

## Сведения о журнале

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал «*Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*» знакомит читателей с достижениями отечественных и зарубежных ученых в области геометрии пространственных конструкций, сопротивления материалов, строительной механики, теории упругости и расчета строительных и машиностроительных конструкций, освещает вопросы научно-технического прогресса в строительстве и машиностроении, публикует аналитические обзоры по теме журнала.

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране наследия. Свидетельство о регистрации средства массовой информации ПИ №ФС77-19706 от 13 апреля 2005 г. Подписной индекс по каталогу агентства «Роспечать» – 20479 (полгода) и 80344 (год).

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, сформированный Минобрнауки России, для публикаций основных научных результатов диссертаций на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук. Перечень вступил в силу 1 декабря 2015 г.

### РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ:

АНДРЕЕВ В.И., акад. РААСН, д.т.н., профессор (МГСУ, Москва),  
БАЖЕНОВ В.А., акад. Национальной Академии педагогических наук Украины, д.т.н., профессор (КНУСА, Киев, Украина),  
БОНДАРЕНКО В.М., акад. РААСН, д.т.н., профессор (НИИСФ РААСН, Москва),  
ВАНИН В.В., д.т.н., профессор (Киевский политехнический университет, Украина),  
ИВАНОВ С.П., д.т.н., профессор (ПГТУ – ВОЛГАТЕХ, Йошкар-Ола),  
КАРПЕНКО Н.И., акад. РААСН, д.т.н., профессор (НИИСФ РААСН, Москва),  
КОЛЧУНОВ В.И., акад. РААСН, д.т.н., профессор (ЮЗГУ, Курск),  
KRASIC SONJA, PhD (University of Nis, Nis, Serbia),  
КРИВОШАПКО С.Н., д.т.н., профессор (РУДН, Москва),  
ЛЯХОВИЧ Л.С., акад. РААСН, д.т.н., профессор (ТГАСА, Томск),  
ГРУДЕВ И.Д., д.т.н., профессор, почетный член РААСН (ЦНИИПСК, Москва),  
ПОТАПОВ В.Д., д.т.н., профессор (МГУПС РФ (МИИТ), Москва),  
САНЖАРОВСКИЙ Р.С., д.т.н., проф. (Евразийский Нац. У-т им. Гумилева, Казахстан),  
ТРАВУШ В.И., акад. РААСН, д.т.н., профессор (ЭНПИ, Москва),  
ЯКУПОВ Н.М., чл- корр. РИА, д.т.н., профессор (ИММ КазНЦ РАН, Казань)

### РЕДАКЦИЯ:

д.т.н., профессор С.Н. Кривошапка – *главный редактор*,  
д.т.н., профессор В.Н. Иванов – *зам. главного редактора*,  
д.т.н. С.Е. Лисичкин; д.т.н., профессор Е.М. Зверяев; д.т.н., профессор В.И. Обозов;  
д.т.н., профессор В.П. Агапов; И.А. Мамиева – *исполнительный редактор*;  
Е.А. Гринько – *редактор англоязычного Интернет-сайта журнала*.

Русскоязычный интернет-сайт журнала: <http://stmj.rudn.ru>  
Англоязычный интернет-сайт журнала <http://smjournal.narod.ru>

Технический секретарь *Е.М. Тупикова*  
Компьютерная верстка *Т.И. Карелина*

**Почтовый адрес журнала:** 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6, РУДН,  
каф. Прочности материалов и конструкций  
Тел.: (495) 955-09-78; (495) 955-08-81; Факс: (495) 955-08-81; (495) 952-08-29  
E.mail: [sn\\_krivoshapko@mail.ru](mailto:sn_krivoshapko@mail.ru) или [i\\_mamieva@mail.ru](mailto:i_mamieva@mail.ru)  
Тираж 320 экз.

---

Учредитель: Российский университет дружбы народов, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6, РУДН

Типография ИПК РУДН, 117923, ГСП-1, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3  
© Журнал «Строительная механика инженерных конструкций и сооружений», 2017  
© В.В. Василяка, фото на 1-ой странице обложки (Испания, Барселона, 2016)

# Строительная механика инженерных конструкций и сооружений

Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал

117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д.6 тел.: (495) 955-09-78; FAX: (495)9520829

## С о д е р ж а н и е

№ 1, 2017 год

<u>Поздравление ректора РУДН академика РАО В.М. Филиппова</u>	3
Награждение журнала «Строительная механика инженерных конструкций и сооружений» Международной премией за качество «INTERNATIONAL GOLD STAR FOR QUALITY».....	3
<u>Научно-технические обзоры</u>	
Якупов Н.М., Якупов С.Н. Тонкослойные покрытия.....	6
<u>Расчет тонких упругих оболочек</u>	
Кривошапко С.Н. Два вида расчетных уравнений для оболочек в произвольных криволинейных координатах.....	15
<u>Расчет и проектирование строительных конструкций</u>	
Санжаровский Р.С., Манченко М.М. Нелинейная теория ползучести бетона и железобетона и современные нормы.....	23
Свинцов А.П., Скрипник Т.В., Шакиров Б.Ш. Тепловизионное обследование здания Российского университета дружбы народов.....	36
Рубин О.Д., Лисичкин С.Е., Фролов К.Е. Методика расчета прочности железобетонных конструкций гидротехнических сооружений, усиленных композиционными материалами.....	42
Колчунов В.И., Губанова М.С., Карпенко Д.В. Расчетная модель длительного деформирования плосконапряженного коррозионно поврежденного железобетонного элемента в зоне контакта двух бетонов....	49
<u>Устойчивость упругих оболочек</u>	
Мануйлов Г.А., Бегичев М.М. О начальном послекритическом равновесии продольно сжатой круговой цилиндрической оболочки и минимальном энергетическом барьере.....	58
<u>Экспериментальные исследования</u>	
Грицук И.И., Ионов Д.Н., Дебольский В.К., Масликова О.Я. Лабораторное исследование деформаций в нижнем бьефе на примере Рыбинского гидроузла.....	70
<u>Расчет машиностроительных конструкций</u>	
Белюсов Ю.В. Вычисление остаточных напряжений при травлении консольно закрепленного образца.....	78
<u>Премия имени Гришманова А.И.</u> .....	81

---

*Contents,  
No 1, 2017*

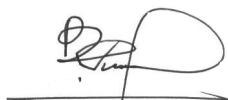
<u><i>The congratulation of the Rector of RUDN University</i></u> .....	3
The rewarding of the Journal “ <i>Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings</i> ” with the International Quality Prize «INTERNATIONAL GOLD STAR FOR QUALITY».....	3
<u><i>Scientific-and-technical reviews</i></u>	
<i>Yakupov N.M., Yakupov S.N.</i> Thin coatings.....	6
<u><i>Analysis of thin elastic shells</i></u>	
<i>Krivoshapko S.N.</i> Two types of governing equations for shells with the middle surfaces given in arbitrary curvilinear coordinates.....	15
<u><i>Analysis and design of building structures</i></u>	
<i>Sanjarovsky R., Manchenko M.</i> Nonlinear creep theory of concrete and reinforced concrete and modern standards.....	23
<i>Svintsov A.P., Scripnic T.V., Shakirov B.Sh.</i> Thermal imaging survey of a building of the Peoples' Friendship University of Russia.....	36
<i>Rubin O.D., Lisichkin S.E., K.E. Frolov S.E.</i> Methodology for durability calculation of reinforced concrete structures of hydrotechnical erections strengthened by composite materials.....	42
<i>Kolchunov V.I. , Gubanova M.S. , Karpenko D.V.</i> Analytical model for long-term deformation of a reinforced concrete element with corrosion damage in plane stress state at the contact area between concretes of various grades.....	49
<u><i>Stability of elastic shells</i></u>	
<i>Manuylov G.A., Begichev M.M.</i> On initial postbuckling equilibrium and minimum energy barrier of axially compressed cylindrical shell.....	58
<u><i>Experimental researches</i></u>	
<i>Gritsuk I.I., Ionov D.N., Debolsky V.K., Maslikova O.Ya.</i> Laboratory research of deformations in the lower byef on the example of the Rybinsk water-engineering system.....	70
<u><i>Analysis and design of machine-building structures</i></u>	
<i>Belousov Yu.V.</i> Calculation of residual stresses by etching cantilevered sample...	78
<u><i>Grishmanov A.I. Prize</i></u> .....	81

## ПОЗДРАВЛЕНИЕ РЕКТОРА РУДН

*Поздравляем главного редактора журнала **Строительная механика инженерных конструкций и сооружений (Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings)** проф. С.Н. Кривошапко, коллектив редакционной коллегии и редакционный совет журнала с присуждением премии **INTERNATIONAL GOLD STAR FOR QUALITY in the realm of Customer Satisfaction, Innovation and Technology as established in the QC100 TQM model.***

*Желаю всему коллективу дальнейших успехов в работе и надеюсь, что журнал внесет достойный вклад в реализацию Программы стратегического развития РУДН.*

Ректор РУДН



Академик РАО В.М. ФИЛИПОВ

### Награждение журнала «Строительная механика инженерных конструкций и сооружений» (Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings) Международной премией за качество «INTERNATIONAL GOLD STAR FOR QUALITY»

Журнал был выдвинут международной организацией BID Group One (Испания), которая является ведущей организацией в мире, распространяющей культуру качества, инновации и передовой опыт, которая была создана с целью признать престиж крупнейших компаний, организаций и бизнес-лидеров в мире Качества. В этом году в ходе Международной конвенции по качеству World Quality Commitment были вручены награды WQC на церемонии вручения в конференц-центре отеля Hyatt Regency Paris Étoile, в том числе, и журналу «Строительная механика инженерных конструкций и сооружений» (Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings).

Торжественная церемония вручения премии состоялась 15 - 16 октября 2016 года в Париже, Франция. От имени коллектива журнала премию получил к.т.н., ассистент С.В. Страшнов.

Свое начало журнал ведет с выпуска сборника научных трудов «Вопро-



сы прочности пространственных систем», изданного в 1992 году по инициативе проф. С.Н. Кривошапко. Затем в 1993 году был выпущен межвузовский сборник научных трудов «Современные проблемы теории пластин, оболочек и вопросы проектирования гражданских и промышленных сооружений» (Вып. 2), а, начиная с 3-го выпуска (1994 г.), межвузовский сборник научных трудов стал называться «Строительная механика инженерных конструкций и сооружений». Было решено ограничиться выпуском 2 номеров сборника в год. Всего за период с 1992 по 2004 г. вышло из печати 13 номеров сборника. В начале 2005 года редколлегия сборника в составе профессоров М.И. Ерхова, В.А. Копнова, С.Н. Кривошапко, Ю.П. Ляпичева и В.Н. Иванова, при поддержке ректора РУДН проф. В.М. Филиппова, решила перейти к изданию полноценного центрального журнала с одноименным названием с периодичностью издания 4 номера в год.

С 2014 года журнал перешел на выпуск 6 номеров в год.

Были созданы русскоязычный (<http://stmj.rudn.ru>) и англоязычный (<http://smjournal.narod.ru>) интернет-сайты журнала. Журналу был присвоен подписной индекс по каталогу агентства «Роспечать» – 20479. Журнал вошел в «Перечень» утвержденных ВАК РФ изданий для публикаций основных научных результатов диссертаций на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук. Таким образом, журнал был признан научным сообществом России.

За прошедшие 11 лет журнал значительно расширил контингент своих авторов. В журнале публиковали свои работы известные ученые и молодые исследователи из России, Японии, Сербии, Бенина, Камеруна, Вьетнама, Азербайджана, Украины, Узбекистана, Таджикистана, Грузии, Белоруссии и Казахстана.



Журнал неоднократно предоставлял свои страницы для публикации результатов исследований не только крупным ученым, таким как, акад. РААСН, д.т.н., проф. В.И. Бондаренко, акад. РААСН, д.т.н., проф. В.И. Колчунов, чл.-кор. РИА, д.т.н., проф. Н.М. Якупов, д.т.н., проф. В.Д. Потапов, акад. РААСН, д.т.н., проф. В.И. Андреев, Prof., директор «Ecole Supérieure de Génie Civil Verechaguine A.K.» Gbaguidi-Aisse G.L. (Бенин) и др., но и аспирантам, студентам, опубликовавшим здесь свои первые научные статьи.

Кстати, согласно рейтингу по 142-м журналам строительного цикла по номинации «Публикация результатов кандидатских диссертаций» журнал в 2015

году занял первое место и 13-е место в номинации с учетом всех показателей. Согласно материалам РИНЦ, импакт-фактор журнала – 0,664 за 2015 год и он занимает 999 место в общем рейтинге Science Index за 2015 год среди 6016 российских научных журналов, издаваемым в Российской Федерации.

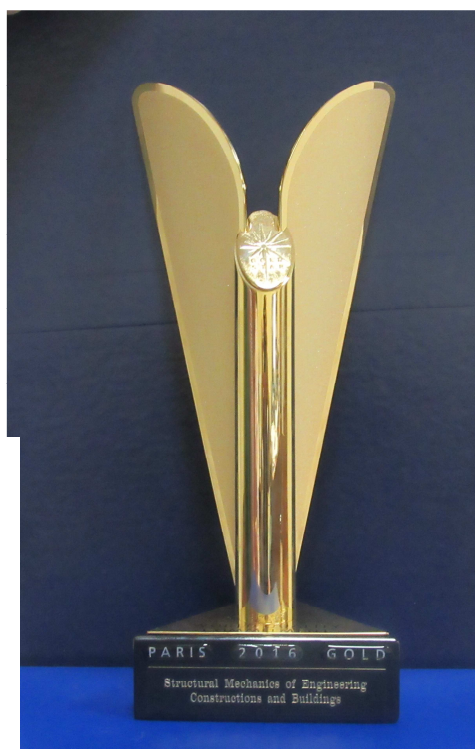
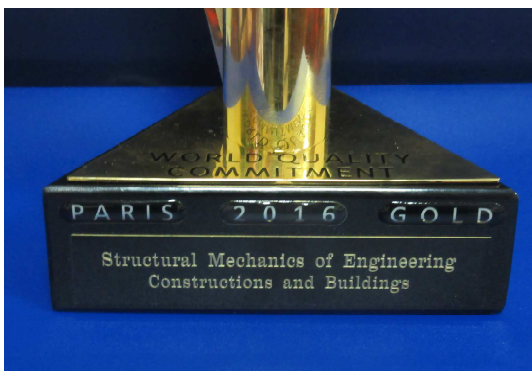
Многие авторы использовали журнал для публикации научных результатов, которые затем вошли составной частью в их монографии, учебники и учебно-методические комплексы.

Журнал регулярно публиковал основные научные результаты, полученные в рамках выполнения проектов по различным региональным, ведомственным и всероссийским грантам и конкурсам.

Журнал тесно сотрудничает с Межвузовским научным семинаром «Геометрия и прочность тонких оболочек неканонических форм» ([www.shell-sem.narod.ru](http://www.shell-sem.narod.ru)). Многие выступавшие на этом семинаре, по рекомендации семинара представляли свои статьи в журнал.

Необходимо отметить, что статьи, поступающие в журнал, проходят строгий отбор. Для их рецензирования привлекаются члены Редакционного совета журнала, редколлегии и штатных рецензентов – специалистов по соответствующим областям науки и техники.

Учитывая приведенную выше информацию, можно сказать, что журнал «Строительная механика инженерных конструкций и сооружений», учредитель Российский университет



дружбы народов, за прошедшие 11 лет состоялся как признанный научным сообществом центральный обзорно-аналитический и научно-технический журнал по строительной механике, теории упругости, численным и аналитическим методам расчета строительных и машиностроительных конструкций, прочности летательных аппаратов и архитектуре большепролетных пространственных систем, что подтверждается вручением престижной Международной премии.

#### **Сведения о журнале из РИНЦ на 1 декабря 2016 года**

*Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*  
(*Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*)

Выпусков – 50, опубликовано статей – 680, число цитирований – 1016.

Место журнала в рейтинге SCIENCE INDEX за 2015 год – 999.

Двухлетний импакт-фактор РИНЦ – 0,664; пятилетний импакт-фактор РИНЦ – 0,496. Десятилетний индекс Хирша – 7; число цитирований статей предыдущих 2-х лет – 105.



## Научно-технические обзоры

### ТОНКОСЛОЙНЫЕ ПОКРЫТИЯ

Н.М. ЯКУПОВ, *д-р техн. наук, проф.*

С.Н. ЯКУПОВ, *к.т.н., с.н.с.*

ИММ КазНЦ РАН: [yzsrr@kfti.knc.ru](mailto:yzsrr@kfti.knc.ru), [tamas\\_86@mail.ru](mailto:tamas_86@mail.ru)

*Среди тонкостенных элементов конструкций особо выделяются пленочные и мембранные элементы, к которым относятся и покрытия. Они находят широкое применение во всех отраслях. Для создания эффективных инструментов диагностирования и оценки механических свойств вновь создаваемых или приобретаемых покрытий и адгезива необходимы углубленные знания. Рассмотрены способы определения механических характеристик покрытий и адгезива. Отмечены современные тенденции в разработках покрытий.*

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** пленки, покрытия, нанопокрывтия, адгезивы, методы и способы, экспериментально-теоретический метод, механические свойства, диагностика, тенденции развития, инкапсуляция, модификация покрытия

**О покрытиях.** Среди тонкостенных элементов конструкций, сочетающих легкость с высокой прочностью, особо выделяются пленочные и мембранные элементы, к которым относятся и различные покрытия. Они находят широкое применение во всех отраслях производства и жизнедеятельности [1-3]. Нет сферы человеческой деятельности, где бы не пытались решать технические и экономические проблемы на базе пленок и покрытий. Это и проблемы трения и износа, и проблемы коррозии и эрозии, и проблемы поглощения волн заданного диапазона, и проблемы защиты от высоких температур и от огня, и проблемы защиты от вирусов и бактерий, и проблемы сохранения продуктов и воды, и проблемы обеззараживания и т.д. В перспективе эта тенденция будет еще более возрастать. При этом бурное развитие нанотехнологии и наноматериалов способствует эффективному решению поставленных задач. Сама природа подсказывает эффективность использования пленок и покрытий, достаточно изучить строение природных конструкций (флоры и фауны). Создаются различные покрытия и адгезионные компоненты. Необходимые качества покрытий обеспечиваются путем разработки сложных тонкослойных композиционных структур (так называемые материал - конструкции) и адгезива, которые формируются непосредственно на поверхностях конструкций. Создаются покрытия различного назначения, используя весь накопленный технологический арсенал, включая нанотехнологию [3-13].

В процессе эксплуатации конструкций выходят из строя защитные покрытия, вследствие изменения механических и физических характеристик покрытий и адгезива. Нарушение защитной изоляции может привести к серьезным последствиям, в частности, к интенсивному коррозионному износу. При выборе покрытия, адгезива и технологии его нанесения возникают вопросы, связанные с определением их необходимых геометрических и физических параметров, с оценкой механических свойств и срока их службы в зависимости от окружающей среды и физических полей и т.д.

Для создания эффективных инструментов диагностирования состояния покрытий и адгезива и оценки механических свойств вновь создаваемых или приобретаемых покрытий и адгезива необходимы углубленные знания об известных способах и моделях определения механических характеристик покрытий и адгезионных свойств покрытий к подложке.

**Определение механических характеристик покрытий.** Для исследования покрытий со сложной структурой, включая образцы с дефектами или отверстиями, не всегда применимы физические методы, в частности метод «индентора» [14,15], позволяющий определять свойства материала в окрестности заданной точки (*рисунок 1*). Метод неэффективен при исследовании покрытий, имеющих сложную поверхностную структуру.

В зародышевом состоянии находится молекулярный подход (*рисунок 2*) [16-18] исследования механических свойств тонких структур. Возникают трудности при описании

сложной структуры на молекулярном уровне, а также задании информации о дефектах на нано и макроуровнях одновременно.

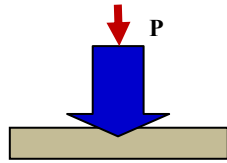


Рисунок 1 – Схема инденторного метода

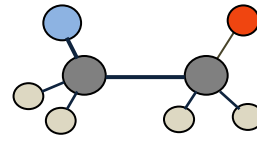


Рисунок 2 – Молекулярный подход

Стандартным способом является одноосное испытание на растяжение образцов (рисунок 3) в форме прямоугольника шириной от 10 до 25 мм, длиной не менее 150 мм [19,20]. При исследовании механических характеристик покрытий, пленок таким способом наблюдается большой разброс результатов испытания. Этот факт отмечается в [21]. Невозможно исследовать стандартным одноосным способом механические свойства покрытий, имеющих сложную структуру, дефекты и повреждения. Сложность структуры возникает и в процессе эксплуатации. Порой невозможно даже описать структуру материала и формы дефектов, не говоря уже об определении реальных характеристик композиций (рисунок 4).

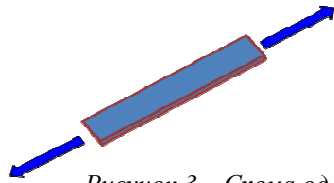


Рисунок 3 – Схема одноосного испытания

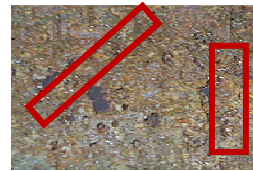


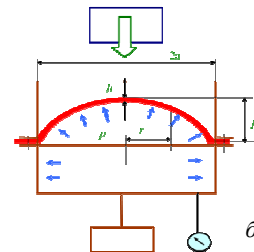
Рисунок 4 – Недопустимость схемы одноосного испытания

Патентный поиск показал, что по данной теме имеются отечественные изобретения [22-26] и зарубежные изобретения – патент США [27] и патент Японии [28]. Следует также отметить патенты [29-31]. Возникает необходимость разработки двумерного подхода исследования. Эффективным подходом определения механических свойств оболочечных покрытий является экспериментально - теоретический метод [32-41]. Метод позволяет определять интегральные механические свойства оболочечных покрытий и может быть использован также для исследования нанопокровтий и нанопленок [42].

Экспериментально - теоретический метод исследования механических свойств плоских покрытий (ЭТМ<sub>пл</sub>) [34,43-45]. Метод основан на синтезе экспериментальных данных и теоретических соотношений, полученных из нелинейной теории тонких оболочек, теории упругости и пластичности. Изображение фрагмента экспериментальной установки «ДМ-1» и схемы установки приведены на рисунке 5 а, 5 б. Установка предназначена для испытания тонкослойных круглых образцов, на одну поверхность которых воздействует какая-либо среда, а на другую поверхность действует равномерно распределенное поверхностное давление.



Рисунок 5 – Фрагмент и схема экспериментальной установки



Из эксперимента снимают кривую «давление  $p$  - прогиб  $H$ ». При наличии сквозных дефектов под образец подкладывают подложку в виде пленки, имеющую, например, более высокую деформационную способность по сравнению с испытуемым материалом. По полученным результатам замеров производят теоретическую обработку, определяя, в частности, модуль упругости или условную модуль упругости, строят кривые деформирования и составляют заключение о степени износа материала исследуемого



образца. При этом используются, в частности, соотношения для тонких пластин, гибких упругих мембран, гибких упругих мембран при больших изменениях кривизны, гибких мембран при пластических деформациях [34,41,43-45].

*Экспериментально-теоретический метод исследования свойств покрытий исходно сферической формы (ЭТМ<sub>сф</sub>)* [46-48]. Метод в отличие ЭТМ<sub>пл</sub> в ЭТМ<sub>сф</sub> исследуются интегральные механические свойства покрытия исходно сферической формы. На экспериментальном этапе образцы размещаются на специальных зажимных устройствах установки (рисунки 5, 5 в), нагружаются поверхностным давлением и производится мониторинг за формой деформирования образца. Получают зависимость «давление  $p$  - прогиб  $H$ ». Опираясь на экспериментальные данные и используя соотношения теории оболочек в упругой и пластической областях, определяются механические характеристики материала образца [46-48]: модуль или условный модуль упругости, картина деформирования и т.д. При этом для образцов со сложной структурой, например, образцов с распределенными мелкими отверстиями, порами или дефектами, определяются приведенные механические свойства.

На способы испытаний и устройства, используемые в ЭТМ<sub>пл</sub> и ЭТМ<sub>сф</sub>, получены патенты РФ на изобретения: №№ 2184361, 2296976, 2310184, 2387973, 2403556. На базе ЭТМ изучено, в частности, влияние воздействия солнечного излучения на механические свойства полимерных пленок с подложкой разного цвета [49,50]. Метод развит для исследования механических характеристик биологических мембран [51].

*Способ определения механических характеристик тонких покрытий в системе «покрытие - подложка».* Рассмотрена задача определения механических характеристик тонких покрытий, включая нанопокрты, полученных в системе «покрытие - подложка». Раздельно исследуются ЭТМ<sub>пл</sub> свойства подложки и пакета «подложка - покрытие», определяются механические характеристики покрытия: модуль упругости  $E_{покр}$  или условный модуль упругости  $E_{покр}^{усл}$  [1,38-40,52-57]. Далее, используя одну из формул, в зависимости от характера деформирования (упругое или пластическое), вычисляют модуль упругости  $E_{покр}$  или условный модуль упругости  $E_{покр}^{усл}$ :

$$E_{покр} = \frac{E_c (h_{покр} + h_{подл}) - E_{подл} h_{подл}}{h_{покр}}, \quad E_{покр}^{усл} = \frac{E_c^{усл} (h_{покр} + h_{подл}) - E_{подл}^{усл} h_{подл}}{h_{покр}} \quad (1)$$

В формулах (1)  $h_{покр}$ ,  $h_{подл}$  – толщины покрытия и подложки, соответственно.

*Пример.* Рассмотрена полимерная пленка толщиной  $t = 0,1$  мм, на поверхность которой было нанесено ионно-плазменным методом покрытие из оксида титана  $TiO_2$ . Толщина покрытия около 80 нм.

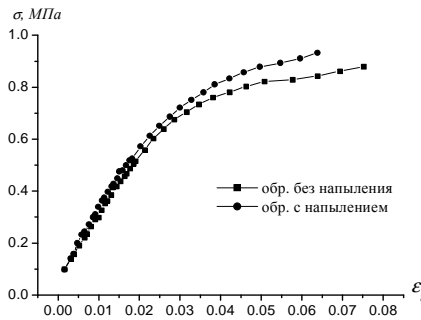


Рисунок 6 – Зависимость « $\sigma_i - \epsilon_i$ »

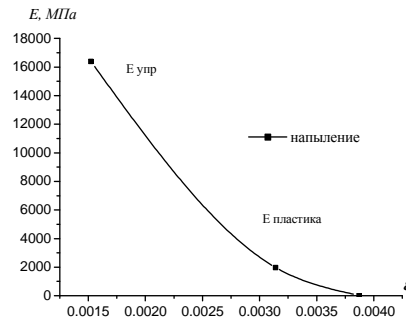


Рисунок 7 – Зависимость « $E - \epsilon_i$ »

Кривые деформирования: «интенсивность напряжений  $\sigma_i$  - интенсивность деформаций  $\epsilon_i$ » приведены на рисунке 6. Далее определены модули и условные модули упругости покрытия  $E_{упр}$  и условные модули упругости покрытия  $E_{пласт}$  в зависимости от интенсивности деформаций  $\epsilon_i$  (рисунки 7).

**Определение адгезии покрытий.** Известны различные способы определения прочности сцепления покрытия с основным материалом (подложкой), в частности [58-60]. Однако эти способы не обеспечивают достаточной точности испытаний и вызывают технологические трудности.

Известен также способ определения адгезии пленки к подложке, используя параметры «пузыря» [61]. Этот способ также имеет ряд недостатков. В частности: рассматривается только упругая мембрана, используются соотношения для случая малых прогибов. Расчетные соотношения дают значительный разброс результатов с увеличением радиуса пузыря [61] и др.

*Способ №1 определения адгезии пленки (покрытий) к подложке* [62-64]. Способ включает операции подготовки образца, приложения отрывающей нагрузки к покрытию путем подачи равномерного внутреннего давления рабочей среды. Схема установок представлена на рисунке 8.

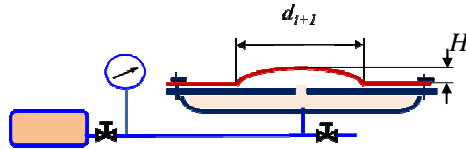


Рисунок 8 – Схемы установок

Наблюдают за изменением давления и формы образуемого купола в процессе нагружения и замеряют изменение диаметра основания купола в процессе отслаивания покрытия. Далее обрабатывают результаты по формуле:

$$\eta_{i+1} = \frac{5}{16} \frac{p_{i+1} d_{i+1}}{d_{i+1} - d_i}, \quad (2)$$

где  $\eta_{i+1}$  – текущее напряжение сцепления (прочность сцепления образца с подложкой);  $d_i$  и  $d_{i+1}$  – диаметры основания купола при двух смежных состояниях давления рабочей среды;  $p_{i+1}$  – давление рабочей среды при диаметре основания купола  $d_{i+1}$ . Затем делают заключение о прочности сцепления (адгезии). Способ позволяет исследовать адгезионные свойства широкого круга различных сочетаний покрытий и подложек и получать стабильные результаты.

*Пример.* Подготовлены образцы с рабочим диаметром  $D = 72$  мм. Определены адгезионные свойства полимерного покрытия, приклеенного на алюминиевую подложку с отверстием диаметром  $d_0 = 7$  мм. Полученные данные для этих образцов приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Данные замеров и расчетных данных

	$P, \text{ МПа}$	$D, \text{ мм}$	$\eta, \text{ МПа}$
1	0,05	7,705	1,028
2	0,06	7,819	1,287
3	0,07	7,915	1,791
4	0,08	8,057	1,419
6	0,09	8,193	1,694
Среднее	–	–	1,418

*Способ №2 определения адгезии пленки к подложке* [65-67]. Способ позволяет повысить точность определения параметров адгезии вследствие учета, в отличие от [62-64], механических свойств материала и толщины покрытия, а также высоты и эллипсности основания купола. Вследствие анизотропных особенностей адгезива и анизотропии материала покрытия основание купола принимает овальную форму (рисунок 9).

Механическое напряжение отрыва  $\eta_{отр}$  определяют по формуле:

$$\eta_{отр} = \frac{2EH^3T \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{[a^2 + H^2(\cos^2 \theta + \lambda^2 \sin^2 \theta)] \sqrt{\lambda^2 \cos^2 \theta + \sin^2 \theta}}, \quad (3)$$

$$a(1 - \nu^2) \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos^2 \theta + \lambda^2 \sin^2 \theta}}$$

где  $E$  – модуль упругости материала пленки,  $H$  – высота подъема купола отслоившейся пленки,  $\theta$  – полярный угол (угловая координата в полярной системе координат) в плоскости подложки,  $a$  – длина большой полуоси основания купола,  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $T$  – безразмерная величина, зависящая от отношения полуосей эллипса  $\lambda$  ( $\lambda = a/b$ ) и коэффициента Пуассона  $\nu$ ,  $b$  – длина малой полуоси основания купола.

Способ дает возможность получать достоверные результаты. Повышается точность определения адгезионных свойств материалов с учетом механических свойств и толщины покрытия, снижается разброс получаемых результатов.

*Пример.* На металлическую подложку толщиной 19,5 мм круглой формы диаметром 138 мм приклеили полимерную пленку толщиной 0,026 мм. Модуль упругости полимерной пленки составляет  $E = 380,0$  МПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0,4$ . Подложка имеет в центре отверстие диаметром 6 мм. На рисунке 10 приведена фотография образуемого купола.

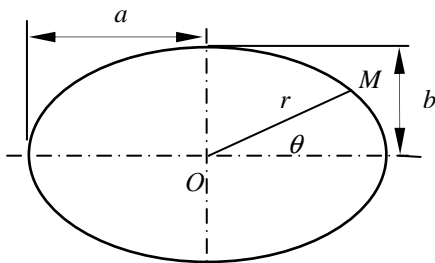


Рисунок 9 – Форма основания купола

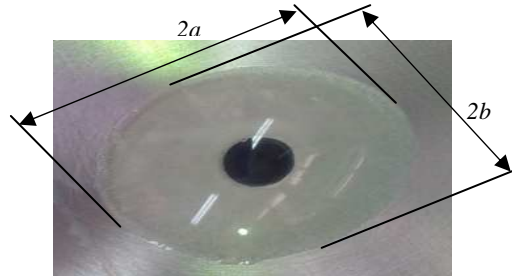


Рисунок 10 – Фото образуемого купола

Результаты двух замеров для одного цикла исследований представлены в таблице 2. Там же представлены механические напряжения отрыва (прочность сцепления)  $\eta_{otr}$ , вычисленные по формуле (2).

Таблица 2 – Экспериментальные замеры и вычисленные величины

$P$ , МПа	Размеры овала		$H$ , мм	$\lambda=a/b$	$k$	$\eta_{otr}$ , МПа
	$2b$ , мм	$2a$ , мм				
0,10	7,19	7,40	0,47	1,029	0,324365	1,351
0,12	7,52	7,78	0,55	1,035	0,321093	1,872
Среднее значение $\eta_{otr} = 1,612$ МПа						

В таблице 2 также приведено среднее значение механических напряжений отрыва  $\eta_{otr}$  (прочность сцепления пленки к подложке).

**О современных тенденциях.** Человек издавна восхищается совершенством природных конструкций, в которых каждый элемент, выполняя конкретные функции, тесно взаимосвязан с другим элементом и с окружающей средой. Подражая природным конструкциям, человек пытается усовершенствовать свои рукотворные конструкции. Среди таких попыток можно отметить и создание функциональных и интеллектуальных покрытий для защиты от коррозии. Создаваемые покрытия должны обеспечить также повышенную устойчивость к истиранию и царапинам.

На базе [68] и др. ниже приводятся некоторые наиболее интересные данные о покрытиях, отмечаются тенденции в области функциональных покрытий для защиты от коррозии металлических поверхностей. Приводится информация о самовосстанавливающих и умных покрытиях, отмечаются исследования в области multifunctional и интеллектуальных покрытий для защиты от коррозии.

Одним из наиболее развиваемых подходов для защиты поверхностей от воздействия окружающей среды – это нанесение покрытий. Ниже отмечаются некоторые тенденции в области функциональных покрытий для защиты от коррозии металлических поверхностей [68 и др.]. Создание функциональных покрытий – это одно из перспективных направлений исследований.

В настоящее время в связи с развитием новых технологий по обработке поверхностей элементов конструкций, в частности с развитием нанотехнологии и наноматериалов, удается изменять свойства материалов на молекулярном уровне и создавать новые функциональные материалы. Функциональные покрытия имеют различные применения [3-13,68-75]. Покрытия, предназначенные для защиты от коррозии, являются эффективным физическим барьером, препятствующим доступом агрессивных веществ к металлической части конструкции. Учитывая токсичность хроматов, которых нашли широкое распространение, идет поиск более совершенных и нетоксичных покрытий. Разработка функциональных и интеллектуальных покрытий является одним из перспективных путей развития антикоррозионных систем.

**Подход инкапсуляции покрытия.** Инкапсуляция функциональных веществ, реагирующих на полимерные или неорганические носители, позволяет создавать новое поколение интеллектуальных покрытий.

*Самозалечивающиеся покрытия.* Попадание агрессивной среды через дефекты в покрытиях способствует возникновению коррозионных процессов. Для защиты от коррозии необходимо либо «лечение» дефектов, образованных в полимерном покрытии, добавлением полимеризующихся агентов, либо задержка коррозии благодаря наличию ингибиторов коррозии. Самовосстанавливающиеся покрытия привлекают большое внимание. Включение в покрытие капсул с функциональными веществами рассмотрено N.R. Sottos [76]. Капсулы разрушаются при развитии трещин в покрытиях и выводят вещества для лечения (полимеризации) разрушенного объема полимерного покрытия. Включение в процесс полимеризации силилового эфира в мочевиноформальдегидных микрокапсулах при появлении влаги рассмотрен S.J. García [69,77]. При этом функциональные лечебные вещества должны быть стабильными и эффективными в течение нескольких лет и не должны вымываться из покрытия раньше намеченного времени.

Эффективным способом управления включения ингибиторов коррозии является градиент  $pH$  [78]. Различные  $pH$  - чувствительные носители могут быть загружены ингибиторами коррозии и добавлены в различные композиции для покрытий. Добавление наночастиц может способствовать повышению других свойств покрытий, таких как износ или устойчивость к истиранию [79].

*Противообрастающие покрытия* играют важное значение для защиты от коррозии. Для этих целей в покрытие обычно включают биоциды, которые вредны с точки зрения экологии. В связи с этим разрабатываются новые группы биоцидов, в частности получают инкапсулированные противообрастающие вещества [80]. Например, использование пиритион цинка является эффективным антиобрастающим средством [81]. Инкапсуляция открывает путь к иммобилизации противообрастающего средства, обеспечивая повышенную защиту от коррозии [82,83].

*Сверхгидрофобные покрытия* включают в себя функциональные свойства: водоотталкивающие свойства, гидрофобность и льдоотталкивание – имеют большое значение. Гидрофобность, достигают с помощью инкапсуляции функциональных веществ [84] или путем изменения состава наружных поверхностных слоев покрытия. Супергидрофобное композиционное покрытие из сополимеров стирола, метилметакрилата и наночастиц диоксида кремния рассмотрено Хуангом и др. [85]. Liang и др. [86] разработали супергидрофобные слои на алюминиевых подложках – образование сферических частиц на основе диоксида кремния с иерархической микроструктурой.

#### **Подход модификации покрытия**

*Покрытия, модифицированные наночастицами.* Модификация покрытий углеродными нанотрубками и нановолокнами позволяет получать наноструктурированные поверхности, с одновременным повышением механических свойств [87].

*Покрытия, модифицированные силоксаном.* Силоксановые соединения являются неорганическими по своей природе и очень устойчивы к старению, коррозии, ультрафиолетовой деградации, температурным перепадам и механическим напряжениям. Эпоксидные краски, содержащие силоксан, позволяют получать покрытия с заданными свойствами [88-90]. Гибридные покрытия из эпоксисилоксана имеют пониженную проницаемость воды и кислорода [91]. Покрытия из эпоксисилоксана, наносимые на углеродистую сталь, обладают хорошей коррозионной стойкостью в щелочных, кислых и соленых средах. Однако механические свойства при этом снижаются, ухудшаются также адгезионные характеристики [89].

Работы по использованию силоксана позволяют расширить функциональные возможности покрытий: сверхгидрофобность, самоочищение и льдоотталкивание.

*Покрытия, модифицированные полианилином.* Модификации покрытий с проводящими наполнителями (графит, сажа, углеродные нанотрубки, графен, фуллерены или металлические частицы) являются основными путями для функционализации покрытий. Например, добавление до 10% углеродной сажи к коррозионно-защитному покрытию дает увеличение проводимости с минимальным воздействием на общие барьерные свойства. Проводящие полимеры – полианилин, полипиррол и тиофены – используются для изменения проводимости антикоррозионных барьерных покрытий [92-97].

Покрытия, модифицированные полианилином, – эффективными антикоррозионными системами для металлических подложек. Полианилин, как электроактивная добавка, изменяет проводимость покрытия и способствует образованию стабильных защитных слоев, затрудняющих расслаивание и распространение коррозии [92-97].

**Задачи дальнейшего развития по созданию новых покрытий:** Разработать системы, включающие функциональные группы, выполнить исследования по предсказанию времени жизни инкапсулированных лечащих агентов, а также работы по прогнозированию лечения различных повреждений, выполнить исследования по апробации моделей и определению геометрических параметров дефектов, требующих восстановления.

#### Л и т е р а т у р а

1. *Yakupov N.M., Yakupov S.N., Rynkovskaya M.I.* Some problems of corrosion and methods of protection// Abstract Book: 2nd International Congress on Technology - Engineering & Science. Malaysia. July 28-29. 2016. P. 143-145.
2. *Кантюков Р.Р., Якупов С.Н.* Задачи исследования механических характеристик покрытий и их адгезии к подложке// Коррозия. Территория нефтегаз. №3. Сентябрь 2015. С.86-88.
3. *Якупов Н.М., Якупов С.Н.* Пленки неоднородной структуры // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. №1. 2009. С.60-70.
4. Нанотехнология в ближайшем десятилетии. Прогноз направления исследований / Под ред. М.К. Рока и др. Пер. с англ. А.В. Хачояна под ред. Р.А. Андриевского, М.: Мир, 2002. 292с.
5. *Дул Ч., Оуэнс Ф.* Нанотехнологии. М.: ТЕХНОСФЕРА, 2004. 328с.
6. *Гусев А.И.* Наноматериалы, наноструктуры, нанотехнологии. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 416с.
7. *Сидоров Л.Н., Юровская М.А., Борцевский А.Я., Трушков И.В., Иоффе И.Н.* Фуллерены. М.: изд-во ЭКЗАМЕН, 2004. 688с.
8. Тез. докл. н.-т. секций Межд. форума по нанотехнологиям. Т.1.М.: РОСНАНО, 2008. 848 с.
9. Тез. докл. н.-т. секций Межд. форума по нанотехнологиям. Т.2. М.: РОСНАНО, 2008. 536 с.
10. Тез. докл. участников II Междун. форума по нанотехнологиям. М.: РОСНАНО, 2009. 728 с.
11. Abstracts. The second Nanotechnology International Forum. М.: Rusnanotech, 2009. 600 p.
12. Сб. тез. докл. участников II Междун. конкурса научных работ молодых ученых в области нанотехнологий. М.: РОСНАНО, 2009. 992 с.
13. Abstracts. The second International Competition of Scientific Papers in Nanotechnology for Young Researchers. М.: Rusnanotech, 2009. 880 p.
14. *Oliver W., Pharr G. J.* Mater. Res. Soc. Symp. Proc. 473, 57 (1997).
15. *Шугуров А.Р., Панин А.В., Оскомов К.В.* Особенности определения механических характеристик тонких пленок методом наноиндентирования // Физика твердого тела. 2008. Т.50, вып.6. С.1007-1012.
16. *Никитина Е.А., Яновский Ю.Г., Карнет Ю.Н., Никитин С.М.* Квантово-механические исследования строения и механических свойств межфазных слоев нанокмозитов // Сб. тез. докл. участников Второго Междун. форума по нанотехнологиям. М.: РОСНАНО, 2009. С.188-190.
17. *Яновский Ю.Г., Никитина Е.А., Никитин С.М., Карнет Ю.Н.* Квантово-механические исследования механизма деформации углеродных нанотрубок // Механика композиционных материалов и конструкций. 2009. Т.15. №3. С.345-368.
18. *Яновский Ю.Г., Никитина Е.А., Карнет Ю.Н., Никитин С.М.* Квантово-механическое исследование механизма деформации и разрушения графена // Физическая мезомеханика. 2009. Т.12. №4. С.61-70.
19. ГОСТ 14236-81. Пленки полимерные. Метод испытания на растяжение.
20. ASTM D 412-41.
21. *Куприянов В.Н.* Пленочно-тканевые материалы для строительных конструкций. – Казань: КИСИ, 1989. 94 с.
22. А.с. 1742671 СССР, М. Кл. G 01 N 3/12, опубл.23.06.92 г.
23. А.с. 1458766 СССР по М. Кл. G 01 N 3/12, опубл.15.02.89 г.
24. SU 601599 A, 05.04.1978.
25. SU 1441243 A1, 30.11.1988.
26. SU 765697 A, 23.09.1980.
27. US 5764068 A, 09.06.1998.
28. JP 8313422 A, 29.11.1996.
29. Патент №1756786 РФ, М. Кл. G 01 L 27/00, опубл.23.08.
30. *Якупов Н.М., Нуруллин Р.Г., Галимов Н.К., Галиев Ш.Ш.* Способ определения прочностных свойств пленочных материалов: Патент на изобретение РФ №2184361.
31. *Якупов Н.М., Нуруллин Р.Г., Нургалиев А.Р., Якупов С.Н.* Способ испытаний образцов металлических мембран под напряжением и устройство для его осуществления: Патент РФ на изобретение № 2296976.
32. *Якупов Н.М., Якупов С.Н.* Методы расчета пленочных элементов конструкций: Учебное пособие. Казань, КГАСУ, 2007. 117с.
33. *Якупов Н.М., Галимов Н.К., Галимов Ш.К.* Об одной методике экспериментально теоретического исследования прочности полимерных пленок // Актуальные проблемы механики сплошной среды. Казань: ИММ КазНЦ РАН, 2001. С.456-461.
34. *Якупов Н.М., Галимов Н.К., Леонтьев А.А.* Экспериментально-теоретический метод исследования прочности полимерных пленок // Механика композиционных материалов и конструкций. 2000. Т.6, №2. С.238-243.



35. Якупов Н.М., Куприянов В.Н., Якупов С.Н. Исследование механических характеристик полимерных пленок, подверженных воздействию солнечного облучения и отрицательных температур // РААСН: Вестник отделения строительных наук. В.12. Белгород, 2008. С.301-310.
36. Якупов Н.М., Якупов С.Н., Шафигуллин Р.И. Механика полимерных пленок, подверженных воздействию солнечного излучения и минусовых температур // XVIII сессия Межд. школы по моделям механики сплошной среды. Саратов, 2007. С.305-308.
37. Якупов Н.М., Якупов С.Н., Шафигуллин Р.И., Шагидуллина Л.Н. О влиянии солнечного излучения на механические характеристики полимерных пленок // Пленки и покрытия - 2007. Тр.8 Междун. конф. 22-25 мая 2007. СПб: Изд-во Политехн. ун-та, 2007. С.108-110.
38. Якупов С.Н. Способ определения механических характеристик тонких покрытий в системе «покрытие - подложка» // Сборник тез. докладов участников Второго Междунар. конкурса научных работ молодых ученых в области нанотехнологий. М.: РОСНАНО, 2009. С.488-489.
39. Якупов С.Н. К определению механических характеристик нанопокровов // Инновации РАН - 2010: Матер. ежегодной научно-практ. конф., Казань: Изд-во «Слово», 2010. С.352-355.
40. Якупов С.Н. Механические характеристики тонких покрытий из оксида титана в системе «покрытие - полимерная пленка» // Механика композиционных материалов и конструкций, 2010. Т.16, №3. С.436-444.
41. Якупов С.Н., Нуруллин Р.Г., Шафигуллин Р.И., Якупов Н.М. Устройство для испытания пленочных композиций и некоторые результаты исследования пленок с дефектами // Труды XXI Международной конференции по теории оболочек и пластин, СГТУ, Саратов, 2005. С.249-251.
42. Якупов Н.М., Куприянов В.Н., Нуруллин Р.Г., Якупов С.Н. Способ определения прочностных свойств тончайших пленок и нанопленок и устройство для его осуществления: Патент РФ на изобретение №2387973.
43. Якупов Н.М., Нургалеев А.Р., Якупов С.Н. Методика испытаний пленок и мембран в условиях равномерно распределенного поверхностного давления // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. Т.74. №11, 2008. С.54-56.
44. Yakupov N.M., Yakupov S.N. Definition of mechanical characteristics of films with the pores, nanoinclusions and nanocoatings// Abstracts. The second Nanotechnology International Forum. M.: Rusnanotech, 2009. P.344-346.
45. Якупов Н.М., Нуруллин Р.Г., Якупов С.Н. Методология исследования механических характеристик тонких пленок и нанопленок // Вестник Машиностроения. 2009. №6. С.44-47.
46. Галимов Н.К., Якупов Н.М., Якупов С.Н. Экспериментально-теоретический метод определения механических характеристик сферических пленок и мембран со сложной структурой // Механика твердого тела. №3, 2011. С.58-66.
47. Якупов Н.М., Галимов Н.К., Якупов С.Н. Экспериментально-теоретический подход определения механических характеристик плоских и неплоских пленок и мембран со сложной структурой // Пленки и покрытия - 2009: Труды 9 Международной конференции. СПб: Изд-во Политехнического университета, 2009. С.97-99.
48. Галимов Н.К., Якупов С.Н. К определению модуля упругости тонкостенных сферических оболочек из пластичных материалов // Тр. Международной науч.-практ. конф. «Инженерные системы - 2009». Москва, 6-9 апреля 2009. М.: РУДН, 2009. Т.II. С.362-366.
49. Якупов Н.М., Куприянов В.Н., Якупов С.Н. // РААСН: Вест. отдел. строит. наук. В.12. Белгород, 2008. С.301-310.
50. Якупов Н.М., Куприянов В.Н., Якупов С.Н. // Известия КГАСУ. №1/2008. С.106-112.
51. Харисламова Л.У., Якупов С.Н. Методы оценки прочности биологических мембран // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений, №6. 2014. С.65-70.
52. Якупов С.Н. Механика системы «подложка - пленка» // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Казань: Изд-во Казанского (Приволжского) федерального университета, 2015. С.4323-4325.
53. Якупов С.Н., Якупов Н.М. Исследование систем «подложка - покрытие» // Механика наноструктурированных материалов и систем. Сборник трудов 2-й Всероссийской конференции (17-19 декабря 2013 г., Москва). Под ред. проф., д.т.н., Ю.Г. Яновского. Т.1, М., 2014. С.112-121.
54. Yakupov S.N. Way of definition of mechanical characteristics of thin coverings in system «the covering – the substrate» // Abstracts. The second International Competition of Scientific Papers in Nanotechnology for Young Researchers. M.: Rusnanotech, 2009. P.439-440.
55. Якупов Н.М. Механика «лечения» конструкции // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Казань, 20-24 августа 2015. Казань: Издательство Казанского (Приволжского) федерального университета, 2015. С.4320-4322.
56. Якупов С.Н., Якупов Н.М. Исследование систем «подложка - пленка» // Пленки и покрытия: Тр. 12 Межд. конф. 19 мая - 22 мая 2015, СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2015. С.81-83.
57. Якупов Н.М., Якупов С.Н. Механика «лечения» тонкостенных конструкций // Прочность, ползучесть и разрушение строительных и машиностроительных материалов и конструкций: труды Международной молодежной научной конференции, посвященной 55-летию РУДН. Москва, 18-21 ноября 2014 г. Москва: РУДН, 2014. С.21-38.
58. А.с. СССР №183459 по М. Кл. – G 01 L, опубл.17.06.1966 г., Бюл. №13.
59. Патент РФ №689411 по М. Кл. – G 01 N 19/04, опубл. 10.05.1995 г.

60. Патент РФ №2207544 по М. Кл. – G 01 N 19/04, опубл. 27.06.2003 г.
61. Механика разрушения. Разрушение материалов. Редактор Д. Тэплин. Перевод с английского под редакцией Р.В. Гольдштейна. М.: Издательство «Мир», 1979. С.222-224.
62. *Гольдштейн Р.В., Якупов Н.М.* и др. Способ определения адгезии пленки к подложке. Патент на изобретение РФ №2421707. Опубл. 20.06.2011. Бюл. №17.
63. *Якупов С.Н., Якупов Н.М.* Оценка адгезионных свойств пленки к подложке // Труды 11-й Международной конференции. 6 - 8 мая 2013. С.-Пб. Изд-во Политехнич. ун-та. 2013. С.87-89.
64. *Якупов С.Н., Якупов Н.М.* Исследование систем «подложка - пленка» // Пленки и покрытия: труды 12 Межд. конференции. СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2015. С.81-83.
65. *Якупов С.Н.* Способ определения адгезии пленки к подложке. Патент на изобретение РФ №2572673. Опубл. 20.01.2016. МПК G01N19/04.
66. *Якупов С.Н.* Экспериментально-теоретический метод исследования адгезии пленки к подложке // *Deformation and Failure of Composite Materials and Structures*, М., 2014. С.35.
67. *Якупов С.Н.* Исследование адгезии пленки к подложке // Труды VII Всероссийской (с международным участием) конференции по механике деформируемого твердого тела. Ростов-на-Дону, 15-18 октября 2013г. Т. II. Изд-во Южного федерального ун-та, 2013. С.249-253.
68. *Montemor M.F.* Functional and smart coatings for corrosion protection: A review of recent advances // *Surface & Coatings Technology* 258 (2014) 17-37.
69. *García J., Fischer H.R., S. van der Zwaag* // *Prog. Org. Coat.* 72 (2011) 211-221.
70. *Taylor S.R., Shiflet G.J. et al.* // *Nanotechnol. Appl. Coat.* (2009) 126-155 (Chapter 8).
71. Пленки и покрытия - 2005: Тр. 7-й Межд. конф. СПб: Изд-во Политех. ун-та, 2009. 282 с.
72. Пленки и покрытия - 2007: Тр. 8-й Межд. конф. СПб: Изд-во Политех. ун-та, 2007. 305 с.
73. Пленки и покрытия - 2009: Тр. 9-й Межд. конф. СПб: Изд-во Политех. ун-та, 2009. 346 с.
74. Пленки и покрытия - 2011: Тр. 10-й Межд. конф. СПб: Изд-во Политех. ун-та, 2011. 372 с.
75. Пленки и покрытия - 2013: Тр. 11-й Межд. конф. СПб: Изд-во Политех. ун-та, 2013. 350 с.
76. Пленки и покрытия - 2015: Тр. 12-й Межд. конф. СПб: Изд-во Политех. ун-та, 2015. 400 с.
76. *Dry C.M., Sottos N.* / in: *K. Varadian (Ed.), Smart Structures and Materials 1995, Smart Materials*, Proc. SPIE, 1916, 1993, pp. 438-444.
77. *García S.J., Fischer H.R., White P.A. et al.* // *Prog. Org. Coat.* 70 (2011), 142-149.
78. *Taryba M., Snihirova D. et al.* // *Electrochim. Acta* 56 (2011), 4475-4488.
79. *Zhang H., Zhang H., Zhou L.Y. et al.* // *Compos. Sci. Technol.* 88 (2013), 151-157.
80. *Lejars M., Margaiellan A., Bressy C.* // *Chem. Rev.* 112 (2012), 4347-4390.
81. *Wallström E., Jespersen H.T., Schaumburg K.* // *Prog. Org. Coat.* 72 (2011), 109-114.
82. *Avnir D., Coradin T., Lev O. et al.* // *J. Chem.* 16 (2006), 1013-1030.
83. *Akid R., Wang H., Smith T.J. et al.* // *Adv. Funct. Mater.* 18 (2008), 203-211.
84. *Wang Q., Li J., Zhang C., Qu X. et al.* // *J. Mater. Chem.* 20 (2010), 3211-3215.
85. *Huang Y.F., Huang C., Zhong Y.L., Yi S.P.* // *Surf. Eng.* 29 (2013), 633-636.
86. *Liang, et al.* // *Surf. Coat. Technol.*, <http://dx.doi.org/10.1016/j.surfcoat.2013.12.028>.
87. *darkhanova F.I., Mironova G.A. et al.* // *Phys. Chem. Surf.* 48 (2012), 796-802.
88. *Ahmad S., Gupta A.P., Sharmin E. et al.* // *Prog. Org. Coat.* 54 (2005), 248-255.
89. *Qian M., Soutar A.M., Tan X.H. et al.* // *Thin Solid Films* 517 (2009), 5237-5242.
90. *Xue D., Van Ooij W.J.* // *Prog. Org. Coat.* 76 (2013) 1095-1102.
91. *Díaz I., Chico B. et al.* // *Prog. Org. Coat.* 69 (2010), 278-286.
92. *Williams G., Holness R.J. et al.* // *Electrochem. Commun.* 6 (2004), 549-555.
93. *Zhang H., Wang J. et al.* // *Ind. Eng. Chem. Res.* 52 (30) (2013), 10172-10180.
94. *Wessling B.* // *Synth. Met.* 85 (1997), 1313-1318.
95. *Hosseini M.G., Jafari M., Najjar R.* // *Surf. Coat. Technol.* 206 (2011), 280-286.
96. *Montemor M.F.* // *Surface & Coatings Technology* 258 (2014), 17-37.
97. *Zhang X., He Q. et al.* // *ACS Appl. Mater. Interfaces* 5 (2013), 898-910.

## THIN COATINGS

N.M. YAKUPOV, S.N. YAKUPOV

*Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Science Center, Russian Academy of Sciences*

Among the thin-walled structural elements, the film and membrane elements, which include the coating, highlights. They are widely used in all industries. To create effective tools for the diagnosis and evaluation of the mechanical properties of newly created or acquired coatings and adhesive, it is necessary to have good knowledge. The methods of determining of the mechanical characteristics of coatings and adhesive were studied. The current trends in the development of coatings were noted.

**KEYWORDS:** films, coatings, nano-coatings, adhesives, methods and techniques of experimental and theoretical method, mechanical properties, diagnostics, development trends, encapsulation, coating modification.

Расчет тонких упругих оболочек

**ДВА ВИДА РАСЧЕТНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ОБОЛОЧЕК  
В ПРОИЗВОЛЬНЫХ КРИВОЛИНЕЙНЫХ КООРДИНАТАХ**

С.Н. КРИВОШАПКО, *д.т.н., профессор,*  
Российский университет дружбы народов,  
117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6; *sn\_krivoshapko@mail.ru*

*Если за криволинейные координаты на срединной поверхности оболочек принимается сеть линий главных кривизн, то система 17 расчетных уравнений получается наиболее простой. В ряде случаев аналитическое задание поверхности в линиях кривизны является трудной задачей и приходится использовать систему 20 расчетных уравнений, предложенную А.Л. Гольденвейзером для косоугольной системы криволинейных координат при условии разложения векторов внутренних усилий, моментов и внешней поверхностной нагрузки по осям основного неортогонального триедра. Позже была введена в обращение система 20 расчетных уравнений, полученная автором, в которых внутренние силовые факторы и внешняя поверхностная нагрузка раскладывается по осям ортогонального триедра. В статье показывается, что с помощью формул перехода одна система уравнений переходит в другую, т.е. обе предложенные системы расчетных уравнений равнозначны.*

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** тонкая оболочка, дифференциальные уравнения равновесия, произвольная криволинейная система координат, геометрические уравнения теории оболочек, физические уравнения теории оболочек.

**Введение**

Приступая к расчету конструкции типа оболочки, первое, с чем приходится сталкиваться, – это выбор системы координат. Среди множества произвольных криволинейных координат  $u, v$  имеются некоторые, обладающие важными свойствами. К их числу относятся сети сопряженных линий ( $M = 0$ ), сети ортогональных линий ( $F = 0$ ), сеть линий главных кривизн ( $F = 0, M = 0$ ). Естественно, что уравнения теории оболочек получаются наиболее простыми, если в качестве координатных линий на срединной поверхности принята сеть линий главных кривизн, однако аналитически не всегда легко бывает найти линии кривизны данной поверхности. Гипотезы линейной теории тонких оболочек позволяют свести трехмерную задачу теории упругости к двумерной.

Под расчетными уравнениями моментной теории тонких оболочек будем подразумевать полную систему уравнений теории оболочек, которая включает в себя дифференциальные уравнения равновесия, геометрические уравнения (формулы «деформации – смещения») и физические уравнения (уравнения закона Гука, или уравнения состояния).

В 1953 году А.Л. Гольденвейзер в своей монографии [1] привел расчетные уравнения для тонких оболочек, срединная поверхность которых задана в произвольной системе криволинейных координат  $u, v$ .

Его 20 расчетных уравнений включают в себя 6 уравнений равновесия:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sin \chi} \frac{\partial}{\partial u} \left[ B(N_u^* + \cos \chi S_u^*) \right] - \frac{B^2}{A} \Gamma_{11}^2 \sin \chi S_u^* - \frac{1}{\sin \chi} \frac{\partial}{\partial v} \left[ A(S_v^* - \cos \chi N_v^*) \right] - \\ & - B \Gamma_{12}^2 \sin \chi N_v^* - \frac{AB}{\sin \chi} \left( \frac{Q_u^*}{R_u'} - \frac{Q_v^*}{R_{uv}'} \right) + AB(X + \cos \chi Y) = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\sin \chi} \frac{\partial}{\partial u} \left[ B(S_u^* + \cos \chi N_u^*) \right] - A\Gamma_{12}^1 \sin \chi N_u^* + \frac{1}{\sin \chi} \frac{\partial}{\partial v} \left[ A(N_v^* - \cos \chi S_v^*) \right] + \\
 & + \frac{A^2}{B} \Gamma_{22}^1 \sin \chi S_v^* - \frac{AB}{\sin \chi} \left( \frac{Q_v^*}{R'_v} - \frac{Q_u^*}{R_{uv}} \right) + AB(Y + \cos \chi X) = 0; \\
 & AB \left( \frac{N_u^*}{R'_u} + \frac{N_v^*}{R'_v} + \frac{S_v^* - S_u^*}{R_{uv}} \right) + \frac{\partial}{\partial u} (BQ_u^*) + \frac{\partial}{\partial v} (AQ_v^*) + AB \sin \chi Z = 0; \\
 & \frac{1}{\sin \chi} \frac{\partial}{\partial u} \left[ B(M_{uv}^* + \cos \chi M_u^*) \right] - \frac{B^2}{A} \Gamma_{11}^2 \sin \chi M_u^* - \\
 & - \frac{1}{\sin \chi} \frac{\partial}{\partial v} \left[ A(M_v^* - \cos \chi M_{vu}^*) \right] - B\Gamma_{12}^2 \sin \chi M_{vu}^* + ABQ_v^* = 0; \\
 & \frac{1}{\sin \chi} \frac{\partial}{\partial u} \left[ B(M_u^* + \cos \chi M_{uv}^*) \right] - A\Gamma_{12}^1 \sin \chi M_{uv}^* + \\
 & + \frac{1}{\sin \chi} \frac{\partial}{\partial v} \left[ A(M_{vu}^* - \cos \chi M_v^*) \right] + \frac{A^2}{B} \Gamma_{22}^1 \sin \chi M_v^* - ABQ_u^* = 0; \\
 & \sin \chi (S_u^* + S_v^*) + \frac{M_{uv}^*}{R'_u} + \frac{M_{vu}^*}{R'_v} + \frac{M_v^* - M_u^*}{R_{uv}} = 0, \tag{1}
 \end{aligned}$$

6 геометрических уравнений [1, 2] и восемь формул (физические уравнения), связывающих между собой «псевдоусилия» ( $N_u^*$ ,  $N_v^*$ ,  $S_u^*$ ,  $S_v^*$ ,  $Q_u^*$ ,  $Q_v^*$ ), «псевдомоменты» ( $M_u^*$ ,  $M_v^*$ ,  $M_{uv}^*$ ,  $M_{vu}^*$ ) и компоненты тангенциальной и изгибной деформаций ( $\varepsilon_u$ ,  $\varepsilon_v$ ,  $\varepsilon_{uv}$ ,  $\kappa_u$ ,  $\kappa_v$ ,  $\kappa_{uv}$ ):

$$\begin{aligned}
 N_u^* &= \frac{Eh}{1-\nu^2} \frac{\varepsilon_u - \operatorname{ctg} \chi \omega + \nu \varepsilon_v}{\sin \chi}; & N_v^* &= \frac{Eh}{1-\nu^2} \frac{\varepsilon_v - \operatorname{ctg} \chi \omega + \nu \varepsilon_u}{\sin \chi}; \\
 S_u^* = -S_v^* &= \frac{Eh}{2(1-\nu^2)} \left\{ \frac{1+\cos^2 \chi}{\sin^2 \chi} \varepsilon_{uv} - \operatorname{ctg} \chi (\varepsilon_u + \varepsilon_v) - \nu [\varepsilon_{uv} + \operatorname{ctg} \chi (\varepsilon_u + \varepsilon_v)] \right\}; \\
 M_u^* &= -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \frac{\kappa_u + \nu \kappa_v}{\sin \chi}; & M_v^* &= -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \frac{\kappa_v + \nu \kappa_u}{\sin \chi}; \\
 M_{uv}^* &= \frac{Eh^3}{12(1+\nu)} \frac{\kappa_{uv} - \cos \chi \kappa_v}{\sin \chi}; & M_{vu}^* &= -\frac{Eh^3}{12(1+\nu)} \frac{\kappa_{uv} - \cos \chi \kappa_u}{\sin \chi}. \tag{2}
 \end{aligned}$$

В уравнениях равновесия (1) и в геометрических уравнениях [1] содержатся символы Кристоффеля  $\Gamma_{ik}^l$ . Векторы внутренних усилий и моментов, а также внешних поверхностных сил  $X^*$ ,  $Y^*$ ,  $Z^*$  раскладываются по осям основного триэдра  $\mathbf{r}_u/A$ ,  $\mathbf{r}_v/B$ ,  $\mathbf{n}$  поверхности  $\mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v)$ . Положительные направления усилий и моментов показаны на рис. 1.

В уравнениях равновесия (1) встречаются также обозначения:

$$\frac{1}{R'_u} = -\frac{L}{A^2}, \quad \frac{1}{R'_v} = -\frac{N}{B^2}, \quad \frac{1}{R_{uv}} = \frac{M}{AB} = \kappa_{uv}, \tag{3}$$

$\chi$  – угол между координатными линиями  $u$ ,  $v$ , для определения которого имеем формулу:

$$\cos \chi = \frac{F}{\sqrt{EG}} = \frac{F}{AB}; \tag{4}$$

где  $R'_u, R'_v$  – радиусы кривизны нормальных сечений поверхности, проведенных вдоль соответствующих координатных линий.

Таким образом А.Л. Гольденвейзер [1] ввел в обращение 20 расчетных уравнений для определения 19 двумерных параметров:

$$N_u^*, N_v^*, S_u^*, S_v^*, Q_u^*, Q_v^*, M_u^*, M_v^*, M_{uv}^*, M_{vu}^*; \varepsilon_u, \varepsilon_v, \varepsilon_{uv}, \kappa_u, \kappa_v, \kappa_{uv}$$

и  $u_w, u_v, u_z$  – компоненты смещения.

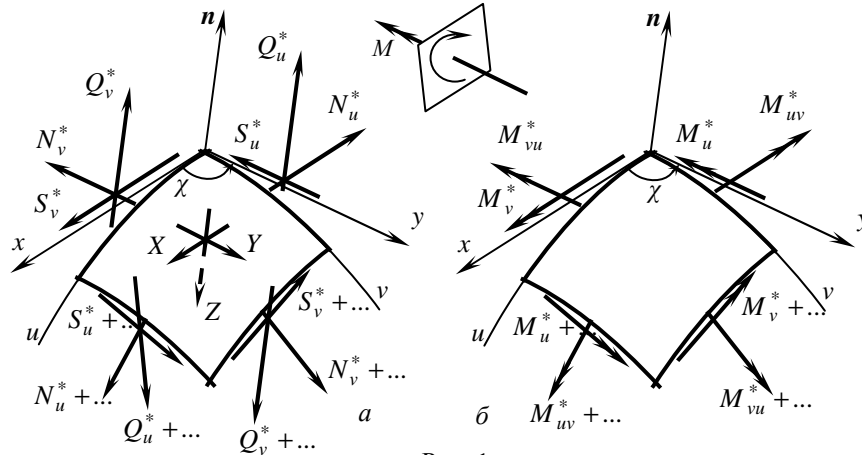


Рис. 1

В 1977 году С.Н. Кривошапко [2, 3] предложил другой вариант составления системы расчетных уравнений для расчета тонких оболочек, заданных в произвольных криволинейных координатах ( $\chi \neq 0$ ):

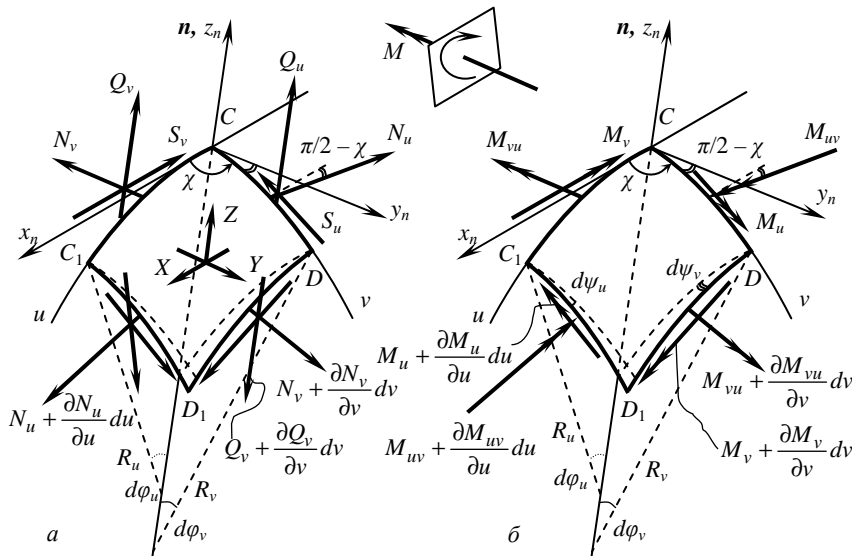


Рис. 2

6 уравнений равновесия (рис. 2):

$$\frac{\partial}{\partial v} (AS_v) + \frac{N_u - N_v}{\sin \chi} \left( \frac{\partial B}{\partial u} - \frac{\partial A}{\partial v} \cos \chi \right) + \frac{\partial A}{\partial v} S_u + B \frac{\partial S_u}{\partial u} \cos \chi + B \frac{\partial N_u}{\partial u} \sin \chi -$$

$$- \frac{AB}{R_u} Q_u + ABX \sin \chi = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial v} (AN_v) + \frac{S_u + S_v}{\sin \chi} \left( \frac{\partial B}{\partial u} - \frac{\partial A}{\partial v} \cos \chi \right) - \frac{\partial A}{\partial v} N_u + B \frac{\partial S_u}{\partial u} \sin \chi - B \frac{\partial N_u}{\partial u} \cos \chi -$$



$$\begin{aligned}
 & -\frac{AB}{\sin \chi} \left( \frac{Q_v}{R_v} - \frac{Q_u}{R_u} \cos \chi \right) + ABY \sin \chi = 0, \\
 & \frac{N_u}{R_u \sin \chi} + \frac{N_v}{R_v \sin \chi} + \frac{1}{AB} \left[ \frac{\partial}{\partial u} (BQ_u) + \frac{\partial}{\partial v} (AQ_v) \right] - Z \sin \chi = 0, \\
 & -\frac{\partial}{\partial v} (AM_v) + \frac{M_{uv} + M_{vu}}{\sin \chi} \left( \frac{\partial B}{\partial u} - \frac{\partial A}{\partial v} \cos \chi \right) + \frac{\partial A}{\partial v} M_u + B \frac{\partial M_u}{\partial u} \cos \chi + B \frac{\partial M_{uv}}{\partial u} \sin \chi + \\
 & \quad + ABQ_v \sin \chi = 0, \\
 & \frac{\partial}{\partial v} (AM_{vu}) + \frac{M_v - M_u}{\sin \chi} \left( \frac{\partial B}{\partial u} - \frac{\partial A}{\partial v} \cos \chi \right) + \frac{\partial A}{\partial v} M_{uv} - B \frac{\partial M_u}{\partial u} \sin \chi + B \frac{\partial M_{uv}}{\partial u} \cos \chi + \\
 & \quad + AB(Q_u + Q_v \cos \chi) = 0, \\
 & (S_u - S_v) \sin \chi + (N_v - N_u) \cos \chi + \frac{M_{uv}}{R_u \sin \chi} - \frac{M_{vu}}{R_v \sin \chi} = 0, \tag{5}
 \end{aligned}$$

6 геометрических уравнений [1, 2] и восемь формул (физические уравнения), связывающих между собой внутренние усилия ( $N_u, N_v, S_u, S_v, Q_u, Q_v$ ), моменты ( $M_u, M_v, M_{uv}, M_{vu}$ ) и компоненты тангенциальной и изгибной деформаций ( $\varepsilon_u, \varepsilon_v, \varepsilon_{uv}, \kappa_u, \kappa_v, \kappa_{uv}$ ):

$$\begin{aligned}
 N_v &= \frac{Eh}{1-\nu^2} (\varepsilon_v - \varepsilon_{uv} \operatorname{ctg} \chi + \nu \varepsilon_u), \quad N_u = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\varepsilon_u - \varepsilon_{uv} \operatorname{ctg} \chi + \nu \varepsilon_v), \\
 S_v &= \frac{1-\nu}{2} C [\varepsilon_{uv} + (\varepsilon_v - \varepsilon_u) \operatorname{ctg} \chi], \quad S_u = \frac{1-\nu}{2} C [\varepsilon_{uv} + (\varepsilon_u - \varepsilon_v) \operatorname{ctg} \chi], \\
 M_{vu} &= \frac{Eh^3}{12(1+\nu)} (\kappa_{vu} - \kappa_u \cos \chi), \quad M_{uv} = \frac{Eh^3}{12(1+\nu)} (\kappa_{vu} - \kappa_v \cos \chi), \\
 M_v &= -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left[ \frac{\kappa_u + \kappa_v}{\sin \chi} - (1-\nu)(\kappa_u \sin \chi + \kappa_{uv} \operatorname{ctg} \chi) \right], \\
 M_u &= -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left[ \frac{\kappa_u + \kappa_v}{\sin \chi} - (1-\nu)(\kappa_v \sin \chi + \kappa_{uv} \operatorname{ctg} \chi) \right]. \tag{6}
 \end{aligned}$$

Получилось 20 расчетных уравнений для определения 19 двумерных параметров. Дифференциальные уравнения равновесия (5) отличаются от уравнений равновесия А.Л. Гольденвейзера (1), так как уравнения (1) включают в себя «псевдоусилия» (рис. 1, векторы со звездочками) вместо усилий, общепринятых в инженерной практике (рис. 2, векторы без звездочек).

**Преобразованные уравнения равновесия А.Л. Гольденвейзера, не содержащие символы Кристоффеля**

Подставим значения символов Кристоффеля  $\Gamma_{ik}^l$ , взятые из монографии [1], в уравнения равновесия (1). После некоторых преобразований получим:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial (BN_u^*)}{\partial u} - \frac{\partial B}{\partial u} N_v^* + B \cos \chi \frac{\partial S_u^*}{\partial u} + \frac{\partial A}{\partial v} (S_u^* + \cos \chi N_v^*) + \frac{\partial}{\partial v} [A(\cos \chi N_v^* - S_v^*)] - \\
 & - AB \left( \frac{Q_u^*}{R_u^*} - \frac{Q_v^*}{R_{uv}^*} \right) + AB \sin \chi (X^* + \cos \chi Y^*) = 0;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(AN_v^*)}{\partial v} - \frac{\partial A}{\partial v} N_u^* - A \cos \chi \frac{\partial S_v^*}{\partial v} - \frac{\partial B}{\partial u} (S_v^* - \cos \chi N_u^*) + \frac{\partial}{\partial u} [B(\cos \chi N_u^* + S_u^*)] - \\ & - AB \left( \frac{Q_v^*}{R_v'} - \frac{Q_u^*}{R_{uv}'} \right) + AB \sin \chi (Y^* + \cos \chi X^*) = 0; \\ & AB \left( \frac{N_u^*}{R_u'} + \frac{N_v^*}{R_v'} + \frac{S_v^* - S_u^*}{R_{uv}'} \right) + \frac{\partial}{\partial u} (BQ_u^*) + \frac{\partial}{\partial v} (AQ_v^*) + AB \sin \chi Z^* = 0; \\ & \frac{\partial(BM_{uv}^*)}{\partial u} - \frac{\partial B}{\partial u} M_{vu}^* + B \cos \chi \frac{\partial M_u^*}{\partial u} + \frac{\partial A}{\partial v} (M_u^* + \cos \chi M_{vu}^*) + \frac{\partial}{\partial v} [A(\cos \chi M_{vu}^* - M_v^*)] + \\ & + AB \sin \chi Q_v^* = 0; \\ & \frac{\partial(AM_{vu}^*)}{\partial v} - \frac{\partial A}{\partial v} M_{uv}^* - A \cos \chi \frac{\partial M_v^*}{\partial v} - \frac{\partial B}{\partial u} (M_v^* - \cos \chi M_{uv}^*) + \frac{\partial}{\partial u} [B(\cos \chi M_{uv}^* + M_u^*)] - \\ & - AB \sin \chi Q_u^* = 0; \\ & \sin \chi (S_u^* + S_v^*) + \frac{M_{uv}^*}{R_u'} + \frac{M_{vu}^*}{R_v'} + \frac{M_v^* - M_u^*}{R_{uv}'} = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Уравнения равновесия (1), записанные в форме (7), более привычны для восприятия инженером.

**Формулы, связывающие внутренние усилия и моменты с внутренними «псевдоусилиями» и «псевдомоментами»**

Между силовыми факторами, входящими в формулы (5) и «псевдоусилиями», входящими в формулы (7), существуют отношения (рис. 3):

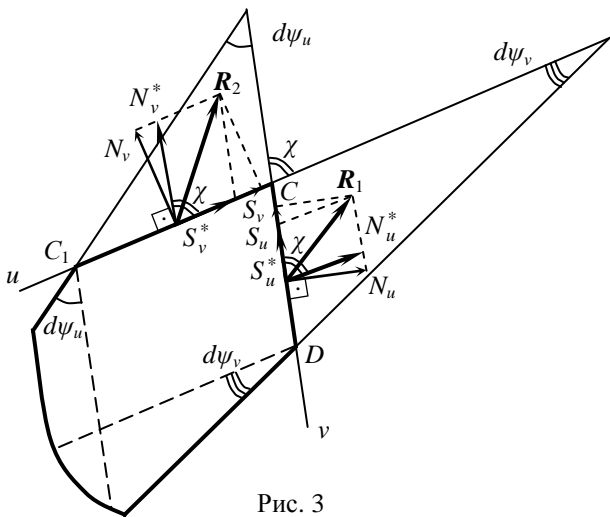


Рис. 3

$$\begin{aligned} N_v &= N_v^* \sin \chi, \\ N_u &= N_u^* \sin \chi, \\ S_v &= -S_v^* + N_v^* \cos \chi, \\ S_u &= S_u^* + N_u^* \cos \chi, \\ M_{vu} &= M_{vu}^* \sin \chi, \\ M_{uv} &= -M_{uv}^* \sin \chi, \\ M_v &= -M_v^* + M_{vu}^* \cos \chi, \\ M_u &= -M_u^* - M_{uv}^* \cos \chi. \end{aligned}$$

В формулах (5):

$$S_u \neq S_v \text{ и } M_{uv} \neq M_{vu},$$

так как  $\chi \neq \pi/2$ , а в уравнени-

ях (1) и (7), согласно физическим уравнениям (2), имеем  $S_u^* = -S_v^*$  даже если  $\chi \neq \pi/2$ .

**Переход от уравнений равновесия (5) к уравнениям равновесия (7)**

Подставляя значения усилий и моментов (8), общепринятые в инженерной практике, а также  $Z = -Z^*$  в уравнения равновесия (5), после довольно сложных преобразований получаем:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial(BN_u^*)}{\partial u} - \frac{\partial B}{\partial u} N_v^* + B \cos \chi \frac{\partial S_u^*}{\partial u} + \frac{\partial A}{\partial v} (S_u^* + \cos \chi N_v^*) + \frac{\partial}{\partial v} [A(\cos \chi N_v^* - S_v^*)] - \\
 & - AB \left( \frac{Q_u^*}{R_u'} \right) + AB \sin \chi (X^* + \cos \chi Y^*) = 0; \\
 & \frac{\partial(AN_v^*)}{\partial v} - \frac{\partial A}{\partial v} N_u^* - A \cos \chi \frac{\partial S_v^*}{\partial v} - \frac{\partial B}{\partial u} (S_v^* - \cos \chi N_u^*) + \frac{\partial}{\partial u} [B(\cos \chi N_u^* + S_u^*)] - \\
 & - AB \left( \frac{Q_v^*}{R_v'} \right) + AB \sin \chi (Y^* + \cos \chi X^*) = 0; \\
 & AB \left( \frac{N_u^*}{R_u'} + \frac{N_v^*}{R_v'} \right) + \frac{\partial}{\partial u} (BQ_u^*) + \frac{\partial}{\partial v} (AQ_v^*) + AB \sin \chi Z^* = 0; \\
 & \frac{\partial(BM_{uv}^*)}{\partial u} - \frac{\partial B}{\partial u} M_{vu}^* + B \cos \chi \frac{\partial M_u^*}{\partial u} + \frac{\partial A}{\partial v} (M_u^* + \cos \chi M_{vu}^*) + \frac{\partial}{\partial v} [A(\cos \chi M_{vu}^* - M_v^*)] + \\
 & - AB \sin \chi Q_v^* = 0; \\
 & \frac{\partial(AM_{vu}^*)}{\partial v} - \frac{\partial A}{\partial v} M_{uv}^* - A \cos \chi \frac{\partial M_v^*}{\partial v} - \frac{\partial B}{\partial u} (M_v^* - \cos \chi M_{uv}^*) + \frac{\partial}{\partial u} [B(\cos \chi M_{uv}^* + M_u^*)] - \\
 & - AB \sin \chi Q_u^* = 0; \\
 & \sin \chi (S_u^* + S_v^*) - \frac{M_{uv}^*}{R_u'} - \frac{M_{vu}^*}{R_v'} = 0. \tag{9}
 \end{aligned}$$

Сравнивая системы уравнений (7) и (9), замечаем, что в первом уравнении системы (9) отсутствует слагаемое  $ABQ_v/R_{uv}$ , во втором уравнении системы (9) отсутствует слагаемое  $ABQ_u/R_{uv}$ . Если используется сопряженная система криволинейных координат, то  $M = 0$ , следовательно,  $1/R_{uv} = 0$ , и это различие не играет роли. Кроме того в четвертом уравнении равновесия системы (9) перед поперечной силой стоит знак (-), а в соответствующем уравнении А.Л. Гольденвейзера (7) стоит знак (+).

Второе уравнение равновесия системы (9) получено сложением 2-го уравнения равновесия системы (5) после подстановки в него значений (8) и умножения его на  $\sin \chi$  с 1-ым уравнением равновесия системы (9) после умножения последнего на  $\cos \chi$ .

Аналогично, пятое уравнение равновесия системы (9) получено сложением 5-го уравнения равновесия системы (5) после подстановки в него значений (8) и умножения его на  $\sin \chi$  с 4-м уравнением равновесия системы (9) после умножения последнего на  $\cos \chi$ .

И наконец, последнее уравнение системы (9) отличается от аналогичного уравнения системы (7) отсутствием слагаемого  $(M_v^* - M_u^*)/R_{uv}$ . Если используется сопряженная система криволинейных координат, то  $M = 0$ , следовательно,  $1/R_{uv} = 0$ , и это различие не играет роли.

### **Геометрические уравнения**

Геометрические уравнения для оболочки в произвольной криволинейной системе координат  $u, v$  были получены А.Л. Гольденвейзером [1]. Их можно применять в обоих рассмотренных случаях (рис. 1, 2). Только необходимо помнить, что перемещения  $u_z$  направлено в сторону, обратную единичному вектору  $\mathbf{n}$ , т.е. применяется следующее разложение:

$$\mathbf{U} = u_u \frac{\mathbf{r}_u}{A} + u_v \frac{\mathbf{r}_v}{B} - u_z \mathbf{n}.$$

После подстановки значений символов Кристоффеля в первую тройку геометрических уравнений, они принимают вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_u &= \frac{1}{A} \left[ \frac{\partial u_u}{\partial u} + \frac{\partial A}{\partial v} \left( \frac{u_v}{B} \right) + B \cos \chi \frac{\partial}{\partial u} \left( \frac{u_v}{B} \right) \right] - \frac{u_z}{R'_u}, \\ \varepsilon_v &= \frac{1}{B} \left[ \frac{\partial u_v}{\partial v} + \frac{\partial B}{\partial u} \left( \frac{u_u}{A} \right) + A \cos \chi \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{u_u}{A} \right) \right] - \frac{u_z}{R'_v}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\varepsilon_{uv} = \sin \chi \left[ \frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial u} \left( \frac{u_v}{B} \right) + \frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{u_u}{A} \right) \right] - \frac{1}{A} \frac{\partial \chi}{\partial u} u_u - \frac{1}{B} \frac{\partial \chi}{\partial v} u_v + \frac{u_z}{\sin \chi} \left( \frac{2}{R_{12}} + \frac{\cos \chi}{R'_u} + \frac{\cos \chi}{R'_v} \right).$$

Далее необходимо подставить символы Кристоффеля в оставшиеся три уравнения для определения изменения кривизн  $\kappa_u$  и  $\kappa_v$  и кручения  $\kappa_{uv}$ .

Например, для пологих оболочек эти формулы принимают вид:

$$\begin{aligned} \kappa_u &= \frac{1}{A} \left[ \frac{\partial}{\partial u} \left( \frac{1}{A \sin \chi} \frac{\partial u_z}{\partial u} \right) - \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial u} \left( \frac{\cos \chi}{\sin \chi} \frac{\partial u_z}{\partial v} \right) + \frac{1}{B^2 \sin \chi} \frac{\partial A}{\partial v} \frac{\partial u_z}{\partial v} \right], \\ \kappa_v &= \frac{1}{B} \left[ \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{1}{B \sin \chi} \frac{\partial u_z}{\partial v} \right) - \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{\cos \chi}{\sin \chi} \frac{\partial u_z}{\partial u} \right) + \frac{1}{A^2 \sin \chi} \frac{\partial B}{\partial u} \frac{\partial u_z}{\partial u} \right], \\ \kappa_{uv} &= \frac{1}{AB \sin \chi} \left[ \frac{B^2}{2} \frac{\partial}{\partial u} \left( \frac{1}{B^2} \frac{\partial u_z}{\partial v} \right) + \frac{A^2}{2} \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{1}{A^2} \frac{\partial u_z}{\partial u} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \cos^2 \chi \frac{\partial^2 u_z}{\partial u \partial v} + \frac{\cos \chi}{A} \frac{\partial B}{\partial u} \frac{\partial u_z}{\partial u} + \frac{\cos \chi}{B} \frac{\partial A}{\partial v} \frac{\partial u_z}{\partial v} \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Для непологих оболочек формулы для  $\kappa_u$ ,  $\kappa_v$ ,  $\kappa_{uv}$  будут намного сложнее.

### Заключение

Если требуется рассчитать тонкую оболочку со срединной поверхностью, заданной в косоугольных криволинейных сопряженных координатах, то можно использовать систему 20 расчетных уравнений А.Л. Гольденвейзера, включающих в себя уравнения (7), (10) и (2) или систему 20 расчетных уравнений, предложенных автором, включающих в себя уравнения (5), (10) и (6).

Отметим также, что уравнения (1), (10) и (2) были применены для расчета прямых длинных геликоидов [4], а уравнения (5), (10), (6) – для расчета длинных торсов-геликоидов [5].

Помимо рассмотренных двух вариантов представления расчетных уравнений линейной теории тонких оболочек, в литературе представлены нелинейные уравнения теории тонких оболочек в косоугольных координатах [6]. Статическая задача теории упругости в криволинейной неортогональной системе координат изучается в работе [7]. А Р.А. Римский [8] исследовал напряженно-деформированное состояние поперечно нагруженной пластинки в форме параллелограмма, отнесенной к косоугольной системе координат.

### Л и т е р а т у р а

1. Гольденвейзер А.Л. Теория упругих тонких оболочек. – М.: ГТТИ, 1953. – 544 с.
2. Иванов В.Н., Кривошапко С.Н. Аналитические методы расчета оболочек неканонической формы: Монография. – М.: Изд-во РУДН, 2010. – 542 с.

3. Рекач В.Г., Кривошапко С.Н. К вопросу расчета упругих тонких оболочек в неортогональных криволинейных координатах// Расчет оболочек строительных конструкций: Сб. статей. – М.: УДН, 1977. – С. 3-14.
4. Рынковская М.И. К вопросу о расчете на прочность тонких линейчатых винтовых оболочек// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2015. – № 6. – С. 13-15.
5. Баджория Г.Ч. Расчет длинного развертывающегося геликоида по моментной теории в перемещениях// Строительная механика и расчет сооружений. – 1985. – № 3. – С. 22-24.
6. Шевелев Л.П., Исаев Б.В. Нелинейные уравнения теории тонких оболочек в косоугольных координатах. – 3-д ВТУЗ при ПО турбостр. Ленинград. метал. з-да. – Л., 1988. – 25 с. – Деп. в ВИНТИ 24.10.88, № 7604-B88.
7. Коновалов А.Н. Численные методы в статических задачах теории упругости// Сибирский математический журнал. – 1995. – Том 36: 3. – С. 573-579.
8. Римский Р.А. Исследование косоугольных пластин методом Канторовича – Власова// Исследования по теории сооружений. – М.: Стройиздат, 1970. – С. 64-68.

#### References

1. Goldenweiser, A.L. (1953). *Theory of Elastic Thin Shells*, Moscow: GTTI, 544 с.
2. Ivanov, V.N., Krivoshapko, S.N. (2010). *Analytical Methods of Analysis of Shells of Complex Form: Monograph*, Moscow: Izd-vo RUDN, 542 p.
3. Rekach, V.G., Krivoshapko, S.N. (1977). On the problem of analysis of elastic thin shells given in non-orthogonal curvilinear coordinates, *Raschet Obolochek Stroitel'nyh Konstruktsiy*: Sb. statey, Moscow: UDN, p. 3-14.
4. Rynkovskaya, M.I. (2015). On the problem of strength analysis of thin ruled helical shells, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, № 6, pp. 13-15.
5. Bajoriya, G.Ch. (1985). An analysis of a long developable open helicoid with using of a moment theory in displacements, *Stroitel'naya Mekhanika i Raschet Sooruzheniy*, № 3, pp. 22-24.
6. Shevelev, L.P., Isaev, B.V. (1988). Non-linear equations of a theory of thin shells given in arbitrary coordinates, *Zavod VTUZ pti PO turbostr. Leningrad. metal. z-da*, 25 p., *Dep. v VINITI 24.10.88, № 7604-B88*.
7. Konovalov, A.N. (1995). Numerical methods in static problems of theory of elasticity, *Siberian Mathematical Journal*, 36: 3, pp. 491-505.
8. Rimskiy, R.A. (1970). *Issledovaniya Kosougol'nyh Plastin Metodom Kantorovicha – Vlasova, Issledovaniya po Teorii Sooruzheniy*, Moscow: Stroyizdat, pp. 64-68.

## TWO TYPES OF GOVERNING EQUATIONS FOR SHELLS WITH THE MIDDLE SURFACES GIVEN IN ARBITRARY CURVILINEAR COORDINATES

S.N. Krivoshapko

*RUDN University, Moscow, Russia*

Having taken curvilinear coordinates on the middle surface of shells in the lines of principle curvatures, we can determine the simplest system of 17 governing equations of the linear theory of shells. But sometimes, the problem of analytical determination of the equation of the middle surface in lines of principle curvatures is very difficult task and that is why it is necessary to use the system of 20 governing equations, derived by A.L. Goldenweiser for an arbitrary system of curvilinear coordinates with taking into account the condition of decomposition of the vectors of internal forces and moments and external surface load along the axes of the basic non-orthogonal moving trihedral. Later, the system of 20 governing equations, derived by the author, was published. These equations contain internal force factors and external surface load decomposed along the axes of the basic orthogonal moving trihedral. His paper shows that these both systems of governing equation can transform one into other with the help of the equations of translation, i.e. the both systems of governing equations are equivalent.

**KEYWORDS:** thin-walled shell, the linear theory of shells, differential equilibrium equations, arbitrary curvilinear system of coordinates, geometrical equations of the shell theory, physical equations of the shell theory.



***Расчет и проектирование строительных конструкций***

**НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ БЕТОНА И ЖЕЛЕЗОБЕТОНА И СОВРЕМЕННЫЕ НОРМЫ**

Р.С. САНЖАРОВСКИЙ\*, д-р техн. наук, проф.

М.М. МАНЧЕНКО\*\*, к.т.н., ст. науч. сотр.

\* ЕНУ им. Л.Н. Гумилева

010000, Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2;

\*\* ФГУП "Крыловский государственный научный центр"

196158, Санкт-Петербург, Московское шоссе, 44; [manchenko.se@gmail.com](mailto:manchenko.se@gmail.com)

*В статье проведен теоретический анализ основных ошибок, заложенных в теорию расчета нелинейной ползучести железобетонных конструкций. Статья написана в соответствии с рекомендациями круглого стола, состоявшегося в Российском университете дружбы народов 09.06.2016 г. под руководством д.т.н., проф. С.Н. Кривошапко. Выявлена необходимость полной переработки современных норм России и других стран по ползучести железобетона.*

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** теория ползучести бетона, длительное сопротивление конструкций, современные строительные нормы.

В современной теории расчета железобетона используются как линейная теория ползучести бетона Маслова-Арутюняна

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} - \int_{\tau_1}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{1}{E(\tau)} d\tau - \int_{\tau_1}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} C(t, \tau) d\tau, \quad (1)$$

так и нелинейная

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} - \int_{\tau_1}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{1}{E(\tau)} d\tau - \int_{\tau_1}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} C(t, \tau) d\tau - \int_{\tau_1}^t F_1[\sigma(\tau)] \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} C(t, \tau) d\tau. \quad (2)$$

В формуле (2) часто последние два слагаемых объединяют в одно, записывая функцию нелинейности в виде

$$\sigma(\tau) F[\sigma(\tau)] = \sigma(\tau) + \sigma(\tau) F_1[\sigma(\tau)]. \quad (3)$$

В известных научных трудах указывается, что: "Теперь уже многочисленными экспериментальными исследованиями ... подтверждено, что деформации ползучести бетона нелинейно зависят от напряжений, начиная с самых низких их уровней". Многие известные ученые в теории ползучести бетона предложили различные зависимости для описания этой функции  $F[\sigma(\tau)]$ :

$$1 + \beta \sigma(\tau); K(\tau) + A(\tau) [\sigma(\tau)]^m; a + b \left[ \frac{\sigma(\tau)}{R(\tau)} \right]^m; 1 + \beta(\tau) [\sigma^m(\tau) - 1]; a \sigma^m(\tau);$$

$$1 + b(t - \tau) \left[ \frac{\sigma(\tau)}{R_{np}} \right]^m \text{ и другие.}$$

На основании формул (1), (2) разработаны различные теоретические решения (Ржаницын, Швецов, Фрайфельд, Прокопович, Бунятян, Орлов, Линник, Базант, Чиорино и др.), внедренные в действующие нормы, либо в проекты новых норм по железобетону: СП63.13330.2012 (СНиП 52-01-2003); fib, Model Code for Concrete Structures 2010, 2013; ACJ 209.3R-XX, 2011; другие нормы и правила.

Приведенные формулы (1, 2), а также полученные на их основе разработки, нормы и проекты норм по бетону и железобетону, содержат ошибки, наличие и сущность которых выявляются из совокупности применения следующих фундаментальных основ: правил и принципов Еврокодов [1] (являющихся мировыми нормами в строительстве); общей теорией расчета сооружений; методов механики Ньютона; физико-механических свойств бетона и стали, определяемых экспериментально. С точки зрения правил этой совокупности, каждое слагаемое в (1) и (2) содержит ошибки. Эти ошибки в расчете существенно изменяют значения деформаций, а в итоге дают неэкономичные и ненадежные расчеты конструкций. При годовом объеме в 4 млрд. м<sup>3</sup> применения в мире бетона и железобетона, экономические потери от таких расчетов составляют значительную величину. Часть этих ошибок для случая линейной ползучести, которая составляет вместе с ошибками основу норм различных стран и создает большой разрыв между методами расчета кратковременного и длительного сопротивления конструкций, мы проанализировали в [7].

1. В нелинейной теории ползучести мера ползучести бетона  $C$  принимается зависящей от напряжений ("условие аффинности")

$$C[\sigma(\tau), t, \tau] = F[\sigma(\tau)]C(t, \tau).$$

Деформацию ползучести запишем на основе принципа наложения (совокупность свойств потенциальных сил и принципа независимости действия сил механики Ньютона) в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon_n(t) = & - \int_{\tau_1}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} C[\sigma(\tau), t, \tau] d\tau = - \int_{\tau_1}^t \sigma(\tau) \frac{\partial F[\sigma(\tau)]}{\partial \sigma} \dot{\sigma}(\tau) C(t, \tau) d\tau - \\ & - \int_{\tau_1}^t \sigma(\tau) F[\sigma(\tau)] \frac{\partial}{\partial \tau} C(t, \tau) d\tau. \end{aligned} \quad (4)$$

Однако, исследователи первое слагаемое в (4) потеряли. Вследствие такой потери стал отвергаться классический в механике Ньютона принцип независимости действия сил. Был сформулирован ошибочный принцип: "принцип суперпозиции деформации во времени не требует линейной связи между напряжениями и деформациями, поскольку речь идет о том, что следствие, полученное в момент времени  $t$  от причин, действующих в различные непересекающиеся интервалы времени, равно сумме следствий в тот же момент времени  $t$ , полученных от воздействия каждой из этих причин в отдельности", – что недопустимо. Если ограничиться в (4) последним слагаемым, отбросив первое слагаемое, то для правильности результата необходимо было в последнем слагаемом поменять производную от меры ползучести, приняв ее в следующем сконструированном виде

$$\frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial C_H(t, \tau)}{\partial \tau} - \frac{\frac{\partial F[\sigma(\tau)]}{\partial \sigma(\tau)}}{F[\sigma(\tau)]} \dot{\sigma}(\tau) C(t, \tau),$$

Отсюда видно, что принцип наложения для силы  $\sigma(t)$  выполняется при коэффициенте жесткости  $1/C(t, \tau)$ , а для силы  $F[\sigma(\tau)]$  – при другом искусственном коэффициенте жесткости, сконструированном специальным образом.

Утеря первого слагаемого в (4) приводит к ошибке в значении деформации нелинейной ползучести при использовании традиционных уравнений (2).

Здесь также необходимо отметить, что гипотеза о зависимости функции нелинейности от напряжений выполняется при довольно грубых упрощающих

предположениях (что и привело к множеству выражений для ее описания). Рассмотрению этого обстоятельства мы посвятим отдельную статью.

2. Первые два слагаемых в уравнениях (1), (2) неверно описывают свойство линейных (потенциальных) сил, исходя из правил аналитической механики: вторые слагаемые в (1), (2) являются лишними; своим присутствием они искажают значение мгновенной упругой деформации бетона, внося в него ошибку. Эта ошибка усугубляется предложением некоторых известных ученых по "учету влияния предыстории деформирования на модуль упруго-мгновенных деформаций путем представления его в виде функций двух переменных: времени наблюдения  $t$  и текущего возраста бетона  $\tau$ :  $E = E(t, \tau)$ ", а также другими ошибочными предложениями.

В то же время известно, что мгновенные деформации бетона являются существенно нелинейными.

3. Диаграмме  $\sigma$ - $\varepsilon$  Сарджина, установленной Еврокодом 2, противоречат первые слагаемые в (1), (2), определяющие мгновенные деформации по закону Гука (фиктивная диаграмма), рис. 1: реальная для бетона диаграмма имеет криволинейное очертание, соответствующее экспериментам, и ниспадающий участок ограниченной протяженности. Такая подмена реальных упругопластических деформаций  $\varepsilon_m$  линейными значениями  $\varepsilon_l$  (рис. 1) не только противоречит экспериментальным физико-механическим свойствам бетона, но и приводит к грубым ошибкам в практических расчетах железобетонных конструкций. Простейший пример – расчет сжатых колонн (см. также в п.4). Эта подмена запрещена к применению правилами и принципами, установленными Еврокодом. Однако, современная теория ползучести железобетона (и в России, и за рубежом) продолжает умалчивать об этой ошибке: например "Бетон и железобетон – взгляд в будущее". Научные труды III Всероссийской (II Международной) конференции по бетону и железобетону (Москва, 12-16 мая 2014 г.) – Том 7 (Пленарные доклады), стр. 324-350; Том 1 (Теория железобетона), стр. 21-26; также другие доклады.

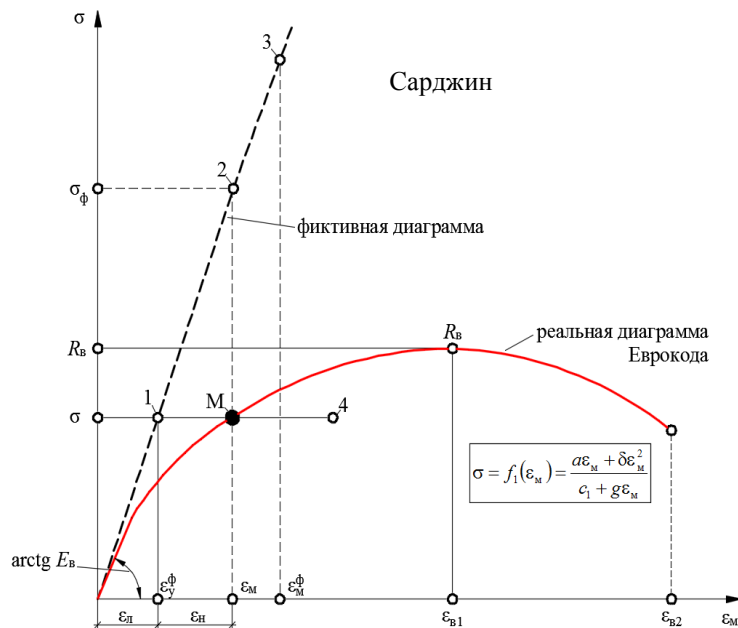


Рисунок 1. Искажение диаграммы  $\sigma$ - $\varepsilon$

Начиная еще с 1899 г. и на основании многочисленных экспериментов, известные ученые во всем мире подчеркивали мгновенную нелинейность бетона и предлагали различные аналитические зависимости для описания нелинейной упругопластической диаграммы работы сжатого бетона (Риттер, Франк, Залигер, Бах, Шюле, Гастев, Богуславский, Рош, Сахновский, Эмпергер, Шрейер, Нилендер, Онищик, Подольский и другие) взамен отвергаемого закона Гука.

Однако, в 1938 г. в нормы был внедрен пластический шарнир для нахождения предельного состояния железобетонных конструкций. Упругопластическая мгновенная нелинейная стадия работы конструкции была изъята из теории железобетона с помощью формулировки ошибочного принципа, уничтожающего продекларированный изначально метод предельных состояний с его непрерывным нагружением: линейная стадия деформирования мгновенно превращается в пластический шарнир; "... в интересах простоты расчета еще более желательно, чем при изгибе симметричных сечений, допустить, что сечение ведет себя упруго вплоть до образования пластического шарнира". Н.С. Стрелецкий, И.И. Гольденблат (авторы метода предельных состояний) подчеркивали: "Согласно методу расчета предельных состояний, расчет строительных конструкций должен основываться на анализе процессов перехода конструкций в расчетные предельные состояния".

Так как из общей теории расчета известно, что у сжато-изогнутых конструкций пластического шарнира не бывает, то сама идея о мгновенном превращении линейной стадии в пластический шарнир является грубой ошибкой. Но зато такой способ построения теории железобетона позволяет следовать нормативу (административный ресурс), и избавиться от трудностей учета упругопластической стадии работы конструкции, в том числе в задачах ползучести. Экономичность и надежность конструкций отодвигаются на задний план.

Многочисленные и основательные экспериментальные данные авторитетных ученых о нелинейной мгновенной диаграмме с ниспадающим участком игнорируются; появляется ошибочное утверждение об "экспериментально обоснованных" мгновенных упругих свойствах бетона: "в экспериментах мгновенные деформации бетона даже при высоких уровнях нагружения линейно зависят от напряжений" (1952 г.); "мгновенные деформации линейно связаны с напряжениями и соответственно модуль упруго-мгновенных деформаций не зависит от значения и знака напряжений" (1976 г.); "в результате ряда экспериментальных исследований установлено, что упругомгновенные деформации остаются пропорциональными напряжениям вплоть до значений, почти соответствующих пределам прочности  $R$ " (1983 г.); также 2014 г.

4. В рамках требований Еврокода 2 к диаграмме мгновенного деформирования бетона (рис. 1), следует признать ошибкой теории ползучести изъятие пластической деформации  $\epsilon_n$  из общей величины мгновенной деформации  $\epsilon_m$  и перевод ее в разряд деформации ползучести  $\epsilon_n(t)$ : пластическая деформация  $\epsilon_n$  развивается около 1-2 мин (Александровский, Базант), а деформация ползучести  $\epsilon_n(t)$  длится годами; скорость нарастания нелинейных деформаций до 2000 раз превышает скорость нарастания деформаций ползучести (в 1 сутки); скорость и время роста упругих  $\epsilon_n$  и нелинейных деформаций  $\epsilon_n$  имеют один порядок; ошибкой является разъединение этих деформаций путем разделения общей величины  $\epsilon_m$  в нарушение правил Еврокода 2.

Пластическая мгновенная деформация  $\epsilon_n$  наделена наименованием быстронатекающей ползучести; суммарная деформация обычной  $\epsilon_n(t)$  и быстронатекающей ползучести  $\epsilon_n$  разыскивается с помощью меры ползучести

$$C(t, \tau) = C_{оп}(t, \tau) + C_{бп}(t, \tau), \quad (5)$$

представленной в виде двух функций для обычной и для быстронатекающей ползучести. Таким приемом искусственно создаются ненужные математические сложности, и возникает нарушение фундаментального в механике принципа независимости действия сил (подробнее в п.5); также в расчетах конструкций возникают нелепые результаты.

Математические сложности состоят в необходимости построения ненужного интеграла

$$\varepsilon_n(t) = \int_{\tau_1}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} C_{\delta n}(t, \tau), \quad (6)$$

тогда как  $\varepsilon_n$  легко находится из формулы Сарджина, других уравнений, описывающих мгновенные диаграммы, например, из параболы Эмпергера  $\varepsilon_n = B_2 \sigma^2$ , либо из зависимости, предложенной НИИЖБ

$$\varepsilon_n = \frac{\sigma^4}{ER_{\text{пр}}^3} \left( 0,1 + \frac{24}{2 + R_{\text{пр}}} \right). \quad (7)$$

Сравнивая (6) и (7) между собой, видим ошибочность интегральной формы (6), предназначенной для отыскания быстронатекающей ползучести, ее надуманность.

Приведем поучительный пример, показывающий нелепость результатов, полученных с помощью быстронатекающих деформаций ползучести. Рассмотрим продольный изгиб сжатой стойки в промежутке одних суток после загрузки, когда успевает проявиться, в основном, быстронатекающая ползучесть. Длительная критическая сила в соответствии с (6) и известными решениями Ржаницына, Работнова, Шестерикова, Прокоповича, равна  $P_d = \pi^2 HI / e^2$ , где

$$H = \frac{E}{1 + \varphi_{\text{бн}}}, \text{ где } \varphi_{\text{бн}} \text{ – характеристика быстронатекающей ползучести. Эта критическая}$$

сила устремляется по величине к бесконечности при длине  $l \rightarrow 0$ , что отвергается и экспериментами, и здравым смыслом.

Если же мгновенные нелинейные деформации не присовокуплять к деформациям ползучести, то имеем касательно-модульную (либо приведенно-модульную) критическую силу с конечной величиной при  $l \rightarrow 0$ . Этот результат в нормах железобетона известен давно после экспериментальных и теоретических работ *L. Baes* 1927 г., внедренных в нормы ряда стран.

Обратим внимание, что переименование пластических деформаций  $\varepsilon_n$  (рис. 1) и деформаций ползучести  $\varepsilon_n(t)$  и их однообразное математическое описание

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} - \int_{\tau_1}^t \frac{\sigma(u)}{E(u)} L_E(t, u) du. \quad (8)$$

в записи функции  $L_E(t, u)$  приводит к искажению результатов экспериментальных исследований по проблемам ползучести бетона во всех странах мира (см. указанный выше Том 7 "Пленарные доклады", стр. 324-350). Вследствие такого перемешивания деформации ползучести ошибочно приобретают начальные "вертикальные отрезки", искажающие значения деформаций ползучести (до 50%), отвлекающие исследователей ползучести бетона и вводящие специалистов по теории железобетона в заблуждение.

Ошибочное предположение о "быстронатекающей ползучести" и "вертикальных отрезках" сильно исказило направление развития теории ползучести железобетона. Внедрение этого предположения в нормы наносит вред железобетонному строительству.



5. Запись меры ползучести бетона в виде суммы зависимостей (5) приводит не только к математическому усложнению теории ползучести, но и к нарушению принципа независимости действия сил механики Ньютона.

Для наглядности рассмотрим простой и поучительный случай. Мету ползучести (5) запишем в виде, предложенном Александровским С.В. (в его обозначениях)

$$C(t, \tau) = A_3 [1 - e^{-\gamma(t-\tau)}] + A_4 [1 - e^{-\alpha(t-\tau)}], \quad (9)$$

где  $A_3 = \psi(\infty) = const$ ;  $A_4 = \Delta(\infty) = const$ ;  $\alpha \gg \gamma > 0$ .

"Наличие второго слагаемого в формуле ... обеспечивает начальный крутой подъем кривых ползучести при малых  $t-\tau$ ".

Дифференцируем с учетом (9) два раза по  $t$  интегральное уравнение (8), получаем соответствующее ему дифференциальное уравнение ( $E = const$ ) второго порядка:

$$\ddot{\epsilon}E + (\gamma + \alpha)E\dot{\epsilon} + \gamma\alpha E\epsilon = \ddot{\sigma} + [(\gamma + \alpha) + EA_3\gamma + EA_4\alpha]\dot{\sigma} + [1 + EA_3 + EA_4]\gamma\alpha\sigma. \quad (10)$$

Из этого уравнения видно, что в нем имеется сила, пропорциональная ускорению:

$$\sigma = \frac{E}{(1 + EA_3 + EA_4)\gamma\alpha} \ddot{\epsilon}(t). \quad (11)$$

Остальные силы, пропорциональные  $\epsilon, \dot{\epsilon}, \ddot{\sigma}, \ddot{\sigma}$ , роли не играют.

В механике Ньютона наличие сил, пропорциональных ускорению  $\ddot{\epsilon}$ , свидетельствует о нарушении принципа независимости действия сил, и о невозможности использования выражения (9) для меры ползучести бетона в практических задачах, при переменных силах  $\sigma(t)$ . К такому же результату мы приходим, если воспользуемся многими другими формулами для описания меры ползучести в виде двух и большего числа слагаемых (Яшин, Мак-Генри, Прокопович, Улицкий и др.). При нелинейной ползучести сила, пропорциональная ускорению, равна

$$\sigma = \frac{E}{\ddot{f}(\mu) + [(\gamma + \alpha) + EA_3\gamma + EA_4\alpha]\dot{f}(\mu) + (1 + EA_3 + EA_4)\gamma\alpha f(\mu)} \ddot{\epsilon}(t), \quad (12)$$

где  $f(\mu)$  – функция нелинейной ползучести.

6. В ряде работ последних лет, посвященных ползучести бетона, используется идея двух тождественных нелинейных функций, одинаково описывающих мгновенную нелинейность бетона его нелинейную ползучесть. Эта идея усматривается из нелинейной вязкоупругой среды Москвитина В.В., который использует обращение уравнения Работнова Ю.Н. и изменяет структуру функции  $\phi(\epsilon)$ ; он записывает разрешающее уравнение в виде

$$\sigma(t) = E \left[ f(\epsilon_i)\epsilon(t) - \int_{t_0}^t f(\epsilon_i)\epsilon(\tau)R_1(t, \tau)d\tau \right], \quad (13)$$

"где  $f(\epsilon_i)$  – универсальная функция, описывающая физическую нелинейность. Функция нелинейности  $f(\epsilon_i)$  определяется по экспериментальным кривым ползучести. Так как в каждый момент времени известны интенсивность деформации  $\epsilon_i(t)$  и функция нелинейности  $f(t)$ , то можно построить экспериментальную кривую  $f \leftrightarrow \epsilon_i$ , сопоставляя соответствующие значения для одного и того же  $t$ . После этого определяются константы в принятой формуле для функции нелинейности".

В работах по теории ползучести бетона, обсуждаемых ниже, "универсальная функция" принята зависящей от мгновенных деформаций бетона. Получен-

ная таким способом теория ползучести бетона точно учитывает мгновенные деформации и ошибочно завышает величины деформаций ползучести.

Для проведения анализа воспользуемся нашим предложением [8] по построению уравнения теории ползучести

$$\varepsilon(t) = f_2[\sigma(t)] + \int_{t_0}^t f_1[\varepsilon_M(\tau)]K(t, \tau)d\tau, \quad (14)$$

где  $f_1$  и  $f_2$  – прямая и обратная функции мгновенной нелинейности бетона; при учете нелинейной ползучести функция  $f_1$  несколько реконструируется.

Диаграмму мгновенного деформирования бетона запишем в виде частного случая квадратной параболы из Еврокода 2:

$$\sigma = \varepsilon_M(t) \left[ E(t) - \frac{R_B(t)}{\varepsilon_{B0}} \varepsilon_M(t) \right]. \quad (15)$$

Подставим (15) в (14), имеем:

$$\varepsilon(t) = f_2 \left[ \varepsilon_M(t)E(t) - \frac{R_B(t)}{\varepsilon_{B0}} \varepsilon_M^2(t) \right] + \int_{t_0}^t \left[ \varepsilon_M(\tau)E(\tau) - \frac{R_B(\tau)}{\varepsilon_{B0}} \varepsilon_M^2(\tau) \right] K(t, \tau)d\tau.$$

Отбросим в качестве упрощения второе слагаемое в интегральном члене, получим уравнение с двумя тождественными функциями

$$\varepsilon(t) = f_2 \left[ \varepsilon_M(t)E(t) - \frac{R_B(t)}{\varepsilon_{B0}} \varepsilon_M^2(t) \right] + \int_{t_0}^t E(\tau) f_2 \left[ \varepsilon_M(\tau)E(\tau) - \frac{R_B(\tau)}{\varepsilon_{B0}} \varepsilon_M^2(\tau) \right] K(t, \tau)d\tau. \quad (16)$$

Уравнению (16) соответствуют две точки  $M$  и  $2$  на рисунке 1. Первое слагаемое в (16) определяет мгновенную деформацию, соответствующую точке  $M$  на реальной диаграмме Еврокода с реальным напряжением  $\sigma$ . Второе (интегральное) слагаемое в (16) определяет деформацию ползучести  $\varepsilon_n(t)$ , соответствующую фиктивному напряжению  $\sigma_\phi$  (рис. 1) из закона Гука; в нашем случае применения диаграммы мгновенного деформирования бетона (15) величина фиктивного напряжения  $\sigma_\phi$  (вызывающего ползучесть) может до двух раз (в левой части диаграммы Еврокода) превышать величину реального напряжения  $\sigma$  (правая часть). Это превышение приводит к значительной ошибке в определяемом значении деформации ползучести.

7. Некоторые известные записывают уравнение ползучести бетона в виде

$$\varepsilon(t, t_0) = S_0[\sigma(t)] \left\{ \sigma(t) \left[ \frac{1}{E^M(t)} + C_0^*(t, t_0) - \int_{t_0}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} C_0^*(t, \tau) d\tau \right] \right\}, \quad (17)$$

где  $C_0^*(t, t_0)$  – мера ползучести Александровского С.В. Эти ученые заявляют, что наличие функции  $S_0[\sigma(t)]$  согласуется с предположением Работнова Ю.Н.

$$\phi[\varepsilon(t)] = \frac{\sigma(t)}{E} + \int_{t_0}^t \sigma(\tau) K(t, \tau) d\tau, \quad (18)$$

где  $\phi[\varepsilon(t)]$  – неизвестная нелинейная функция.

Следует обратить внимание на неопределенность нахождения функции  $S_0[\sigma(t)]$ . Для иллюстрации сказанного сравним сначала уравнения (14) и (18), вычитая одно из другого при одинаковых ядрах, получим

$$\phi[\varepsilon(t)] - \varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E} - f_2[\sigma(t)]. \quad (19)$$

Запишем мгновенную деформацию  $f_2[\sigma(t)]$  в виде квадратной параболы

$$f_2[\sigma(t)] = \frac{\sigma(t)}{E} + B_2\sigma^2(t),$$

которую учтем в (19). Получаем

$$\varphi[\varepsilon(t)] = \varepsilon(t) - B_2\sigma^2(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon_n(t) = \varepsilon(t) - B_2[E\varepsilon_m(t) - A_1\varepsilon_m^2(t)]^2, \quad (20)$$

где  $\varepsilon_n(t)$  – нелинейная часть мгновенной деформации, рис. 1.

Заметим, что функция  $\varphi[\varepsilon(t)]$  в (18) на самом деле оказывается зависящей от двух переменных  $\varphi[\varepsilon(t), \sigma(t)]$ , либо  $\varphi[\varepsilon(t), \varepsilon_n(t)]$ , либо  $\varphi[\varepsilon(t), \varepsilon_m(t)]$ . От одной переменной она будет зависеть в частном случае рассмотрения мгновенной деформации

$$\varphi[\varepsilon_m(t)] = \varepsilon - \varepsilon_n = \varepsilon_m(t) - \frac{A_1(t)}{E}\varepsilon_m^2(t).$$

Используя обращение уравнения Работнова Ю.Н., Москвитин В.В. одновременно усложняет структуру функции  $\varphi$ , записывая ее в виде произведения

$$\varphi = f[\varepsilon_i(t)]\varepsilon(t),$$

универсальной функции, зависящей от интенсивности деформаций и полной деформации.

Если учесть нелинейную ползучесть с помощью подходящего интеграла, например,

$$I_n = \int_{\tau_1}^t \sigma(\tau)F_1[\sigma(\tau)]K_1(t, \tau)\tau, \quad (21)$$

то нелинейная функция  $\varphi(\varepsilon)$  должна быть найдена следующим образом

$$\varphi = \varepsilon(t) - B_2\sigma^2(t) - I_n.$$

Для формулы Москвитина В.В. с учетом нелинейной ползучести "универсальная функция" должна соответствовать выражению:

$$f[\varepsilon_i(t)] = 1 - \frac{1}{\varepsilon(t)}B_2\sigma^2(t) - \frac{1}{\varepsilon(t)}I_n;$$

без учета нелинейной ползучести:

$$f[\varepsilon_i(t)] = 1 - \frac{1}{\varepsilon(t)}B_2\sigma^2(t).$$

В противном случае значение полной деформации бетона  $\varepsilon(t)$ , найденное из (13), либо из (18), является весьма приближенным.

Возвращаясь к предложенному уравнению ползучести бетона (17), получим значение функции  $\varphi$ :

$$\varphi = \frac{\varepsilon(t, t_0)}{S_0[\sigma(t)]},$$

которую приравняем к действительному значению  $\varphi$  из (21); получаем требуемое значение функции  $S_0[\varepsilon(t), \sigma(t)]$  для уравнения ползучести (17):

$$S_0[\varepsilon(t), \sigma(t)] = \varepsilon(t) \frac{1}{\varepsilon(t) - B_2\sigma^2(t)}.$$

Предположение о том, что  $S_0[\sigma(t)]$  является функцией от  $\sigma(t)$ , является неверным.

8. Практически во всех работах по теории ползучести бетона используется ошибочное правило вычисления ядра интегрального уравнения

$$K(t, \tau) = \frac{\partial}{\partial \tau} \delta(t, \tau), \text{ где } \delta(t, \tau) = \frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau).$$

В нашей статье [8] показано, что это правило дает ошибку. Ко второму слагаемому оно применимо только для случая использования разностных ядер; для стареющего бетона ядро  $\frac{\partial}{\partial \tau} C(t, \tau)$  является неверным. Если эту ошибку устранить, сохранив для сравнения остальные предложения теории Арутюняна Н.Х. (мгновенную упругость, функцию меры ползучести, функцию нелинейной ползучести), то уравнения (1), (2) дают те же результаты, что и общая теория ползучести, если в нее ввести отмеченные предположения Арутюняна Н.Х. Однако, при этом соответствующее дифференциальное уравнение ползучести упрощается и имеет первый порядок в отличие от второго порядка дифференциального уравнения Арутюняна Н.Х.

9. Разрабатываемые ныне уравнения ползучести бетона не учитывают инерционные свойства бетона; в общей механике такие уравнения называются вырожденными. Вырожденными также являются уравнения линейной ползучести бетона (1) по отношению к уравнениям нелинейной ползучести (2). Вырожденной является теория старения бетона по отношению к теории упругой наследственности, также теория Фойгта.

В соответствии с данными [7], запишем полное невырожденное уравнение теории упругой наследственности бетона в общем виде

$$m\ddot{\epsilon} + a_1\dot{\epsilon} + a\epsilon = m\ddot{\sigma} + b_1\dot{\sigma} + b\sigma, \quad (22)$$

где  $m$  – погонная масса бетона;  $a, a_1, b, b_1$  – известные коэффициенты.

Также теорию упругой наследственности (Больцман, Вольтерра, Ржаницын, Ишлинский, Работнов, Розовский, Молместер и др.), не учитывающую инерционные свойства, запишем в вырожденном виде:

$$0 + a_1\dot{\epsilon} + a\epsilon = 0 + b_1\dot{\sigma} + b\sigma. \quad (23)$$

Здесь, например,  $a/b = H$  – длительный модуль деформации.

Также вырожденный вид имеет уравнение теории старения бетона (Дишингер, Уитни, Бовин, Буданов, Столяров, Улицкий, Барашиков, Кизирия, Голышев, Лившиц, Яценко и др.):

$$0 + a_1\dot{\epsilon} + 0 = 0 + b_1\dot{\sigma} + b\sigma. \quad (24)$$

Уравнение теории старения бетона (24) является вырожденным по отношению к уравнению (23), так как в нем в левой части отсутствует последнее слагаемое.

Следует напомнить, что в частных задачах расчета некоторых конструкций теория старения бетона дает положительные результаты (Второе всесоюзное совещание по проблемам ползучести и усадки бетона): мост через р. Куру в Тбилиси; путепроводы на автостраде Киев-Борисполь; пролетное строение через р. Сок на автомобильной дороге Куйбышев-Тольятти; мост через р. Днестр и др. Однако, в целом ряде классических задач теория старения вследствие вырожденности дает грубые ошибки. Например, рисунок 2, теория упругой наследственности (невырожденная по отношению к теории старения) позволяет найти значения длительной критической силы колонн (Ржаницын, Работнов, Шестериков, Бунятян):

$$P_{\text{дл}} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \frac{1}{1 + \varphi_{\infty}},$$

где  $\varphi_\infty$  – предельная характеристика бетона на сжатие, которая характеризуется линией 2.

У колонн, удовлетворяющих теории старения, длительной критической силы нет; оно дает только мгновенную критическую силу, характеризуемую на рис. 2 линией 1; у колонн, использующих вырожденную модель Фойгта, нет кратковременной критической силы. Учитывая, что Еврокод дает значение  $\varphi_\infty$  от 1 до 5, то значения  $P_M$  и  $P_{дл}$  отличаются друг от друга во много раз вследствие вырожденности уравнения (24) по отношению к уравнению (23).

В случае учета нелинейной ползучести (уравнение (2)) длительная критическая сила (Прокопович, Линник и др.) для теории упругой нелинейной наследственности равна

$$P_{дл}^н = \frac{\sqrt{(1 + \varphi_\infty)^2 + 4P_M \beta' \varphi_\infty}}{2\beta' \varphi_\infty} - \frac{1 + \varphi_\infty}{2\beta' \varphi_\infty},$$

что характеризуется на рис. 2 линией 3.

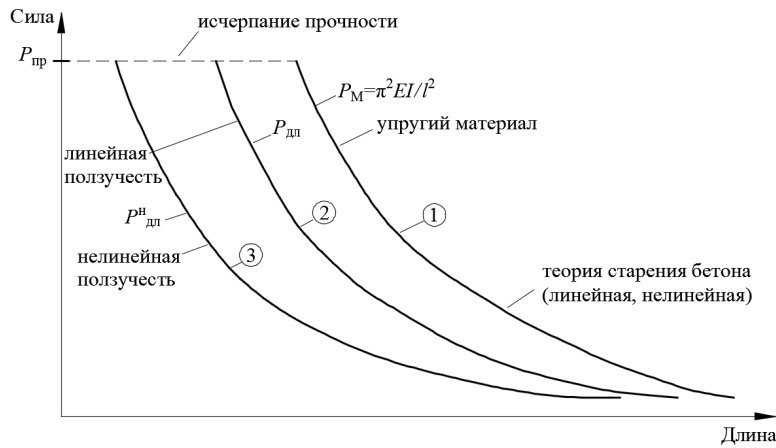


Рисунок 2. Зависимость "критическая сила-длина"

Приведенные примеры показывают, что ошибки в расчетах железобетонных конструкций, обусловленные использованием вырожденных моделей ползучести бетона, можно выявить только рассматривая определенные классы задач (например, сжатые конструкции), весьма значимые для построения нормативных методов расчета. Таким образом, пренебрежение теорией нелинейной ползучести бетона и использование в нормативных моделях только линейной теории ползучести бетона является ошибкой.

Таким же путем выявляются ошибки, обусловленные неучетом инерционных свойств бетона. Реальная железобетонная колонна, также удовлетворяющая уравнению (22), имеет в начальный момент загрузки  $t_0$  начальную скорость прогиба вследствие ползучести, равной нулю  $\dot{f}(t_0) = 0$ . Однако, это очевидное условие нарушено в актуализированном нормативе 2013 г.

Нормативная модель о длительном продольном изгибе сжатой колонны обладает существенным дефектом безынерциальной теории ползучести, проявляющимся в мгновенных скачках скорости, приводящим к недоразумениям в экспериментах над сжатыми железобетонными колоннами.

Простейший случай загрузки соответствует случаю нулевой начальной скорости середины колонны в инерционной модели при статическом нагружении с заданным начальным прогибом середины:  $f(0) \neq 0$ ;  $\dot{f}(0) = 0$ . Однако, в

случае безынерционной модели Ржаницына А.Р. (Бунятына Л.Б., Орлова А.Н.) в начальный момент времени нулевая начальная скорость  $\dot{f}(t_0)=0$  скачком преобразуется в конечную отрицательную начальную скорость  $\dot{f}(t_0)<0$ : проявляется действие (мифической) несуществующей ударной силы. А в случае безынерционной модели Работнова Ю.Н. и Шестерикова С.А. (также Прокоповича И.Е., Линника А.С.) той же самой колонны, нулевая начальная скорость скачком вырастает в положительную начальную скорость  $\dot{f}(t_0)>0$ : мифическая ударная сила теперь действует в прямо противоположном направлении, чем в случае колонны Ржаницына А.Р.

В приведенных случаях в колоннах Ржаницына А.Р. и Работнова Ю.Н. использовано одно и то же вырожденное уравнение ползучести (Кельвина); из-за вырожденности нарушается энергетический баланс: сам прогиб при скачке не изменяется, после скачка у колонны вдруг появляется кинетическая энергия, и начинается непрерывное изменение прогиба (при  $P=\text{const}$ ).

10. Навязывание ошибочного теоретического понятия о быстронатекающей ползучести внесло разброд в результаты экспериментальных исследований по определению характеристики ползучести бетона  $\varphi_\infty$  и длительного модуля деформаций  $E_{дл}$  в разных странах.

Версия административного ресурса, навязывающая линейную модель, гласит: "Под упруго-мгновенными следует понимать деформации, развивающиеся под действием статической нагрузки с весьма большой скоростью." Заметим, что скоростное загрузке бетона – это самостоятельная научная проблема (в ней рассматривается другая диаграмма мгновенного загрузения), не имеющая отношения к теории ползучести бетона (Попов, Забегаев, Майоров, Шарипов и др.). Однако, вопреки навязываемому, ряд экспериментаторов проводили свои исследования иначе, "когда загрузке велось непрерывно, но сравнительно медленно, особенно до высоких напряжений."

Наконец, многие исследователи проводили загрузку ступенями с поддержкой на каждой ступени в течении нескольких минут ( $\approx 4$  мин.). Некоторые экспериментаторы считают, что продолжительность приложения нагрузки должна составлять 10-15 сек.; иные же указывают, что продолжительность приложения нагрузки в 60 сек. "считается мгновенной".

В зависимости от воли экспериментатора, характеристику ползучести определяли четырьмя способами:

$$\varphi_1 = \frac{\varepsilon_n + \varepsilon_n}{\varepsilon_{л}}; \varphi_2 = \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_{л}}; \varphi_3 = \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_{л} + \varepsilon_n}; \varphi_4 = \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_{л}},$$

где  $\varepsilon_n$  – деформация (упругопластическая) нелинейная;  $\varepsilon_{л}$  – деформация линейная (упругая);  $\varepsilon_n$  – деформация ползучести.

Для определенности, рассмотрим высокие уровни напряжений, близкие к предельной прочности бетона, при которых можно приблизительно (для анализа) принять деформации равными между собой  $\varepsilon_{л} = \varepsilon_n = \varepsilon_n$ . В этом случае имеем существенно отличные между собой значения характеристики ползучести:  $\varphi_1 = 2$ ;  $\varphi_2 = 1$ ;  $\varphi_3 = 0,5$ ;  $\varphi_4 = 1$ ,

различающиеся в четыре раза для одного и того же бетона, что недопустимо.

Указанное различие проявляется вследствие нарушения требований и правил Еврокода 2 в части, касающейся диаграммы мгновенного деформирования бетона по рис.1. Такие нарушения присущи нормам и проектам норм, указанным в списке литературы в конце данной статьи.



Длительный модуль деформаций, определяемый в нормах как секущий модуль при постоянном значении  $\sigma$  на основании уравнений линейной теории ползучести (1), (8), имеет вид

$$E_{\text{дл}} = \frac{E}{1 + \varphi_{\infty}}, \quad (25)$$

где  $E$  – начальный модуль упругости на мгновенной диаграмме.

Формула (25) игнорирует и нелинейную ползучесть бетона, и его мгновенную нелинейность. Александровский С.В. пишет о ползучести: "Нелинейность наблюдается даже при самых низких уровнях напряжений"; в его работах этот уровень равен  $0,1R_{\text{пр}}$ . Следовательно, (25) нельзя использовать в методе предельных состояний, рассматривающем большие напряжения в бетоне, достигающие до значений  $R_{\text{пр}}$ .

Если учитывать мгновенную нелинейность по Еврокоду 2 и мгновенную ползучесть по Арутюняну А.Х., то длительный модуль деформаций равен

$$E_{\text{дл}} = \frac{E}{1 + \varphi_{\infty}(1 + \beta\sigma) + B_2 E \sigma}, \quad (26)$$

что показывает ошибочность (25) даже при постоянных напряжениях  $\sigma$ . Уместно здесь напомнить важное мнение Арутюняна А.Х. об использовании модулей типа (25), (26): он "справедлив при постоянных напряжениях, однако часто некоторые авторы распространяют его на случай нагрузок, изменяющихся во времени. Такая ошибочная трактовка уравнения ... может привести к ложным результатам".

Например, некоторые авторы пытаются внедрить  $E_{\text{дл}}$  с коэффициентом  $\varphi_4$  в расчет упругопластических конструкций, что является достаточно грубой ошибкой (см. п.4) ввиду существенного отличия касательного модуля деформаций от секущего.

11. Правила Еврокодов и общей теории ползучести позволяют найти связь нелинейной меры ползучести  $C_n$  с линейной мерой  $C(t, \tau)$  и представить ее в виде, который не соответствует формуле (3)

$$C_n = \frac{1}{1 - \frac{1}{\varphi(\tau)4R_{\text{пр}}} \{ \varepsilon(\tau) - f_2[\sigma(\tau)] \}} C(t, \tau),$$

где  $C(t, \tau) = \varphi(\tau) [1 - e^{-\gamma(t-\tau)}]$  – мера ползучести Арутюняна А.Х.;

$\varphi(\tau)$  – функция старения бетона;  $\varepsilon(\tau)$  – полная деформация;  $f_2[\sigma(\tau)]$  – мгновенная нелинейная деформация;  $R_{\text{пр}}$  – призмная прочность бетона.

Само уравнение нелинейной ползучести существенно отличается от уравнения (2); в дифференциальной форме это уравнение содержит квадрат полной деформации  $\varepsilon(t)$ , квадрат нелинейной деформации  $\varepsilon_m(t)$ , а также произведение  $\varepsilon(t) \cdot \varepsilon_m(t)$  этих деформаций, что не препятствует использованию этого уравнения в расчетах тех типов конструкций, которые включены в нормы. Метод расчета таких конструкций неоднократно представлен нами, например, в [8].

В заключении статьи отметим, что она подготовлена во исполнение пункта 3 Резолюции круглого стола, состоявшегося 09.06.2016 в Москве в РУДН по плану Евразийской ассоциации университетов, проведенного под руководством заведующего кафедрой прочности материалов и конструкций инженерного факультета РУДН д.т.н., проф. Кривошапко С.Н.

Авторы статьи не только выявили и проанализировали перечисленные выше ошибки, но и получили новые уравнения теории ползучести бетона, учиты-

вающие мгновенную нелинейность, нелинейную ползучесть и инерционные свойства. Эти данные опубликованы нами еще не полностью. Также нами разработаны методы теории расчета, позволяющие использовать эти новые уравнения для расчета тех железобетонных конструкций, которые являются основными нормативными моделями. Результаты исследования доводятся до графиков и таблиц, удобных для использования рядовыми проектировщиками; образцы таких таблиц и графиков приведены в Строительной газете №35 от 29 августа 2014 г. (соавторы Бондаренко В.М., Фёдоров В.С., Смотрыкин А.В.).

#### Л и т е р а т у р а

1. EN 1992-2 2004, Eurocode 2: Design of concrete structures.
2. Fib, Model Code for Concrete Structures 2010, Ernst & Sohn, 2013, 402 pp.
3. ACI 209.2R-08, Guide for Modeling and Calculation of Shrinkage and Creep in Hardened Concrete, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2008, 48 pp.
4. Арутюнян Н.Х. Некоторые вопросы теории ползучести. – М.-Л.: Гостехиздат, 1952. – 324 с.
5. Москвитин В.В. Сопротивление вязкоупругих материалов. – М.: Наука, 1972. – 327 с.
6. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука, 1988. – 712 с.
7. Санжаровский Р.С., Манченко М.М. Ошибки в теории ползучести железобетона и современные нормы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2016. – №3. – С. 24-32.
8. Sanjarovsky R., Manchenko M. Creep of concrete and its instantaneous nonlinearity of deformation in the structural calculations // Scientific Israel – Technological Advantages. 2015. Vol. 17. №1-2, pp. 180-187.

#### References

1. EN 1992-2 2004, Eurocode 2: Design of concrete structures.
2. Fib, Model Code for Concrete Structures 2010, Ernst & Sohn, 2013, 402 pp.
3. ACI 209.2R-08, Guide for Modeling and Calculation of Shrinkage and Creep in Hardened Concrete, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2008, 48 pp.
4. Arutjunjan, N. (1952). *Nekotorye Voprosy Teorii Polzuchesti*, M.-L.: Gostehizdat, 324 pp.
5. Moskvitin, V.V. (1972). *Soprotivlenie Vjazkouprugih Materialov*, M.: Nauka, 327 pp.
6. Rabotnov, J. (1988). *Mehanika Deformiruемого Tverdogo Tela*, M.: Nauka, 712 p.
7. Sanjarovsky, R., Manchenko, M. (2016). Oshibki v teorii polzuchesti zhelezobetona i sovremennye normy, *Stroitel'naja Mehanika Inzhenernyh Konstrukcij i Sooruzhenij*, №3, p. 24-32.
8. Sanjarovsky R., Manchenko M. (2015). Creep of concrete and its instantaneous nonlinearity of deformation in the structural calculations, *Scientific Israel – Technological Advantages*, Vol. 17, №1-2, pp. 180-187.

### NONLINEAR CREEP THEORY OF CONCRETE AND REINFORCED CONCRETE AND MODERN STANDARDS

R. SANJAROVSKY

*L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan*

M. MANCHENKO

*Krylov State Research Centre, St. Petersburg, Russia*

In the article, the theoretical analysis of the basic error inherent in the theory of calculation of non-linear creep of concrete is presented. The article is written in accordance with the recommendations of the scientific seminar held in RUDN University in the 9<sup>th</sup> June, 2016, under the leadership of Prof. S. Krivoshapko.

The necessity of a complete overhaul of modern standards of Russia and other countries on concrete creep is revealed.

KEY WORDS: theory for concrete creep, sustained resistance of the building structures, modern building regulations.

## ТЕПЛОВИЗИОННОЕ ОБСЛЕДОВАНИЕ ЗДАНИЯ РОССИЙСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ДРУЖБЫ НАРОДОВ

А.П. СВИНЦОВ\*, доктор технических наук, профессор,

Т.В. СКРИПНИК\*\*, ассистент,

Б.Ш. ШАКИРОВ\*\*\*, студент магистратуры

ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов»

\*svintsovap@rambler.ru; \*\*tvscripnic@rambler.ru; \*\*\*shakirov.77@yandex.ru

*Представлены результаты исследования теплоэнергетической эффективности, выполненного утепления, ограждающих конструкций здания Российского университета дружбы народов. В результате тепловизионного обследования дана оценка теплоэнергетической эффективности утепления по технологии вентилируемого фасада, а также выявлены участки с повышенным тепловым излучением.*

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** тепловое излучение, тепловые потери, утепление, теплоизоляция, тепловизор, ограждающие конструкции.

### **Введение**

Для повышения эффективности использования тепловой энергии при отоплении зданий, возведенных по технологиям полносборного домостроения во второй половине XX в., необходимо дополнительное утепление их ограждающих конструкций. Одним из важнейших направлений повышения теплоэнергетической эффективности ограждающих конструкций является улучшение их теплоизоляции. В настоящее время все более широко применяют утепление наружных стен с устройством облицовки на отnose (вентилируемого фасада).

В связи с реализацией программы теплосбережения в Российском университете дружбы народов выполнено дополнительное утепление ограждающих конструкций главного здания. Поставлена задача по проверке теплоэнергетической эффективности выполненного утепления наружных стен здания.

В рамках тепловизионного обследования фасада здания определена теплоэнергетическая эффективность выполненного утепления ограждающих конструкций и выявлены участки с повышенным тепловым излучением, обусловленным низким качеством выполненных теплоизоляционных работ.

Сравнение показателей тепловой эффективности утепленных наружных стен и аналогичных конструкций без дополнительного утепления позволило предложить их объективные сравнения. Показано, что применение вентилируемых фасадов на ограждающих конструкциях зданий, возведенных по технологии крупнопанельного домостроения, позволяет существенно повысить их теплоэнергетическую эффективность в отопительный период года.

### **Анализ состояния вопроса**

Теплотехнические свойства ограждающих конструкций оказывают существенное влияние на теплоэнергетическую эффективность создания и поддержания комфортных условий в помещениях зданий. Одним из важнейших направлений теплосбережения и эффективности функционирования эксплуатируемых зданий является создание теплоизоляции ограждающих конструкций.

По данным [1] «преимущество наружного утепления фасада заключается в следующем: стены надежно защищены от сезонных и суточных температурных колебаний и воздействий осадков, являющихся одной из основных причин их разрушения; точка росы, вынесенная за конструкцию стены, позволяет избежать выпадения конденсата».

Вентилируемый фасад существенно повышает энергоэффективность здания в среднем на 23-30% [2]. В то же время установлено, что показатели энергоэффективности и тепловой защиты зданий с вентилируемыми фасадами существенно ниже проектных значений. Это связывают с качеством монтажа минераловатного утеплителя [3]. По данным [4] систематическое воздействие вла-

ги на утеплитель может привести к его частичному разрушению. Существует мнение [5], что системы утепления стен с применением вентилируемых фасадов не настолько эффективны, как принято считать. Это связывают, в основном, со свойством старения материала утеплителя. Несмотря на имеющиеся негативные особенности, утепление по технологии вентилируемых фасадов признано эффективным и целесообразным [6-8].

Использованию утепления ограждающих конструкций по технологии вентилируемого фасада уделяют внимание зарубежные исследователи. В работе [9] представлены результаты исследования утеплителей с вентилируемым фасадом, позволяющим использовать энергию солнца как для обогрева помещений в зимнее время, так и для охлаждения летом, применительно к климатическим условиям. Использование утепления с вентилируемым фасадом позволяет получить экономию энергии до 16,7% [10]. На термическое поведение вентилируемого фасада оказывают влияние такие факторы, как толщина воздушной прослойки, наличие швов, тип защитного покрытия и др. [11]. Для повышения теплоэнергетической эффективности применяют вентилируемые фасады с двойной облицовкой [12]. Это позволяет использовать их для охлаждения помещений в летний период года. Для обеспечения высокой энергоэффективности зданий целесообразно использовать любой из возобновляемых источников энергии. В этом аспекте непрозрачный вентилируемый фасад поглощает солнечную энергию и передает ее в систему вентиляции [13].

Анализ источников информации позволяет считать, что дополнительное утепление наружных стен по технологии вентилируемого фасада характеризуется, в целом, положительно в аспекте теплоэнергетической эффективности. Проверку эффективности утепления наиболее целесообразно производить с использованием тепловизионного обследования. Это позволяет получить натурные данные о тепловом излучении ограждающих конструкций.

#### **Постановка задачи и методика исследования**

В летний период 2015 г. в Российском университете дружбы народов выполнены работы по утеплению наружных стеновых панелей с использованием технологии вентилируемого фасада. Необходимость в утеплении вызвана тем, что во многих помещениях температура внутреннего воздуха в течение отопительного сезона была, как правило, ниже требуемой по комфортным условиям. Особенностью комфортных условий в помещениях Российского университета дружбы народов является то, что многие студенты являются уроженцами стран с тропическим климатом и очень чувствительны даже к незначительному понижению температуры воздуха. Наибольшую озабоченность составляла задача обогрева актового зала, для чего используется система воздушного отопления, оснащенная четырьмя калориферами. Высокая теплопроводность стеновых панелей обусловила не только низкую температуру внутреннего воздуха даже при одновременной работе на полную мощность всех четырех калориферов, но и образование грибка на внутренних поверхностях стен, особенно в местах стыковых соединений панелей.

После утепления наружных стен в результате периодического наблюдения и в рамках подготовки к мероприятиям в актовом зале установлено, что в относительно холодные дни (-16° С 23-25 января) температура внутреннего воздуха в разных точках помещения была от 17 до 19° С при периодическом автоматическом включении только одного калорифера.

Поставлена задача тепловизионного обследования поверхностей наружных стеновых панелей здания Российского университета дружбы народов для оценки теплоэнергетической эффективности, выполненного утепления, и выявления участков с интенсивными тепловыми потерями.

Исследование выполнено в три стадии:

1. Моделирование и расчет теплопроводности существующей и модернизированной конструкций ограждающих панелей.

2. Экспериментальное исследование теплового излучения с поверхностей стен из керамзитобетонных панелей и вентилируемого фасада.

3. Камеральная обработка результатов измерений и анализ экспериментальных данных.

В рамках моделирования параметров теплопроводности выполнено сравнение расчетных значений коэффициентов теплопроводности стены без дополнительного утепления (исходная конструкция) и стены с дополнительным утеплением по технологии вентилируемого фасада. Расчет выполнен в соответствии с СП 50.13330.2012. Тепловая защита зданий и СП 131.13330.2012. Строительная климатология.

Исследование выполнено с использованием тепловизора Therma CAM В 640. Тепловизор предназначен для бесконтактного измерения пространственного распределения температуры поверхностей твердых (сыпучих) тел, газовых струй и воды по их собственному тепловому излучению и отображения этого распределения на экране черно-белого или цветного монитора. Тепловизор применяют для контроля состояния объектов и технологических процессов в различных отраслях промышленности, а также при проведении разных исследований. Обследование выполнено в утреннее время от 08 до 10 часов при температуре наружного воздуха  $-4^{\circ}\text{C}$ . На момент исследования температурный перепад между внутренним и наружным воздухом составил  $20^{\circ}\text{C}$ .

Камеральная обработка результатов измерений заключается в анализе инфракрасного изображения обследованных объектов. Результаты измерения отображаются на мониторе прибора, а также сохраняются в памяти. Расшифровка термограмм заключается в идентификации инфракрасного изображения по цветовой палитре прибора. Расшифровка термограмм позволяет выявить теплопотери через материал стеновых панелей, трещины в них, даже не видимые для визуального осмотра, неплотности остекления оконных проемов и т.п. Использование специального прибора позволило получить объективные показатели тепловой эффективности утепления конструкций здания университета.

#### Результаты и их обсуждение

В результате моделирования и расчета теплопроводности установлено, что коэффициент теплопередачи стены исходной конструкции в 2,3 раза выше, чем у стены с дополнительным утеплением. Как показывает практика, фактическая энергоэффективность утепления по технологии вентилируемого фасада существенно ниже проектных значений [3, 4].

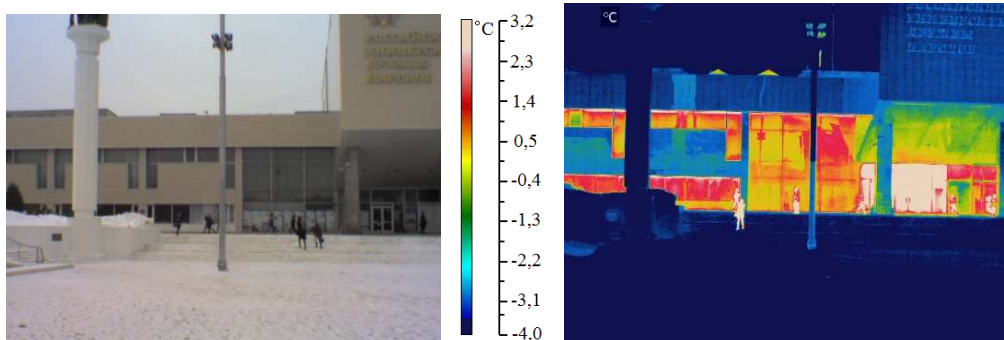


Рис. 1. Главный фасад в видимом и инфракрасном спектрах

В процессе тепловизионного обследования здания Российского университета дружбы народов установлено, что ограждающие конструкции, снабженные дополнительным теплоизоляционным слоем по технологии вентилируемого фасада излучают тепловую энергию в среднем в 1,3 раза меньше, чем стеновые



панели без дополнительного утепления. На рис. 1 представлены фото- и термограммы главного фасада здания.

Теплоэнергетическая эффективность утепления по технологии вентилируемого фасада оказалась существенно ниже проектного значения. Это объясняется тем, что навесной системе вентилируемого фасада характерна существенная теплотехническая неоднородность, которая обусловлена большим количеством кронштейнов, проходящих через слой утеплителя и являющихся мостиками холода [13, 14].

Наибольшие тепловые потери зафиксированы через витражи остекления. Особенно интенсивные тепловые потери через витражи выявлены на первом этаже слева от входа в вестибюль. При этом тепловое излучение с поверхностей стеновых панелей минимально. При анализе термограмм выявлены участки соединения оконных переплетов со стеновыми панелями, где происходят значительные тепловые потери.

Между теплоизоляционным слоем и облицовкой фасада имеется воздушный зазор, составляющий сущность вентиляции. Наличие такого зазора искажает фактическое тепловое излучение и не позволяет в полной мере оценить теплоэнергетическую эффективность выполненного утепления. Для устранения эффекта экранирования теплоизоляции выполнена тепловизионная съемка фрагмента бокового фасада, с которого на время обследования снята облицовка. На рис. 2 представлен фрагмент бокового фасада в видимом и инфракрасном спектрах.

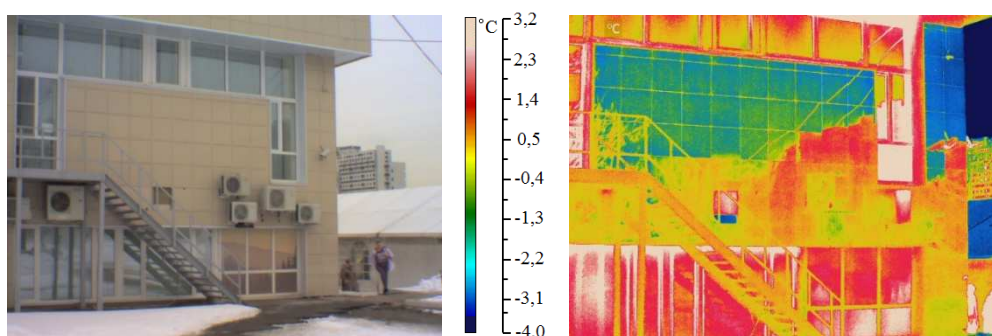


Рис. 2. Фрагмент бокового фасада в видимом и инфракрасном спектрах

Анализ термограммы показывает, что в условиях стационарного режима теплопередачи тепловое излучение с поверхности утепленной стены на 20-25% ниже, чем с участков без дополнительного утепления.

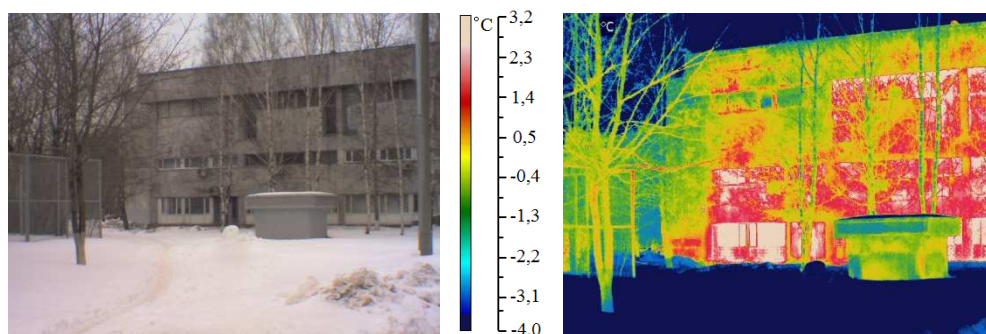


Рис. 3. Дворовый фасад здания в видимом и инфракрасном спектрах

Анализ термограммы позволил выявить и участки фасада с высоким тепловым излучением. Повышенное тепловое излучение обусловлено тем, на некоторых участках ограждающих конструкций утепление выполнено не качественно.



Это приводит к большим теплопотерям, чем на остальных участках стены.

Утепление части дворового фасада предусмотрено во вторую очередь. Тепловизионное обследование ограждающих конструкций из сборного железобетона позволило не только оценить теплопотери, но и сравнить эффективность дополнительной теплоизоляции, установленной на других участках фасада.

Анализ термограмм дворового фасада (рис. 3) дает основания считать, что тепловое излучение с поверхностей керамзитобетонных панелей и оконных проемов одинаково.

Из термограмм видно, что теплопотери через ограждающие конструкции очень существенны. В результате исследования выявлено существенное тепловое излучение с поверхности витража на первом этаже, а также на некоторых участках оконного остекления. Особенно интенсивное тепловое излучение отмечено по линиям примыкания оконных переплетов к стеновым панелям. Наибольшие теплопотери происходят через стыки между панелями. При этом теплопотери через железобетонные конструкции находятся в красном диапазоне изображения. Это существенно выше, чем теплопотери через аналогичные панели на утепленной стороне фасада здания.

#### **Заключение**

В результате тепловизионного обследования ограждающих конструкций здания университета установлено:

- 1) дополнительное утепление ограждающих конструкций из сборных керамзитобетонных панелей позволяет существенно повысить их теплоэнергетическую эффективность;
- 2) наиболее интенсивное тепловое излучение происходит через витражи, остекление окон, примыкания оконных переплетов к стеновым панелям, а также через стыки между стеновыми панелями;
- 3) утепление ограждающих конструкций с применением технологии вентилируемого фасада позволяет улучшить комфортные условия в помещениях при одновременно уменьшении затрат на отопление.

#### **Л и т е р а т у р а**

1. Пудовкин А.Н. Выбор способа утепления наружных стен как один из способов повышения энергоэффективности зданий и сооружений // Вестник УГАЭС. Наука, образование, экономика. Серия: Экономика. 2014. № 1 (7). С. 169-170.
2. Вентилируемый фасад Одинцовского завода легких конструкций // Строительные материалы, оборудование, технологии XXI века. 2011. № 4 (147). С. 24-25.
3. Якубсон В. Вентилируемые фасады и другие // Инженерно-строительный журнал. 2008. № 2. С. 2-3.
4. Солощенко С.С. Влияние вентилируемого зазора на теплофизические характеристики систем наружного утепления фасадов зданий с применением тонкослойной штукатурки // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 2. С. 39-41.
5. Немова Д.В. Навесные вентилируемые фасады: обзор основных проблем // Инженерно-строительный журнал. 2010. № 5. С. 7-11.
6. Зорин Р.Н., Сьянов И.В. Анализ современных систем вентилируемых фасадов // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: Высокие технологии. Экология. 2010. № 1. С. 139-142.
7. Куликова Ю.С., Гойкалов А.Н. Оценка современных способов решений утепления фасадов зданий при их реконструкции // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: Высокие технологии. Экология. 2015. № 1. С. 348-354.
8. Петриченко М.Р., Петроченко М.В., Явтушенко Е.Б. Гидравлически оптимальная вентилируемая щель // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 2 (37). С. 35-40.
9. Alvaro de Gracia, Lidia Navarro, Albert Castell, Luisa F. Cabeza. Numerical study on the thermal performance of a ventilated facade with PCM// Applied Thermal Engineering, Volume 61, Issue 2, 3 November 2013, Pages 372-380.

10. *Alvaro de Gracia, Reza Barzin, Cesar Fernández, Mohammed M. Farid, Luisa F. Cabeza*. Control strategies comparison of a ventilated facade with PCM – energy savings, cost reduction and CO<sub>2</sub> mitigation// *Energy and Buildings*, Vol.130, Oct. 15, 2016, pp. 821-828.

11. *C. Marinosci, G. Semprini, G.L. Morini*. Experimental analysis of the summer thermal performances of a naturally ventilated rainscreen façade building// *Energy and Buildings*, Volume 72, April 2014, Pages 280-287.

12. *Aleksandar S. Anđelković, Branka Gvozdenac-Urošević, Miroslav Kljajić, Marko G. Ignjatović*. Experimental research of the thermal characteristics of a multi-story naturally ventilated double skin façade// *Energy and Buildings*, Vol. 86, January 2015, pp. 766-781.

13. *Туснина О.А., Емельянов А.А., Туснина В.М.* Теплотехнические свойства различных конструктивных систем навесных вентилируемых фасадов // *Инженерно-строительный журнал*. 2013. № 8 (43). С. 54-63.

14. *Низовцев М.И., Белый В.Т., Стерлягов А.Н.* Новая теплоизоляционная фасадная система зданий на основе панелей с вентилируемыми каналами // *Известия высших учебных заведений. Строительство*. 2015. № 10 (682). С. 25-32.

#### References

1. *Pudovkin A.N.* (2014). Vybor sposoba uteplenija naruzhnyh sten kak odin iz sposobov povyshenija jenergojeffektivnosti zdaniy i sooruzhenij, *Vestnik UGAJeS. Nauka, Obrazovanie, Jekonomika. Serija: Jekonomika*, № 1 (7), p. 169-170.

2. Ventiliruemyj fasad Odincovskogo zavoda legkih konstrukcij, *Stroitel'nye materialy, Oborudovanie, Tehnologii XXI Veka*. 2011, № 4 (147), p. 24-25.

3. *Jakubson V.* (2008). Ventiliruemye fasady i drugie, *Inzhenerno-Stroitel'nyj Zhurnal*, № 2, p. 2-3.

4. *Soloshhenko S.S.* (2011). Vlijanie ventiliruемого zazora na teplofizicheskie harakteristiki sistem naruzhnogo uteplenija fasadov zdaniy s primeneniem tonkoslojnoj shtukaturki, *Inzhenerno-Stroitel'nyj Zhurnal*, № 2, p. 39-41.

5. *Nemova D.V.* (2010). Navesnye ventiliruemye fasady: obzor osnovnyh problem, *Inzhenerno-Stroitel'nyj Zhurnal*, № 5, p. 7-11.

6. *Zorin R.N., Sianov I.V.* (2010). Analiz sovremennyh sistem ventiliruemyh fasadov, *Nauchnyj vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Serija: Vysokie tehnologii. Jekologija.*; № 1, p. 139-142.

7. *Kulikova Ju.S., Gojkalov A.N.* (2015). Ocenka sovremennyh sposobov reshenij uteplenija fasadov zdaniy pri ih rekonstrukcii, *Nauchnyj vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Serija: Vysokie tehnologii. Jekologija*; № 1, p. 348-354.

8. *Petrichenko M.R., Petrochenko M.V., Javtushenko E.B.* (2013). Gidravlicheski optimal'naja ventiliruemaja shchel', *Inzhenerno-stroitel'nyj zhurnal*, № 2 (37), p. 35-40.

9. *Alvaro de Gracia, Lidia Navarro, Albert Castell, Luisa F. Cabeza* (2013). Numerical study on the thermal performance of a ventilated facade with PCM, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 61, Iss. 2, 3 November 2013, pp. 372-380.

10. *Alvaro de Gracia, Reza Barzin, Cesar Fernández, Mohammed M. Farid, Luisa F. Cabeza*. Control strategies comparison of a ventilated facade with PCM – energy savings, cost reduction and CO<sub>2</sub> mitigation, *Energy and Buildings*, Volume 130, 15 October 2016, pp. 821-828.

11. *C. Marinosci, G. Semprini, G.L. Morini* (2014). Experimental analysis of the summer thermal performances of a naturally ventilated rainscreen façade building, *Energy and Buildings*, 72, p. 280-287.

12. *Aleksandar S. Anđelković, Branka Gvozdenac-Urošević, Miroslav Kljajić, Marko G. Ignjatović* (2015). Experimental research of the thermal characteristics of a multi-storey naturally ventilated double skin façade, *Energy and Buildings*, Vol. 86, January 2015, p. 766-781.

13. *Tusnina O.A., Emel'janov A.A., Tusnina V.M.* (2013). Teplotehnicheskie svojstva razlichnyh konstruktivnyh sistem navesnyh ventiliruemyh fasadov, *Inzhenerno-Stroit. Zhurnal*, № 8 (43), p. 54-63.

14. *Nizovcev M.I., Belyj V.T., Sterljagov A.N.* (2015). Novaja teploizoljacionnaja fasadnaja sistema zdaniy na osnove panelej s ventiliruemyimi kanalami, *Izvestija Vysshih Uchebnyh Zavedenij. Stroitel'stvo*, № 10 (682), p. 25-32.

#### THERMAL IMAGING SURVEY OF A BUILDING OF THE PEOPLES' FRIENDSHIP UNIVERSITY OF RUSSIA

A.P. Svintsov, T.V. Scripnic, B.SH. Shakirov

Results of a study of thermal power efficiency performed by thermal insulation of enclosing structures of a building of the Peoples' Friendship University of Russia are presented. As a result of thermal imaging survey, the thermal power efficiency of thermal insulation on the technology of ventilated facade is assessed, as well as the areas with high thermal radiation are identified.

**Keywords:** thermal radiation, heat loss, thermal insulation, thermal imager, enclosing structures.

## МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПРОЧНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ, УСИЛЕННЫХ КОМПОЗИЦИОННЫМИ МАТЕРИАЛАМИ

О.Д. РУБИН\*, доктор технических наук,

С.Е. ЛИСИЧКИН\*\*, доктор технических наук,

К.Е. ФРОЛОВ\*\*\*, инженер,

\*АО «Научно-исследовательский институт энергетических сооружений» (АО «НИИЭС»), 125362, г. Москва, Строительный проезд, д. 7А, info@niies.ru

\*\*ООО «Инженерный центр сооружений, конструкций и технологий в энергетике» (ООО«ИЦСКТЭ»), 125362, г. Москва, ул. Свободы, д.35, cskte@mail.ru

\*\*\*ПАО «РусГидро», 127006, г. Москва, ул. Малая Дмитровка, д.7,

FrolovKE@rushydro.ru

*Наиболее эффективным способом усиления железобетонных конструкций гидротехнических сооружений (ГТС) является внешнее армирование композиционными материалами на основе углеродных волокон. Разработана методика расчета прочности железобетонных конструкций гидротехнических сооружений, усиленных внешним армированием из композиционных материалов. В основу разработанной методики положены нормативные документы по проектированию железобетонных конструкций гидротехнических сооружений; учтены характерные особенности конструкций гидротехнических сооружений и результаты проведенных экспериментальных исследований.*

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** усиление железобетонных конструкций гидротехнических сооружений; внешнее армирование; композиционные материалы на основе углеродного волокна; особенности железобетонных конструкций ГТС; методика расчета прочности; несущая способность; изгибаемые элементы.

Анализ отечественного и зарубежного опыта [1-4] показал, что наиболее эффективным способом усиления железобетонных конструкций длительно эксплуатируемых гидротехнических сооружений (ГТС) является усиление внешним армированием из композиционных материалов на основе углеродных волокон.

К особенностям железобетонных конструкций ГТС относятся:

а) массивность (значительные геометрические размеры);  
б) применяется бетон и арматура не высоких классов: бетон В15÷В30, арматура класса А-I, А-II и А-III (в последнее время применяется арматура класса А500С);

в) низкие коэффициенты армирования  $\mu_s < 0,01$ ;

г) наличие межблочных строительных швов;

д) особый характер трещинообразования в массивных конструкциях ГТС;

е) наличие водной среды.

Особенности характерных нагрузок на ГТС:

а) гидравлические нагрузки;

б) противодавление воды в трещинах и в раскрывшихся межблочных строительных швах;

в) знакопеременные нагрузки и др.

Учитывая вышеуказанные особенности железобетонных конструкций ГТС и действующих на них нагрузок, были проведены экспериментальные исследования железобетонных конструкций ГТС, усиленных внешним армированием, при действии изгибающего момента [5].

Следует отметить, что разработанные ранее методики расчета прочности железобетонных конструкций, усиленных внешним армированием из композиционных материалов, разрабатывались применительно к конструкциям обще-

строительного назначения, существенно отличающихся от конструкций ГТС [6,7,8]. При этом за основу принимались соответствующие нормативные документы СП 52-101-2003 «Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры», которые не распространяются на расчеты конструкций ГТС.

Основываясь на нормативных требованиях СП 41.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции гидротехнических сооружений» (Актуализированная редакция СНиП 2.06.08-87) [9] с учетом результатов проведенных экспериментальных исследований, разработана методика расчета прочности железобетонных конструкций гидротехнических сооружений, усиленных внешним армированием из композиционных материалов.

При расчете железобетонных конструкций гидротехнических сооружений следует учитывать несущую способность усиливаемой конструкции.

Расчет железобетонной конструкции, усиленной внешним армированием из полимерных композитов, следует производить с учетом начального напряженно-деформированного состояния конструкции перед ее усилением; которое определяется при действии фактических значений нагрузок без учета коэффициентов надежности по нагрузке.

Основные положения методики расчета прочности изгибаемых элементов железобетонных конструкций ГТС, усиленных внешним армированием из композиционных материалов по нормальным сечениям следующие.

1. Расчетное значение сопротивления растяжению материала внешнего армирования следует принимать равным:

$$R_{fu} = E_f \varepsilon_{fu} , \quad (1)$$

где:  $E_f$  – модуль упругости материала внешнего армирования;  $\varepsilon_{fu}$  – предельные расчетные деформации композита, определяются по формуле:

$$\varepsilon_{fu} = k_m \varepsilon_{ft} , \quad (2)$$

где  $k_m$  – коэффициент условия работы материала внешнего армирования, зависящий от жесткости элемента усиления:

$$\text{при } nE_{ft}t_f \leq 180000 \quad k_m = \frac{1}{60\varepsilon_{ft}} \left( 1 - \frac{nE_{ft}t_f}{360000} \right) \leq 0,9 , \quad (3)$$

$$\text{при } nE_{ft}t_f > 180000 \quad k_m = \frac{1}{60\varepsilon_{ft}} \left( \frac{90000}{nE_{ft}t_f} \right) \leq 0,9 , \quad (4)$$

где  $n$  – число слоёв материала внешнего армирования (ленты, сетки или ламели);  $t_f$  – безразмерный параметр, численно равный значению толщины одного слоя материала (ленты, сетки или ламели) в мм;

Расчетная деформация растяжения:

$$\varepsilon_{ft} = \frac{R_{ft}}{E_f} . \quad (5)$$

Расчетная прочность на растяжение материала внешнего армирования с учётом коэффициентов надежности условия работы  $C_E$  определяется из выражения:

$$R_{ft} = \frac{C_E}{\gamma_f} R_f . \quad (6)$$

Коэффициенты условий работы  $C_E$  для внешнего армирования принимаются в зависимости от условий окружающей среды по таблице 1.

Т а б л и ц а 1 – Коэффициенты условий работы  $C_E$  полимерного композита

Условия эксплуатации конструкции	Значение коэффициента $C_E$	
	Для ламелей	Для полимерных композитов, армированных лентами, холстами, тканями
Во внутренних помещениях	0,95	0,9
На открытом воздухе	0,85	0,8
При контакте с водой	0,765	0,72

Значения коэффициента надежности  $\gamma_f$  для предельных состояний первой группы принимаются равными:

- для однонаправленных углеродных тканей – 1,2;
- для двунаправленных углеродных тканей – 1,8.

При расчете по предельным состояниям второй группы коэффициент надежности принимается равным 1,0.

2. Предельные усилия в усиленном сечении, нормальном к продольной оси элемента, следует принимать исходя из следующих предпосылок:

- сопротивление бетона растяжению принимается равным нулю;
- сопротивление бетона сжатию представляется напряжениями, равными  $R_b$  и равномерно распределенными по сжатой зоне бетона;
- деформации (напряжения) в арматуре определяются в зависимости от высоты сжатой зоны бетона;
- растягивающие (сжимающие) напряжения в арматуре принимают не более расчетного сопротивления растяжению  $R_s$  (сжатию  $R_{sc}$ );
- деформации сдвига в клеевом слое не учитываются;
- при расчете усиленной конструкции с учетом существующей стальной арматуры должно выполняться условие:

$$R_f \leq (\varepsilon_{s2} - \varepsilon_s^0) \cdot E_f, \quad (7)$$

где  $\varepsilon_{s2}$  – предельное значение относительной деформации стальной арматуры, принимаемое равным 0,025 – для арматуры с физическим пределом текучести и 0,015 – для арматуры с условным пределом текучести;  $\varepsilon_s^0$  – начальное значение относительной деформации существующей стальной арматуры конструкции, определяемое с учетом наличия трещин в растянутой зоне конструкции.

3. Расчет по прочности нормальных сечений следует производить в зависимости от соотношения между значением относительной высоты сжатой зоны бетона  $\xi = x/h_0$  определяемой из соответствующих условий равновесия, и значением граничной относительной высоты сжатой зоны  $\xi_{Rf}$ , при котором предельное состояние элемента наступает одновременно с достижением в полимерном композите значения напряжения, равного расчетному значению сопротивлению  $R_f$ .

4. Значение  $\xi_{Rf}$  следует определять по формуле:

$$\xi_{Rf} = \frac{x_{Rf}}{h} = \frac{\omega}{1 + \frac{\varepsilon_{fu} + \varepsilon_b^0}{\varepsilon_{b2}}}, \quad (8)$$

где  $\omega$  – характеристика сжатой зоны бетона, принимаемая для тяжелого бетона равной 0,8;  $\varepsilon_{fu}$  – расчетное значение предельных относительных деформаций, вычисляемое по формуле:

$$\varepsilon_{f,u} = \frac{R_f}{E_f}, \quad (9)$$

$\varepsilon_{b2}$  – относительные деформации сжатого бетона при напряжениях  $R_b$ ;  $\varepsilon_b^0$  – значение относительной деформации сжатой грани бетона до усиления конструкции.

5. При учете начального напряженно-деформированного состояния изгибаемых элементов, сформировавшегося в них до усиления, в формулах (7) и (8) значения начальной относительной деформации существующей стальной арматуры  $\varepsilon_s^0$  и начальной относительной деформации сжатого бетона  $\varepsilon_b^0$  допускается определять по формулам:

$$\varepsilon_s^0 = \frac{M_0}{E_{b1} \cdot I_{red}} (h_0 - x_0), \quad (10)$$

$$\varepsilon_b^0 = \frac{M_0}{E_{b1} \cdot I_{red}} x_0, \quad (11)$$

где  $M_0$  – изгибающий момент от фактической нагрузки, действующей на конструкцию до усиления, относительно оси, нормальной плоскости действия изгибающего момента и проходящей через центр тяжести приведенного поперечного сечения элемента;  $E_{b1}$  – модуль деформации сжатого бетона;  $I_{red}$  – момент инерции приведенного поперечного сечения относительно его центра тяжести;  $x_0$  – высота сжатой зоны бетона.

6. Расчет по прочности сечений изгибаемых элементов, усиленных внешним армированием из полимерных композитов, следует производить из условия:

$$\gamma_c \gamma_n M \leq \gamma_c M_{ult}, \quad (12)$$

где  $\gamma_c$  – коэффициент сочетания нагрузок, принимаемый:

при расчетах по первой группе предельных состояний:

- для основного сочетания нагрузок и воздействий в период нормальной эксплуатации – 1,00;

- то же, для периода строительства и ремонта – 0,95;

для особого сочетания нагрузок и воздействий:

- при особой нагрузке, в том числе сейсмической на уровне проектного землетрясения годовой вероятностью 0,01 и менее – 0,95;

- при особой нагрузке, кроме сейсмической, годовой вероятностью 0,001 и менее – 0,9;

- при сейсмической нагрузке уровня максимального расчетного землетрясения – 0,85;

- при расчетах по второй группе предельных состояний – 1,00.

Коэффициент надежности по ответственности сооружения  $\gamma_n$ , принимается:

- при расчетах по предельным состояниям первой группы:

для класса сооружений:

- I – 1,25; - II – 1,20; - III – 1,15; - IV – 1,10;

- при расчетах по предельным состояниям второй группы – 1,00.

Коэффициент условий работы сооружения  $\gamma_c$ , принимается по строительным нормам и правилам на проектирование отдельных видов гидротехнических сооружений;  $M$  – изгибающий момент от внешней нагрузки;  $M_{ult}$  – предельный изгибающий момент, который может быть воспринят усиленным сечением элемента.

При расчете по прочности изгибаемых элементов рекомендуется соблюдать условие:  $x \leq \zeta_{Rf} h$ .



Расчетная схема для нормального сечения изгибаемого элемента представлена на рис. 1.

Значение  $M_{ult}$  для изгибаемых элементов прямоугольного сечения при

$\xi = \frac{x}{h} \leq \xi_{Rf}$  следует определять по формуле:

$$M_{ult} = \gamma_b R_b b x (h_0 - 0,5x) + \gamma_s R_{sc} A'_s (h_0 - a') + R_f A_f a, \quad (13)$$

где  $b$  и  $h$  – соответственно высота и ширина поперечного сечения элемента;

$h_0 = h - a$  – рабочая высота сечения;  $\gamma_b = \gamma_{b1} \gamma_{b2} \gamma_{b3} \gamma_{b4} \gamma_{b13} \gamma_{b14} \gamma_{b15}$  – коэффициент условий работы бетона;  $\gamma_s$  – коэффициент условий работы арматуры. При этом положение нейтральной оси определяется из условия:

$$\gamma_b R_b b x = \gamma_s R_s A_s - \gamma_s R_{sc} A'_s + R_f A_f, \quad (14)$$

где  $A_b$ ,  $A'_s$ ,  $A_s$ ,  $A_f$  – площади, соответственно, сжатой зоны бетона, поперечных сечений сжатой и растянутой стержневой арматуры и элемента усиления.

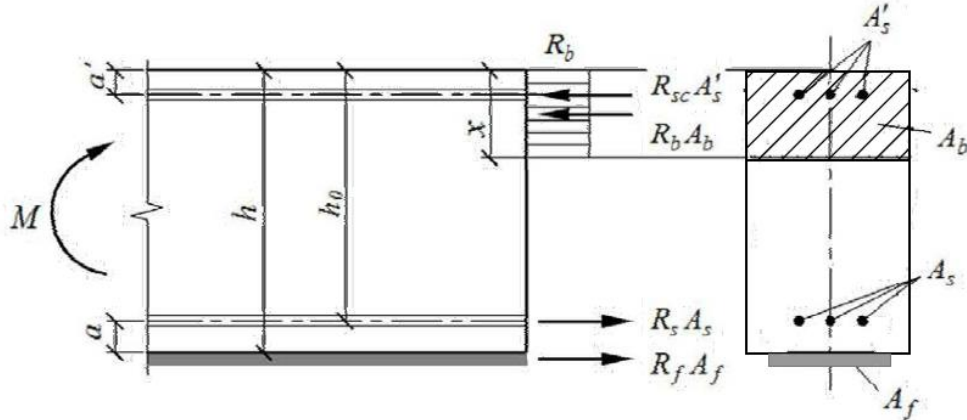


Рисунок 1 – Схема усилий и эпюра напряжений в сечении, нормальном к продольной оси изгибаемого железобетонного элемента с внешним армированием из полимерных композитов, при его расчете по прочности

7. При  $x > \xi_{Rf} h$  предельный изгибающий момент  $M_{ult}$  допускается определять по формулам:

$$M_{ult} = \gamma_b R_b b \bar{x} (h_0 - 0,5\bar{x}) + \gamma_s R_{sc} A'_s (h_0 - a') + \sigma_f A_f a, \quad (15)$$

где  $\sigma_f$  – напряжение во внешней арматуре из полимерного композита.

Напряжение  $\sigma_f$  определяется из зависимости:

$$\sigma_f = \sigma_s (h - x) E_f / (h_0 - x) E_s, \quad (16)$$

при усилении ненагруженной конструкции;

$$\sigma_f = (\sigma_s - \sigma_0) (h_0 - x) E_f / (h_0 - x) E_s, \quad (17)$$

при усилении конструкции под нагрузкой.

В формуле (15) значение  $\bar{x}$  следует принимать равным:

$$\text{– при } \xi_R \cdot h_0 > x > \xi_{Rf} \cdot h: \quad \bar{x} = \xi_{Rf} \cdot h;$$

$$\text{– при } x > \xi_R \cdot h_0: \quad \bar{x} = \xi_R \cdot h_0.$$

Граничные значения  $\xi_R$  надлежит принимать по таблице 2.

Т а б л и ц а 2 – Граничные значения высоты сжатой зоны

Класс арматуры	Граничные значения $\xi_R$ при классе бетона	
	В17,5 и ниже	от В20 до В30
А-I	0,70	0,65
А-II, А-III, А500С	0,65	0,60

Сопоставление расчетных значений изгибающего момента с экспериментальными данными приведено в таблице 3.

Т а б л и ц а 3

Наименование моделей	Расчетное значение изгибающего момента, кН.м	Опытное значение изгибающего момента, кН.м	Примечание
Б-И15-1	20,58	23,1	Без усиления
Б-И15-2	19,75	22,31	Без усиления
Б-И15-3	42,02	50,14	Усиление лентой
Б-И15-4	41,41	41,79	Усиление лентой
Б-И15-5	39,07	42,29	Усиление ламелью
Б-И15-6	39,15	42,0	Усиление ламелью
Б-И25-1	42,47	43,52	Без усиления
Б-И25-6	42,71	43,52	Без усиления
Б-И25-4	66,10	67,46	Усиление лентой
Б-И25-5	66,86	63,52	Усиление лентой
Б-И25-2	63,10	65,78	Усиление ламелью
Б-И25-3	62,12	62,66	Усиление ламелью

### Выводы

1. Впервые разработана методика расчета прочности железобетонных конструкций гидротехнических сооружений, усиленных внешним армированием из композиционных материалов на основе углеродного волокна.

2. Разработанная методика расчета прочности железобетонных конструкций гидротехнических сооружений, усиленных композиционными материалами, основывается на результатах проведенных экспериментальных исследований и на положениях норм проектирования железобетонных конструкций гидротехнических сооружений (СП 41.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции гидротехнических сооружений». Актуализированная редакция СНиП 2.06.08-87). При этом учитывались характерные особенности конструкций гидротехнических сооружений.

### Л и т е р а т у р а

1. Чернявский В.Л. Система ремонта и усиления строительных конструкций // Гидротехника. 2010-2011. № 4 (21)-5 (22). С. 60-63.
2. Сердюк А.И., Чернявский В.Л. Опыт усиления строительных конструкций композиционными материалами при реконструкции Баксанской ГЭС // Гидротехника. 2013. № 3 (32). С. 115-117.
3. Шилин А.А., Пшеничный В.А., Картузов Д.В. Усиление железобетонных конструкций композитными материалами. – М., Стройиздат, 2004. – 144 с.

4. Sandeep S. Pendhari, Tarum Kant, Yogesh M. Desai. Application of polymer composites in civil construction: A general review// *Composite Structures*, 84 (2008), pp. 114-124.
5. Рубин О.Д., Лисичкин С.Е., Фролов К.Е. Результаты экспериментальных исследований железобетонных конструкций гидротехнических сооружений, усиленных углеродными лентами, при действии изгибающего момента // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2016. № 6. С. 58-63.
6. Руководство по усилению железобетонных конструкций композитными материалами. ИнтерАква, НИИЖБ, М., 2006, 48 с.
7. Бокарев С.А., Смердов Д.Н., Неровных А.А. Методика расчета по прочности сечений эксплуатируемых железобетонных пролетных строений, усиленных композиционными материалами// *Известия ВУЗов. Строительство и архитектура*. – Новосибирск: Изд-во НГАСУ, 2010. – № 10. – С. 63-74
8. СТО 2256-002-2011. Система внешнего армирования из полимерных композитов FibARM для ремонта и усиления строительных конструкций. Общие требования. Технология усиления. ЗАО «Препрег-СКМ», М., 2012, 76 с.
9. СП 41.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции гидротехнических сооружений». Актуализированная редакция СНиП 2.06.08-87, М., 2012, 68 с.

#### References

1. Chernjavskij, V.L. (2010-2011). Sistema remonta i usilenija stroitel'nyh konstrukcij, *Gidrotehnika*, № 4 (21)-5 (22), pp. 60-63.
2. Serdjuk, A.I., Chernjavskij, V.L. (2013). Opyt usilenija stroitel'nyh konstrukcij kompozicionnymi materialami pri rekonstrukcii Baksanskoj GJeS, *Gidrotehnika*, № 3 (32), p. 115-117.
3. Shilin, A.A., Pshenichnyj, V.A., Kartuzov, D.V. (2004). *Usilenie Zhelezobetonnnyh Konstrukcij Kompozitnymi Materialami*, М.: Strojizdat, 144 p.
4. Sandeep S. Pendhari, Tarum Kant, Yogesh M.Desai (2008). Application of polymer composites in civil construction: A general review, *Composite Structures*, 84, pp. 114-124.
5. Rubin, O.D., Lisichkin, S.E., Frolov, K.E. (2016). Rezul'taty jeksperimental'nyh issledovanij zhelezobetonnnyh konstrukcij gidrotehnicheskikh sooruzhenij, usilennyh uglerodnymi lentami, pri dejstvii izgibajushhego momenta, *Stroitel'naja Mehanika Inzhenernyh Konstrukcij i Sooruzhenij*, № 6, pp. 58-63.
6. *Rukovodstvo po Usileniju Zhelezobetonnnyh Konstrukcij Kompozitnymi Materialami*. Inter-Akva, NIIZhB, М., 2006, 48 s.
7. Bokarev, S.A., Smerdov, D.N., Nerovnyh, A.A. (2010). Metodika rascheta po prochnosti sechenij jekspluatiruemyh zhelezobetonnnyh proletnyh stroenij, usilennyh kompozicionnymi materialami, *Izvestija VUZov. Stroitel'stvo i arhitektura*, Novosibirsk: Izd-vo NGASU, № 10, pp. 63-74.
8. СТО 2256-002-2011. Sistema vneshnego armirovanija iz polimernyh kompozitov FibARM dlja remonta i usilenija stroitel'nyh konstrukcij. Obshhie trebovanija. Tehnologija usilenija. ЗАО «Препрег-СКМ», М., 2012, 76 p.
9. СП 41.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции гидротехнических сооружений», Актуализированная редакция СНиП 2.06.08-87, М., 2012, 68 p.

#### METHODOLOGY FOR DURABILITY CALCULATION OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES OF HYDROTECHNICAL ERECTIONS STRENGTHENED BY COMPOSITE MATERIALS

O.D. Rubin, S.E. Lisichkin, K.E. Frolov

The most effective way of strengthening reinforced concrete hydrotechnical constructions is the external reinforcement by composite materials based on carbon fibers. A method for calculating the strength of reinforced concrete hydrotechnical erections with reinforcing by carbon fiber composite materials was innovated. The developed methodology is based on normative documents for design of reinforced concrete hydraulic structures, taking into account the design features of the hydraulic constructions and the results of the experimental studies.

**Keywords:** strengthening of concrete structures of hydrotechnical erections; external reinforcement; composite materials based on carbon fiber; design features of reinforced concrete structures of hydrotechnical erections; methodology for durability calculation, bearing capacity of a structure; moment of deflection.

**РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ ДЛИТЕЛЬНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ  
ПЛОСКОНАПРЯЖЕННОГО КОРРОЗИОННО ПОВРЕЖДЕННОГО  
ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО ЭЛЕМЕНТА В ЗОНЕ КОНТАКТА  
ДВУХ БЕТОНОВ**

В.И. КОЛЧУНОВ\*, д.т.н., проф., академик РААСН  
М.С. ГУБАНОВА, инженер,  
Д.В. КАРПЕНКО, инженер  
Юго-Западный государственный университет,  
Ул. 50 лет Октября, 94, Курск, Россия, 305040; \*asiorel@mail.ru.

*На основе деформационных зависимостей железобетона с трещинами при сложном напряженном состоянии предложена расчетная модель длительного деформирования плосконапряженного коррозионно поврежденного железобетонного элемента в зоне контакта двух бетонов. Полученные коэффициенты матрицы податливости плосконапряженного элемента учитывают длительное деформирование, коррозионные повреждения и сосредоточенный сдвиг в зоне контакта двух бетонов. С использованием полученных зависимостей дан пример расчета балки составного сечения и результаты расчета сопоставлены с данными экспериментальных исследований.*

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** расчетная модель, железобетон, плосконапряженный элемент, коррозия, контакт двух бетонов.

**Введение.** Железобетонные составные конструкции составляют значительный объем в современном строительстве и находят все более широкое применение в каркасах зданий и сооружений. Исследованию особенностей их силового деформирования посвящено значительное число работ и особенно в последние два десятилетия, например [1-4]. Одной из основных задач при оценке трещиностойкости сборно-монолитных конструкций, которые в общем случае можно отнести к составным конструкциям, является определение деформаций в зоне контакта двух бетонов. В настоящей статье на основе деформационной модели Н.И. Карпенко [5, 6] предложен характерный плосконапряженный железобетонный малый элемент моделирующий зону контакта двух бетонов составной балки и учитывающий как силовые деформации, так и коррозионное воздействие.

**Построение расчетных зависимостей.** Рассмотрим сборно-монолитную составную балку состоящую из двух бетонов В1 и В2 сопряженных между собой швом их контакта который пересекает поперечная арматура  $A_{sw}$  (рис. 1). Балка нагружена внешней нагрузкой  $P$  и действием агрессивной среды, вызывающей ее коррозию.

Выделим в зоне контакта двух бетонов характерный элемент единичных размеров Э1 напряженное состояние которого во времени определяется приложенными к нему нормальными  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ , и касательными  $\tau_{xy}$  напряжениями и степенью поражения бетона и арматуры агрессивной средой. Связь между нормальными и касательными напряжениями и деформациями характерного элемента, следуя [5] записывается в виде:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\gamma_{xy}$  – относительные деформации,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  – нормальные и касательные напряжения в характерном плосконапряженном элементе,  $C_{ij}$  – коэффициенты матрицы податливости железобетона.

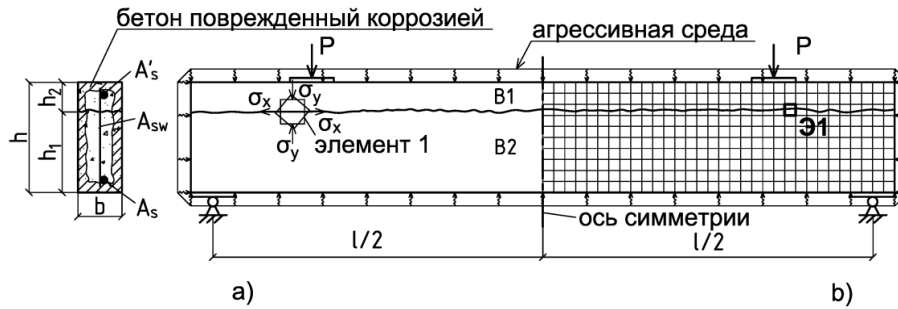


Рис. 1. Заданная (а) и расчетная (б) схема коррозионно поврежденной железобетонной составной балки

Зависимости деформационной модели [5] справедливы при всех значениях углов наклона трещины в характерном элементе кроме углов  $\alpha = 0^\circ$  и  $\alpha = 90^\circ$  (рис. 2). Поскольку значения относительного сдвига арматуры  $\gamma_{xy}$  и сдвигающих усилий  $\tau_{xy}$  в этих случаях будут равны нулю. В связи с этим для построения деформационных зависимостей в рассматриваемом характерном элементе Э1 пересекаемом горизонтальной трещиной вдоль шва контакта двух бетонов повернем координатные оси элемента  $x$  и  $y$  на угол  $\beta = 45^\circ$  используя формулы преобразования относительных напряжений и деформаций при повороте координатных осей (рис. 2):

$$\begin{aligned} \sigma_{x'} &= \sigma_x \cos^2 \beta + \sigma_y \sin^2 \beta + 2\tau_{xy} \cos \beta \sin \beta; \\ \sigma_{y'} &= \sigma_x \sin^2 \beta + \sigma_y \cos^2 \beta - 2\tau_{xy} \cos \beta \sin \beta; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\tau_{x'y'} = -\sigma_x \cos \beta \sin \beta + \sigma_y \cos \beta \sin \beta + \tau_{xy} (\cos^2 \beta - \sin^2 \beta);$$

$$\varepsilon_{x'} = \varepsilon_x \cos^2 \beta + \varepsilon_y \sin^2 \beta + \gamma_{xy} \cos \beta \sin \beta;$$

$$\varepsilon_{y'} = \varepsilon_x \sin^2 \beta + \varepsilon_y \cos^2 \beta - \gamma_{xy} \cos \beta \sin \beta; \quad (3)$$

$$\gamma_{x'y'} = -2\varepsilon_x \cos \beta \sin \beta + 2\varepsilon_y \cos \beta \sin \beta + \gamma_{xy} (\cos^2 \beta - \sin^2 \beta).$$

**Деформации и напряжения, возникающие в арматурных стержнях.**

Обозначим  $\alpha$  – угол наклона трещин к оси  $x$ ,  $h$  – толщина характерного элемента,  $f_{sy}^*$  – поперечная арматура пересекающая трещину или арматура по направлению оси  $y$ , приходящейся на единицу длины характерного элемента с учетом повреждения ее коррозией,  $\mu_{sy}^*$  – коэффициент армирования для арматуры направления  $y$  ( $\mu_{sy}^* = f_{sy}^*/h$ ).

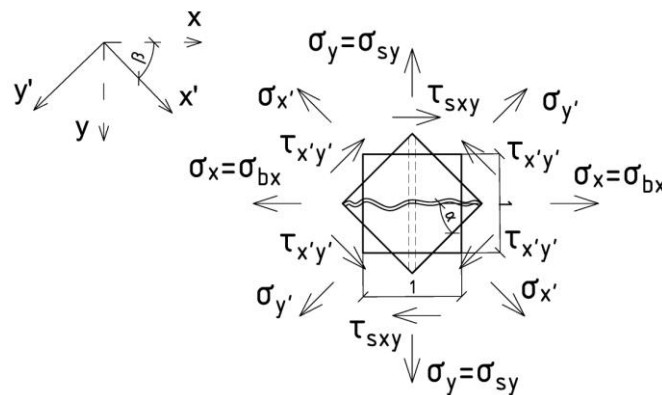


Рис. 2. Схема плосконапряженного железобетонного элемента с трещиной в зоне контакта двух бетонов

При образовании продольной трещины в шве контакта двух бетонов все действующие в характерном элементе усилия передаются на арматуру. В ней возникают нормальные  $\sigma_{sy}$  и касательные  $\tau_{sxy}$  напряжения (рис. 2). Для определения этих напряжений спроецируем все силы, приложенные к граням элемента на оси  $x'$  и  $y'$ :

$$\begin{aligned} x': \sigma_{x'} h \sin \alpha + \tau_{x'y'} h \cos \alpha &= \sigma_{sy} f_{sy} \cos \alpha - \tau_{sxy} f_{sy} \cos \alpha; \\ y': \sigma_{y'} h \cos \alpha + \tau_{x'y'} h \sin \alpha &= \sigma_{sy} f_{sy} \sin \alpha + \tau_{sxy} f_{sy} \sin \alpha. \end{aligned} \quad (5)$$

Для нахождения неизвестных величин  $\sigma_{sy}$ ,  $\tau_{sxy}$  используем дополнительные условия совместности деформаций арматурных стержней в трещине. Осевые смещения стержней, пересекающих трещину можно представить в виде функций от средних деформаций арматуры  $\varepsilon_s$  и бетона  $\varepsilon_b$  на участках их несовместного деформирования. Полагая в элементе с трещиной  $\varepsilon_b \approx 0$  и  $\varepsilon_s = \sigma_{sy}/E'_s$  для осевого смещения стержня по направлению оси  $y$  можно записать:

$$u_{gy} = (\varepsilon_s - \varepsilon_b) l_{crc} / 2 \sin 2\alpha = \sigma_{sy} l_{crc} / 2 E'_s \sin 2\alpha, \quad (6)$$

где  $l_{crc}$  – размер зоны относительных взаимных смещений бетона и арматуры в зоне примыкающей к трещине [7];

$$E'_s = E_s / \psi_{st}, \quad (7)$$

$E_s$  – модуль упругости арматуры,  $\psi_{st}$  – коэффициент усреднения В. И. Мурашева [8]. Аналогичным образом тангенциальные смещения арматурных стержней в бетоне определяются из выражения:

$$v_{gy} = \eta_{\tau y} 0,5 l_T \tau_{sxy} / E'_s \sin 2\alpha. \quad (8)$$

Условие совместности перемещений стержня в трещине можно записать в виде:

$$v_{gy} = u_{gy} \operatorname{ctg} \alpha. \quad (9)$$

Выразив из приведенных уравнений  $\tau_{sxy}$  и подставив полученные выражения в уравнения (5) получим:

$$\begin{aligned} \sigma_{x'} h \sin \alpha + \tau_{x'y'} h \cos \alpha &= \sigma_{sy} f_{sy} \cos \alpha - (\sigma_{sy} \operatorname{ctg} \alpha / \eta_{\tau y}) f_{sy} \cos \alpha; \\ \sigma_{y'} h \cos \alpha + \tau_{x'y'} h \sin \alpha &= \sigma_{sy} f_{sy} \sin \alpha + (\sigma_{sy} \operatorname{ctg} \alpha / \eta_{\tau y}) f_{sy} \sin \alpha. \end{aligned} \quad (10)$$

Из полученных уравнений равновесия (10) выразим напряжения в арматуре:

$$\sigma_{sy} = \lambda_x (\sigma_{x'} \operatorname{tg} \alpha + \tau_{sxy} / \mu_{sy}^*), \quad (11)$$

где

$$\lambda_x = \eta_{\tau y} / (\eta_{\tau y} - \operatorname{ctg} \alpha); \quad (12)$$

$$\sigma_{sy} = \lambda_y (\sigma_{y'} \operatorname{ctg} \alpha + \tau_{sxy} / \mu_{sy}^*), \quad (13)$$

где

$$\lambda_y = \eta_{\tau y} / (\eta_{\tau y} + \operatorname{tg} \alpha). \quad (14)$$

В формулах (11) – (14)  $\eta_{\tau y}$  – коэффициент, учитывающий повышенную податливость арматурных стержней тангенциальным смещениям. В бетоне у границы трещины в первом приближении согласно [5] его можно принять равным 16.

Следуя [6] зависимости (11), (13) для двух последовательно расположенных ступеней нагрузки  $i+1$  и  $i$  записываем в приращениях напряжений бетона  $\sigma_x$ ,  $\tau_{x'y}$  и арматуры  $\sigma_s$ , в итоге получим:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{sy} &= \lambda_x (\Delta \sigma_{x'} \operatorname{tg} \alpha + \Delta \tau_{sxy} / \mu_{sy}^*); \\ \Delta \sigma_{sy} &= \lambda_y (\Delta \sigma_{y'} \operatorname{ctg} \alpha + \Delta \tau_{sxy} / \mu_{sy}^*). \end{aligned} \quad (15)$$



Соответственно приращения деформаций арматуры составят:

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{sy} &= \Delta \sigma_{sy} / E_s^k = \Delta \sigma_{x'} (tg \alpha \lambda_x / E_s^k \mu_{sy}^*) + \Delta \tau_{x'y'} (\lambda_x / E_s^k \mu_{sy}^*); \\ \Delta \varepsilon_{sy} &= \Delta \sigma_{sy} / E_s^k = \Delta \sigma_{y'} (ctg \alpha \lambda_y / E_s^k \mu_{sy}^*) + \Delta \tau_{x'y'} (\lambda_y / E_s^k \mu_{sy}^*), \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$E_s^k = E_s \nu_s^k / \psi_s^k, \quad (17)$$

$\nu_s^k$  – коэффициент упругости, который характеризует отношение упругих деформаций арматуры к общим деформациям арматуры.

Полагая, что на площадках нормальных к трещине все усилия воспринимаются бетоном и при непересекающихся трещинах определяют деформации элемента вдоль трещин. Выразим приращения относительных деформации арматурных стержней, используя формулы преобразования относительных деформаций при повороте координатных осей, при условии, когда  $\Delta \varepsilon_{sx} = 0$ :

$$\Delta \varepsilon_{sx'} = \Delta \varepsilon_{sy} \sin^2 \alpha; \quad \Delta \varepsilon_{sy'} = \Delta \varepsilon_{sy} \cos^2 \alpha. \quad (18)$$

Для определения угла сдвига, используя формулы преобразования относительных деформаций при обратном повороте координатных осей получим:

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{sx} = 0 &= \Delta \varepsilon_{sx'} \cos^2 \alpha + \Delta \varepsilon_{sy'} \sin^2 \alpha - \Delta \gamma_{x'y'} \cos \alpha \sin \alpha; \\ \Delta \gamma_{x'y'} &= \Delta \varepsilon_{sx'} ctg \alpha + \Delta \varepsilon_{sy'} tg \alpha = \\ &= \Delta \sigma_{x'} (\lambda_x \sin^2 \alpha / E_s^k \mu_{sy}^*) + \Delta \sigma_{y'} (\lambda_y \cos^2 \alpha / E_s^k \mu_{sy}^*) + \\ &+ \Delta \tau_{x'y'} (\cos \alpha \sin \alpha (\lambda_x + \lambda_y) / E_s^k \mu_{sy}^*). \end{aligned} \quad (19)$$

**Учет влияния деформаций полос бетона на деформации характерного элемента.** Выразим нормальные  $\sigma_x$  и касательные  $\tau_{xy}$  напряжения в бетоне через напряжения  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{x'y'}$  по формуле преобразования напряжений при обратном повороте осей координат:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_{x'} \cos^2 \alpha + \sigma_{y'} \sin^2 \alpha - 2\tau_{x'y'} \cos \alpha \sin \alpha; \\ \tau_{xy} &= \sigma_{x'} \cos \alpha \sin \alpha - \sigma_{y'} \cos \alpha \sin \alpha + \tau_{x'y'} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha). \end{aligned} \quad (20)$$

На площадках параллельных трещинам все усилия воспринимаются арматурой, поэтому напряжения бетона между трещинами равны нулю ( $\sigma_{by} = 0$ ).

Зависимости (20) учитывающие две ступени нагрузки  $i+1$  и  $i$  в приращениях нормальных и касательных напряжений  $\sigma_x$ ,  $\tau_{x'y'}$  и относительных деформаций  $\varepsilon_x$ ,  $\gamma_{x'y'}$  полос бетона, выраженных через касательный модуль полос бетона  $E_b^k$  можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{bx} &= \Delta \sigma_y / E_b^k = (\Delta \sigma_{x'} \cos^2 \alpha + \Delta \sigma_{y'} \sin^2 \alpha - 2\Delta \tau_{x'y'} \cos \alpha \sin \alpha) / E_b^k; \\ \Delta \gamma_{bxy} &= \Delta \tau_{xy} / E_b^k = \\ &= (\Delta \sigma_{x'} \cos \alpha \sin \alpha - \Delta \sigma_{y'} \cos \alpha \sin \alpha + \Delta \tau_{x'y'} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)) / E_b^k, \end{aligned} \quad (21)$$

где

$$E_b^k = E_b \nu_b^k. \quad (22)$$

Учитывая, что  $\Delta \varepsilon_{by} = 0$ , приращения деформаций полос бетона вдоль осей  $x'$  и  $y'$  определим по формулам преобразования напряжений при обратном повороте осей координат:

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{bx'} &= \Delta \varepsilon_x \cos^2 \alpha + \Delta \gamma_{xy} \cos \alpha \sin \alpha; \\ \Delta \varepsilon_{by'} &= \Delta \varepsilon_x \sin^2 \alpha - \Delta \gamma_{xy} \cos \alpha \sin \alpha. \end{aligned} \quad (23)$$

Подстановка (22) в (23) приводит к зависимостям:

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{bx'} &= (\Delta \sigma_{x'} \cos^2 \alpha - \Delta \tau_{x'y'} \cos \alpha \sin \alpha) / E_b^k; \\ \Delta \varepsilon_{by'} &= (\Delta \sigma_{y'} \sin^2 \alpha - \Delta \tau_{x'y'} \cos \alpha \sin \alpha) / E_b^k. \end{aligned} \quad (24)$$

Углы сдвига определим из известного преобразования относительных деформаций при повороте осей

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{by} = 0 &= \Delta \varepsilon_{bx'} \sin^2 \alpha + \Delta \varepsilon_{by'} \cos^2 \alpha + \Delta \gamma_{bx'y'} \cos \alpha \sin \alpha; \\ \Delta \gamma_{bx'y'} &= -\Delta \varepsilon_{bx'} \operatorname{tg} \alpha - \Delta \varepsilon_{by'} \operatorname{ctg} \alpha. \end{aligned} \quad (25)$$

Подставляя значения (25) в (26) находим

$$\Delta \gamma_{bx'y'} = (-\Delta \sigma_{x'} \cos \alpha \sin \alpha / E_b^k) - (\Delta \sigma_{y'} \cos \alpha \sin \alpha / E_b^k) + (\Delta \tau_{x'y'} / E_b^k). \quad (26)$$

Общие деформации характерного элемента следуя [6] составят:

$$\Delta \varepsilon_{x'} = \Delta \varepsilon_{sx'} + \Delta \varepsilon_{bx'}; \quad \Delta \varepsilon_{y'} = \Delta \varepsilon_{sy'} + \Delta \varepsilon_{by'}; \quad \Delta \gamma_{x'y'} = \Delta \gamma_{sx'y'} + \Delta \gamma_{bx'y'}. \quad (27)$$

Подставляя выражения (16), (18), (19), (24), (26) в (27) приходим к следующей системе физических соотношений в приращениях:

$$\begin{cases} \Delta \varepsilon_{x'} = C_{11} \Delta \sigma_{x'} + C_{13} \Delta \tau_{x'y'}; \\ \Delta \varepsilon_{y'} = C_{22} \Delta \sigma_{y'} + C_{23} \Delta \tau_{x'y'}; \\ \Delta \gamma_{x'y'} = C_{13} \Delta \sigma_{x'} + C_{23} \Delta \sigma_{y'} + C_{33} \Delta \tau_{x'y'}. \end{cases} \quad (28)$$

Коэффициенты матрицы податливости [C] плоского элемента на приращениях напряжений и деформаций определяются выражения:

$$\begin{cases} C_{11} = \frac{\operatorname{tg} \alpha \lambda_x}{E_s^k \mu_{sy}} \sin^2 \alpha + \frac{\cos^2 \alpha}{E_b^k}; \\ C_{13} = \frac{\lambda_x}{E_s^k \mu_{sy}} \sin^2 \alpha - \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{E_b^k}; \\ C_{22} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \lambda_y}{E_s^k \mu_{sy}} \cos^2 \alpha + \frac{\sin^2 \alpha}{E_b^k}; \\ C_{23} = \frac{\lambda_y}{E_s^k \mu_{sy}} \cos^2 \alpha - \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{E_b^k}; \\ C_{33} = \frac{\cos \alpha \sin \alpha (\lambda_x + \lambda_y)}{E_s^k \mu_{sy}} + \frac{1}{E_b^k}. \end{cases} \quad (29)$$

Представленные в аналитические зависимости позволяют сформировать матрицу податливости  $[\bar{C}_{ij}]$  коррозионно поврежденного длительно деформируемого железобетонного элемента. Изменение во времени деформативных свойств нейтрализованного агрессивной средой бетона при формировании матрицы  $[\bar{C}_{ij}]$  учитывается зависимостью касательного модуля упругости от времени:

$$E_n^k(t) = \nu_n^k \cdot E_b^*(t), \quad (30)$$

где  $E_b^*(t)$  – зависимость изменения модуля деформаций бетона от времени вследствие воздействия агрессивной среды в рассматриваемый момент времени  $t$ ;  $\nu_n^k$  – коэффициент изменения касательного модуля полос бетона между трещинами определяемый по аналитическим зависимостям описания диаграмм деформирования бетона, выраженный через уровни деформаций  $\eta_d$  и напряжений  $\eta$ .

Коррозионные потери сечения арматурного стержня за время воздействия агрессивной среды при формировании матрицы податливости  $[\bar{C}_{ij}]$  учитываются снижением коэффициента армирования  $\mu(\tau)$  вследствие уменьшения площади сечения рабочего стержня арматуры по формуле:

$$\mu_s(\tau) = f_s(\tau)/h, \quad (31)$$

где  $f_s(\tau)$  – площадь арматуры  $x$  и  $y$  направлений приходящиеся на единицу длины характерного элемента в зависимости от времени воздействия агрессивной среды:

$$f_s(t) = 0,25\pi(d - 2\delta_k(\tau))^2, \quad (32)$$

$d$  – диаметр неповрежденного арматурного стержня,  $h$  – толщина характерного железобетонного элемента.

Нарушение сцепления корродирующей арматуры с бетоном между трещинами за счет появления продуктов коррозии стали характеризуется изменением коэффициента сцепления  $\psi_s^k$ . Изменение во времени касательного коэффициента сцепления арматуры с бетоном  $\psi_s^k(\tau)$ , как некоторого аналога коэффициента  $\psi_s$  В.И. Мурашева, определяется в виде функций от средних деформаций арматуры на участках между трещинами. В первом приближении можно принять, что в результате воздействия агрессивной среды при увеличении глубины коррозии арматуры  $\delta_k(\tau)$  значения коэффициента сцепления  $\psi_s^k(\tau)$  снижаются пропорционально значениям  $\delta_k(\tau)$ .

Тогда следуя [5] касательный модуль деформации арматуры в коррозионно поврежденном элементе с трещинами можно определить по формуле:

$$E_s^k(\tau) = E_s \cdot \nu_s^k / \psi_s^k(\tau), \quad (33)$$

где  $E_s$  – модуль упругости неповрежденной коррозией арматуры,  $\nu_s^k$  – коэффициент упругости, характеризует отношение упругих деформаций арматуры к общим деформациям арматуры.

Используя зависимости (30) – (33) коэффициенты матрицы податливости для коррозионно поврежденного железобетона с трещинами на приращениях напряжений и деформаций записываются в следующем виде:

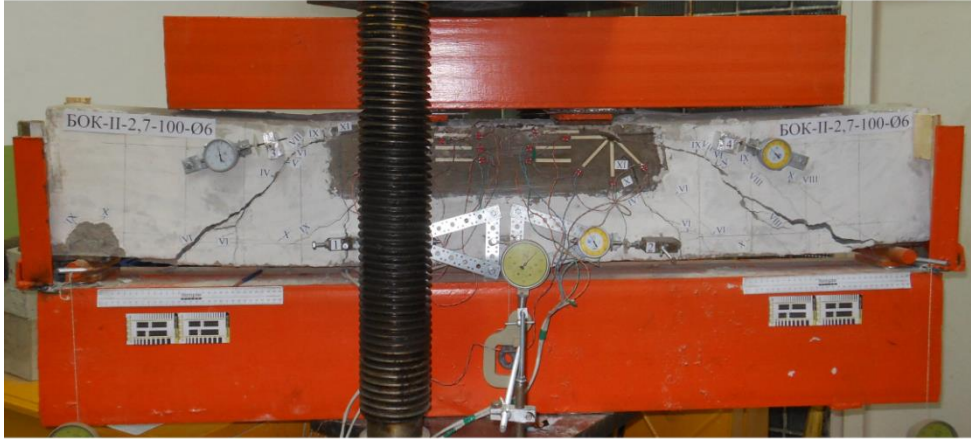
$$\left. \begin{aligned} \bar{C}_{11}^k &= \frac{tg \alpha \lambda_x}{E_s^k(\tau) \mu_{sy}(\tau)} \sin^2 \alpha + \frac{\cos^2 \alpha}{E_n^k(t)}; \\ \bar{C}_{13}^k &= \frac{\lambda_x}{E_s^k(\tau) \mu_{sy}(\tau)} \sin^2 \alpha - \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{E_n^k(t)}; \\ \bar{C}_{22}^k &= \frac{ctg \alpha \lambda_y}{E_s^k(\tau) \mu_{sy}(\tau)} \cos^2 \alpha + \frac{\sin^2 \alpha}{E_n^k(t)}; \\ \bar{C}_{23}^k &= \frac{\lambda_y}{E_s^k(\tau) \mu_{sy}(\tau)} \cos^2 \alpha - \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{E_n^k(t)}; \\ \bar{C}_{33}^k &= \frac{\cos \alpha \sin \alpha (\lambda_x + \lambda_y)}{E_s^k(\tau) \mu_{sy}(\tau)} + \frac{1}{E_n^k(t)}. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

**Пример расчета.** С использованием построенных зависимостей выполнен расчет железобетонной балки составного сечения нагруженной двумя сосредоточенными силами. Конструкции таких балок были испытаны по специально разработанной методике предусматриваемой длительное исследование деформаций и разрушения опытных образцов составных конструкций по наклонным сечениям с учетом сдвига в зоне контакта двух бетонов. Характеристики материалов, схемы армирования и особенности испытаний конструкций балок использованные в расчете были приняты по данным [9]. Общий вид трещинообразования и количественные значения раскрытия трещин для опытного образца БСК-II-2,7-100-об в котором образовывались наклонные трещины и продольные трещины в зоне контакта двух бетонов составной конструкции приведены на рисунках 3, а, б.

Для расчетного анализа был принят характерный элемент Э1 расположенный на границе контакта двух бетонов в зоне пересечения наклонной трещины

(рис. 3,б). Целью расчета было определение усилий трещинообразования и деформаций сдвига до и после образования трещин в зоне контакта двух бетонов.

а)



б)

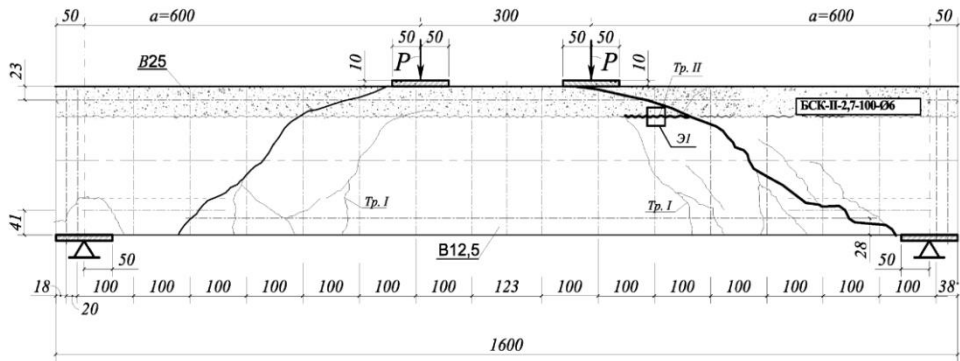


Рис. 3 - Общий вид картины трещин (а), схемы образования трещин на различных этапах нагружения конструкции (б)

Используя рекомендации [10] в качестве прочностных и деформативных характеристик бетона для характерного элемента Э1 были приняты значения прочности и деформативности бетона контактной зоны двух бетонов.

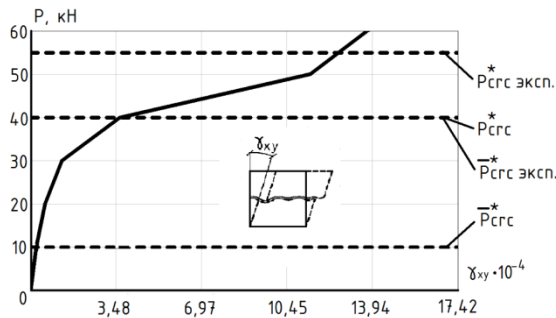


Рис. 4 - График изменения относительного сдвига от нагрузки для образца поврежденного коррозией по бетону пограничного слоя

Результаты расчетов в виде зависимостей относительных деформаций характерного элемента Э1 от нагрузки (рис. 4), позволяет определить усилие образования продольной трещины в зоне контакта двух бетонов для балки с поврежденным бетоном ( $P_{cr}^*$ ). Здесь же приведены значения нагрузок трещино-

образования наклонных трещин в опытной конструкции для поврежденного коррозией бетона ( $\bar{P}_{crс}^*$ ).

Для прямого сопоставления результатов расчетного анализа и опытных данных были рассчитаны прогибы конструкции составных балок поврежденных коррозией (БСК-II-2,7-100-об). Нелинейный расчет конструкции выполнен с помощью программного комплекса SCAD. При этом податливость плосконапряженных конечных элементов в зоне контакта двух бетонов определялись с использованием зависимостей (29) и (34).

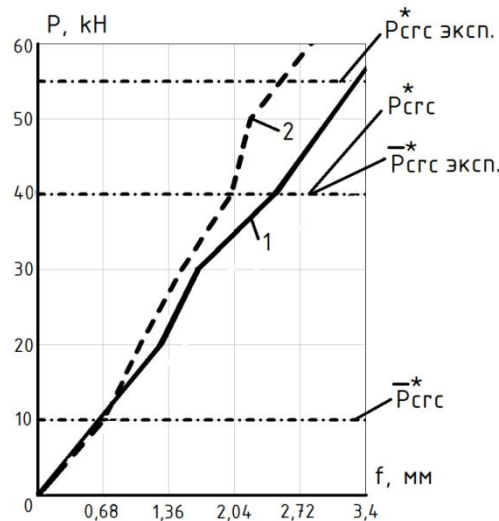


Рис. 5 – Зависимость «нагрузка-прогиб» для конструкций составных балок:  
1, 2 – теоретические и опытные значения для балки БСК-II-2,7-100-об

**Выводы.** Построенная расчетная модель длительного деформирования плосконапряженного коррозионно повреждаемого железобетонного элемента в зоне контакта двух бетонов позволяет определить предельную нагрузку образования продольной трещины в зоне контакта двух бетонов, относительные деформации бетона и арматуры, возникающие в рассматриваемом характерном элементе до и после образования трещин. Полученные зависимости могут быть использованы при расчете трещиностойкости железобетонных составных конструкций по наклонным сечениям.

#### Л и т е р а т у р а

1. *Баширов Х.З., Колчунов В.И., Федоров В. С., Яковенко И.А* Железобетонные составные конструкции зданий и сооружений. - М.: АСВ – 2016 – 270с.
2. *Федоров В. С., Баширов Х. З., Колчунов В. И.* Элементы теории расчета железобетонных составных конструкций // Academia. Архитектура и строительство. - 2014. - № 2. - С.116-118.
3. *Колчунов В.И., Панченко Л.А.* Расчет составных тонкостенных конструкций. М.: АСВ – 1999 - 281с.
4. *Клюева Н.В., Горностаев И.С., Колчунов В.И., Яковенко И.А.* Методика расчета деформативности стержневых железобетонных составных конструкций с использованием программного комплекса «Мираж-2014» // Промышленное и гражданское строительство. - 2014. - № 10. С. 21–26.
5. *Карпенко, Н.И.* Теория деформирования железобетона с трещинами – М.: Стройиздат, 1976. – 205 с.
6. *Карпенко, Н.И., Карпенко С.Н., Петров А.Н., Палювина С.Н.* Модель деформирования железобетона в приращениях и расчет балок-стенок и изгибаемых плит с трещинами. – Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2013. – 156 с.

7. Бондаренко, В.М., Колчунов Вл.И. Расчетные модели сопротивления железобетона – М.: АСВ, 2004. – 471 с.
8. Мурашев, В.И. Трещиностойчивость, жесткость и прочность железобетона – М.: АСВ, 1950. – 472 с.
9. Клюева Н.В., Карпенко Д.В., Кащавцев А.А. Методика экспериментальных исследований прочности и трещиностойкости по наклонным сечениям нагруженных и коррозионно поврежденных железобетонных составных конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2015. - №5. – С.77-80.
10. Баширов Х.З., Горностаев И.С., Колчунов Вл.И., Яковенко И.А. Напряженно-деформированное состояние железобетонных составных конструкций в зоне нормальных трещин // Строительство и реконструкция. - 2013. - №2. – С.11-19.

#### References

1. Bashirov, Kh.Z., Kolchunov, Vl.I., Fedorov, V.S., Yakovenko, I.A. (2016). *Zhelezobetonnye Sostavnye Konstruktsii Zdanii i Sooruzheniy*, Moscow, 270p.
2. Fedorov, V.S., Bashirov, Kh.Z., Kolchunov, Vl.I. (2014). *Elementy teorii rascheta zhelezobetonnykh sostavnykh konstruktsiy* // *Academia. Arkhitektura i Stroitel'stvo*, №2, p 116-118.
3. Kolchunov, V.I., Panchenko, L.A. (1999). *Raschet sostavnykh tonkostennykh konstruktsiy*. Moscow, 281p.
4. Klyueva, N.V., Gornostaev, I.S., Kolchunov, V.I., Yakovenko, I.A. (2014). *Metodika rascheta deformativnosti sterzhnevnykh zhelezobetonnykh sostavnykh konstruktsiy s ispol'zovaniem programmnogo kompleksa «Mirazh-2014»* // *Promyshlennoe i Grazhdanskoe Stroitel'stvo*, №10, p.21-26.
5. Karpenko, N.I. (1976). *Teoriya Deformirovaniya Zhelezobetona s Treshchinami*, Moscow, 205p.
6. Karpenko, N.I., Karpenko, S N, Petrov, A.N., Palyuvina, S.N. (2013). *Model' Deformirovaniya Zhelezobetona v Prirashcheniyakh i Raschet Balok-Stenok i Izgibaemykh Plit s Treshchinami*, Petrozavodsk, 156 p.
7. Bondarenko, V.M., Kolchunov, Vl.I (2004). *Raschetnye Modeli Soprotivleniya Zhelezobetona*, Moscow, 471p.
8. Murashev, V.I. (1950). *Treshchinoustoychivost', Zhestkost' I Prochnost'*, Moscow, 472p.
9. Klyueva, N.V., Karpenko, D.V., Kashchavtsev, A.A. (2015). *Metodika eksperimental'nykh issledovaniy prochnosti i treshchinostoykosti po naklonnym secheniyam nagruzhennykh i korrozionno povrezhdennykh zhelezobetonnykh sostavnykh konstruktsiy*// *Stroitel'naya Mekhanika Inzhenernykh Konstruktsiy i Sooruzheniy*, №5. p. 77-80.
10. Bashirov, Kh.Z., Gornostaev, I.S., Kolchunov, Vl.I., Yakovenko, I.A. (2013). *Napryazhenno-deformirovanoe sostoyanie zhelezobetonnykh sostavnykh konstruktsiy v zone normal'nykh treshchin* // *Stroitel'stvo i Rekonstruktsiya*, №2, p. 11-19.

#### **ANALYTICAL MODEL FOR LONG-TERM DEFORMATION OF A REINFORCED CONCRETE ELEMENT WITH CORROSION DAMAGE IN PLANE STRESS STATE AT THE CONTACT AREA BETWEEN CONCRETES OF VARIOUS GRADES**

V.I. KOLCHUNOV, *Dr. tech. Sci., Prof., academician of RAACS*

M.S. GUBANOVA, *engineer*; D.V. KARPENKO, *engineer*

*Southwest State University, 305040, 50 let Oktyabrya str., 94, Kursk, Russia, [asiorel@mail.ru](mailto:asiorel@mail.ru)*

The paper considers the development of an analytical model for long-term deformation of a reinforced concrete element with corrosion damage in plane stress state at the contact area between concretes of various grades on the basis of known stress-strain relations and parameters for reinforced concrete in a complex stress state with cracks. The derived flexibility matrix elements allow for taking into account long-term deformation, corrosion damage and shear in contact area between concretes of various grades. The authors give an example of a layered reinforced concrete beam calculation. The results of the calculation have been compared with an experimental study data.

**KEYWORDS:** analytical model, reinforced concrete, an element in plane stress state, corrosion damage, contact area between concretes of various grades.



## Устойчивость упругих оболочек

### О НАЧАЛЬНОМ ПОСЛЕКРИТИЧЕСКОМ РАВНОВЕСИИ ПРОДОЛЬНО СЖАТОЙ КРУГОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ И МИНИМАЛЬНОМ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ БАРЬЕРЕ

Г.А. МАНУЙЛОВ, *к.т.н., доцент*

М.М. БЕГИЧЕВ, *к.т.н.*

Московский государственный университет путей сообщения (МИИТ),  
127994, г. Москва, ул. Образцова, д 9, стр. 9; [poxonius@mail.ru](mailto:poxonius@mail.ru)

*В геометрически нелинейной постановке рассмотрены особенности формирования начального послекритического равновесия продольно сжатой упругой круговой цилиндрической оболочки. Определяется характер изменения энергетического барьера исходного равновесия в зависимости от величины сжимающей нагрузки.*

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** устойчивость, оболочка, бифуркация, энергетический барьер, максвеллова сила.

Потеря устойчивости круговой продольно сжатой цилиндрической оболочки – классическая задача теории упругой устойчивости. Прошло сто лет с момента появления первых теоретических решений С.П. Тимошенко и Р. Лоренца для критической силы. Однако до сих пор проектировщики не имеют достаточно обоснованной величины проектной сжимающей нагрузки. Надежды исследователей на возможность использования для этой цели нижней или верхней критических нагрузок не оправдались. В последнее время повысился интерес к определению минимального энергетического барьера (для исходного равновесия центрального сжатия) по отношению к некоторым внешним поперечным воздействиям и возмущениям. В настоящей работе рассмотрены особенности определения минимального энергетического барьера  $E_\delta$  в зависимости от величины сжимающей нагрузки  $P$ . Однако здесь неизбежно всплывает проблема определения начального послекритического равновесия (перед хлопком), а также некоторые особенности трансформации первых собственных форм потери устойчивости оболочки.

#### **1. Формирование начального послекритического равновесия.**

Задача устойчивости продольно сжатой цилиндрической оболочки рассматривается в геометрически нелинейной постановке, в условиях кинематического нагружения. Вследствие развития осесимметричного краевого эффекта в приопорных зонах оболочки эта задача оказывается существенно нелинейной.

Данная особенность проявляется в двух моментах:

1) Вычисленная и экспериментальная максимальные нагрузки сжатия ( $P_{нел}^6$  – верхняя критическая нагрузка) для идеальной оболочки не достигают классического значения

$$P = 2\pi E \delta^2 / \sqrt{3(1 - \nu^2)}.$$

Здесь  $E$  – модуль упругости,  $\delta$  – толщина оболочки,  $\nu$  – коэффициент Пуассона. Эта нагрузка, как правило, составляет  $(0,91-0,95)P_{кр.кл}$ , что подтверждено экспериментами и вычислениями Н. Ямаки [1], Р. Теннисон [2], Р. Тилеманна [3]. Вычисления авторов величины  $P_{нел}^6$  при помощи МКЭ подтверждают указанную особенность. На рис. 1 показана известная условная характеристика оболочки при кинематическом нагружении. Пунктирные линии – это линии возможных хлопков при нагрузках  $P_{нел}^6$ ,  $P_{кр.кл}$  при условиях сохранения осевых укорочений оболочки, достигнутых при максимальном сжатии.

2) В состоянии предкритического равновесия среди первых собственных форм нет осесимметричных. Поэтому ни в экспериментах, ни в расчетах с учетом геометрической нелинейности среди начальных послекритических равновесий отсутствуют осесимметричные формы. Объяснение этого факта – из-за развития осесимметричного краевого эффекта краевая задача устойчивости становится неоднородной по отношению к осесимметричным деформациям.

3)



Рис. 1. Характеристики оболочки при кинематическом сжатии:

а) общая условная характеристика; б) определение максвелловой силы; в) график изменения седловых равновесий оболочки с одиночной вмятиной

В отношении собственных значений для предкритического равновесия есть основания считать их попарно кратными. Дискретизация задачи расщепляет двукратные числа в попарно близкие, соответствующие двум одинаковым собственным формам, повернутым вокруг оси оболочки относительно друг друга на 90°.

Известно, что в случае простой критической нагрузки для послекритического равновесия справедливо асимптотическое разложение В. Койтера [4] и Б. Будянского [5]:

$$W_{\text{послекр.}} = W_{\text{предкр.}} + \varepsilon W_1^0 + \varepsilon^2 W_2 + \varepsilon^3 W_3 + \dots, \quad (1)$$

где  $\varepsilon$  – малый параметр,  $W_1^0$  – первая "нулевая" собственная форма производной нелинейного оператора,  $W_2$  и  $W_3$  – последующие члены разложения, которые находятся из решения вспомогательных краевых задач [4]. При очень малых  $\varepsilon$  ( $\varepsilon^2 \ll \varepsilon$ ) начальное послекритическое равновесие определяется первым членом разложения (1) [6, 7]:

$$W_{\text{нач. послекр.}} = W_{\text{предкр.}} + \varepsilon W_1^0. \quad (2)$$

В случае расчетов по МКЭ нулевой собственный вектор  $W_1^0$  есть собственный вектор матрицы Якоби (матрицы жесткости) в предкритическом равновесии, которому отвечает нулевое собственное значение  $\lambda_{\min}(P_{кр1})$ :

$$\lambda_{\min}(P_{кр1}) = 0, \quad J(P_{кр1})\vec{W}_1^0 \equiv 0.$$

Отметим, что соотношение (2) определяет начальное послекритическое равновесие как для точки бифуркации, так и для предельной точки. При вычислении на ЭВМ формула (2) реализуется в процессе итераций по Ньютону. Экспериментальное подтверждение соотношению (2) получило в работах Л.Р. Исправникова [8], Р. Теннисона [2], С. Кинемитсу и Р. Ноиджима [9]. Подробнее об этом в работах авторов [6, 10, 11].

Собственные формы потери устойчивости, вычисленные для модельной оболочки №1 ( $L/R = 2$ ,  $R/\delta = 250$ ,  $E = 10^4$  кг/мм<sup>2</sup>,  $\nu = 0,3$ ,  $\delta = 1$  мм) при нулевой нагрузке сжатия  $P = 0$  и для предкритического равновесия  $P = 34000$  кг ( $P_{нел}^B = 34800$  кг) показаны на рис. 2 и рис. 3 соответственно.

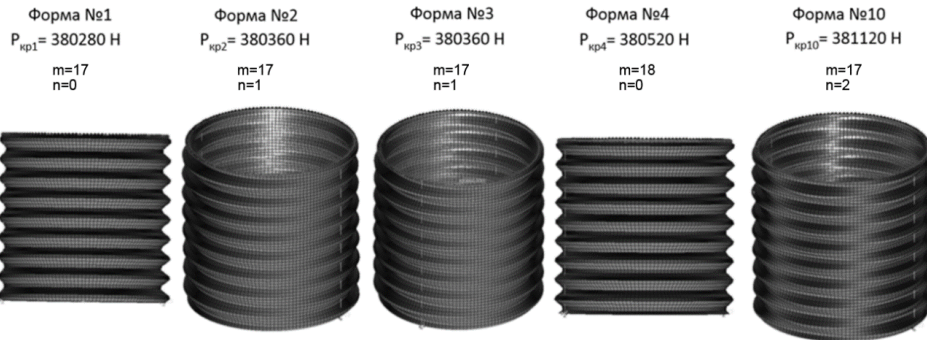


Рис. 2. Собственные формы потери устойчивости круговой продольно сжатой цилиндрической оболочки, вычисленные при нулевой нагрузке

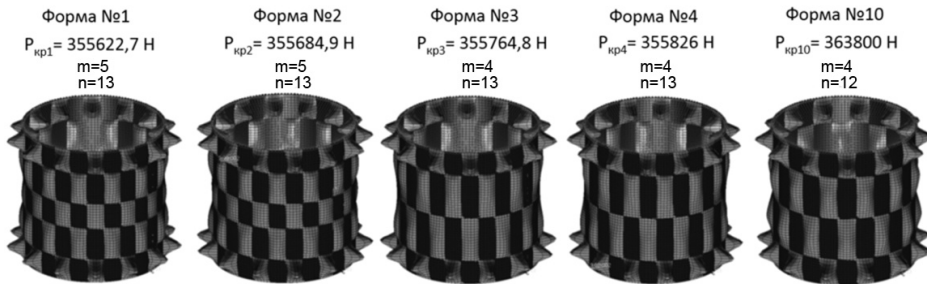


Рис. 3. Предкритические собственные формы потери устойчивости круговой продольно сжатой цилиндрической оболочки, 340 кН ( $P_{нел}^B = 34800$  кг)

Это формы 1, 2, 3, 4 и 10 в порядке возрастания собственных значений. Заметим, что предкритические собственные формы имеют значительно меньше продольных полуволн ( $m=5, 6 < m_0=17$ ) и гораздо большее число окружных волн ( $n=13, 12 > n_0=0, 1, 2$ ). Кроме того, среди предкритических собственных форм нет форм и ромбо-треугольными вмятинами. Это значит, что такие вмятины не образуются в начальном послекритическом равновесии (перед хлопком). В действительности ромбо-треугольные вмятины появляются на оболочке лишь после хлопка по нагрузке (кинематическое нагружение). Подробно образование ромбо-треугольных вмятин рассмотрено в [10, 11].

Наконец, как уже указывалось, одно из главных отличий – отсутствие осесимметричных собственных форм для предкритического равновесия. Так для модельной оболочки №2 ( $L/R=4$ ,  $P_{нел}^B=35600$  кг) осесимметричная собственная форма была «первой» вплоть до нагрузки 25000 кг, но уже при  $P=30000$  кг это формы не оказалось среди первых десяти собственных форм.

Исключение составляют задачи устойчивости для "длинных" оболочек (без торцевых опор), в которых не развивается приопорный краевой эффект, и, следовательно, существуют осесимметричные собственные формы потери устой-

чивости для предкритического равновесия. Все дело в том, что в нелинейной системе, какой является продольно сжатая закрепленная цилиндрическая оболочка, в процессе нагружения собственные формы потери устойчивости "конкурируют" между собой за право соответствовать наименьшему собственному значению матрицы Якоби. В предкритическом равновесии "побеждает" та форма, которая первой становится "нулевой". Именно эта форма и определяет согласно (2) форму начального послекритического равновесия.

Для точки бифуркации реализация соотношения (2) применительно к упомянутой модельной оболочке №1 показана на рис. 4.

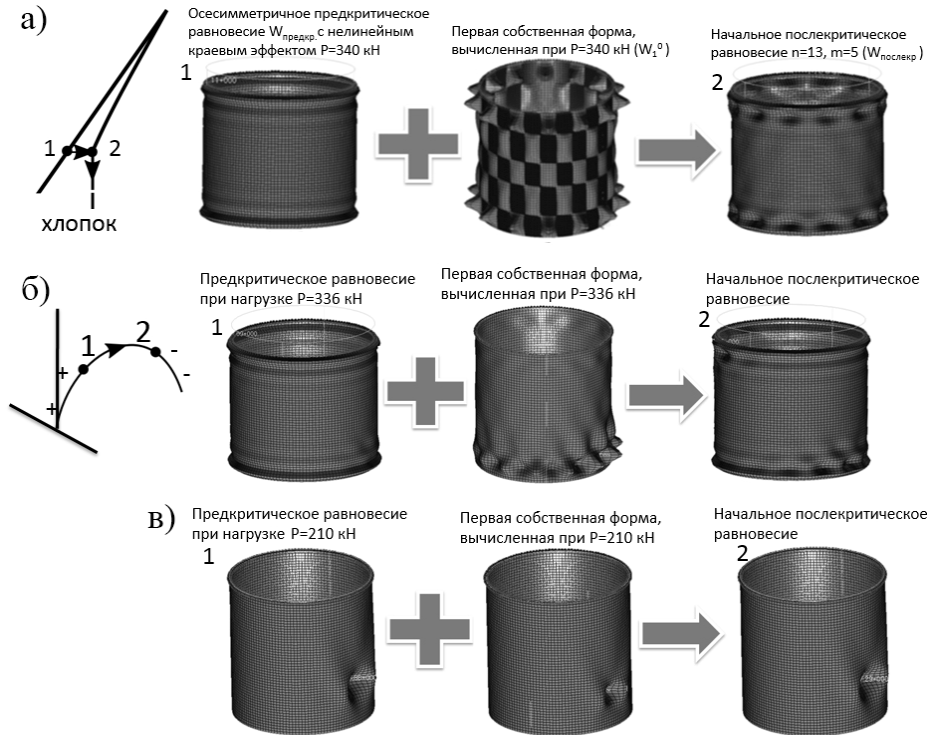


Рис.4. Формирование начального послекритического равновесия: а) после точки бифуркации; б), в) после прохождения предельной точки

Отметим, что для оболочек в точке бифуркации каждая "нулевая" собственная форма должна быть ортогональной к предкритическому равновесию:

$$(W_{предкр} \cdot W_i^0) = 0 \quad [12].$$

Кроме того важным является предложенный авторами энергетический критерий бифуркационной потери устойчивости [7, 13], который заключается в ортогональности вектора нагрузок  $P$  и «нулевого» собственного вектора  $\vec{W}_1^0$ :

$$(\vec{P} \cdot \vec{W}_1^0) = 0. \quad (3)$$

Иначе говоря, в точке бифуркации работа внешних сил на перемещениях, задаваемых «нулевой» собственной формой потери устойчивости должны равняться нулю. Это необходимый и достаточный признак бифуркации. Подробнее об этом см. [6, 7, 11, 13]. Если он не выполняется

$$(\vec{P} \cdot \vec{W}_1^0) \neq 0,$$

то потеря устойчивости исходного равновесия произойдет в предельной точке. Для этой критической точки соотношение (2) имеет свои особенности:

1) Если предельная точка близка к точке бифуркации, то соответствующая «предкритическая» собственная форма сохраняет "следы" бифуркационной собственной формы. Тогда начальное послекритическое равновесие в отдель-

ных деталях волнообразования «напоминает» начальное послебифуркационное равновесие (рис. 4, б,  $P = 0,965P_{нел}^e$ ).

2) Если же предельная точка развивается при нагрузке, сильно отличающейся от бифуркационной (или не связана вообще с точкой бифуркации), то тогда «нулевая» собственная форма практически повторяет форму предкритического равновесия. Соответственно, и начальное послекритическое равновесие будет пропорционально предкритическому равновесию (рис. 4, в,  $P = 0,63P_{нел}^e$ ).

Почти всегда начальное послекритическое равновесие заканчивается хлопком (исключение составляют очень короткие оболочки). Подробный анализ образования ромбо-треугольных вмятин в процессе хлопка, а также особенности развития послехлопкового равновесия рассмотрены в работах автором [10, 11].

## 2. Определение энергетического барьера

В последние 30 лет усилился интерес к энергетическому критерию Тзяня [14, 15] и определению наименьшего энергетического барьера для исходного равновесия осесимметричного сжатия цилиндрической оболочки.

Тзянь [ ] установил на основании работы К. Фридрихса [16], что для цилиндрической оболочки существует некоторая промежуточная нагрузка  $P = P_M < P_{кр.кл}$  (так называемая максвеллова сила или критериальная энергетическая сила по Тзяню), при которой полная энергия исходного равновесия будет равна энергии далекого устойчивого (послехлопкового) и сильно деформированного равновесия (точки 1 и 3 на рис. 1, в). Так будет, если равны между собой площади  $\omega_2 > 0$  и  $\omega_3 < 0$  под условной кривой равновесий и над ее устойчивой частью. Тзянь считал, что если нагрузка сжатия  $P$  больше максвелловой силы ( $P > P_M$ ), то за счет влияния неизбежных начальных несовершенств и неидеальности эксперимента оболочка из исходного равновесия обязательно "прощелкнет" в упомянутое далекое и сильно деформированное равновесие (точка 3' на рис. 1, в). Однако это оказалось ошибочным предположением, за что Тзянь извинился в статье в 1947 г. [17]. Для перескока необходимо предварительно вывести оболочку в некоторое седловое (неустойчивое) равновесие на энергетическом водоразделе при помощи внешнего возмущения. Рассмотрим серию кривых неустойчивых закритических равновесий, вычисленных Р.Джонсом [18] для весьма тонкостенной оболочки ( $R/\delta = 787$ , рис. 5). Здесь каждое число определяет количество поперечных волн  $n$ , соответствующего равновесия. Самые нижние кривые ( $n = 8, 9, 10$ ) совпали с результатами вычислений Алмроса и были весьма близки к экспериментальным кривым В. Тилемана [3].

Каждая из этих кривых при определенных значениях нагрузки сжатия называется «энергетически» ближайшей к исходному равновесию. Чтобы перевести сжатую оболочку в любое из упомянутых «ближайших» седловых равновесий, необходимо дополнительно укоротить ее за счет развития изгибных деформаций (соответствующих данной форме при неизменной нагрузке  $P$ ). Энергетический барьер  $E_\delta$  определяется дополнительной частью полной энергии, равной потенциальной энергии деформаций изгиба минус возможная работа  $T_P$  нагрузки сжатия  $P$  на дополнительном укорочении оболочки:

$$E_\delta = \Pi_{\text{изг}} - T_P$$

Долгое время этот энергетический барьер считался минимальным для исходного равновесия. Однако за последние 40 лет с помощью экспериментальных и теоретических исследований было показано, что при нагрузках выше максвелловой силы ( $P > P_M$ ) величина минимального энергетического барьера равновесия центрального сжатия цилиндрической оболочки резко снижается (М. Эсслингер, Б. Гейер [19] - эксперимент, Дж. Хант и его сотрудники [20-24] - численные результаты, Дж.М.Т. Томпсон [25] и др.).



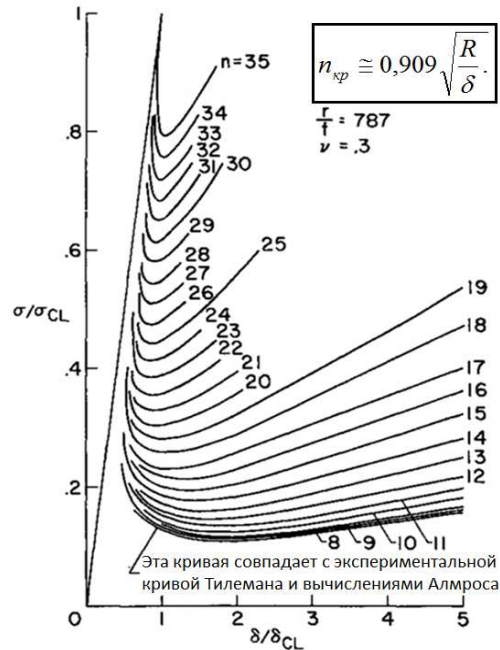


Рис. 5. Кривые неустойчивых закритических равновесий оболочки В. Тилемана согласно работе Р. Джонса

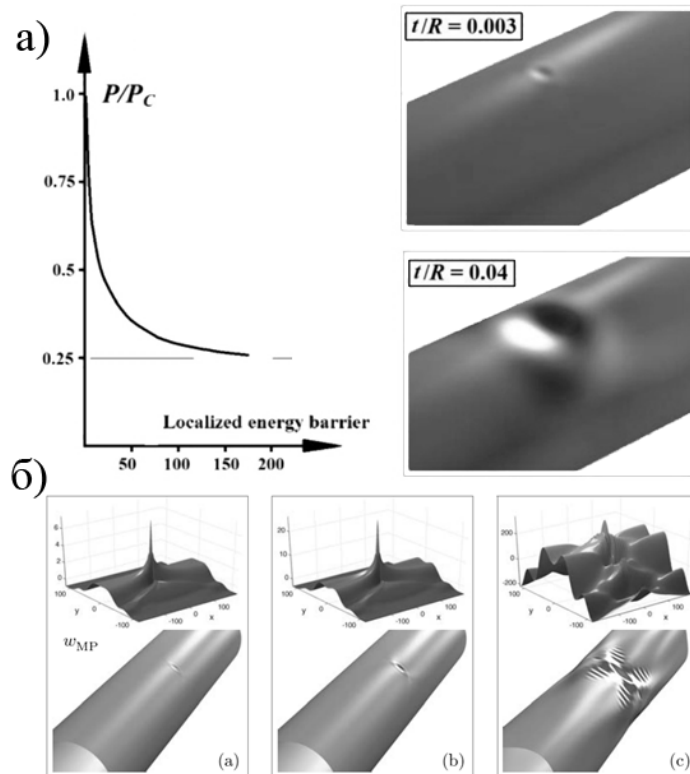


Рис. 6. Результаты Ю. Хорака и соавторов: а) вмятина седлового равновесия и кривая изменения энергетического барьера; б) последовательность перехода оболочки в далекое сильнодеформированное равновесие

В 2006 г. Ю. Хорак и его соавторы [26] строго доказали существование дополнительных седловых равновесий в виде одиночной вмятины на поверхности оболочки при нагрузках выше максвелловой силы (рис. 6). Эти равновесия ока-



зываются энергетически ближе к исходному равновесию, чем описанные выше неустойчивые "периодические" равновесия (рис. 1, в). Кроме того, в работе [26] описан численный алгоритм типа спуска с использованием конечных разностей для определения местоположения указанной седловой одиночной вмятины. Как только оболочка попадает в такое неустойчивое равновесие, она немедленно прохлопывает в далекое и сильно деформированное состояние, означающее ее фактическое разрушение (рис. 1, г нижняя кривая).

Но получить описанную одиночную вмятину можно лишь при помощи внешнего воздействия в виде "поперечного сосредоточенного вдавливания" в наиболее "слабой" точке поверхности оболочки. При одинаковых торцевых граничных условиях, наиболее слабые (в смысле изгибной жесткости) точки образуют "среднюю линию" по высоте цилиндрической оболочки. Для модельной оболочки №2 ( $L/R=4$ ,  $R/\delta=250$ ,  $E=10^4$  кг/мм<sup>2</sup>,  $\nu=0,3$ ,  $\delta=1$  мм) с шарнирно закрепленными торцевыми сечениями приложение сосредоточенной силы  $Q$  в одной из указанных точек (при нагрузке сжатия  $P=16000$  кг) приводит к постепенному развитию вмятины по глубине и расширению ее по поверхности оболочки. При достижении критических размеров вмятины  $\Delta_{кр}$  (или критического значения силы  $Q_{кр}(\Delta_{кр})$ ) произойдет местная потеря устойчивости оболочки в предельной точке и оболочка перейдет в седловое равновесие на энергетическом водоразделе. Здесь собственная форма наименьшей жесткости (рис. 7, а) повторяет форму вмятины в предкритическом равновесии. Поэтому начальное послекритическое равновесие (т.е. указанное седловое равновесие) образуется так, как это показано на рис. 4, в, форма вмятины (рис. 8, а) фактически повторяет форму предкритической вмятины, полученной Ю. Хораком и его соавторами (рис. 6, б). Отметим, что две следующие собственные формы (рис. 7, б, в) определяют возможность бифуркационной потери устойчивости, поскольку формы кососимметричные и перемещение под силой  $Q$  равно нулю. Следовательно выполняется энергетический признак бифуркации (3). Четвертая собственная форма (рис. 7, г) вновь соответствует потере устойчивости в предельной точке.

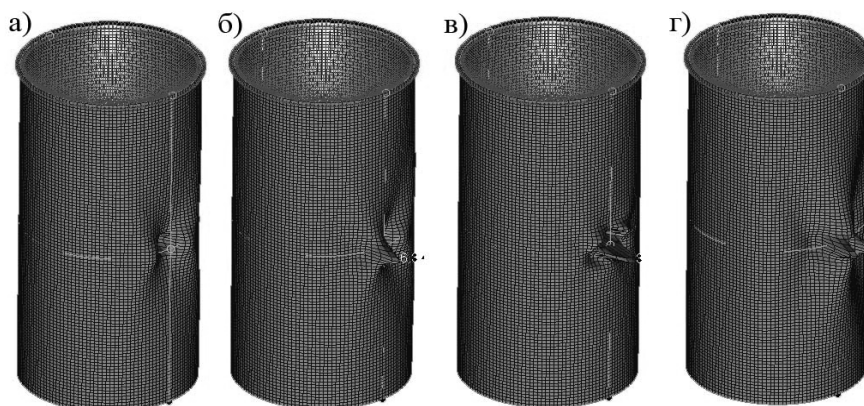


Рис. 7. Собственные формы потери устойчивости оболочки при поперечном вдавливании ( $P=16000$  кг): а) и г) в предельных точках; б) и в) в точках бифуркации

Что касается энергетического барьера, то еще в 1970 г. В.Г. Паламарчук [27] высказал утверждение, согласно которому при поперечном воздействии на сжатую цилиндрическую оболочку развитие ее деформаций идет по пути преодоления минимального энергетического барьера. Для определения этого барьера удобно воздействовать на оболочку сосредоточенным кинематическим вдавливанием  $\Delta$ . Тогда реактивная сила  $Q(\Delta)$  будет сначала возрастать, достигнет максимума, а затем уменьшаться (рис. 8, а, б).

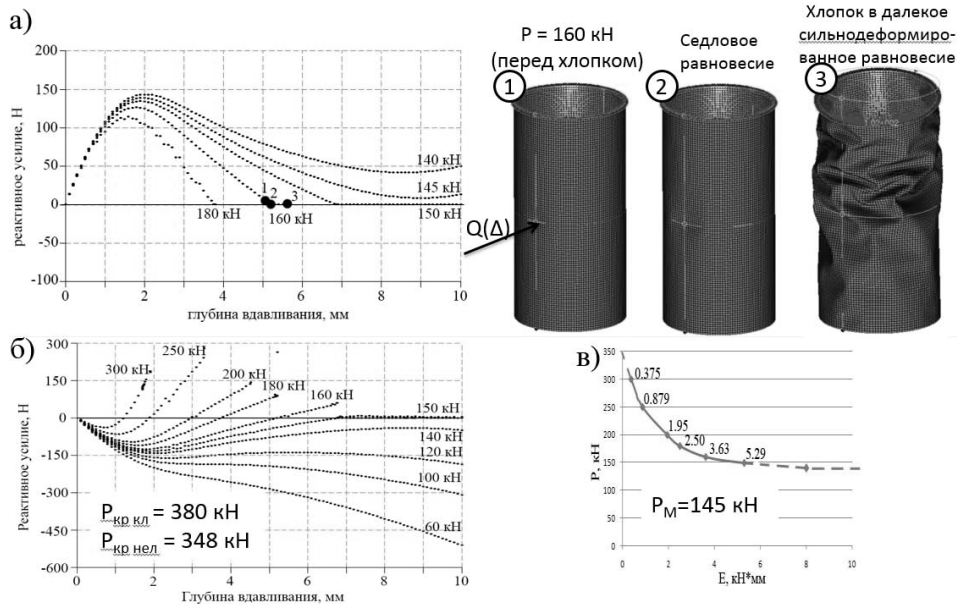


Рис. 8. Определение максвелловой силы и энергетического барьера модельной оболочки: а) определение максвелловой силы, седловое равновесие на водоразделе и послехлопковое; б) графики изменения реактивной силы при различных нагрузках сжатия; в) кривая изменения энергетического барьера

В момент, когда эта сила станет равной нулю, глубина вмятины окажется критической ( $\Delta = \Delta_{кр}$ ), оболочка потеряет устойчивость в предельной точке и перейдет в неустойчивое послекритическое равновесие с вмятиной (т.е. в седловое равновесие на водоразделе). Далее при одностороннем поперечном вдавливании (сила  $Q(\Delta)$  только сжимающая) произойдет хлопок в далекое сильно деформированное устойчивое равновесие (рис. 8, а). Величина энергетического барьера  $E_\delta$  определяется как площадь под кривой реактивной силы  $Q(\Delta)$ :

$$E_\delta = \int_0^{\Delta_{кр}} Q(\Delta) d\Delta.$$

Для рассматриваемой модельной оболочки №2 на графиках изменения реактивной силы  $Q(\Delta)$  (рис. 8, б) показан процесс поиска максвелловой силы  $P_M$ . Пока сжимающая нагрузка  $P$  меньше  $P_M$ , кривые  $Q(\Delta)$  не пересекают нулевую ось  $Q=0$ , а величина  $E_\delta$ , вообще говоря, неограниченная (или очень большая). Как только кривая  $Q(\Delta)$  коснется нулевой оси при  $\Delta = \Delta_{кр}$  площадь под кривой  $Q(\Delta)$  становится конечной. Это позволяет определить величину наименьшего энергетического барьера исходного равновесия по отношению к описанному кинематическому вдавливанию. Для рассматриваемой оболочки касание этой кривой впервые произошло при нагрузке  $P \approx 14600$  кг. Следовательно эта нагрузка и есть максвеллова сила.

Выполнив построение кривых  $Q(\Delta)$  при других нагрузках, больших максвелловой силы (рис. 8, б) и определив площадь под каждой кривой на отрезках между двумя нулевыми значениями реактивной силы, получим значения минимальных энергетических барьеров  $E_\delta(P)$  в зависимости от величины нагрузки  $P$ . С увеличением нагрузки сжатия энергетический барьер достаточно круто падает (рис. 8, в). Характер этого графика совпадает с кривой изменения барьера  $E_\delta(P)$ , полученной в работе [26] рис. 6, а

Аналогичным образом было вычислено значение максвелловой силы для реальной дюралюминиевой оболочки (рис. 9, а). Здесь максвеллова сила  $P_M$  ока-

залошь равной  $\sim 115$  кг при  $P_{\text{нел}}^B = 370$  кг. При нагрузке  $P = 130$  кг  $> P_M$  оболочка была выведена кинематическим вдавливанием на энергетический водораздел (седловое равновесие, глубина вмятины  $\approx 1$  мм, рис. 9, в), а затем она прохлопнула в далекое устойчивое и сильно деформированное равновесие с глубиной более обширной вмятины  $\Delta \approx 13$  мм (рис. 9, б.).

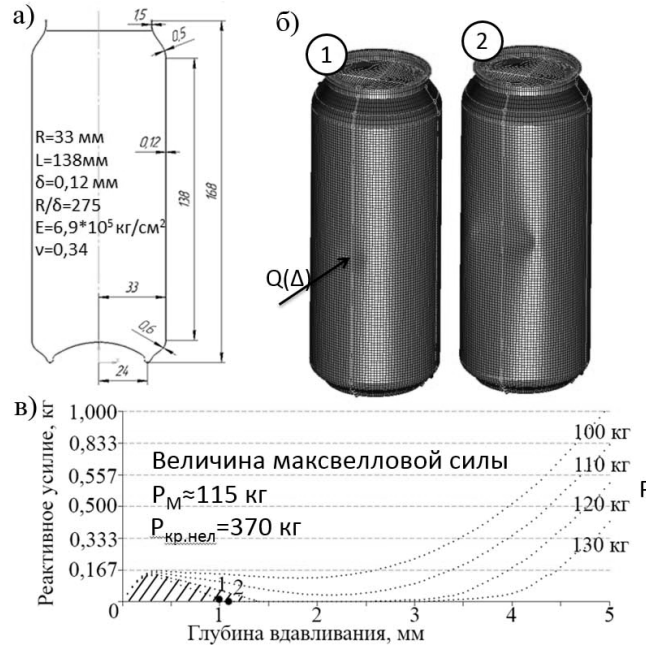


Рис. 9. Максвеллова сила и послехлопковое равновесие алюминиевой оболочки: а) геометрия оболочки; б) седловое и послехлопковое равновесия; в) поиск максвелловой силы.

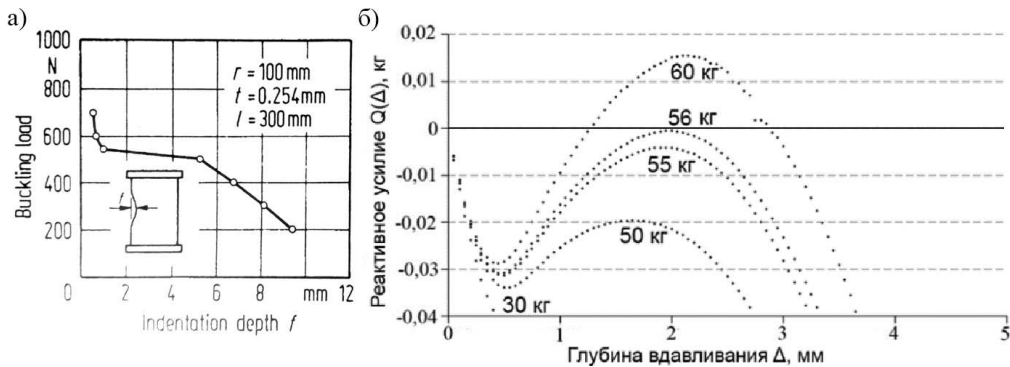


Рис. 10. Исследование майларовой оболочки М. Эсслигер и Б. Гейером: а) кривая изменения глубины критического поперечного вдавливания; б) определение максвелловой силы

Далее были численно подтверждены экспериментальные результаты кинематического вдавливания при разных нагрузках сжатия майларовой оболочки с заделанными торцевыми сечениями, полученные М. Эсслигер и Б. Гейером [19]. Здесь обращает на себя внимание факт резкого уменьшения глубины критического вдавливания в очень узком диапазоне сжимающих нагрузок (между  $P \approx 50$  кг и  $P \approx 52$  кг, рис. 10, а). Следовательно в указанном диапазоне сжатия так же резко уменьшился энергетический барьер исходного равновесия за счет появления новых седловых решений (при  $P > P_M$ ). Численные расчеты авторов данной работы показали, что максвеллова сила для рассматриваемой оболочки рав-

на  $\approx 56$  кг. Соответствующие кривые развития реактивного усилия вдавливания  $Q(\Delta)$  при нагрузках сжатия  $P = 30, 50, 55, 56$  и  $60$  кг (рис. 10, б) показывают, что при нагрузках, меньших  $56$  кг, усилие вдавливания  $Q$  сохраняет свой знак, а при  $P = 56$  кг значение  $Q(\Delta_{кр}) = 0$  при критической глубине вдавливания  $\Delta_{кр} \approx 8\delta$ , ( $\delta = 0,254$  мм - толщина оболочки).

В заключение приведем основные результаты, полученные в этой работе:

1) Впервые детально рассмотрен процесс формирования начального послекритического равновесия продольно сжатой цилиндрической оболочки (как для идеальной оболочки, теряющей устойчивость в точке бифуркации, так и для оболочки с начальными несовершенствами (предельная точка)).

2) При анализе собственных форм потери устойчивости показано, что вследствие развития нелинейного осесимметричного краевого эффекта, среди указанных форм предкритического равновесия закрепленной оболочки нет и не может быть осесимметричных собственных форм. Поэтому начальное послекритическое равновесие такой оболочки не может быть осесимметричным, что подтверждено экспериментами и вычислениями.

3) Рассмотрены вычислительные особенности определения максвелловой силы и минимального энергетического барьера. Дано сравнение численных результатов авторов с экспериментальными результатами и теоретическими представлениями других исследователей.

#### Л и т е р а т у р а

1. Yamaki, N. Elastic stability of circular cylindrical shells // Applied Mathematics and Mechanics. – 1984. – Vol. 27. – Amsterdam, Netherlands. – 500 p.
2. Tennyson R.C. A Note on the Classical Buckling Load of Circular Cylindrical Shells Under Axial Compression // AIAA Journal, 1963, Vol. 1 (№9), pp. 2194–2196
3. Thielemann W.F. On the postbuckling behavior // NASA Techn. Note, 1962, №D-1510, pp. 203-216.
4. Koiter W.T. On the Stability of Elastic Equilibrium // NASA Technical Translation F-10, 833, Clearinghouse, US Dept. of Commerce/Nat. Bur. of Standards N67–25033, 1967.
5. Budiansky B. Dynamic buckling of elastic structures: criteria and estimates // Dynamic stability of structures, edited by G. Hermann, Pergamon, Oxford, 1967. – Pp. 83–106
6. Мануйлов Г.А., Бегичев М.М. О механизме потери устойчивости круговой продольно сжатой цилиндрической оболочки // Труды семинара «Современные проблемы механики, энергоэффективность сооружений и ресурсосберегающие технологии». – Москва: РУДН, 15 – 17 сентября 2015 г. – М.: Изд-во РУДН, 2015. – С. 82-92
7. Мануйлов Г.А., Косицын С.Б., Бегичев М.М. О критических и послекритических равновесиях в задачах устойчивости упругих систем // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2015. – №5. – С.47-54
8. Исправников Л.Р. Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрической оболочки при осевом сжатии, кручении и поперечном давлении // Труды Краснознаменной ордена Ленина Военно-воздушной инженерной академии им. профессора Н.Е. Жуковского; Выпуск 535. Под. Ред. А.С. Вольмира. – М.: Академия, 1955. – 38с.
9. Kanemitsu S, Nojima N. Axial compression test of thin circular cylinders. A. Length effect. B. Visual study of buckling // Master's thesis, California Institute of Technology. 1939.
10. Мануйлов Г.А., Косицын С.Б., Бегичев М.М. О явлении потери устойчивости продольно сжатой круговой цилиндрической оболочки. Часть 1: О послекритическом равновесии оболочки // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2016. – Vol. 12(3). – Pp. 58-72.
11. Мануйлов Г.А., Косицын С.Б., Бегичев М.М. Энергетическая оценка максимальной продольно сжимающей силы в задаче устойчивости круговой цилиндрической оболочки // Актуальные проблемы численного моделирования зданий, сооружений и комплексов. Том 2. К 25-летию НИЦ СтаДиО: Монография / Под общей редакцией А.М. Белостоцкого и П.А. Акимова. – М.: Изд-во АСВ, 2016. С.533-547.



12. *Potier-Ferry M.* Perturbed Bifurcation Theory // *Journal of Differential Equations.* – 1979. – 33. – Pp. 112-146.
13. *Мануйлов Г.А., Жуков К.А., Косицын С.Б.* Метод «неособенных продолжений» в задачах устойчивости нелинейно деформируемых упругих систем // *Строительная механика и расчет сооружений.* – 1989. – №5. – С. 68-72
14. *Karman T.V., Tsien H.S.* The buckling of thin cylindrical shells under axial compression // *J. Aero. Sci.* – 1941. – Vol. 8. – Pp. 303–312.
15. *Tsien H.S.* Theory for the buckling of thin shells // *J. Aero. Sci.*, 9, 1942. P 373-384.
16. *Friedrichs K.O.* On the minimum buckling load for spherical shells // *Theodore von Kármán Anniversary Volume, California Institute of Technology, 1941.* – Pp. 258–272.
17. *Tsien H.S.* Lower Buckling Load in the Nonlinear Buckling Theory for Thin Shells // *Quarterly of Applied Mathematics, Vol. 5 (2), July 1947,* pp. 236-237.
18. *Jones R.M.* Toward a New Snap-Through Buckling Criterion for Axially Compressed Circular Cylindrical Shells // *AIAA Journal.* – 1963. – Vol. 4, No. 9. – Pp.1526-1530.
19. *Esslinger M., Geier B.* Calculated postbuckling loads as lower limits for the buckling loads of thin-walled circular cylinders // *Buckling of structures - Proceedings of the Symposium, Cambridge, Mass, 1974,* pp. 274-290.
20. *Hunt G.W., Lord G.J., Champneys A.R.* Homoclinic and heteroclinic orbits underlying the post-buckling of axially-compressed cylindrical shells // *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 170. –1999. – Pp. 239–251.
21. *Hunt, G.W., LucenaNeto E.* Maxwell critical loads for axially loaded cylindrical shells // *ASME J. Appl. Mech.* – 1993. - 60(3). – Pp. 702-706.
22. *Hunt G.W.* Reflections and symmetries in space and time // *IMA Journal of Applied Mathematics.* – 2011. – 76. – Pp. 2–26.
23. *Hunt G.W. Lord G.J., Peltier M.A.* Cylindrical shell buckling: a characterization of localization and periodicity // *Discrete & Continuous Dynamical Systems, Series B, 3.* – 2003. – Pp. 505–518.
24. *Budd C.J., Hunt, G.W., Kuske R.* Asymptotic of cellular buckling close to the Maxwell load // *Proc. R. Soc. A, 457.* – 2001. – Pp. 2935–2964.
25. *Thompson J.M.T., Van der Heijden G.H.M.* Quantified “shock-sensitivity” above the Maxwell load // *Int. J. Bifurcation and Chaos.* – 2014. – 24 (3). – 14 p.
26. *Horak J., Lord G.J., Peletier M.A.* Cylinder buckling: the mountain pass as an organizing centre // *SIAM J. Appl. Math.* – 2006. – 66. – Pp. 1793–1824.
27. *Паламарчук В.Г.* Процесс выпучивания круговой цилиндрической оболочки при осевом сжатии // *Труды седьмой Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин.* – М.: Наука, 1970. – С. 460-464.

#### References

1. *Yamaki, N.* (1984). Elastic stability of circular cylindrical shells, *Applied Mathematics and Mechanics*, Elsevier, Amsterdam, Netherlands, Vol. 27, 500 p.
2. *Tennyson, R.C.* (1963). A Note on the Classical Buckling Load of Circular Cylindrical Shells Under Axial Compression, *AIAA Journal*, Vol. 1 (№9), 2194–2196
3. *Thielemann, W.F.* (1962). On the postbuckling behavior, *NASA Techn. Note*, №D-1510, pp. 203-216.
4. *Koiter, W.T.* (1967). On the Stability of Elastic Equilibrium, *NASA Technical Translation F-10*, 833, Clearinghouse, US Dept. of Commerce, Nat. Bur. of Standards, N67–25033.
5. *Budiansky, B.* (1967). Dynamic buckling of elastic structures: criteria and estimates, *Dynamic stability of structures*, edited by G. Hermann, Pergamon, Oxford, pp. 83–106.
6. *Мануйлов, Г.А., Бегичев, М.М.* (2015). О механизме потери устойчивости круговой продольно-сжатой цилиндрической оболочки, *Труды семинара «Современные проблемы механики, энергоэффективности сооружений и ресурсоберегающих технологий»*, Москва, RUDN, Sept. 15 – 17, 2015, М.: Изд-во RUDN, 2015, pp. 82-92
7. *Мануйлов, Г.А., Косицын, С.Б., Бегичев, М.М.* (2015). О критических и послекритических равновесиях в задачах устойчивости упругих систем, *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*, №5, pp. 47-54
8. *Исправников, Л.Р.* (1955). Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрической оболочки при осевом сжатии, кручении и поперечном давлении, *Труды Краснознаменной ордена Ленина*

Voenno-vozdushnoj inzhenernoj akademii im. Prof. N.E. Zhukovskogo; Vyp. 535, pod. red. A.S. Vol'mira, M.: Akademiya, 38 p.

9. Kanemitsu, S., Nojima, N. (1939). Axial compression test of thin circular cylinders. A. Length effect. B. Visual study of buckling, Master's thesis, California Institute of Technology, 60 p.

10. Manujlov, G.A., Kositsyn, S.B., Begichev, M.M. (2016). O javlenii poteri ustojchivosti prodol'no szhatoj krugovoj cilindricheskoj obolochki. Chast' 1: O poslekriticheskom ravnovesii obolochki, *International J. for Computational Civil and Structural Engineering*, Vol. 12(3), pp. 58-72.

11. Manujlov, G.A., Kositsyn, S.B., Begichev, M.M. (2016). Jenergeticheskaja ocenka maksimal'noj prodol'no szhimajushhej sily v zadache ustojchivosti krugovoj cilindricheskoj, *Aktual'nye problemy chislennogo modelirovaniya zdaniy, sooruzhenij i kompleksov*, Tom 2, K 25-letiju Nauchno-issledovatel'skogo centra StaDiO: Monografija, Pod obshej redakciej A.M. Belostockogo i P.A. Akimova, M.: Izd-vo ASV, pp.533-547.

12. Potier-Ferry, M. (1979). Perturbed Bifurcation Theory, *Journal of Differential Equations*, 33, p. 112-146.

13. Manujlov, G.A., Zhukov, K.A., Kositsyn, S.B. (1989). Metod «neosobennyh prodolzhenij» v zadachah ustojchivosti nelinejno deformiruemyh uprugih system, *Stroitel'naja mehanika i raschet sooruzhenij*, №5, pp. 68-72

14. Karman, T.V., Tsien, H.S. (1941). The buckling of thin cylindrical shells under axial compression, *J. Aero. Sci.*, Vol. 8, 303–312.

15. Tsien, H.S. (1942). Theory for the buckling of thin shells, *J. Aero. Sci.*, 9, pp. 373-384.

16. Friedrichs, K.O. (1941). On the minimum buckling load for spherical shells, *Theodore von Kármán Anniversary Volume*, California Institute of Technology, Pasadena, Calif., pp. 258–272.

17. Tsien, H.S. (1947). Lower Buckling Load in the Nonlinear Buckling Theory for Thin Shells, *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol. 5, No 2, July 1947, pp. 236-237.

18. Jones, R.M. (1963). Toward a New Snap-Through Buckling Criterion for Axially Compressed Circular Cylindrical Shells, *AIAA Journal*, Vol. 4, No. 9, pp. 1526-1530.

19. Esslinger, M., Geier, B. (1974). Calculated postbuckling loads as lower limits for the buckling loads of thin-walled circular cylinders, *Buckling of structures: Proceedings of the Symposium*, Cambridge, Mass, pp. 274-290.

20. Hunt, G.W., Lord, G.J., Champneys, A.R. (1999). Homoclinic and heteroclinic orbits underlying the post-buckling of axially-compressed cylindrical shells, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 170, pp. 239–251.

21. Hunt, G.W., LucenaNeto, E. (1993). Maxwell critical loads for axially loaded cylindrical shells, *ASME, J. Appl. Mech.*, 60(3), pp. 702-706.

22. Hunt, G.W. (2011). Reflections and symmetries in space and time, *IMA Journal of Applied Mathematics*, 76, pp. 2–26.

23. Hunt, G.W., Lord, G.J., Peltier, M.A. (2003). Cylindrical shell buckling: a characterization of localization and periodicity, *Discrete & Continuous Dynamical Systems*, Series B, 3, pp. 505–518.

24. Budd, C.J., Hunt, G.W., Kuske, R. (2001). Asymptotics of cellular buckling close to the Maxwell load, *Proc. R. Soc. A*, 457, pp. 2935–2964.

25. Thompson, J.M.T., Van der Heijden, G.H.M. (2014). Quantified “shock-sensitivity” above the Maxwell load, *Int. J. Bifurcation and Chaos*, 24 (3), 14 p.

26. Horak, J., Lord, G.J., Peletier, M.A. (2006). Cylinder buckling: the mountain pass as an organizing centre, *SIAM J. Appl. Math.*, 66, pp. 1793–1824.

27. Palamarchuk, V.G. (1970). Process vypuchivaniya krugovoj cilindricheskoj obolochki pri osevom szhatii, *Trudy Sed'moj Vsesojuznoj Konferencii po Teorii Obolochek i Plastin*, M.: Nauka, pp. 460-464.

## ON INITIAL POSTBUCKLING EQUILIBRIUM AND MINIMUM ENERGY BARRIER OF AXIALLY COMPRESSED CYLINDRICAL SHELL

Manuylov G.A., Begichev M.M.

Moskovskiy Gosudarstvennyj Universitet Putey Soobscheniy (MIIT), Moscow

The features of formation of the initial postbuckling equilibrium of axially compressed elastic circular cylindrical shell are studied in geometrically nonlinear formulation. The character of energy barrier change with the variation of axial load is computed.

KEYWORDS: stability, shell, bifurcation, energy barrier, Maxwell load.



**Экспериментальные исследования**

УДК 504.4.062.2:556

**ЛАБОРАТОРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ В НИЖНЕМ БЬЕФЕ НА ПРИМЕРЕ РЫБИНСКОГО ГИДРОУЗЛА**

И.И. ГРИЦУК<sup>1,2</sup>, к.т.н., Д.Н. ИОНОВ<sup>1</sup>, магистр,  
В.К. ДЕБОЛЬСКИЙ<sup>1</sup>, д-р техн. наук, О.Я. МАСЛИКОВА<sup>1</sup>, к.т.н.,

<sup>1</sup>Институт водных проблем Российской академии наук,  
ул. Губкина, 3, Москва, Россия, 119333;

<sup>2</sup>Российский университет дружбы народов  
ул. Орджоникидзе, 3, Москва, Россия, 115419

*В настоящее время на реках России созданы гидроузлы, обеспечивающие решение большого количества задач, которые объединяют в себе вопросы жизнеобеспечения населения и работы промышленности крупных областей нашей страны. Данные сооружения значительно меняют естественный режим рек и окружающие их прибрежные территории. Одна из основных проблем, возникающая при строительстве и эксплуатации гидроузлов – негативные русловые процессы в нижних бьефах, такие как размывы русел и разрушение берегов. На сегодняшний день данная задача является актуальной, а в некоторых районах даже острой.*

*Однако некоторые вопросы размыва берегов и переформирования русел рек в нижних бьефах гидроузлов и их влияние на окружающую среду пока недостаточно изучены. При активизации боковой эрозии развиваются процессы общего размыва с неоднородным составом донных отложений. На урбанизированных территориях возникает угроза загрязнения речных вод и береговых территорий, повреждения трубопроводов, обрушения дамб, подтопления и затопления больших площадей. Изучение и оценка масштабов динамики русловых процессов, позволяет разрабатывать рекомендации, методики их прогнозирования, и регулирования сброса, с целью предотвращения негативных последствий. Необходимо решать задачи, которые имеют большое значение, как для охраны рек и прибрежной территорий, так и для нормального функционирования промышленности и сохранения безопасности жизнедеятельности населения на таких территориях.*

*Выполнено исследование деформаций берегов в нижнем бьефе гидроузла (на примере Рыбинского), на лабораторной модели, при различных объемах попусков. Моделирование показало, что деформации напрямую зависят от расходов. Однако, если постоянно будет присутствовать транзитный расход, и к нему будут постепенно добавляться расходы других источников, то деформации будут значительно меньше, чем при резких сбросах воды без транзита.*

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** русловые деформации, нижний бьеф, деформации берегов, экспериментальные исследования, лабораторная модель.

Разнообразие берегоформирующих и русловых процессов в нижних бьефах гидроузлов определяет сложность их оценки, расчета и прогнозирования. В большинстве случаев при расчете береговых переформирований учитываются только основные факторы, которые оказывают наибольшее влияние на данный процесс. К ним, как правило, относятся ветро-волновое воздействие, гидродинамические характеристики потока, в некоторых случаях воздействие судовых волн, а также геолого-геоморфологические характеристики русла, транспорт и аккумуляция наносов.

Компоненты скорости течения и их пульсации – это основные учитываемые гидродинамические характеристики потока. Каждый конкретный гидроузел в нижнем бьефе имеет свои геолого-геоморфологические и гидрологические условия особенности, а это затрудняет создание и применение единых методик расчета и прогноза переформирований берегов даже в региональном

масштабе. В процессе размыва берегов, ведущими факторами, в конкретном случае, могут оказаться те, которые не учитываются в полной мере или вообще не принимаются в расчет.

Во многих случаях применение имеющихся рекомендаций для оценки влияния различных факторов и прогнозирования береговых переформирований в нижних бьефах гидроузлов не дают значимых положительных результатов.

Возьмем, например нижний бьеф Рыбинского гидроузла, где процессы берегоразрушения приобрели катастрофический характер. Под угрозой разрушения оказались жилые и промышленные объекты, городские коммуникации, газопроводы, линии электропередач, это приводит к усугублению и без того неудовлетворительной общей экологической обстановки в регионе, а всё это из-за оползневых явлений на берегах.

При использовании в данном случае традиционных методик и рекомендаций по расчету берегопереформирований показало, что размыв дна и берегов здесь возможны только при попусках в нижний бьеф Рыбинского гидроузла более  $3000 \text{ м}^3/\text{с}$ . В нижнем бьефе Рыбинского гидроузла протяженность зоны размыва по левому берегу составляет 5 км, по правому - 7 км, при длине береговой линии равной 20 км в пределах города. При расходах воды менее  $1000 \text{ м}^3/\text{с}$ , здесь образуются интенсивные береговые и русловые переформирования. В этом случае можно предположить, что в размыве берегов в районе Рыбинска из-за особенностей компоновки гидроузла и режима его работы, происходят недостаточно исследованные процессы, такие как, уровенные колебания, которые возникают в нижнем бьефе во время прохождения волн попусков при суточном и недельном регулировании работы ГЭС.

Наша задача определить наличие таких волновых колебаний в нижнем бьефе Рыбинского гидроузла, исследовать их гидродинамические характеристики, оценить их роль в процессе размыва берегов и дать рекомендации по защите берегов в районе Рыбинска, на реке Шексне.

Работы, которые посвящены проблеме переформирования берегов рек, в последнее время основываются на математических моделях прогнозирования деформаций берегов. Только в некоторых частных случаях, как показывает практика, применение полученных результатов математического прогноза, дает положительный результат. В связи с этим увеличивается необходимость проведения лабораторного эксперимента, который позволит определить физические явления, происходящие при деформации склонов берегов и динамики русловых потоков.

**Цель работы** заключается в исследовании процессов береговых деформаций в нижнем бьефе гидроузлов.

**Основные задачи** исследования:

- определение динамики переформирования русла в нижнем бьефе Рыбинского гидроузла;
- выявление влияния объемов попусков в нижних бьефах ГЭС на размыв берегов.

**Описание экспериментальной установки**

К.И. Россинский отмечал [4], что для решения новых задач исследований русловых процессов и береговых деформаций, огромное значение имеют лабораторные исследования на размываемых моделях. На таких моделях методы и приемы исследований зависят от характера поставленной задачи.

Достоверность результатов экспериментов береговых деформаций зависит, в первую очередь, от правильности выбора методов экспериментирования, от соответствия явлений, воспроизводимых на натурной модели. Методы экспериментирования оказывают большое влияние на результаты исследования взаимодействия потока с подвижным дном на размываемых моделях.

Для того, чтобы провести исследования, было необходимо создать условия, близкие к существующим на реке Шексне, в относительно коротком лотке.

Для исследования береговых деформаций используются экспериментальные установки, которые подразделяются на замкнутые (циркуляционные) и незамкнутые. Стационарность потока проще и надежнее обеспечивают экспериментальные установки замкнутого типа.

Во время моделирования в лабораторных условиях любого геофизического явления, необходимо воспроизводить его основные детали учитывая как можно более точно заданные параметры, которые определяют изучаемый процесс. В возможности фиксации тех параметров, которые экспериментатор считает основными и заключается преимущество лабораторного эксперимента.

В лаборатории «Гидрологической и технической безопасности гидротехнических сооружений» кафедры «Гидравлики и гидротехнических сооружений» инженерного факультета Российского Университета Дружбы Народов проводились экспериментальные исследования, по изучению деформаций берегов установке циркуляционного действия марки Armfield модели S2 (рис. 1).



Рис. 1. Экспериментальная установка Armfield S2

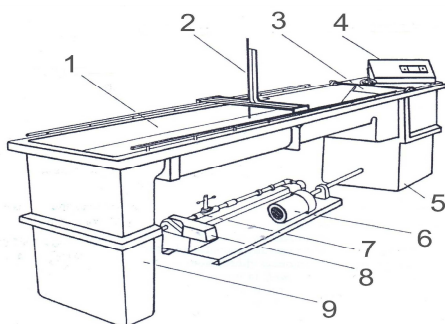


Рис. 2. Схема установки:

- 1 – рабочий лоток; 2 – шпитценмасштаб;
- 3 – водослив; 4 – блок управления; 5 – накопительный бак;
- 6 – циркуляционный насос;
- 7 – расходомер; 8 – задвижка;
- 9 – бак успокоитель.

На изометрической схеме установки (рис. 2) можно увидеть, что она автоматизирована и нуждается только в электропитании. Данная установка состоит из стекловолоконных емкостей, клапанов, трубопроводов, насоса и блока управления. Элементы данной установки, являющиеся основными, устойчивы к коррозии. Под рабочей секцией лотка на фундаментной плите установлены: насос, расходомер и клапан с электрическим приводом. Из бака под контрольной консолью вода подается в успокоительный бак, который расположен в начале лотка. После чего жидкость проходит через перегородки перфорированного типа, и поток равномерно распределяется до того, как он попадает в рабочий лоток. В рабочей части лотка глубина потока контролируется регулировкой шандоры в конце рабочего участка.

С помощью расходомера измеряется объемный расход воды рабочей части, а также он выводится на дисплей пульта управления. С помощью регулирующей задвижки (8) можно менять производительность насоса. Он имеет устойчивую падающую характеристику, которая обеспечивает постоянство расхода при необходимой степени открытия регулировочной задвижки.

**Моделирование**

Был выбран линейный масштаб  $M = 1:200$ , который соответствует размерам лотка, на котором проводился эксперимент.

Масштаб расходов:  $M_r = \left( \frac{400 \text{ м}^3}{0,4 \cdot 10^{-3} \text{ м} / \text{сек}} \right) = 1 \cdot 10^{-6}$ ,

$U_{\text{придон}} = 10 \text{ см/сек}$ ,  $W_{\text{з.кр.}} = 5 \text{ см/сек}$ ,  $V_{\text{отн}} = \left( \frac{U_{\text{придон}}}{W_{\text{з.кр.}}} \right) = \frac{10 \text{ см} / \text{сек}}{5 \text{ см} / \text{сек}} = 2$ ,

$\left( \frac{Q}{S} \right) = \left( \frac{400 \text{ см}^3}{25 \cdot 3 \text{ сек}} \right) = 5 \text{ см}^3 / \text{сек}$  при максимальном расходе  $Q = 400 \text{ см}^3$ .

Относительные деформации на модели у нас изменялись от 1 до 5.

Моделирование проводилось по Фруду:

$Fr = \frac{u^2}{gh}$ ;  $\left( \frac{u_*^2}{gd} \right)$ ;  $Re = \frac{uh}{\nu}$ ;  $\left( \frac{u_* d}{\nu} \right)$ ;  $\left( \frac{wd}{\nu} \right)$ ;  $\frac{d_m}{d_n} = \sqrt[3]{\frac{\rho_n}{\rho_m}}$ ;

$M_l = \frac{l_m}{l_n}$ ;  $M_u = \frac{u_m}{u_n}$ ;  $M_d = \frac{d_m}{d_n}$ ;  $M_l : M_h$ ;  $M_L$ ;

$M_{Fr} = 1 \Rightarrow M_u = M_h^{1/2}$ ;  $W \Rightarrow M_d = \frac{M_w^2}{M_\rho}$ ;

$M_{u/w} = 1 \Rightarrow M_w = M_u \Rightarrow M_d = M_u^2 \Rightarrow M_h = M_d$ ;

$M_h = 1/100$ ;  $M_u = 1/10$ ;  $M_d = 1/100$ ;  $M_d = 1/10$ ;  $M_u = 1/3$ .

Фактические объемы определенных расходов соответствуют определенным размерам средней скорости на реке Шексне в точке рассматриваемого размыва, они указаны в таблице 1, которые определили реальное число Фруда по формуле:  $Fr = u^2 / (gh)$ .

Таблица 1. Фактические данные

Расходы м <sup>3</sup> /сек	Средняя скорость м/сек	Число Фруда
500	0,138888889	0,000322
1000	0,277777778	0,001286
1500	0,416666667	0,002894
2000	0,555555556	0,005144
2500	0,694444444	0,008038
3000	0,833333333	0,011574
3500	0,972222222	0,015754

По результатам экспериментов было выявлено, что при расходах, пропускаемых через отверстие модели, средняя скорость отличается и представлена в таблице 2, а так же было рассчитано число Фруда.

Из приведенных выше таблиц 1, 2, можно сделать следующий вывод, что экспериментальные данные числа Фруда приблизительно равны натурным показателям и отличаются в сотых долях.

Таблица 2. Экспериментальные данные

Расходы см <sup>3</sup> /сек	Скорость см/сек	Число Фруда
107,5	0,86	0,0000148
215	1,72	0,0000592
430	3,44	0,000237
537,5	4,3	0,000370
860	6,88	0,000947
1075	8,6	0,001479
2150	17,2	0,005917

### Описание экспериментов

Чтобы провести необходимые измерения, необходимо перед началом экспериментов выбрать рабочий участок в лотке. Для того чтобы выбрать рабочий участок лотка и оценить его степень приближения к потоку бесконечной протяженности, необходимо было произвести серию измерений вертикальных эпюр скорости при жестком дне чистого водного потока по длине лотка.



Рис. 3. Фото нижнего бьефа Рыбинского гидроузла со спутника и модель в масштабе 1:200

Как показали измерения, после успокоительно-струевыпрямляющей касеты следует участок, в котором движение неравномерное, именно здесь, как правило, происходит перераспределение скорости, и оно заканчивается на расстоянии 2,0 м от входа в лоток. Равномерное движение устанавливается на расстоянии 2,0 – 3,5 м. Такой вывод был сделан путем сравнения скоростных эпюр. На режим движения так же влияет всасывающий трубопровод.

В рабочую часть лотка была установлена модель русла реки нижнего бьефа Рыбинского гидроузла с линейным масштабом 1:200 (рис. 3). Данная установка была подготовлена к эксперименту следующим образом. Изначально был со-



здан макет русла реки Шексны в масштабе 1:200 в программе Auto CAD, в данной программе он был оцифрован, очерчен, распечатан и вырезан шаблон. По данному шаблону нижнего бьефа Шексинского гидроузла было создано русло на предварительно выровненном основании из смоченного песка, на данное основание был установлен шаблон нижнего бьефа реки Шексны, далее данный шаблон был обсыпан песком для создания формы русла реки. Бетонные элементы моделируемого комплекса сооружений закреплялись на модели цементом. Если посмотреть на рисунок 4, можно увидеть, что правый берег, на котором расположено ОРУ не размываемый, укрепленный, а берег противоположный не укреплен и постоянно находится в процессе размыва.



Рис. 4. Фото ГЭС

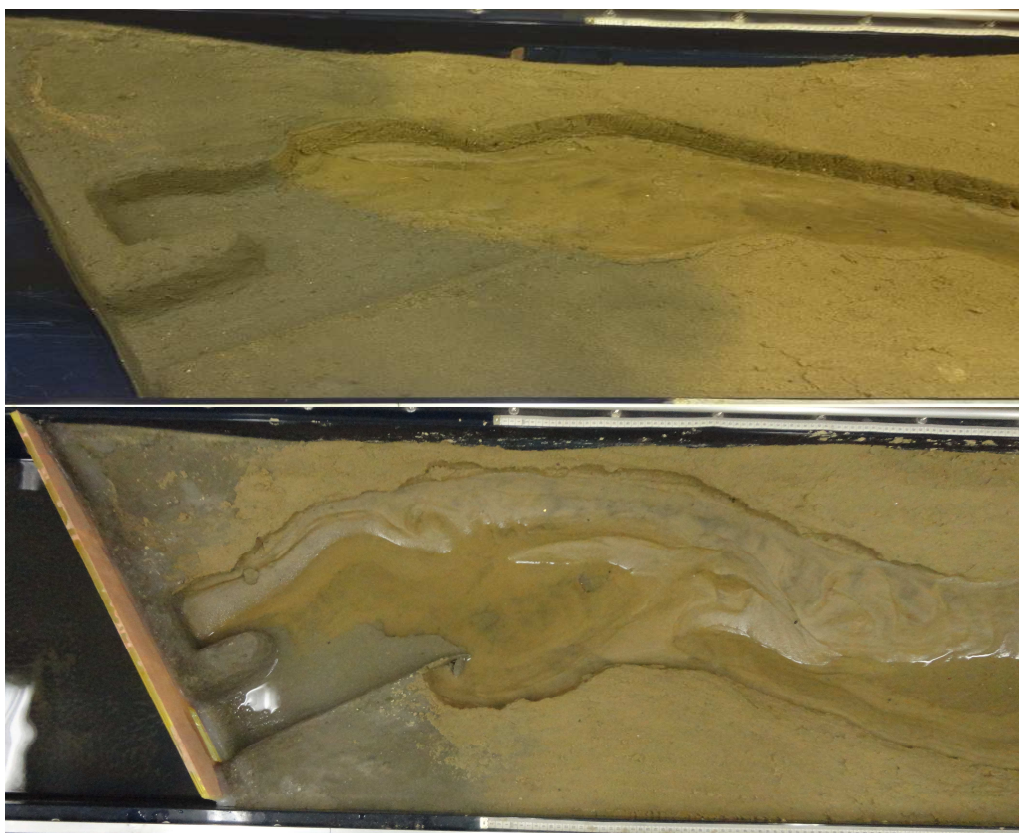


Рис. 5. Фото модели до и спустя 20 минут после начала эксперимента



Далее, непосредственно после формирования русла реки в лотке, установка заполнялась водой, подавался определенный расход и велись наблюдения. После проведения первого эксперимента, который длился 20 минут, лоток оставался, и делались измерения, фото- и видеосъемка (рис. 5).

Всего было сделано три серии экспериментов по три опыта.

Таблица 3. Первая серия экспериментов

№	$\Delta B$ , см	$B_0$ , см	$\Delta B/B_0$	$Q_d$ , мл/с	$Q_0$ , мл/с	$Q_d/Q_0$
1	35	25	1,40	268,75	268,75	1
2	39	25	1,56	537,50	268,75	2
3	42	25	1,68	806,25	268,75	3
4	45	25	1,80	1075,00	268,75	4
5	46	25	1,84	1612,50	268,75	6
6	49	25	1,96	2150,00	268,75	8

Таблица 4. Вторая серия экспериментов

№	$\Delta B$ , см	$B_0$ , см	$\Delta B/B_0$	$Q_d$ , мл/с	$Q_0$ , мл/с	$Q_d/Q_0$
1	29	25	1,16	107,50	107,5	1
2	32	25	1,28	215,00	107,5	2
3	34	25	1,36	322,50	107,5	3
4	36	25	1,44	430,00	107,5	4
5	37	25	1,48	645,00	107,5	6
6	39	25	1,56	860,00	107,5	8

Таблица 5. Третья серия экспериментов

№	$\Delta B$ , см	$B_0$ , см	$\Delta B/B_0$	$Q_d$ , мл/с	$Q_0$ , мл/с	$Q_d/Q_0$
1	25	25	1,00	53,75	53,75	1
2	27	25	1,08	107,50	53,75	2
3	29	25	1,16	161,25	53,75	3
4	31	25	1,24	215,00	53,75	4
5	33	25	1,32	322,50	53,75	6
6	35	25	1,40	430,00	53,75	8

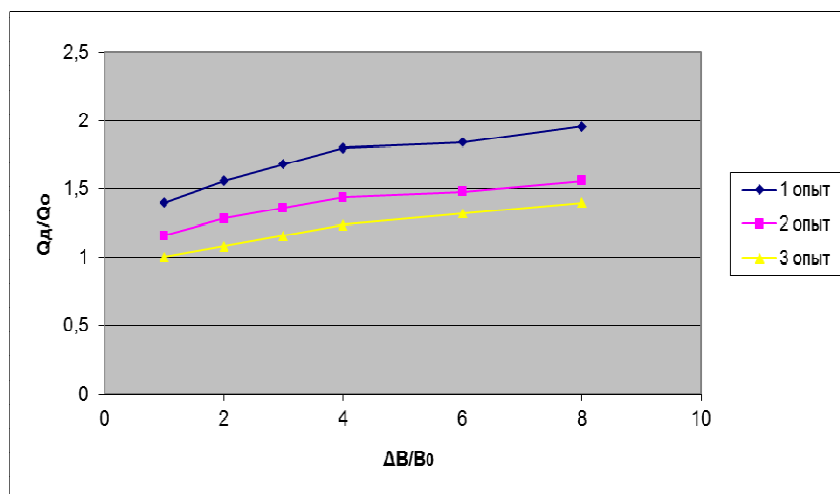


Рис. 6. График зависимости расходов и деформаций

Из представленного графика видно, что деформации пропорциональны увеличению расходов.

### Заключение

1. Проблема береговых деформаций в нижних бьефах гидроузлов актуальна и распространена по всей территории России. Существует множество меро-

приятий по укреплению берегов, однако, ни один из них не дает должной обеспеченности без корректировки результатов расчета по средствам гидравлического моделирования.

2. Серии экспериментов показали, что моделирование береговых деформаций возникающих в результате попусков ГЭС, достаточно с большой долей достоверности описывают естественные процессы переформирования в нижних бьефах гидроузлов.

3. Полученные зависимости показывают, что объемы деформаций можно снижать (контролировать) путем корректировки графика суточного регулирования ГЭС.

*Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ №15-05-00342 и №16-08-00595*

#### Л и т е р а т у р а

[1] *Знаменская Н.С.* Гидравлическое моделирование русловых процессов СПб., 1992, 240 с.

[2] *Камалова Е.В.* Географические закономерности процессов разрушения берегов на малых и средних реках бассейнов Волги и Верхнего Дона. Автореф. канд. дисс. геогр. наук. М., МГУ, 1988.

[3] *Кондратьев Н.Е., Попов И.В., Смищенко Б.Ф., Мельниченко И.Г.* Ландшафтно-индикационный анализ гидроморфных природно-антропогенных комплексов зоны воздействия Рыбинского водохранилища. Дисс. канд. геогр. наук, Л., 1990.

[4] *Россинский К.И.* Речные наносы. Динамика и термика речных потоков М.: Наука. – 1972.

[5] *Россинский К.И., Кузьмин И.А.* Закономерности формирования речных русел. Русловые процессы: сб. статей М., Изд-во АН СССР, 1958, с. 5-14.

[6] *Чалов Р.С., Алабян А.М., Иванов В.В. и др.* Морфодинамика русел равнинных рек М., «ГЕОС», 1998, 288 с.

#### References

[1] *Znamenskaya, N.S.* (1992). Hydraulic modeling of channel processes, SPb., 240 p.

[2] *Kamalova, E.V.* (1988). Geographical regularities of destruction on the coast of small and medium rivers basins of the Volga and Upper Don, *Avtoref. cand. diss.*, Moscow: MGU.

[3] *Kondratiev, N.E., Popov, I.V., Snischenko, B.F., Melnichenko, I.G.* (1990). Landscape-indicator analysis hydromorphous natural and anthropogenic complexes of footprint of Rybinsk Reservoir, *Diss. cand. geogr. nauk*, L.

[4] *Rossinsky, K.I.* (1972). *River Sediments. Thermal Dynamics and River Flows*, M.: Nauka,

[5] *Rossinsky, K.I., Kuzmin, I.A.* (1958). Laws of Formation of River Channels. Channel Processes: Proc., Moscow, Publishing House of the USSR Academy of Sciences, p. 5-14.

[6] *Chalov, R.S., Alabyan, A.M., Ivanov, V.V. et al.* (1998). *Morphodynamics of Channels of Lowland Rivers*, Moscow, "GEOS", 288 p.

#### **LABORATORY RESEARCH OF DEFORMATIONS IN THE LOWER BYEF ON THE EXAMPLE OF THE RYBINSK WATER-ENGINEERING SYSTEM**

I.I. Gritsuk<sup>1,2</sup>, D.N. Ionov<sup>1</sup>, V.K. Debolsky<sup>1</sup>, O.Ya. Maslikova<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Water Problems Institute, Russian Academy of Science  
Gubkina str., 3, Moscow, Russia, 119333;*

<sup>2</sup>*Peoples` Friendship University of Russia, Ordzhonikidze str., 3, Moscow, Russia, 115419*

Currently, the Russian rivers created by hydro, ensuring the solution of a large number of tasks that combine issues of livelihood and work of major industrial regions of the country. These facilities have significantly changed the natural regime of rivers and surrounding coastal areas. One of the main problems encountered during the construction and operation of hydro - negative channel processes downstream such as washouts and riverbeds destruction shores. Today this task is urgent, and even acute in some areas.

However, some issues of erosion of banks and the reorganization of riverbeds downstream waterworks and their impact on the environment is not well understood. When activated, the lateral erosion develops general erosion processes with heterogeneous composition of sediments. In urban areas there is a risk of contamination of river water and coastal areas, damage to pipelines, dams collapse, flooding and inundation of large areas. The study and assessment of the extent of the dynamics of channel processes, allows us to develop recommendations, methods of forecasting and regulatory relief in order to prevent the negative consequences. It is necessary to solve problems that are important for the protection of rivers and coastal areas, and for the proper functioning of the industry and maintain the security of life of the population in such areas.

The research of deformation shores downstream waterworks (for example, Rybinsk), a laboratory model at different levels of releases. The simulation showed that the strain is directly dependent on expenditures. However, if there is a permanent presence of transit charges, and it will be gradually added to the cost of other sources, the strain will be considerably less than the sudden release of water without transit.

**Keywords:** river bed deformation, downstream, the coast of deformation, experimental study, laboratory model.



## Расчет машиностроительных конструкций

### **ВЫЧИСЛЕНИЕ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ТРАВЛЕНИИ КОНСОЛЬНО ЗАКРЕПЛЕННОГО ОБРАЗЦА**

Ю.В. БЕЛОУСОВ, канд. техн. наук, доцент

Московский государственный технический университет

им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

*В статье рассмотрен экспериментально-теоретический метод определения технологических остаточных напряжений с применением послойного травления консольно закрепленного образца. Скорректирована методика расчета остаточных напряжений в поверхностных слоях материала.*

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** остаточные напряжения, прогиб, послойное травление, консольно закрепленный образец.

Остаточные напряжения в поверхностных слоях деталей создаются в результате обработки. Значительные остаточные напряжения возникают после механической обработки: точения, фрезерования. Их появление связано с силовым и тепловым воздействием инструмента, что приводит к большим силовым и температурным градиентам в зоне обработки. Так, при точении растягивающие остаточные напряжения могут составлять 300...600 МПа при глубине залегания 0,1...0,2 мм, а максимальные температуры в зоне резания – 500...800°C. [1, 6]. Остаточные напряжения в поверхностных слоях деталей возникают после термической и химико-термической обработки.

При поверхностной закалке токами высокой частоты, цементации, азотировании и цианировании деталей зубчатых передач в их поверхностных слоях создаются сжимающие остаточные напряжения. Если при шлифовании поверхности зубьев после химико-термической обработки не возникают остаточные

напряжения (обычно растягивающие), то сопротивление усталости передач возрастает [2].

Остаточные напряжения возникают также в стенках отливок, в элементах сварных соединений [3], при обработке заготовок давлением и т.д.

Величина остаточных напряжений является важным параметром, определяющим качество изделий, влияет на работоспособность и долговечность деталей, что особенно важно при работе в условиях знакопеременных и динамических нагрузок. Поэтому большое значение имеет точность определения остаточных напряжений.

Определению остаточных напряжений посвящено большое число работ. Их анализ показывает, что наряду с неразрушающими методами диагностики, например рентгеновским, широкое применение имеют механические методы, основанные на последовательном стравливании поверхностных слоев с образцов, вырезаемых из детали электроискровым или другим методом.

При послойном снятии тонких слоев материала измеряют прогиб и остаточную толщину образца. Образцы выполняются в виде призматических стержней. Их закрепляют шарнирно по концам или консольно. При этом по ряду причин консольное закрепление образцов оказывается более удобным.

Процесс стравливания материала с рабочей поверхности образца осуществляется с помощью специального устройства, которое может работать как в ручном, так и в автоматическом режиме [5].

При определении остаточных напряжений в консольно закрепленном образце получают три последовательных ряда экспериментальных данных: толщина образца  $h_1, h_2, \dots, h_i, \dots, h_n$ ; толщина снятых слоев  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_i, \dots, \delta_n$ ; приращения прогибов образца  $f_1, f_2, \dots, f_i, \dots, f_n$ .

На заключительном этапе вычисляют остаточные напряжения в каждом элементарном слое, начиная с поверхностного и далее вглубь материала.

При расчете остаточных напряжений используют формулу [5]

$$\sigma_{i_{ост}} = \frac{E}{3l^2} \left[ \frac{h_i^2 f_i}{\delta_i} - \sum_1^i (h_{i-1} f_{i-1}) - 3h_{i-1} \sum_1^i f_{i-1} \right], \quad (1)$$

согласно которой для определения остаточных напряжений в  $i$ -м слое необходимо учитывать напряжения изгиба и растяжения, вызванные снятием всех предыдущих слоев, что весьма неудобно и сильно усложняет расчеты, особенно при ручном режиме работы.

В работе [4] для расчета остаточных напряжений в консольно закрепленном образце получена следующая формула:

$$\sigma_{i_{ост}} = \left[ \arccos \left( \frac{h_i}{h_i - 2f_i} \right) \right]^2 \frac{E h_i^3}{12 \delta_i l^2} - \frac{3 \sigma_{(i-1)_{ост}} \delta_{i-1} (h_{i-1} - f_{i-1})}{h_{i-1}^2}. \quad (2)$$

Там же показано, что расчет напряжений формуле (2) точнее, чем по предыдущей. Он в большей степени соответствует расчету по классической методике (для образца с двумя шарнирно опертыми краями). Кроме того при определении остаточных напряжений в  $i$ -м слое по формуле (2) учитываются только напряжения при снятии предыдущего и данного слоев.

Следует отметить, что второе слагаемое в формуле (2) сильно зависит от толщины снимаемого слоя. При ее уменьшении доля второго слагаемого также уменьшается.

При толщине снимаемого слоя до двадцати микрометров его доля не превышает двух процентов. Поскольку остаточные напряжения значительно изменяются в пределах поверхностных слоев, то для увеличения точности измерений требуется удаление очень тонких слоев. В таком случае остаточные напряжения в удаляемом слое материала можно вычислить непосредственно через параметры только этого слоя, отказавшись от второго слагаемого в формуле (2). Тогда формула для расчета остаточных напряжений примет вид

$$\sigma_{i_{\text{ост}}} = \left[ \arccos \left( \frac{h_i}{h_i - 2f_i} \right) \right]^2 \frac{E h_i^3}{12 \delta_i l^2}. \quad (3)$$

Это позволит при обработке экспериментальных данных существенно упростить расчеты поверхностных остаточных напряжений.

#### Л и т е р а т у р а

1. Белоусов Ю.В. Моделирование силового взаимодействия инструмента при механической обработке резанием// *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. – 2016, № 4. – С. 62-66.
2. Белоусов Ю.В. Расчет допускаемых напряжений для оценки контактной прочности цилиндрических передач при пиковой нагрузке// *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. – 2015, № 6. – С. 29-32.
3. Белоусов Ю.В. Анализ напряженного состояния кругового прерывистого сварного шва тавровых соединений// *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. – 2015, № 3. – С. 54-58.
4. Белоусов Ю.В. Определение остаточных напряжений при травлении консольно закрепленного образца// *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. – 2016, № 1. – С. 55-60.
5. Олейник Б.Д., Карманов В.В., Винокуров Н.В.. Определение остаточных напряжений с применением устройства с улучшенной метрологической схемой// *Деформация и разрушение материалов*. – 2016. – № 8. – С. 44-48.
6. Deithard T. Einteilige wealzfraezer vertreiben kosten aus der Scrienfertigung// *WB Werkstatt und Betrieb*. – 2015, № 3. – P. 30-32.

#### R e f e r e n c e s

1. Belousov, Yu.V. (2016). Modelirovanie silovogo vzaimodejstviya instrumenta pri mehanicheskoj obrabotke rezaniem, *Stroitelnaya Mehanika Inzheneryh Konstruktsij i Sooruzhenij*, №4, pp. 62-66.
2. Belousov, Yu.V. (2015). Raschet dopuskaemyh napryazhenij dlya otsenki kontaktnoj prochnosti tsilindricheskih peredach pri pikovoj nagruzke, *Stroitelnaya Mehanika Inzheneryh Konstruktsij i Sooruzhenij*, №6, pp. 29-32.
3. Belousov, Yu.V. (2015). Analiz napryazhennogo sostoyaniya krugovogo preryvistogo svarnogo shva tavrovyh soedinenij, *Stroitelnaya Mehanika Inzheneryh Konstruktsij i Sooruzhenij*, №3, pp. 54-58.
4. Belousov, Yu.V. (2016). Opredelenie ostatochnyh napryazhenij pri travlenii konsolno zakreplennogo obraztsa, *Stroitelnaya Mehanika Inzheneryh Konstruktsij i Sooruzhenij*, №1, pp. 55-60.
5. Olejnik, B.D., Karmanov, V.V., Vinokurov, N. V. (2016). Opredelenie ostatochnyh napryazhenij s primeneniem ustrojstva s uluchshennoj metrologicheskoj shemoj, *Deformatsiya i Razrushenie Materialov*, № 8, pp. 44-48.
6. Deithard, T. (2015). Einteilige wealzfraezer vertreiben kosten aus der Scrienfertigung, *WB Werkstatt und Betrieb*, № 3, pp. 30-32.

### CALCULATION OF RESIDUAL STRESSES BY ETCHING CANTILEVERED SAMPLE

Yu.V. Belousov

*Moscow State Technical University named after N. Bauman*

The author describes experimental-and-theoretical method of determination of technological residual stresses with application of layer-by-layer etching of the cantilever-fixed sample. The method of calculation of the residual stresses in the surface lays of the material is corrected.

KEY WORDS: residual stresses, deflection, layer-by-layer etching, the console-fixed sample.

## Премия имени Гришманова А.И.

в области науки, техники и организации производства промышленности  
строительных материалов, конструкций и строительной индустрии



Учредитель премии  
Российская инженерная академия

### **Уважаемые дамы и господа!**

Российская инженерная академия доводит до вашего сведения, что начался прием документов на конкурс на присуждение премии им. Гришманова И.А. в области науки, техники и организации производства промышленности строительных материалов, конструкций и строительной индустрии.

Премия присуждается работникам предприятий, объединений, организаций и учреждений промышленности строительных материалов и конструкций, строительной индустрии, проектных, научных и учебных заведений, имеющим стаж работы в отрасли не менее 10 лет, а также другим лицам, внесшим значительный вклад в развитие отрасли:

- за многолетний труд и заслуги в области промышленности строительных материалов, конструкций и строительной индустрии;
- за разработку и внедрение техники и технологий в области современных строительных материалов и конструкций, использования передовых форм, методов организации промышленного производства, дающих значительный экономический эффект;
- за заслуги в области подготовки инженерно-технических кадров и квалифицированных рабочих для промышленности строительных материалов и строительной индустрии.

С положением о проведении Всероссийского профессионального конкурса по присуждению премии имени Гришманова И.А. можно ознакомиться на сайте: <http://grishmanov.ru>

С уважением, куратор проекта Ложкин Виталий Петрович

тел. 8-911-47-40-361