уравнение (3), где правая часть ($\{P\}$) представляет вертикальный вектор собственного веса, распределенный по узловым точкам модели. Модуль упругости кладки $E = 0,3 \cdot 10^3$ МПа, вес перекрытия составляет 52 кН. Полученные при таких параметрах изолинии вертикальных смещений здания приведены на рис. 2: а) стены без каркаса; б) стены с деревянным каркасом. В таблицах приведены значения исследуемых параметров, соответствующие номерам изолиний. Так максимальные вертикальные смещения под действием собственного веса достигаются в верхних уровнях постройки и составляют 1,2 мм для здания с несущими кирпичными стенами (рис.2,а), 0,5 мм – в постройке с деревянным каркасом (рис.2,б) и почти 0,3 мм – для стен с бетонным каркасом.

Возникающие под собственным весом сжимающие (вертикальные) напряжения в стенах здания $\{\sigma_z\}$ приведены на рис. 3. Эти результаты показывают

значительное снижение максимальных напряжений: с $-0,14$ МПа (в отсутствии каркаса) до $-0,054$ МПа с деревянным каркасом. Изменяется и характер распределения напряжений. Если в стенах без каркаса наибольшие напряжения достигаются в передней стене, причем не только в основании, но и в областях, прилегающих к проемам (рис.3а), то наличие каркаса, снижая общий уровень напряжений, приводит к более равномерному их распределению по плоскости стен (рис.3б). При этом максимальные напряжения достигаются только в основании на стыках стен.

- а
- 0,13 мм - (9)
 - 0,24 мм - (8)
 - 0,36 мм - (7)
 - 0,48 мм - (6)
 - 0,60 мм - (5)
 - 0,72 мм - (4)
 - 0,84 мм - (3)
 - 0,96 мм - (2)
 - 1,08 мм - (1)
 - макс. смещение - 1,2 мм



- б
- 0,05 мм - (9)
 - 0,11 мм - (8)
 - 0,16 мм - (7)
 - 0,22 мм - (6)
 - 0,27 мм - (5)
 - 0,33 мм - (4)
 - 0,38 мм - (3)
 - 0,44 мм - (2)
 - 0,49 мм - (1)
 - Макс. смещение - 0,5 мм

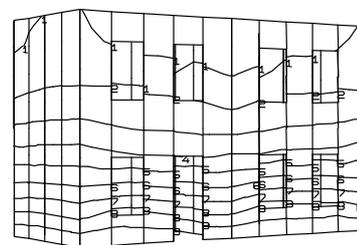


Рис. 2. Изолинии вертикальных смещений двухэтажного дома: с несущими кирпичными стенами (а) и с деревянным каркасом (б) под собственным весом

- 0,018 МПа - (9)
- 0,032 МПа - (8)
- 0,045 МПа - (7)
- 0,058 МПа - (6)
- 0,071 МПа - (5)
- 0,084 МПа - (4)
- 0,097 МПа - (3)
- 0,11 МПа - (2)
- 0,12 МПа - (1)
- $\{\sigma_z\}_{\max} = -0,14 \text{ МПа}$
- 0,008 МПа - (9)
- 0,013 МПа - (8)
- 0,018 МПа - (7)
- 0,023 МПа - (6)
- 0,028 МПа - (5)
- 0,034 МПа - (4)
- 0,039 МПа - (3)
- 0,044 МПа - (2)
- 0,049 МПа - (1)
- $\{\sigma_z\}_{\max} = -0,054 \text{ МПа}$

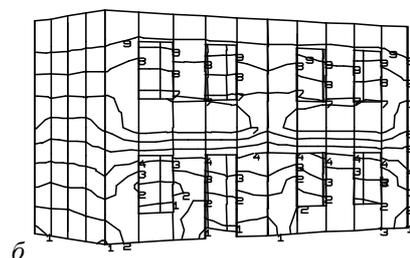
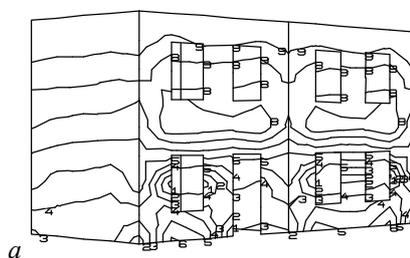


Рис.3. Изолинии вертикальных напряжений в двухэтажном здании с кирпичными стенами (а) и с каркасом под собственным весом (б)

Влияние каркаса на сдвиг здания при горизонтальной оттяжке. Здесь также исходным является система уравнений (3), где правая часть ($\{P\}$) представляет вектор горизонтальной нагрузки, распределенный по узловым точкам верхнего перекрытия. Деформация здания под действием горизонтальной нагрузки $P=25\text{кН}$ в масштабе (1:500) показана на рис.4.

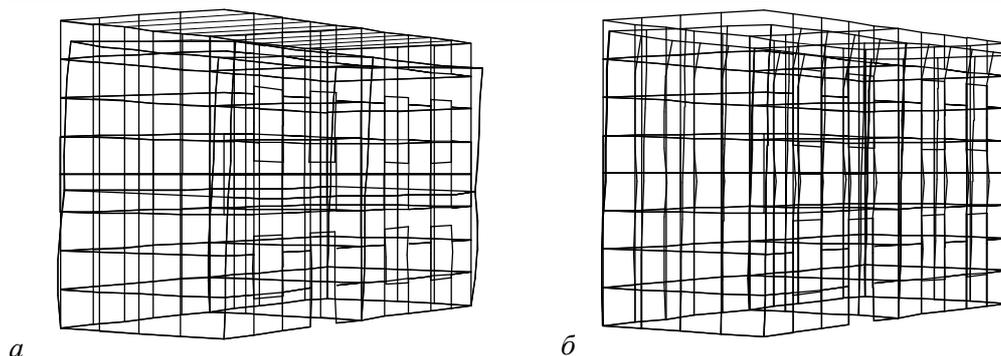


Рис. 4. Деформация постройки при оттягивающей нагрузке $P = 25 \text{ кН}$ на уровне покрытия: без каркаса (а) и с каркасом (б). Масштаб 1:500

Из рис. 4 видно уменьшение горизонтальных смещений верха здания при наличии каркаса в стенах. Рассматриваемая модель здания принимается линейно упругой, а для таких систем справедлив принцип суперпозиции, т.е. перемещения от совместного действия двух нагрузок - собственного веса и оттяжки - можно принимать как сумму перемещений от каждого из нагружений в отдельности. Вертикальные смещения модели от собственного веса уже были получены (рис. 2). Горизонтальные же смещения в направлении приложенной нагрузки на рис. 5 показывают, что их максимальные значения в верхнем уровне поперечных стен здания без каркаса составляют 0,57мм, установка каркаса уменьшает их до 0,36мм (деревянный каркас), а бетонные стойки - до 0,31мм.

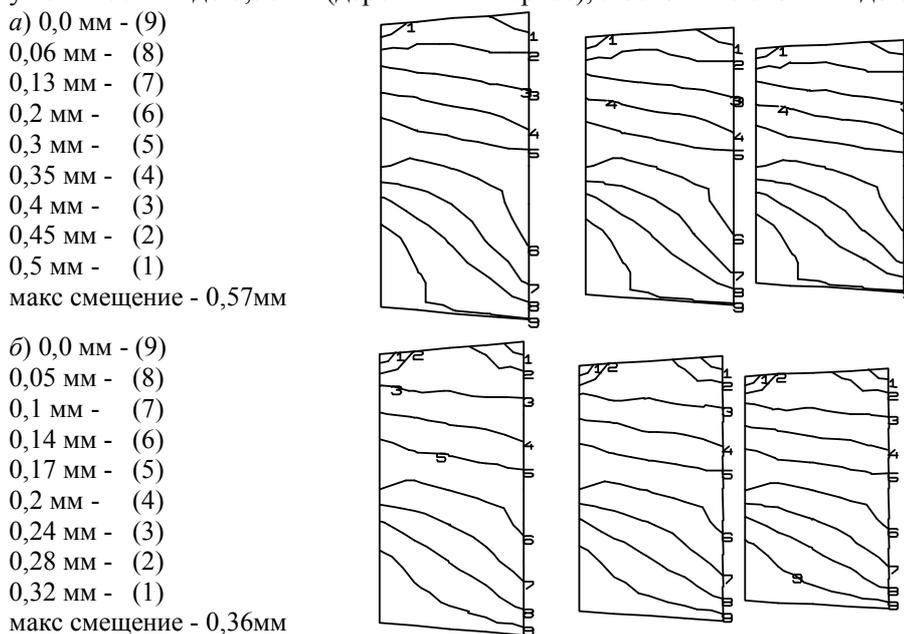


Рис. 5. Изолинии горизонтальных смещений двухэтажного здания: с несущими стенами (а) и с деревянным каркасом (б) при нагрузке $P = 25 \text{ кН}$

Сравнение результатов на рис. 5, а,б показывает, что наличие каркаса повышает устойчивость стен, уменьшая их деформацию в 1,5 раза по сравнению с кирпичными стенами без каркаса. Наибольшей деформации подвергаются верхние части стен на стыках с верхним перекрытием. Для выяснения вопроса возможно ли выпадение кладки в результате наклона каркаса, вызванного перемещением перекрытия, необходимо проверить условие эксплуатационной при-

годности конструкции здания с несущими элементами из хрупкого материала (кирпичной кладки), прикрепленными к несущим конструкциям (каркасу) [7,8], согласно которому относительное перемещение верха здания к его высоте не должно превышать $1/200$, т.е. $u_{\max}/H < 0,005$. При наличии каркаса u_{\max}/H составляет $0,003/6 = 0,0005$, т.е. при заданной горизонтальной статической нагрузке в поперечном направлении деформации конструктивной системы не превосходят допустимые.

Наибольшие касательные напряжения (рис. 6, а,б) в стенах поперечного направления в здании без каркаса располагаются по диагонали стен первого этажа здания и достигают величины 0,01 МПа. В стенах же, усиленных каркасом, максимальные касательные напряжения в центральном вертикальном сечении поперечных стен равны 0,006-0,007 МПа, что на 30-40% меньше, чем в стенах без каркаса. С увеличением жесткости каркаса изолинии касательных напряжений приобретают вертикальный характер, что свидетельствует об уменьшении перекоса стен с каркасом по сравнению с не усиленными стенами.

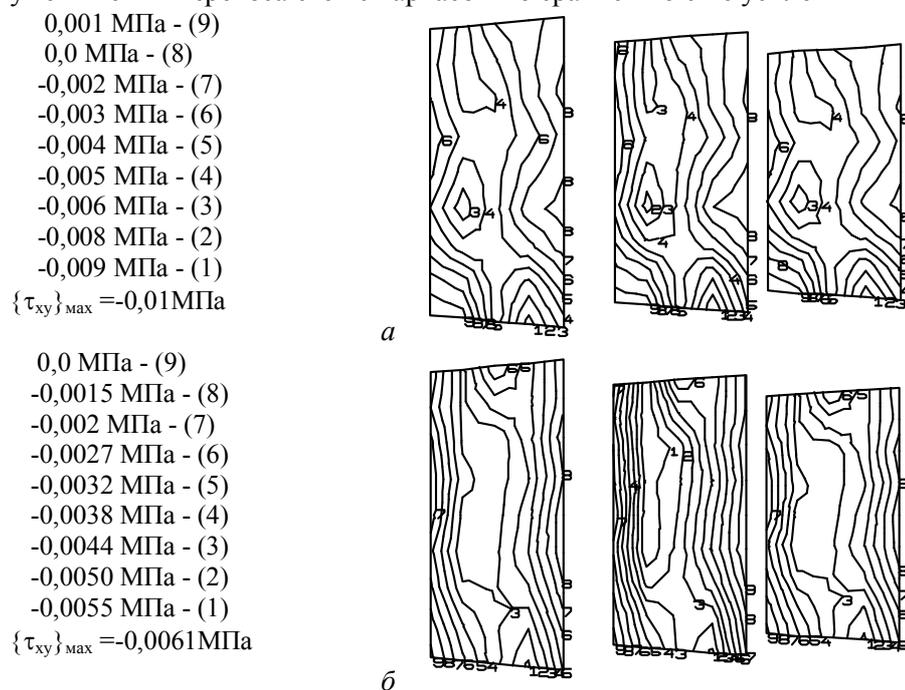


Рис. 6. Касательные напряжения в поперечных стенах без каркаса (а) и с каркасом (б) при нагрузке $P = 25$ кН

Таким образом, установка каркаса в стенах двухэтажного здания снижает сдвиговые напряжения в поперечных стенах на 30-40%.

Влияние каркаса на динамические характеристики, формирующие сейсмическую нагрузку на здание. Исходными для определения динамических характеристик является система уравнений (4).

Полученные первые две формы собственных колебаний двухэтажного дома (в плане) показаны на рис. 7 и представляют собой сдвиг (рис.7, а) и кручение перекрытия (рис.7, б). Обе формы сопровождаются перекосом стен. Перекос поперечных стен и наклон продольных сопровождается первой формой колебаний, а перекос всех стен - вторую. Поэтому расчет на сейсмическое воздействие должен учитывать сдвиговые деформации кирпичной кладки и проверку возможности выпадения кладки при наклоне стен.

Приведенные формы собственных колебаний соответствуют двухэтажному зданию как без каркаса, так и с каркасом. Периоды же собственных колебаний

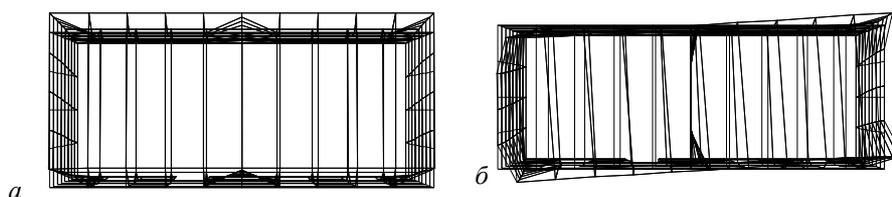


Рис. 7. Деформация двухэтажного здания по первой (а) и второй (б) форме собственных колебаний (вид сверху)

здания без каркаса по первым двум формам равны, соответственно, $T_1 = 0,158$ сек и $T_2 = 0,136$ сек, а для здания с каркасом - $T_{1д} = 0,143$ сек и $T_{2д} = 0,123$ сек (деревянный каркас) и $T_{1б} = 0,135$ сек и $T_{2б} = 0,117$ сек (бетонные стойки). Таким образом, установка каркаса приводит к увеличению жесткости здания, о чем свидетельствует уменьшение периодов собственных колебаний, причем чем жестче каркас (бетон), тем меньше период основных колебаний. При этом характер форм колебаний остается без изменений независимо от вида каркаса.

В результате проведенных исследований следуют выводы:

1. Использование пространственной модели при расчете глиняной постройки позволяет добиться идентификации экспериментально и теоретически полученных форм собственных колебаний зданий и выбрать упругие параметры материала кладки, необходимые для проведения прочностных расчетов построек с целью выявления их слабых участков.

2. Использование пространственной модели позволяет детально учесть наличие каркаса по периметру постройки и проанализировать особенности конструкции на предмет ее усиления. Так, полученные периоды и формы при наличии каркаса показали увеличение жесткости конструкции, что свидетельствует о повышении сейсмостойкости постройки и позволяет рекомендовать установку каркаса в стенах глиняных зданий.

3. Наличие каркаса позволяет не только в целом уменьшить осадку и напряжения в стенах двухэтажного здания, но и равномерно распределить напряжения по плоскости стен, снижая их в простенках между проемами.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. *Раззаков С.Ж.* Исследование напряженно-деформированного состояния одноэтажной постройки с внутренней перегородкой при статической отягивающей нагрузке по верхнему поясу строения [Текст] / С.Ж.Раззаков // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2016. – № 6. – С. 14 — 19.

2. *Большаков В.И.* Основы метода конечных элементов [Текст] / В.И.Большаков, Е.А.Яценко, Г.Соссу, М.Лемэр, Ж.М.Рейнуар, Ж.Кестенс, И.Кормо. – Пер с фр., отв. ред Е.А. Яценко. – Днепропетровск: ПГАСиА, 2000. – 255 с.

3. *Zienkiewicz O.C.* Three-dimensional analysis of buildings composed of floor and wall panels, [Text] / O.C. Zienkiewicz, C.J. Parech, B. Teply // Proc. Inst. of Civil Engineers. – 1971, July, vol. 49. – P. 319 — 332.

4. *Handa K.H.* Inplane vibration of box-type structures [Text] / K.H. Handa // Journal of Sound and Vibration. – 1972, 21(2). – P. 107 — 114.

5. *Макеев В.Б.* Статический расчет зданий из объемных блоков методом конечных элементов: Дис... канд. техн. наук/ В.Б. Макеев. – МИСИ им. Куйбышева, 1975. – 140 с.

6. *Дыховичный Ю.А.* Жилые и общественные здания: Краткий справочник инженера-конструктора [Текст]: Ю.А. Дыховичный, В.А. Максименко, А.Н. Кондратьев [и др.]; под ред. Ю.А. Дыховичного. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1991. – 656 с.

7. *КМК 2.03.07-98.* Каменные и армокаменные конструкции. – Т.: Госкомархитектстрой РУз, 1998. – С. 106.

8. *Кириленко В.Ф.* Вопросы прочности и расчета дощатоклееных балок переменной высоты [Текст]/ В.Ф. Кириленко // Строительство и архитектура. Известия высших учебных заведений. - Новосибирск, 1984. - №1. – С.11 — 13.

Поступила в редакцию 20 февраля 2017 г. Прошла рецензирование 12 мая 2017 г.

Принята к публикации 14 июня 2017 г.

Об авторах: РАЗЗАКОВ СОБИРЖОН ЖУРАЕВИЧ, канд. тех. наук, доцент, заведующий кафедрой «Строительство зданий и сооружений», Наманганский инженерно-педагогический институт, г. Наманган, Узбекистан, E-mail: sobirjonrsj@gmail.com.

ХОЛМИРЗАЕВ САТТОР АБДУЖАББОРОВИЧ, канд. тех. наук, доцент, заведующий кафедрой «Производство строительных материалов, изделий и конструкций», Наманганский инженерно-педагогический институт, г. Наманган, Узбекистан, E-mail: sattar59@mail.ru.

Для цитирования: Раззаков С.Ж., Холмирзаев С.А. Влияние каркасного усиления на напряженно-деформированное состояние двухэтажной постройки из малопрочных материалов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – № 4. – С. 43 — 49 .

DOI: 10.22363/1815-5235-2017-4-43-49

References

1. Razzakov, S.J. (2016). Research of stress-strain state of single-story buildings with internal partitions under static pulling load of the upper belt of a structure. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (6), 14 — 19.
2. Bolshakov, V.I., Yatsenko, E.A., Sossu, G., Lemer, M., Reynuar, J.M., Kestens, J., Kormo, I. (2000). *Osnovi Metoda Konechnih Elementov* [The bases of Method of Finite Elements]. Dnepropetrovsk: PGASiA, 255 p (in Russian).
3. Zienkiewicz, O.C., Parech, C.J., Teply, B. (1971). Three-dimensional analysis of buildings composed of floor and wall panels. *Proc. Inst. of Civil Engineers*, vol. 49, 319—332.
4. Handa, K.H. (1972). Inplane vibration of box-type structures. *Journal of Sound and Vibration*, 21(2), 107 — 114.
5. Makeev, V.B. (1975). Sticheskiy raschet zdaniy iz obyemnix blokov metodom konechnix elementov [Static Analysis of Buildings Made of Volume Blocks by Method of Finite Elements]. *Dis. of PhD, Moscow: MISI im. Kuybishev*, 140 p (in Russian).
6. Dikhovichniy, Yu.A., Maksimenko, V.A., Kondratyev, A.N. et al (1991). *Jiliye i Obshesvenniye Zdaniya: Kratkiy Spravochnik Injenera-Konstruktora* [Civil and Public Buildings: Brief Reference Book of Civil Engineer]. The 3d ed., Mjscow: Stroyizdat, 656 p (in Russian).
7. *KMK 2.03.07-98. Kamenniye I armokamenniye konstruksii* [Stone and Reinforced Stone Structures]. T.: Goskomarxitektstroy RUz, 1998, 106 p. (in Russian).
8. Kirilenko, V.F. (1984). Problems of strength and analysis of wooden beams of variable height. *Stroitelstvo i Arkhitektura. Izvestiya Visshikh Uchebnix Zavedeniy, Novosibirsk*, (1), 11 — 13 (in Russian).

INFLUENCE OF FRAME WORK STRENGTHENING ON THE STRESS-STRAIN STATE OF TWO-STOREY BUILDINGS OF LOW-STRENGTH MATERIALS

S.J. RAZZAKOV, S.A. KHOLMIRZAEV

*Namangan Engineering-Pedagogical Institute, 12, pr. Dustlik,
Namangan-city, Uzbekistan, 160103*

On the basis of the spatial model, the researches of stress-strain state of a two-story building from low-strength material for substantiate the effectiveness of the installation frame were fulfilled. The frame helps to reduce the stress and strain in the load-bearing structures and ensures reliable operation housing in areas with high seismicity. The choice of physical-and-mechanical characteristics for the material of brickwork is realized on the basis of natural experiments. Two models are considered: with strengthening and without strengthening of the walls by the frame. Analysis of a box-typed structure is carried out numerically by FEM.

Keywords: spatial model, the stress-strain state, the frame, the elasticity, the horizontal brace, strength, stability, dynamic characteristics, finite element method.

Article history: Received: February 20, 2017. Revised: May 12, 2017. Accepted: June 14, 2017.

About the authors: RAZZAKOV SOBIRJON JURAEVICH, Associate professor, Ph.D., head of department of Civil Engineering, Namangan engineering-pedagogical institute, Namangan-city, Uzbekistan, E-mail: sobirjonrsj@gmail.com.

KHOLMIRZAEV SATTOR ABDUJABBOROVICH, Associate professor, Ph.D., head of department of Production of Building Materials, Products and Structures, Namangan engineering-pedagogical institute, Namangan-city, Uzbekistan, E-mail: sattar59@mail.ru.

For citation: Razzakov, S.J., Kholmiraev, S.A. (2017). Influence carcass strengthening on the stress-strain state of two-story buildings of low-strength materials. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (4), 43 — 49. DOI: 10.22363/1815-5235-2017-4-43-49

Расчеты на устойчивость сетчатых оболочек

ВЛИЯНИЕ ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ НА РАСЧЁТНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ УСТОЙЧИВОСТИ ГИБКИХ СЕТЧАТЫХ ОДНОПОЛОСТНЫХ ГИПЕРБОЛОИДОВ ВРАЩЕНИЯ С ОБРАЗУЮЩИМИ РАЗЛИЧНЫХ ФОРМ

С.И. ТРУШИН, *д-р техн. наук, проф.*

Ф.И. ПЕТРЕНКО, *аспирант*

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет

129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26;

trushin2006@yandex.ru, igif_philip@mail.ru

В статье приводится сравнительный анализ устойчивости исходной формы равновесия сетчатых оболочек в форме однополостных гиперboloидов вращения. Расчеты выполнены как с учётом только геометрической, так и двойной (геометрической и физической) нелинейности. Рассмотрено влияние формы образующей однополостного гиперboloида вращения и физической нелинейности материала на его устойчивость в указанных постановках задачи. Приведены кривые равновесных состояний оболочек при нагрузке, действующей на верхнее основание.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: однополостный гиперboloид вращения, сетчатая оболочка, кривые равновесных состояний, устойчивость, геометрическая нелинейность, физическая нелинейность, прямолинейные образующие, образующие – гиперболы.

В статье рассматривается однополостный гиперboloид [1, 2], обладающий следующими геометрическими параметрами: высота $H=30$ м, диаметры оснований гиперboloида $D=30$ м, количество образующих оболочки $m=48$ пар. Все образующие в кольцах оснований сходятся между собой в сорока восьми точках. В качестве исходной, принята форма гиперboloида, удовлетворяющая уравнению вида [3]:

$$\frac{x^2}{\left(15 \cos \frac{10}{48} \pi\right)^2} + \frac{y^2}{\left(15 \cos \frac{10}{48} \pi\right)^2} - \frac{z^2}{\left(15 \operatorname{ctg} \frac{10}{48} \pi\right)^2} = 1 \quad (1)$$

где x, y, z – координаты точки в декартовой системе координат, начало которой расположено в центре горловины гиперboloида, а оси x и y лежат в её плоскости.

Рассматривается три вида сетчатого каркаса (К1, К3, и К5), где в качестве образующих принимаются гиперболы, лежащие на поверхности гиперboloида (1). Для сравнения рассматривается также сетчатый каркас, образованный системой прямолинейных образующих (К0). Гиперболы каркасов удовлетворяют уравнению вида:

(2)

В формуле (2) n – параметр, определяющий гиперболу для каждого из типов каркаса: $n=1$ – для К1, $n=3$ – для К3, $n=5$ – для К5. Уравнение (2) можно преобразовать, при $n=0$, в систему двух уравнений прямых–образующих гиперboloида с каркасом К0, являющихся также асимптотами для гипербол. Таким образом, образующие–гиперболы отличаются друг от друга приближением к асимптоте от К5 до максимально приближенной К1. Общий вид каркасов на примере К0 и К3 показан на рис. 1.

Узлы пересечений образующих приняты жёсткими. Закрепление узлов нижнего основания гиперboloида с основанием принимается шарнирным.

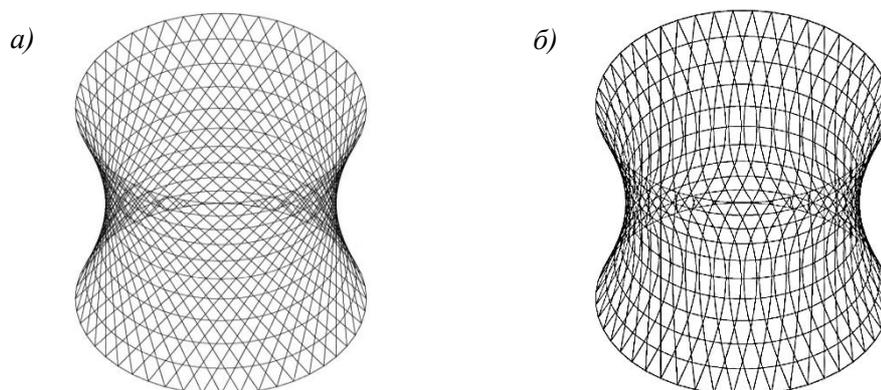


Рис. 1. Сетчатая оболочка в виде однополостного гиперboloида вращения:
 а) с прямолинейными образующими, каркас К0;
 б) с образующими-гиперболами, каркас К3

Устойчивость конструкции, определяемая значением критической силы, при которой происходит потеря устойчивости исходной формы равновесия, первоначально изучается в геометрически нелинейной постановке при действии нагрузки на верхнее основание. Нагружение задавалась вертикально ориентированными равномерными перемещениями всех узлов верхнего основания. Эквивалент производимого усилия найден как суммарная реакция всех шарнирно-неподвижных опор нижнего основания. Расчёт производился с помощью ВК *ANSYS Release 17.1*, реализующего метод конечных элементов [4-9].

На рис. 2 даны кривые равновесных состояний, полученные в геометрически нелинейной постановке, по которым определена критическая для каждой конструкции действующая нагрузка. Перемещения на полученных графиках взяты по направлению приложения нагрузки для узлов верхних оснований конструкций. График изменения критических значений действующей вертикальной нагрузки представлен на рис. 5.

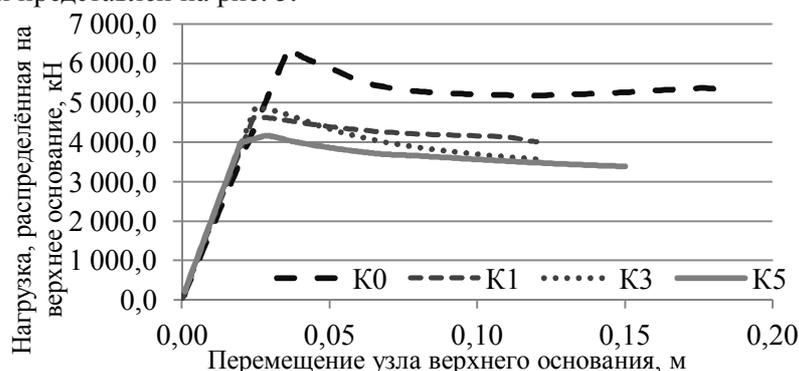


Рис. 2. Кривые равновесных состояний с учетом геометрической нелинейности при действии вертикальной равномерной нагрузки на верхнее основание

Получившаяся зависимость (рис. 5) и кривые равновесных состояний (рис. 2), полученные в геометрически нелинейной постановке, отражают действительное увеличение несущей способности конструкции при стремлении образующей-гиперболы к асимптоте. Выделяется конструкция К0, для которой значения критической нагрузки превышает те же значения для конструкций с образующими-гиперболами примерно на 30%. Надо отметить, что критическая на-

грузка для варианта К3, превышает значение критической нагрузки для конструкции К1.

Расчёт с учётом геометрической и физической нелинейности производится на нагрузку, которая также как и в геометрически нелинейной постановке задачи моделировалась в виде заданного перемещения по всем узлам верхнего основания. Таким образом, отличие от ранее выполненных расчётов заключается во введении параметров нелинейности материала элементов каркасов.

В целях упрощения расчетных предпосылок при анализе конструкций в упругопластической области диаграмма работы стали принимается билинейной (рис. 3). В этом случае до предела текучести сталь работает с начальным модулем упругости $E = \operatorname{tg} \alpha$, а при напряжениях $\sigma > \sigma_y$ – с модулем упругости $E_1 = \operatorname{tg} \varphi$.

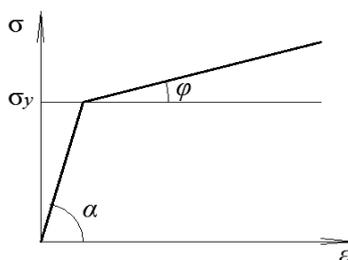


Рис. 3. Идеализированная диаграмма работы стали с линейным упрочнением

Геометрические характеристики элементов рассчитываемых каркасов приняты трубчатого сечения с наружным диаметром трубы $d = 83$ мм и толщиной стенки $\delta = 3$ мм. Материал элементов – сталь с начальным модулем упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, плотностью $\rho = 7850$ кг/м³, пределом текучести $R_{mT} = 250,0$ МПа (σ_y на рис.3). Модуль упрочнения материала определён как $E_1 = 2 \cdot 10^3$ МПа, который составляет 1% от начального модуля упругости материала.

Результатирующие кривые равновесных состояний показаны на рис. 4. Для всех конструкций величины предельных нагрузок отличаются друг от друга незначительно по сравнению с результатами расчетов с учетом только геометрической нелинейности. Критические значения, распределённой по узлам верхнего основания вертикальной нагрузки для конструкций, учитывающих геометрическую и физическую нелинейность (рис. 6), изменяются в обратной зависимости, в отличие от тех, что были найдены ранее (рис. 5).

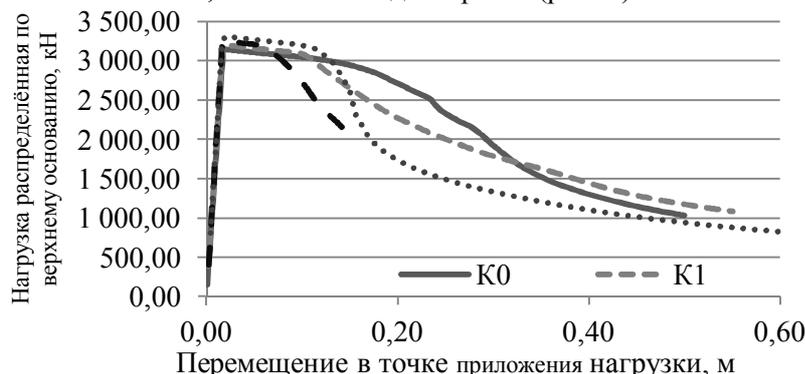


Рис. 4. Кривые равновесных состояний, построенные с учётом геометрической и физической нелинейности

Примечательно, что общая разница в полученных значениях критической нагрузки, действующей на верхнее основание, с учётом геометрической и физической нелинейности, для всех четырёх конструкций не превышает 5%. При

этом расчеты показывают, что конструкция К0 является наименее устойчивой, а конструкции с образующими-гиперболами тем более устойчивы, чем больше удаление образующей каркаса от асимптоты.

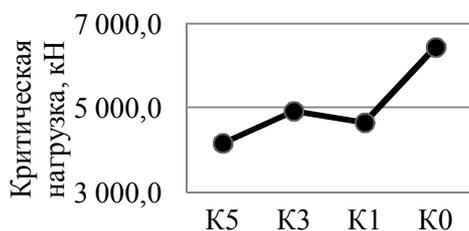


Рис. 5. График изменения критических нагрузок в геометрически нелинейной постановке

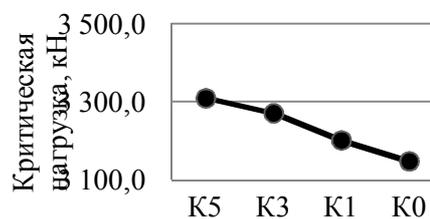


Рис. 6. График изменения критических нагрузок с учётом геометрической и физической нелинейности

Общую закономерность получаемых различий в критических силах за счёт введения физической нелинейности можно проследить на графике, приведенном на рис. 7, где показаны превышение критического значения нагрузки для упругого материала, над теми же значениями для физически нелинейного материала.

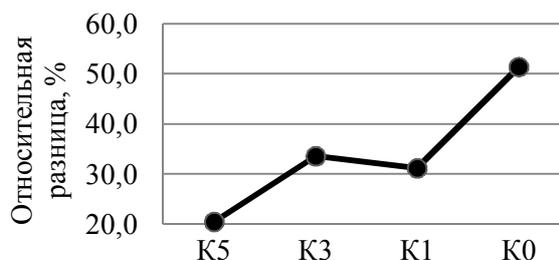


Рис. 7. Относительная разница между критическими значениями нагрузок для конструкций с упругими и с физически нелинейными характеристиками материала

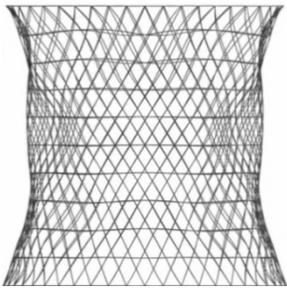
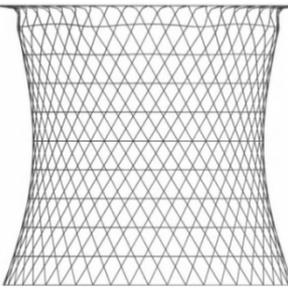
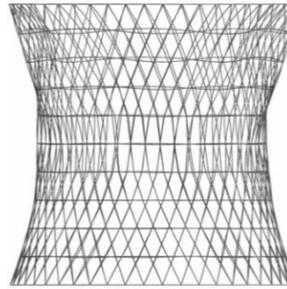
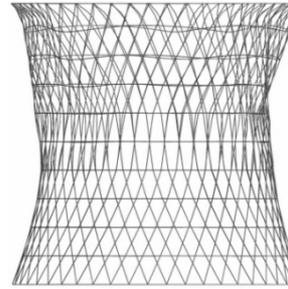
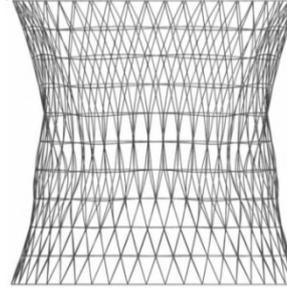
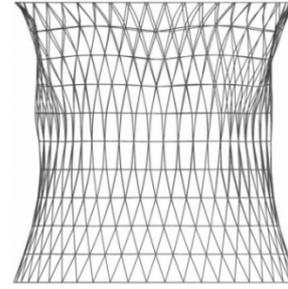
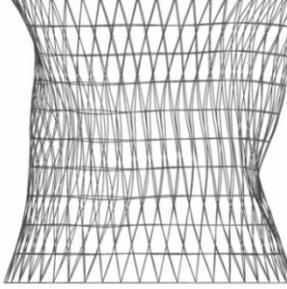
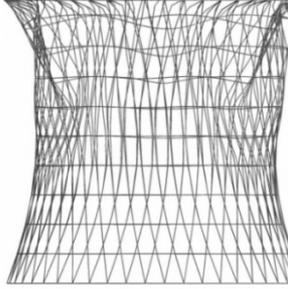
График на рис. 7 показывает что физическая нелинейность материала больше влияет на устойчивость конструкции К0 по сравнению с конструкцией К5.

В таблице 1 даны деформированные формы конструкций, получаемые под воздействием распределённой по верхнему основанию нагрузки в двух рассматриваемых постановках. Перемещения в конструкциях с целью наглядности показаны с множителем 1,9. Отметим то, что общий вид деформирования в геометрически нелинейной постановке для всех конструкций имеет сходный характер с образованием «волн» в оболочке. Так, для К0 их шесть, для К1 – пять, для К3 – четыре, а для К5 – три. С введением характеристик физической нелинейности в расчёт, формы деформирования имеют другой характер. Образуются новые «волны» и изломы поверхностей оболочек, переходящие от верхних частей конструкции вниз с отдалением гипербола-образующей от асимптоты, то есть от К1 к К5.

Расчёты в геометрически нелинейной постановке показывают увеличение несущей способности конструкции с приближением её образующей-гиперболы к асимптотам, а конструкция, образованная прямыми-образующими, является наиболее устойчивой. Полученный результат полностью подтверждает полученные ранее свойства изучаемых каркасов, рассмотренные в работах [10, 11].

Таблица 1.

Формы деформирования конструкций под воздействием вертикальной распределённой по узлам верхнего основания нагрузки при расчётах в двух постановках

Каркас	Деформированная схема конструкции при геометрически нелинейной постановке расчёта	Деформированная схема конструкции при геометрически и физически нелинейной постановке расчёта
1	2	3
К0		
К1		
К3		
К5		

Отсутствие прямой зависимости устойчивости конструкции от формы её образующей (рис. 5) можно обосновать наличием разнородности структур каркасов. Подобное также описывалось в указанных выше работах.

Полученные с учётом физической нелинейности результаты во многом меняют картину влияния формы образующей на характеристики напряженно-деформированного состояния каркаса. Возникает обратное явление, когда наиболее жёсткая структура каркаса, выявленная при расчете оболочек с учетом толь-

ко геометрической нелинейности, раньше достигает критического состояния. Это может быть обусловлено тем, что нагруженные элементы в верхней части конструкции вследствие достижения текучести раньше теряют несущую способность, чем происходит потеря устойчивости в нижних элементах сетчатой оболочки. При этом, чем менее жёсткая структура у каркаса, например К5, тем ниже будут смещаться в конструкции области местной складчатости.

Таким образом, для более эффективного использования возможностей структурного каркаса с образующими, приближенными или переходящими в прямую-асимптоту, следует, по возможности, избегать появления пластических деформаций в наиболее нагруженных элементах вблизи верхнего основания оболочки. Увеличивая жёсткость стержней лишь в верхних частях оболочки (относительно данного вида нагрузок), можно существенно повысить несущую способность сетчатого каркаса.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. *Кривошапко С.Н., Иванов В.Н.* Энциклопедия аналитических поверхностей. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. — 560 с.
2. *Krivoshapko S.N.* Static, vibration and buckling analysis and applications to one-sheet hyperboloidal shells of revolution // *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 55, No.3, 2002, 241 — 270
3. *Постников М.М.* Аналитическая геометрия. М.: Наука, 1973. – 754 с.
4. *Трушин С.И.* Строительная механика: метод конечных элементов. - М.: ИН-ФРА-М, 2016. — 305 с.
5. *Reddy J.N.* An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis. – New York: Oxford University Press, 2005. — 463 p.
6. *Bangerth W., Rannacher R.* Adaptive Finite Element Methods for Differential Equations. – Berlin: Birkhauser Verlag, 2003. — 207 p.
7. *Liu G.R., Quek S.S.* The Finite Element Method. A Practical course. – Oxford: Elsevier Science, 2003. — 348 p.
8. *Chen Z.* Finite Element Methods and Their Applications. – Berlin: Springer-Verlag, 2005. — 410 p.
9. *Chaskalovic J.* Finite Element Methods for Engineering Sciences. – Berlin: Springer-Verlag, 2008. – 267 p.
10. *Трушин С.И., Петренко Ф.И.* Влияние морфологии сетчатого гиперboloида на его напряженно-деформированное состояние, устойчивость и собственные частоты колебаний // *Строительная механика и расчет сооружений*. – 2014. – № 4. – С. 59 — 64.
11. *Трушин С.И., Петренко Ф.И.* Анализ устойчивости гибких сетчатых оболочек в форме гиперboloида вращения // *Научное обозрение*. – 2016. – № 6. – С. 95 — 99.

Поступила в редакцию 27 марта 2017 г. Прошла рецензирование 10 мая 2017 г.

Принята к публикации 14 июня 2017 г.

Об авторах:

ТРУШИН СЕРГЕЙ ИВАНОВИЧ, родился в 1951 году, окончил в 1974 году Саратовский политехнический институт. Доктор технических наук, профессор кафедры строительной и теоретической механики Национального исследовательского Московского государственного строительного университета (НИУ МГСУ), автор более 130 публикаций, включая научные статьи, учебные пособия и монографии. Основные направления исследований: численные методы строительной механики, метод конечных элементов, методы решения нелинейных задач, теория пластин и оболочек, статическая и динамическая устойчивость конструкций. 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; trushin2006@yandex.ru

ПЕТРЕНКО ФИЛИПП ИГОРЕВИЧ родился в 1991 году, окончил в 2013 году Московский государственный открытый университет. С 2013 года аспирант кафедры строительной и теоретической механики Национального исследовательского Московского государственного строительного университета (НИУ МГСУ). Основные направления исследований: формообразование сетчатых оболочек, метод конечных элементов, методы решения нелинейных задач, устойчивость сетчатых оболочек. 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; igif_philip@mail.ru

Для цитирования: *Трушин С.И., Петренко Ф.И.* Влияние физической нелинейности на расчётные показатели устойчивости гибких сетчатых однополостных гиперboloидов вращения с

References

1. *Krivoshapko, S.N., Ivanov, V.N.* (2010). *Encyclopedia of analytical surfaces*. M: Knizhnyi dom "LIBROKOM", 560 p.
2. *Krivoshapko, S.N.* (2002). Static, vibration and buckling analysis and applications to one-sheet hyperboloidal shells of revolution. *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 55, No.3, p. 241 — 270
3. *Postnikov, M.M.* (1973). *Analytic Geometry*. M: Nauka, 754 p.
4. *Trushin, S.I.* (2016). *Structural Mechanics: Finite Element Method*. M: INFRA-M, 305 p.
5. *Reddy, J.N.* (2005). *An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis*. New York: Oxford University Press, 463 p.
6. *Bangerth, W., Rannacher, R.* (2003). *Adaptive Finite Element Methods for Differential Equations*. Berlin: Birkhauser Verlag, 207 p.
7. *Liu, G.R., Quek, S.S.* (2003). *The Finite Element Method. A Practical course*. Oxford: Elsevier Science, 348 p.
8. *Chen, Z.* (2005) *Finite Element Methods and Their Applications*. Berlin: Springer-Verlag, 410p.
9. *Chaskalovic, J.* (2008) *Finite Element Methods for Engineering Sciences*. Berlin: Springer-Verlag, 267 p.
10. *Trushin, S.I., Petrenko, Ph.I.* (2014). The influence of the morphology of reticulated hyperboloid on its stress-strain state, stability and fundamental frequencies. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*, (4), p. 59 — 64.
11. *Trushin, S.I., Petrenko, Ph.I.* (2016). Analysis of the stability of flexible reticulated shells in the form of hyperboloid of revolution, *Science Review*, (6), p. 95 — 99.

INFLUENCE OF PHYSICAL NONLINEARITY ON THE CALCULATED INDICATORS OF STABILITY OF RETICULATED ONE-SHEET HYPERBOLOID OF REVOLUTION WITH DIFFERENT FORMS OF GENERATRICES

S.I. TRUSHIN, Ph.I. PETRENKO

National Research Moscow State University of Civil Engineering (NRU MGSU), Moscow

The article contains a comparative stability analysis of initial equilibrium forms of reticulated one-sheet hyperboloids of revolution. The calculations are performed taking into account the geometric and the dual (geometric and material) nonlinearities. The influence of the shape of generatrix one-sheet hyperboloid of rotation on shells stability in these formulations of the problem is considered. The equilibrium curves of shells with load acting on the upper base are shown.

KEY WORDS: one-sheet hyperboloid of rotation, reticulated shell, equilibrium curves, stability, geometrical nonlinearity, physical nonlinearity, straight generatrix, generatrix-hyperbola.

Article history: Received: March 27, 2017. Revised: May 10, 2017. Accepted: June 14, 2017.

About the authors:

TRUSHIN SERGEY IVANOVICH, was born in 1951, graduated from Saratov Polytechnic Institute in 1974. Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Structural and Theoretical Mechanics in National Research Moscow State University of Civil Engineering (NRU MGSU). He is the author of over 130 publications, including research articles, manuals and monographs. The main research areas are: numerical methods in structural mechanics, finite element method, nonlinear analysis of spatial structures, theory of plates and shells, static and dynamic stability of structures. Email: trushin2006@yandex.ru

PETRENKO PHILIP IGOREVICH was born in 1991, graduated from Moscow State Open University in 2013. Since 2013 he has been a post-graduate student of the Department of Structural and Theoretical Mechanics in National Research Moscow State University of Civil Engineering (NRU MGSU). The main research areas are: formation of reticulated shells, finite element method, nonlinear analysis of spatial structures, stability of reticulated shells. Email: igif_philip@mail.ru

For citation: *Trushin S.I., Petrenko Ph.I.* (2017). Influence of physical nonlinearity on the calculated indicators of stability of reticulated one-sheet hyperboloid of revolution with different forms of generatrices. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (4), 50 — 56.

Расчет подземных сооружений

УДК 539.4:624.131.439

ПРОЧНОСТЬ ПОРОДНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ПОДЗЕМНОМ СТРОИТЕЛЬСТВЕ

В.И. ГОЛИК *, доктор технических наук, профессор

Ю.И. РАЗОРЕНОВ **, доктор технических наук, профессор

В.И. ЛЯШЕНКО ***, кандидат технических наук

* ФГБОУ ВПО «Северо-Кавказский государственный технологический университет», Россия, 362021, г. Владикавказ, ул. Николаева, 44. E-mail: v.i.golik@mail.ru. тел. 8 952 839 45 99

Геофизический институт – филиал ФГБУН ФНЦ «Владикавказский научный центр РАН», Россия, 362002, г. Владикавказ, ул. Маркова, 93а;

** ФГБОУ ВПО «Северо-Кавказский государственный технологический университет», Россия, 362021, г. Владикавказ, ул. Николаева, 44;

*** Министерство топлива и энергетики Украины, Украина, 52204, Украина, г. Желтые Воды, ул. Петровского, 37. факс: 8 056 52 2 32 97, inform@ipizw.dp.ua

Рассмотрены вопросы механики скальных массивов с использованием возникающих в разрушенных породах конструкций при динамично протекающих в подземных выработках процессах. Исследована способность природно и технологически нарушенных пород сохранять устойчивые конструкции при их взаимодействии в массиве с гравитационно-тектоническо-структурным полем. Приведены модели определения элементов управления массивом. Показано, что породная несущая конструкция в пределах защищенных ею участков земной коры позволяет применять минимизированные по затратам труда и материалов элементы подземной и строительной геотехнологии.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: Механика, скальный массив, порода, конструкция, управление массивом, строительная геотехнология.

Система управления вмещающими подземные объекты породными массивами включает в себя создание искусственных сооружений в выработках для предотвращения обрушения окружающих пород и сохранения необходимых площадей сечений выработок в рабочем состоянии в течение всего срока существования.

При эксплуатации подземных объектов важна проблема прогнозирования проявлений горного давления и расчета прочности строительных конструкций и инженерных сооружений. Повышение достоверности прогнозов улучшает состояние объектов и способствует повышению технико-экономических показателей подземной разработки месторождений полезных ископаемых.

Управление состоянием создаваемых в естественных массивах породных конструкций является составной частью горной технологии, которая должна отвечать требованиям эффективности, экономичности и безопасности. В отличие от строительных объектов на земной поверхности к известным критериям добавляется сохранность земной поверхности, особенно если массив расположен под участком с интенсивным земледелием, жилыми и хозяйственными объектами и т.п. [1, 2].

Целью управления состоянием массива горных пород в этих условиях становится выбор методов строительства, которые сохраняли бы земную поверхность от разрушения в случае выхода зоны обрушения пород до уровня наносов.

Необходимость сохранения породного массива как в стадии образования пустот в породных массивах, так и по истечению всего времени существования объектов предъявляет повышенные требования к прочности естественных и искусственных массивов в подземных условиях.

Управление состоянием подземных объектов представляет собой совокупность мероприятий по регулированию природных и наведенных технологических напряжений и деформаций и состоит в использовании несущей способности возникающих породных конструкций. Управление состоянием массива сводится к обеспечению оптимальных параметров элементов системы "массивы-крепь-поверхность" по критерию сохранности земной поверхности. Особенностью подземного строительства является динамичность протекающих в подземных условиях процессов.

Котенко Е.А., Куликовым В.В., Деминым Н.В. и др. введен критерий оптимальности геотехнологии в виде условия сохранения земной поверхности от разрушения под влиянием горных работ, который вводится при технико-экономическом сравнении инженерных решений.

Благодаря критерию сохранности земной поверхности способы управления массивом становятся в сравнимые условия. В частности, использование критерия исключает из числа возможных способы управления с обрушением пород с выходом на земную поверхность.

Способность природно - технологически нарушенных пород сохранять устойчивые конструкции при их взаимодействии в массиве доказана расчетами, моделированием и натурными исследованиями, включающими экспериментальные работы, дефектоскопию, измерение горного давления, геологическое картирование и др. Она подтверждена исследованиями в области геометрии пространственных структур, расчета на прочность, устойчивость, динамику строительных и других технологических конструкций. Этот феномен используется в таких разделах инженерной науки, как механика жидкости, механика стержневых структур, теория упругости, пластичности, оболочек и численные методы расчета конструкций [3, 4].

Механизм взаимодействия разрушенных породных отдельных с учетом переменных факторов установлен К.В. Руппением, Е.Г. Авершиным, Т.Л. Фисенко, И.М. Петуховым, Л. Мюллером, В.Р. Имениновым и др.

При подземных горных устойчивости вмещающих технологические объекты массивов оценивается методами, которые принимают массив дискретным с гравитационно-тектоническо-структурным полем (В.Д. Слесарев, А.А. Борисов, Г.Н. Кузнецов, С.В. Ветров). Применяемые методы отличаются друг от друга механизмом взаимодействия структурных блоков.

Свойство дискретных массивов создавать устойчивые конструкции при разрушении пород широко используется для управления горным давлением.

В зависимости от соотношения напряжений и деформаций в массиве конструкции из разрушенных пород ведут себя по одному из типов:

- сохраняют устойчивость за счет первичных связей, если деформации не превышают предела упругости;
- сохраняют устойчивость за счет вторичных связей, возникающих при самозаклинивании структурных блоков;
- не сохраняют устойчивости, если связи нарушаются при разрушении пород.

Способность нарушенных пород создавать конструкции в инженерных системах корректируется технологией на стадиях добычи полезных ископае-

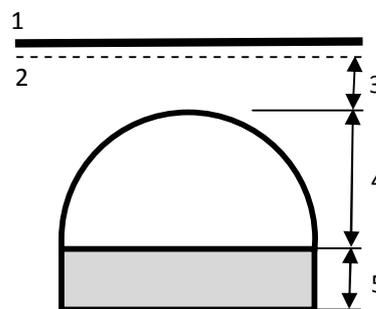


Рис.1. Условие сохранности земной поверхности от разрушения горными работами: 1- земная поверхность; 2- граница наносов; 3- глубина заложения выработки; 4- высота свода естественного равновесия; 5- высота выработки

мых, закладки выработанного пространства и назначением безопасных параметров горных выработок. Крепь различного назначения ограничено участвует в процессе формирования вокруг выработок зон мощностью, равной первым метрам, и минимально при увеличении объема образованных подземных пустот.

В горной практике устойчивость массивов за счет использования несущей способности пород обеспечивается на площадях до 6000 м² в плане с пролетами обнажений до 50 м. Породные конструкции возникают на глубинах до 600 и более метров в породах с коэффициентом прочности по М.М. Протодяконову 10...20. Возможности породных конструкций увеличиваются при использовании массивных породных включений.

Естественное самозаклинивание пород является и негативным фактором, например, при разработке месторождений с обрушением массива. Для созданий конструкций при обрушении необходимо разрушение первичных несущих породных конструкций.

Крупные и средние разломы образуют в массиве блоки, превосходящие по величине размеры выработок, которые не формируют конструкций; мелкие разломы и крупные трещины образуют соизмеримые с размерами выработки блоки, участвующие в формировании конструкций; мелкие трещины сплошности не нарушают.

Зависимость между устойчивостью выработок и размерами структурных блоков характеризуется положениями:

- при пересечении выработкой шва и подзоны мелких трещин на всю мощность кровля сложена блоками пород размерами 1-2 м, образующими конструкцию, поэтому выработки устойчивы;

- при пересечении шва и подзоны мелких трещин не на всю мощность в кровле находятся блоки размерами 0,5-0,7 м, и выработки имеют среднюю устойчивость;

- выработки, не пересекающие шов на всю мощность всегда неустойчивы.

Феномен несущей способности разрушенных пород заключается в проявлении остаточной несущей способности. Эта способность реализуется в зависимости от свойств массивов и механизма сначала разупрочнения, а затем естественного упрочнения структурных блоков пород.

Разрушенные породы не теряют устойчивости, если не превышен предельный пролет (Г.Н. Кузнецов, В.Д. Слесарев, С.В. Ветров и др.) [5-6].

Условием существования породной конструкции из структурных блоков является прочность их самозаклинивания в примыкающем к нетронутому массиву слое. Если заклинивание происходит, то породы этой зоны упрочняются за счет бокового распора структурных блоков.

Состояние массивов лишь частично определяется главными напряжениями с учетом влияния тектонических полей. Определяющей величиной являются горизонтальные составляющие главных напряжений, активизирующие влияние гравитационных сил.

От прочности заклинивания пород зависит состояние сооружаемых бетонных объектов. Усиление жесткости породных конструкций осуществляется инъектированием в межкусковое пространство связующих материалов, креплением и ограничением пролетов выработок. Управляющее воздействие на прочность системы заключается в использовании параметров, при которых жесткость перекрытия обеспечивается за счет остаточной прочности пород и напряжений бокового распора, которые могут быть увеличены укреплением пород (рис.2).

Управление геомеханической сбалансированностью неоднородного массива с сохранением земной поверхности обеспечивается разделением массивов на участки, для которых условие прочности удовлетворяется.

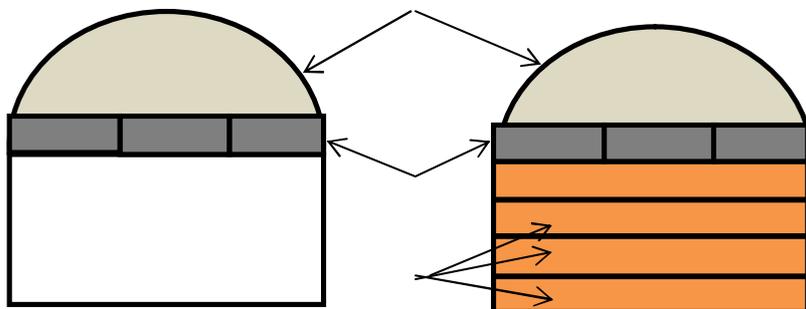


Рис. 2. Меры предупреждения обрушения пород: а – ограничение пролета обнажения кровли; б – закладка твердеющей смесью; 1 – свод заклинивания пород; 2 – несущий породный слой; 3 – заложённые твердеющей смесью слои

Если породная несущая конструкция возникает, то в пределах защищенных ею участков могут быть применены минимизированные по затратам труда и материалов элементы геотехнологии.

Целики подразделяются на барьерные и временные междукамерные, междуэтажные, междублоковые, внутрикамерные и Лучшие условия для работы целика создаются, когда их размеры превышают размер структурного блока пород не менее, чем в 5 раз. Наиболее прочны целики, ширина которых превышает высоту не менее, чем в 4 раза. Если целики в пределах участка имеют различную жесткость, то податливость слабых целиков перераспределяет давление на более жесткие целики, которые могут выйти из строя. Для охраны наиболее ответственных объектов запас надежности целика увеличивается до 10 раз. Метод расчета целиков Турнера-Шевякова основан на пригрузке целика налегающими породами до поверхности при условии равномерного распределения напряжений по площади целика. Поэтому величина целика получается завышенной.

Более точные результаты получают, допуская, что дискретные породные блоки образуют над выработкой конструкцию, по форме напоминающую свод. Максимальные напряжения развиваются в целиках с наибольшей высотой свода пригружающих пород.

Условие предельного равновесия такого целика по С.В. Ветрову:

$$S_{ц} \kappa_{\phi} \sigma_{сж} = S \kappa_{з} h_{св} \cos \alpha ,$$

где S - площадь пригружающих целик пород; $S_{ц}$ - площадь целика; $\sigma_{сж}$ - предел прочности материала целика на одноосное сжатие; α - угол наклона почвы выработки; $h_{св}$ - максимальная высота свода естественного равновесия; $\kappa_{з}$ - коэффициент запаса.

При работе на значительной глубине процесс самозаклинивания при разрушении развивается не до поверхности, а до какого-то нового уровня.

Размер барьерного целика по С.В. Ветрову:

$$B = \frac{2a\gamma_n (H - \frac{2}{3}h_{св})}{\sigma_{сж} - \gamma_n HK_3} ,$$

где B - ширина барьерного целика; a - половина максимального пролета свода; γ_n - объемный вес пород; H - глубина работ от поверхности; P_0 - пригрузка целика.

Методы определения пролетов обнажения кровли различаются тем, каким принимается строение пород [13-16]. Для однородных трещиноватых пород устойчивость кровли определяется наличием свода естественного равновесия (рис. 3). Считается, что структурные блоки сместятся в выработанное пространство, а кровля примет форму свода. Сводчатая форма кровли из-за увеличения объема горной массы нежелательна, поэтому стремятся найти такие значения, при которых сохраняется плоская форма кровли.

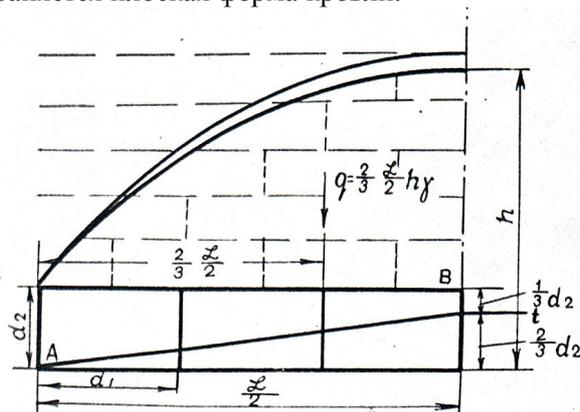


Рис.3. Схема образования несущего слоя заклинившихся пород: h - высота свода естественного равновесия пород; L - ширина пролета; d_1 - горизонтальный размер структурных блоков; d_2 - вертикальный размер структурных блоков; γ - объемный вес пород; t - точка смыкания структурных блоков; q - момент силы

Не характерно для рудных месторождений и сплошное строение пород, при котором кровлю рассматривают как плиту, опертую на целики или защемленную по контуру. В этом случае по В.Д. Слесареву породная плита или балка испытывают одинаковые напряжения, если их гидравлические радиусы равны; ограниченную по контуру выработку можно заменить эквивалентной выработкой бесконечно большой длины; кровля сохраняет плоскую форму до выхода за пределы упруго-пластических деформаций.

$$\text{Эквивалентный пролет выработки: } l_{\text{экв}} = 2R = \frac{ab}{a+b},$$

где a и b - соответственно длина и ширина камеры; R - гидравлический радиус.

Предельный пролет свода естественного равновесия:

$$L_{\text{пред}} = 2d_2 \sqrt{\frac{10R_{\text{сж}}}{K_2 \gamma d_1}},$$

где d_1 и d_2 - соответственно, горизонтальный и вертикальный размеры структурных блоков, м; γ - объемный вес пород; K_2 - коэффициент запаса.

Эта формула отличается отсутствием параметра глубины разработок:

$$Q = L_{\text{пред}} / 2 = d_1 \left(\frac{10R_{\text{сж}}}{K \gamma H} - 1 \right),$$

где K - коэффициент запаса устойчивости свода

$$K = \frac{20R_{\text{сж}} d_1}{(L_{\phi} + 2d_1)H}, \quad \text{где } L_{\phi} \text{ - фактический пролет выработок.}$$

Если кровлю слагают породы, деформации в которых не вышли за пределы пластических, допустимый пролет плоской формы основной кровли:

$$q = \frac{2}{3} \frac{L_0}{2} h_0; \quad h_0 = \frac{L_0}{2V_0}; \quad q = \frac{L_0}{2V_0}; \quad M_q = \frac{L_0 \gamma}{18 V_0};$$

$$T = \frac{10 R_{сж}}{R_c} \frac{1}{2} d_{oc}; \quad M_T = T \frac{5}{2} d_{oc} = \frac{10 R_{сж}^o \cdot 5 d_{oc}}{18 K_2}; \quad R_{сж} = R'_{сж} = R_{сж}^n;$$

при $V_0 = 1$: $L_0 = 1,71 \sqrt[3]{\frac{10 R_{сж} \cdot d_{oc}^2}{K_2 \gamma}}$.

Если в кровле находится часть рудопроводящего шва, которая ведет себя как отслаивающаяся пачка - способность к самозаклиниванию снижается. Допустимый пролет непосредственной кровли плоской формы:

$$q_n = \frac{L}{2} \epsilon \gamma; \quad M_{q_n} = \frac{L}{2} \epsilon \gamma \frac{L}{4} = \frac{L^2 \epsilon \gamma}{8}; \quad T = \frac{10 R_{сж}}{K_2} \frac{1}{3} d_{H2};$$

$$M_T = T \frac{3}{6} d_{H2} = \frac{10 R_{сж} \cdot 5 d_{H2}^2}{18 K_2}; \quad L = 1,48 d_{H2} \sqrt[3]{\frac{10 R_{сж}}{K_2 \gamma \epsilon}}.$$

Плоский пролет может быть увеличен скреплением структурных блоков для повышения высоты конструкции за счет увеличения момента силы распора. Закрепленный пролет плоского обнажения:

$$q_n = \frac{L_3}{2} \epsilon \gamma; \quad M_q = \frac{L_3}{2} \epsilon \gamma \frac{L_3}{4} = \frac{L_3^2 \epsilon \gamma}{8}; \quad T = \frac{10 R_{сж}}{K_2} \frac{2}{3} d_{H2};$$

$$M_T = T \frac{2}{3} d_{H2} = \frac{10 R_{сж} \cdot 10 d_{H2}^2}{18 K_2}; \quad L_3 = 298 d_{H2} \sqrt{\frac{10 R_{сж}}{K_2 \gamma \epsilon}}.$$

Возможность сохранения земной поверхности определяется высотой свода по С.В. Ветрову:

$$h_c = a' c / v,$$

где a' - полупролет свода; V - коэффициент устойчивости трещиноватых пород,

$$V = 2 \frac{d_2 R''_{сж}}{d_1 R'_{сж}},$$

где d_2, d_1 - вертикальный и горизонтальный размеры блоков; $R''_{сж}, R'_{сж}$ - сопротивление пород сжатию в направлении распора свода и в направлении действия массы пород.

Условие сохранения земной поверхности для случая обрушения кровли с образованием свода:

$$H' > h_a = h_c,$$

где H' - фактическая глубина верхней границы пустот от границы выветренных пород и рыхлых отложений, м.

При малых размерах структурных блоков и $L_\phi > L_{пред}$ высота обрушения определяется коэффициентом разрыхления пород.

Высота зоны обрушения проверяется по методике ВНИМИ при $H' > h_{oc}$:

$$h_{oc} = \frac{\kappa' v'}{(K_p - 1) S_{nl}},$$

где h_{oc} - высота зоны сдвижений пород, м; v - объем пустот, м³; S_{nl} - площадь выработанного пространства в плане, м²; K_p - коэффициент разрыхления пород; κ' - коэффициент надежности.

Условие сохранности земной поверхности:

$$H' > H_p = \kappa_1 \ell_{\text{экв}},$$

где H' - глубина верхней границы выработанного пространства от границы выветренных пород и рыхлых отложений, м; H_p - глубина, начиная с которой земная поверхность сохраняет устойчивое состояние, м; κ_1 - коэффициент, учитывающий прочность пород; $\ell_{\text{экв}}$ - эквивалентный пролет:

$$\ell_{\text{экв}} = \frac{L \cdot \ell'}{\sqrt{L^2 + (\ell')^2}},$$

где L - размер выработанного пространства по простиранию, м; ℓ' - размер горизонтальной проекции выработки на разрезе вкрест простирания.

Устойчивость породного прослоя между выработками определяется соотношением расстояния глубины заложения H_c и высоты свода естественного равновесия h_c :

- при $H_c > h_c$ - отработка и погашение обоих рудных тел не оказывает влияния на устойчивость друг на друга и не ослабляет устойчивости массива;

- при $H_c < h_c$ - погашение нижнего рудного тела оказывает влияние на устойчивость массива, поэтому нижнее рудное тело обрабатывается с опережением и погашается с гарантированной устойчивостью породного слоя.

По условиям сейсмобезопасности устойчивость массива обеспечивается для заряда ВВ 0,1 т при минимальной $H_c = 15$ м.

При разделении осваиваемого участка земной коры в подготовительной стадии напряжения в массиве незначительны и не представляют опасности, если если пролеты не превышают допустимых значений.

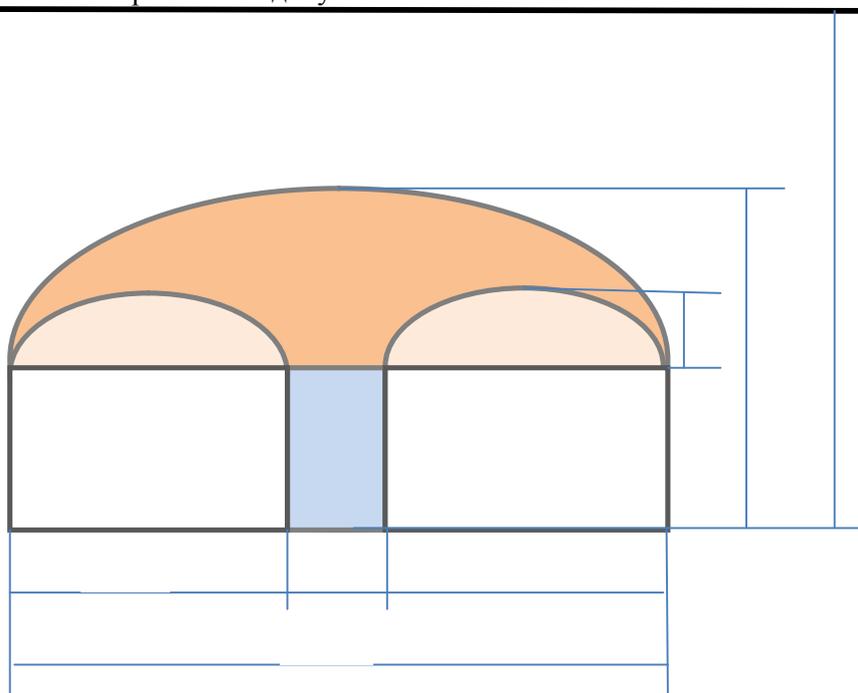


Рис. 4. Схема к разделению массива на безопасные участки: $L_{\text{пред}}$, $L_{\text{ф}}$, $L_{\text{о}}$ – соответственно, предельный по условию образования свода естественного равновесия пролет, фактический и плоской кровли; H - глубина работ; h_c – высота свода естественного равновесия предельного пролета; h_1 – высота нового свода

Геотехнологические работы геомеханическую сбалансированность нарушают. Оптимальные показатели техногенного вмешательства обеспечиваются, если допустимые по условиям устойчивости параметры не превышаются. При этом условии использование остаточной несущей способности пород является альтернативой крепи.

Управление массивом - это подготовительная стадия, формирующая элементы разделения массива искусственными и естественными целиками. Поэтому разделение массива на безопасные участки должно производиться еще на стадии проектирования (рис. 4).

Критерием соответствия горных работ требованиям безопасности является соблюдение физических параметров (объемов, площадей, высот). Эффективность использования породных конструкций складывается и экономии труда и материалов на управление состоянием скальных массивов при подземных работах [7-10].

Выводы

1. В процессе техногенного вмешательства горными работами в недра структурные отдельности горных пород разрушаются и контактируют друг с другом с созданием заклинившихся систем.

2. При определенных условиях возникающие в разрушенных породах конструкции используются для управления геомеханикой участка осваиваемого горными работами земной коры.

3. Адекватный характер устойчивых породных конструкций позволяет прогнозировать поведение породных массивов и управлять ими с получением многопланового эффекта.

Список литературы

1. Полухин О.Н., Комащенко В.И. Природоохранная концепция добычи и переработки минерального сырья в центральном федеральном округе России на примере белгородского региона // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Естественные науки. – 2014. – Т. 29. – № 23 (194). – С. 180 — 186.
2. Голык В.И. Концептуальные подходы к созданию мало и безотходного горнорудного производства на основе комбинирования физико-технических и физико-химических геотехнологий // Горный журнал. – 2013. – № 5. – С. 93 — 97.
3. Vladimir Golik, Vitaly Komashchenko, Vladimir Morkun, Tatiana Gvozdikova. The theory and practice of rock massifs control in the ore mining // Metallurgical and Mining Industry, 2016, № 1. 209 — 212.
4. V. Golik, V. Komashchenko, V. Morkun, O. Burdzieva. Simulation of rock massif tension at ore underground mining // Metallurgical and Mining Industry. – 2016. No.7. – С.76—79.
5. Ветров С.В. Допустимые размеры обнажений горных пород при подземной разработке руд. – М., Наука, 1975.
6. Ракишев Б. Р. Комплексное использование руды на предприятиях цветной металлургии Казахстана. – Горный журнал. – 2013. – №7.
7. Golik V., Komashchenko V., Morkun V., Khasheva Z. The effectiveness of combining the stages of ore fields development // Metallurgical and Mining Industry. – 2015. – Т. 7. – № 5. 401 — 405.
8. Golik V.I., Khasheva Z.M., Shulgatyi L.P. Economical efficiency of utilization of allied mining enterprises waste // Social Sciences (Pakistan). – 2015. – Т. 10. – № 6. – С. 750 — 754.
9. Комащенко В.И., Васильев П.В., Масленников С.А. Технологией подземной разработки месторождений КМА - надежную сырьевую основу // Известия Тульского государственного университета. Науки о Земле. – 2016. – № 2. – С. 101 — 114.
10. Каплунов Д.Р., Рьльникова М.В., Радченко Д.Н. Расширение сырьевой базы горнорудных предприятий на основе комплексного использования минеральных ресурсов месторождений // Горный журнал. – 2013. – № 12. – С. 29 — 33.

Поступила в редакцию 2 марта 2017 г. Прошла рецензирование 2 мая 2017 г.
Принята к публикации 14 июня 2017 г.

Об авторах: ГОЛИК ВЛАДИМИР ИВАНОВИЧ, доктор технических наук, профессор, действительный член РАЕН, ФГБОУ ВПО «Северо-Кавказский государственный технологический университет», Россия, 362021, г. Владикавказ, ул. Николаева, 44. E-mail: v.i.golik@mail.ru. тел. 8 952 839 45 99; Геофизический институт – филиал ФГБНУ ФНЦ «Владикавказский научный центр Российской академии наук», Россия, 362002, г. Владикавказ, ул. Маркова, 93а

РАЗОРЕНОВ ЮРИЙ ИВАНОВИЧ, доктор технических наук, профессор, ректор, ФГБОУ ВПО «Северо-Кавказский государственный технологический университет», Россия, 362021, г. Владикавказ, ул. Николаева, 44.

ЛЯШЕНКО ВАСИЛИЙ ИВАНОВИЧ, кандидат технических наук, Министерство топлива и энергетики Украины, 52204, Украина, г. Желтые Воды, ул. Петровского.37. Факс: 8 056 52 2 32 97. inform@iptzw.dp.ua

Для цитирования: Голик В.И., Разоренов Ю.И., Ляшенко В.И. Прочность породных конструкций при подземном строительстве // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – № 4. – С. 57 — 65. DOI: 10.22363/1815-5235-2017-4-57-65

References

1. Polukhin, O. N., Komashchenko, V. I. (2014). Environmental concept extraction and processing of mineral raw materials in the Central Federal district of Russia on the example of the Belgorod region. *Bulletin of Belgorod state University. Series: Natural Sciences*, Vol. 29, No. 23 (194), 180—186.
2. Golik, V.I. (2013). Conceptual approaches to the creation of small and non-waste mining production based on a combination of physical-technical and physicochemical geotechnologies. *Mining Journal [Gorniy Zhurnal]*, (5), 93—97 (in Russian).
3. Golik Vladimir, Komashchenko Vitaly, Morkun Vladimir, Gvozdikova Tatiana (2016). The theory and practice of rock massifs control in the ore mining. *Metallurgical and Mining Industry*, (1), 209-212.
4. Golik, V., Komashchenko, V., Morkun, V., Burdzieva, O. (2016). Simulation of rock massif tension at ore underground mining. *Metallurgical and Mining Industry*, (7), 76—79.
5. Vetrov, S.V. (1975). *Acceptable Limits of Outcrops of Rocks at Underground Mining of Ores*. Mjscow: Nauka (in Russian).
6. Rakishev, B.R. (2013). Integrated use of ore at the enterprises of nonferrous metallurgy of Kazakhstan. *Mining Journal [Gorniy Zhurnal]*, (7) (in Russian).
7. Golik, V., Komashchenko, V., Morkun, V., Khasheva, Z. (2015). The effectiveness of combining the stages of development ore fields. *Metallurgical and Mining Industry*, 7 (5), 401—405.
8. Golik, V.I., Khasheva, Z.M., Shulgaty, L.P. (2015). Economical efficiency of utilization of allied waste mining enterprises. *Social Sciences (Pakistan)*, 10 (6), 750—754.
9. Komashchenko, V.I., Vasilyev, P.V., Maslennikov, S.A. (2016). Technology of underground mining KMA-reliable raw material basis. *Izvestiya of the Tula State University. Earth Science*, (2), 101—114.
10. Kaplunov, D.R., Ryl'nikova, M.V., Radchenko, D.N. (2013). Expanding the raw material base of mining enterprises on the basis of complex use of mineral resources deposits. *Mining Journal [Gorniy Zhurnal]*, (12), 29—33 (in Russian).

THE STRENGTH OF ROCK STRUCTURES IN UNDERGROUND MINING

V.I. GOLIK, Yu.I. RAZORENOV, V.I. LYASHENKO

Questions of the mechanics of rock massif with use resulting in destroyed rocks structures with dynamically occurring in the underground workings of the processes are considered. The ability of natural and technologically disturbed species to maintain stable structure during the interaction in the array is gravity-tectonic-structural field is investigated. The model definition elements of the control array is given. It is shown that the rock supporting structure within the covered portions of the crust allows the use of a minimized the cost of labor and materials and construction elements of underground Geotechnology.

Keywords: Mechanics, rock mass, rock, design, management, array, construction Geotechnology.

Article history: Received: March 2, 2017. Revised: May 2, 2017. Accepted: June 14, 2017.

About the authors: GOLIK, VLADIMIR IVANOVICH, DSc, Professor, Member of Russian Academy of Natural Sciences, North-Caucasian State Technological University, 44, Str. Nikolaev, Vladikavkaz, 362021, Russia; E-mail: v.i.golik@mail.ru

RAZORENOV YURIY IVANOVICH, DSc, Professor, Rector, North-Caucasian State Technological University, 44, Str. Nikolaev, Vladikavkaz, 362021, Russia;

LYASHENKO VASILIIY IVANOVICH, Phd, Ministry of Fuel and Power of Ukraine, 37, Str. Petrovskiy, Zheltie Vody, 52204, Ukraine, inform@iptzw.dp.ua

For citation: Golik V.I., Razorenov Yu.I., Lyashenko V.I. (2017). The strength of rock structures in underground mining. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (4), 57 — 65.

DOI: 10.22363/1815-5235-2017-4-57-65

Прочность летательных аппаратов

УДК 539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗГИБНОЙ ФОРМЫ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ КОНСТРУКТИВНО-АНИЗОТРОПНЫХ ПАНЕЛЕЙ ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ В ОПЕРАЦИОННОЙ СРЕДЕ MATLAB

В. В. ФИРСАНОВ, *д-р техн. наук, профессор*

Л.М. ГАВВА, *канд. техн. наук, доцент*

Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет) МАИ, 125993 Волоколамское шоссе, д. 4, г. Москва, k906@mai.ru

Приводятся соотношения математической модели для исследования задачи устойчивости конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов. Уточняется математическая модель подкрепляющего элемента в условиях одностороннего контакта с обшивкой. Учитывается влияние процесса технологии изготовления панелей: остаточных температурных напряжений и предварительного натяжения армирующих волокон. На основании вариационного принципа Лагранжа получены разрешающее уравнение восьмого порядка и естественные граничные условия. В операционной среде MATLAB разработана программа. Проанализировано влияние параметров структуры на уровень критических сил изгибной формы потери устойчивости.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: панели из композиционных материалов, эксцентричный продольно-поперечный набор, тонкостенный стержень, несимметричная структура пакета, силовое и технологическое температурное нагружение, вариационный принцип Лагранжа, потеря устойчивости, изгибная форма, MATLAB.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 17-08-00849/17)

В операционной среде MATLAB построена программа и реализован процесс компьютерной многокритериальной оптимизации конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов, которые находятся в условиях силового воздействия, приводящего к потере устойчивости.

Рассматриваются задачи устойчивости плоской прямоугольной многослойной панели из полимерных волокнистых композиционных материалов с эксцентричным продольно-поперечным набором (рис. 1, 2) и плоской прямоугольной композитной панели с несимметричной по толщине структурой пакета. Панели находятся под действием постоянных погонных усилий, приложенных к кромкам в плоскости обшивки. Граничные условия на контуре соответствуют условиям частного вида, являются согласованными в отношении плоской задачи и задачи изгиба.

Тонкостенные панели несущих поверхностей ЛА из высокомодульных и высокопрочных композиционных материалов усилены дискретным набором, в том числе, с целью предотвращения потери устойчивости, к которой могут привести сжимающие и сдвигающие распределённые усилия, приложенные к кромкам в плоскости обшивки. Таким образом, исследование устойчивости плоских прямоугольных конструктивно-анизотропных композитных панелей является актуальным с точки зрения практики проектирования.

Согласно традиционной схеме, используемой при проектировании, наибольший интерес для практических расчётов представляет

- определение критических сил общей изгибной формы потери устойчивости рассматриваемой тонкостенной системы, когда число полуволн много меньше чис-

ла стрингеров,

- определение критических сил многоволнового крутильного выпучивания, связанного с изгибом обшивки в направлении нормали к поверхности между узлами пересечений и поворотом рёбер без искажения формы профиля.

Для исследования изгибной формы потери устойчивости панели правомочной является математическая модель, построенная на основе принципов конструктивной анизотропии с «размазыванием» жесткостей подкрепляющих элементов.

В рамках предлагаемой расчётной модели рассматриваются тонкостенные подкрепляющие элементы, которые находятся в условиях сложного сопротивления вследствие одностороннего контакта с обшивкой. Дальнейшее развитие теории тонкостенных упругих стержней применительно к общей контактной задаче для обшивки и ребра с уточнением модели последнего при закручивании составляет научную новизну работы.

Задача устойчивости так же, как и задача о докритическом напряжённом состоянии, является связанной, то есть не разделяется на плоскую и изгиб пластины.

Согласно гипотезе Кирхгофа для компонент вектора перемещений k -ого слоя обшивки

$$\left. \begin{aligned} u^{(k)}(x, y, z) &= u_0(x, y) - \frac{\partial w}{\partial x}(x, y)z^{(k)} \\ v^{(k)}(x, y, z) &= v_0(x, y) - \frac{\partial w}{\partial y}(x, y)z^{(k)} \\ w^{(k)}(x, y, z) &= w(x, y) \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где $u_0(x, y)$ и $v_0(x, y)$ – перемещения u и v при $z = 0$, то есть в плоскости приведения.

Так как структура слоистой обшивки и всей конструктивно-анизотропной панели несимметрична, в расчётной схеме теряется смысл срединной поверхности. Плоскость приведения, в которой располагаются координатные оси x и y , соответственно, начало отсчёта координаты z , в дальнейшем может быть выбрана произвольно. С использованием соотношений Коши, закона Гука с учётом влияния температуры и предварительного натяжения волокон, а также формул преобразования напряжений при повороте осей координат компоненты тензора напряжений k -ого слоя панели определяются равенствами:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} z^{(k)} - \bar{\alpha}_1^{(k)} \Delta T - \bar{\varepsilon}_{H1}^{(k)} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} z^{(k)} - \bar{\alpha}_2^{(k)} \Delta T - \bar{\varepsilon}_{H2}^{(k)} \\ \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) - \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} 2z^{(k)} - \bar{\alpha}_6^{(k)} \Delta T - \bar{\varepsilon}_{H6}^{(k)} \end{Bmatrix}, \quad (2)$$

где $\bar{Q}_{i,j}^{(k)}$, $i, j = 1, 2, 6$ – жёсткости слоя, $\bar{\alpha}_j^{(k)}$, $j = 1, 2, 6$ – коэффициенты температурного расширения слоя, $\bar{\varepsilon}_{Hj}^{(k)}$, $j = 1, 2, 6$ – деформации натяжения слоя, - приведённые к осям координат панели, ΔT – разность между комнатной температурой и температурой отверждения при расчёте остаточных температурных напряжений,

либо интенсивность внешнего температурного поля.

В силу совместной работы в одностороннем контакте с обшивкой элементы набора находятся в условиях косоугольного изгиба и стеснённого кручения. Для определения напряжённо-деформированного состояния (НДС) рёбер жёсткости применяется предложенный В.З. Власовым вариационный метод расчёта тонкостенных пространственных систем в перемещениях [2], дающий возможность построить теорию тонкостенных упругих стержней без введения гипотезы об отсутствии деформации сдвига срединной поверхности профиля. Перемещения и углы поворота панели и подкреплений по линиям контакта считаются равными.

Компоненты напряжённо-деформированного состояния k -ого слоя композитных стрингеров вычисляются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} u_1^{(k)}(x, s) &= u_0(x) - \frac{\partial w}{\partial x}(x)z^{(k)} - \frac{\partial v_0}{\partial x}(x)y^{(k)} + [u_4(x)]_1 \omega_1^{(k)}(s) \\ v_1^{(k)}(x, s) &= w(x)z'^{(k)} + v_0(x)y'^{(k)} - \frac{\partial w}{\partial y}(x)\rho_1^{(k)}(s) \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{x1}^{(k)} &= \bar{Q}_{11}^{(k)} \left[\frac{\partial u_0}{\partial x} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} z^{(k)} - \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} y^{(k)} + \frac{\partial (u_4)_1}{\partial x} \omega_1^{(k)} - \bar{\alpha}_1^{(k)} \Delta T - \bar{\varepsilon}_{H_1}^{(k)} \right] \\ \tau_{xy_1}^{(k)} &= \bar{Q}_{66}^{(k)} \left[-\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} (\rho_1 + \rho_1^0)^{(k)} + (u_4)_1 \rho_{\omega_1}^{(k)} \right] \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

Здесь деформация поперечного сечения $u_4(x)$ полагается свободной, $\omega_1^{(k)}(s)$ строится в соответствии с эпюрой секториальных площадей для открытых контуров. Учитывается деформация сдвига при кручении тонкостенного стержня, которая определяется его поворотом относительно выбранного полюса, а также относительно центра изгиба в рамках поправок по теории «чистого» кручения. $\rho_1^{(k)}(s)$, $\rho_{\omega_1}^{(k)}(s)$ - длины перпендикуляров, опущенных на касательную к контуру в рассматриваемой точке из точки контакта стрингера с обшивкой и из центра изгиба, соответственно, $\rho_1^0(s)$ определяет дополнительный момент инерции продольного ребра при «чистом кручении».

Аналогичным образом строятся перемещения и напряжения рёбер жёсткости, расположенных по оси y .

Ниже рассматривается упрощённый вариант математической модели, соответствующий предположению о малости нормальных напряжений, обусловленных изгибом подкреплений в плоскости панели и деформацией их поперечных сечений. Используя асимптотические свойства и пренебрегая членами, соответствующими краевым эффектам, в выражениях (3), (4) будем считать, что стержни работают на растяжение-сжатие, изгиб из плоскости пластины и кручение. При этом в дальнейшем задача сводится к исследованию медленно меняющегося основного напряжённого состояния в рамках разрешающего уравнения восьмого порядка в частных производных.

В расчётной схеме плоской прямоугольной гладкой панели из полимерных во-

локнистых композиционных материалов, обладающей анизотропией вследствие несимметрии свойств структуры пакета по толщине, распространение гипотезы Кирхгофа на всё тело анизотропной среды является правомочным.

Уравнения равновесия и естественные граничные условия выводятся с помощью вариационного принципа Лагранжа в результате минимизации функционала полной потенциальной энергии системы:

$$\delta \mathcal{E} = 0,$$

где

$$\mathcal{E} = \iint_S f \left[x, y; u_{0x}, u_{0y}; v_{0x}, v_{0y}; w, w_{xx}, w_{xy}, w_{yy}; (u_4)_1, (u_4)_2 \right] dx dy. \quad (5)$$

После осреднения жесткостных характеристик ортогонально расположенных подкреплений по обшивке задача сводится к нахождению перемещений базисной поверхности приведения.

Уравнения равновесия панели при действии внешней погонной нагрузки в направлении нормали к поверхности представляют собой систему трёх дифференциальных уравнений относительно искомых функций перемещений – $u_0(x, y)$, $v_0(x, y)$, $w(x, y)$. Данная система может быть сведена к одному разрешающему дифференциальному уравнению относительно потенциальной функции $\Phi(x, y)$, через которую выражаются все расчётные величины задачи, в том числе перемещения:

$$\begin{aligned} w &= \left(R_{40} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + R_{31} \frac{\partial^4}{\partial x^3 \partial y} + R_{22} \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + R_{13} \frac{\partial^4}{\partial x \partial y^3} + R_{04} \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right) \Phi; \\ u_0 &= \left(R_{50} \frac{\partial^5}{\partial x^5} + R_{41} \frac{\partial^5}{\partial x^4 \partial y} + R_{32} \frac{\partial^5}{\partial x^3 \partial y^2} + R_{23} \frac{\partial^5}{\partial x^2 \partial y^3} + R_{14} \frac{\partial^5}{\partial x \partial y^4} + R_{05} \frac{\partial^5}{\partial y^5} \right) \Phi; \\ v_0 &= \left(S_{50} \frac{\partial^5}{\partial x^5} + S_{41} \frac{\partial^5}{\partial x^4 \partial y} + S_{32} \frac{\partial^5}{\partial x^3 \partial y^2} + S_{23} \frac{\partial^5}{\partial x^2 \partial y^3} + S_{14} \frac{\partial^5}{\partial x \partial y^4} + S_{05} \frac{\partial^5}{\partial y^5} \right) \Phi. \end{aligned} \quad (6)$$

Третье уравнение системы на основании формул связи (6) приводится к неоднородному линейному дифференциальному уравнению в частных производных восьмого порядка относительно искомой функции $\Phi(x, y)$ вида:

$$\frac{K_{80}}{a^8} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^8} + \frac{K_{71}}{a^7 b} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^7 \partial y} + \frac{K_{62}}{a^6 b^2} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^6 \partial y^2} + \frac{K_{53}}{a^5 b^3} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^5 \partial y^3} + \frac{K_{44}}{a^4 b^4} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^4 \partial y^4} + \dots \quad (7)$$

Обобщённые жёсткости в линейных дифференциальных операторах уравнений равновесия, коэффициенты R_{ij} , ($i=4,3,\dots,0, j=0,1,\dots,4$) R_{ij} , ($i=5,4,\dots,0, j=0,1,\dots,5$), S_{ij} , ($i=5,4,\dots,0, j=0,1,\dots,5$) в формулах связи (6) и K_{ij} , ($i=8,7,\dots,0, j=0,1,\dots,8$) в разрешающем уравнении (7) – постоянные величины, зависящие от упругих свойств материала и геометрических параметров конструкции, $x = x/a$, $y = y/b$ в (7) – безразмерные координаты.

Естественные граничные условия

$$\left. \begin{aligned} x = const \rightarrow N_x \delta u_0 = N_{xy} \delta v_0 = \bar{Q}_x \delta w = M_x \delta w_x = H_{xy} \delta w_y = 0 \\ y = const \rightarrow N_y \delta v_0 = N_{yx} \delta u_0 = \bar{Q}_y \delta w = M_y \delta w_y = H_{yx} \delta w_x = 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

позволяют построить выражения для внутренних силовых факторов, например:

$$N_x(M_x) = A_{11}(B_{11})\frac{\partial u_0}{\partial x} + A_{12}(B_{12})\frac{\partial v_0}{\partial y} + A_{16}(B_{16})\left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x}\right) -$$

$$- B_{11}(D_{11})\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - B_{12}(D_{12})\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2B_{16}(2D_{16})\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - N_x^T(M_x^T) - N_x^H(M_x^H). \quad (9)$$

Здесь и далее $N_x^T, N_y^T, N_{xy}^T, N_{yx}^T, M_x^T, M_y^T, H_{xy}^T, H_{yx}^T$ – температурные усилия и моменты, $N_x^H, N_y^H, N_{xy}^H, N_{yx}^H, M_x^H, M_y^H, H_{xy}^H, H_{yx}^H$ – усилия и моменты от натяжения; $A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}, i, j = 1, 2, 6$ – обобщённые жесткости, определяемые характеристиками материала и геометрией панели.

Согласно формулам (9) усилия и моменты зависят как от функций продольного и тангенциального смещений в плоскости обшивки – $u_0(x, y), v_0(x, y)$, так и от функции прогиба $w(x, y)$. В рассматриваемой постановке задача не разделяется на плоскую и изгиб пластины.

Внутренние силовые факторы композитной обшивки без подкреплений с несимметричной по толщине структурой пакета могут быть получены путём интегрирования соответствующих компонент тензора напряжений по толщине, что обусловлено возможностью распространения гипотезы Кирхгофа на всё тело анизотропной среды.

В этом случае система уравнений равновесия строится через усилия и моменты в канонической форме.

Если структура композиционного материала и композитной панели ортотропна, то жесткости $A_{16} = A_{26} = 0$ и жесткостями $B_{16}, B_{26}, D_{16}, D_{26}$ можно пренебречь вследствие их малости по сравнению с остальными жесткостными характеристиками. Тогда линейные дифференциальные операторы связи (6), для симметричных компонент НДС и линейный дифференциальный оператор разрешающего уравнения (7) содержат лишь производные чётной степени по каждой из координат. Косо-симметричные компоненты НДС определяются нечётными производными.

Решение задачи устойчивости осуществляется на основе общего дифференциального уравнения устойчивости 8-го порядка, построенного на основе дифференциального уравнения равновесия с учётом приведённой нагрузки от действия нормальных N_x, N_y и тангенциальных N_{xy}, N_{yx} усилий, которое имеет следующий вид:

$$\sum_{i=0,1,2,\dots}^8 K_{8-i,i} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^{8-i} \partial y^i} = N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (N_{xy} + N_{yx}) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}. \quad (10)$$

Прогиб $w(x, y)$ связан с потенциальной функцией $\Phi(x, y)$ соотношением:

$$w = \left(R_{40} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + R_{31} \frac{\partial^4}{\partial x^3 \partial y} + R_{22} \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + R_{13} \frac{\partial^4}{\partial x \partial y^3} + R_{04} \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right) \Phi.$$

Если структура композитной панели ортотропна, задача сводится к исследованию дифференциального уравнения, в левой части которого содержатся чётные производные $\Phi(x, y)$ по каждой из координат, а нечётные производные в правой части связаны со сдвигом, то есть

$$\frac{K_{80}}{a^8} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^8} + \frac{K_{62}}{a^6 b^2} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^6 \partial y^2} + \frac{K_{44}}{a^4 b^4} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^4 \partial y^4} + \frac{K_{26}}{a^2 b^6} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^2 \partial y^6} + \frac{K_{08}}{b^8} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial y^8} =$$

$$= \left[\begin{array}{l} \frac{N_x R_{40}}{a^6} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial x^6} + \frac{(N_{xy} + N_{yx}) R_{40}}{a^5 b} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial x^5 \partial y} + \\ + \frac{(N_x R_{22} + N_y R_{40})}{a^4 b^2} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial x^4 \partial y^2} + \frac{(N_{xy} + N_{yx}) R_{22}}{a^3 b^3} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial x^3 \partial y^3} + \\ + \frac{(N_x R_{04} + N_y R_{22})}{a^2 b^4} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial x^2 \partial y^4} + \frac{(N_{xy} + N_{yx}) R_{04}}{a b^5} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial x \partial y^5} + \\ + \frac{N_y R_{04}}{b^6} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial y^6} \end{array} \right] \quad (11)$$

Все компоненты напряжённого состояния и внутренние силовые факторы – усилия в плоскости обшивки могут быть выражены через потенциальную функцию $\Phi(x, y)$:

$$\left. \begin{array}{l} N_x = L_{Nx} \Phi - N_x^T - N_x^H, \quad N_y = L_{Ny} \Phi - N_y^T - N_y^H \\ N_{xy} = L_{Nxy} \Phi - N_{xy}^T - N_{xy}^H, \quad N_{yx} = L_{Nyx} \Phi - N_{yx}^T - N_{yx}^H \end{array} \right\} \quad (12)$$

где, например, для ортотропной структуры

$$L_{Nx} = P_{60}^x \frac{\partial^6}{\partial x^6} + P_{42}^x \frac{\partial^6}{\partial x^4 \partial y^2} + P_{24}^x \frac{\partial^6}{\partial x^2 \partial y^4} + P_{06}^x \frac{\partial^6}{\partial y^6} \quad \text{и т. д.}$$

Коэффициенты P_{ij}^x , $i=6,4,2,0$, $j=0,2,4,6$ так же, как и коэффициенты в формулах связи (6), определяются геометрией и упругими характеристиками материала конструкции.

При непосредственной подстановке соотношений (12) в правую часть уравнения (11) задача устойчивости конструктивно-анизотропной композитной панели становится нелинейной, и, с точки зрения прямого подхода, её исследование в точной постановке связано с определёнными математическими трудностями. Ограничиваясь в дальнейшем приближённым решением, для определения критических сил применим метод линеаризации.

Для определения нормальных и сдвигающих усилий, вызванных внешней нагрузкой, рассмотрим напряжённо-деформированное состояние конструкции при продольном изгибе, то есть докритическое основное напряжённое состояние, которое, согласно предложенной расчётной схеме, является сложным, так как не разделяется на плоскую задачу и изгиб пластины. Далее задачу устойчивости, из решения которой может быть найдено дополнительное по отношению к исходному деформированию искривление поверхности приведения, будем формулировать как задачу о собственных значениях, определяя критические нагрузки из условия нетривиальности системы однородных линейных алгебраических уравнений, полученной при выполнении условий на контуре.

Рассмотрим определение критических сил общей изгибной формы потери устойчивости плоской прямоугольной несимметрично подкреплённой композитной панели ортотропной структуры. Граничные условия соответствуют шарнирному опиранию в отношении изгиба и скользящей заделке в тангенциальном направле-

нии в отношении плоской задачи, когда края панели нагружены потоками касательных сил. По двум противоположным сторонам распределены равномерно нормальные сжимающие усилия интенсивности P .

В первом приближении, пренебрегая переменностью докритического напряжённого состояния, положим, что до потери устойчивости

$$N_x = -P, N_{xy} = N_{yx} = N_y = 0.$$

Тогда уравнение изогнутой поверхности запишем в виде

$$\frac{K_{80}}{a^8} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^8} + \frac{K_{62}}{a^6 b^2} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^6 \partial y^2} + \frac{K_{44}}{a^4 b^4} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^4 \partial y^4} + \frac{K_{26}}{a^2 b^6} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^2 \partial y^6} + \frac{K_{08}}{b^8} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial y^8} + P \left[\frac{R_{40}}{a^6} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial x^6} + \frac{R_{22}}{a^4 b^2} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial x^4 \partial y^2} + \frac{R_{04}}{a^2 b^4} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial x^2 \partial y^4} \right] = 0 \quad (13)$$

где $x = x/a$, $y = y/b$ – относительные координаты; a , b – длина и ширина панели, соответственно.

Интеграл уравнения (13), удовлетворяющий краевым условиям:

$$\left. \begin{aligned} w[(0;1), y] = M_x[(0;1), y] = v_0[(0;1), y] = N_x[(0;1), y] = 0 \\ w[x, (0;1)] = M_y[x, (0;1)] = u_0[x, (0;1)] = N_y[x, (0;1)] = 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

представим двойным тригонометрическим рядом:

$$\Phi(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} f_{mn} \sin(m\pi x) \sin(n\pi y) \quad (15)$$

где m и n – параметры волнообразования.

Тогда равенство

$$P = \frac{\pi^2}{b^2} \frac{K_{80} \left(\frac{m}{c}\right)^8 + K_{62} \left(\frac{m}{c}\right)^6 n^2 + K_{44} \left(\frac{m}{c}\right)^4 n^4 + K_{26} \left(\frac{m}{c}\right)^2 n^6 + K_{08} n^8}{\left[R_{40} \left(\frac{m}{c}\right)^4 + R_{22} \left(\frac{m}{c}\right)^2 n^2 + R_{04} n^4 \right] \left(\frac{m}{c}\right)^2} \quad (16)$$

где $c = a/b$, при $m = 1, 2, 3, \dots$ и $n = 1, 2, 3, \dots$ даст спектр значений параметра P , при котором становится возможным деформирование поверхности приведения вида (15).

Для определения критического значения нагрузки $P_{кр}$ выражение (16) необходимо минимизировать по параметрам волнообразования, то есть решить экстремальную задачу.

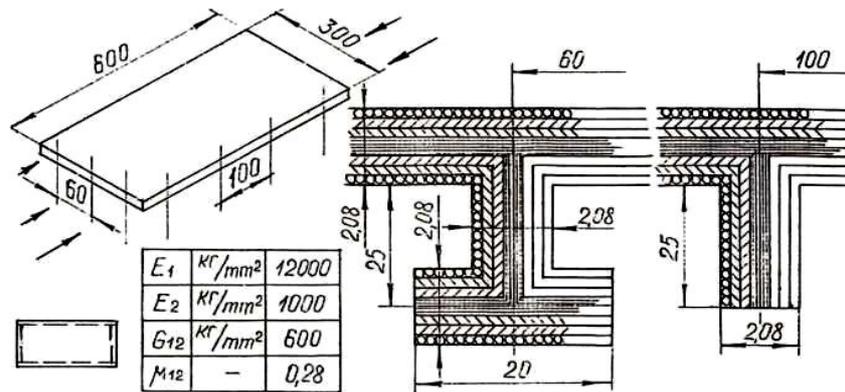
Считая в дальнейшем число полуволн n в направлении стороны b фиксированным и полагая, таким образом, усилие P функцией одной переменной $\lambda = m/c$, приравняем нулю её производную $\partial P / \partial \lambda = 0$.

Если соотношение сторон c удовлетворяет условию $c = m'/\lambda$, где m' – целое число, а λ – наименьший положительный действительный корень алгебраического уравнения двенадцатого порядка

$$\begin{aligned} (K_{80} R_{40}) \lambda^{12} + (2K_{80} R_{22}) \lambda^{10} n^2 + (-K_{44} R_{40} + K_{62} R_{22} + 3K_{80} R_{04}) \lambda^8 n^4 + \\ + (-2K_{26} R_{40} + 2K_{62} R_{04}) \lambda^6 n^6 + (-3K_{08} R_{40} - K_{26} R_{22} + K_{44} R_{04}) \lambda^4 n^8 + \\ + (-2K_{08} R_{22}) \lambda^2 n^{10} + (-K_{08} R_{04}) n^{12} = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

в выражении (16) следует положить $m = m'$, и полученное значение критической силы будет наименьшим из всех, определяемых по этой формуле.

Зависимость критических усилий от отношения сторон панели



Панель с продольно-поперечным набором. Изгибная и крутильная формы потери устойчивости

a мм	150	300	450	600	900	
c	-	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0

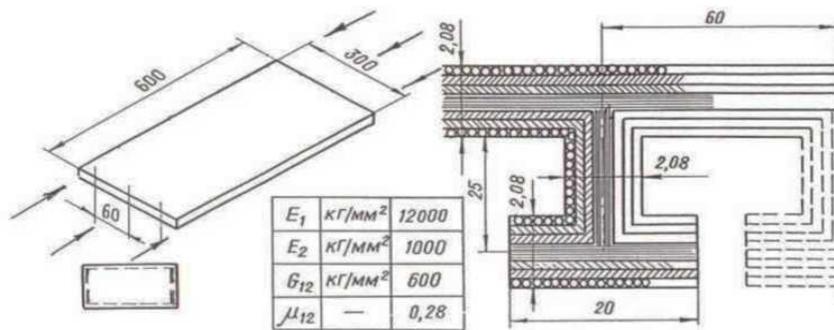


Рис. 1

Для уточнения величины критического усилия строятся соотношения между параметрами волнообразования и отношением сторон панели c в том случае, когда

при одной и той же критической нагрузке окажутся возможными две формы равновесия: с m полуволн и с $(m + 1)$ – ой полуволной в направлении стороны a .

Зависимость критических усилий от высоты стенки стержня



Стрингерная панель, сжатая в продольном направлении.
Изгибная и крутильная формы потери устойчивости



Рис. 2

Традиционный подход к построению функции $\Phi(x, y)$ в виде разложения её в двойные ряды по системе тригонометрических функций (15) позволяет исследовать критические параметры панелей с граничными условиями лишь частного вида, которые соответствуют шарнирному опиранию в отношении изгиба, а в отношении плоской задачи – заземлению в тангенциальном направлении при нагружении

контура потоками касательных сил.

Если краевые условия отличны от условий (14), представляется возможным оценить влияние технологии изготовления на несущую способность конструктивно-анизотропной композитной панели: остаточных температурных напряжений, имеющих место при охлаждении после завершения процесса отверждения, и предварительного натяжения армирующих волокон.

Решение строится в одинарных тригонометрических рядах или методом однородных решений, либо принимается во внимание докритическое напряжённое состояние конструкции.

В соответствии с изложенным алгоритмом на языке операционной среды MATLAB разработан пакет прикладных программ для РС, предназначенный для проведения расчётов на устойчивость и процесса оптимизации проектирования конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов.

В качестве примера на рис. 1, 2 представлены результаты определения критических параметров эксцентрично подкреплённых в продольно-поперечном направлениях и стрингерных, соответственно, прямоугольных панелей из углепластика, находящихся под действием постоянной погонной сжимающей нагрузки; n – число полуволн в направлении координаты y , m – число полуволн в направлении координаты x .

Для коротких панелей при отношении сторон $c < 0,75$ характерно многоволновое крутильное выпучивание $n = 6, m = 8$ (рис. 1). При отношении сторон $c = 0,75$ панель становится равноустойчивой. Панели с $0,75 < c < 2,0$ теряют устойчивость по общей изгибной форме $n = 1, m = 1$, при $c > 2,0$ по общей изгибной форме $n = 1, m = 2$.

Чем ниже жёсткость стержней на изгиб, высота стенки стрингера $c_{dx} < 25$ мм, тем выше вероятность общей изгибной формы потери устойчивости $n = 1, m = 1$. Когда высота стенки стрингера $c_{dx} > 25$ мм, панель теряет устойчивость по крутильной форме $n = 6, m = 7$ (рис. 2).

При фиксированном расстоянии между стрингерами высота стенки профиля выбирается таким образом, чтобы сжатая в продольном направлении панель не теряла устойчивости по различным формам при заданном уровне внешнего нагружения.

Выполнена компьютерная многокритериальная оптимизация конструктивно-анизотропных композитных панелей ЛА. Так как решение строится точными аналитическими методами, время расчёта варианта минимально, что представляет интерес с точки зрения практики проектирования с использованием параметрического анализа. Результаты расчётов на устойчивость дают возможность снижения и оптимизации весовых характеристик конструкции.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 17-08-00849/17)

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1988. – 269 с.
2. Власов В.З. Избранные труды в 3-х томах. – М.: Изд-во АН СССР, т. 1, 1962. – 528 с.
3. Молодцов Г.А., Гавва Л.М., Осинская Е.А. Устойчивость плоских панелей из слоистых композиционных материалов несимметричной структуры по толщине с учётом технологических факторов. – М.: МАИ, 1987. – 22 с. (ВИНИТИ 08.09.87, №6571 – В-87).

Поступила в редакцию 1 марта 2017 г. Прошла рецензирование 14 мая 2017 г.
Принята к публикации 14 июня 2017 г.

Об авторах: ФИРСАНОВ ВАЛЕРИЙ ВАСИЛЬЕВИЧ, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Машиноведение и детали машин», Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет) МАИ, 125993, Волоколамское шоссе, д. 4, г. Москва, E-mail: k906@mai.ru

ГАВВА ЛЮБОВЬ МИХАЙЛОВНА, кандидат технических наук, ведущий инженер кафедры «Проектирование самолётов», доцент кафедры «Машиноведение и детали машин», Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет) МАИ, 125993, Волоколамское шоссе, д. 4, г. Москва, E-mail: k906@mai.ru

Для цитирования: Фирсанов В.В., Гавва Л.М. Исследование изгибной формы потери устойчивости конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов в операционной среде Matlab// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – № 4. – С. 66 — 76 .

DOI: 10.22363/1815-5235-2017-4-66-76

References

1. Vasilyev, V.V. (1988). *Mechanics of Structures from Composite Materials*. Moscow: Mashinostroenie, 269 p. (in Russian).
2. Vlasov, V.Z. (1962). *Proceedings in Three Volumes*. Moscow: AS USSR, vol. 1, 528 p.
3. Molodtsov, G.A., Gavva, L.M., Osinskaya, E.A. (1987). Buckling of plane panels from plied composite materials with non-symmetric structure under technology factors being taken into consideration. M., MAI, 1987. 22 p. (VINITI 08.09.87, №6571 – V-87), (in Russian).

THE INVESTIGATION OF THE BENDING FORM OF BUCKLING FOR STRUCTURALLY-ANISOTROPIC PANELS MADE OF COMPOSITE MATERIALS IN OPERATING MATLAB SYSTEM

V.V. FIRSANOV, L.M. GAVVA

Moscow Aviation Institute (National Research University) MAI

The mathematical model relations for buckling investigation of structurally-anisotropic panels made of composite materials are presented. The mathematical model of stiffening rib being torsioned under one-side contact with the skin is refined. One takes into account the influence of panel production technology: residual thermal stresses and reinforcing fibers preliminary tension. The resolved eight order equation and natural boundary conditions are obtained with variation Lagrange method. Computer program is developed using operating MATLAB system. The influence of the structure parameters on the level of critical buckling forces for bending form has analyzed.

Key words: panels made of composite materials, un-centric longitudinal and lateral set, thin-walled rib, non-symmetric package structure, force and technology temperature action, variation Lagrange method, buckling, bending form, MATLAB.

Article history: Received: March 1, 2017. Revised: May 14, 2017.

Accepted: June 14, 2017.

About the authors: FIRSANOV VALERIY VASILYEVICH, DSc, Professor, head of department "Machine-building and machine details", Moscow Aviation Institute (National Research University) MAI, Volokolamskoye shosse, 4, Moscow, Russia, 125993, E-mail: k906@mai.ru

GAVVA LIUBOV MICHAILOVNA, PhD., leading engineer of department "Aircraft design", Associate professor of department "Machine-building and machine details", Moscow Aviation Institute (National Research University) MAI, Volokolamskoye shosse, 4, Moscow, Russia, 125993, E-mail: k906@mai.ru

For citation: Firsanov V.V., Gavva L.M. (2017). The investigation of the bending form of buckling for structurally-anisotropic panels made of composite materials in operating MATLAB system, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (4), 66 — 76 (In Russian).

DOI: 10.22363/1815-5235-2017-4-66-76

Присуждение премии имени Гришманова А.И.

(Утверждено Президиумом РИА, протокол № 55 от 15.02.2017 года)

Конкурсная комиссия Всероссийского профессионального конкурса по присуждению премии имени Гришманова И.А. в области науки, техники и организации производства промышленности строительных материалов и строительной индустрии постановила:

Присудить премии им. Гришманова 2016 года и присвоить звание "Лауреат премии имени Гришманова И.А. ниже перечисленным организациям и физическим лицам:

1. "Национальному исследовательскому Московскому государственному строительному университету" (НИУ МГСУ) Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования.

НИУ МГСУ вошел в число 15 победителей конкурсного отбора программ развития университетов, в отношении которых устанавливается категория "национальный исследовательский университет". В состав университета входит 7 институтов, 3 филиала, 55 кафедр. Профессорско-преподавательский состав - более 1300 человек. Обучается около 20 тысяч студентов. Один из координаторов технологической платформы РФ «Строительство и архитектура».

За подготовку высококвалифицированных кадров для промышленности строительных материалов и конструкций.

2. НИЦ «Строительство».

В составе Научно-исследовательского центра успешно работают около 1000 сотрудников, из которых 32 доктора технических наук и 149 кандидатов технических наук. НИЦ «Строительство» имеет 22 собственные научные школы, 57 узкоспециализированных отраслевых лабораторий, объединенных в 3 крупнейших широко известных в России и за рубежом научно-исследовательских института: Центральный научно-исследовательский институт строительных конструкций имени В.А. Кучеренко, Научно-исследовательский, проектно-конструкторский и технологический институт бетона и железобетона имени А.А. Гвоздева, Научно-исследовательский, проектно-исследовательский и конструкторско-технологический институт оснований и подземных сооружений имени Н.М. Герсеванова. Один из координаторов технологической платформы РФ «Строительство и архитектура».

За разработку и внедрение новых строительных технологий и материалов, позволяющих существенно повысить качество и долговечность.

3. Группе компаний ТехноНИКОЛЬ.

Является одним из крупнейших международных производителей надежных и эффективных строительных материалов. Компания предлагает рынку новейшие технологии, сочетающие в себе мировой опыт и разработки собственных Научных центров. Сотрудничество с проектными институтами и архитектурными мастерскими позволяет ТехноНИКОЛЬ гибко и оперативно реагировать на изменения запросов потребителей. Сегодня группа ТехноНИКОЛЬ — это 51 производственная площадка в 7 странах мира (Россия, Украина, Беларусь, Литва, Чехия, Италия, Великобритания), 18 Учебных центров, 5 Научных центров, 21 представительство в 17 странах мира. Продукция поставляется более чем в 80 государств. Штаб-квартиры ТехноНИКОЛЬ располагаются в России, Польше, Италии, Китае и Индии.

За создание на территории России инновационных производств, способствующих удовлетворению спроса населения и организаций, и существенному импорту замещению.

4. Фирме ООО «Цемискон».

Основные направления деятельности: сертификация российских цементов и сухих строительных смесей; сертификация импортируемых в Россию цементов любого изготовителя, а также импортируемых сухих строительных смесей; разработка национальных стандартов, стандартов организаций и других документов в области стандартизации; все виды испытаний цементов, сухих строительных смесей, зол и шлаков ТЭС, цементного сырья и другой продукции; научно-методическое руководство проектированием, разработкой и подготовкой к сертификации, в том числе за рубежом систем менеджмента качества по ГОСТ ISO 9001.

За разработку и внедрение современных методов исследования, совершенствование системы нормативных документов по строительным материалам и конструкциям.

5. Аналитическому агентству ООО СМПро.

Разработчик всех актуальных версий государственных программ развития отрасли, издатель регулярных отраслевых статистических отчетов. Основные направления в работе: консалтинг в сфере строительных материалов и строительной индустрии; оценка состояния и перспектив развития отдельного предприятия, группы предприятий; организация продуктивного сотрудничества с государственными органами, научно-исследовательскими институтами, инвесторами и производителями по вопросам разработки государственной политики, методов регулирования, перспектив развития отрасли, реализации программ государственно-частного партнерства; формирование стратегии управления и развития.

За разработку государственных программ и перспектив развития промышленности строительных материалов России.

6. Журналу «Строительные материалы».

Научно-технический и производственный ежемесячный журнал, основанный в 1955 году для освещения государственной технической политики в области строительной индустрии и промышленности строительных материалов.

Журнал включен в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией России для опубликования основных научных результатов диссертации на соискание учёной степени кандидата и доктора наук, размещен на платформе Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU, входит в проект Российский индекс научного цитирования (РИНЦ).

За пропаганду современных методов исследования, новейшей техники и технологий производства строительных материалов и конструкций.

7. БАЖЕНОВУ Юрию Михайловичу.

Доктор технических наук, профессор, академик РААСН, заведующий кафедрой «Технология вяжущих веществ и бетонов» Московского государственного строительного университета. Заслуженный деятель науки Российской Федерации, Президент Ассоциации ученых и специалистов в области строительного материаловедения. Подготовил 15 докторов технических наук, 68 кандидатов технических наук. Опубликовал свыше 250-ти научных трудов и 60-ти изобретений, шесть учебников широко используются в учебном процессе строительных вузов и в строительной индустрии.

Активно участвовал в становлении системы послевузовского профессионального образования строительных кадров. Дважды (в 1983 и 2002 годах) Лауреат премии Совета Министров СССР и правительства РФ в области науки и техники. Награжден орденом Почета, одиннадцатью медалями и рядом других наград. Ю.М. Баженов — почетный член Научно-технического Общества строителей, почетный профессор Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова, почетный доктор Веймарской высшей школы по архитектуре и строительству (Германия) и ряда других вузов РФ и стран СНГ, Почетный строитель России, Москвы и Московской области.

В номинации «За многолетний труд и заслуги в области промышленности строительных материалов и строительной индустрии».

8. БАРИНОВОЙ Ларисе Степановне.

Кандидат химических наук; ученое звание – старший научный сотрудник по специальности «технология силикатных и тугоплавких неметаллических материалов», Лауреат премии Правительства РФ 2003г. в области науки и техники, заслуженный экономист РФ, почетный строитель России. Имеет 7 авторских свидетельств на изобретения. Член-корреспондент Академии горных наук.

Председатель ТК 400 Росстандарта. Старший научный сотрудник, зав. отделом, зам. директора, директор Всесоюзного (с 1998 г. - Всероссийского) НИИ научно-технической информации и экономики промышленности строительных материалов (ВНИИЭСМ) Министерства промышленности строительных материалов СССР, а с 1998г. - Госстроя России, где отвечала за организацию внедрения на предприятиях строительных материалов новых эффективных технологий, в т.ч. передаваемых в гражданские отрасли из оборонной промышленности. Была одним из инициаторов и соавторов Системы информационного обеспечения в промышленности строительных материалов.

Представляла ВНИИЭСМ в международном Союзе строительных центров (консультативный орган Комиссии по социальному и экономическому развитию ООН), дважды избиралась Президентом этого Союза.

В 1998 – 2003 г.г. заместитель Председателя Госстроя России. Отвечала за организацию разработки нормативно-технической документации по строительству и развитие отраслевой науки и проектирования, а также промышленность строительных материалов. С 2003 - первый заместитель Председателя Комитета ТПП РФ по предпринимательству в сфере строительства и ЖКХ, вице-президент Российского Союза строителей. В 2005 - 2012 г.г. председатель Технического комитета по стандартизации в строительстве (ТК-465) Росстандарта, с 2012 г. – председатель ТК 400. С 2014 года — 1-ый заместитель председателя Комитета ТПП РФ по предпринимательству в сфере строительства.

В номинации «За многолетний труд и заслуги в области промышленности строительных материалов и строительной индустрии».

9. БУТКЕВИЧУ Георгию Романовичу.

Кандидат технических наук, почетный член Академии горных наук, Почетный строитель России, действительный член РНТО строителей. Бессменный руководитель секции "Нерудные материалы" РНТО строителей, научный руководитель ассоциации "Недра", ученый секретарь ФГУП «ВНИПИИстромсырье».

После окончания в 1957 г. Московского горного института Г.Р. Буткевич работал на карьерах мастером, сменный инженером, начальником участка. В 1960 г. перешел на работу в институт ВНИПИИстромсырье, занимая должности от младшего научного сотрудника до заведующего отделом. В настоящее время Георгий Романович – ученый секретарь института. Является автором и соавтором более 190 печатных работ в отечественных и зарубежных изданиях, 50 статей в газетах, 20 изобретений.

В номинации «За многолетний труд и заслуги в области промышленности строительных материалов и строительной индустрии».

10. ГУСЕВУ Борису Владимировичу.

Доктор технических наук, профессор, Член-корреспондент Российской академии наук. Президент Российской и Международной инженерных академий. Заслуженный деятель науки РФ, заведующий кафедрой «Строительные материалы и технологии» Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный университет путей сообщения» (МИИТ). Под его руководством защитились 10 докторов технических наук и 80 кандидатов наук в ряде стран мира. Автор более 700 научных статей, 38 книг на английском, грузинском, польском, русском, украинском языках и на других иностранных языках. Он — крупный изобретатель, им получено более 130 патентов на изобретения.

Трудовая деятельность Гусева Б.В. отмечена Государственными премиями СССР и РФ, 4-мя премиями Правительства РФ, а также высокими государственными наградами Советского Союза, Российской Федерации, Армении, Казахстана, Украины многими отраслевыми и общественными наградами РФ и других стран.

В номинации «За многолетний труд и заслуги в области промышленности строительных материалов и строительной индустрии».

11. КРЫЛОВУ Борису Александровичу.

Доктор технических наук, профессор, Заслуженный деятель науки и техники Российской Федерации, Лауреат премии Совета министров СССР, Почётный строитель России, Почётный транспортный строитель, Академик Международной и Российской инженерной академии.

Главный научный сотрудник НИИ бетона и железобетона (НИИЖБ), в течение многих лет – заместитель директора НИИЖБ по научной работе. Специалист в области технологии бетона, интенсификации твердения бетона; строительства в экстремальных условиях: при низких температурах наружного воздуха, в вечной мерзлоте, в сухом жарком климате; применения солнечной энергии для термообработки сборных железобетонных изделий; оборудования и технологии очистки бетона, камня, металла от любых загрязнений. Автор более 300 работ, в т.ч. около 100 изобретений, осуществлял научное сопровождение многих уникальных объектов строительства, принимал участие в обследовании множества промышленных и гражданских объектов, разработке регламентов и рекомендаций на возведение различных объектов в Москве, Сибири, на Крайнем Севере, в Якутии и т.д. Награжден орденом Знак Почёта.

В номинации «За многолетний труд и заслуги в области промышленности строительных материалов и строительной индустрии».

12. ФАЛИКМАНУ Вячеславу Рувимовичу.

Доктор материаловедения, профессор, Лауреат премии Правительства РФ в области науки и техники, Почетный строитель России. Автор более 300 научных работ и 70 патентов. Заведующий сектором долговечности железобетонных конструкций НИИЖБ им. А.А. Гвоздева НИЦ «Строительство», профессор кафедры вяжущих веществ и бетонов Московского государственного строительного университета, 1-й вице-президент ассоциации «Железобетон». Представитель Международного союза экспертов и лабораторий в области строительных материалов, систем и конструкций – РИЛЕМ в странах Восточной Европы и Средней Азии, Заслуженный член РИЛЕМ (Fellow Member).

Глава Национальной делегации России в Международной федерации по конструкционному бетону — ФИБ. Член Американского института бетона и Технических комитетов АСІ «Материаловедение» и АСІ 241 по нанотехнологиям в бетоне.

Представитель Росстандарта в профильных комитетах Международной организации по стандартизации — ИСО. Вице-президент Международной инженерной академии.

Награжден несколькими правительственными наградами и почетными знаками.

В номинации «За развитие международного сотрудничества в области строительных материалов».

13. ФУРМАНОВУ Борису Александровичу.

Заслуженный строитель Российской Федерации, Почётный строитель России, Лауреат премии Совета Министров СССР, Почётный член Российской академии архитектуры и строительных наук, Почётный член Российского научно-технического общества строителей, действительный член Академии транспортного строительства России.

До 1982г. работал в строительных организациях Первоуральска, Нижнего Тагила, Свердловска. С 1986г. - заместитель министра Минтяжстроя СССР, Минуралсибстроя СССР. В 1990 - 1992 годах - член правительства Российской Федерации, председатель Государственного комитета по архитектуре и строительству РСФСР, министр архитектуры, строительства и жилищно-коммунального хозяйства России. С 1993г. - заместитель председателя Экспертного совета при Президенте Российской Федерации, заместитель министра Минэкономики России. С 1994г. по 2001г. - заместитель председателя Государственной инвестиционной корпорации. С 1991г. по 2011г. - президент Российского научно-технического общества строителей Награждён орденами "Трудового Красного Знамени" (1978г.) и "Дружбы Народов" (1986г.), тремя медалями, в том числе медалью "За освоение целинных и залежных земель" (1957г.).

Изобретатель, автор технических статей по вопросам строительства, член редакционного совета антологии "Строители России. XX век", а также тома антологии "Наука и научно-технический прогресс XX века".

В номинации «За многолетний труд и заслуги в области промышленности строительных материалов и строительной индустрии».

ИНОСТРАННЫЕ ГРАЖДАНЕ.

14. УШЕРОВУ-МАРШАКУ Александру Владимировичу.

Доктор технических наук, профессор кафедры «Физико-химической механики и технологии строительных материалов» Харьковского национального университета строительства и архитектуры, Лауреат премии имени акад. Н. С. Курнакова АН СССР за выдающиеся достижения в области физико-химического анализа неорганических материалов (1986 г.) и Государственной премии Украины в области науки и техники (1993 г.), заслуженный деятель науки и техники Украины (1994 г.), заслуженный инженер России (2007 г.). Автор более 300 публикаций, в т. ч. монографий «Тепловыделение при твердении вяжущих веществ и бетонов» (1984 г.), «Калориметрия цемента и бетона» (2002 г.), «Шлакопортландцемент и бетон» (2004 г.); научный редактор ряда книг, в т. ч. «Химические и минеральные добавки в бетон» (2005 г.); «Товарный бетон. Новые возможности в строительных технологиях» (2008 г.); «Бетонведение. Лексикон.»(2010 г.); Бетонведение. Современные этюды» (2016 г.).

В номинации «Разработка и внедрение современных методов исследования, новейшей техники и технологий производства строительных материалов и конструкций».

Требования к оформлению статей в журнал «Строительная механика инженерных конструкций и сооружений»

Текст статьи подготавливается в виде компьютерной, готовой к изготовлению печатной матрицы, распечатки и варианта на электронном носителе. Текст распечатки должен быть четким. Формат текста с размером по вертикали 23 см и по горизонтали 13,5 см. Текст размещается в середине листа формата А4.

Поля рукописи должны быть следующие:
верхние и нижние по 3,4 см; справа и слева по 3, 8 см.

Отступ первой строки абзаца – 0,75 см.

Текст подготавливается в системе *Word*, размер шрифта 11 пунктов. Шрифт *Times New Roman*, межстрочный интервал *одинарный*. Текст оформляется по аналогии с представленными в сборнике статьями. Обязательно использовать *автоматический перенос*.

Перед заголовком указывать *УДК*.

Заголовок **СТРОЧНЫМИ** буквами, жирным шрифтом, центрируется (в заголовке не должно быть переносов).

После пропуска одной строки следует И.О. ФАМИЛИЯ, *ученая степень, ученое звание* (или *инженер, аспирант, студент*) (курсивом) автора. Соавтор аналогично.

С новой строки: *Организация* (место работы, курсивом). Если соавторы из разных организаций против каждого автора из одной организации ставится одна звездочка *, против авторов (соавторов) из другой организации – две звездочки ** (и т.д.). После последовательного перечисления всех авторов статьи (каждого с новой строки) следуют наименования организаций, предваренные * или ** (и т.д.) звездочками. Затем с новой строки следует полный почтовый и электронный адрес автора.

После пропуска одной строки следует *краткая аннотация статьи* (курсив, 10 пт) объемом 6-8 строк, затем после пропуска одной строки идут ключевые слова, и, наконец, после пропуска одной строки идет основной текст.

После основного текста следует: *С п и с о к л и т е р а т у р ы* (центрируется)

Далее идет пронумерованный список цитируемой литературы (Full –10). Авторы выделяют курсивом.

Далее оставляется пустыми 3 строки для редакционных вставок.

После этого с новой строки идет информация «Об авторе» (см. статьи в журнале).

Затем с новой строки следует: *R e f e r e n c e s* (центрируется) и повторяется цитируемая литература на английском языке или на родном языке, но латинскими буквами (Full – 9) с переводом на английский язык в квадратных скобках.

В заключительной части статьи приводятся **НАЗВАНИЕ** статьи (строчными жирными буквами), Ф.И.О. авторов (централизуются) и перевод аннотации статьи на иностранный, предпочтительнее, английский язык. Затем с новой строки идут ключевые слова (KEY WORDS: ...) на английском языке. Далее идет перевод на английский язык информации уже написанной на русском языке (см. статьи в журнале).

Рисунки оформляются в тексте статьи предпочтительно средствами *Word* или других графических средств. Рисунки, выполненные чертежными средствами (тушью или черными чернилами), должны быть аккуратными с четкими надписями. Рисунки и надписи на них должны быть единым целым (сгруппированы) и не распадаться при их перемещении. Рисунки отделяются от текста на 6 пт.

Формулы в тексте статьи готовятся с помощью редактора формул *Microsoft equation* с установленными параметрами:

Full –11, Subscript/Suhtscript – 9, Sub- Subscript/Suhtscript – 7,

Symbol – 14, Subsymbol – 10.

Математика (функции) – латинские символы курсивом, греческие символы – прямым шрифтом. Между формулами и сверху, снизу от текста интервал 3 *pt*.

Номера страниц проставляются карандашом в левом нижнем углу страницы. Последняя страница предоставляется в двух экземплярах, второй экземпляр подписывается авторами статьи.

Аспирантам и соискателям желательно приложить к статье отзыв научного руководителя или специалиста по тематике статьи из организации, где выполняется работа.

Редакция имеет право снимать с публикации статьи, не отвечающие указанным требованиям, или, если на статью поступят два отрицательных отзыва рецензентов, или членов редакционного совета, или членов редколлегии журнала.