

Сведения о журнале

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал «*Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*» знакомит читателей с достижениями отечественных и зарубежных ученых в области геометрии пространственных конструкций, сопротивления материалов, строительной механики, теории упругости и расчета строительных и машиностроительных конструкций, освещает вопросы научно-технического прогресса в строительстве и машиностроении, публикует аналитические обзоры по теме журнала.

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране наследия. Свидетельство о регистрации средства массовой информации ПИ №ФС77-19706 от 13 апреля 2005 г. Подписной индекс по каталогу агентства «Роспечать» – 20479 (полгода) и 80344 (год).

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, сформированный Минобрнауки России, для публикаций основных научных результатов диссертаций на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук. Перечень вступил в силу 1 декабря 2015 г.

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ:

АНДРЕЕВ В.И., акад. РААСН, д.т.н., профессор (МГСУ, Москва),
БАЖЕНОВ В.А., акад. Национальной Академии педагогических наук Украины, д.т.н., профессор (КНУСА, Киев, Украина),
БОНДАРЕНКО В.М., акад. РААСН, д.т.н., профессор (НИИСФ РААСН, Москва),
ВАНИН В.В., д.т.н., профессор (Киевский политехнический университет, Украина),
ИВАНОВ С.П., д.т.н., профессор (ПГТУ – ВОЛГАТЕХ, Йошкар-Ола),
КАРПЕНКО Н.И., акад. РААСН, д.т.н., профессор (НИИСФ РААСН, Москва),
КОЛЧУНОВ В.И., акад. РААСН, д.т.н., профессор (ЮЗГУ, Курск),
KRASIC SONJA, PhD (University of Nis, Nis, Serbia),
КРИВОШАПКО С.Н., д.т.н., профессор (РУДН, Москва),
ЛЯХОВИЧ Л.С., акад. РААСН, д.т.н., профессор (ТГАСА, Томск),
ГРУДЕВ И.Д., д.т.н., профессор, почетный член РААСН (ЦНИИПСК, Москва),
ПОТАПОВ В.Д., д.т.н., профессор (МГУПС РФ (МИИТ), Москва),
САНЖАРОВСКИЙ Р.С., д.т.н., проф. (Евразийский Нац. У-т им. Гумилева, Казахстан),
ТРАВУШ В.И., акад. РААСН, д.т.н., профессор (ЭНПИ, Москва),
ЯКУПОВ Н.М., чл-корр. РИА, д.т.н., профессор (ИММ КазНЦ РАН, Казань)

РЕДАКЦИЯ:

д.т.н., профессор С.Н. Кривошапка – *главный редактор*,
д.т.н., профессор В.Н. Иванов – *зам. главного редактора*,
д.т.н. С.Е. Лисичкин; д.т.н., профессор Е.М. Зверяев; д.т.н., профессор В.И. Обозов;
д.т.н., профессор В.П. Агапов; И.А. Мамиева – *исполнительный редактор*;
доцент В.А. Романова – *редактор русскоязычного Интернет-сайта журнала*,
Е.А. Гринько – *редактор англоязычного Интернет-сайта журнала*.

Русскоязычный интернет-сайт журнала: <http://stmj.rudn.ru>
Англоязычный интернет-сайт журнала <http://smjournal.narod.ru>

Технический секретарь *Е.М. Тупикова*
Компьютерная верстка *Т.И. Карелина*

Почтовый адрес журнала: 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6, РУДН,
каф. Прочности материалов и конструкций
Тел.: (495) 955-09-78; (495) 955-08-81; Факс: (495) 955-08-81; (495) 952-08-29
E.mail: sn_krivoshapko@mail.ru или i_mamieva@mail.ru
Тираж 340 экз.

Учредитель: Российский университет дружбы народов, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6, РУДН

Типография ИПК РУДН, 117923, ГСП-1, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3
© Журнал «Строительная механика инженерных конструкций и сооружений», 2016
© Е.А. Гринько, фото на 1-ой странице обложки (Москва, ул. Орджоникидзе, д. 1, стройплощадка на месте бывших «Донских бань», 2015)

Строительная механика инженерных конструкций и сооружений

Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал

117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д.6 тел.: (495) 955-09-78; FAX: (495)9520829

С о д е р ж а н и е

№ 4, 2016 год

Научно-аналитические обзоры

Якупов Н.М. Механика тонкостенных конструкций: история, диагностика.. 3

Расчет тонких оболочек

Матые Жиль-улбе, Фархан Исмаил Таха. Применение функционально-градиентных материалов в конструировании циклических оболочек..... 14

Расчет и проектирование строительных конструкций

Маркович А.С. К вопросу напряженного состояния соединений деревянных элементов на лобовых врубках..... 21

Василенко А.А. Колебания балок, лежащих на сплошном нелокально упругом основании..... 26

Бондаренко В.М. Прикладной способ оценки потерь энергии деформирования поврежденного коррозией железобетона при знакопеременном нагружении..... 33

Тхома Анамария. Анализ обзорных работ по теории тонких оболочек и их применению..... 39

Расчет конструкций из разномодульных материалов

Мищенко А.В. Напряженное состояние структурно-неоднородных стержней из разномодульных материалов при термо-силовом воздействии.. 43

Расчеты на устойчивость

Иноземцев В.К., Жесткова С.А. Бифуркационные задачи устойчивости высотного объекта..... 53

Численные методы расчета конструкций

Мусаев В.К., Дикова Е.В., Кормилицин А.И., Самойлов С.Н., Стародубцев В.В. Достоверность результатов численного метода в перемещениях при отражении упругих волн напряжений в виде треугольного импульса от свободной поверхности пластинки..... 57

Расчет и проектирование машиностроительных конструкций

Белюсов Ю.В. Моделирование силового взаимодействия инструмента при механической обработке резанием..... 62

Соколова Т.В., Соколов А.М. Разработка технологии разупрочняющего индукционного отжига заготовок из стали 15X..... 66

Экспериментальные исследования

Agbelele J.K., Abalo P' Kla, Aïsse G. Gbaguidi, Degan G. Numerical modeling of Massé shrinking clayey soils in the depression of LAMA in the south of Benin..... 71

*Contents,
No 4, 2016*

Scientific and analytical reviews

Yakupov N.M. Mechanics of thin-walled structures: history, diagnostics..... 3

Analysis of thin shells

Gil-oulbé Mathieu, Ismael Taha Farhan. Using FGM for cyclic shell structures.. 14

Analysis and design of building structures

Markovich A.S. To the question of stress state of joints of wooden elements with the frontal cuttings..... 21

Vasilenko A.A. Vibration of beams, lying on the solid nonlocal elastic foundation 26

Bondarenko V.M. Applied way of the assessment of losses of energy of deformation of the reinforced concrete damaged by corrosion under sign-variable loading..... 33

Thoma Anamaria. An analysis of reviews on theory of thin shells and on their application..... 39

Analysis of structures made from materials with different modulus

Mishchenko A.V. Stress state of structurally not uniform rods made from different module materials under thermo-force influences..... 43

Buckling analysis

Inozemtzev V.K., Zhestkova S.A. Bifurcation problems of stability of high-rise buildings..... 53

Musayev V.K., Dikova E.V., Kormilitsin A.I., Samoylov S.N., Starodubtsev V.V. The accuracy of the numerical method results in the displacement in the elastic reflection of stress waves in the form of a triangular pulse from the free surface of the plate..... 57

Analysis and design of machine-building structures

Belousov Yu.V. Modelling of force interaction of the tool during mechanical machining..... 62

Sokolova T.V., Sokolov A. M. Development of technology softening induction annealing of workpieces from steel X15..... 66

Experimental researches

Agbelele J.K., Abalo P' Kla, Aisse G. Gbaguidi, Degan G. Numerical modeling of Massè shrinking clayey soils in the depression of LAMA in the south of Benin..... 71

Научно-аналитические обзоры

**МЕХАНИКА ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ:
ИСТОРИЯ, ДИАГНОСТИКА**

Н.М. ЯКУПОВ, *д-р техн. наук, проф.*
ИММ КазНЦ РАН, Казань, yzsrr@kfti.knc.ru

Оболочки, обладая уникальными свойствами, находят широкое применение. Они воспринимают большие нагрузки, работают в агрессивных средах и испытывают воздействие физических полей. Необходимо оценивать несущую способность тонкостенных конструкций с учетом влияния полей и сред, а также на базе уточненных соотношений теории оболочек. Приводятся фрагменты из истории рождения оболочек и нелинейной теории оболочек, метод оценки механических свойств и подход оценки концентрации напряжений в тонкостенных элементах сложной структуры. Отмечаются новые результаты по исследованию явления коррозии.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: оболочки, тонкостенные конструкции, напряженно-деформированное состояние, нагрузки, среда и физические поля, магнитное поле, коррозия, поверхностные дефекты, механические свойства, модель коррозионного износа, концентрация напряжений, диагностика

Фрагменты из истории рождения оболочек. Путь человечества к современным тонкостенным конструкциям был непростым. Прошли тысячелетия и были сделаны сотни важнейших открытий. Были выполнены научно-исследовательские и технологические разработки, а также проектно-конструкторские работы, прежде чем были созданы рукотворные тонкостенные оболочки. Фрагменты из истории рождения строительных конструкций от каменных глыб до тонкостенных оболочек отражены, в частности в работах [1-3]. В Древнем Египте сооружали грандиозные каменные пирамиды и массивные храмы. Древние греки прославились строительством великолепных храмов. Они, как и древние египтяне, имели представление об арках и сводах. Однако эти конструкционные элементы получили широкое распространение лишь в Древнем Риме, чему способствовало изобретение бетона. «Симфониями» из арок являются акведуки и Колизей (рис.1). Применение арочных структур было началом использования пространственных искривленных конструкций в строительном деле, когда для обеспечения прочности впервые «запрягли» форму поверхности. Появились первые крупногабаритные каменные полусферические купола (оболочки): во II в. в Древнем Риме – Пантеон (рис. 2), в VI в. в Византии – Храм Софии (рис.3). Римский Пантеон до XIX века был непревзойденным примером большого пространственного покрытия.



Рис.1 – Римский Колизей



Рис.2 – Пантеон

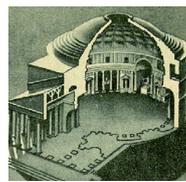


Рис.3 – Храм Софии



Рис.4 – Мавзолей. Бухара. 9 - 10 вв.

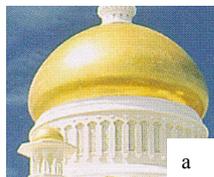
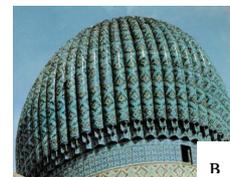


Рис.5 – Купола: а – Мечеть Омара. Бруней; б – Шахи-Зинда. Самарканд. 14 в.; в – Мавзолей Гүри-Эмир. Самарканд. 15 в.



В архитектуре исламских стран появились арки с заостренным контуром (рис.4). Новые формы имели большую выразительность и выгодно отличались в прочностном отношении. Начиная с XII века, начали строить двухслойные купола, между которыми размещали деревянные элементы связи. За счет этого прочность конструкций повышалась при снижении веса. Появились и купола с различной гофрировкой по окружной

координате, что значительно упрочняло конструкцию купола и приводило в восхищение смотрящего (рис.5).

Архитекторы эпохи Возрождения, используя колоннады, арочные галереи, своды и купола, придали своим постройкам величественность и гармоничность. Затем пришел стиль барокко, рококо и классицизм. Произошел возврат к античным строительным конструктивным элементам на новом уровне, их сочетание и противопоставление, а также вариация конструктивных элементов из различных эпох и стилей.

Крупный скачок в строительном деле был сделан в середине XIX века. Здесь революционную роль сыграл железобетон. Относительная толщина покрытий значительно снизилась. Следующим шагом было использование металлических покрытий (рис.6). Они выгодно отличаются относительной легкостью, удобством сборки и позволяют реализовать сложные формы. К металлическим покрытиям относятся и мембранные покрытия (рис.7). Если сравнить тонколистовое мембранное покрытие с пространственным железобетонным покрытием, то эффект очевиден – достигается выигрыш в массе на порядок.



Рис.6 – Металлическое покрытие.
Вокзал, Лондон



Рис.7 – Мембранное покрытие.
Комплекс Олимпийский. Москва

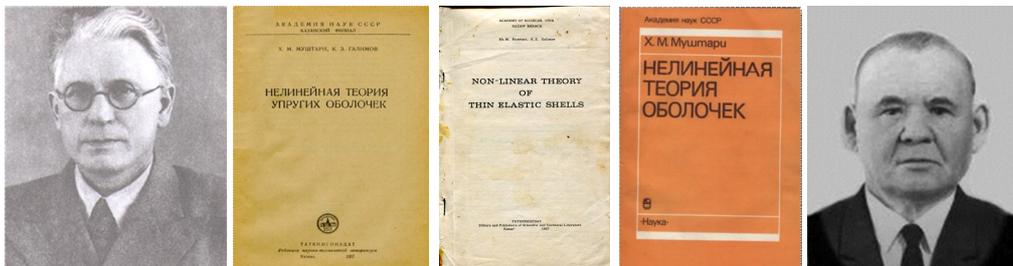
Распространению тонкостенных конструкций способствовали их уникальные свойства, а также технологические возможности и успешное решение научных проблем, в частности, разработка теории оболочек.

Рождение нелинейной теории оболочек и лаборатории нелинейной механики оболочек. В связи с запросами практики в начале XX века были заложены основы теории пластин и оболочек. Были сформулированы простейшие геометрические и физические соотношения и получены уравнения равновесия. Это так называемая линейная теория оболочек. Несмотря на использование простейших исходных соотношений уравнения теории оболочек были сложными и громоздкими. Однако простейшие соотношения, заложенные в линейной теории оболочек, не могли дать ответ на многие вопросы практики. Диалектика развития подсказывала необходимость использования более точных геометрических и физических соотношений. Естественным направлением развития стала нелинейная теория оболочек: теория, в которой учитываются нелинейные компоненты в геометрических (связь «деформация – перемещение») и физических соотношениях (связь «напряжение – деформация»).

В 1934 - 1957 гг. Х.М. Муштари заложил основы нелинейной теории упругих оболочек [4-7]. В 1975 г. было опубликовано учебное пособие К.З. Галимова по основам нелинейной теории тонких оболочек [8]. Разрешающие уравнения нелинейной теории многократно усложнялись и приводили в ужас человека, который впервые знакомился с ними. Для решения новых задач создавались различные научные лаборатории. В 1946 году во вновь образовавшемся Казанском физико-техническом институте (КФТИ) Казанского филиала АН СССР для решения актуальных проблем механики тонкостенных конструкций и развития нелинейной механики оболочек был образован сектор механики (основа лаборатории нелинейной механики оболочек – НМО).

1946 - 1965 гг. – первый этап развития лаборатории нелинейной механики оболочек (НМО). Новое подразделение – сектор механики КФТИ – в период 1946 – 1965 гг. возглавил ученый механик д.ф.-м.н. профессор Хамид Музафарович Муштари. Первыми сотрудниками сектора механики были К.З. Галимов, Г.П. Цыбульский, С.Г. Винокуров, Р.Г. Суркин, несколько позже начали работать И.В. Свирский (1947 г.), М.С. Корнишин (1951 г.) и другие. Наряду с теоретическими исследованиями выполнялись экспериментальные работы, в частности М.С. Корнишиным, Ф.С. Исанбаевой, Р.Г. Суркиным и др.

Среди фундаментальных работ Х.М. Муштари особое место занимает капитальный труд «Нелинейная теория упругих оболочек» [5], написанный совместно с д.ф.-м.н. профессором К.З. Галимовым. Эта монография, переизданная за рубежом [6], стала настольной книгой во всем мире для многих специалистов в этой области. В 1990 году учениками Х.М. Муштари был опубликован сборник его трудов [7]. В работах [7,9-11] были рассмотрены также вопросы расчета трехслойных оболочек. Информация о первом этапе развития имеется в книгах [12-15].



Х.М. Муштари (1900 – 1981)

К.З. Галимов (1909 – 1986)

Усилиями сотрудников НМО одна из красивейших улиц Казани названа именем выдающегося механика XX века профессора Хаида Музафаровича Муштари.

1965 - 1987 гг. – второй этап развития лаборатории НМО. В 1965 году сектор механики преобразуется в Отдел теории оболочек (*руководитель Х.М.Муштари*), а одну из двух лабораторий отдела (*лабораторию статики и динамики оболочек*) возглавил д.т.н., профессор Михаил Степанович Корнишин. В 1971 г. лабораторию переименовывают в лабораторию нелинейной теории оболочек, а позже в лабораторию нелинейной механики оболочек (НМО).

Нелинейная теория упругих оболочек интенсивно развивалась. С 1960 - 1980 гг. начался этап применения теории для решения нелинейных задач, развивались методы расчета, рассматривались вопросы сходимости [16,17]. Полученные решения нелинейных задач актуальны и сегодня – используются в качестве эталонных при разработке и проверке новых методов расчета гибких пластин и панелей.



М.С. Корнишин (1920 – 1991)

Рассмотрены вопросы использования вычислительной геометрии и метода конечных элементов в задачах механики оболочек [18,19]. Развивались вариационные методы анализа деформации оболочек [20], решались задачи динамического поведения оболочек, содержащих жидкость и газ [21], рассматривались вопросы изгиба и устойчивости пластин и оболочек с учетом ползучести [22]. Регулярно выходил сборник трудов *“Труды семинара: Исследования по теории оболочек” (выпуски 1 - 21)*.

Большое влияние на развитие нелинейной теории оболочек оказало вторжение электронно-вычислительных машин (ЭВМ) в вычислительные процессы. ЭВМ для решения задач нелинейной механики оболочек начал использовать М.С. Корнишин еще в конце 1950-х годов. К 1980 г. были созданы численные методы и алгоритмы, которые позволяли определять напряженно-деформированное состояние (НДС) тонкостенных элементов конструкций канонической геометрии, а также решать задачи устойчивости.

1988 - по настоящее время – третий этап развития лаборатории нелинейной механики оболочек (НМО). С 1 января 1988 г. лабораторию нелинейной механики оболочек возглавляет Нух Махмудович Якупов.

Основные направления научных исследований в НМО на третьем этапе: механика тонкостенных конструкций сложной геометрии; механика пленок и мембран сложной структуры; проблемы коррозионного износа, техногенных катастроф и экологии. Можно отметить, что «Проблема предупреждения техногенных катастроф тонкостенных конструкций и сооружений» входит в Перечень критических технологий РФ, п.21, утвержденный Указом Президента РФ от 7 июля 2011 г. №899.

Наряду с развитием теоретических аспектов, решение практических задач становится одним из основных направлений деятельности лаборатории НМО. Акцент делается на прикладных задачах с внедрением результатов (руководство АН СССР рекомендовало институтам направить усилия на решение практических задач; базовое финансирование в 1989 г. составило 26,6% по сравнению с 1988 г.).

В период 1993 - 2010 гг. опубликованы монографии, учебные пособия и методические указания [1-3,15,23-31], а также сборники «Труды семинара: Исследования по теории оболочек» 25 и 27 выпуски. Разработанная Н.М. Якуповым «Методика расчета упругих элементов стабилизаторов давления», была включена в монографию академика РАН Ганиева Р.Ф. и др. (стр.181-187) [32] (стабилизаторы давления предназначены для защиты емкостей от разрушения при резком увеличении внутреннего давления). Разработки, выполненные на третьем этапе развития лаборатории НМО, награждены 15 медалями Международных Салонов и Выставок:



На третьем этапе опубликованы статьи в журналах: ДАН, МТТ, Doklady Physics, Проблемы прочности, Механика композиционных материалов и конструкций, Вестник машиностроения, Прикладная механика, Строительная механика инженерных конструкций и сооружений, ИВУЗ: Строительство, Монтажные и специальные работы в строительстве, Двойные технологии, Газовая промышленность, Russian Engineering Research, Наука и техника в газовой промышленности, Doklady Physical Chemistry, SOS и др. [33-98].

Получены 35 патентов РФ на изобретения: №№1756786, 2101640, 2123139, 2184361, 2186182, 2196209, 2214491, 2218532, 2225929, 2234002, 2239033, 2255864, 2263191, 2267070, 2272232, 2295446, 2296976, 2310184, 2310791, 2326218, 2343256, 2345198, 2374697, 2377372, 2380585, 2387973, 2403556, 2421707, 2439537, 2437077, 2500512, 2517149, 2519386, 2547067, 2014145390.

Разработки, выполненные под руководством Якупова Н.М., отмечены в 16 Отчетах о деятельности РАН и в докладах Президиума Российской академии наук: 1999,2001, 2002, 2004, 2006, 2007, 2009, 2011, 2008-2012.

Метод расчета оболочек сложной геометрии. Известный испанский архитектор Эдуардо Торроха отмечал: "Лучшим сооружением является то, надежность которого обеспечивается главным образом за счет его формы, а не за счет прочности его мате-

риала". Различают оболочки канонической геометрии, срединная поверхность которых может быть задана аналитическими формулами (информация о таких поверхностях имеется, в частности, в энциклопедии С.Н. Кривошапко и В.Н. Иванова [99]). Однако срединную поверхность не всех оболочек можно описать аналитически – это оболочки неканонической геометрии, которые функционально необходимы и эффективны по своим характеристикам жесткости и прочности.

В НМО разработан эффективный метод расчета тонкостенных оболочек, имеющих сложную геометрию (рис.8) – сплайновый вариант метода конечных элементов (СВ МКЭ-2) [23,24,33-35,48,100]. Используя гипотезу Кирхгоффа - Лява, задача сводится к двумерной задаче. Метод, благодаря синтезу идеи параметризации и метода конечных элементов (МКЭ) с бикубической аппроксимацией искомых переменных в пределах каждого элемента, позволяет получать пространственные искривленные согласованные двумерные конечные элементы. СВ МКЭ-2 реализован в виде комплекса программ для ЭВМ и использован для анализа НДС ряда конструкций из практики [3,24,26,44,45,48, 49,51,54,69,76,101-104,105]. Некоторые вопросы параметризации оболочек сложной геометрии рассмотрены в [106] и в патентах: №2374697, 2517149.

Начато развитие сплайнового варианта МКЭ для определения НДС трехмерных объектов сложной геометрии (рис.9) на базе трехмерных конечных элементов СВ МКЭ-3 [46,71]. СВ МКЭ-3 метод позволяет определять также НДС элементов тонкостенных конструкций в области локальных углублений и дефектов. На базе СВ МКЭ-3 выполнены, в частности, исследования концентрации напряжений в цилиндрической трубе с протяженным углублением, а также в сферической оболочке с локальным углублением [86,88,89].

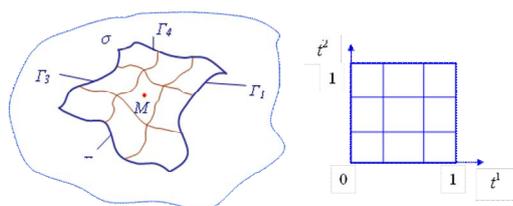


Рис.8 – Параметризация поверхности сложной геометрии

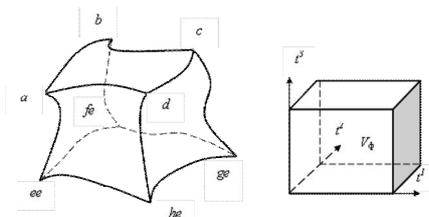


Рис.9 – Параметризация трехмерного тела сложной геометрии

Экспериментально-теоретический метод исследования жесткости тонкостенных элементов, мембран и пленок. Достижения науки и техники позволяют производство материалов со сложной структурой (рис.10). При этом возникает проблема определения физико-механических свойств тонкостенных элементов, пленочных и мембранных композиций сложной структуры, в том числе с неплоской исходной геометрией.

Описать геометрию и неоднородность свойств элементов со сложной структурой и с дефектами трудно или вообще невозможно. Стандартный одномерный способ испытания на растяжение полос, вырезанных из листов, дает разброс результатов и не применим для элементов со сложной структурой и с дефектами. Особенно это ощутимо для тонких образцов. Инденторный метод исследования механических характеристик тонкостенных элементов со сложной структурой не всегда эффективен. Молекулярный подход на базе мощных компьютеров также имеет недостатки: возникают трудности при описании сложной структуры на молекулярном уровне, а также задании информации о дефектах на нано и макроуровнях одновременно.

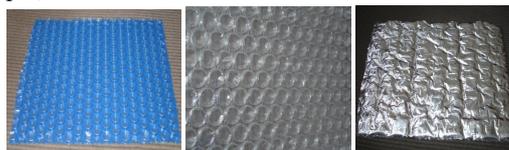


Рис.10 – Мембраны со сложной структурой

В НМО разработан двумерный экспериментально - теоретический метод (ЭТМ) определения приведенных (интегральных) механических характеристик плоских и сферических тонкостенных образцов со сложной структурой (рис.10) и с распределенными дефектами [28,41,43,53,56-62,64,68, 72,73].

На экспериментальном этапе для плоских или сферических образцов (рис.11) строят кривые «прогиб круглого образца H от давления p ». Используя математический ап-

парат статистической обработки, производится фильтрация экспериментальных данных, обеспечивая доверительный интервал 95%.

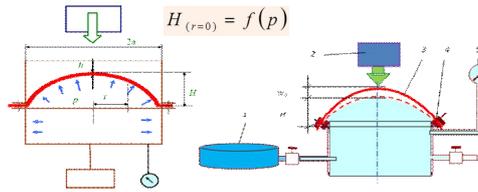


Рис. 11 – Схемы установок

На теоретическом этапе строятся кривые деформирования, вычисляются приведенные модули упругости E или условные модули упругости $E_{усл}$, используя формулы, полученные из нелинейной теории тонких оболочек при больших перемещениях и деформациях и соотношений теории пластичности. На способы испытаний и устройства получены патенты

на изобретения: №№ 2184361, 2296976, 2310184, 2387973, 2403556.

На базе ЭТМ изучено, в частности: влияние шага и глубины поверхностных царапин на изменение жесткостных свойств тонкостенных элементов [57,107,108], влияние воздействия солнечного излучения на механические свойства полимерных пленок с подложкой разного цвета [56,58] и др. Также разработана методика определения механических свойств тонких пленочных материалов с нанопокрывтием [68,109]. ЭТМ развит для исследования механических характеристик биологических мембран [91].

Исследование механических свойств тонких пленочных материалов с нанопокрывтием. На полимерную пленку нанесено покрытие «окись титана» ионно-плазменным методом. Исследуя ЭТМ пленку «с» и «без» покрытия определены механические свойства композиции и нанопокрывтия. Наличие покрытия изменяет жесткостные свойства композиции: с увеличением толщины покрытия эффект возрастает (рис. 12) [68,109].

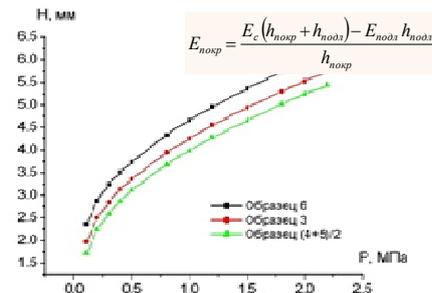


Рис. 12 – Зависимость $p - H$
Образец №3 – покрытие 50 нм,
№№4, 5 – покрытие 150 нм

Исследование влияния поверхностных царапин на изменение жесткостных свойств тонкостенных элементов. Экспериментально-теоретический подход развит для анализа жесткостных свойств тонкостенных образцов с царапинами (рис.13) [107,108]. По экспериментальным результатам: вычислены приведенные тангенциальные жесткости на растяжение - сжатие и приведенные жесткости на изгиб; получены модели изменения жесткостных свойств тонкостенных элементов с царапинами. Установлено, в частности, что поверхностные царапины приводят к значительному снижению тангенциальной и изгибной жесткости тонкостенных элементов конструкций.

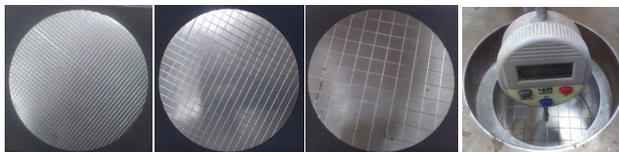
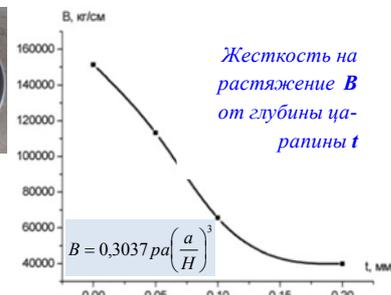


Рис.13 – Исследуемые образцы, фрагмент установки и зависимость жесткости на растяжение B от глубины дефекта t



Исследования явления коррозии. Исследования ЭТМ тонкостенных образцов, подверженных коррозионному износу, позволили установить, что наряду с изменением геометрических параметров, происходит изменение свойств поверхностных слоев вследствие «разрыхления» материала, что приводит к изменению механических характеристик образцов в целом.

Одним из факторов, способствующих разрушению защитной пленки (пассивирующего слоя), является механическая деформация. Очевидно, что защитный слой при деформации элемента также деформируется. Предложена модель влияния механических деформаций на толщину пассивирующего слоя [27], справедливость которой подтверждена в работе [79,80]. На рис.14 приведены характерные кривые этапов коррозионного износа металлических образцов ненагруженных (без деформации), а также при наличии статического и динамического нагрузках. В работе [79,80] на базе ЭТМ установлено, что в коррозионной среде жесткость на растяжение тонкостенных металлических элементов с растянутыми поверхностями уменьшается быстрее, чем для аналогичных элементов со сжатыми поверхностями.

Разработаны способы и устройства испытаний в среде нагруженных прямоугольных и круглых образцов (рис.15) – патенты №№2437077, 2439537. Влияние механических дефектов на свойства нагруженных тонкостенных элементов конструкций в агрессивной среде рассмотрены в [53,57].

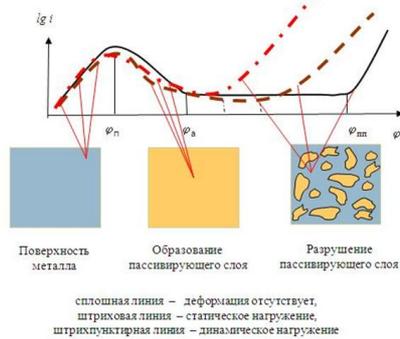
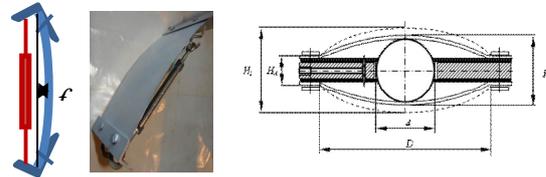


Рис.14 – Зависимость тока i – от потенциала φ

Рис.15 – Прямоугольные и круглые образцы



В НМО начаты работы по изучению влияния магнитного поля (МП) и ультрафиолетового излучения (УФ) на процесс коррозии [70,77,78,82,83,97,98]. Установлено, в частности, что как в воде, так и в кислой среде жесткость на растяжение тонкостенных образцов при воздействии МП снижается медленнее, чем при износе без МП (рис.16) [77,78]. Непрерывное воздействие УФ на стальные образцы, находящиеся в растворе гипохлорита натрия, способствует росту коррозионного износа. Этот эффект сохраняется при различных концентрациях раствора, освещенности поверхности образцов УФ и длительности испытания (рис.17). Там же приведены изображения поверхностей образцов при 10-ти кратном увеличении: 1 - без УФ, 2 - УФ 23,2 Вт/м², 3 - УФ 41,5 Вт/м² [82,83].

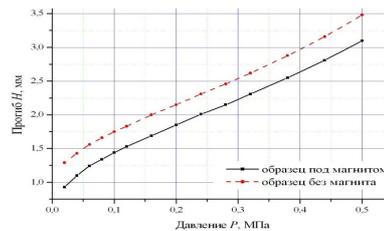
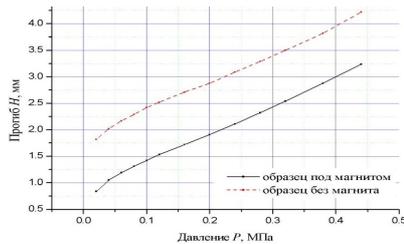
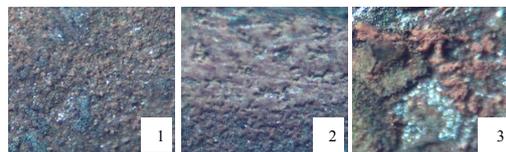
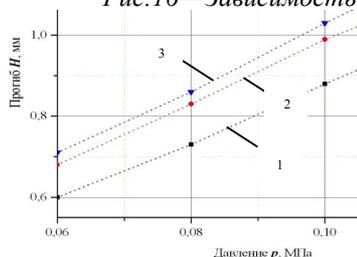


Рис.16 – Зависимость $p - H$ (H_2O – слева и 10% HCl – справа)



Поверхность образцов под микроскопом

Рис.17 – Зависимость $p - H$ от освещенности

Исследовано влияние направления силовых линий магнитного поля Земли на процесс коррозионного износа металлических образцов [97,98]. Установлено, что ориентация образцов по отношению к силовым линиям Земного магнитного поля влияет на коррозионный износ (рис.18).



Рис.18 – Зависимость $p - H$

Большому коррозионному износу подвержены образцы, поверхности которых параллельны силовым линиям МП Земли. Эффект влияния более значителен в МП с большей напряженностью.

Л и т е р а т у р а

1. Якупов Н.М., Галимов Ш.К., Хисматуллин Н.И. От каменных глыб к тонкостенным конструкциям. Казань: Изд-во "SOS", 2001. 96с.
2. Якупов Н.М. Строительные конструкции: этапы и перспективы развития. Учебное пособие. Казань, КГАСУ, 2006. 154 с.
3. Якупов Н.М. Механика: проблема – идея – практика. Казань: Казан. гос. ун-т, 2010. 161 с.
4. Муштару Х.М. // Известия физико-математического общества и НИИ математики и механики при Казанском университете. Сер. 3. 1938. Т.11.С.71-150.
5. Муштару Х.М., Галимов К.З. Нелинейная теория упругих оболочек. Казань: Таткнигоиздат, 1957. 431 с.
6. Kh.M. Mushtari, K.Z. Galimov. Non-linear Theory of thin elastic Shells. Academy of Sciences, USSR Kazanl Branch Tatknigoizdat. Editors and Publishers and Technical Literature. Kazan. 1957. 374 p.
7. Муштару Х.М. Нелинейная теория оболочек. М.: Наука, 1990. 223 с.
8. Галимов К.З. Основы нелинейной теории тонких оболочек. Изд-во КГУ. Казань, 1975. 326 с.
9. Галимов Н.К. // Сб. Нелинейная теория пластин и оболочек. Изд-во КГУ. Казань, 1962. С.61-95.
10. Галимов Н.К. // Прикладная механика. Т.I. В.1. 1965. С.77-85.
11. Галимов Н.К. // Прикладная механика. Т.II. В.11. 1966. С.25-30.
12. Якупов Н.М. // Исследования по теории оболочек: Тр. семинара. В.25. КФТИ КФАН СССР, 1990. С.43-55.
13. Ганеева М.С., Якупов Н.М. // Обзоры исследований по механике сплошной среды. К 50-ю КНЦ РАН, Казань, КНЦ РАН, 1995. С.7-46.
14. Ильгамов М.А. Профессор Х.М. Муштару. М.: Наука, 2001. 192 с.
15. Якупов Н.М. Лаборатория нелинейной механики оболочек: история и разработки последних лет. ИММ КазНЦ РАН, Казань, Изд-во КГУ, 2006. 98 с.
16. Корнишин М.С. Нелинейные задачи теории пластин и пологих оболочек и методы их решения. М.: Наука, 1964. 192 с.
17. Корнишин М.С., Исанбаева Ф.С. Гибкие пластины и панели. М.: Наука, 1968. 260 с.
18. Корнишин М.С., Паймушин В.Н., Снигирев В.Ф. Вычислительная геометрия в задачах механики оболочек. М.: Наука, 1989. 208 с.
19. Голованов А.И., Корнишин М.С. Введение в метод конечных элементов статики тонких оболочек. КФТИ, Казань, 1990. 269 с.
20. Свирский И.В. Методы типа Бубнова-Галеркина и последовательных приближений. М.: Наука, 1968. 199 с.
21. Ильгамов М.А. Колебания упругих оболочек, содержащих жидкость и газ. М.: Наука, 1969. 182 с.
22. Терегулов И.Г. Изгиб и устойчивость тонких пластин и оболочек при ползучести. М.: Наука, 1969. 208 с.
23. Якупов Н.М., Серазутдинов М.Н. Расчет упругих тонкостенных конструкций сложной геометрии. ИММ РАН. Казань, 1993. 207с.
24. Якупов Н.М. Прикладные задачи механики упругих тонкостенных конструкций. ИММ КНЦ РАН, Казань, 1994. 124с.

25. Якупов Н.М., Хисматуллин Н.И. Механика Нижнекамскнефтехима. Казань, 1996. 224 с.
26. Низамов Х.Н., Сидоренко С.Н., Якупов Н.М. Прогнозирование и предупреждение коррозионного разрушения конструкций. М.: Изд. РУДН, 2006. 355 с.
27. Сидоренко С.Н., Якупов Н.М. Коррозия – союзник аварий и катастроф. Монография. М.: Изд-во РУДН, 2002. 93с.
28. Якупов Н.М., Якупов С.Н. Методы расчета пленочных элементов конструкций: Учебное пособие. КГАСУ. Казань, 2007. 117 с.
29. Безопасность производственных объектов. *Науч. ред. д.т.н. Якупов Н.М.* КазНЦ РАН, МЧС РТ. 106 с.
30. Корнишин М.С., Якупов Н.М. Метод и программа расчета на ЭВМ ЕС двусвязных пластин со сложным контуром. Методические рекомендации. Расчет и испытания на прочность. МР 164-85. ГОССТАНДАРТ. Москва. 24 с.
31. Якупов Н.М., Гатауллин И.Н., Хисматуллин Р.Н. Обследование, анализ и прогнозирование долговечности строительных конструкций и рекомендации по их восстановлению. Методическое руководство. Казань, 1996. 208 с.
32. Ганиев Р.Ф., Низамов Х.Н., Дербуков Е.И. Волновая стабилизация и предупреждение аварий в трубопроводах. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1996. 260 с.
33. Корнишин М.С., Якупов Н.М. // Прикладная механика. 1987. Т.23. № 3. С.38-44.
34. Корнишин М.С., Якупов Н.М. // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Горький, 1988. С.74-80.
35. Корнишин М.С., Якупов Н.М. // Прикладная механика. 1989. Т.25. № 8. С.53-60.
36. Якупов Н.М., Хисматуллин Н.И. // SOS, Казань, 1997, в.1. С.26-32.
37. Гатауллин И.Н., Якупов Н.М., Чайковский В.Г. // Вест. КГТУ, 4, Казань, 1997. С.12-14.
38. Низамов Х.Н., Якупов Н.М., Спиридонов С.В., Тагасов В.И. // SOS, Казань, 1998, в.2. С.27-30.
39. Якупов Н.М., Гатауллин И.Н., Хисматуллин Р.Н. // SOS, Казань, 1998, вып.2. С.53-56.
40. Якупов Н.М., Хисматуллин Н.И. // SOS, Казань, 1999, вып.3. С.34-36.
41. Якупов Н.М., Галимов Н.К., Леонтьев А.А. // Механика композиционных материалов и конструкций. 2000. Т.6, №2. С.238-243.
42. Якупов Н.М., Галимов Ш.К., Хисматуллин Н.И. // SOS, 2000, в.4. С.33-38.
43. Якупов Н.М., Галимов Н.К., Леонтьев А.А., Нургалиев А.Р. // Двойные технологии, 2001, №4. С.60-64.
44. Якупов Н.М., Галявиев Ш.Ш. Метод исследования напряженно-деформированного состояния тонкостенных конструкций сложной геометрии // Двойные технологии, 2001, №4. С.56-59.
45. Якупов Н.М., Галявиев Ш.Ш. // Монтажные и специальные работы в строительстве. 2001. №8-9. С.32-37.
46. Якупов Н.М., Киямов Х.Г., Галявиев Ш.Ш., Хисамов Р.З. // Строительство. Изв. ВУЗов. №8 (524), 2002. С.14-18.
47. Якупов Н.М., Галимов Н.К., Нургалиев А.Р. // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. Вып.1, 2002. С.32-36.
48. Якупов Н.М., Галявиев Ш.Ш., Хисамов Р.З. // Вестник РУДН. Инженерные исследования. В.1, 2002. С. 27-31.
49. Якупов Н.М., Ахмадиев Ф.Г. и др. // Известия КГАСА, 2003, №1. С.39-41.
50. Якупов Н.М., Нуруллин Р.Г. // Вестник машиностроения, № 5. С.83-86.
51. Якупов Н.М., Галявиев Ш.Ш., Нургалиев А.Р., Якупов С.Н. // Проблемы энергетики, 2006, №7-8. С.36-42.
52. Якупов Н.М. // Известия КГАСУ. №1 (7) / 2007. С.52-55.
53. Якупов Н.М., Нургалиев А.Р. // Известия КГАСУ. №1 (7) / 2007. С.56-59.
54. Якупов Н.М., Киямов Х.Г., Киямов И.Х., Якупов С.Н. // Известия КГАСУ. №1 (7) / 2007. С.35-42.
55. Якупов Н.М., Абдюшев А.А. // Известия КГАСУ. №2 (8) / 2007. С.61-64.
56. Якупов Н.М., Куприянов В.Н., Якупов С.Н. // Рос. акад. архитектуры и строительных наук: Вест. отдел. строит. наук. Период. науч. издание. В.12. Белгород, 2008. С.301-310.

57. Якупов Н.М., Нургалиев А.Р. // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. №3, 2008. С.14-18.
58. Якупов Н.М., Куприянов В.Н., Якупов С.Н. // Известия КГАСУ. №1/2008. С.106-112.
59. Якупов Н.М., Нургалиев А.Р., Якупов С.Н. // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. Т.74. №11, 2008. С.54-56.
60. Yakupov N.M., Nurgaliev A.R., Yakupov S.N. // Factory laboratory. Diagnosis materials. 2008. T.74. №11. P.54-56.
61. Якупов Н.М., Якупов С.Н. // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. №1, 2009. С.60-70.
62. Якупов Н.М., Нуруллин Р.Г., Якупов С.Н. // Вест. машиностр. 2009. №6. С.44-47.
63. Якупов Н.М., Абдюшев А.А. // Известия КазГАСУ. 2009, №2 (12). С.147-151.
64. Yakupov N.M., Nurullin R.G., Yakupov S.N. // Russian Engineering Research. 2010. Vol.29. No.6. P.571-574.
65. Якупов Н.М. // Строительная механика инженер. констр. и сооруж. №3. 2010. С.24-37.
66. Якупов Н.М. // Известия КГАСУ, 2010. №1 (13). С.5-15.
67. Абдюшев А.А., Якупов Н.М. // Вест. КГТУ. №4, 2010. С.5-9.
68. Якупов С.Н. // Механика композ. материалов и констр., 2010, т.16, №3. С.436-444.
69. Якупов Н.М., Нуруллин Р.Г., Нургалиев А.Р., Якупов С.Н. // Актуальные проблемы механики сплошной среды. К 20-летию ИММ КазНЦ РАН. Казань: Фолиант, 2011. Т.2. С.213-224.
70. Якупов Н.М., Гиниятуллин Р.Р. // Актуальные проблемы механики сплошной среды. К 20-летию ИММ КазНЦ РАН. Казань: Фолиант, 2011. Т.2. С.203-212.
71. Якупов Н.М., Киямов Х.Г., Якупов С.Н., Киямов И.Х. // Механика композиционных материалов и конструкций. 2011. Том 17, №1. С.145-154.
72. Галимов Н.К., Якупов Н.М., Якупов С.Н. // Механика твердого тела, №3, 2011. С.58-66.
73. Galimov N.K., Yakupov N.M., Yakupov S.N. // МТТ, №3, 2011. р.58-66.
74. Якупов Н.М., Гиниятуллин Р.Р. // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. №3, 2011. С.74-79.
75. Якупов Н.М., Абдюшев А.А., Якупов С.Н. и др. // Коррозия «Территория «НЕФТЕ-ГАЗ» №1 (18), 2011. С.68-71.
76. Якупов Н.М., Абдюшев А.А., Якупов С.Н. // Вестник Нижегородского ун-та им. Лобачевского. 2011. №4, ч.4. С.1894-1896.
77. Якупов Н.М., Гиниятуллин Р.Р., Якупов С.Н. // ДАН, 2012, том 443, № 2, с.173-175.
78. Yakupov N.M., Giniyatullin R.R., Yakupov S.N. // Doklady Physics, 2012, V.57, 3, pp.104-106.
79. Якупов Н.М., Гиниятуллин Р.Р., Якупов С.Н. // Пробл. прочности, 2012, №2. С.76-84.
80. Yakupov N.M., Giniyatullin R.R., Yakupov S.N. // STRENGTH OF MATERIALS, 2012, 170-176.
81. Кантюков Р.А., Якупов Н.М., Тамеев И.М., Якупов С.Н., Кантюков Р.Р. // Газовая промышленность. 2012. №9. С.14-18.
82. Якупов Н.М., Гиниятуллин Р.Р., Якупов С.Н. // ДАН, 2012, т.446, № 6, с.624-626.
83. Yakupov N.M., Giniyatullin R.R., Yakupov S.N. // Doklady Physics, 2012, Vol. 57, No. 10, pp. 393-395.
84. Якупов Н.М., Нургалиев А.Р., Гиниятуллин Р.Р., Якупов С.Н. // Вестник машиностроения, №10. 2012. С.36-40.
85. Yakupov N.M., Nurgaliev A.R., Giniyatullin R.R., Yakupov S.N. // Russian Engineering Research, 2013, Vol.33, No.2, pp. 69-73.
86. Кантюков Р.А., Якупов Н.М., Тамеев И.М., Киямов Х.Г., Якупов С.Н., Кантюков Р.Р. // Наука и техника в газовой промышленности. №2, 2012. С.53-60.
87. Кантюков Р.А., Якупов Н.М., Тамеев И.М., Якупов С.Н., Кантюков Р.Р. // Газовая промышленность. Приложение, 2013. С.11-15.
88. Кантюков Р.А., Якупов Н.М., Тамеев И.М., Киямов Х.Г., Якупов С.Н., Кантюков Р.Р. // Газовая промышленность. №7, 2013. С.28-30.
89. Якупов С.Н., Киямов И.Х. // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений, №2, 2014. С.76-80.
90. Кантюков Р.А., Якупов Н.М., Велиюлин И.И., Тамеев И.М., Якупов С.Н., Кантюков Р.Р. // Наука и техника в газовой промышленности. №1 (57), 2014. С.68-75.

91. Харисламова Л.У., Якупов С.Н. // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений, №6. 2014. С.65-70.
92. Кантюков Р.А., Якупов Н.М., Тамеев И.М., Якупов С.Н., Абдюшев А.А. Кантюков Р.Р. // Газовая промышленность: 2, 2015. С. 60-62.
93. Галимов Н.К. // Строительная механика инженер. констр. и сооруж. №2, 2015. С.28-32.
94. Велюлин И.И., Кантюков Р.А., Якупов Н.М., Тамеев И.М., Якупов С.Н., Кантюков Р.Р. Гиниятуллин Р.Р., Нургалиев А.Р. // Наука и техника в газ. пром., 1, 2015. С.45-50.
95. Велюлин И.И., Кантюков Р.А., Якупов Н.М., Тамеев И.М., Якупов С.Н., Кантюков Р.Р. Гиниятуллин Р.Р., Нургалиев А.Р. // Наука и техника в газ. пром., 1, 2015. С.57-67.
96. Якупов Н.М. // Строит. механика инженерных констр. и сооруж., 2015, №4. С.3-15.
97. Якупов Н.М., Гиниятуллин Р.Р., Якупов С.Н. // ДАН, 2015. Т.463, №6. С.684-686.
98. Yakupov N.M., Giniyatullin R.R., Yakupov S.N. // Doklady Physical Chemistry, 2015, Vol. 463, Part 2. P.188-190.
99. Krivoschapko S.N., Ivanov V.N. Encyclopedia of Analytical Surfaces. Springer International Publishing Switzerland, 2015. 752 p.
100. Якупов Н.М. // Исследования по теории оболочек. Труды семинара. Казань: КФТИ КФАН СССР, 1984. Вып.17. Ч.II. С.4-17.
101. Якупов Н.М., Галляев Ш.Ш., Хисамов Р.З. // Актуальные проблемы механики сплошной среды. Казань: ИММ КазНЦ РАН, 2001. С.147-158.
102. Якупов Н.М., Киямов Х.Г., Киямов И.Х., Якупов С.Н. // Известия КГАСУ. №1 (7) / 2007. С.35-42.
103. Якупов Н.М., Нургалиев А.Р., Нуруллин Р.Г., Якупов С.Н. // IX Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. Н. Новгород. Изд-во Нижегородского государственного университета. Нижний Новгород. 2006. С.160-161.
104. Якупов Н.М., Сагадеев Р.Г. // Тр. семинара. В.21. Ч.1. Казань, 1988. С.138-143.
105. Yakupov N.M. // Research in hypersonic flows and hypersonic technologies, TsAGI. 1994. Section 7. Strength of hypersonic vehicles. P.44-47.
106. Якупов Н.М., Киямов Х.Г., Якупов С.Н. и др. // Математические методы в технике и технологиях. ММТТ-20. Сборник трудов. Т.4. Сек.5. Ярославль, изд-во Ярославский гос. технический университет, 2007. С.21-24.
107. Якупов С.Н., Якупов Н.М. Влияние царапин на характеристики жесткости тонкостенных образцов // Обратные краевые задачи и их приложения: мат. конф. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2014. 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).
108. Якупов С.Н., Якупов Н.М. // Межд. науч. чтения И.А. Одингга, 2014. М.: ИМЕТ. С.343-345.
109. Якупов С.Н., Якупов Н.М. // Механика наноструктурированных материалов и систем. Сб. тр. 2-й Всерос. конф. (17-19 дек. 2013 г., Москва). Т.1, М., 2014. С.112-121.

MECHANICS OF THIN-WALLED STRUCTURES: HISTORY, DIAGNOSTICS

N.M. YAKUPOV

*Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Science Center,
Russian Academy of Sciences*

Skins, possessing unique properties, are widely used in all industries. They take heavy loads, work in harsh environments and are exposed to the physical fields. It is necessary to assess the carrying capacity of thin-walled structures, taking into account the influence of fields and environments, as well as on the basis of revised relations theory of shells. The fragments of the history of the birth of the nonlinear theory of shells and membranes, a method of evaluating the mechanical properties and the evaluation approach of stress concentration in thin-walled elements of designs of complex structures. There have been new results on the effects of corrosion.

Keywords: shell, thin-walled structures, the stress-strain state, the load, the environment and physical fields, magnetic field, corrosion, surface defects, mechanical properties, corrosion wear model, stress concentration, diagnosis

Analysis of thin shells

USING FGM FOR CYCLIC SHELL STRUCTURES

GIL-OULBÉ MATHIEU, *associate professor*,
ISMAEL TAHA FARHAN, *second year of master student*
Peoples' Friendship University of Russia,
115419, Moscow, Ordjonikidze str., 3

This article deals with FGM for cyclic shell structure and the finite element modeling and analysis of functionally graded (FG) shell structures under self-loading. In order to study the influences of important parameters on the responses of FG shell structures, some types of cyclic shells have been considered. The responses obtained for FG shells are based on the analysis; some important results are presented and discussed for thin cyclic shells.

KEY WORDS: Functionally Graded Materials, Cyclic Shells, Epitrochoidal Shells, Thermo-Elastic Property.

Introduction:

Thin shells as structural elements occupy a leadership position in civil, mechanical, architectural, aeronautical and marine engineering, since they give rise to optimum conditions for dynamic behavior, strength and stability. In other words, these structures support applied external forces efficiently by virtue of their geometrical shape. An important aspect in the successful applications of these structures is fact that shells cover large pans. As for many other shape kinds, conical, cylindrical shells and shells of complex geometry are very common structural elements.

The concept of functionally graded materials (FGMs) introduced a class of highly engineered structures tailored to specific properties, resulting of compositional changes in used materials. The necessity to bring into practice new materials appears crucial with, for instance, space vehicles: on the surface side and the skin plates should have very good heat-resistance, on the inside, however, – high mechanical qualities (e.g. toughness) were needed.

The problem was successfully solved in Japan in the mid of 1980s by manufacturing specific composite: metallic matrix and ceramic particles with graded distribution of these particles. That solution is closed with ingenious structural systems in some plants, e.g. bamboo. After 20 years of intensive research and practical applications, the field of FGMs is still in development and a precise definition of that new class of materials is till now not accepted. Modeling of FGMs is recognized as indispensable step in designing at the microstructural level to meet specific requirements of an intended application. Many production technologies were proved to be useful for practical adoption.

Today, production of graded structures can be considered as the next step in composite materials development. Functionally graded materials are a relatively new class of engineered materials in which the composition and/or microstructure varies in one specific direction. They are made by a continuous change in composition and do not possess a specific interface. Therefore, it is generally assumed that such a structure should better resist thermal and mechanical cycling. The application of this concept to metal matrix composites (MMCs) leads to the development of materials/components designed with the purpose of being selectively reinforced only in regions requiring increased modulus, strength and/or wear resistance.

Definition and Modeling of FGM

Functionally graded materials (FGMs) are a class of composite materials that have been taken into consideration in the last three decades because of their special

performance compared with conventional materials. FGMs are inhomogeneous materials made from different phases of material constituents, usually ceramic and metal, and their material properties change gradually along a certain direction, usually in the thickness one.

The term FGM was originally presented in the 1984 by a group of scientists in Japan when they conducted research into materials that are resistant to extremely high temperatures for aircrafts and aerospace applications. Due to particular characteristics of functionally materials, these can resist high temperatures in various environments. Different types of gradations laws are available in the literature. In the present work power law Gradation has been considered in order to calculate the material properties of FG structures. FGM Consisting of two constituent materials has been considered.

The top surface is assumed to be rich in Material-2 (ceramic) and bottom surface is assumed to be rich in material-1 (metal).The region between the two surfaces consists of a combination of the two materials with continuously varying mixing ratios of two materials.

$$V_c(z) = \left(\frac{(z+h)}{2h} \right)^m$$

$$V_{mat}(z) = 1 - V_c(z)$$

$$P(z) = P_{mat} + (P_c - P_{mat})V_c(z)$$

where z is the distance from mid-surface and m is the power law index, a positive real number. P_{mat} Is the material property of metal (steel) surface and P_c is material property of ceramic (Al_2O_3) surface. $V_c(z)$ And $V_{mat}(z)$ are the volume fractions of the ceramic and metal surface. In the present analysis, the material properties are varying though the thickness from bottom to top. The material properties such as young's modulus, thermal expansion, conductivity and density are varying in thickness direction only and Poisson's ratios is constant throughout the thickness as shown in Fig 1. The material properties used for modeling and analysis of FG structures is presented in the Table 1.

Table.1. Thermo-elastic properties for metallic (Steel) and ceramic (Al2O3) phases

Material	Thermal expansion coefficient $\alpha(^{\circ}c^{-1})$	Poisons' ratio μ	Young's modulus E (GPa)	Density(kg/m ³)	Conductivity(k (W/m ² K)
AL ₂ O ₃	6.9×10 ⁻⁶	0.25	390	3.89×10 ³	25
Steel	14×10 ⁻⁶	0.25	210	7.85×10 ³	40

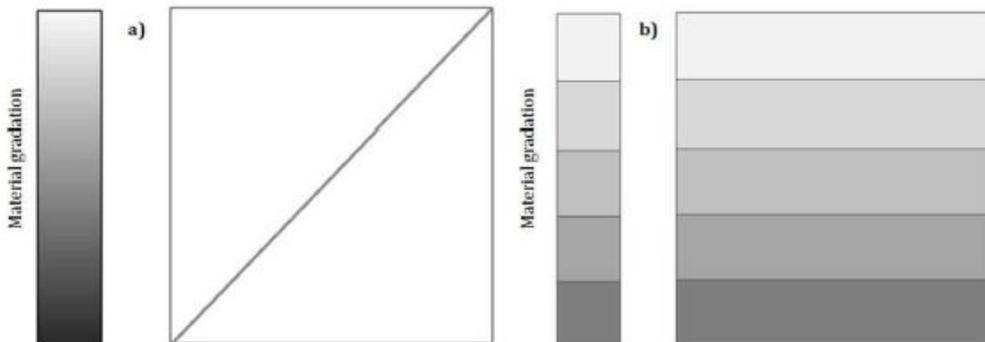


Figure 1

There are two types of graded structures which can be prepared in case of FGCM, continuous structure as shown in figure 1 (a) and stepwise structure shown in figure 1(b). In the case of continuous graded structure, the change in composition and microstructure occurs continuously with position. On the other hand, in the case of step wise, microstructure feature changes in step wise manner, giving rise to a multilayered structure with interface existing between discrete layers.

Many researchers proposed several kinds of processing methods for FGCM [1]. Powder metallurgy is one of the most important methods of producing FGMs. An example of a typical fabrication process by the powder metallurgy is schematically illustrated in flow chart (figure 2). At first, material A and material B are weighed and mixed. Each of mixed-powder is mixed uniformly by a V-shape mill/ball mill. Next step is stepwise stacking of premixed powder according to a predesign spatial distribution of the composition in respective die.

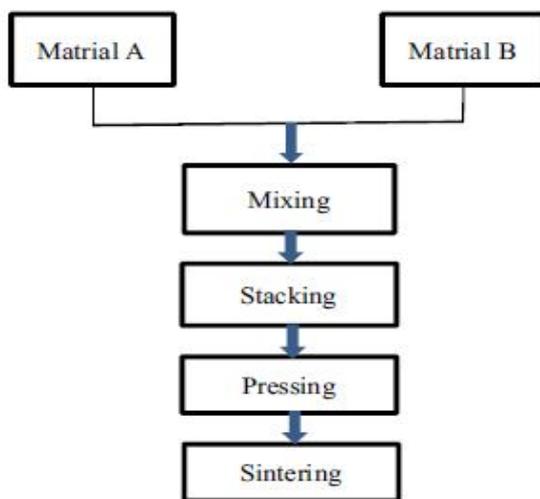


Figure 2

Last step is sintering high quality materials in short periods by charging the intervals between powder particles with electrical energy and high sintering pressure. The FGM fabricated by this method should have the stepwise structure, and it is difficult to produce the FGMs with continuous gradients. The continuous graded structure can be created by a centrifugal force [2].

Cyclic Shell:

The investigation of the class of cyclic surfaces started from the research of tubular surfaces of constant diameter having straight or curvilinear axes. Further, many

subclasses and types of cyclic surfaces were discovered and examined [3]. Some cyclic surfaces have been named in honor of the geometers presented these surfaces for the applications. For example, one may mention Joachimsthal's surface, Dupin's cyclides, or the surface of Virich. It should be noted that surfaces of revolution are the cyclic surfaces with straight axis but they are singled out into a special class of Surfaces of Revolution, which is why these surfaces will not be presented in this review.

Terminology and Classification of Cyclic Surfaces:

The cyclic surface is formed by movement of a circle of variable or constant radius under any law in a three dimensional space [4]. The equation of a cyclic surface in the vector form may be written as

$$r = r(u, v) = \rho(u) + R(u) e(u, v),$$

where $r(u, v)$ is the radius-vector of a cyclic surface; $\rho(u)$ is the radius-vector of the directrix, i.e. of the line of the centers of generating circles; $R(u)$ is the law of change of radius of circular generatrices.

Epitrochoidal Surface:

The M point located on a plane of a circle with the a radius, which rolls without sliding on other motionless circle with b radius, forms an epitrochoidal line [5]. The planes of these two circles constitute a constant corner γ . The distance from a point of M to the center of a mobile circle is equal to μa ($\mu = 1$, or $\mu < 1$, or $\mu > 1$).

changing parameter γ from 0 to 2π , it is possible to receive a family of epitrochoidal curves which will form epitrochoidal surface (Figure 3) [5]. Surface Φ envelops a system of spherical surfaces and touches with them along the circles. The theorem of Joachimsthal's proves that the family of circles of epitrochoidal surfaces is lines of curvature; hence, a surface Φ is a special case of canal surface of Joachimsthal.

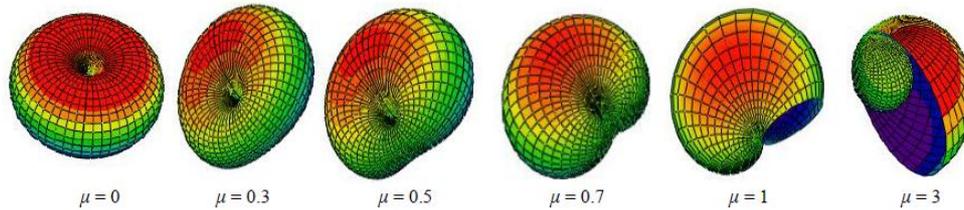


Figure 3

An epitrochoidal surface maybe defined by the parametrical equations:

$$x = x(\alpha, v) = 2R(\alpha) \cos^2 v \cos \alpha, \quad y = y(\alpha, v) = 2R(\alpha) \cos^2 v \sin \alpha, \quad z = z(\alpha, v) = R(\alpha) \sin 2v,$$

where $R(\alpha) = a(1 + \mu \cos \alpha)$ is the radius of a generating circle, α is a corner between an axis Ox and a plane of a circular generatrix. At this way of the task, one recognizes that a surface generates by rotation of a mobile circle with radius a about its tangent in the point of a contact with a motionless circle with radius $b = a$. Generating circles of the surface lie in a plane of one pencil. The beginning of coordinates is placed in a double conic point of the surface.

Additional information can be taken in [6].

Modeling of FG Structures using ANSYS:

The material properties of the FGM change throughout the thickness; the numerical model has been divided into various layers in order to make the changes in properties. Each layer has the finite portion of the thickness and treated like isotropic material.

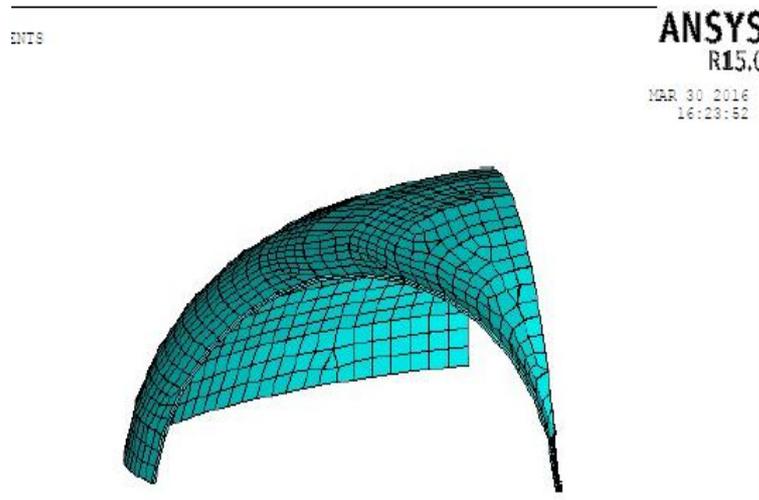


Fig.4. Functionally Graded epitrochoidal shell

Material properties have been calculated at the mid-plane of each of this layer by using the power law gradation. The thickness of FG shell structures have been discretized through the thickness into two layers in order to model FG shell structures. The finite element (FE) modelling has been carried out using ANSYS. A layered shell element (SHELL181) has been used for modelling of FG shell

structures. The element has six degrees of freedom at each node. Translations are in the nodal x , y , and z directions and rotations about the nodal x , y , and z -axis. In this paper finite element modelling of functionally graded cyclic shell (Epitrochoidal shells) structures have been done.

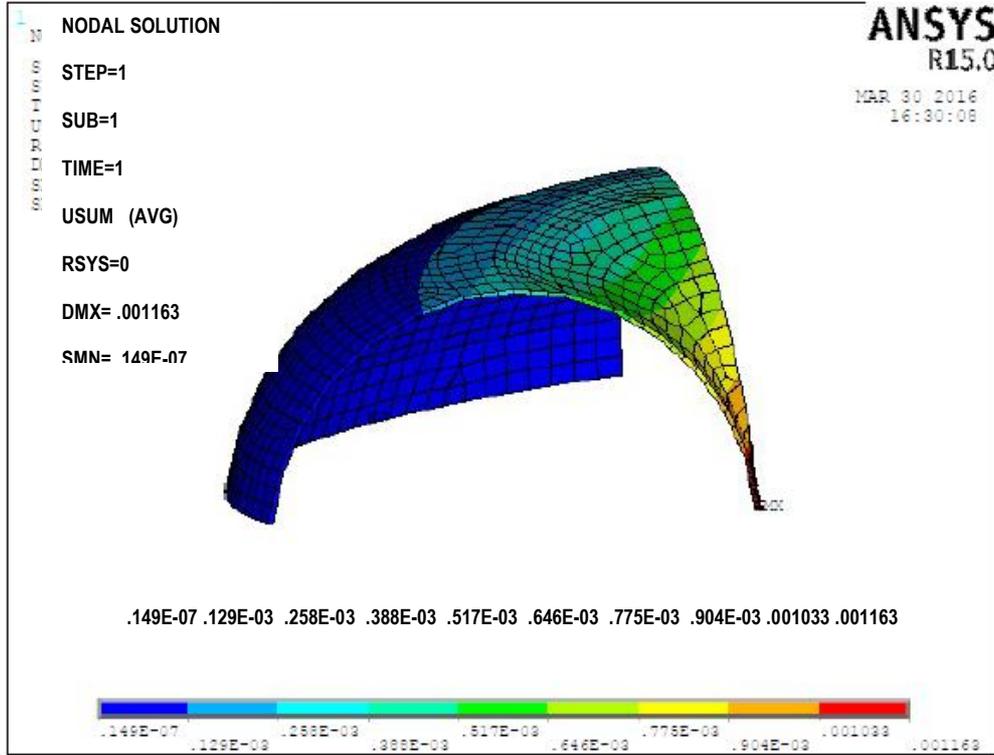


Fig. 5. Displacement variation for FG epitrochoidal shell

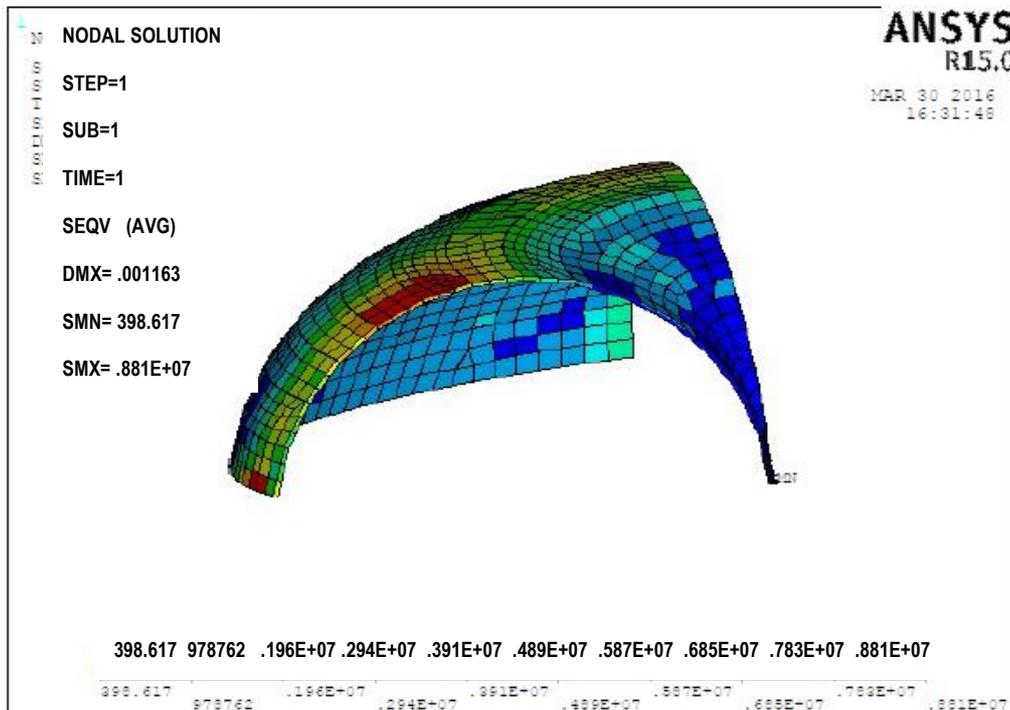


Fig. 6. Von Mises Stress variation for FG epitrochoidal shell

Results and Discussions:

Based on the FE analysis as discussed, FG epitrochoidal shells have been analyzed using ANSYS. Results obtained of different analysis (such as static, and thermal) have been presented in the following subsections.

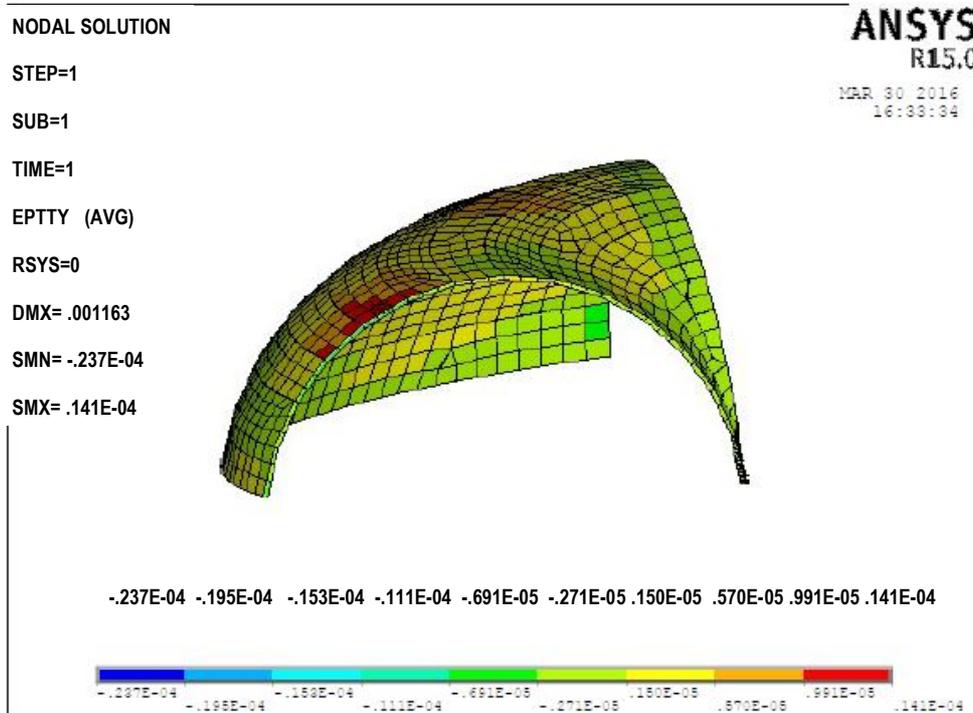


Fig.7. Strain (Y-axis) variation for FG epitrochoidal shell

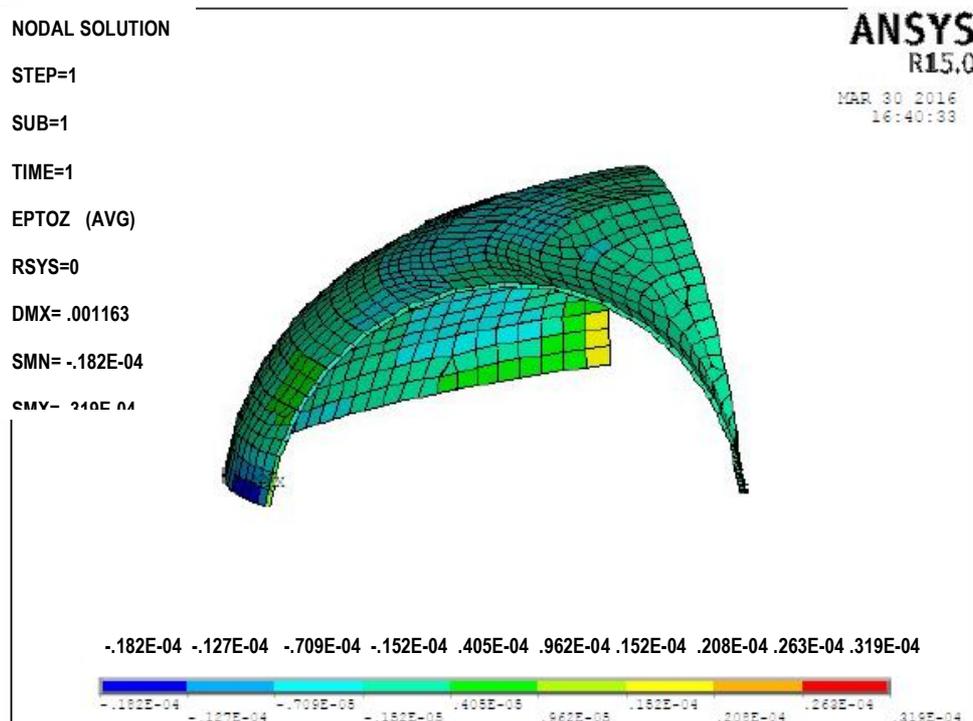


Fig.8. Strain (Z-axis) variation for FG epitrochoidal shell

FE analysis of FG epitrochoidal shell structure under self-weight and thermal loading

An epitrochoidal shell structure with fixed supports is depicted in Fig 4. After validation, it has been analyzed under mechanical as well as thermal loading. Finite element (FE) analyses have been done using our model. Thickness of the shell ($h=1.0$ cm) including ($Al_2O_3 = 5mm, Steel = 5mm$). The mechanical and thermal material properties used in the present study have been listed in the Table 1. Fig. 5 shows displacement variation for FG epitrochoidal shell under self-weight and thermal loading. The overall displacement varies from $0.149 \cdot 10^{-7} m$ to $0.001163 m$.

Fig. 6 shows the Von Mises Stress variation for FG epitrochoidal shell under self-weight and thermal loading. The stress varies from $398.617 Pa.$ to $0.881 \cdot 10^7 Pa.$

Fig. 7 shows Y- component of the strain variation for FG epitrochoidal shell under self-weight and thermal loading. The strain varies from $-0.237 \cdot 10^{-4}$ to $0.141 \cdot 10^{-4}$. Fig. 8 shows Z- component of the Strain variation for FG epitrochoidal shell under self-weight and thermal loading. The strain varies from $-0.182 \cdot 10^{-4}$ to $0.319 \cdot 10^{-4}$.

Conclusions

A layered epitrochoidal shell element (SHELL181) has been used for the modeling and analysis of functionally graded (FG) composite shell structures. Important results obtained from the present study have been presented here, that shown the strengthening role of functionally graded materials for shell structure. Static analysis of the FG epitrochoidal shell under self-weight and thermal loading have been done and validated with the published results.

References

1. *Kawazaki A.* Improved solution to thermoelastic material design in functionally graded materials: scheme to reduce thermal stresses. *Comp. Meth. Appl. Mech. Enging.* 109, 377-389.
2. *Gould P.L.* Static analyses of shells. D.C. Heath and Company, Lexington, Massachusetts.
3. *Krivoshapko S.N., Christian A. Bock Hyeng.* Classification of cyclic surfaces and geometrical research of canal surfaces// *International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences.* – 2012. – Vol. 12. – Iss. 3. – P. 360-374.
4. *Krivoshapko S.N., Ivanov V.N.* Encyclopedia of Analytical Surfaces. – Springer International Publishing Switzerland, 2015. – 752 p.
5. *Gil-oulbé Mathieu.* The stress-strain analysis of epitrochoidal shells. – PhD thesis – Moscow – 1997. – 16 p.
6. *Krivoshapko S.N., Gil-oulbe Mathieu.* Geometrical and strength analysis of thin pseudo-spherical, epitrochoidal, catenoidal shells, and shells in the form of Dupin's cyclides// *Shells in Architecture and Strength Analysis of Thin-Walled Civil- Engineering and Machine-Building Constructions of Complex Forms: Proc. Int. Conf., June 4-8, 2001, Moscow, Russia.* – Moscow: RPFU, 2001. – PP. 183-192.

ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАДИЕНТНЫХ МАТЕРИАЛОВ В КОНСТРУИРОВАНИИ ЦИКЛИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

Жиль-улбе Матье, Исмаил Таха Фархан
Российский университет дружбы народов, Москва

Статья посвящена функционально-градиентным материалам (ФГМ) в конструировании и конечно-элементном моделировании циклических оболочек под действием собственного веса. Для исследования влияния функционально-градиентных материалов на прочность оболочек, рассмотрены некоторые виды циклических оболочек. Получены важные результаты, которые представлены и прокомментированы в статье.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: функционально-градиентные материалы, циклические оболочки, эпिटрохоидальные оболочки, термо-упругий материал.

Расчет и проектирование строительных конструкций

К ВОПРОСУ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ СОЕДИНЕНИЙ ДЕРЕВЯННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НА ЛОБОВЫХ ВРУБКАХ

А.С. МАРКОВИЧ, канд. тех. наук, доцент

Российский университет дружбы народов,

115419, г. Москва, Орджоникидзе, д. 3, markovich.rudn@gmail.com

В статье рассмотрены результаты компьютерного анализа напряженно-деформированного состояния опорного узла клееной металлодеревянной фермы, решенного лобовой врубкой. На основании проведенных исследований сделаны выводы о необходимости учета в расчетах нормальных напряжений между продольными слоями, от которых существенно зависит величина главных растягивающих напряжений, а также направления площадок, на которых они действуют. Помимо этого, исследована и подтверждена эффективность применения наклонно вклеенных стержней для повышения сдвиговой прочности соединений на лобовых врубках.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: деревянные конструкции, лобовые врубки, соединения на вклеенных стержнях, компьютерное моделирование, метод конечных элементов

Одними из наиболее простых и надежных опорных соединений в деревянных фермах является лобовая врубка, применяемая в строительстве на протяжении многих десятков лет. Несмотря на интенсивное развитие и внедрение армированных клееных конструкций, соединения на лобовых врубках продолжают использоваться и в настоящее время.

Главным недостатком лобовых врубок является возможность разрушения от скалывания древесины вследствие перенапряжения опорного узла.

Идея расчета лобовых врубок на основании действующих норм [1] заключается в проверке условий прочности с учетом упругих свойств древесины.

1. По площадке скалывания – AB (рис. 1):

$$\tau_{ск}^{cp} = \frac{T_{ск}}{F_{ск}} \leq R_{ск}^{cp}, \quad (1)$$

где $\tau_{ск}^{cp}$ и $R_{ск}^{cp}$ – среднее касательное напряжение на площадке AB и среднее расчетное сопротивление древесины скалыванию, $T_{ск}$ и $F_{ск}$ – скалывающее усилие и площадь скалывания.

2. По площадке смятия – BC :

$$\sigma_{см,\alpha} = \frac{N_c}{F_{см}} \leq R_{см,\alpha}, \quad (2)$$

где $\sigma_{см,\alpha}$ и $R_{см,\alpha}$ – нормальное напряжение на площадке BC и расчетное сопротивление древесины смятию под углом к продольным волокнам, N_c и $F_{см}$ – продольная сила в сжатом поясе фермы и площадь смятия.

3. По ослабленному врубкой сечению растянутого пояса – BD :

$$\sigma_p = \frac{N_p}{F_{нт}} \leq R_p, \quad (3)$$

где σ_p и R_p – нормальное напряжение на площадке BD и расчетное сопротивление древесины осевому растяжению, N_p и $F_{нт}$ – продольная сила в растянутом поясе фермы и площадь нетто ослабленного сечения.

При таком подходе не учитывают анизотропные свойства древесины и пренебрегают напряжениями, возникающие между соседними слоями ($\sigma_y = 0$). Влияние указанных факторов на напряженно-деформированное состояние

(НДС) опорного узла компенсируется повышением прочностных критериев древесины, так в случае проверки прочности древесины на скалывание расчет производится по среднему касательному напряжению, принимаемому постоянным по всей ширине площадки AB (рис. 1).

Проведенный детальный конечно-элементный анализ НДС опорного узла треугольной клееной металлодеревянной фермы пролетом 24 м выявил определенные недостатки традиционного подхода. НДС опорного узла исследовалось на нагрузки, полученные в результате статического расчета фермы.

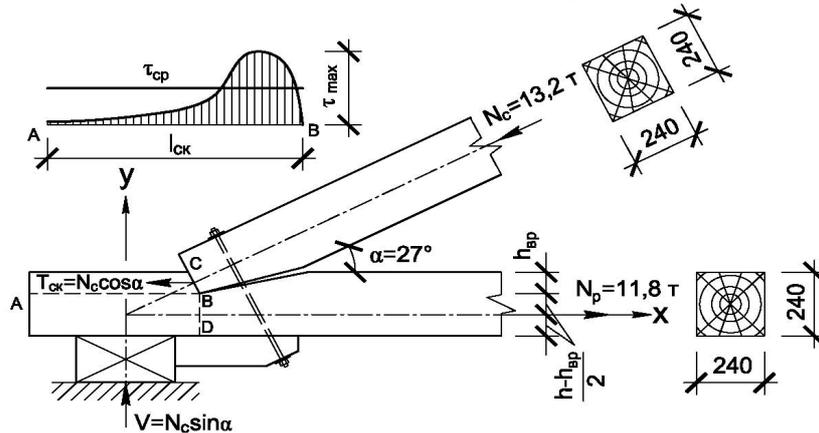


Рис. 1. Расчетная схема опорного узла фермы

В общем случае опорный узел фермы находится в сложном плосконапряженном состоянии. Элементарный элемент, выделенный из материала, пребывает в состоянии равновесия под действием нормальных напряжений σ_x, σ_y и пары касательных напряжений $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ (рис. 2).

В виду особенностей указанного напряженного состояния необходимо исследовать главные напряжения σ_1 и σ_2 , действующие на наклонных площадках. Полагая, что $\sigma_1 > \sigma_2$, тогда σ_1 будем считать главным растягивающим напряжением. В силу анизотропных свойств древесины распределение этих напряжений представляет особый интерес.

Для определения траектории главных растягивающих напряжений методом конечных элементов [5] был выполнен расчет опорного узла фермы (рис. 3).

При моделировании опорного узла использовались плоские КЭ мембранного типа [6], позволяющие учитывать реальные свойства материала на основе физических уравнений ортотропного упругого тела

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_1} - \nu_{12} \frac{\sigma_y}{E_2}, \quad \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E_2} - \nu_{21} \frac{\sigma_x}{E_1}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}. \quad (4)$$

Величины модулей упругости и коэффициентов Пуассона древесины во взаимно ортогональных направлениях, а также модуль сдвига принимались равными $E_1 = 10\,000$ МПа; $E_2 = 400$ МПа; $\nu_{12} = 0,02$; $\nu_{21} = 0,5$; $G = 500$ МПа.

Согласно результатам расчета в области зоны скалывания (AB) угол наклона главных растягивающих напряжений к продольной оси элемента на различных площадках составлял $25 \dots 75^\circ$.

На основании последнего утверждения можно сделать вывод, что выполнение указанных выше проверок прочности (по площадкам AB, BC и BD) является обязательным, но не всегда достаточным.

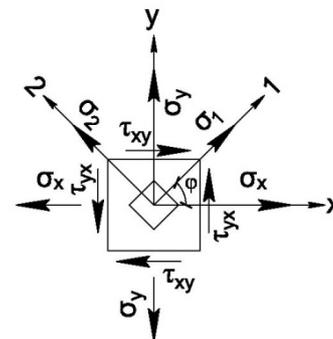


Рис. 2. Напряженное состояние элемента фермы

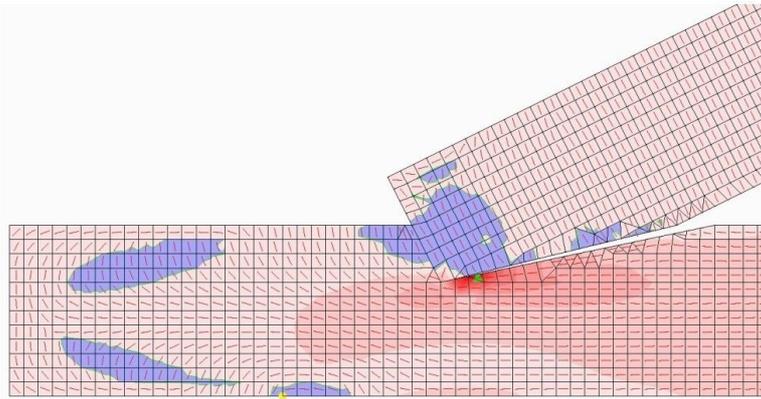


Рис. 3. Траектория главных растягивающих напряжений

Действительно, возможна такая ситуация, при которой главные растягивающие напряжения на отдельных площадках могут превзойти расчетное сопротивление древесины растяжению под углом к волокнам, т.е. будет выполняться неравенство:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} > R_{p,\alpha} \quad (5)$$

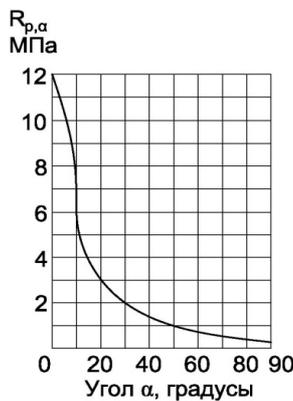


Рис. 4. К определению значений $R_{p,\alpha}$

Прочность древесины на растяжение при действии усилия под углом к волокнам является наиболее слабым видом сопротивления и нормируется только для клееной древесины [1]. В зависимости от угла α , определяющего направление действия усилия, величина $R_{p,\alpha}$ изменяется в пределах от 12 МПа при $\alpha = 0^\circ$ и до 0,3 МПа при $\alpha = 90^\circ$ (рис. 4). Таким образом, при расчете лобовой врубки пренебрежение нормальным напряжением σ_y может существенным образом исказить действительное НДС опорного узла фермы.

Как показали многочисленные исследования ЦНИИСК им. Кучеренко [2, 3, 4] и рекомендации EuroCode 5 [7], несущая способность клееных деревянных элементов, работающих на сдвиг, может быть повышена в результате установки в зоне скалывания арматурных стержней.

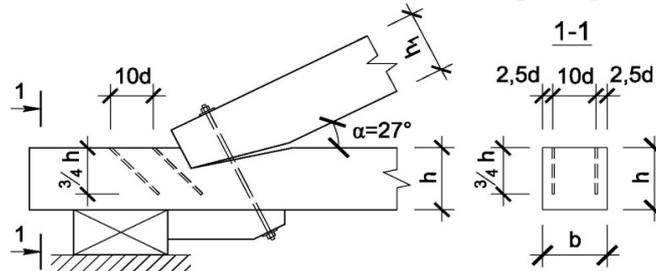


Рис. 5. Усиление опорного узла фермы клееными стержнями

Рассматривая результаты этих исследований применительно к обсуждаемой проблеме, был выполнен анализ НДС опорного узла треугольной клееной металлодеревянной фермы с клееными стержнями (рис. 5)

Для повышения несущей способности соединения в рабочее сечение опорного узла было установлено 4 арматурных стержня $\varnothing 16$ мм из арматурной стали класса А400 под углом 45° к волокнам. Такое расположение стержней в среднем соответствует траектории главных растягивающих напряжений. В резуль-

тате этого удалось добиться существенного снижения касательных напряжений τ_{xy} (рис. 6). Наибольшее касательное напряжение на площадке скалывания (AB), составлявшее $128,49 \text{ т/м}^2$ ($1,285 \text{ МПа}$), при установке арматурных стержней снизилось до величины $107,76 \text{ т/м}^2$ ($1,077 \text{ МПа}$), т.е. на $16,61\%$.

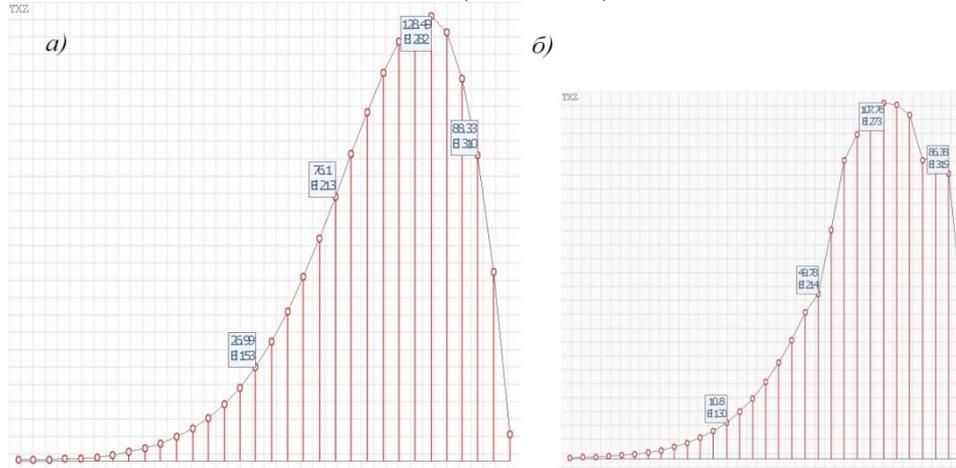


Рис. 6. Эпюры касательных напряжений τ_{xy} (т/м^2):

a – без усиления опорного узла; *б* – с вклеенными арматурными стержнями

В свою очередь в парах вклеенных стержней возникли продольные силы (рис. 7).

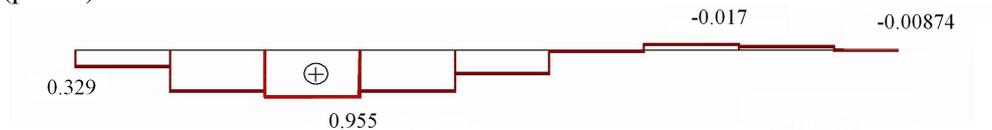


Рис. 7 Эпюры продольных сил N_a (т) в арматурных стержнях

Очевидно, что для обеспечения прочности соединения величина продольных сил в арматурных стержнях N_a не должны превышать, с одной стороны, несущую способность вклеенного стержня T_c , характеризующуюся совместными деформациями древесины и арматуры, а с другой стороны – уровнем усилий $F_a R_a$, при которых возникает текучесть стали, иными словами должны выполняться условия

$$T_c = R \pi d_1 l_p K_c K_\sigma m_d R_{p,\alpha} \cos \alpha \geq N_a, \tag{6}$$

$$T_c = R \pi d_1 l_p K_c K_\sigma m_d R_{p,\alpha} \cos \alpha \leq F_a R_a.$$

Буквенные обозначения и физический смысл поправочных коэффициентов в данных формулах приведены в п. 7.38 норм [1]. Стоит отметить, что в рассматриваемой конструкции данные условия выполняются.

Подробная компьютерная модель опорного узла треугольной фермы и детальный анализ НДС, позволили получить следующие выводы:

1. Помимо традиционного расчета по нормам [1], рекомендуется выполнять дополнительную проверку прочности опорного узла, решенного лобовой врубкой. Данная проверка сводится к выполнению условия:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \leq R_{p,\alpha}. \tag{7}$$

Как можно заметить, последнее уравнение отвечает первой теории прочности (наибольших главных напряжений), физический смысл которого заключается в том, чтобы главные растягивающие напряжения на произвольных наклонных площадках не превышали расчетного сопротивления древесины растяжению под углом к волокнам.

2. При основном (традиционном) расчете лобовых врубок согласно нормам [1], проверки прочности (по площадкам AB , BC , BD) являются обязательными, но не во всех случаях достаточными.

3. Пренебрежение в расчетах нормальными напряжениями σ_y может искажать действительное НДС опорного узла.

4. Исследование НДС особенно сильно нагруженных соединений следует проводить, используя компьютерные модели узлов и соединений, с учетом анизотропных свойств древесины на опасные сочетания нагрузок.

5. Применение клеенных наклонных стержней в зоне концентрации касательных напряжений эффективно повышает несущую способность опорного узла.

Л и т е р а т у р а

1. СП 64.13330.2011. Свод правил. Деревянные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-25-80. – 87 с.

2. Турковский С.Б., Погорельцев А.А. Деревянные конструкции на основе наклонно клеенных стержней // Строительные материалы, оборудование, технологии XXI века. – 2008. – №6. – С. 26-28.

3. Турковский С.В., Ковальчук Л.М., Баранов Г.Р. и др. Повышение надежности деревянных конструкций поперечным армированием // Изв. вузов. Сер. «Строительство и архитектура». – 1988. – № 7. – С. 17-20.

4. Турковский С.Б., Погорельцев А.А. Деревянные конструкции с жесткими стыками в сооружениях с агрессивной средой // Промышленное и гражданское строительство. – 2001. – № 8. – С. 6-7.

5. Агапов В.П. Метод конечных элементов в статике, динамике и устойчивости конструкций. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Изд-во АСВ, 2004. – 248 с.

6. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа. – М.: ДМК Пресс, 2007. – 600 с., ил.

7. Designers' Guide to Eurocode 5: Design of Timber Buildings. EN 1995-1-1. A.J. Porteous and P. Ross. 978-0-7277-3162-3. Forthcoming: 2012. – 220 p.

References

1. SP 64.13330.2011. Svod pravil. Derevyannye konstruksii. Aktualizirovannaya redaktsiya SNiP II-25-80. – 87 s.

2. Turkovskiy, S.B., Pogoreltsev, A.A. (2008). Derevyannye konstruksii na osnove naklonno vkleennykh stержney, *Stroitelnye Materialy, Oborudovanie, Tekhnologii XXI veka*, №6, p. 26-28.

3. Turkovskiy, S.V., Kovalchuk, L.M., Baranov, G.R. i dr. (1988). Povyshenie nadezhnosti derevyannykh konstruksiy poperechnym armirovaniem, *Izv. Vuzov. Ser. «Stroitelstvo i Arkhitektura»*, № 7.

4. Turkovskiy, S.B., Pogoreltsev, A.A. (2001). Derevyannye konstruksii s zhestkimi stykami v sooruzheniyakh s agressivnoy sredoy, *Promyshlennoe i Grazhdanskoe Stroitelstvo*, № 8, p. 6-7.

5. Agapov, V.P. (2004). *Metod Konechnykh Elementov v Statike, Dinamike i Ustoychivosti Konstruksiy*, 2-e izd., Moskva: Assotsiatsiya stroitel'nykh vuzov, 248 p.

6. Perel'muter, A.V., Slivker, V.I. (2007). *Raschetnye Modeli Sooruzheniy i Vozmozhnost' ikh Analiza*, Moscow: DMK Press, 600 s., il.

7. Designers' Guide to Eurocode 5: Design of Timber Buildings. EN 1995-1-1. A.J. Porteous and P. Ross. 978-0-7277-3162-3. Forthcoming: 2012, 220 p.

TO THE QUESTION OF STRESS STATE OF JOINTS OF WOODEN ELEMENTS WITH THE FRONTAL CUTTINGS

A.S. Markovich

Peoples' Friendship University of Russia, Moscow

The article describes the results of the computer analysis of the stress-strain state of the support junction in laminated metal-wood truss with frontal cutting. On the basis of the research, the necessity of the account of the normal stresses between layers, from which value of the main tensile stresses greatly depends, as well as the direction of areas in which they operate. Besides, effectiveness of glued inclined rods for increase shear strength of joints on frontal cuttings was investigated and confirmed.

KEY WORDS: wood construction, frontal cutting, joints on the glued rods, computer modeling, finite element method.

КОЛЕБАНИЯ БАЛОК, ЛЕЖАЩИХ НА СПЛОШНОМ НЕЛОКАЛЬНО УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

А.А. ВАСИЛЕНКО, аспирант
ФГБОУ ВО «Московский государственный университет путей
сообщения императора Николая II»
127994, Москва, ул. Образцова, 9, стр. 9
e-mail: wasilenkoalena@yandex.ru

В настоящее время при расчете балок, лежащих на сплошном упругом основании, используются различные модели упругого основания. Одной из наиболее распространенных является модель, базирующаяся на гипотезе о пропорциональной зависимости между реакцией основания в точке с координатой x и осадкой в той же точке – гипотеза Винклера, которая однако не достаточно корректно описывает поведение конструкций, лежащих на сплошном упругом основании.

В предлагаемой статье рассматривается задача о колебаниях балки, лежащей на сплошном нелокально упругом основании. Дается сравнение результатов расчета, полученных с использованием предлагаемой модели и модели Винклера.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: балки, нелокально упругое основание, колебания

В настоящее время при расчете балок, лежащих на сплошном упругом основании, в большинстве случаев применяется модель Винклера-Циммермана [1, 2], основанная на прямой пропорциональной зависимости между прогибом и реакцией основания в рассматриваемом сечении балки:

$$r(x) = cw(x), \quad (1)$$

где c – коэффициент постели.

Прогиб балки определяется из уравнения:

$$EI \frac{\partial^4 w(x)}{\partial x^4} + cw(x) = q(x), \quad (2)$$

где EI – жесткость балки, $q(x)$ – внешняя нагрузка.

Гипотеза Винклера-Циммермана много раз подвергалась критике. Главный недостаток этой гипотезы заключается в том, что в действительности значение реакции в рассматриваемой точке зависит не только от прогиба балки в этой же точке, но и от значений прогибов в соседних точках.

Герсеванов Н. М. и Мачерет Я. А. в своей работе [3] рассмотрели плоскую задачу теории упругости (задачу о плоском деформированном состоянии) для изгиба бесконечно большой тонкой пластины, выделив из нее полосу, которая далее рассматривалась как балка на упругом основании, нагруженная сосредоточенной силой P по середине.

Формула для определения изгибающего момента в среднем сечении балки, то есть в точке приложения силы P , в этом случае имеет вид:

$$M = 2P \sqrt[3]{2EI(1-\mu^2)/(E_1 b) / 9}, \quad (3)$$

где E_1 – модуль сжатия, или модуль Юнга; μ – коэффициент Пуассона; b – ширина подошвы фундамента.

Результаты решения задачи в такой постановке значительно отличаются от решения, получаемого с помощью гипотезы Винклера. Одним из принципиальных отличий является отсутствие зон с растягивающими напряжениями в грунте на крайних участках балки при решении плоской задачи. Если для решения той же задачи воспользоваться гипотезой Винклера, то коэффициент постели

может быть получен путем сравнения формулы (3) с формулой для определения момента под силой P согласно гипотезе Винклера:

$$M = P^3 \sqrt{4EI / kb} / 4, \quad (4)$$

где k – искомый коэффициент постели для грунта.

В результате авторами сделан вывод о том, что коэффициент постели является расчетной величиной, зависящей не только от свойств грунта, но и от жесткости балки и ширины ее подошвы.

В работе Горбунова-Посадова М.И. [4] рассмотрен расчет балок с использованием уравнения Буссинеска для определения вертикальных перемещений поверхности упругого полупространства. Распределение давлений и вертикальные перемещения выражаются в виде степенных рядов. Сравнение результатов, полученных при решении плоской и пространственной задач, с аналогичными результатами, найденными с помощью гипотезы Винклера, показало значительную их разницу. Например, при действии равномерно распределенной нагрузки q по длине балки решение как плоской, так и пространственной задачи дает положительные максимальные значения изгибающих моментов, в то время как по гипотезе Винклера они равны нулю. Изгибающие моменты для жестких балок при решении плоской задачи оказываются преувеличенными, но при уменьшении жесткости или увеличении длины балки результаты решения плоской задачи приближаются к результатам пространственной задачи.

Перечисленные методы расчета основаны на решении задач теории упругости. Такие методы имеют ряд недостатков, связанных с появлением бесконечно больших напряжений по контуру фундамента или у концов балки, лежащей на упругой полуплоскости, а также с преувеличенными значениями изгибающих моментов.

Пастернак П.Л. предложил модель основания [5], которое характеризуется двумя коэффициентами постели: коэффициентом сжатия и коэффициентом сдвига, которые не зависят друг от друга. Однако по сути эта модель так же, как и модель Винклера-Циммермана является локальной.

К. Wiegardt [6] высказал критику по поводу модели упругого основания Винклера -Циммермана, считая такой подход в корне ошибочным. Он заметил, что осадка зависит не только от давления в рассматриваемом сечении балки, но и от давлений в соседних областях:

$$w(x) = c \int_{-a}^{+a} p(\xi) K(|x - \xi|) d\xi. \quad (5)$$

Здесь c – жесткость основания, $2a$ – длина балки, $p(\xi)$ – давление в точке с координатой ξ , $K(|x - \xi|)$ – функция влияния, которую предлагается определять опытным путем. В упомянутой работе были проведены исследования и расчеты для балок различной жесткости с использованием теории Циммермана и двух предложенных теорий, одна из которых основана на решении задачи теории упругости, а другая представляет собой комбинацию решения теории упругости и уравнения (5). Решение задачи об изгибе балки согласно теории Циммермана существенно отличается от решения с учетом нелокального эффекта.

В работе [7] предложен метод расчета балок с учетом нелокальности основания и использованием метода конечных элементов.

Реакция основания определяется соотношением:

$$r(x, t) = \int_{x_1}^{x_2} K(x, \xi) w(\xi, t) d\xi + \int_{x_1}^{x_2} \int_{-\infty}^t C(x, \xi, t - \tau) \frac{\partial w(\xi, \tau)}{\partial \tau} d\tau d\xi, \quad (6)$$

где $K(x, \xi)$ – функция влияния, учитывающая нелокальность основания, $C(x, \xi, t - \tau)$ – функция демпфирования основания, x_1 и x_2 – координаты начала и конца основания.

Используя равенство (6), авторы с помощью метода конечных элементов исследовали влияние нелокальности на значения собственных частот колебаний балок. Численные расчеты показали, что нелокальность основания может оказывать существенное влияние на динамические характеристики конструкций.

В статье [8] рассматривается задача о колебаниях балок, лежащих на нелокально упругом основании. В качестве модели упругого основания выбрана модель аналогичная (6), но без учета нелокальности затухания. Функция влияния $K(x, \xi)$ выбрана в виде экспоненты. Для решения задачи используется метод конечных разностей. Показано, что учет нелокальности основания приводит к заметному изменению траектории движения балки и ее прогибов по сравнению с балкой на Винклеровском основании.

В работе [9] на основании физического и численного экспериментов предложена модель сплошного нелокально упругого основания, которая является комбинацией модели Винклера и модели, рассмотренной в работе [8]. Показано, что такая модель дает существенно более корректные результаты по сравнению с моделью, предложенной в работах [7, 8].

В настоящей работе исследуется напряженно-деформируемое состояние конструкции с учетом нелокальности упругого основания. Реакция отпора основания в рассматриваемой точке балки определяется выражением:

$$r(x, t) = c \int_0^l C(|x - \xi|) w(\xi, t) d\xi, \quad (7)$$

причем в качестве функции $C(|x - \xi|)$ используется выражение:

$$C(|x - \xi|) = C_0 \delta(|x - \xi|) + C_1 e^{-\eta|x - \xi|}. \quad (8)$$

Здесь $\delta(|x - \xi|)$ – дельта-функция, C_0 , C_1 и η – характеристики упругого основания. Прогиб балки при действии статической нагрузки определяется из интегродифференциального уравнения:

$$EI \frac{\partial^4 w(x)}{\partial x^4} + c \int_0^l C(|x - \xi|) w(\xi) d\xi = q(x), \quad (9)$$

где $w(\xi)$ – прогиб балки в рассматриваемой точке с координатой ξ ; l – длина балки. В том случае, когда функция $C(|x - \xi|)$ принимается в виде (8) с учетом сил инерции и внешнего демпфирования аналогичное уравнение (9) записывается следующим образом:

$$m \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + \gamma \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + C_0 w(x, t) + C_1 \int_0^l e^{-\eta|x - \xi|} w(\xi, t) d\xi = q(x, t), \quad (10)$$

где γ – коэффициент демпфирования; m – погонная масса балки; t – время; $q(x, t)$ – распределенная нагрузка.

Далее в качестве примера рассмотрим балку шарнирно закрепленную по концам. При решении дифференциального уравнения (9) воспользуемся методом Бубнова-Галеркина. Для этого представим функцию прогибов в виде:

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^n f_i(t) \sin\left(\frac{i\pi}{l} x\right), \quad (11)$$

где $f_i(t)$ – искомые обобщенные перемещения.

Подставив выражение (11) в уравнение (10), получим:

$$\sum_{i=1}^n \left[m \frac{\partial^2 f_i(t)}{\partial t^2} \sin\left(\frac{i\pi}{l} x\right) + \gamma \frac{\partial f_i(t)}{\partial t} \sin\left(\frac{i\pi}{l} x\right) + EI \left(\frac{i\pi}{l}\right)^4 f_i(t) \sin\left(\frac{i\pi}{l} x\right) + C_0 f_i(t) \sin\left(\frac{i\pi}{l} x\right) \right] + C_1 \int_0^l e^{-\eta|x-\xi|} \sum_{i=1}^n f_i(t) \sin\left(\frac{i\pi}{l} \xi\right) d\xi - q(x,t) = R(x), \quad (12)$$

$R(x)$ – функция невязки.

Значения $f_i(t)$ определяются из условия минимизации этой функции:

$$\int_0^l R(x) \sin\left(\frac{j\pi}{l} x\right) dx = 0. \quad (13)$$

После подстановки (12) в (13) и некоторых преобразований получим следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$m \frac{\partial^2 f_i(t)}{\partial t^2} + \gamma \frac{\partial f_i(t)}{\partial t} + EI \left(\frac{i\pi}{l}\right)^4 f_i(t) + C_0 f_i(t) + \frac{2}{l} C_1 \sum_{j=1}^n f_j(t) \int_0^l \int_0^l e^{-\eta|x-\xi|} \sin\left(\frac{i\pi}{l} \xi\right) \sin\left(\frac{j\pi}{l} x\right) d\xi dx - \frac{2}{l} \int_0^l q(x,t) \sin\left(\frac{j\pi}{l} x\right) dx = 0. \quad (14)$$

При решении уравнения (13) воспользуемся численным методом решения дифференциальных уравнений Рунге-Кутты 4-го порядка. Для вычисления двойного определенного интеграла

$$\int_0^l \int_0^l e^{-\eta|x-\xi|} \sin\left(\frac{i\pi}{l} \xi\right) \sin\left(\frac{j\pi}{l} x\right) d\xi dx$$

воспользуемся формулой трапеций.

В качестве примера рассмотрим бетонную балку длиной $l = 2000$ см с размерами поперечного сечения $b = 100$ см, $h = 100$ см при действии равномерно распределенной нагрузки $q = 1000$ Н/см. Начальный прогиб и начальная скорость принимаются нулевыми $w(0) = 0$, $\partial w / \partial t(0) = 0$

На рис. 1 приведены графики изменения прогиба в среднем сечении балки во времени, полученные при использовании модели сплошного нелокально упругого основания и модели Винклера-Циммермана без учета затухания, а на рис. 2 – те же графики с учетом затухания. Пунктирные кривые на всех графиках соответствуют результатам решения задачи с использованием модели Винклера, а сплошные кривые – с использованием модели нелокально упругого основания. Результаты получены при шаге интегрирования по координате $\Delta \xi = \Delta x = 1$ см, коэффициенте $\gamma = 0.1$ Н сек/см² и шаге по времени $\Delta t = 0.0001$ с. Характеристики основания приняты согласно [9]: $C_0 = 353.5$ Н/см², $C_1 = -258.5$ Н/см², $\eta = 0.034$ 1/см.

При расчете этой же балки с использованием модели Винклера коэффициент постели принят равным [9] $c = 183$ Н/см². В разложении прогибов в обоих случаях удерживаются 5 членов ($n = 5$).

Значение максимального прогиба, полученное из решения дифференциального уравнения (14) при $t = 30$ составило $w_{\max} = 0,1157$ см, что значительно отличается от значения прогиба в том же сечении в случае модели Винклера, которое составило $w_{\max} = 0,058$ см.

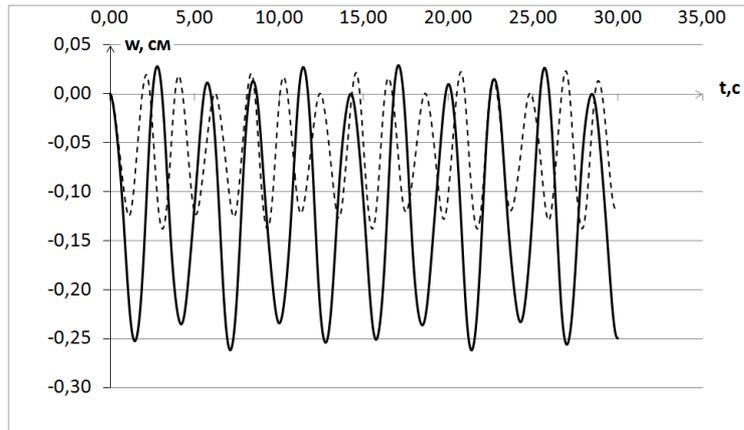


Рис. 1

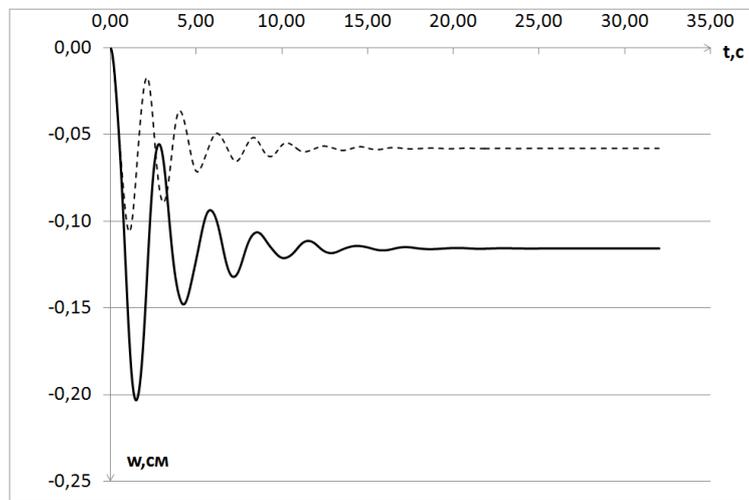


Рис. 2

На графиках изменения прогиба во времени рис. 3 приведены результаты расчета той же балки при действии распределенной нагрузки, изменяющейся во времени по закону: $q = q_0 \sin(\omega t)$ и по длине – по синусоиде.

В расчете принято: $q_0 = 1000 \text{ Н/см}$, $\gamma = 0.1 \text{ Н сек.см}^2$, $\Delta t = 0.01 \text{ с}$.

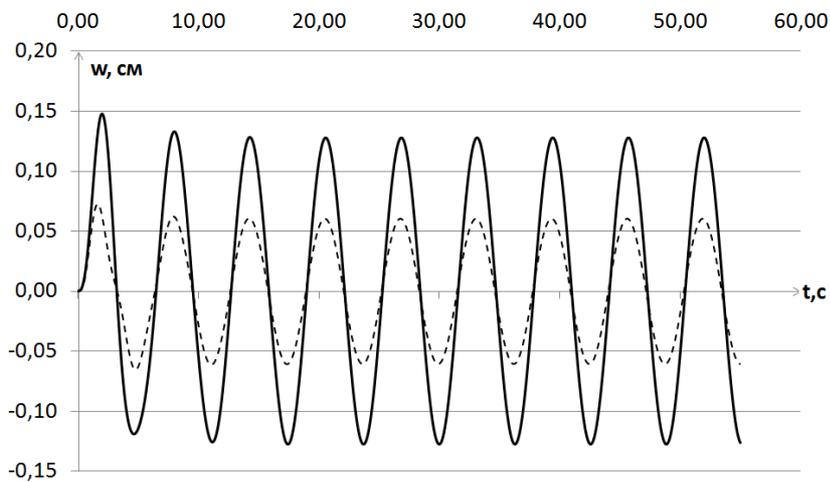


Рис. 3

Анализируя графики, можно так же сказать о значительной разнице результатов. Амплитуда колебаний в случае модели нелокально упругого основания равна 0.123 см, что более чем в 2 раза больше амплитуды колебаний, равной 0.057 см, полученной при использовании модели Винклера. Учет нелокальности основания приводит к значительным увеличениям значений прогибов балок по сравнению с винклеровской моделью основания.

Теперь для той же балки рассмотрим расчет на сейсмическое воздействие. Для этого используем искусственную акселерограмму вертикальных ускорений, которая принималась при расчете спортивных сооружений в г. Сочи (рис. 4). Шаг по времени Δt составляет 0.005 с.

При такой нагрузке график изменения во времени прогиба балки в среднем сечении при использовании модели нелокально упругого основания в общем имеет совершенно другой вид по сравнению с тем же графиком, полученным из результатов расчета по модели Винклера (рис. 5).

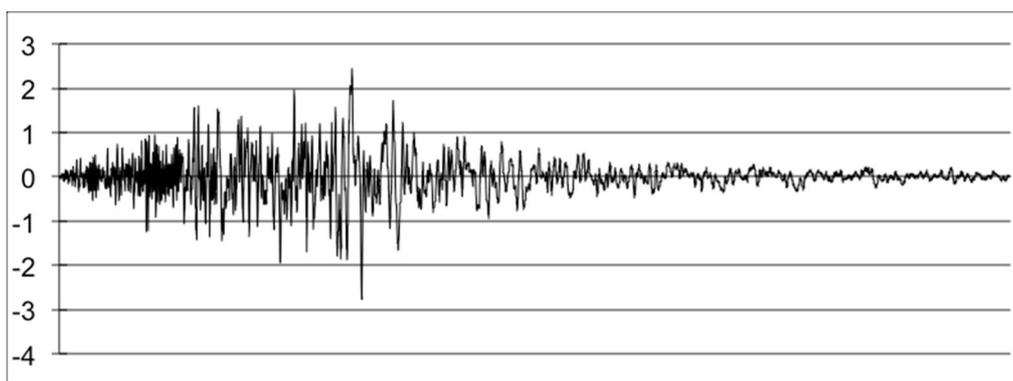


Рис.4

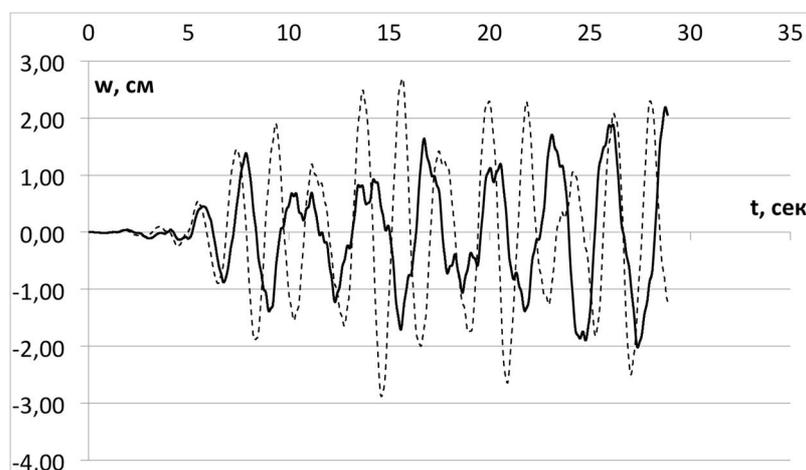


Рис. 5

Заключение. В статье проведен анализ колебаний балки, лежащей на сплошном упругом основании и приведены результаты расчета этой системы с помощью модели нелокально упругого основания и модели Винклера-Циммермана. На основании приведенных результатов можно подчеркнуть, что учет нелокальности основания при действии на балку внешней распределенной нагрузки приводит к большим значениям прогибов по сравнению с моделью Винклера. В случае же сейсмического воздействия прогибы балки при использовании модели Винклера могут оказаться большими по сравнению с аналогич-

ными прогибами, полученными с использованием модели нелокально упругого основания.

Л и т е р а т у р а

1. *Winkler E.* Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit. – Prague, 1867.
2. *Zimmerman H.* Die Berechnung des Eisenbahnoberbauee. – Berlin, 1888.
3. *Герсеванов Н.М., Мачерет Я. А.* К вопросу о бесконечно длинной балке на упругой почве, нагруженной силой P // Сборник НИИС Фундаментостроя. – 1937. – №8. – С. 3-5.
4. *Горбунов-Посадов М.И.* Расчет балок и плит на упругом полупространстве// Прикладная математика и механика. – 1940, т. IV, vsg. 3. – С. 61-80.
5. *Пастернак П. Л.* Основы нового метода расчета фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели. – М.: Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре. – 1954.
6. *Wieghardt K.* Über den Ralken auf nachgiebiger Unterlage. Zeitschrift für angewandte Methematik und Mechanik, 1922, Bd. 2, H. 3, s. 165 - 184.
7. *Friswell M. I., Adhikari S. A., Lei Y.* Vibration analysis of beams with non-local foundations using the finite element method// Int. J. for Numerical Methods in Engineering – Vol. 43. N 3. – P. 3381 - 3400.
8. *Потапов В.Д.* К вопросу о расчете балок на нелокально упругом основании// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2014. – № 4. – С. 63 – 68.
9. *Потапов В.Д., Фимкин А.И., Пепанян А.Р.* Экспериментальная проверка модели нелокально упругого основания// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2015. – №5. – С. 63 - 68.

References

1. *Winkler, E.* (1867). Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit. Prague.
2. *Zimmerman, H.* (1888). Die Berechnung des Eisenbahnoberbauee. Berlin.
3. *Gersevanov, N.M., Macheret, Ya.A.*(1937). K voprosu o beskonechno dlinnoj balke na uprugoj pochve, nagruzhennoj siloj , *Sbornik NIIS Fundamentostroya*, №8, pp. 3-5.
4. *Gorbunov-Posadov, M.I.* (1940). Raschet balok i plit na uprugom poluprostranstve, *Prikladnaya Matematika i Mekhanika*, tom IV, vyp. 3, pp. 61-80.
5. *Pasternak, P. L.* (1954). *Osnovy Novogo Metoda Rascheta Fundamentov na Uprugom Osnovanii pri Pomoshchi Dvuh Koehfficientov Posteli*, M.: Gosudarstvennoe izdatel'stvo literatury po stroitel'stvu i arhitekture, 1954.
6. *Wieghardt, K.* (1922). Über den Ralken auf nachgiebiger Unterlage. Zeitschrift für angewandte Methematik und Mechanik, Bd. 2, H. 3, s. 165 - 184.
7. *Friswell, M. I., Adhikari, S. A., Lei, Y.* (2006). Vibration analysis of beams with non-local foundations using the finite element method, *Int. J. for Numerical Methods in Engineering.*, Vol. 43, N 3, P. 3381 - 3400.
8. *Potapov, V.D.* (2014). K voprosu o raschete balok na nelokal'no uprugom osnovanii, *Stroitel'naya Mekhanika Inzhenernyh Konstrukcij i Sooruzhenij*, № 4, pp. 63 – 68.
9. *Potapov, V.D., Fimkin, A.I., Pepanyan, A.R.* (2015). Experimental'naya proverka modeli nelokal'no uprugogo osnovaniya, *Stroitel'naya Mekhanika Inzhenernyh Konstrukcij i Sooruzhenij*, №5, pp. 63 - 68.

VIBRATION OF BEAMS, LYING ON THE SOLID NONLOCAL ELASTIC FOUNDATION

A.A. Vasilenko

Now, the calculation of beams, lying on the solid elastic foundation is fulfilled with using different model of elastic foundation. One of the most common is a model, based on the hypothesis of a proportion between the reaction of the foundation at the point with the coordinate x and slump at the same point (the hypothesis of Winkler) which however is not accurate enough describes the behavior of structures lying on the solid elastic foundation.

In this paper, we consider the problem of beam vibration, lying on the solid nonlocal elastic foundation. We give a comparison of calculation results, obtained with using the proposed model and the Winkler model.

Keywords: beam, solid nonlocal elastic foundation, vibration.

**ПРИКЛАДНОЙ СПОСОБ ОЦЕНКИ ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ
ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОВРЕЖДЕННОГО КОРРОЗИЕЙ
ЖЕЛЕЗОБЕТОНА ПРИ ЗНАКОПЕРЕМЕННОМ НАГРУЖЕНИИ**

В. М. БОНДАРЕНКО, *д-р тех. наук, профессор*
НИИСФ РААСН,
127238, Москва, Локомотивный пр-д, д.21

В статье исследуются задачи расчета потерь энергии при силовом знакопеременном нагружении поврежденного коррозией железобетона заменой нелинейно переменных характеристик силового сопротивления и коррозионных повреждений с помощью интегральных модулей деформаций и интегральным коэффициентом сохранения, зависящих от интенсивности нагружений и агрессивно коррозионных воздействий.

Они вычисляются из условия минимума отклонений по высоте сечений между исходными интегральными значениями, указанных характеристик конструкций.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: диссипация энергии деформирования, коррозионные повреждения.

Эксплуатируемые в агрессивной среде материалы - компоненты железобетона - повреждаются. Вследствие этого первоначальный потенциал силового сопротивления железобетонных конструкций – прочность, трещиностойкость, устойчивость – уменьшается, а потери энергии при деформировании увеличиваются [3].

Сформулированная в заглавии статьи задача решается в два этапа:

А. Оценка потерь энергии неповрежденного коррозией железобетона;
Б. Оценка влияния коррозионных повреждений на энергетическое сопротивление железобетона.

А. При силовом деформировании образца материала совершается работа, равная произведению действующей силы и вызванных его перемещений, применительно к бетонному поврежденному коррозией образцу единичных размеров при осевом нагружении эта работа равна

$$\overline{W}_0 = \int_0^\varepsilon \sigma d\varepsilon, \quad (1)$$

где ε – полные относительные деформации, σ – нормальные напряжения. Связь между напряжениями и деформациями бетона – реологическое уравнение силового сопротивления записывается в традиционной форме – при нагружении:

$$\varepsilon(t) = \frac{S[\sigma(t)]}{E_{\text{мгн}}(t)} + S_{\text{пол}}[\sigma(t)]C(t, t) - \int_{t_0}^t S_{\text{пол}}[\sigma(\tau)] \frac{dc(t, t_0)}{d\tau} d\tau, \quad (2)$$

где $S_{\text{мгн}} = \sigma \left[1 + V_{\text{мгн}} \left(\frac{\sigma}{R} \right)^{m_{\text{мгн}}} \right]$; $S_{\text{пол}} = \sigma \left[1 + V_{\text{пол}} \left(\frac{\sigma}{R} \right)^{m_{\text{пол}}} \right]$, (3)

а в частном случае при $\sigma = \text{const}$:

$$\varepsilon(t) = \frac{S_{\text{мгн}}(\sigma)}{E_{\text{мгн}}(t)} + S_{\text{пол}}(\sigma)C(t, t_0). \quad (4)$$

Здесь t_0, τ, t - время начала наблюдения, текущее время, время окончания наблюдения; R – расчетная призменная прочность бетона, $E_{\text{мгн}}$ – модуль мгновенно упругой деформации [6], $C(\tau, t_0)$ – мера простой ползучести [6], $V_{\text{мгн}}, V_{\text{пол}}, m_{\text{мгн}}, m_{\text{пол}}$ - параметры нелинейности деформирования [4]:

для сжатия: $V_{\text{мгн}} = \frac{37,5}{R}$; $m_{\text{мгн}} = 5,7 - 0,05R$ (или назначаются по [6]),
 $V_{\text{пол}} = \frac{45,0}{R}$; $m_{\text{пол}} = 5,0 - 0,07R$, (5)

для растяжения: $V_{t, \text{мгн}} = 0,3 + 0,37K$; $m_{t, \text{мгн}} = 0,8 + 0,32K$,
 $V_{t, \text{пол}} = 1,5$; $m_{t, \text{пол}} = 1,0$ (6)

или записывается в квазилинейной форме [3]

$$\bar{\varepsilon} = a\sigma^b; \sigma = \frac{1}{(a)^{1/b}} \varepsilon^{1/b}, \quad (7)$$

где a и b – параметры деформирования.

Параметры a и b могут быть установлены экспериментально или вычислены по условиям равенства $\varepsilon = \bar{\varepsilon}$ в двух фиксированных уровнях нагружения $\sigma = R$ и $\sigma = \gamma R$ (в частности, нами принимается $0,6 \leq \gamma \leq 0,8$)

тогда при $\sigma = R$ имеем $a = \frac{\varepsilon(R)}{Rb}$, (8)

при $\sigma = \gamma R$ имеем $b = \frac{1}{\ln^{1/\gamma}} \ln \frac{\varepsilon(R)}{\varepsilon(\gamma R)}$ (9)

при разгрузении.

Согласно признаку Энгессера-Ясинского связь между напряжениями и деформациями принимается линейной:

для бетона: $\varepsilon = \frac{\sigma}{E_{врл}}$, где $E_{врл} = \frac{E_{мгн}}{1 + E_{мгн} \cdot C(t, t_0)}$; (10)

для стальной арматуры при нагружении и при разгрузении описывается законом Гука¹:

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s}, \quad (11)$$

$E_{врл}$ – временный линейный модуль деформирования по С.Е. Фрайфельду, E_s – модуль упругой арматуры.

Отсюда следует, что при осевом нагружении единичного бетонного образца работа равна по (1):

$$\vec{W}_0 = \int_0^\varepsilon \frac{1}{a^{1/b}} \varepsilon^{1/b} d\varepsilon = \frac{\varepsilon^{(1+1/b)}}{a^{1/b}(1+1/b)}, \quad (12)$$

то же при разгрузении

$$\overleftarrow{W}_0 = \int_0^\varepsilon E_{врл} \varepsilon d\varepsilon = \frac{E_{врл} \varepsilon^2}{2}. \quad (13)$$

Знак \rightarrow означает нагружение, знак \leftarrow разгрузение). А разность величин работы, затраченной при нагрузке на деформирование образца, и работы, произведенной при разгрузке (для единичного образца равная площади петли гистерезиса на диаграмме $\sigma - \varepsilon$):

$$\Delta W_0 = \vec{W}_0 - \overleftarrow{W}_0. \quad (14)$$

В целом при однократном осевом нагружении-разгрузении бетонной конструкции объемом V потеря энергии деформирования равна:

$$\Delta W = V \Delta W_0. \quad (15)$$

При неоднородном напряженном состоянии сечений конструкций (например, при изгибе железобетонной балки) аналогичные вычисления осуществляются в следующей последовательности:

1. Построение функции нормальных напряжений в сечении балки;
2. разделение пролета балки на несколько i -тых участков, для каждого из которых устанавливаются расчетно неизменными значения изгибающих моментов $M_i = const$;
3. Независимое вычисление потерь энергии для сжатой и для растянутой зон сечения для каждого i -того участка с последующим их суммированием, а затем суммирование потерь энергии для балки в целом.

Используя уравнение кривизны и гипотезу плоских сечений:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{D} = \frac{\varepsilon}{Z}, \quad \varepsilon = \frac{M}{D} Z, \quad (16)$$

а также уравнения силового сопротивления (7) получаем для каждого участка функцию нормальных напряжений по высоте сжатой зоны сечения балки [3]:

¹ Принятие линейноупругой связи $\sigma_s = \varepsilon_s$ обуславливает возможность отказа от учета потерь энергии при деформировании арматуры

$$\sigma_i = \left(\frac{M_i}{M_{\text{инп}}} \right)^{1/b} R \left(\frac{Z}{X_i} \right)^{\eta_i}, \text{ где } \mu = 1 - \frac{M_i}{M_{\text{инп}}}, \quad (17)$$

где X_i - высота сжатой зоны сечения балки; Z - ордината, отсчитываемая от нулевой оси напряжений; $M_{\text{инп}}$ - предельный изгибающий момент i -того участка.

К этому заметим, что при наличии арматуры в сжатой зоне изгибаемой балки A_s^i расчетная величина момента M_i в формуле для нормальных напряжений (17) в целях уточнения может быть уменьшена на величину:

$$\Delta M_i = A_s^i \sigma_s^i (h_0 - a_s^i), \text{ где } a_s = \frac{M}{D} E_s (X - a_s^i). \quad (18)$$

Общие потери энергии при деформировании железобетонной балки при однократном статическом нагружении-разгрузении равны:

$$\Delta W_{\text{общ}} = \sum_{i=1}^n \Delta W_i, \quad (19)$$

$$\Delta W_i = (\bar{W}_i - \bar{W}_i) + (\bar{W}_{ti} + \bar{W}_{ti}), \quad (20)$$

где ΔW_i - потери энергии на i -том участке балки; \bar{W}_i - расход энергии при нагружении сжатой зоны сечения i -того участка; \bar{W}_i - энергия восстановления деформаций сжатой зоны l_i после разгрузки (под разгрузением понимается приложение к балке такой же нагрузки, но с обратным знаком):

$$\bar{W}_{ti} - \text{то же растянутой части сечений}; \quad \bar{W}_{ti} - \text{то же растянутой части сечений}$$

$$\bar{W}_i = b_0 l_i \int_0^{X_i} \sigma \varepsilon dZ = b_0 l_i \int_0^{X_i} \left(\frac{M_i}{M_{\text{инп}}} \right)^{1/b} R \left(\frac{Z}{X_i} \right) \frac{M_i}{D_i} Z dZ = \frac{b_0 l_i M_i R}{(2+\eta_i) D_i} \left(\frac{M_i}{M_{\text{инп}}} \right)^{1/b} X_i^2, \quad (21)$$

и аналогично

$$\bar{W}_{ti} = \frac{b_0 l_i M_i R t}{(2+\eta_{ti}) D_i} \left(\frac{M_i}{M_{\text{инп}}} \right)^{1/b t} (h - X_i)^2, \quad (22)$$

$$\bar{W}_i = \frac{b_0 l_i M_i R}{3 D_i} \left(\frac{M_i}{M_{\text{инп}}} \right)^{1/b} X_i^2, \quad (23)$$

$$\bar{W}_{ti} = \frac{b_0 l_i M_i R t}{3 D_i} \left(\frac{M_i}{M_{\text{инп}}} \right)^{1/b t} (h - X_i)^2, \quad (24)$$

где b_0 - ширина и h - высота прямоугольного сечения балки l_i - длина i -того участка, X_i - высота сжатой зоны, t - индекс обозначает растянутую зону.

Полученный результат позволяет определить общий коэффициент поглощения энергии:

$$\psi_{\text{общ}} = \frac{\Delta W_{\text{общ}}}{\bar{W}_{\text{общ}}} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{W}_i + \bar{W}_{ti})}{\sum_{i=1}^n (\bar{W}_i + \bar{W}_{ti})}. \quad (25)$$

Анализ полученных результатов (21) - (25) показывает на возможность снижения поглощения энергии при знакопеременном нагружении - разгрузении применением

-уменьшения изгибающих моментов с помощью перераспределения расположения нагрузки в пролете с помощью изменения граничных условий,

-увеличения силового сопротивления конструкций: предельных изгибающих моментов $M_{\text{пр}}$ и жесткости сечений D .

Б. Воздействие агрессивной среды размещения вызывает коррозионные повреждения бетона, арматуры.

Исследования А.В. Саталкина, П.А. Ребиндера, А.П. Макаренко, Ю.М. Баженова, Е.М. Чернышева, посвященные изучению связи между уровнем и режимом нагружения бетона, его структурой и характеристиками силового сопротивления; В.И. Бабушкина, Б.В. Гусева, С.В. Федосова, И.Г. Овчинникова, Р.Б. Гарибова, направленные на вскрытие механизма коррозионного повреждения бетона; В.П. Селяева, изучающая связь между уровнем нагружения и коррозионными повреждениями; Е.И. Гузеева и В.И. Римшина, отданные проблемы

распределения коррозионных повреждений по сечению бетонных образцов; В.Р. Степановой и Н.К. Розентля по технологическим вопросам антикоррозионной защиты и др. позволили автору предложить аналитические обобщенные записи кинетики процесса коррозионных повреждений бетона во времени [2]:

$$\frac{d\Delta\delta}{dt} = -\alpha\Delta\delta^m, \text{ где } \Delta\delta = \frac{\delta_\phi - \delta}{\delta_\phi}, \quad (26)$$

где t – время, δ – глубина коррозионных повреждений, δ_ϕ – фиксируемая предельная величина глубины коррозионных повреждений, α – параметр скорости продвижения коррозионных повреждений, m – параметр уровня действующих напряжений

Заметим, что функции связи уровня нагружения и параметров δ_ϕ , α и m устанавливаются экспериментально для разных сочетаний номинаций агрессивной среды и бетона.

Для конструкций эксплуатируемых зданий и сооружений уровень действующих напряжений относительно невысок и соответствует параметру $m \geq 1$; когда в бетоне отсутствуют сквозные трещины, а поры колюмируются продуктами коррозии, коррозионный процесс затухает во времени, а глубина продвижения коррозионного фронта фиксируется (с увеличением $m \geq 1$ затухание описанного процесса ускоряется) [1, 3].

В связи с этим в прикладных расчетах самым неблагоприятным считается вариант $m = 1$, для которого решение (26) имеет вид:

$$\delta(t, t_0) = [1 - \Delta\delta(t_0, t_0)e^{-\alpha(t-t_0)}] \delta_{cp}(\eta, t_0), \quad (27)$$

где $\eta = \frac{\sigma}{R}$.

Однако, информация о глубине коррозионных повреждений не исчерпывает необходимых исходных данных, необходимых для оценки силового сопротивления повреждённых коррозией железобетонных конструкций; требуются сведения о распределении коррозионных повреждений по сечению конструкций.

Задача решается с помощью следующих посылок (рис. 1):

- внешний слой конструкции, непосредственно контактирующий с агрессивной средой, может быть поврежден коррозией как частично, так полностью. (во втором случае поверхность контакта среды и повреждённого бетона перемещается в глубину бетонного тела на глубину $Z > 0$);
- по мере удаления фронта коррозионных повреждений разрушение бетона уменьшается и на так называемой фиксируемой глубине прекращается, а характеристики силового сопротивления сохраняются;
- указанные признаки снижения значений характеристик силового сопротивления описываются единой функцией сохранения K^* ; это дает основу для принятия признака эквивалентности

$$K^* = \frac{R^*}{R} = \frac{E^*}{E} = \frac{C}{C^*} = \frac{K_{обп}^*}{K_{обп}} \dots \quad (28)$$

Характер кривой функции сохранения (рис. 1) позволяет искать ее в виде:

$$K^*(Z) = \sum_{i=0}^2 a_i Z^i \quad (29)$$

Здесь $b_0 h$ – габариты сечения, X – высота сжатой зоны, Z^* – толщина полного разрушения, δ – толщина слоя частичного разрушения, p – толщина неповрежденного слоя. Значения параметров a : устанавливаются из условий на глубине фронта повреждений $Z = P$:

$$K^* = 1; \frac{dK^*}{dZ} = 0 \quad (30)$$

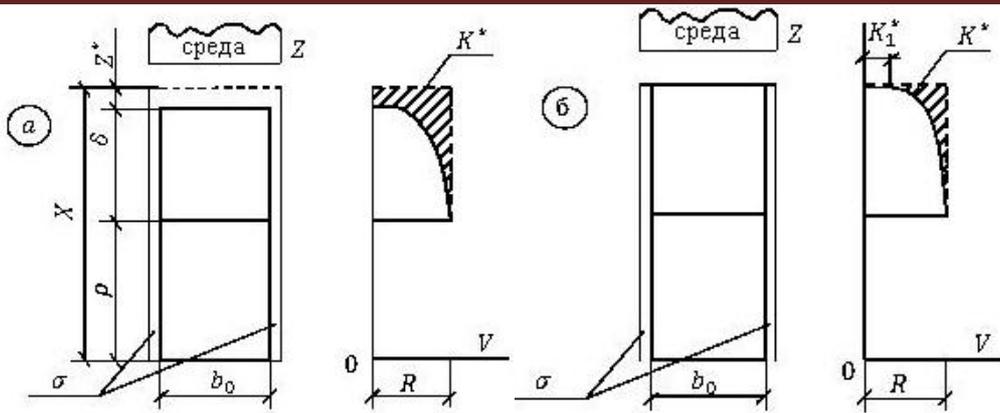


Рис. 1. Типы повреждений внешних волокон железобетонного элемента:
 I - полное разрушение, II - частичное разрушение

на поверхности контакта бетона с агрессивной средой:

для рис. 1, а будет: $K_1^* = 1$ и $Z^* > 0$, (31)

для рис. 1, б будет:

$$K_1^*(X) = K_1^* \text{ и } Z^* = 0, \quad (32)$$

откуда для варианта а:

$$a_0 = 1 - \left(\frac{\rho}{\delta}\right)^2; a_1 \frac{2\rho}{\delta^2}; a_2 = -\frac{1}{\delta^2}, \quad (33)$$

для варианта б:

$$a_0 = 1 - (1 - K_1^*) \left(\frac{\rho}{\delta}\right)^2; a_1 \frac{2(1-K_1^*)\rho}{\delta^2}; a_2 = \frac{(1-K_1^*)}{\delta^2}. \quad (34)$$

Коррозионные повреждения арматуры учитываются введением к значению площади сечения коэффициента сохранения

$$\omega = A_s^k / A_s. \quad (35)$$

В интересах упрощения прикладных алгоритмов вычисления энергетических характеристик (19)-(25) силового сопротивления железобетонных элементов с учетом влияния коррозионных повреждений бетона и арматурной стали непосредственное применение зависимостей (17) и для коррозионных повреждений (29) при определении прочности высоты сжатой зоны, предельных изгибающих моментов, жесткости, приводящее к неоправданно громоздким вычислениям, заменяется интегральными оценками коэффициента повреждения бетона и характеристик жесткости интегральные оценки – интегральный модуль деформации бетона ($E_{инт}$) и интегральный коэффициент сохранения ($K_{инт}^*$) – вычисляются с помощью минимизации квадратичного m-момента отклонения по высоте сечения и таким образом позволяют дальнейшие расчеты выполнять по общим регламентным методикам [3].

Таким образом, приняв $\varepsilon(16)$ и $K^*(29)$, записываем отклонение значений деформации бетона по (16) и по (36):

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_{инт}}; \sigma = \left(\frac{M}{M_{пр}}\right)^{1/b} R \left(\frac{Z}{X}\right)^\eta \quad (36)$$

и условие минимизации отклонения

$$\frac{d}{d\frac{1}{E_{инт}}} \int_{\rho}^{\rho+\delta} (\Delta\varepsilon Z^m)^2 = 0. \quad (37)$$

При $\Delta\varepsilon = \varepsilon - \varepsilon_{инт}, \quad (38)$

откуда $E_{инт} = \frac{\int_{\rho}^{\rho+\delta} \sigma^2 Z^{2m} dz}{\int_{\rho}^{\rho+\delta} \varepsilon \sigma Z^{2m} dz}, \quad (39)$

или после подстановки (17)

$$E_{\text{инт}} = \frac{(1+\eta+2m) \left[\frac{M(X)}{M_{\text{пр}}(X)} \right]^{1/b-1} RD}{(1+2\eta+2m)M_{\text{пр}}(X)X^\eta} Z^{\eta-1} \Bigg|_{\rho}^{\rho+\delta} \quad (40)$$

Аналогично K^α (29):

$$\Delta K^*(Z) = K^*(Z) - K_{\text{инт}}^* \quad (41)$$

$$\frac{d}{dK_{\text{инт}}^*} \int_{\rho}^{\rho+\delta} [\Delta K^*(Z)Z^m]^2 dZ = 0, \quad (42)$$

откуда $K_{\text{инт}}^*(X) = \frac{\int_{\rho}^{\rho+\delta} K^*(Z)Z^{2m}}{\int_{\rho}^{\rho+\delta} Z^{2m} dZ}$, или $K_{\text{инт}}^*(X) = \sum_{i=2}^{\rho+\delta} \frac{d_i Z^{i+1+2m}}{i+1+2m} \Bigg|_{\rho}^{\rho+\delta}$.

При этом, в пределах каждого i -го участка принимаются неизменными величины действующего изгибающего момента $M_{\text{пр}}(X)$ и, следовательно, считаются неизменными по Z расчетный модуль деформаций и расчетная прочность бетона (28):

$$E_{\text{инт}}^* = K_{\text{инт}}^* \cdot E_{\text{инт}}; \quad R_{\text{инт}}^* = K_{\text{инт}}^* R; \quad \frac{\sigma}{\sigma Z} R_{\text{инт}}^* = 0,$$

а также зависящие от них η, ρ, δ, X, D .

Таким образом, применение интегральных характеристик $E_{\text{инт}}^*$ и $R_{\text{инт}}^*$ позволяет при вычислении жесткости D_i^* ; $M_{\text{пр}}^*$ применять регламентные методики СНиП. Интегральный для каждого i -го участка коэффициент сохранения исходных характеристик силового сопротивления $K_{\text{инт}}^*(X) < 1$. Таким образом, расчетная жесткость D , расчетный предельный изгибающий момент $M_{\text{пр}}$ меньше исходных значений и согласно (21)-(24) коррозионные повреждения увеличивает энергопотери при силовом деформировании конструкций,

$$\psi_i^* = 1 - \frac{\bar{W}_i + \bar{W}_{ti}}{\bar{W}_i + \bar{W}_{ti}} = 1 - \frac{\frac{R}{3} \left(\frac{M_i}{M_{\text{пр}}} \right)^{1/b} X^{2 + \frac{R_t}{3} \left(\frac{M_i}{M_{\text{пр}}} \right)^{1/b_t} (h-X)^2}}{\frac{R}{(2+\eta_i)} \left(\frac{M_i}{M_{\text{пр}}} \right)^{1/b} X^{2 + \frac{R_t}{(2+\eta_i)} \left(\frac{M_i}{M_{\text{пр}}} \right)^{1/b_t} (h-X)^2}}, \quad (43)$$

где W_i по (21)-(24) при сокращении числителя и знаменателя на $l_0 l_i D_i$.

В иллюстративном случае при $(2 + \eta_i) \cong (2 - \eta_{i\alpha})$ запись (43) приводится к

$$\psi_i = \frac{M_i}{3M_{\text{пр}}} \quad \text{и} \quad \psi_i^* = \frac{M_i}{3M_{\text{пр}}^*},$$

т.е. при снижении за счет учета коррозионных повреждений предельного изгибающего момента коэффициент поглощения энергии растет; например при

$$M_{\text{пр}}^* = \frac{M_{\text{пр}}}{L}, \quad \text{где } L > 1, \quad \text{величина } \psi_i^* = L\psi_i.$$

Таким образом, показано, что способ интегральных оценок характеристик силового сопротивления $E_{\text{инт}}^\alpha$ и $R_{\text{инт}}^\alpha$ позволяет свести оценку потерь энергии при деформировании к простому алгебраическому расчету.

Л и т е р а т у р а

1. Бондаренко В.М. О назначении оптимальных поперечных сечений стержневых конструкций при колебаниях// Вестник академии строительства и архитектуры. Киев, 1959. - №4. - С. 33-40.

2. Бондаренко В.М. Феноменология кинетики повреждений бетона железобетонных конструкций, эксплуатирующихся в агрессивной среде// Бетон и железобетон. – 2008. - №2. – С. 25-28.

3. Бондаренко В.М., Римшин В.И. Диссипативная теория силового сопротивления железобетона. – М.: Изд-во «Студент», 2015. - 111 с.

4. Бондаренко В.М. Посылки энергетической оптимизации железобетонных конструкций, воспринимающих знакопеременные нагрузки//Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2015. – №4. – С. 24-31.

5. *Понеско А.И.* Работоспособность железобетонных конструкций, подверженных коррозии. – СПб гос. архит. строит. ун-т, 1996. – 128 с.

6. Рекомендации по учету ползучести и усадки бетона при расчете бетонных и железобетонных конструкций. – НИИЖБ, Стройиздат, Москва. – 1988. – 121 с.

References

1. *Bondarenko, V.M.* (1959). O naznachenii optimal'nyh poperechnykh sechenij sterzhnevyykh konstrukcij pri kolebanijah, *Vestnik Akademii Stoitel'stva i Arhitektury*, Kiev, №4, pp. 33-40.

2. *Bondarenko, V.M.* (2008). Fenomenologija kinetiki povrezhdenij betona zhelezobetonnnykh konstrukcij, jekspluatirujushhihsja v agressivnoj srede, *Beton i Zhelezobeton*, №2, pp. 25-28.

3. *Bondarenko, V.M., Rimshin, V.I.* (2015). *Dissipativnaja Teorija Silovogo Soprotivlenija Zhelezobetona*, Moscow: Izd-vo «Student», 111 p.

4. *Bondarenko, V.M.* (2015). Posylki jenergeticheskoj optimizacii zhelezobetonnnykh konstrukcij, vosprinimajushhih znakoperemennye nagruzki, *Stroitel'naja Mehanika Inzhenernykh Konstrukcij i Sooruzhenij*, №4, pp. 24-31.

5. *Popesko, A.I.* (1996). *Rabotosposobnost' Zhelezobetonnnykh Konstrukcij, Podverzhennykh Korrozii*, SPb gos.arhit.stroit. un-t, 128 p.

6. *Rekomendacii po Uchetu Polzuchesti i Usvdkii Betona pri Raschete Betonnyh i Zhelezobetonnnykh Konstrukcij*, NIIZhB, Strojizdat, Moskva, 1988, 121 p.

APPLIED WAY OF THE ASSESSMENT OF LOSSES OF ENERGY OF DEFORMATION OF THE REINFORCED CONCRETE DAMAGED BY CORROSION UNDER SIGN-VARIABLE LOADING

Bondarenko V.M.
NIISF RAASN, Moscow

This article investigates the problem of calculating the energy losses in the alternating power loading of corroded reinforced concrete. This happens when one replaces the variables of the nonlinear characteristics of the power resistance and corrosion damage by an integral module of deformations and integral retention. They depend on intensity of loadings and corrosive influences. They are calculated from the condition of minimum variance for the height of the cross sections between the original integral values of structures characteristics.

KEY WORDS: dissipation of energy of deformation, corrosion damages.



АНАЛИЗ ОБЗОРНЫХ РАБОТ ПО ТЕОРИИ ТОНКИХ ОБОЛОЧЕК И ИХ ПРИМЕНЕНИЮ

ТХОМА Анамария, аспирант
Российский университет дружбы народов, Москва
117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6

Представленные в статье материалы могут помочь молодым исследователям, занимающимся проблемами геометрии, теории тонких оболочек и применением их в строительстве, выбрать темы будущих исследований. Показано, что в настоящее время пространственные структуры вызывают повышенный интерес у архитекторов и инженеров-конструкторов в связи с появлением высокоскоростных ЭВМ и программных комплексов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: тонкая оболочка, расчет на прочность, устойчивость, геометрия, параметрическая архитектура, висячие покрытия, тентовая архитектура.

Приступая к работе над кандидатской диссертацией, исследователь должен сначала изучить состояние дел по выбранной теме исследования. В этом ему могут помочь обзорные работы, опубликованные ведущими учеными. При изучении ранее опубликованных монографий и статей по теме «Геометрия, строительная механика тонких оболочек и их применение» автор установила, что последние два десятилетия XX-го века применение большепролетных тонких обо-

лочек при строительстве общественных зданий значительно сократилось по сравнению с предшествующими годами. Однако теоретические и экспериментальные исследования тонких оболочек продолжались значительными темпами, в основном, в связи с появлением хорошего программного обеспечения, высокоскоростных ЭВМ и появлением новых строительных материалов. Это подтверждают вышедшие в последние годы монографии [1-4] и статьи [5-8].

Первая попытка проанализировать обзорные работы по геометрии, прочности, устойчивости, динамике и применению торсовых, конических, цилиндрических, коноидальных, каплевидных, винтовых и винтообразных оболочек, оболочек в форме параболоидов вращения, однополостных гиперболоидов вращения и эллиптических параболоидов была предпринята Е.А. Гринько в работе [9] с 21 наименованием литературы. Было бы желательно читать эти две статьи совместно, так как первоисточники, приведенные в статье [9], не дублируются в представленной статье.

После того как поставлена цель создать архитектурный образ общественного или производственного сооружения архитектор должен решить в каком стиле он собирается работать: архитектурно-строительная бионика [10], параметрическая архитектура [11] или создать аналитически не задаваемые срединные поверхности. После этого необходимо решить вопрос о выборе материала оболочки. До настоящего времени хорошо себя зарекомендовали сборные, сборномонолитные и монолитные железобетонные [12] оболочки, металлические [13], деревянные [14], тентовые [15] и в ряде случаев применяются пластмассовые и композитные оболочки [16].

Определенный кризис в проектировании большепролетных железобетонных оболочек стараются преодолеть, создавая новые направления в архитектуре, расширяя возможности железобетона и армоцемента: ноосферная архитектура, архитектурная бионика и др. Возможности конструкций из древесины значительно расширились после 1960-х годов в связи с появлением клееных деревянных конструкций. В последние годы стальные сетчатые оболочечные структуры применяют даже чаще, чем железобетонные тонкостенные оболочки, и они прочно занимают свою нишу в архитектуре общественных и промышленных зданий. Следует упомянуть также геодезические купола, появившиеся в 1940-х годах. Сейчас их изготавливают из дерева, стали, алюминия, железобетона и бамбука [8, 13].

Оболочки, с точки зрения строительной механики, могут быть жесткими, т.е. обладающими изгибной жесткостью [12-14, 16], мембранными (безмоментными), работающими только на растяжение, и комбинированными, когда элементы каркаса оболочки являются жесткими, а сам каркас покрывается пленкой или тентом (каркасно-тентовая конструкция).

Мембранные (безмоментные) конструкции включают в себя висячие тросовые системы, металлические мембраны, пневмосооружения и тентовые покрытия. В висячих конструкциях внешнюю нагрузку воспринимают тросы (стальные канаты), кабели, цепи, прокатный металл и листовые мембраны, работающие только на растяжение. В висячих вантовых системах ванты (нити) или тросовые плоские, или пространственные фермы поддерживают жесткие элементы (балки, плиты, арки, рамы), работающие на изгиб, в проектное положение, а уже на эти жесткие элементы укладываются ограждающие конструкции. Висячие тросовые конструкции (тросовые сети) отличаются от вантовых систем тем, ограждающие элементы в них укладываются непосредственно на тросы или тросовую сеть. В работе [17] приводится классификация висячих тросовых конструкций. Россия бесспорно является лидером в проектировании, расчете и строительстве металлических мембранных покрытий [18].

Сейчас около ста тысяч пневмосооружений и конструкций смонтированы на всех континентах мира, их изготавливают во всех технически развитых странах [19, 20].

Краткая информация, приведенная выше, показывает, что у архитектора и инженера-строителя имеется большой потенциал в выборе формы, материала, методов расчета, конструктивных решений и примеров применения большепролетных тонкостенных оболочечных конструкций.

Хорошо спроектированная оболочка всегда будет считаться наиболее красивым и значимым сооружением городской архитектуры.

Л и т е р а т у р а

1. *Krivoshapko S.N., Ivanov V.N.* Encyclopedia of Analytical Surfaces. – Springer International Publishing Switzerland, 2015. – 752 p.
2. *Кривошапко С.Н., Мамиева И.А.* Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий: Монография. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. – 328 с.
3. *Krasić Sonja.* Geometrijske Površi u Arhitekturi, Univerzitet u Nišu, 2012, 238 p.
4. *Sigrid Adriaenssens, Philippe Block, Diederik Veenendaal.* Shell Structures for Architecture: Form Finding and Optimization, Routledge, 2014, pdf.
5. *Кривошапко С.Н.* Шаг в III тысячелетие: Архитектура оболочек и прочностной расчет тонкостенных строительных и машиностроительных конструкций сложной формы// Монтажные и специальные работы в строительстве. – 2001. – №8-9. – С.2-5.
6. *Кривошапко С.Н., Мамиева И.А.* Выдающиеся пространственные сооружения последних 20 лет// Монтажные и специальные работы в строительстве. – 2012. – № 12. – С. 8-14.
7. *Кривошапко С.Н.* О возможностях оболочечных сооружений в современной архитектуре и строительстве// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2013. – № 1. – С. 51-56.
8. *Bradshaw, R., Campbell, D., Gargari, M., Mirmiran, A., and Tripeny, P.,* 2002, Special structures. Past, present, and future, Journal of Structural Engineering, June 2002, pp. 691-701.
9. *Гринько Е.А.* Обзорные работы по геометрии, прочности, устойчивости, динамике и применению оболочек со срединными поверхностями различных классов// Монтажные и специальные работы в строительстве. -2012. -№ 2. -С. 15-21.
10. *Шамбина С.Л., Казарян А.А.* Применение бионического формообразования и методов аналитической геометрии в современном архитектурном проектировании// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2015. – № 1. – С. 3-11.
11. *Мамиева И.А., Разин А.Д.* Параметрическая литература в Москве// Архитектура и строительство России. – 2014. - № 6. – С. 24-29.
12. *Krivoshapko S.N., Christian A. Bock Hyeng, Mamieva I.A.* Chronology of erection of the earliest reinforced concrete shells// International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences. – 2014. – Vol. 18. – Iss. 2. – P. 95-108.
13. *Кривошапко С.Н.* Металлические ребристо-кольцевые и сетчато-стержневые оболочки XIX-го – первой половины XX-го веков// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2014. – № 6. – С. 4-15.
14. *Кривошапко С.Н., Пятикрестовский К.П.* Из истории строительства деревянных оболочек и их возможности в настоящем и будущем// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2014. – № 1. – С. 3-18.
15. *Скопенко В.А.* Тентовая архитектура: «индустриальные» возможности// Академический вестник УралНИИпроекта РААСН. – 2010. – № 3. – С. 64-69.
16. *Kottas Dimitris.* Architecture and Construction in Plastic. – Links International, 2012. – 240 p.
17. *Кривошапко С.Н.* Висячие тросовые конструкции и покрытия сооружений// Строительство уникальных зданий и сооружений. – 2015. – № 7 (34). – С. 51-70.
18. *Канчели Н.В.* Реализованные мембранные оболочки. Расчет, проектирование и возведение. – М.: Изд-во АСВ, 2009. – 120 с.

19. Кривошапко С.Н. Пневматические конструкции и сооружения// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2015. – № 3. – С. 45-53.

20. Ермолов В.В., Бэрд У.У., Бубнер У. и др. Пневматические строительные конструкции. – Под ред. В.В. Ермолова. - М.: Стройиздат, 1983. - 439 с., ил.

Reference

1. Krivoshapko, S.N., Ivanov, V.N. (2015). *Encyclopedia of Analytical Surfaces*, Springer International Publishing Switzerland, 752 p.
2. Krivoshapko, S.N., Mamieva, I.A. (2012). *Analiticheskie Poverhnosti v Arhitekture Zdaniy, Konstrukziy i Izdeliy*, Moscow: Knizhniy Dom "LIBROKOM", 328 p.
3. Krsi'c Sonja (2012). *Geometrijske Površi u Arhitekturi*, Univerzitet u Nišu, 238 p.
4. Sigrid Adriaenssens, Philippe Block, Diederik Veenendaal. *Shell Structures for Architecture: Form Finding and Optimization*, Routledge, 2014, pdf.
5. Krivoshapko, S.N. (2001). Moving into the third millennium: Architecture of shells and Strength Analysis of Thin-Walled Civil- Engineering and Machine-Building Structures of Complex Forms, *Montazhnie i Spetsial. Raboty v Stroitel'stve*, №8-9, pp. 2-5.
6. Krivoshapko, S.N., Mamieva, I.A. (2012). Outstanding space structures of the last 20 years, *Montazhnie i Spetsial. Raboty v Stroitel'stve*, № 12, pp. 8-14.
7. Krivoshapko, S.N. (2013). On opportunity of shell structures in modern architecture and building, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, № 1, pp. 51-56.
8. Bradshaw, R., Campbell, D., Gargari, M., Mirmiran, A., and Tripeny, P. (2002). Special structures. Past, present, and future, *Journal of Structural Engineering*, June, pp. 691-701.
9. Grin'ko, E.A. (2012). Reviews on geometry, strength, stability, dynamics, and application of shells with middle surfaces of different classes, *Montazhnie i Spetsial. Raboty v Stroitel'stve*. -2012. -№ 2. -С. 15-21.
10. Shambina, S.L., Kazarian, A.A. Application of bionic forms and approaches of analytical geometry to modern architectural design, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 2015, № 1, pp. 3-11.
11. Mamieva, I.A., Razin, A.D. (2014). Parametrical architecture in Moscow, *Arhitektura i Stroitel'stvo Rossii*, № 6, pp. 24-29.
12. Krivoshapko, S.N., Hyeng, Christian A. Bock, Mamieva, I.A. (2014). Chronology of erection of the earliest reinforced concrete shells, *International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences*, 2014, Vol. 18, Iss. 2, pp. 95-108.
13. Krivoshapko, S.N. (2014). Metal ribbed-and-circular and lattice shells from the XIXth until the first half of the XXth centuries, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, № 6, pp. 4-15.
14. Krivoshapko, S.N., Pyatikrestovskiy, K.P. (2014). On history of building of wooden shells and their opportunities at present and in the future, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, № 1, pp. 3-18.
15. Skopenko, V.A. (2010). Tent architecture: industrial possibility, *Akademicheskij Vestnik Ural-NIIproekta RAASN*, № 3, pp. 64-69.
16. Kottas, Dimitris (2012). *Architecture and Construction in Plastic*, Links International, 240 p.
17. Krivoshapko, S.N. (2015). Suspension cable structures and roofs of erections, *Construction of Unique Buildings and Structures*, № 7 (34), p. 51-70.
18. Drobot, D.Yu., Kanchely, N.V., Batov, P.A. (2009). *Realized Membrane Shells, Analysis, Design, and Erection*, Moscow: Izd-vo ASV, 121 p.
19. Krivoshapko, S.N. (2015). Pneumatic structures and buildings, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, № 3, p. 45-53.
20. Ermolov, V.V. et al. (1983). *Pnevmaticheskie Stroitel'nie Konstrukzii*, M.: Stroyizdat, 439 p.

AN ANALYSIS OF REVIEWS ON THEORY OF THIN SHELLS AND ON THEIR APPLICATION

Thoma Anamaria

Peoples' Friendship University of Russia, Moscow

The materials presented in the paper can help to young researchers dealing with problems of geometry, theory of thin shells, and their application in building, can point out to the subjects of future investigations. It is shown that space structures give rise to the most interest of architects and designers due to highly speed computers and program complexes.

KEYWORDS: thin shell, strength analysis, stability, geometry, parametrical geometry, suspension structures, tent architecture.

Расчет конструкций из разномодульных материалов

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ СТРУКТУРНО-НЕОДНОРОДНЫХ СТЕРЖНЕЙ ИЗ РАЗНОМОДУЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ТЕРМО-СИЛОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

А.В. МИЩЕНКО, канд. техн. наук, доцент
 Новосибирское высшее военное командное училище
 630117, Новосибирск, ул. Иванова, 49, НВВКУ, mavr@hnet.ru

Получены формулы для расчета нормальных и касательных напряжений в структурно-неоднородных стержнях переменного сечения, выполненных из разномодульных материалов. В компонентах напряжений учтено влияние трех внутренних силовых факторов, поверхностных нагрузок и кусочно линейного температурного поля. Выполнен анализ влияния степени разномодульности на величины напряжений в сечении трапециевидальной формы.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: композитный стержень, слоистая структура, разномодульность, разносопротивляемость, жесткостные характеристики.

В настоящее время неоднородные элементы стержневых конструкций получают все более широкое распространение, что обусловлено их высокой эффективностью в плане реализации прочностных, деформационных и экономических показателей по сравнению с однородными элементами. При этом многие композитные и однородные материалы, используемые при создании структурно-неоднородных конструкций, обладают свойствами разносопротивляемости при растяжении и сжатии, проявляющимися как в отличии начальных модулей упругости $E(0)|_{\epsilon>0} \neq E(0)|_{\epsilon<0}$, так и в несовпадении законов последующего деформирования $\sigma(\epsilon) \neq -\sigma(-\epsilon)$. В этих случаях, как отмечалось в [1, 2], может быть использована модель разномодульного (билинейного) деформирования, причем, во втором из них она может трактоваться – как первое расчетное приближение, принятое при описании нелинейных диаграмм деформирования (рис. 1) с введением в некотором диапазоне деформаций расчетных (секущих) модулей упругости при растяжении E^+ и сжатии E^- . Из всех нелинейных аппроксимаций такая модель является наиболее простой и, вместе с тем, – в ограниченном диапазоне эксплуатационных воздействий – способной обеспечить приемлемую точность вычислений.

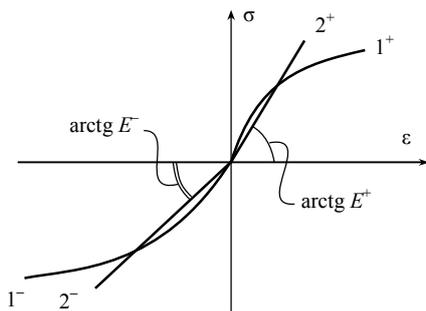


Рис. 1. Билинейная аппроксимация диаграммы деформирования разносопротивляющегося материала: исходная нелинейная диаграмма – 1^+ , 1^- , билинейная модель – 2^+ , 2^- .

Практический интерес представляет получение формул для расчета основных компонент тензора напряжений, в том числе – в зависимости от влияющих на них факторов: внутренних усилий, поверхностных нагрузок и температуры.

Рассмотрим композитный стержень (КС), имеющий структуру, образованную соединением s различных по физическим свойствам квазиоднородных частей (фаз) конечных размеров, принимающих в пространстве произвольную геометрическую форму (рис. 2, а). Материал k -й фазы характеризуется модулями упругости при растяжении E_k^+ и

сжатию E_k^- , модулем сдвига G_k , удельной теплопроводностью λ_k , коэффициентом температурного расширения α_k . Напряжения $\sigma_x^{(k)}$ и $\tau_{yx}^{(k)}$ в k -м слое обозначим через σ_k и τ_k .

В системе координат xuz стержень имеет произвольную геометрическую привязку к отсчетной плоскости $y = 0$, содержащей геометрическую ось x . Ненормальная структура обладает свойствами симметрии относительно плоскости xu , в которой стержень испытывает прямой продольно-поперечный изгиб при термосиловом воздействии.

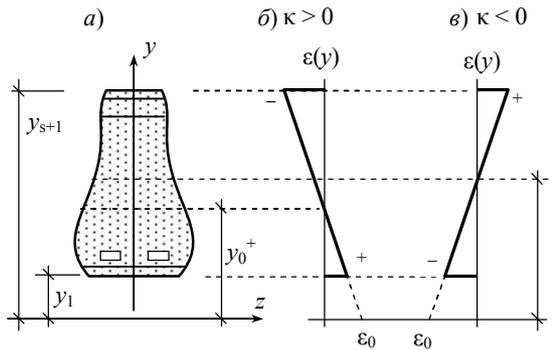


Рис. 2. Поперечное сечение композитного стержня – (а), эпюры продольных деформаций при положительной – (б) и отрицательной кривизне – (в).

Принимая классические гипотезы тонких стержней, для величин сдвигов γ_{yx} , продольных ε_x и поперечных ε_y деформаций запишем

$$\varepsilon_{x,\Sigma}(x, y) = \varepsilon_0(x) - \kappa(x)y, \quad \varepsilon_y(x, y) = 0, \quad \gamma_{yx}(x, y) = \gamma_0(x). \quad (1)$$

Здесь ε_0 , κ – деформация и кривизна оси стержня; $\varepsilon_{x,\Sigma}(x, y) = \varepsilon_{x,\sigma} + \varepsilon_{x,T}$ – величина полной продольной деформации, состоящей из механической $\varepsilon_{x,\sigma}$ и температурной $\varepsilon_{x,T}(x, y) = \alpha_k T_k(x, y)$ компонент; $T_k(x, y)$ – функция изменения температуры в пространстве k -й фазы. Температурной деформацией в поперечных направлениях пренебрегаем, что основано на незначительном ее стеснении в силу малости продольных градиентов поперечных размеров стержня и неучете локальных эффектов в окрестности опор и конструктивных устройств для восприятия сосредоточенных воздействий.

Выражение для напряжения при билинейном термоупругом деформировании при учете (1) принимает вид

$$\sigma_k^\pm(x, y) = E_k^\pm [\varepsilon_0(x) - \kappa(x)y - \alpha_k T_k(x, y)]. \quad (2)$$

Подставив его в выражения интегральных силовых факторов

$$[N, Q, M](x) = \sum_{k=1}^s \iint_{A_k} [\sigma_k^\pm, \tau_k, -\sigma_k^\pm y] dA, \quad (3)$$

получим систему физических уравнений

$$\begin{cases} D_A^\pm \varepsilon_0 - D_S^\pm \kappa = N + N_T^\pm, \\ -D_S^\pm \varepsilon_0 + D_I^\pm \kappa = M + M_T^\pm, \\ \gamma_0 D_Q = Q. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь и далее у величин с двойными знаками в индексах, определяемых через интегралы по поперечному сечению, такими как D^\pm , N_T^\pm , M_T^\pm , верхние знаки соответствуют положительной кривизне ($\kappa > 0$), а нижние – отрицательной. В

уравнениях (4) для сечения КС использованы жесткостные характеристики при продольном деформировании D_A^\pm , D_S^\pm , D_I^\pm , при сдвиге D_Q и температурные силовые факторы N_T^\pm , M_T^\pm . При наличии в сечении нейтральной оси с координатой y_0^\pm для них имеем

$$\left[D_A^\pm, D_S^\pm, D_I^\pm \right] (x, y_0^\pm) = \int_{y_1}^{y_0^\pm} E_k^\pm b_k [1, y, y^2] dy + \int_{y_0^\pm}^{y_{s+1}} E_k^\mp b_k [1, y, y^2] dy, \quad (5)$$

$$N_T^\pm (x, y_0^\pm) = \int_{y_1}^{y_0^\pm} \alpha_k E_k^\pm b_k T_k dy + \int_{y_0^\pm}^{y_{s+1}} \alpha_k E_k^\mp b_k T_k dy, \quad (6)$$

$$M_T^\pm (x, y_0^\pm) = - \int_{y_1}^{y_0^\pm} \alpha_k E_k^\pm b_k T_k y dy - \int_{y_0^\pm}^{y_{s+1}} \alpha_k E_k^\mp b_k T_k y dy.$$

Для каждой из трех величин в квадратных скобках левой части выражения (5) следует использовать соответствующие величины в квадратных скобках правой части. Интегралы в (5), (6), зависящие от дискретно изменяющихся (по фазам неоднородного сечения) величин E_k^\pm , α_k , представляются по-фазными суммами типа $\int_Y E_k^\pm b_k y^2 dy = \sum_k E_k^\pm \int_{Y_k} b_k y^2 dy$, ($Y = \sum Y_k$). Для линейно-упругого одно-родного стержня выражения (5) дают классические жесткости:

$$D_A^\pm = EA, \quad D_S^\pm = ES_z, \quad D_I^\pm = EI_z.$$

Функции изменения температуры $T_k(x, y)$ в КС выявляются решением задачи теплопроводности с использованием уравнения $\nabla^2 T_k = 0$ при соответствующих условиях на межфазных границах и лицевых поверхностях. Для КС непризматической формы это представляет собой довольно сложную задачу. Существенное ее упрощение может быть получено, если для поперечно-слоистого стержня принять ряд следующих ограничений:

а) боковые поверхности, кроме нижней $y = y_1(x)$ и верхней $y = y_{s+1}(x)$ теплоизолированы;

б) на верхней и нижней поверхностях заданы приращения температуры $t_1(x)$ и $t_s(x)$ соответственно, являющиеся линейными функциями координаты x ;

в) градиенты поверхностей раздела фаз малы: $\partial y_k / \partial x \ll 1$ ($k = 1, \dots, s+1$);

г) на внутренних границах слоев суммарный тепловой поток непрерывен. В результате для однородной среды k -й фазы, не содержащей источника тепла, решение имеет вид

$$T_k(x, y) = p_{0,k}^T(x) + p_{1,k}^T(x)y, \quad (k = 1, \dots, s). \quad (7)$$

Здесь $p_{0,k}^T(x)$, $p_{1,k}^T(x)$ – линейные функции. Для поперечно-слоистых структур $2s$ параметров функций (7) определим, используя граничные условия первого рода [3]:

$$T_1(x, y_1) = t_1(x), \quad T_s(x, y_{s+1}) = t_s(x),$$

$$T_k(x, y_{k+1}) = T_{k+1}(x, y_{k+1}), \quad (k = 1, \dots, s-1),$$

$$\lambda_k p_{1,k}^T(x) b_k(x, y_{k+1}) = \lambda_{k+1} p_{1,k+1}^T(x) b_{k+1}(x, y_{k+1}), \quad (k = 1, \dots, s-1).$$

В результате принятия функций (7) интегральные температурно-силовые факторы (6) будут определяться выражениями:

$$N_T^\pm(x, y_0^\pm) = \int_{y_1}^{y_0^\pm} (\varepsilon_{0,k}^T + \kappa_{0,k}^T y) E_k^\pm b_k dy + \int_{y_0^\pm}^{y_{s+1}} (\varepsilon_{0,k}^T + \kappa_{0,k}^T y) E_k^\mp b_k dy, \quad (8)$$

$$M_T^\pm(x, y_0^\pm) = - \int_{y_1}^{y_0^\pm} (\varepsilon_{0,k}^T + \kappa_{0,k}^T y) E_k^\pm b_k y dy - \int_{y_0^\pm}^{y_{s+1}} (\varepsilon_{0,k}^T + \kappa_{0,k}^T y) E_k^\mp b_k y dy,$$

$$\varepsilon_{0,k}^T = \alpha_k p_{0,k}^T, \quad \kappa_k^T = \alpha_k p_{1,k}^T.$$

Определив из уравнений системы (4) деформацию ε_0^\pm и кривизну κ^\pm для нахождения координаты нейтральной оси y_0^\pm получим нелинейное уравнение

$$y_0^\pm \left[(M + M_T^\pm) D_A^\pm + (N + N_T^\pm) D_S^\pm \right] = (N + N_T^\pm) D_I^\pm + (M + M_T^\pm) D_S^\pm. \quad (9)$$

в котором все величины $D^\pm(y_0^\pm)$, $N_T^\pm(y_0^\pm)$, $M_T^\pm(y_0^\pm)$ в соответствии с (5), (6), (8) через пределы интегрирования зависят от искомой координаты y_0^\pm . Заметим, что в случаях изгиба с положительной и отрицательной кривизной модель разномодульного деформирования дает разные координаты y_0^+ , y_0^- (рис. 2, б, в). Среди частных случаев, приводящих к упрощению зависимости (9), отметим: а) поперечный изгиб ($N = 0, T = 0$):

$$y_0^\pm = D_S^\pm / D_A^\pm, \quad (10)$$

б) случай перехода к центральным осям композитного сечения, обеспечивающим выполнение условия $D_S^\pm = 0$:

$$y_0^\pm = (N + N_T^\pm) D_I^\pm / \left[(M + M_T^\pm) D_A^\pm \right]. \quad (11)$$

Центральные системы координат целесообразно использовать в расчетах КС постоянного поперечного сечения либо в частных случаях его переменности, при которых линии центров $y_0^\pm(x)$ (11) остаются прямыми (но не совпадающими друг с другом при $\kappa > 0$ и $\kappa < 0$). Можно показать [4], что величина $D_I^\pm D_A^\pm - (D_S^\pm)^2 = \text{const}$ является инвариантом относительно координаты y_1 – привязки сечения к отсчетной оси z .

Подставив деформацию ε_0^\pm и кривизну κ^\pm из (4) в (2) и выделив слагаемые, учитывающие влияние продольной силы, изгибающего момента и температуры, получим искомые составляющие нормального напряжения

$$\sigma_{k,N}^\pm = \frac{N E_k^\pm}{D_A^\pm} \frac{1 - y k_S^\pm / (i_D^\pm)^2}{1 - (k_S^\pm / i_D^\pm)^2}, \quad \sigma_{k,M}^\pm = - \frac{M E_k^\pm}{D_I^\pm} \frac{y - k_S^\pm}{1 - (k_S^\pm / i_D^\pm)^2}, \quad (12)$$

$$\sigma_{k,T}^\pm = E_k^\pm \left(\frac{N_T^\pm}{D_A^\pm} \frac{1 - y k_S^\pm / (i_D^\pm)^2}{1 - (k_S^\pm / i_D^\pm)^2} - \frac{M_T^\pm}{D_I^\pm} \frac{y - k_S^\pm}{1 - (k_S^\pm / i_D^\pm)^2} - \varepsilon_{0,k}^T + \kappa_k^T y \right), \quad (13)$$

где $k_S^\pm = D_S^\pm / D_A^\pm$ – коэффициент асимметрии композитного сечения, имеющий размерность длины и в частном случае поперечного изгиба, равный координате нейтральной оси y_0^\pm (10); $i_D^\pm = \sqrt{D_I^\pm / D_A^\pm}$ – радиус жесткости композитного сечения, в случае линейного деформирования однородного стержня, равный радиусу инерции сечения.

В КС напряжения (12), (13) имеют разрывы на границах фаз, а температурные напряжения (13) образуют самоуравновешенную силовую систему.

Компоненту касательного напряжения $\tau_{xy}^{(k)} = \tau_k$ для поперечно-слоистого стержня получим на основе условия равновесия конечной сдвигаемой части элемента стержня dx . Полагая, что продольная нагрузка q_x состоит двух частей ξq_x , $(1-\xi)q_x$, приложенных к верхней и нижней плоским поверхностям стержня с заданным коэффициентом распределения $\xi(x) \in [0,1]$, представим касательное напряжение в виде:

$$\tau_k^\pm(x, y) = -\frac{\xi q_x}{b_k(x, y)} - \frac{1}{b_k(x, y)} \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_y^{y_{s+1}(x)} \sigma_k^\pm(x, y) b(x, y) dy \right). \quad (14)$$

Подставив в (14) нормальные напряжения (12), (13), для искомым составляющих касательного напряжения от шести факторов получим:

$$\tau_{k,q_x}^\pm = \frac{q_x}{b_k} \left[\frac{D_A^{\text{sec}\pm} 1 - y_q k_S^\pm / (i_D^\pm)^2}{D_A^\pm 1 - (k_S^\pm / i_D^\pm)^2} + \frac{D_S^{\text{sec}\pm}}{D_I^\pm} \frac{y_q - k_S^\pm}{1 - (k_S^\pm / i_D^\pm)^2} - \xi \right], \quad (15)$$

$$\tau_{k,N}^\pm = -\frac{N}{b_k} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{D_A^{\text{sec}\pm} - k_S^\pm / (i_D^\pm)^2 D_S^{\text{sec}\pm}}{D_A^\pm [1 - (k_S^\pm / i_D^\pm)^2]} \right), \quad \tau_{k,M}^\pm = \frac{M}{b_k} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{D_S^{\text{sec}\pm} - k_S^\pm D_A^{\text{sec}\pm}}{D_I^\pm [1 - (k_S^\pm / i_D^\pm)^2]} \right), \quad (16)$$

$$\tau_{k,Q}^\pm = \frac{Q}{b_k} \frac{D_S^{\text{sec}\pm} - k_S^\pm D_A^{\text{sec}\pm}}{D_I^\pm [1 - (k_S^\pm / i_D^\pm)^2]}, \quad \tau_{k,m}^\pm = \frac{m_z}{b_k} \frac{D_S^{\text{sec}\pm} - k_S^\pm D_A^{\text{sec}\pm}}{D_I^\pm [1 - (k_S^\pm / i_D^\pm)^2]}, \quad (17)$$

$$\tau_{k,T}^\pm = \frac{1}{b_k} \frac{\partial}{\partial x} \left(M_T^\pm \frac{D_S^{\text{sec}\pm} - k_S^\pm D_A^{\text{sec}\pm}}{D_I^\pm [1 - (k_S^\pm / i_D^\pm)^2]} - N_T^\pm \frac{D_A^{\text{sec}\pm} - k_S^\pm / (i_D^\pm)^2 D_S^{\text{sec}\pm}}{D_A^\pm [1 - (k_S^\pm / i_D^\pm)^2]} - N_T^{\text{sec}\pm} \right), \quad (18)$$

$$y_q = \xi y_{s+1} + (1-\xi) y_1.$$

Здесь с индексами “sec” введены величины жесткостей и температурного усилия для сдвигаемой части сечения. В случае если сдвигаемая часть содержит нейтральную ось $y_0^\pm \in [y, y_{s+1}]$, они определяются выражениями

$$\left[D_A^{\text{sec}}, D_S^{\text{sec}} \right] (x, y, y_0^\pm) = \int_y^{y_0^\pm} E_k^\pm b_k [1, y] dy + \int_{y_0^\pm}^{y_{k+1}} E_k^\mp b_k [1, y] dy, \quad (19)$$

$$N_T^{\text{sec}\pm} (x, y, y_0^\pm) = \int_y^{y_0^\pm} (\varepsilon_{0,k}^T + \kappa_{0,k}^T y) E_k^\pm b_k dy + \int_{y_0^\pm}^{y_{s+1}} (\varepsilon_{0,k}^T + \kappa_{0,k}^T y) E_k^\mp b_k dy. \quad (20)$$

В противном случае интервалы интегрирования в (19), (20) объединяются и используются модули упругости соответствующего знака. Аналогично выше сделанным замечаниям в случае неоднородности сдвигаемой части, интегралы в (19), (20) представляются по-фазными суммами.

В частном случае из полученных формул (12), (13), (15)–(18) вытекают: упрощенные выражения, записанные в центральных осях при обеспечении $k_S^\pm = 0$; формулы напряжений в линейно деформируемых композитных стержнях [5–10]; традиционные формулы нормальных и касательного (формула Журавского) напряжений в однородных стержнях.

Формулы (15)–(18) справедливы для поперечной Y -слоистой структуры. В структурах, имеющих фрагменты Z -слоистости (рис. 3), для которых линии $y(z) = \text{const}$ пересекают разные фазы, эти формулы должны быть доработаны.

Используем для этого закон Гука при сдвиге для фазовых материалов и условие для суммарной сдвигающей погонной силы $N^{\text{sec}}(x, y)$, действующей в КС в уровне y :

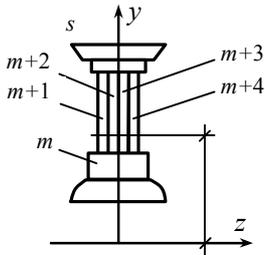


Рис. 3.

Структура с фрагментом Z -слоистости

$$\tau_{yx}^{(k)} = \gamma_k G_k, \quad \sum_j \tau_{yx}^{(j)} b_j(x, y) = N^{\text{sec}}(x, y).$$

Здесь суммирование выполняется по фазам, пересекаемым линией $y(z) = \text{const}$, b_j – ширина в направлении оси z j -й фазы. Полагая, в соответствии с (1), постоянство сдвигов $\gamma_k(z) = \text{const}$, получим правило для применения формул (15)–(18) в Z -слоистых структурах:

$$\tau_k^{\pm}(x, y) = N^{\text{sec}\pm}(x, y) \frac{G_k}{\sum_j G_j b_j(x, y)}.$$

Здесь $N^{\text{sec}\pm}$ – правая часть каждой из формул (15)–(18), умноженная на b_k .

Подстановка напряжений (17) в выражение поперечной силы (3) дает $Q = Q$ и $Q = m_z$ соответственно. Можно показать, что системы напряжений (13), (15), (16), (18) самоуравновешены в поперечном сечении любой структуры. На верхней и нижней поверхностях выполняются граничные условия.

$$\tau_{1,Q}^{\pm}(x, y_1) = \tau_{1,m}^{\pm}(x, y_1) = \tau_{s,Q}^{\pm}(x, y_{s+1}) = \tau_{s,m}^{\pm}(x, y_{s+1}) = 0,$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_{1,\Omega}^{\pm}(x, y_1) &= -\sigma_{1,\Omega}^{\pm}(x, y_1) y_1'(x) \\ \tau_{s,\Omega}^{\pm}(x, y_{s+1}) &= -\sigma_{s,\Omega}^{\pm}(x, y_{s+1}) y_{s+1}'(x) \end{aligned} \right\} \Omega \in [N, M, T],$$

$$\tau_{1,q_x}^{\pm}(x, y_1) = (1 - \xi) q_x / b_1(x, y_1), \quad \tau_{s,q_x}^{\pm}(x, y_{s+1}) = -\xi q_x / b_s(x, y_{s+1}).$$

На внутренних границах слоев осредненные касательные напряжения (15)–(18) могут иметь разрывы первого рода благодаря наличию функций $b(y)$ и

$$dD^{\text{sec}}(x, y) / dx.$$

В стержнях постоянного сечения касательные напряжения (16), (18) при $p_k^T(x) = \text{const}$ становятся равными нулю. Оставшиеся напряжения

$$\tau_{k,q_x}^{\pm}, \tau_{k,Q}^{\pm}, \tau_{k,m}^{\pm}$$

определяются лишь параметрами локального сечения, независимо от продольных градиентов геометрических параметров.

Формулы для компонент касательного напряжения (15)–(18) позволяют получить варианты нахождения используемой в третьем уравнении системы (4) сдвиговой жесткости композитного сечения. Представим ее в форме:

$$D_Q(x) = \mu_Q^{-1}(x) D_{GA}(x), \quad D_{GA}(x) = \sum_{k=1}^s G_k \int_{h_k} b_k(x, y) dy. \quad (21)$$

Здесь коэффициент μ_Q учитывает неравномерность деформации сдвига в сечении. Его определение может быть выполнено различными способами, основанными на энергетическом подходе, осреднении деформаций сдвига либо отождествлении величины γ_0 с максимальным сдвигом. Рассмотрим их.

1. При энергетическом осреднении используем выражение для энергии деформации сдвига:

$$Q(x)\gamma_0(x) = \sum_{k=1}^s \int_{y_k}^{y_{k+1}} \frac{\tau_{yx}^2(x, y)}{G_k} b_k(x, y) dy. \quad (22)$$

Из компонент касательного напряжения (15)–(18) здесь следует учитывать лишь $\tau_{k,Q}^{\pm}$ без учета самоуравновешенных напряжений. Подставляя в (22) напряжение (17) при учете (21), получим:

$$\mu_Q(x) = \frac{D_{GA}}{\left(D_I^{\pm} \left[1 - (k_S^{\pm} / i_D^{\pm})^2 \right] \right)^2} \sum_{k=1}^s \frac{1}{G_k} \int_{y_k(x)}^{y_{k+1}(x)} \frac{\left(D_S^{\text{sec}\pm} - k_S^{\pm} D_A^{\text{sec}\pm} \right)^2}{b_k} dy. \quad (23)$$

Выражение для искомого параметра $\mu(x)$ получается при помощи интегрирования по частям с применением дифференцирования интегралов от $D_A^{\text{sec}\pm}(y)$, $D_S^{\text{sec}\pm}(y)$ с переменными пределами. В случае стержня произвольной структуры окончательное выражение для параметра $\mu(x)$ получается довольно громоздким.

2. Осредняя сдвиг по высоте сечения

$$\gamma_0(x) = \frac{1}{y_{s+1} - y_1} \sum_{k=1}^s \int_{y_k}^{y_{k+1}} \frac{\tau_{yx}^{(Q)}}{G_k} dy,$$

с учетом (17), (21), получим

$$\mu_Q(x) = \frac{D_{GA}}{(y_{s+1} - y_1) D_I^{\pm} \left[1 - (k_S^{\pm} / i_D^{\pm})^2 \right]} \sum_{k=1}^s \frac{1}{G_k} \int_{y_k}^{y_{k+1}} \frac{D_S^{\text{sec}\pm} - k_S^{\pm} D_A^{\text{sec}\pm}}{b_k} dy.$$

Далее, преобразовав интегралы и осреднив в пределах k -го слоя ширину $\langle b_k(x) \rangle = h_k^{-1} \int_{h_k} b_k(x, y) dy$, получим искомую формулу:

$$\mu_Q(x) = \frac{D_{GA}}{(y_{s+1} - y_1) \left[D_I^{\pm} D_A^{\pm} - (D_S^{\pm})^2 \right]} \sum_{k=1}^s \frac{1}{\langle b_k \rangle G_k} \left[D_A^{\pm} (h_k D_S^{\text{sec}\pm}(y_{k+1}) - y_k D_S^{(k)\pm} + D_I^{(k)\pm}) - D_S^{\pm} (h_k D_A^{\text{sec}\pm}(y_{k+1}) - y_k D_A^{(k)\pm} + D_S^{(k)\pm}) \right]. \quad (24)$$

3. Для определения максимального сдвига $\gamma_{\max} = \gamma(y_m)$ найдем координату y_m из условия $\partial \tau_Q(y_m) / \partial y = 0$, которое с учетом (17) принимает вид

$$D_S^{\pm} E_k - D_A^{\pm} E_k y_m - b_k^{-2}(y_m) \frac{\partial b}{\partial y} \left[D_A^{\pm} D_S^{\text{sec}\pm}(y_m) - D_S^{\pm} D_A^{\text{sec}\pm}(y_m) \right] = 0.$$

Отсюда, после выявления законов $D_A^{\text{sec}\pm}(y)$, $D_S^{\text{sec}\pm}(y)$, находится величина y_m . При постоянстве ширины $b_j(y)$ в пределах j -й фазы содержащей y_m , формула упрощается и принимает вид $y_m = D_S^{\pm} / D_A^{\pm}$, совпадающий с (10). Тогда из условия $\gamma_0 = \gamma(y_m)$ при учете (17) получаем

$$\mu_Q(x) = \frac{D_{GA}}{b_j(y_m) G_j} \frac{D_S^{\text{sec}\pm}(y_m) - k_S^{\pm} D_A^{\text{sec}\pm}(y_m)}{D_I^{\pm} \left[1 - (k_S^{\pm} / i_D^{\pm})^2 \right]}, \quad (25)$$

что в сравнении с подходами (23), (24) является, с одной стороны, наиболее простым и, с другой стороны, в случае совмещения (или, хотя бы, приближения) отсчетной оси к центральной (10), – наиболее физически обоснованным при определении деформированного состояния.

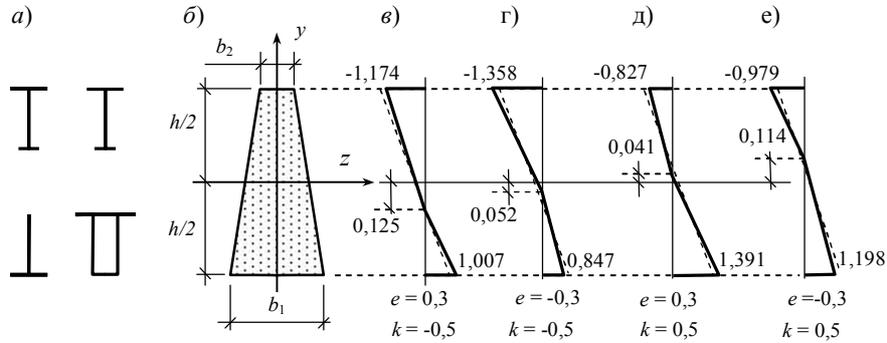


Рис. 4. Напряжения $\sigma_x^{(k)} = \sigma_k$ в однородном трапецидальном сечении

Выясним специфику влияния разномодульности расчетной модели на напряженное состояние стержня. Из множества различных вариантов схем стержней с асимметричными сечениями (например, показанных на рис. 4, а) используем в качестве модельного примера чистый изгиб однородного призматического стержня с поперечным сечением трапецидальной формы (рис. 4, б). Ширину сечения зададим в виде $b(y) = b_m + k(y - y_m)$ с параметром трапецевидности (асимметрии) $k = (b_2 - b_1) / h$; b_m – ширина сечения в уровне y_m . При помощи параметра $e = 1 - E^- / E^+$ введем степень разномодульности материала. Примем $b_m / h = 1$, $y_1 = -h/2$, $y_m = 0$, $M > 0$.

Результаты расчета безразмерных нормальных напряжений

$$\bar{\sigma}_{x,M}(y) = \sigma_M^\pm b_m h^2 / (6M),$$

полученных при различных сочетаниях параметров $e = \pm 0,3$; $k = \pm 0,5$ на основе формулы (12), приведены в таблице и в виде эпюр на рис. 4, в, г, д, е (в таблице в графах РТ и ЛТ приведены результаты расчета по разномодульной и линейной теориям). Пунктирной линией показаны эпюры при линейном деформировании ($e = 0$). Наличие геометрической и физической асимметрии приводит к смещению нейтральной оси и перераспределению напряжений.

Таблица

e	k	y_0/h		$\bar{\sigma}_{1,M}$		$\bar{\sigma}_{2,M}$	
		РТ	ЛТ	РТ	ЛТ	РТ	ЛТ
0,3	0,5	0,041	0,083	1,391	1,273	-0,827	-0,909
0	0,5	0,083	0,083	1,273	1,273	-0,909	-0,909
-0,3	0,5	0,114	0,083	1,198	1,273	-0,979	-0,909
0,3	-0,5	-0,125	-0,083	1,007	0,909	-1,174	-1,273
0	-0,5	-0,083	-0,083	0,909	0,909	-1,273	-1,273
-0,3	-0,5	-0,052	-0,083	0,847	0,909	-1,358	-1,273

Для оценки погрешности в напряжениях, обусловленной пренебрежением разномодульностью e , рассмотрим величину $\delta = (\sigma_{1,M}^+ - \sigma_{1,M}^0) / \sigma_{1,M}^0$, где $\sigma_{1,M}^+$, $\sigma_{1,M}^0$ – напряжения в нижней точке сечения, найденные по РТ и ЛТ. На рис. 5 графики $\delta(e)$, $\delta(k)$ отражают сечения поверхности $\delta(e,k)$ при различных уровнях асимметрии и разномодульности. Анализ подобных графиков для рассматрива-

емого и других типов сечений, в том числе композитных, позволяет сделать следующие выводы:

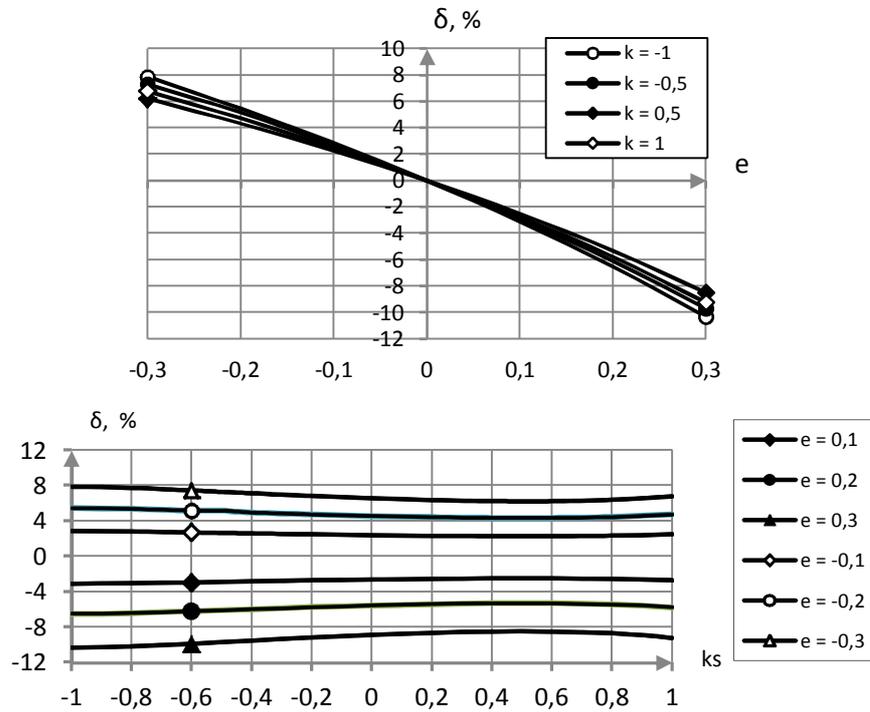


Рис. 5. Графики погрешности $\delta(e)$, $\delta(k)$ линейной теории

В силу немонотонности зависимости $\delta(k)$ и асимметрии зависимости $\delta(e)$ может быть поставлена задача оптимизации геометрической формы и физической структуры сечения в соответствии с заданной степенью разномодульности e .

В ограниченном диапазоне коэффициентов разномодульности (при заданной асимметрии k) расчеты стержней могут быть выполнены по линейной теории. В частности, в данном примере при задании максимальной погрешности $\delta_{\max} = 5\%$ он составляет от $e = -(0,22 \pm 0,02)$ до $e = 0,17 \pm 0,02$. Таким образом, в однородном стержне трапецидального сечения учет разномодульности может не выполняться при отличии модулей упругости до 20%. Однако, в статически неопределимых системах, в силу зависимости напряженного состояния от характеристик жесткости (5), данный диапазон для некоторых областей конструкции может сужаться.

Отметим также, что при разномодульном деформировании скачкообразное изменение координаты нейтральной оси $y_0^+ \rightarrow y_0^-$ при смене знака изгибающего момента, в силу появления по указанной причине разрывов в скоростях деформаций, приведет к скачкам напряжений, что следует учитывать при оценке прочности динамически нагруженных конструкций.

Полученные формулы нормальных (12), (13) и касательных напряжений (15)–(18), жесткостных характеристик (5), (21) – (25) и физические соотношения (4) в сочетании с известными для стержней кинематическими и статическими уравнениями позволяют выполнять расчеты напряженно-деформированного состояния структурно-неоднородных стержней при термосиловом воздействии в уточненной постановке по модели разномодульного деформирования.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 14-01-00102

Л и т е р а т у р а

1. *Немировский Ю.В.* Метод расчета композитных стержневых систем из разномодульных материалов / *Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: материалы V Всерос. науч. конф.*, 3–5 окт. 2006. –Томск, ТГУ.
2. *Мищенко А.В., Немировский Ю.В.* Динамика слоистых рам из разносопротивляющихся материалов // *Известия вузов. Строительство.* – 2011. – № 11. – С. 10–19.
3. *Беляев Н.М.* Основы теплопередачи. – Киев: «Выща школа», 1989. – 343 с.
4. *Мищенко А.В., Гец В.В.* Применение теории композитных стержней к расчету композитной ребристой пластины / *Труды НГАСУ.* – Новосибирск: НГАСУ, 2015, т. 18. – Вып.60.
5. *Мищенко А.В.* Напряжения в слоистых стержнях переменного сечения // *Механика композиционных материалов и конструкций.* – 2007. – Т. 13. – № 4. – С. 537–547.
6. *Васильев В.В.* Механика конструкций из композитных материалов. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с.
7. *Пискунов В.Г., Верижченко В.Е.* Линейные и нелинейные задачи расчета слоистых конструкций. – Киев: Будивельник, 1986. – 176 с.
8. *Сливкер В.И.* Строительная механика. Вариационные основы. – М.: Изд-во АСВ, – 2005. – 736 с.
9. *Тарабасов В.Д.* О расчете на изгиб многослойных балок / *Расчеты на прочность: Сб. статей.* – М.: Машгиз, 1959. – Вып. 2. – С. 55–65.
10. *Тимошенко С.П., Дж. Гере* Механика материалов. – М.: Мир, 1976. – 669 с.

R e f e r e n c e

1. *Nemirovsky, Yu.V.*(2006). Method of composite bars systems analysis made from differently module materials, *Fundamental and Applied Problems Contemporary Mechanics*, Materials of V All-Russian scientific conference (Tomsk, 3-5 October, 2006), Tomsk: TSU, p. 288-290.
2. *Mishchenko, A.V., Nemirovsky, Yu.V.* (2011). Dynamic of layered frames made from differently resistance materials, *Izv. vuzov, Stroitel'stvo*, N 11, p. 10-19.
3. *Beliaev, N.M.* (1989). *Heat-Transfer Principles*, Kiev: «Vysha Shkola», 343 p.
4. *Mishchenko, A.V., Getz, V.V.* (2015). Application of composite rods theory for estimate of composite ribbed plate, *Trudy NGASU*, Novosibirsk: NGASU, Vol. 18, Iss. 60.
5. *Mishchenko, A.V.*(2007). Stresses on the layered rods of variable cross sections, *Composite mechanics and design*, Vol. 13, N 4, p. 537–547.
6. *Vasiliev, V.V.* (1988). *Mechanics of Structures made of Composite Materials*, Moscow: Mashinostroenie, 272 p.
7. *Piskunov, V.G., Verizenko, V.E.* (1986). *Linear and Nonlinear Problems of Layered Structures' Analysis*, Kiev: Budivelnik, 176 p.
8. *Slivker, V.I.* (2005). *Structural Mechanics. Variational Principles*, Moscow: ASV Publishing House, 736 p.
9. *Tarabasov, V.D.* (1959). About of multilayered beams bending analysis, *Raschety na Prochnost'*: Sb. St., Moscow: «Mashgis», N 2, p. 55–65.
10. *Timoshenko, S.P., Gere, J.M.* (1976). *Mechanics of Materials*, Moscow: «Mir», 669 p.

**STRESS STATE OF STRUCTURALLY NOT UNIFORM RODS
MADE FROM DIFFERENT MODULE MATERIALS
UNDER THERMO-FORCE INFLUENCES**

Mishchenko A.V.

Novosibirskoe vysshee voennoe komandnoe uchilishche, Novosibirsk

The equations for the normal and shear stresses estimation of in structurally not uniform rods are received. These rods possess the variable cross sections and are made from difference modulus materials. The influence of three internal forces factors, surfaces forces and line-segment temperature function is taken into account. The analysis of difference module degree to the stresses in trapeziform section influences is considered.

KEY WORDS: composite rod, layered structure, difference modulus, difference resistance, rigidity characteristics.

Расчеты на устойчивость

**БИФУРКАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ УСТОЙЧИВОСТИ
ВЫСОТНОГО ОБЪЕКТА**

В.К. ИНОЗЕМЦЕВ, доктор технических наук, профессор

С.А. ЖЕСТКОВА, аспирант

Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.

410054, Саратов, ул. Политехническая д.77;

e-mail: zhestkovas@list.ru

Рассматриваются две бифуркационные задачи устойчивости применительно к высотному объекту, взаимодействующему с деформируемым основанием. Оценивается влияние «общей устойчивости» на устойчивость прямолинейной формы оси высотного объекта.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: критическая нагрузка, бифуркационная устойчивость, высотный объект, деформируемое основание.

Класс задач бифуркационной устойчивости посвящен поиску точек разветвления (бифуркации) нелинейного решения дифференциальных уравнений. Наиболее широкое применение этот подход к исследованию свойств решений дифференциальных уравнений получил в задачах механики. В этих задачах в точке бифуркации от исходного решения, описывающего процесс деформирования механической системы, ответвляется новое решение. При этом за точкой бифуркации процесс деформирования, описываемый исходным решением, перестает быть устойчивым. Обычно устойчивым становится новое ответвляющееся решение. То есть происходит, так называемый, «обмен устойчивостью». В ряде задач за точкой бифуркации исходного процесса деформирования устойчивый процесс деформирования может отсутствовать. К таким задачам механики относится проблема устойчивости высотного объекта, то есть объекта с высоко расположенным центром сил тяжести (рис. 1, а).

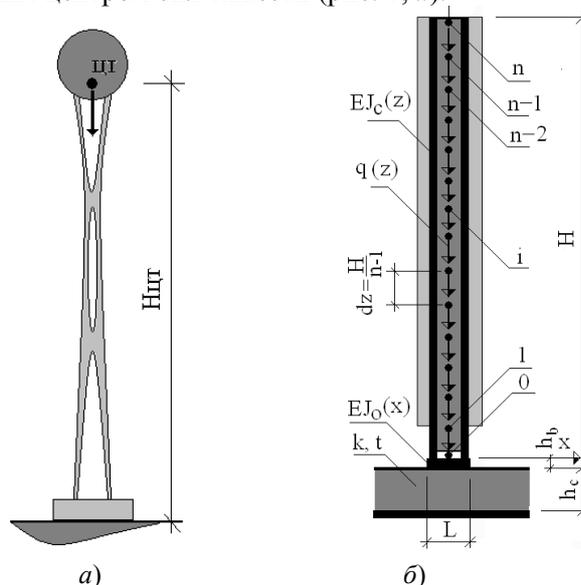


Рис.1

Для такого объекта бифуркационная критическая нагрузка является определяющей в решении проблемы устойчивости. Другой особенностью проблемы устойчивости для высотного объекта, взаимодействующего с деформируемым

основанием, является его склонность, как к потере устойчивости исходной (прямолинейной) формы равновесия сжатого элемента, так и к потере общей устойчивости исходного (вертикального) состояния равновесия в связи с деформационными процессами в его основании. Здесь возникают две бифуркационные задачи устойчивости [1], первая из которых восходит к классической задаче Эйлера [2], вторая относится к классической задаче общей устойчивости массивных тел [3].

Рассмотрим эти две бифуркационные задачи устойчивости применительно к высотному объекту, взаимодействующему с деформируемым согласно модели Винклера основанием [4,5]. В этом случае простейшая постановка первой задачи устойчивости высотного объекта может быть основана на плоской расчетной схеме устойчивости стойки с конечной изгибной жесткостью под действием собственного веса (рис. 1, б).

Основное линейное однородное уравнение теории прямых стержней при любых законах изменения изгибной жесткости (EJ_c), любых нагрузках и условиях закрепления имеет вид [2]:

$$\frac{d^2}{dz^2} \left(EJ_c \frac{d^2 W}{dz^2} \right) - \frac{d}{dz} \left(N_0(z) \frac{dW}{dz} \right) = 0, \quad (1)$$

$$N_0(z) = - \left[\int_0^H q(z) dz - \int_0^x q(z) dz \right].$$

Здесь $N_0(z)$ - начальное осевое усилие.

Основное уравнение (1) необходимо дополнить граничными условиями. В данном случае для верхнего конца простейшей схемы высотного объекта справедливы следующие граничные условия:

$$z = H \quad \begin{cases} EJ_c \frac{d^2 W}{dz^2} = 0 \\ EJ_c \frac{d^3 W}{dz^3} = 0 \end{cases}, \quad (2)$$

В частном случае для жестко защемленного опорного узла решение уравнения (1) в рамках классического подхода строительной механики хорошо известно. Это уравнение устойчивости можно привести к каноническому виду уравнения Бесселя. Точное решение, которого при равномерно распределенной по высоте нагрузке от собственного веса q_0 имеет вид:

$$(q_0 H)_{kp} = P_{kp}^u = 7,837 \frac{EJ_c}{H^2}. \quad (3)$$

Это вариант первой бифуркационной задачи устойчивости исходного (прямолинейного) состояния равновесия высотного объекта для частного случая жестко защемленного опорного узла.

Простейшая постановка второй задачи устойчивости высотного объекта может быть основана на модели основания Винклера [5] при абсолютно жесткой фундаментной плите. Это позволяет получить классическое аналитическое решение для критической нагрузки общей потери устойчивости [3]:

$$P_{kp}^0 = \frac{kJ_0}{H_c}, \quad (4)$$

где k – коэффициент «постели» грунтового основания в соответствии с моделью основания Винклера; J_0 - минимальный момент инерции площади «подшвы» фундаментной плиты; H_c - высота центра сил тяжести объекта.

Отметим, что критическая нагрузка первой задачи устойчивости, учитывающей деформируемость основания, не может превосходить по величине значение критической нагрузки второй задачи устойчивости, так как потеря общей устойчивости высотного объекта соответственно нарушает исходное состояние равновесия и для первой задачи. Решение второй бифуркационной задачи дает значение критической нагрузки потери общей устойчивости, характеризующее жесткость системы «фундаментная плита – основание», с учетом жесткости фундаментной плиты и основания с использованием моделей основания различной сложности. Эта связь первой и второй простейших задач бифуркационной устойчивости может быть установлена при задании соответствующих граничных условий для опорного узла в первой бифуркационной задаче:

$$z = 0 \quad \begin{cases} W(0) = 0 \\ EJ_c \frac{d^2 W}{dz^2} + P_{kp}^0 H_c \frac{dW}{dz} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

где P_{kp}^0 - критическая нагрузка второй задачи общей потери устойчивости высотного объекта. При учете деформируемости основания критическая нагрузка общей потери устойчивости согласно модели Винклера определяется из (4), $P_{kp}^0 H_c$ - «вириал» критической нагрузки общей потери устойчивости [3].

Таким образом, совокупность уравнений (1), (2) и (5) представляет собой первую бифуркационную задачу устойчивости с учетом деформируемости основания для рассматриваемой расчетной схемы высотного объекта.

Численное сопоставление критических нагрузок двух бифуркационных задач можно получить путем сведения дифференциальной задачи устойчивости методом дискретизации к обобщенной алгебраической задаче на собственные значения [1]:

$$[D(P_{kp}^0)]\{\overline{W}\} = \lambda(P_{kp}^u) [C]\{\overline{W}\} \quad (9)$$

где $\{\overline{W}\}$ – столбец неизвестных метода конечных разностей (собственные функции); $\lambda(P_{kp}^u)$ - собственное значение алгебраической задачи; P_{kp}^0, P_{kp}^u - критические нагрузки общей устойчивости и «изгибной» устойчивости сжатой стойки; $[D(P_{kp}^0)] [C]$ - матрицы коэффициентов алгебраической задачи на собственные значения.

Учет конечной жесткости основания в опорном узле приводит к конечно-разностной системе уравнений вида:

$$\begin{aligned} W_{-1} + \theta(P_{kp}^0)W_1 &= 0, \quad W_0 = 0, \\ W_{-1} + \left(-4 + \frac{\overline{P}_{kp}^u}{2(n-1)^3} - \frac{\overline{P}_{kp}^u}{(n-1)^2} \right) \left(\frac{1}{n-1} - 1 \right) W_0 &+ \left(6 + \frac{2\overline{P}_{kp}^u}{(n-1)^2} \left(\frac{1}{n-1} - 1 \right) - \theta(P_{kp}^0) \right) W_1 + \\ + \left(-4 - \frac{\overline{P}_{kp}^u}{2(n-1)^3} - \frac{\overline{P}_{kp}^u}{(n-1)^2} \left(\frac{1}{n-1} - 1 \right) \right) W_2 &+ W_3 = 0; \\ W_{i-2} + \left(-4 + \frac{\overline{P}_{kp}^u}{2(n-1)^3} - \frac{\overline{P}_{kp}^u}{(n-1)^2} \right) \left(\frac{i}{n-1} - 1 \right) W_{i-1} &+ \left(6 + \frac{2\overline{P}_{kp}^u}{(n-1)^2} \left(\frac{i}{n-1} - 1 \right) \right) W_i + \\ + \left(-4 - \frac{\overline{P}_{kp}^u}{2(n-1)^3} - \frac{\overline{P}_{kp}^u}{(n-1)^2} \left(\frac{i}{n-1} - 1 \right) \right) W_{i+1} &+ W_{i+2} = 0; \\ W_{n-1} - 2W_n + W_{n+1} &= 0, \quad 2 \leq i \leq n, \end{aligned}$$

$$-W_{n-2} + 2W_{n-1} - 2W_{n+1} + W_{n+2} = 0, \quad (10)$$

где

$$\theta = -\frac{1 - \frac{\bar{P}_{kp}^0}{2(n-1)}}{1 + \frac{\bar{P}_{kp}^0}{2(n-1)}}, \quad \bar{P}_{kp}^0 = \frac{H_c H}{EJ_c} P_{kp}^0, \quad \bar{P}_{kp}^u = (q_0 H) \frac{H^2}{EJ_c}. \quad (11)$$

В случае классической задачи устойчивости (1), (2), (3) получим $\theta = 1$. При этом приближенное значение критической нагрузки ($n = 6$) отличается от точного решения (3) на 2%:

$$(q_0 H)_{kp} = P_{kp}^u = 7,676 \frac{EJ_c}{H^2}. \quad (13)$$

В общем случае, очевидно, что критическая нагрузка высотного объекта (рис. 1) P_{kp}^u будет определяться изгибной жесткостью EJ_c , высотой H и жесткостью основания, причем жесткость основания оценивается значением критической нагрузки общей устойчивости сооружения P_{kp}^0 в предположении, что $EJ_c \rightarrow \infty$:

$$P_{kp}^u = (q_0 H)_{kp}^u = \bar{P}_{kp}^u (P_{kp}^0) \frac{EJ_c}{H^2}. \quad (14)$$

Оценим влияние критической нагрузки общей потери устойчивости P_{kp}^0 на величину критической нагрузки прямолинейной формы равновесия вертикальной оси высотного объекта P_{kp}^u . Используем условие равенства нулю определителя системы алгебраических уравнений задачи на собственные значения (10). Учет возможности общей потери устойчивости по (10) при оценке устойчивости высотного объекта (кривая 2 на рис. 2, а) показывает, что получаемые значения критических нагрузок P_{kp}^u значительно снижаются по сравнению с расчетом по (3) (прямая на рис. 2, а).

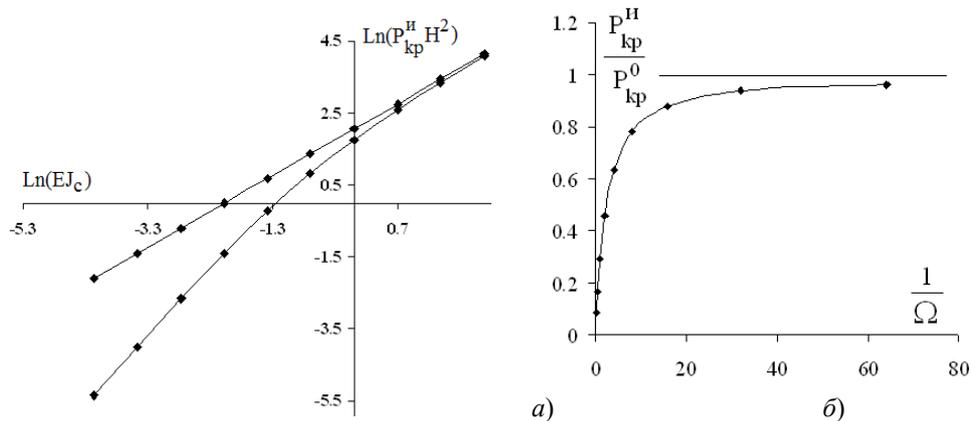


Рис. 2

На рис. 2, б) приведена зависимость отношения критических нагрузок от изгибной жесткости высотного объекта EJ_c :

$$\frac{1}{\Omega} = 4(n-1) \frac{EJ_c}{P_{kp}^0 H^2}. \quad (15)$$

Здесь очевидно, что увеличение изгибной жесткости повышает значение критической нагрузки $P_{кр}^u$. При этом устойчивость высотного объекта ограничена величиной критической нагрузкой общей потери устойчивости.

Л и т е р а т у р а

1. *Коллац Л.* Задачи на собственные значения. – М.: Наука, 1978. – 504с.
2. *Алфутов Н.А.* Основы расчета на устойчивость упругих систем/ А. Алфутов. М.: Машиностроение, 1978. – 312с.
3. *Ржаницын А.Р.* Устойчивость равновесия упругих систем. – Гос. Изд. Технико-теоретической литературы, Москва, 1955.
4. *Энгель Х.* Несущие системы / Хайно Энгель; предисл. Ральфа Рапсона; пер. с нем. Л.А.Андреевой. – М.: АСТ: Астрель, 2007. – С. 344.: илл.
5. *Иванов П.Л.* Грунты и основания гидротехнических сооружений. Механика грунтов: учеб. пособие для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. /П. Л.Иванов. М.: Высшая школа, 1991. – 447с.
6. *Иноземцев В.К., Редков В.И.* Математическая модель деформирования геомасивов применительно к деформационным процессам в основаниях сооружений / В.К. Иноземцев, В.И. Редков. Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т, 2005. – 412 с.

References

1. *Kollatts, L.* (1978). *Zadachi na Sobstvennyye Znacheniya*, Moscow: Nauka, 504 p.
2. *Alfynov, N.A.* (1978). *Osnovi Rascheta na Ustoichivost' Uprygh System*, Moscow: Mashinostroenie, 312 p.
3. *Rzhanitsyn, A.R.* (1955). *Ustoichivost' Ravnovesiya Uprygh System*, Moscow: Gos. Izd. Tekhniko-teoriticheskoi literatyri.
4. *Engel, X.* (2007). *Nesyshie Sistemi*; predisl. Ralfa Rapsona; per. s nem. L.A. Andreevoi; Moscow: AST: Astrel, 344 p.
5. *Ivanov, P.L.* (1991). *Grunti i Osnovaniya Gidrotehnicheskikh Sooryzhenii*. *Mehanika gruntov: uchebnoe posobie dlya vuzov. 2-e izdanie, perereb. i dop.* Ivanov Moscow: Visshaya Shkola, 447 p.
6. *Inozemtsev, V.K., Redkov, V.I.* (2005). *Matematicheskaya Model Deformirovaniya Geomassivov Primenitlno k Deformatsionnim Protzessam v Osnovaniyah Sooryzhenii*, Saratov, SSTU, 412 p.

BIFURCATION PROBLEMS OF STABILITY OF HIGH-RISE BUILDINGS

V.K. Inozemtzev , S.A. Zhestkova
Yuri Gagarin Saratov State Technical University, Saratov

We consider two bifurcation problems of stability with respect to high-rise buildings, interacting with a deformable base. The effect of "overall stability" is estimated on the stability of the rectilinear shape of the axis high-rise object.

KEYWORDS: critical load, bifurcation stability, high-rise object, deformable base.



Численные методы расчета конструкций

ДОСТОВЕРНОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА В ПЕРЕМЕЩЕНИЯХ ПРИ ОТРАЖЕНИИ УПРУГИХ ВОЛН НАПРЯЖЕНИЙ В ВИДЕ ТРЕУГОЛЬНОГО ИМПУЛЬСА ОТ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПЛАСТИНКИ

В.К. МУСАЕВ, доктор технических наук, профессор,
Е.В. ДИКОВА, А.И. КОРМИЛИЦИН, С.Н. САМОЙЛОВ, В.В. СТАРОДУБЦЕВ
Московский государственный машиностроительный университет,
107023, г. Москва, ул. Б. Семеновская, 38, musayev-vk@yandex.ru

Приводится информация о достоверности и точности результатов численного моделирования волн напряжений в сплошной деформируемой среде. Рассматривается задача об отражении упругих волн напряжений от свободной поверхности пластинки.

Поставленная задача реализуется с помощью метода конечных элементов в перемещениях. Сопоставление производится с результатами аналитического решения на фронте плоской продольной волны. Исследуемая задача представлена в виде бесконечной пластинки.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: дифференциальные уравнения в частных производных, задача с начальными условиями, задача Коши, математическое и численное моделирование, принцип возможных перемещений, однородный алгоритм, метод конечных элементов, нестационарные волны напряжений, явная двухслойная схема, аналитическое решение, сопоставление, достоверность, фронт волны, дельта функция, импульсное воздействие в виде треугольника, бесконечная пластинка.

При решении сложных задач возникают проблемы оценки достоверности полученных результатов. На основании изложенного можно утверждать, что оценка точности и достоверности результатов численного моделирования волн напряжений в областях сложной формы является актуальной научной задачей.

Некоторая информация о постановке нестационарной динамической задачи теории упругости приведена в работах [1-4]. В работах [2-4, 5] приведена информация о разработанной методике, алгоритме и комплексе программ. Информация об оценке физической достоверности и математической точности

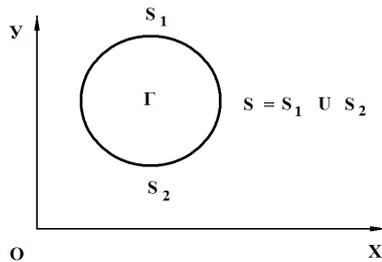


Рис. 1. Некоторое тело Γ в прямоугольной декартовой системе координат XOY

разработанной методике, алгоритма и комплекса программ приведена в работах [2–10].

Для решения задачи о моделировании нестационарных волн напряжений в упругих деформируемых средах рассмотрим некоторое тело Γ (рис. 1) в прямоугольной декартовой системе координат XOY , которому в начальный момент времени $t = 0$ сообщается механическое воздействие.

Предположим, что тело Γ изготовлено из однородного изотропного материала, подчиняющегося упругому закону Гука при малых упругих деформациях. Для решения двумерной плоской динамической задачи теории упругости с начальными и граничными условиями – используем метод конечных элементов в перемещениях. Задача решается методом сквозного счета, без выделения разрывов. Чтобы выполнить динамический расчет методом конечных элементов, нужно иметь матрицу жесткости и матрицу инерции конечного элемента.

Принимая во внимание определение матрицы жесткости, вектора инерции и вектора внешних сил для тела Γ , записываем приближенное значение уравнения движения в теории упругости

$$\bar{H}\ddot{\bar{\Phi}} + \bar{K}\dot{\bar{\Phi}} = \bar{R}, \quad \dot{\bar{\Phi}}|_{t=0} = \dot{\bar{\Phi}}_0, \quad \bar{\Phi}|_{t=0} = \bar{\Phi}_0, \quad (1)$$

где \bar{H} – матрица инерции; \bar{K} – матрица жесткости; $\bar{\Phi}$ – вектор узловых упругих перемещений; $\dot{\bar{\Phi}}$ – вектор узловых упругих скоростей перемещений; $\ddot{\bar{\Phi}}$ – вектор узловых упругих ускорений; \bar{R} – вектор узловых упругих внешних сил.

Соотношение (1) система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка в перемещениях с начальными условиями для решения волновых задач в деформируемых областях сложной формы.

Таким образом, с помощью метода конечных элементов в перемещениях, линейную задачу с начальными и граничными условиями привели к линейной задаче Коши (1).

Для интегрирования уравнения с начальными условиями (1) конечноэлементным вариантом метода Галеркина приведем его к следующему виду

$$\bar{H} \frac{d}{dt} \bar{\Phi} + \bar{K} \bar{\Phi} = \bar{R}, \quad \frac{d}{dt} \bar{\Phi} = \bar{\dot{\Phi}}. \quad (2)$$

Интегрируя по временной координате соотношение (2) с помощью конечноэлементного варианта метода Галеркина, получим двумерную явную двухслойную конечноэлементную линейную схему в перемещениях для внутренних и граничных узловых точек

$$\bar{\Phi}_{i+1} = \bar{\Phi}_i + \Delta t \bar{H}^{-1} (-\bar{K} \bar{\Phi}_i + \bar{R}_i), \quad \bar{\dot{\Phi}}_{i+1} = \bar{\dot{\Phi}}_i + \Delta t \bar{\ddot{\Phi}}_{i+1}, \quad (3)$$

где Δt – шаг по временной координате.

Основные соотношения метода конечных элементов в перемещениях получены с помощью принципа возможных перемещений и конечноэлементного варианта метода Галеркина.

Рассмотрим устойчивость двумерной явной двухслойной конечноэлементной линейной схемы в перемещениях для внутренних и граничных узловых точек на квазирегулярных сетках.

Система уравнений (3) для внутренних и граничных узловых точек, полученная в результате интегрирования уравнения движения теории упругости, должна давать решение, сходящееся к решению исходной системы (1).

Шаг по временной переменной Δt определяем из следующего соотношения

$$\Delta t = k \frac{\min \Delta l_i}{C_p} \quad (i = 1, 2, 3, \dots), \quad (4)$$

где Δl – длина стороны конечного элемента.

Результаты численного эксперимента показали, что при $k = 0,5$ обеспечивается устойчивость двумерной явной двухслойной конечноэлементной линейной схемы в перемещениях для внутренних и граничных узловых точек на квазирегулярных сетках.

На основе метода конечных элементов в перемещениях разработаны алгоритм и комплекс программ для решения линейных плоских двумерных задач, которые позволяют решать сложные задачи при нестационарных динамических воздействиях на сооружения. При разработке комплекса программ использовался алгоритмический язык Фортран-90. Исследуемая область разбивается по пространственным переменным на треугольные конечные элементы с тремя узловыми точками и на прямоугольные конечные элементы с четырьмя узловыми точками. По временной переменной исследуемая область разбивается на линейные конечные элементы с двумя узловыми точками.

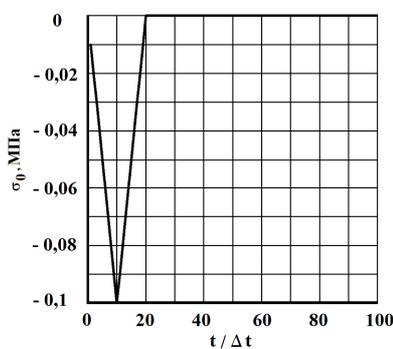


Рис. 2. Воздействие типа дельта функции

Рассмотрим задачу об отражении упругих волн напряжений в виде дельта функции от свободной поверхности.

На границе пластинки AB (рис. 3) приложено нормальное напряжение σ_y (рис. 2), которое при $0 \leq n \leq 10$ ($n = t / \Delta t$) изменяется линейно от 0 до P , а при $n \geq 10$ от P до 0 ($P = \sigma_0$, $\sigma_0 = -0,1$ МПа (-1 кгс/см²)). Граничные условия для контуров BC и AD при $t > 0$ $u = v = \dot{u} = \dot{v} = 0$. Контур CD свободен от нагрузок. Отраженные волны от контуров

BC и AD не доходят до исследуемых точек при $0 \leq n \leq 100$. Исследуемая расчетная область имеет 4221 узловую точку и 4000 конечных элементов. Решается система уравнений из 16884 неизвестных.

Для примера на рис. 4 представлено изменение нормального напряжения $\bar{\sigma}_y$ ($\bar{\sigma}_y = \sigma_y / |\sigma_0|$) во времени n в точке $B1$. Сравнение с результатами других методов показало хорошее совпадение, что позволяет сделать вывод о физической и математической достоверности результатов численного решения динамических задач, полученных методом конечных элементов в перемещениях.

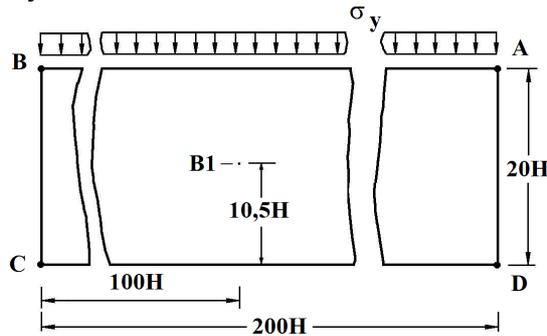


Рис. 3. Постановка задачи об отражении волн напряжений

Методика, алгоритм, комплекс программ и результаты решенных задач рекомендуются для использования в научно-технических организациях, специализирующихся в области динамического расчета сооружений с окружающей средой при ударных, взрывных и сейсмических воздействиях.

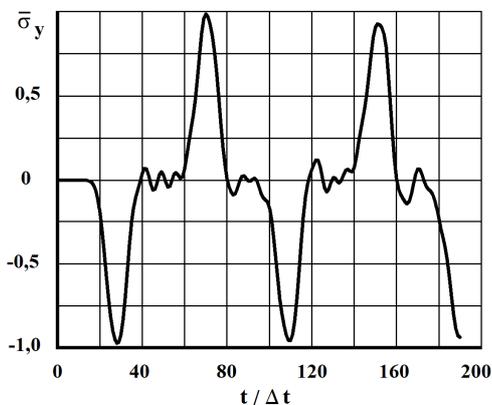


Рис. 4. Изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_y$ во времени n в точке $B1$

Л и т е р а т у р а

1. Тимошенко С.П., Гудьер Д. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 576 с.
2. Мусаев В.К. Численное моделирование плоских продольных взрывных волн в упругой полуплоскости // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2007. – № 1. – С. 29–37.
3. Мусаев В.К. Об оценке достоверности и точности численного решения нестационарных динамических задач // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2007. – № 3. – С. 48–60.
4. Мусаев В.К. Оценка достоверности и точности результатов вычислительного эксперимента при решении задач нестационарной волновой теории упругости // Научный журнал проблем комплексной безопасности. – 2009. – № 1. – С. 55–80.
5. Musayev V.K. On the mathematical modeling of nonstationary elastic waves stresses in corroborated by the round hole // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2015. – Volume 11, Issue 1. – P. 147–156.
6. Мусаев В.К. Метод конечных элементов в задаче об отражении плоских продольных волн напряжений в виде дельта функции от свободной поверхности // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2008. – № 1. – С. 43–51.
7. Мусаев В.К. Численное решение задачи об отражении плоских продольных волн напряжений в виде функции Хевисайда от жесткой поверхности // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2008. – № 3. – С. 42–50.

8. *Мусаев В.К.* О достоверности результатов математического моделирования нестационарных волн напряжений в объектах сложной формы // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений.* – 2014. – № 3. – С. 71–76.

9. *Musayev V.K.* Estimation of accuracy of the results of numerical simulation of unsteady wave of the stress in deformable objects of complex shape // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering.* – 2015. – Volume 11, Issue 1. – P. 135–146.

10. *Мусаев В.К.* О достоверности компьютерного моделирования нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых телах сложной формы // *Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований.* – 2014. – № 11. – С. 10–14.

References

1. *Timoshenko, S.P., Gud'er, D.* (1975). *Teoriya Uprugosti*, Moscow: Nauka, 576 p.

2. *Musaev, V.K.* (2007). Chislennoe modelirovanie ploskix prodol'nyx vzryvnyx voln v uprugoj ploploskosti, *Vestnik Rossijskogo universiteta druzhby narodov. Seriya problemy kompleksnoj bezopasnosti*, № 1, pp. 29–37.

3. *Musaev, V.K.* (2007). Ob ocenke dostovernosti i tochnosti chislennogo resheniya nestacionarnyx dinamicheskix zadach, *Vestnik Rossijskogo universiteta druzhby narodov. Seriya problemy kompleksnoj bezopasnosti*, № 3, pp. 48–60.

4. *Musaev, V.K.* (2009). Ocenka dostovernosti i tochnosti rezul'tatov vychislitel'nogo e'ksperimenta pri reshenii zadach nestacionarnoj volnovoј teorii uprugosti, *Nauchnyj Zhurnal Problem Kompleksnoj Bezopasnosti*, № 1, pp. 55–80.

5. *Musayev V.K.* (2015). On the mathematical modeling of nonstationary elastic waves stresses in corroborated by the round hole, *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, Vol. 11, Iss. 1, pp. 147–156.

6. *Musaev, V.K.* (2008). Metod konechnyx e'lementov v zadache ob otrazhenii ploskix prodol'nyx voln napryazhenij v vide del'ta funkcii ot svobodnoj poverxnosti, *Vestnik Rossijskogo universiteta druzhby narodov. Seriya Problemy Kompleksnoj Bezopasnosti*, № 1, pp. 43–51.

7. *Musaev, V.K.* (2008). Chislennoe modelirovanie zadachi ob otrazhenii ploskix prodol'nyx voln napryazhenij v vide del'ta funkcii ot zhestkoј poverxnosti, *Vestnik Rossijskogo universiteta druzhby narodov. Seriya Problemy Kompleksnoj Bezopasnosti*, № 2, pp. 42–50.

8. *Musaev, V.K.* (2014). O dostovernosti rezul'tatov matematicheskogo modelirovaniya nestacionarnyx voln napryazhenij v ob'ektax slozhnoj formy, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, № 3, pp. 71–76.

9. *Musayev, V.K.* (2015). Estimation of accuracy of the results of numerical simulation of unsteady wave of the stress in deformable objects of complex shape, *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, Vol. 11, Iss. 1, pp. 135–146.

10. *Musaev, V.K.* (2014). O dostovernosti komp'yuternogo modelirovaniya nestacionarnyx uprugix voln napryazhenij v deformiruemyx telax slozhnoj formy, *Mezhdunarodnyj Zhurnal Prikladnyh i Fundamental'nyh Issledovanij*, № 11, pp. 10–14.

THE ACCURACY OF THE NUMERICAL METHOD RESULTS IN THE DISPLACEMENT IN THE ELASTIC REFLECTION OF STRESS WAVES IN THE FORM OF A TRIANGULAR PULSE FROM THE FREE SURFACE OF THE PLATE

*Musayev V.K., Dikova E.V., Kormilitsin A.I., Samoylov S.N., Starodubtsev V.V.
Moscow State Machine-Building University, Moscow, Russia*

The paper provides information about the reliability and accuracy of the results of numerical simulation of stress waves in solid deformable environment. The problem of elastic reflection of stress waves from the free surface of the plate. The task is implemented using the finite element method in movements. The comparison is made with results of the analytical solution at the front of the flat longitudinal wave. The studied problem is presented in the form of an infinite plate.

KEY WORDS: differential equations in partial derivatives, the problem with the initial conditions, the Cauchy problem, mathematical and numerical modeling, the principle of possible displacements, the homogeneous algorithm, finite element method, transient wave of voltage, an explicit two-layer scheme and the analytical solution, comparison, reliability, wave front, the Delta function pulse effect in the form of a triangle, a long-playing record.

Расчет и проектирование машиностроительных конструкций

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИЛОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИНСТРУМЕНТА ПРИ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ РЕЗАНИЕМ

Ю.В. БЕЛОУСОВ, канд. техн. наук, доцент

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

В статье рассмотрено моделирование силового взаимодействия инструмента и заготовки при механической обработке. Получены расчетные зависимости для определения деформаций материала заготовки под режущим клином, а также величины заднего угла инструмента.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: усилия резания, задний угол инструмента, упругие перемещения, относительная деформация.

Изделия современного машиностроения требуют от конструкционных материалов высоких эксплуатационных свойств, определяющих их работоспособность и ресурс. Традиционные конструкционные материалы на основе металлов и их сплавов в ряде случаев не в состоянии удовлетворить этим требованиям. Поэтому широкое применение получают также полимерные, композиционные материалы, обладающие целым рядом положительных свойств: высокие удельные прочностные и упругие характеристики, стойкость к агрессивным химическим средам, низкая тепло- и электропроводность, высокие триботехнические характеристики и др.

Заготовительные операции не обеспечивают заданной точности и качества функциональных поверхностей деталей. Раскрой материала с помощью алмаза и гидроабразивная резка приводят к появлению большого дефектного слоя, что также требует последующей механической обработки. Поэтому, при расширении областей использования полимерных и композиционных материалов в различных отраслях машиностроения, актуальной является разработка научно обоснованной технологии их механической лезвийной обработки, опирающейся на моделирование процессов разрушения резанием с дифференцированным учетом их специфических физико-химических свойств.

В процессе резания материал заготовки под режущей кромкой инструмента деформируется. Деформации исчезают после прохода инструмента. По мере затупления инструмента усилия резания увеличиваются. При этом величина заднего угла оказывает существенное влияние на стойкость инструмента и силу резания. Выбор оптимального значения заднего угла должен производиться с учетом деформации поверхностных слоев заготовки. При небольшой величине заднего угла материал прижимается к задней поверхности инструмента. Это приводит к увеличению силы резания за счет трения между обрабатываемым материалом и задней поверхностью инструмента. В результате наблюдается нагревание инструмента, возникает нежелательное «засаливание» поверхности или образуются прижоги материала.

При исследовании силового взаимодействия инструмента и заготовки обычно полагают [2, 3], что на заготовку из вершины режущего клина действует результирующая сила резания равная сумме нормальной (P) и тангенциальной (R) ее составляющих (рис. 1). Однако составляющая силы резания R определяет процессы в зоне стружкообразования и действует со стороны передней поверхности инструмента. На обработанную поверхность действует лишь нор-

мальная составляющая P и вызванная ей сила трения Q (сила трения на передней поверхности инструмента на рис. 1 не показана).

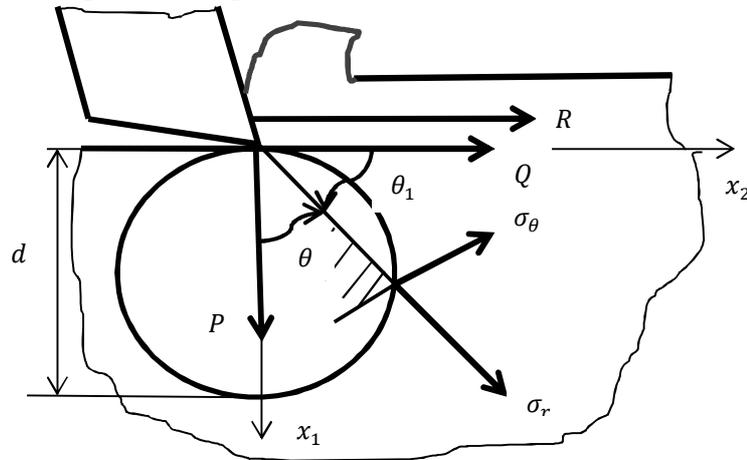


Рис. 1. Силы, действующие на поверхностный слой заготовки

Согласно [1], перемещение точек упругой полуплоскости под действием только одной сосредоточенной вертикальной силы P на ее границе:

$$u_r = A \sin \theta + B \cos \theta - \frac{2P}{\pi E} \chi_1 \ln r \cos \theta - \frac{P}{\pi E} (\chi_1 - \chi_2) \theta \sin \theta, \quad (1)$$

$$u_\theta = Cr + A \cos \theta - B \sin \theta + \frac{2P}{\pi E} [\chi_1 \ln r \sin \theta + \chi_2 \sin \theta + \frac{1}{2} (\chi_1 - \chi_2) (\sin \theta - \theta \cos \theta)]. \quad (2)$$

В нашем случае, как для плоской деформации, $\chi_1 = 1 - \nu^2$, $\chi_2 = \nu(1 + \nu)$, где ν – коэффициент поперечной деформации (коэффициент Пуассона).

Для нахождения постоянных интегрирования A, B, C допустим, что условия закрепления таковы, что точки оси x_1 не имеют поперечных перемещений, т. е. $u_\theta = 0$ при $\theta = 0$, поэтому $A = C = 0$.

Чтобы найти постоянную B допустим, что на глубине $x_1 = d$ при $\theta = 0$ вертикальное перемещение равно нулю. Тогда

$$u_{r(\theta=0)} = B - \frac{2P}{\pi E} \chi_1 \ln d = 0,$$

откуда

$$B = \frac{2P}{\pi E} \chi_1 \ln d, \text{ а } u_{r(\theta=0)} = \frac{2P}{\pi E} \chi_1 \ln \frac{d}{r}.$$

Найдем вертикальное перемещение границы полуплоскости за силой Q . Полагая $\theta = -\pi/2$, получим:

$$u_{\theta(\theta=-\pi/2)} = \frac{2P}{\pi E} \left[\chi_1 \ln \frac{d}{r} - \frac{1}{2} (\chi_1 + \chi_2) \right].$$

Аналогично можно получить перемещения границы полуплоскости от горизонтальной силы Q . Можно показать, что компоненты перемещения в данном случае задаются теми же уравнениями (1) и (2). Однако угол θ_1 здесь необходимо отсчитывать от направления силы Q .

Для нахождения постоянных интегрирования в этом случае допустим, что точки оси x_2 (границы полуплоскости) не имеют вертикальных перемещений, т. е. $u_\theta^1 = 0$ при $\theta_1 = 0$, а при $x_2 = d$ и $\theta_1 = 0$ горизонтальные перемещения равны нулю ($u_r^1 = 0$), откуда

$$A = C = 0, \quad B = \frac{2Q}{\pi E} \chi_1 \ln d.$$

Перемещение границы полуплоскости:

$$u_{r(\theta=\frac{\pi}{2})}^{\perp} = \frac{2Q}{\pi E} \chi_1 \ln \frac{d}{r}; \quad u_{\theta(\theta=\frac{\pi}{2})}^{\perp} = 0.$$

Имея решения для вертикальной и горизонтальной сосредоточенных сил, получим суммарное перемещение точек границы упругой полуплоскости:

$$u_{r\Sigma} = \frac{2}{\pi E} \chi_1 \ln \frac{d}{r} (P + Q), \quad u_{\theta\Sigma} = \frac{2P}{\pi E} \left[\chi_1 \ln \frac{d}{r} - \frac{1}{2} (\chi_1 + \chi_2) \right].$$

Тогда точка A границы упругой полуплоскости за инструментом переместится в положение A_1 (рис. 2). Изогнутая поверхность под клином будет описываться кривой, определяемой уравнениями:

$$x_1 = \frac{2P}{\pi E} \left[\chi_1 \ln \frac{d}{r} - \frac{1}{2} (\chi_1 + \chi_2) \right], \quad x_2 = -r + \frac{2}{\pi E} \chi_1 \ln \frac{d}{r} (P + Q).$$

Определим угол наклона касательной к этой кривой:

$$\frac{dx_1}{dx_2} = \frac{dx_1}{dr} / \frac{dx_2}{dr}.$$

Определим величину производных:

$$\frac{dx_1}{dr} = -\frac{2P\chi_1}{\pi E r}, \quad \frac{dx_2}{dr} = -1 - \frac{2(P+Q)\chi_1}{\pi E r}.$$

Тогда

$$\frac{dx_1}{dx_2} = \frac{2P\chi_1}{\pi E r + 2(P+Q)\chi_1}.$$

Поскольку $Q = fP$, где f – коэффициент внешнего трения скольжения обрабатываемого и инструментального материалов, то

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dx_1}{dx_2} = \frac{2P\chi_1}{\pi E r + 2P(1+f)\chi_1}.$$

Очевидно, что при $r \rightarrow 0$, $\sigma_r \rightarrow \infty$. Это означает, что вблизи точки приложения сил образуется зона пластического деформирования материала. Диаметр круга пластической зоны на границе упругой полуплоскости

$$d = \frac{2Q}{\pi \sigma_{r_{\max}}},$$

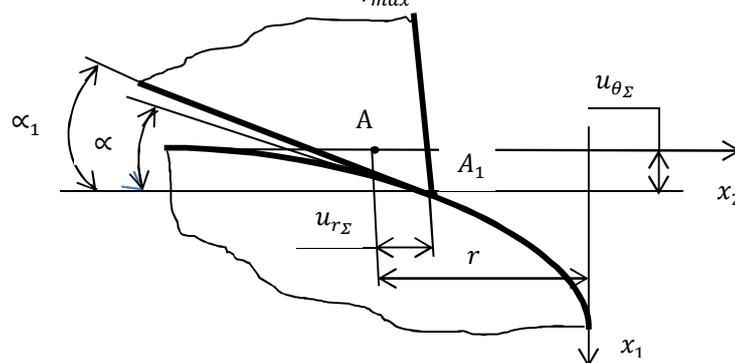


Рис. 2. Деформация поверхности заготовки под режущим клином инструмента

где $\sigma_{r_{\max}}$ – максимальное значение нормального напряжения, при котором материал имеет упругие деформации.

В частности, для металлов $\sigma_{r_{\max}} = \sigma_T(\sigma_{0,2})$, поэтому

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\chi_1}{\frac{fE}{\sigma_{r_{\max}}} + (1+f)\chi_1}.$$

Вторым слагаемым в знаменателе можно пренебречь. Окончательно получим:

$$tg\alpha = \frac{\sigma_{rmax}}{fE} (1 - \nu^2) = \frac{\varepsilon(1 - \nu^2)}{f}, \quad (3)$$

где ε – соответствующая относительная деформация материала.

Чтобы исключить трение между задней поверхностью инструмента и обрабатываемым материалом необходимо, чтобы задний угол инструмента α_1 был больше угла α , определяемого по формуле (3).

При резании металлов коэффициент внешнего трения скольжения обрабатываемого и инструментального материалов f может достигать больших значений, порядка единицы и более. В этом случае

$$tg\alpha \approx \frac{\sigma_T}{E} = \varepsilon_{упр},$$

где $\varepsilon_{упр}$ – относительная деформация, соответствующая границе упругой зоны на диаграмме растяжения материала.

В частности, для условного предела текучести $\sigma_{0,2}$: $tg\alpha \approx 0,002$, а $\alpha_{min} \approx 0,15^\circ$. Расчеты показывают, что для большинства металлов, применяемых в машиностроении, минимально необходимый задний угол инструмента не превышает $0,5^\circ$. Однако для уменьшения износа средние значения задних углов проходных токарных резцов, предназначенных для резания металлов с подачами $S \leq 0,25$ мм/об, $\alpha_{cp} = 12^\circ$. При увеличении подачи среднее значение заднего угла уменьшается до $\alpha_{cp} = 8^\circ$.

Для полимерных материалов величина минимального заднего угла инструмента значительно возрастает. Средние значения задних углов $\alpha_{cp} = 10^\circ \dots 30^\circ$.

У композитного материала матрица обладает более высокими упругими свойствами, что и является причиной упругого последействия материала. Величина заднего угла инструмента, соответствующего модулю нормального растяжения эпоксидной смолы (30...50 Мпа), будет равна $\alpha_{cp} = 24^\circ \dots 36^\circ$.

Л и т е р а т у р а

1. *Зубчанинов В. Г.* Основы теории упругости и пластичности: Учебник для машиностроит. спец. вузов. – М.: Высшая школа, 1990. – 368 с.
2. *Deithard T.* Einteilige waelzfraezer vertreiben kosten aus der Scrienfertigung// *WB Werkstatt und Betrieb*. 2015. №3. – P. 30-32.
3. *Hoffman N.P., Stolz U.* Ontransient growth of wear pattern properties// *Wear*. – 2010. Vol. 268. – №7-8. – P. 886-892.

R e f e r e n c e s

1. *Zubchaninov, V.G.* (1990). *Osnovy Teorii Uprugosti i Plastichnosti*: Ucheb. dlya mashinostroit. spets. vuzov, Moscow: Vyssh. shk., 368 p.
2. *Deithard, T.* (2015). Einteilige waelzfraezer vertreiben kosten aus der Scrienfertigung, *WB Werkstatt und Betrieb*, №3, p. 30-32.
3. *Hoffman, N.P., Stolz, U.* (2010). Ontransient growth of wear pattern properties, *Wear*, Vol. 268, №7-8, p. 886-892.

MODELLING OF FORCE INTERACTION OF THE TOOL DURING MECHANICAL MACHINING

Yu.V. Belousov

Moscow State Technical University after N. Bauman

In the article, the simulation of force interaction of tool and workpiece during machining is considered. The calculated dependences for the determination of deformations of the workpiece material under cutting wedge and the minimum value of the rake angle of the tool are given.

KEY WORDS: cutting forces, the rake angle of the tool, elastic displacements, relative deformation.

РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ РАЗУПРОЧНЯЮЩЕГО ИНДУКЦИОННОГО ОТЖИГА ЗАГОТОВОК ИЗ СТАЛИ 15X

Т.В. СОКОЛОВА*, канд. техн. наук, доцент,

А.М. СОКОЛОВ**, канд. техн. наук, член-корр. АПК РФ

* Российский университет дружбы народов,

117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6 sokolova.rudn@gmail.com

**ОАО «НИИТавтопром» asokolov88@gmail.com

Статья посвящена разработке технологии разупрочняющего индукционного отжига стали 15X, необходимого для последующей операции холодной объемной штамповки. Разработаны режимы разупрочняющего индукционного отжига. Проанализированы механические свойства и характеристики микроструктуры. Показано, что форма цементита не играет роли в процессе холодного деформирования низкоуглеродистых малолегированных сталей.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: конструкционная (строительная) холоднодеформируемая низкоуглеродистая малолегированная сталь, холодная объемная штамповка (ХОШ), отжиг, индукционный нагрев, разупрочняющая термическая обработка (РТО), разупрочняющий индукционный отжиг, микроструктура стали, твердость, микротвердость, предел текучести.

В настоящее время одним из наиболее прогрессивных методов изготовления деталей (в том числе крепежных, широко используемых в строительстве) является холодная объемная штамповка (ХОШ). Применение низколегированных сталей 15X, 15XP, 12XН взамен углеродистых с аналогичным содержанием углерода позволяет повысить прочность штампованных изделий, а проведение предварительной разупрочняющей термической обработки заготовок (РТО) повышает стойкость и ресурс службы инструмента (пуансон, матрица) в несколько раз.

Операции предварительной термической обработки заготовок, осуществляемые в шахтных, камерных или проходных электропечах, отличаются большой длительностью и трудоемкостью, а также требуют принятия дополнительных мер по защите заготовок от окалинообразования. Интенсификацию операций предварительной термообработки, а, следовательно, и процессов ХОШ в целом можно осуществить за счет применения сквозного индукционного нагрева взамен печного. Это позволит повысить производительность труда, автоматизировать процесс (осуществить термообработку в поточных линиях) и получить заготовки без окалина. Однако до сих пор принято считать, что применение индукционного нагрева для отжига (в обычном понимании роли этого процесса) невозможно, так как малая длительность нагрева не обеспечит полной гомогенизации аустенита, а отсутствие выдержки по окончании нагрева не позволит получить полностью равновесной и однородной структуры стали и, в итоге, снизить ее твердость и сопротивление деформации до требуемого уровня [1, 2]. Такое заключение, на наш взгляд, справедливо для случая сравнительно быстрого охлаждения заготовок на воздухе. Проведение же замедленного регламентированного охлаждения с учетом особенностей кинетики распада образовавшегося при индукционном нагреве аустенита может обеспечить оптимальную структуру и свойства заготовок перед холодной деформацией.

Целью настоящего исследования являлась разработка ускоренного способа разупрочняющей термической обработки с применением индукционного нагрева заготовок из низкоуглеродистых сталей ферритно-перлитного класса,

обеспечивающего получение необходимого комплекса свойств для последующего проведения операций ХОШ.

Для исследования выбрали некалиброванную сталь 15Х промышленной выплавки, химический состав которой соответствовал ГОСТ 4543-71. Термическую обработку заготовок проводили в промышленной камерной электропечи СНВ 6.12.4/ЮМ. Для защиты поверхности стали от окисления и окалинообразования использовали чугунную стружку. Сквозной индукционный нагрев стали проводили на тиристорной установке ИК I-250/2,4 мощностью 250 кВт и частотой тока 2400 Гц. Кинетику нагрева и охлаждения изучали с помощью гибких хромель-алюмелевых термопар, зачеканенных в заготовки. В качестве регулирующих и контрольно-измерительных приборов использовали потенциометры КСП-4. Точность регулирования температуры $\pm 10^{\circ}\text{C}$. Механические свойства исследованных сталей ($\sigma_{\text{в}}$, $\sigma_{0,2}$, δ , ψ) определяли в испытаниях на растяжение стандартных цилиндрических образцов диаметром рабочей части 6 мм (ГОСТ 1497-73, тип III) на испытательной машине ИМ-4Р с записью диаграммы нагружения. Приведенные в работе значения механических свойств стали являются средними величинами по результатам испытания 3-5 образцов. Твердость по Бринеллю (НВ) измеряли на приборе ТШ-2М под нагрузкой 7,5 кН диаметром индентора (шарика) 5 мм. Для построения кривых упрочнения использовали один из наиболее точных методов исследования упрочнения – метод экстраполяции Лоде [3, 4]. Микротвердость структурных составляющих стали определяли на приборе ПМТ-3 под нагрузкой 0,5 Н. Микроструктуру стали изучали с помощью оптических микроскопов Epitip и Neophot при увеличениях $\times 100 \div 1000$ на шлифах, протравленных в 4%-ом растворе азотной кислоты в спирте.

Оптимальный режим нагрева должен обеспечить выполнение следующих требований: во-первых, полное завершение аустенитизации в объеме заготовки [5,6]; во-вторых, однородность структуры по сечению заготовки, что возможно при минимальном перепаде температур (ΔT_{min}) между поверхностью и центром; в-третьих, отсутствие окалины на поверхности заготовок. В ходе экспериментов было установлено, что необходимые требования можно реализовать при нагреве заготовок до $960 - 1000^{\circ}\text{C}$ со скоростью $20-25^{\circ}\text{C}/\text{с}$. При этом ΔT_{min} не превышает $40-50^{\circ}\text{C}$, обеспечивается полное завершение $\alpha \rightarrow \gamma$ превращения, отсутствие окалины на поверхности заготовок. Твердость стали после охлаждения на воздухе не превышает НВ 146, а структура представляет ферритно-перлитную смесь с размером ферритного зерна не более № 7-8 по шкале 1 (ГОСТ 5639-82). Структурная неоднородность по сечению и полосчатость не наблюдаются.

Таблица 1

Режимы РТО стали 15Х

№ режима	Способ нагрева	Температура нагрева $t, ^{\circ}\text{C}$	Время нагрева, с	Время выдержки, ч	Скорость охлаждения, $^{\circ}\text{C}/\text{мин}$			Температура изменения скорости охлаждения, $^{\circ}\text{C}$		
					I этап	II этап	III этап	I этап	II этап	III этап
1	ТВЧ	960	45	-	200	4-6	25-30	900	720	500
2	ТВЧ	960	45	-	200	4-6		900	500	
3	печной	840	-	4	Охл с печью					
4	печной	750	-	3	Охл с печью					

Примечание: охлаждение заготовок по завершении регламентированных этапов: режим 1, этап III; режим 2, этап II производят на воздухе.

Характеристики свойств и структуры стали 15X после РТО

Состояние	НВ	ρ , МПа	Соотношение структурных составляющих, %	H^{Φ}_{50}	Номер зерна феррита	Балл ферритной полосчатости
Поставка	178-196	-	75%Ф + 25% П _П	175-201	6-7	2
РТО, режим 1	128-134	-	80%Ф + 20% П _з	133-152	7-8	0
РТО, режим 2	124-130	1900	80%Ф + 20% П _П	128-146	6-7	0
РТО, режим 3	120-128	1900	80%Ф + 20% П _П	124-140	5-6	2
РТО, режим 4	138-146	-	75%Ф + 15% П _з + 10%П _П	146-168	6-7	2

Примечание: П_П – перлит пластинчатый; П_з – перлит зернистый; номер зерна по шкале 1 (ГОСТ 5639-82); H^{Φ}_{50} – микротвердость феррита.

На рис.1 представлены микроструктура стали 15X после разупрочняющей термообработки с индукционным нагревом (рис.1, а и б) и в результате традиционного печного нагрева (рис.1, в). Таким образом, разработанный режим нагрева обеспечивает необходимые условия для формирования требуемых структуры и свойств при последующем охлаждении.

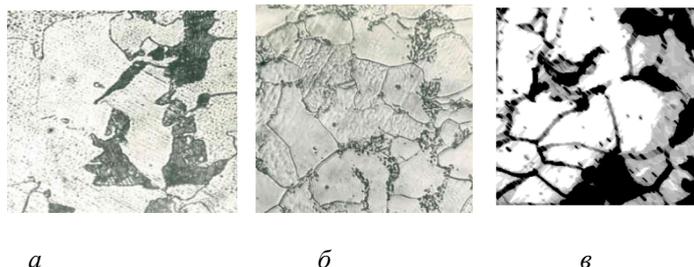


Рис. 1. Микроструктура стали 15X после различных режимов разупрочняющей термообработки, х 1000: а – режим 1, индукционный нагрев (зернистый перлит); б – режим 2, индукционный нагрев (пластинчатый перлит); в – печной отжиг

Исследование кинетики распада аустенита стали 15X, образовавшегося при индукционном нагреве, показало, что его устойчивость значительно ниже по сравнению с печным нагревом до тех же температур. Начало выделения свободного феррита при охлаждении наблюдается уже при 840°C , тогда как после печного нагрева эта температура составляет 790°C . Это является следствием мелкодисперсности и химической неоднородности аустенита после индукционного нагрева. Как известно, в сталях исследуемого класса основной структурной составляющей которых является феррит, максимальное разупрочнение в результате термической обработки достигается за счет формирования однородной по химическому составу минимально легированной ферритной матрицы, обладающей низкой твердостью. Для формирования такой микроструктуры, а, следовательно, получения низкого сопротивления деформации и высокой пластичности заготовок скорость их охлаждения в аустенитной области и в области выделения свободного феррита (второй этап охлаждения, см. табл.1) должна быть минимальной. Охлаждение заготовок со скоростью $4-6^{\circ}\text{C}/\text{с}$ в температурной области $900 - 700^{\circ}\text{C}$ обеспечивает получение максимально разупрочненной матрицы ($H^{\Phi}_{50} = 128-146$). В зависимости от скорости последующего охлаждения до 500°C (третий этап охлаждения) в заготовках формируется микроструктура с пластинчатым или зернистым перлитом. Пластинча-

тый перлит (рис. 1, б) выпадает при охлаждении со скоростью, меньшей 10 °/мин. Увеличение скорости охлаждения до 25-30 °/мин приводит к формированию структуры с зернистым перлитом (рис.1, а).

Основываясь на полученных результатах, был изготовлен опытный образец камеры замедленного охлаждения, конструкционные особенности которой позволили проводить охлаждение с разными скоростями в диапазоне 5 – 50 °/мин на партиях заготовок в количестве до 300 штук. Результаты обработки опытных партий заготовок с охлаждением в камере по различным режимам приведены в таблицах 1 и 2 (режимы 1 и 2).

Для сравнения полученных результатов и оценки уровня достигнутого разупрочнения был проведен печной отжиг партии заготовок на различную твердость по известным производственным режимам (режимы 3 и 4). Деформируемость оценивали по кривым упрочнения, построенным по результатам испытаний образцов на одноосное сжатие (рис. 2).

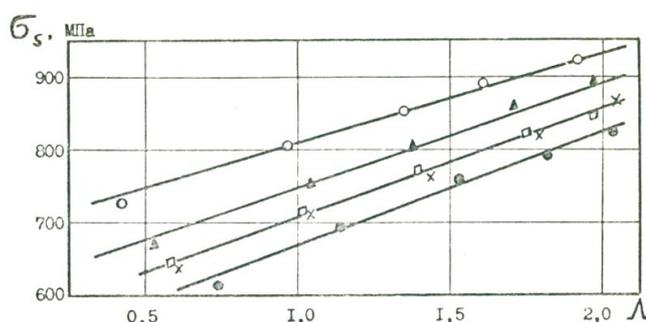


Рис. 2. Кривые деформационного упрочнения стали 15Х:
 О – исходное состояние - РТО, режим 1;
 х – РТО, режим 2; • - РТО, режим 3; ▲ - РТО, режим 4.

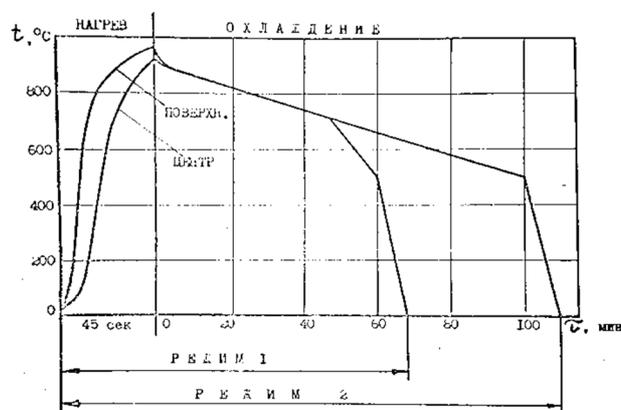


Рис. 3. Схема процесса разупрочняющей термической обработки с индукционным нагревом по режиму 1 и 2 (см. табл.1)

Как видно из полученных данных, разупрочняющая термическая обработка с индукционным нагревом (режимы 1 и 2) обеспечивает значительное снижение твердости и напряжения текучести σ_s , формирует благоприятную структуру стали. Следует отметить, что деформируемость стали 15Х с различной формой цементита, образовавшегося при обработке с нагревом ТВЧ практически одинакова (кривые 2 и 3); разница абсолютных значений напряжения текучести на этих кривых во всем исследованном диапазоне исследованных степеней деформации не превышает погрешности эксперимента (менее 3%). Таким образом, при разработке промышленной технологии РТО с индукционным

нагревом можно отказаться от регламентированного охлаждения в температурной области перлитного превращения, что позволит значительно упростить режим и конструкцию камеры замедленного охлаждения.

На основании полученных результатов исследования процессов сквозного индукционного нагрева и регламентированного охлаждения оптимальным режимом следует признать индукционный нагрев до 950 – 970 °С в течение 45 – 50 с, охлаждение до 900 °С на воздухе, далее - до 550 °С в установке замедленного охлаждения со скоростью 2 – 8 °/мин и дальнейшее охлаждение на воздухе. Такая обработка обеспечивает снижение твердости заготовок перед холодным выдавливанием до НВ124-134, тогда как технологическим процессом, действующим на заводах и предусматривающим печной нагрев, допускается твердость до НВ143. Проведенный анализ и результаты штамповки опытно-промышленных партий показали, что параметры заготовок отвечают всем технологическим требованиям. Стойкость инструмента на лимитирующих позициях выдавливания находится на уровне, достигнутом при штамповке заготовок после печного отжига.

Л и т е р а т у р а

1. Гурченко П.С., Шипко А.А. История и направления развития индукционного нагрева ТВЧ на Минском автомобильном заводе// *Литье и Металлургия*. – 2013. – № 2 (70). – С. 91-105

2. Кидин И.Н. Термическая обработка стали при индукционном нагреве. – М.: *Металлургиздат*, 1950. – 316 с.

3. Поль Б. Макроскопические критерии пластического течения и хрупкого разрушения. – В кн.: *Разрушение. Т. 2/ под ред. Г. Либовица: пер. с англ.* М.: Мир, 1975. – С. 339-520.

4. Ломов С.Б., Соколова Т.В., Малькова М.Ю., Балакирев Э.В. Зависимость структуры стали 40X при холодной пластической деформации от исходной структуры и циклической термообработки// *Металлургия машиностроения*. – 2015, № 2. – С. 21-24.

5. Кидин И.Н., Штремель М.А. Процесс образования аустенита. – М.: *Металлургиздат*, 1961. – 44 с.

6. Гуляев А.П. *Металловедение*. – М.: *Металлургия*, 1977. – 647 с.

References

1. Gurshenko, P.S., Shipko, A.A. (2013). Istoriya i napravleniya razvitiya indukcionnogo nagreva TVCh na Minskoy avtomobilnom zavode, *Litiyo I Metallurgiya*, N2 (70), pp. 91-105.

2. Kidin, I.N. (1950). *Termicheskaya Obrabotka Stali pri Indukcionnom Nagreve*, Moscow: Metallurgizdat, 316 p.

3. Pol, B. (1975). Mikroskopicheskie kriterii plasticheskogo tesheniya i khrupkogo razrusheniya: V kn.: *Razrushenie*, Vol. 2, pod. red. G. Libovitca, Moscow: Mir, pp. 339-520.

4. Lomov, C.B., Sokolova, T.V., Malkova, M.U., Balakirev, A.V. (2015). Zavisimost struktury stali 40X pri holodnoy plasticheskoy deformatsii ot ishodnoy struktury i tsiklicheskoj termoobrabotki, *Metallurgiya Mashinostroeniya*, N 2, pp.21-24.

5. Kidin, I.N., Shtremel, M.A. (1961). *Protces Obrazovaniya Austenita*, Moscow: Metallurgizdat,

6. Guljaev A. P. *Metallovedenie*. M.: Metallurgija, 1977, 647 S.

DEVELOPMENT of TECHNOLOGY SOFTENING INDUCTION ANNEALING OF WORKPIECES FROM STEEL X15

Sokolova T.V.*, Sokolov A. M.**

*Peoples' Friendship University of Russia, Moscow

**OAO "NIITAVTOPROM", Moscow

The article is devoted to the development of modes softening annealing treatment steel15X using high frequency induction heating with the purpose of conducting cold forging. Mechanical properties and microstructure characteristics were investigated. It was shown that the form of cementite does not play a role in the process of deformation of low-carbon low-alloy steel.

KEY WORDS: low carbon low alloy structural steel, cold forging, softening high frequency induction annealing, microstructure, hardness, microhardness, yield strength

**NUMERICAL MODELING OF MASSÉ SHRINKING CLAYEY SOILS
IN THE DEPRESSION OF LAMA IN THE SOUTH OF BENIN**

Judicaël Koffi AGBELELE *

Laboratory of Energetics and Mechanics Applied (LEMA), Ecole Polytechnique d'Abomey-Calavi (EPAC), Université d'Abomey-Calavi (UAC), 01 BP 2009 Cotonou, République du Bénin.

Abalo P' KLA,

Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs (ENSI) de l'Université de Lomé (UL), BP 1515 Lomé, Togo.

Gérard GBAGUIDI AÏSSE, *Laboratory of Energetics and Mechanics Applied (LEMA), Ecole Polytechnique d'Abomey-Calavi (EPAC), Université d'Abomey-Calavi (UAC), 01 BP 2009 Cotonou, République du Bénin.*

Gérard DEGAN, *Laboratory of Energetics and Mechanics Applied (LEMA), Ecole Polytechnique d'Abomey-Calavi (EPAC), Université d'Abomey-Calavi (UAC), 01 BP 2009 Cotonou, République du Bénin.*

*correspondence, mail : agbelelekoffi@yahoo.fr

This article presents the results of an experimental study about four soil samples coming from Massé, a region crossed by the East depression of LAMA in the south of Benin, where important damages have been recorded (rising of the foundations, deformation and cracking of the infrastructures, tearing of the surface coat of pavements...). In the first stage, a physico-mechanical characterization of the soil samples is achieved by laboratory tests. The second stage of this study was reserved to the numerical modeling of the shrinking by basing on the analysis of the behaviour of the curves obtained at the end of the laboratory odometer tests. This approach allowed us to describe the variation of the indication of the voids ratio according to the loading pressure, to elaborate a mathematical model permitting to simulate the odometer curve of a loading-discharge cycle and to determine the parameters of compressibility. The results show a good quality of the adjustment. A negligible mistake of the order of 0,3% has been recorded.

KEYWORDS: physico-mechanical characterization, evaluation, shrinking, modeling, simulation.

1. Introduction

The new architectural challenges call by force to designers for a real taking in charge of the different aspects bound to the dimensioning and the safety of the works. The study of the stability of those works constitutes one of important problems to which the engineer is often confronted. Among the causes of instability of works the more encountered in general in the world and in particular in Benin, the phenomenon of shrinking-swelling of the supporting soil is probably the most dangerous. This instability, that concerns about 2,5% of the world surface of the grounds [1] and essentially a precise zone of Benin, named "median depression or depression of Lama" causes enormous damages (deformations, cracking, tearing, the wear and tear the surface coat and the destruction of the foundations) on civil engineering works. Therefore, the designer must take in account the effects induced by this phenomenon.

In the reach of the goals fixed at conferences of the lasting quality and development Forum [2], the phenomenon of shrinking-swelling has caused several investigations and varied research topics in order to minimize the risks connected to this one. Within this context, different models have then been proposed to describe the swelling pressure and the deformation of swelling soils [3]. Thus, A. Djedid, A. Bekkouche and Mamoune [4], show in their study "Identification and estimates of the swelling of a few soils of the region of Tlemcen (Algeria)", that the models of estimate are sensitive and are only applicable to the soils that served to their establishment. In the same order of ideas A. Medjnoun [5], after an analysis,

characterization, estimate and modeling of the behavior of swelling clays concluded in his works that the empiric models are inapplicable for the studied sites and that the mistake is very important. Sohe concluded that the evaluation of the swelling potential using the methods of classifications has for purpose to orientate the campaign of exploration toward the tests of swelling. It is deduced therefore that the solution would be to search for some models clean to every soil. The processing of a model adapted to the clayey soils of the East depression of LAMA in Benin is revealed main to warn the precocious defacements recorded on level of the infrastructures erected in this zone where several works of research have been done on the phenomenon of shrinking-swelling of these soils [6]. The conclusion of this works shows that the development of a model to predict the mechanical parameters of shrinking-swelling of these soils is not landed.

The works, subject of this study, consist to the processing of a numerical model of prediction of the compaction of the clayey soils of Massè district, located in the aforesaid depression. Indeed, the results of the identification tests presented in this article allow characterizing these clays on the one hand and on the other hand to give the means to the designer for a real hold in account of this phenomenon thanks to the elaborated model. The obtained results allow to predict the pressure from identification tests. Besides, the systematic resort to the tests of laboratory, generally lead, is appreciably reduced thanks to the established numerical model.

2. Methodology

2.1. Environment Of Study

The site, object of the present study, is located in Massè, township of Adja-Ouèrè situated in Issaba depression in the East of Lama depression. According to IGUE MOUINOU, WELLER ULRICH (2000)-Geology and geomorphology of South Benin quoted[7],this depression of Lama is formed by a directed band WSW –ENE of maximal width 25km. It covers an area that extends from the East to the West with an area of more than 3000km².

The depression of Lama forms a wide drill of 130km long and a variable width from 5km (Tchi) to 25km (Issaba). It is divided into three zones to know the depression of Issaba in the East, depression of Khô in the center and depression of Tchi in the West quoted [7].

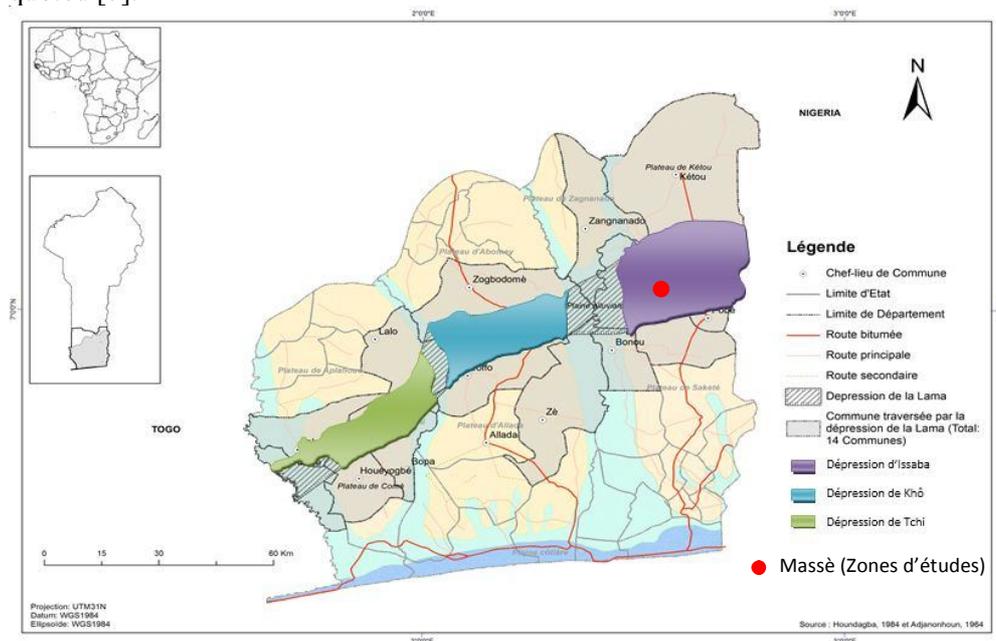


Figure 1: Geographical localization of the taking site

2.2. Sampling

The samples are taken in Massè in the township of Adja-Ouèrè. The choice of the site has been justified by the visual inspection of precocious defacements caused by the phenomenon of shrinking-swelling of soil in place.

For the sampling, a well has been drilled from which we have extracted intact samples and remolded to different depths (0,00m to 0,50m; 0,50m to 1,00m; 1,00m to 2,00m and 2,00m to 3,00m).

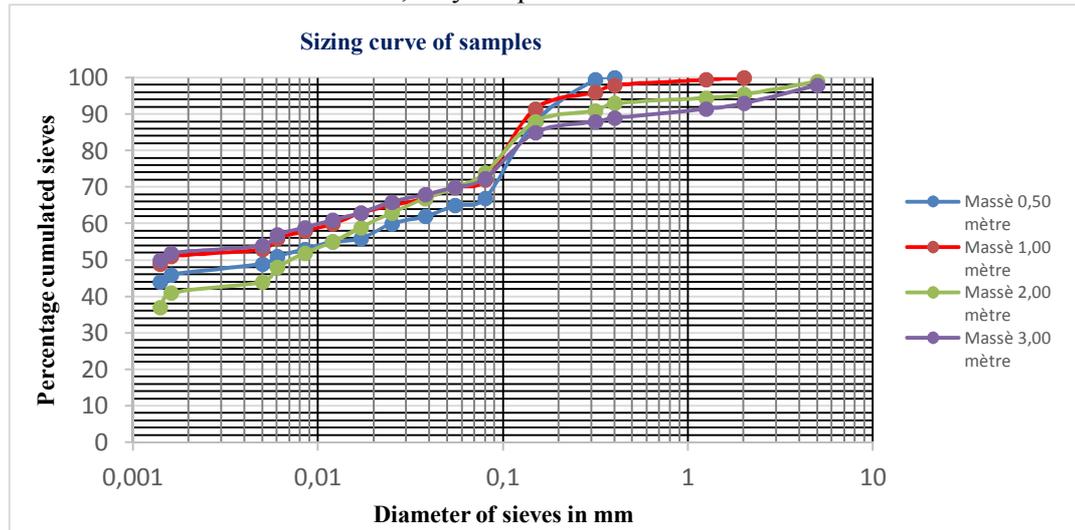
The National Center of the Tests and Research in Public Works (NCTRPW) of Benin and the LAB-TP laboratory of Lomé in Togo served as surroundings for the achievement of the different and mechanical identification tests on samples. The results of these tests were the object of analysis and discussions.

3. Results and discussions

3.1. Physical characteristics

3.1.1. The tests of identification

The sizing of the four samples of Massè site shows a variation of the particles lower to $80 \mu\text{m}$ of (67 à 75%) and even better the majority of these particles is lower to $2 \mu\text{m}$ (53 to 63%) which represent the clayey particles. (See graph 1). As for the results of the other tests of identification, they are presented in the board 1.



Graph1 :Sizing curve of the four samples

Board.1: Tests of identification of the clays

Identification of clays of " Massè "		Depth Z(m)			
Paramètres		0,00-0,50	0,50-1,00	1,00-2,00	2,00-3,00
Particles content < $2\mu\text{m}$ (%)	C_2	46,352	51,235	41,353	52,235
Water content (%)	W	26,60	31,80	34,41	31,03%
Dry density	γ_d	1.54	1.40	1,389	1,41
Liquidity Limits (%)	W_L	67,80	69,70	86,00	95,00
Plasticity Limits (%)	W_P	46,30	41,35	52,80	60,90
Index of plasticity	I_P	21,50	28,35	33,20	34,10
Specific weight (g/cm^3)	γ_s	2,52	2,50	2,53	2,54
Activity of clay	A	0,464	0,553	0,803	0,653

Organic matter content (%)	C_{MO}	4,31	3,76	2,99	5,87
Bond of soil in (kPa)	C	34,00	24,00	38,50	39,00
Angle of internal friction (°)	φ	3,00	5,00	5,00	7,50

The values of found specific weights are of the order of 2,50 to 2,54 and allow us to conclude according to Agbelele K. Judicaël et al., (2016) [7] that the tested samples are of clayey nature.

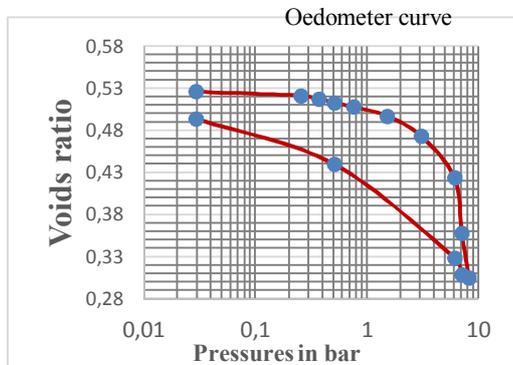
3.2. Mechanical characteristics

3.2.1. Oedometer test

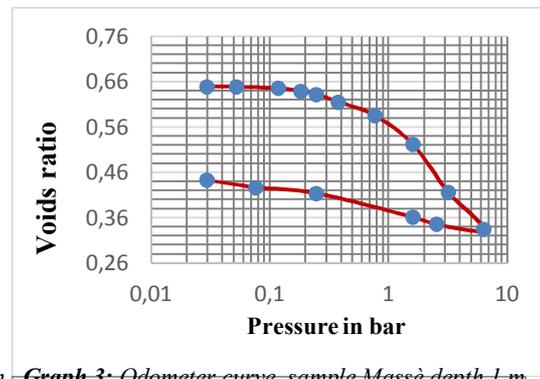
In geotechnics, the oedometer test is generally used like direct method to determine the pressure and the amplitude of swelling (Ozer et al., 2011) [8]. At the end of this test on the intact samples, the recapitulative of the results and the oedometer curves are presented as follows:

Board 2: Recapitulative board of the results of the oedometer tests

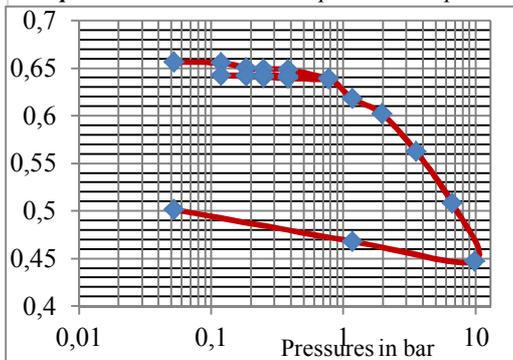
Parameters		Depths (m)			
		0,00-0,50	0,50-1,00	1,00-2,00	2,00-3,00
Voids ratio	ei	0,526	0,650	0,651	0,725
Voids ratio of the soil in place	$e0$	0,516	0,644	0,648	0,720
Pre consolidation stress (KPa)	σp	73,250	129,02	155	162
Swelling pressure (KPa)	$\sigma g'$	5,180	3,440	56,63	57.8
Compression ratio	Cc	0,304	0,202	0,206	0,218
Swelling ratio	Cs	0,052	0,082	0,015	0,010



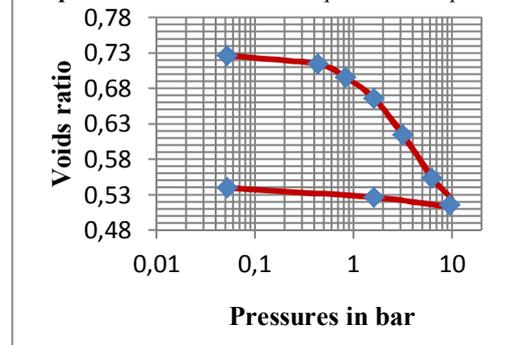
Graph 2: Odometer curve sample Massè depth 0,5 m



Graph 3: Odometer curve sample Massè depth 1 m



Graph 4: Odometer curve sample Massè depth 2 m



Graph 5: Odometer curve sample Massè depth 3 m

4. Numerical modeling of the compaction of the studied soils

In the worry to write a mathematical model according to the voids ratio, we present the odometer curves above to the depths (1,00-2,00m) and (2,00-3,00m) by considering voids ratio in abscissa and the loading pressures corresponding in ordinates. This choice of depth is justified by the typology of works encountered in the study zone whose foundations are essentially superficial and their depth of anchorage varies from 2,00 m to 3,00 m.

4.1. Geometrical interpretation of the curve loading pressure - voids ratio

From the observation of the curves pressures of loading-indication of the voids ratio, we note that each of them presents at least three points of inflection and three extrema. According to Rolle's theorem, the polynomial function expressing the pace of this curve would be at least of degree 6 [9].

4.2 Approach of the curve by the polynomial form of order 6at the depth 2,00 m

$$P_g = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + fx^5 + gx^6$$

Let's apply the method of the least squares to this equation to determine the constants a, b, c, d, e, f and g . The sum to minimize is

$$\sum_{i=1}^{22} [P_i - (ai + bxi + cxi^2 + dxi^3 + exi^4 + fxi^5 + gxi^6)]^2 = 0$$

Let's nullify the first derivatives in relation to a, b, c, d, e and f :

$$\frac{\partial(\quad)}{\partial a} = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{22} a + b \sum_{i=1}^{22} xi + c \sum_{i=1}^{22} xi^2 + d \sum_{i=1}^{22} xi^3 + e \sum_{i=1}^{22} xi^4 + f \sum_{i=1}^{22} xi^5 + g \sum_{i=1}^{22} xi^6 = \sum_{i=1}^{22} Pi$$

$$\frac{\partial(\quad)}{\partial b} = 0 \Leftrightarrow a \sum_{i=1}^{22} xi + b \sum_{i=1}^{22} xi^2 + c \sum_{i=1}^{22} xi^3 + d \sum_{i=1}^{22} xi^4 + e \sum_{i=1}^{22} xi^5 + f \sum_{i=1}^{22} xi^6 + g \sum_{i=1}^{22} xi^7 = \sum_{i=1}^{22} Pixi$$

$$\frac{\partial(\quad)}{\partial c} = 0 \Leftrightarrow a \sum_{i=1}^{22} xi^2 + b \sum_{i=1}^{22} xi^3 + c \sum_{i=1}^{22} xi^4 + d \sum_{i=1}^{22} xi^5 + e \sum_{i=1}^{22} xi^6 + f \sum_{i=1}^{22} xi^7 + g \sum_{i=1}^{22} xi^8 = \sum_{i=1}^{22} Pixi^2$$

$$\frac{\partial(\quad)}{\partial d} = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{22} xi^3 + b \sum_{i=1}^{22} xi^4 + c \sum_{i=1}^{22} xi^5 + d \sum_{i=1}^{22} xi^6 + e \sum_{i=1}^{22} xi^7 + f \sum_{i=1}^{22} xi^8 + g \sum_{i=1}^{22} xi^9 = \sum_{i=1}^{22} Pixi^3$$

$$\frac{\partial(\quad)}{\partial e} = 0 \Leftrightarrow a \sum_{i=1}^{22} xi^4 + b \sum_{i=1}^{22} xi^5 + c \sum_{i=1}^{22} xi^6 + d \sum_{i=1}^{22} xi^7 + e \sum_{i=1}^{22} xi^8 + f \sum_{i=1}^{22} xi^9 + g \sum_{i=1}^{22} xi^{10} = \sum_{i=1}^{22} Pixi^4$$

$$\frac{\partial(\quad)}{\partial f} = 0 \Leftrightarrow a \sum_{i=1}^{22} xi^5 + b \sum_{i=1}^{22} xi^6 + c \sum_{i=1}^{22} xi^7 + d \sum_{i=1}^{22} xi^8 + e \sum_{i=1}^{22} xi^9 + f \sum_{i=1}^{22} xi^{10} + g \sum_{i=1}^{22} xi^{11} = \sum_{i=1}^{22} Pixi^5$$

$$\frac{\partial(\quad)}{\partial g} = 0 \Leftrightarrow a \sum_{i=1}^{22} xi^6 + b \sum_{i=1}^{22} xi^7 + c \sum_{i=1}^{22} xi^8 + d \sum_{i=1}^{22} xi^9 + e \sum_{i=1}^{22} xi^{10} + f \sum_{i=1}^{22} xi^{11} + g \sum_{i=1}^{22} xi^{12} = \sum_{i=1}^{22} Pixi^6$$

The CRAMER method of resolution of the equations system formed by the first derivatives allowed us to determine respectively the different values of the coefficients *a, b, c, d, e, f* and *g* [9].

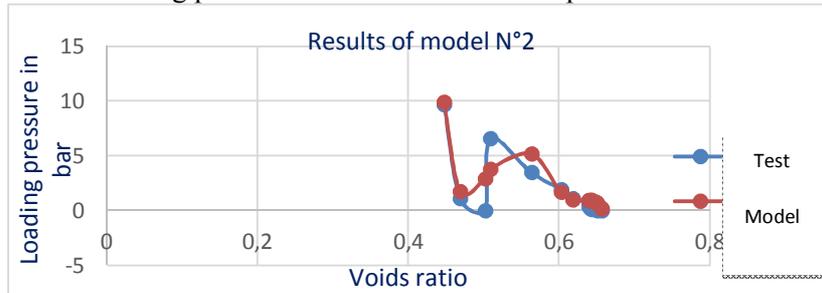
Board 3: Value of the coefficients of the polynomial form of degree 6 at the depth 2,00 m

Coefficients	Values	Coefficients	Values
<i>a</i>	-5,91474 E-07	<i>d</i>	5870787,642
<i>b</i>	185238,6942	<i>e</i>	-10376421,92
<i>c</i>	-1652879,471	<i>f</i>	9127859,635
		<i>g</i>	-3197723,079

By rewriting the equation with the values of the coefficients, we obtain:

$$P_g = -5,91474 \cdot 10^{-7} 185238,6942x - 1652879,471x^2 + 5870787,642 x^3 - 10376421,92 x^4 + 9127859,635x^5 - 3197723,079x^6.$$

By this method the different pressures obtained for every voids ratio allowed us to draw the curve loading pressure-voids ratio and to compare it with the one of the test:



Graph 6: Curve loading pressure-voids ratio (polynomial form of degree 6) at the depth 2,00 m

We notice that the two curves are confounded in a first time and then we observe a gap. We can conclude that the model under the polynomial form of order 6 presents some results with a margin of mistake. The gap of mistake is very big for some ranges. We will try to solve the problem by a mathematical model defined by intervals.

4.3. Approach of the curve loading pressure - voids ratio by a defined function by intervals at the depth 2,00m

It will be about describing the pace of the curve by a mathematical function defined on several intervals. So the curve answers to a function defined by four intervals.

- First interval [0,447365255; 0,468333412]:

For this interval of voids ratio we have kept for the loading pressure a function of the type: $P_g = a + bx + cx^2$.

By the method of the least squares we have determined the coefficients a , b , and c . So the pressure can be written: $P_g = 1640,9 - 6738,8x + 6913x^2$.

- Second interval [0,468333412 ; 0,501657804]:

The expression of the loading pressure on this interval is in the form: $P_g = a + bx$.

The expression with the values of the coefficients a and b gives us:

$$P_g = 16,732 - 33,249x$$

- Third interval [0,501657804 ; 0,508397569]:

The expression of the loading pressure on this interval is also in the form:

$$P_g = a + bx.$$

The expression with the values of the coefficients a and b gives us:

$$P_g = -488,08 + 973,03x.$$

- Forth interval [0,508397569 ; 0,656485176]:

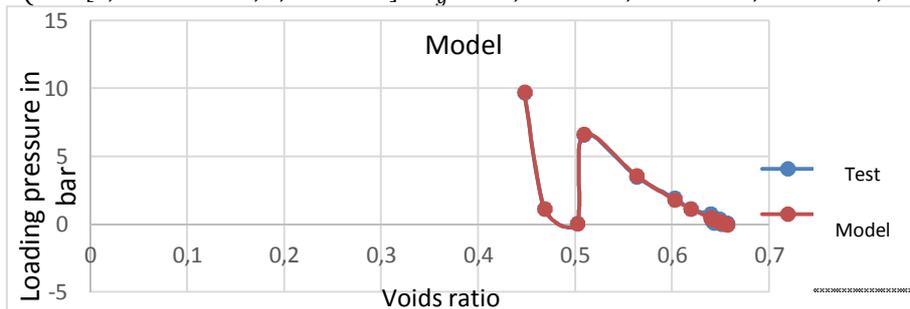
On this last interval, the expression of the loading pressure is:

$$P_g = a + bx + cx^2 + dx^3.$$

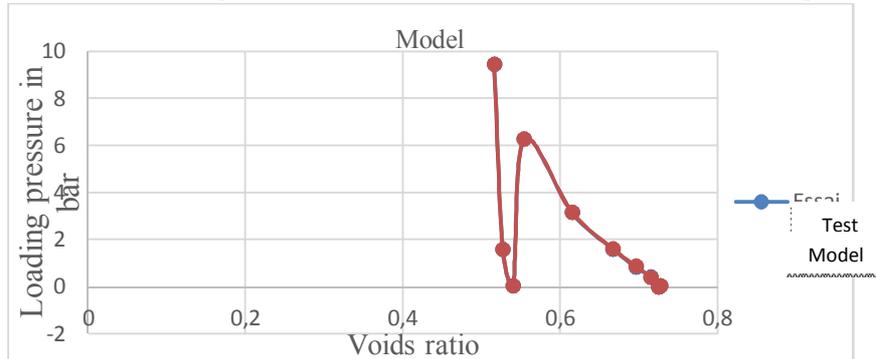
By the method of the least squares we determine the coefficients and the expression becomes: $P_g = 20,576 + 68,01x - 313,2x^2 + 246,52x^3$.

We can rewrite our function therefore in the form: $P_g =$

$$= \begin{cases} \forall x \in [0,4473652; 0,468333412[& ; P_g = 1640,9 - 6738,8x + 6913x^2 \\ \forall x \in [0,468333412 ; 0,5016578[& P_g = 16,732 - 33,249x \\ \forall x \in [0,501657804 ; 0,5083975[& ; P_g = -488,08 + 973,03x \\ \forall x \in [0,508397569 ; 0,6564851] & P_g = 20,576 + 68,01x - 313,2x^2 + 246,52x^3 \end{cases}$$



Graph 7: Curve of loading pressure- voids ratio (defined function by intervals) at the depth of 2 m



Graph 8: Curve of loading pressure – voids ratio (defined function by intervals) to the depth 3,00 m

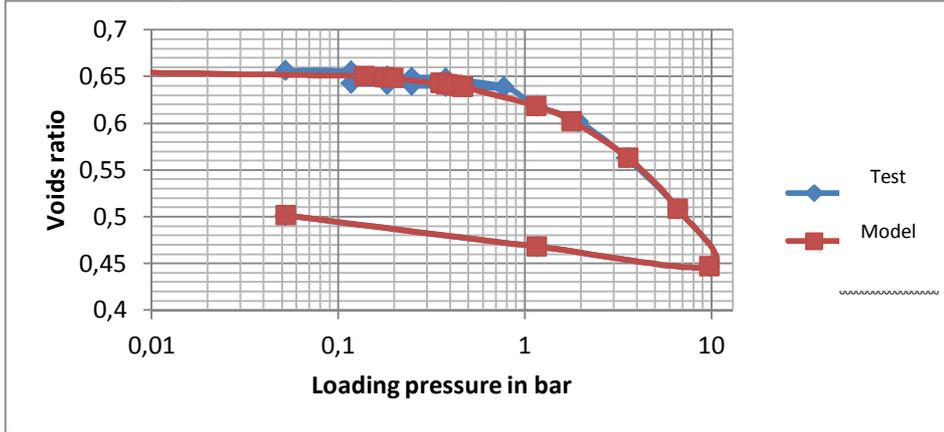
4.4. Approach of the loading curve loading pressure –voids ratio by a defined function by intervals at the depth 3,00m

The approach is identical to the previous and allows us at the end of works to find again the expression of the pressure in the form: $P_g =$

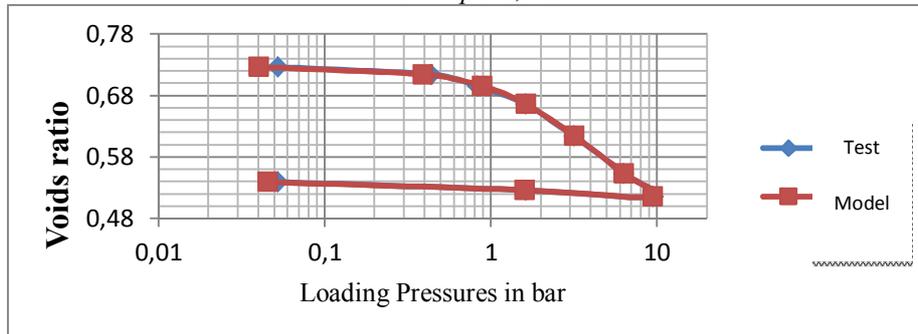
$$= \begin{cases} \forall x \in [0,515777501; 0,53983929] & ; P_g = 7250,51 - 27079x + 25282x^2 \\ \forall x \in [0,53983929; 0,553613806] & P_g = -244,03 + 452,14x \\ \forall x \in [0,553613806; 0,72675412] & ; P_g = 299,8 - 1263,6x + 1816,2x^2 - 887,58x^3 \end{cases}$$

4.5. Comparison between the test to the laboratory and the one simulated by the model

Through the figure below we superpose the odometer curve of the test and the one obtained thanks to the mathematical model defined by intervals. We notice the similitude of behaviour of two curves. They nearly have the same paces allowing us to determine the parameters of compressibility.



Graph 9: Odometer curve of the test in laboratory and simulation of the model at the depth 2,00m



Graph 10: Odometer curve of the test in laboratory and simulation of the model at the depth 3,00m

4.6. Quality of the adjustment

- Salvage or conditional variance: $\sigma_c^2 = \frac{1}{n} \sum_i (P_i - P_{gi})^2$.
- Variance due to the regression: $\sigma_r^2 = \frac{1}{n} \sum_i (P_{gi} - \frac{1}{n} \sum P_i)^2$.
- Variance of the observed values: $\sigma_p^2 = \frac{1}{n} \sum_i (P_i - \frac{1}{n} \sum P_i)^2$.

With: P_i :the pressure of calculation of the odometer test,
 P_{gi} :the pressure estimated by the numerical model.

For the analysis and the interpretation of the results, the relations: $\frac{\sigma_c^2}{\sigma_r^2}$; $\frac{\sigma_c^2}{\sigma_p^2}$ have

been calculated: $\frac{\sigma_c^2}{\sigma_r^2} = 0.003700659$, $\frac{\sigma_c^2}{\sigma_p^2} = 0.00370217$.

0,37% of the P_i variance are due to the gaps of the P_i to their conditional average. We deduct from these results, a good quality of the adjustment. The recorded mistake is of the order of 0,03%.

Quality of the adjustment

Quality of the adjustment						
Voids ratio	Loading Pressure (Pi)	Pressure calculated by the model (Pgi)	Equations	$(P_i - P_{gi})^2$	$(P_{gi} - \frac{1}{n} \sum P_i)$	$(P_i - \frac{1}{n} \sum P_i)$
0,447365255	9,727	9,732915864	$P_g = 1640,9 - 6738,8x + 6913x^2$	3,49975E-05	70,249329	70,150196
0,468333412	1,16	1,160382384	$P_g = 16,732 - 33,249x$	1,46218E-07	0,036498	0,036644
0,501657804	0,052	0,052379675	$P_g = 16,732 - 33,249x$	1,44153E-07	1,687528	1,688514
0,508397569	6,61	6,626086564	$P_g = -488,08 + 973,03x$	0,000258778	27,822016	27,652573
0,563064549	3,5	3,580065378	$P_g = 20,576 + 68,01x - 313,2x^2 + 246,52x^3$	0,006410465	4,966822	4,616359
0,602379	1,935	1,780088	$P_g = 20,576 + 68,01x - 313,2x^2 + 246,52x^3$	0,023997489	0,183749566	0,340555612
0,618480	1,16	1,155887	$P_g = 20,576 + 68,01x - 313,2x^2 + 246,52x^3$	1,69145E-05	0,0382364	0,036644898
0,639074118	0,766	0,467297	$P_g = 20,576 + 68,01x - 313,2x^2 + 246,52x^3$	0,089223225	0,781687874	0,342726612
0,639074	0,766	0,467297431	$P_g = 20,576 + 68,01x - 313,2x^2 + 246,52x^3$	0,089223225	0,781687874	0,342726612
0,639822	0,377	0,444727809	$P_g = 20,576 + 68,01x - 313,2x^2 + 246,52x^3$	0,004587056	0,822106273	0,949511041
0,640946	0,247	0,411209961	$P_g = 20,576 + 68,01x - 313,2x^2 + 246,52x^3$	0,026964911	0,884011035	1,219762469
0,641882	0,377	0,383588382	$P_g = 20,576 + 68,01x - 313,2x^2 + 246,52x^3$	4,34068E-05	0,936714632	0,949511041
0,642069	0,182	0,378097981	$P_g = 20,576 + 68,01x - 313,2x^2 + 246,52x^3$	0,038454418	0,947372438	1,367563184
0,642818	0,117	0,356249	$P_g = 20,576 + 68,01x - 313,2x^2 + 246,52x^3$	0,057240489	0,990380693	1,523813898
0,642818	0,182	0,356249	$P_g = 20,576 + 68,01x - 313,2x^2 + 246,52x^3$	0,030363009	0,990380693	1,367563184
0,642818	0,247	0,356249	$P_g = 20,576 + 68,01x - 313,2x^2 + 246,52x^3$	0,011935529	0,990380693	1,219762469
0,64843402	0,377	0,19823034	$P_g = 20,576 + 68,01x - 313,2x^2 + 246,52x^3$	0,031958558	1,329865943	0,949511041
0,649183765	0,247	0,177948436	$P_g = 20,576 + 68,01x - 313,2x^2 + 246,52x^3$	0,004768118	1,377055628	1,219762469
0,65068149	0,182	0,137946702	$P_g = 20,576 + 68,01x - 313,2x^2 + 246,52x^3$	0,001940693	1,472538247	1,367563184
0,65068149	0	0,137946702	$P_g = 20,576 + 68,01x - 313,2x^2 + 246,52x^3$	0,019029293	1,472538247	1,826359184
0,655923529	0,117	0,0039093	$P_g = 20,576 + 68,01x - 313,2x^2 + 246,52x^3$	0,012789507	1,815808188	1,523813898

0,656485176	0,052	-0,009895298	$P_g = 20,576 + 68,01x - 313,2x^2 + 246,52x^3$	0,003831028	1,853202679	1,688514612
SUM	28,38	28,35486072	0	0,4530714	122,429912	122,3799543
			Interpretations	Salvage or conditional variance	variance due to the regression	variance of the observed values
$1/n \sum P_i$	1,351428 571			0,021574829	5,829995809	5,827616873
				0,003700659		
				0,00370217		

5. Conclusion

This work permitted us to write a model capable to predict the compaction of the clayey soils of Massè from four samples taken from different depths where the tests of identifications and mechanical have been achieved in a first time in the laboratory. Then, a geometric interpretation of the Odometer curves gotten from the tests has been achieved. It emerges that the polynomial function expressing better the pace of these curves would be at least of degree 6 because each of the curves loading pressures-voids ratio presents at least three points of inflection and three extrema. Thanks to the obtained results we noticed that the gap of mistake is very big with the model in the polynomial form of degree 6 for some ranges. So we tried to solve the problem by intervals with a defined mathematical model. The results reveal a good quality of the adjustment. The observed mistake is negligible of the order of 0,3%.

Bibliographical references

- [1] ASSIOU. F.Z. et NECHNECH. A. (2011), *Retrait et gonflement des marnes argileuses d'Alger « étude d'un risque naturel »*, INVA CO2 : Séminaire International INNOVATION et VALORISATION en Génie – Civil et Matériaux de Construction 5P-050 Université Houari Boumediene Algérie .7 p
- [2] Emmanuelle PLAT (2009), *Sols argileux et risque sécheresse : nouveaux outils et retour d'expérience*, BATIMAT – Conférences du Forum Qualité & Développement Durable, Agence Qualité Construction, 39 p.
- [3] Zohra DERRICHE et Mustapha KEBAILI (2000), *Prévision du gonflement des argiles d'In-Aménas*, BULLETIN DES LABORATOIRES DES PONTS ET CHAUSSÉES 218 NOVEMBRE-DÉCEMBRE 1998-RÉF.3865-PP15-23
- [4] BEKKOUCHE A., DJEDID A., AISSA MAMOUNE S.M. (2001), *An experimental investigation on the assessment of the swelling parameters*, IV. International Congress, Eastern Mediterranean University, Gazimagusa, North Cyprus, Vol. 2, pp. 627-633).
- [5] A. MEDJNOUN (2014), *Analyse, caractérisation, prévision et modélisation du comportement des argiles gonflantes*, Thèse de Doctorat, Université de Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 209 Pages.
- [6]. V. GBAGUIDI *et al* (2010), *Etude du phénomène de gonflement des sols argileux du bassin sédimentaire côtier au Bénin*, Journal de la recherche scientifique de l'Université de Lomé, vol. 12, N°2, pp. 19-29
- [7] K.J. AGBELELE *et al* (2016), *Caractérisation physico-mécanique des sols argileux de la dépression d'Issaba au Sud-Est du Bénin*, Afrique sciences, vol. 12, N°2, pp. 206-221.
- [8] Ozer *et al.* (2011), cité par Kelly GUERRIER, Dominique BOISSON *et al* (2014), *Etude du gonflement d'échantillons de marne formation géologique "morne DELMAS" en Haïti*, Journées Nationales de Géotechnique et de Géologie de l'Ingénieur JNGG2014 – Beauvais 8-10 juillet 2014, 10 p.
- [9] Joël M. ZINSALO (2012), Cours de Mathématiques pour ingénieurs de l'Ecole Polytechnique d'Abomey Calavi (EPAC), 433 Pages.
- [10] J. LERAU (2006), Cours de Géotechnique 1, Chapitres 4, Tome 2, 25 p.

Требования к оформлению статей в журнал «Строительная механика инженерных конструкций и сооружений»

Текст статьи подготавливается в виде компьютерной, готовой к изготовлению печатной матрицы, распечатки и варианта на электронном носителе. Текст распечатки должен быть четким. Формат текста с размером по вертикали 23 см и по горизонтали 13,5 см. Текст размещается в середине листа формата А4.

Поля рукописи должны быть следующие:

верхние и нижнее по 3,4 см; справа и слева по 3, 8 см.

Отступ первой строки абзаца – 0,75 см.

Текст подготавливается в системе *Word*, размер шрифта 11 пунктов. Шрифт *Times New Roman*, межстрочный интервал *одинарный*. Текст оформляется по аналогии с представленными в сборнике статьями. Обязательно использовать *автоматический перенос*.

Заголовок **СТРОЧНЫМИ** буквами, жирным шрифтом, центрируется (в заголовке не должно быть переносов).

После пропуска одной строки следует И.О. ФАМИЛИЯ, *ученая степень, ученое звание* (или *инженер, аспирант, студент*) (курсивом) автора. Соавтор аналогично.

С новой строки: *Организация* (место работы, курсивом). Если соавторы из разных организаций против каждого автора из одной организации ставится одна звездочка *, против авторов (соавторов) из другой организации – две звездочки ** (и т.д.). После последовательного перечисления всех авторов статьи (каждого с новой строки) следуют наименования организаций, предваренные * или ** (и т.д.) звездочками. Затем с новой строки следует полный почтовый и электронный адрес автора.

После пропуска одной строки следует *краткая аннотация статьи* (курсив, 10 пт) объемом не более 6-8 строк, затем после пропуска одной строки идут ключевые слова, и, наконец, после пропуска одной строки идет основной текст.

После основного текста следует: Л и т е р а т у р а (центрируется)

Далее идет пронумерованный список цитируемой литературы (Full –10). Авторы выделяются курсивом. Затем с новой строки следует: R e f e r e n c e s (центрируется) и повторяется цитируемая литература на английском языке или на родном языке, но латинскими буквами (Full –9).

В заключительной части статьи приводятся **НАЗВАНИЕ** статьи (строчными жирными буквами), ф.и.о. авторов (централизуются) и перевод аннотации статьи на иностранный, предпочтительнее, английский язык. Затем с новой строки идут ключевые слова (KEY WORDS: ...) на английском языке.

Рисунки оформляются в тексте статьи предпочтительно средствами *Word* или других графических средств. Рисунки, оформленные отдельно от текста, должны полностью занимать страницу в пределах формата текста, на листе А4. Рисунки, выполненные чертежными средствами (тушью или черными чернилами), должны быть аккуратными с четкими надписями. Рисунки и надписи на них должны быть единым целым (сгруппированы) и не распадаться при их перемещении. Рисунки отделяются от текста на 6 пт.

Формулы в тексте статьи готовятся с помощью редактора формул *Microsoft equation* с установленными параметрами:

Full –11, Subscript/Suhtscript – 9, Sub- Subscript/Suhtscript – 7,

Symbol – 14, Subsymbol – 10.

Математика (функции) – латинские символы курсивом, греческие символы – прямым шрифтом. Между формулами и сверху, снизу от текста интервал 3 *pt*.

Номера страниц проставляются карандашом в левом нижнем углу страницы. Последняя страница предоставляется в двух экземплярах, второй экземпляр подписывается авторами статьи.

Аспирантам и соискателям желательно приложить к статье отзыв научного руководителя или специалиста по тематике статьи из организации, где выполняется работа.

Редакция имеет право снимать с публикации статьи, не отвечающие указанным требованиям, или, если на статью поступят два отрицательных отзыва рецензентов, или членов редакционного совета, или членов редколлегии журнала.