

# СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА ИНЖЕНЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ

2024 Том 20 № 2

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-2

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (открытый доступ)

Международный научно-технический журнал  
Издается с 2005 г.

Свидетельство о регистрации СМИ ПИ № ФС 77-19706 от 13 апреля 2005 г.

выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор)

Учредитель: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»

ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online)

Периодичность: 6 выпусков в год.

Языки: русский, английский.

Журнал индексируют: РИНЦ, RSCI, Cyberleninka, DOAJ, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, Dimensions.

Включен в Перечень ведущих научных журналов и изданий ВАК при Минобрнауки России по группе научных специальностей 2.1.1. Строительные конструкции, здания и сооружения (технические науки), 2.1.2. Основания и фундаменты, подземные сооружения (технические науки), 2.1.9. Строительная механика (технические науки).

Международный научно-технический журнал «*Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*» знакомит читателей с достижениями отечественных и зарубежных ученых в области геометрии пространственных конструкций, сопротивления материалов, строительной механики, теории упругости и расчета строительных и машиностроительных конструкций, освещает вопросы научно-технического прогресса в строительстве и машиностроении, публикует аналитические обзоры по теме журнала.

Сайт журнала содержит полную информацию о журнале, его редакционной политике и этических принципах, требования к подготовке и условия публикации статей, а также полные выпуски журнала с 2008 г. (в рамках политики свободного доступа).

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

### ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

*Ватин Н.И.*, д-р техн. наук, проф., РУДН, Москва, Россия

### ЗАМЕСТИТЕЛИ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

*Ерофеев В.Т.*, акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., МГУ им. Н.П. Огарева, Саранск, Россия

*Колтунов В.И.*, акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

### ОТВЕТСТВЕННЫЙ РЕДАКТОР

*Мамиева И.А.*, РУДН, Москва, Россия

### ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ:

*Азапов В.П.*, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

*Адилходжаев А.И.*, д-р техн. наук, проф., ТГТУ, Ташкент, Узбекистан

*Андреев В.И.*, акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

*Базаров Д.Р.*, д-р техн. наук, проф., ТИИМ, Ташкент, Узбекистан

*Ватин В.В.*, д-р техн. наук, проф., КПИ им. Игоря Сикорского, Киев, Украина

*Варум У.*, д-р философии, проф., Университет Порту, Порту, Португалия

*Войццкий З.*, проф., Вроцлавский научно-технический университет, Вроцлав, Польша

*Волосухин В.А.*, д-р техн. наук, проф., Кубанский ГАУ, Краснодар, Россия

*Галишишникова В.В.*, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

*Дуцев М.В.*, д-р архитектуры, проф., ННГАСУ, Нижний Новгород, Россия

*Евкин А.Ю.*, д-р техн. наук, проф., независимый исследователь, Торонто, Канада

*Какоци С.*, д-р философии, проф., Технологический университет ПЕТРОНАС, Перак, Малайзия

*Карпенко Н.И.*, акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИИСФ РААСН, Москва, Россия

*Козлов Д.В.*, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

*Красич С.*, канд. техн. наук, Нишский университет, Ниш, Сербия

*Курьяков С.А.*, чл.-корр. РААСН, д-р техн. наук, проф., ДВГУПС, Хабаровск, Россия

*Курбачкий Е.Н.*, д-р техн. наук, проф., МИИТ, Москва, Россия

*Лазарев Ю.Г.*, д-р техн. наук, проф., СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

*Магуле Ф.*, проф., Высшая инженерная школа «Централь Сюдпелек», Университет Париж-Сакли, Париж, Франция

*Мендонка П.*, д-р философии, Архитектурная школа, Университет Минью, Брага, Португалия

*Перькова М.В.*, д-р архитектуры, доцент, СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

*Сантос Р.*, исследователь, Национальная лаборатория строительной техники, Лиссабон, Португалия

*Травуш В.И.*, акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ЭНПИ, Москва, Россия

*Федюк Р.С.*, д-р техн. наук, доцент, ДВФУ, Владивосток, Россия

*Якутов Н.М.*, чл.-корр. РИА, д-р техн. наук, проф., ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

## СОДЕРЖАНИЕ

### РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

- Repin V.A., Lukina A.V., Strekalkin A.A.* Parameterization of Maxwell — Cremona Diagram for Determining Forces in Elements of a Scissors Truss (Параметризация диаграммы Максвелла — Кремоны для определения усилий в элементах треугольной фермы типа «ножницы»)..... 97
- Mohammed W.H., Shambina S.L., Ammash H.K.* Effect of Sinusoidal Fiber Waviness on Non-Linear Dynamic Performance of Laminated Composite Plates with Variable Fiber Spacing (Влияние синусоидальной формы волокон и расстояния между ними на нелинейные динамические характеристики многослойных композитных пластин)..... 109

### СЕЙСМОСТОЙКОСТЬ СООРУЖЕНИЙ

- Chapagain K., Chaulagain H.* Seismic Fragility Analysis of Existing Old Newari Brick Masonry Building in Pokhara Valley (Анализ сейсмической устойчивости старого кирпичного здания в стиле Ньюари в долине Покхара)..... 120

### ГЕОМЕТРИЯ СРЕДНИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ОБОЛОЧЕК

- Иванов В.Н.* Геометрические характеристики поверхностей на криволинейно-трапециевидных планах..... 134

### РАСЧЕТ ТОНКИХ УПРУГИХ ОБОЛОЧЕК

- Gbaguidi Aisse G.L., Aleshina O.O., Mamieva I.A.* Geometric Investigation of Three Thin Shells with Ruled Middle Surfaces with the Same Main Frame (Геометрическое исследование трех оболочек с линейчатыми средними поверхностями с одинаковым главным каркасом)..... 146
- Черемных С.В.* Деформирование цилиндрической оболочки из стали 9Х2 при сложном нагружении..... 159

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

- Азапов В.П., Маркович А.С., Дхар П., Голишевская Д.А.* Напряженно-деформированное состояние сталефибробетона при сжатии с учетом разгрузки из области неупругих деформаций..... 170
- Воскресенский М.Н., Курданова А.А.* Оптимальная длительность наблюдений при обследовании зданий сейсмическим методом..... 182

Редактор И.Л. Панкратова

Редактор англоязычных текстов Е.Ф. Шалеева

Дизайн обложки Ю.Н. Ефремовой

Компьютерная верстка Н.В. Маркеловой

### Адрес редакции:

Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы  
Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; тел./факс: +7 (495) 955-08-28; e-mail: [stmj@rudn.ru](mailto:stmj@rudn.ru), [i\\_mamieva@mail.ru](mailto:i_mamieva@mail.ru)

Подписано в печать 20.04.2024. Выход в свет 30.04.2024. Формат 60x84/8.

Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 11,60. Тираж 250 экз. Заказ № 626. Цена свободная.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»

Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

Отпечатано в типографии ИПК РУДН

Российская Федерация, 115419, Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

# STRUCTURAL MECHANICS OF ENGINEERING CONSTRUCTIONS AND BUILDINGS

2024 VOLUME 20 No. 2

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-2

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (Open Access)

Founded in 2005

by Peoples' Friendship University of Russia named after Patrice Lumumba

ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online)

Published 6 times a year.

Languages: Russian, English.

Indexed by RSCI, Russian Index of Science Citation, Cyberleninka, DOAJ, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, Dimensions.

The journal has been included in the list of the leading review journals and editions of the Highest Certification Committee of Ministry of Education and Science of Russian Federation in which the basic results of PhD and Doctoral Theses are to be published.

International scientific-and-technical peer-reviewed journal "Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings" shows the readers round the achievements of Russian and foreign scientists in the area of geometry of spatial structures, strength of materials, structural mechanics, theory of elasticity and analysis of building and machine-building structures, illumines the problems of scientific-and-technic progress in building and machine-building, publishes analytic reviews on the aims and scope of the journal.

The journal website contains full information about the journal, editorial policy and ethics, requirements for the preparation and publication of the articles, etc., as well as full-text issues of the journal since 2008 (Open Access).

## EDITORIAL BOARD

### EDITOR-IN-CHIEF

*Nikolai I. Vatin*, DSc, Professor, RUDN University, Moscow, Russia

### ASSISTANT EDITORS-IN-CHIEF

*Vladimir T. Erofeev*, member of the RAACS, DSc, Professor, Ogarev Mordovia State University, Saransk, Russia

*Vitaly I. Kolchunov*, member of the RAACS, DSc, Professor, NRU MGSU, Moscow, Russia

### MANAGING EDITOR

*Iraida A. Mamieva*, RUDN University, Moscow, Russia

### MEMBERS OF EDITORIAL BOARD:

*Anvar I. Adylkhodzhaev*, DSc, Professor, TSTU, Tashkent, Uzbekistan

*Vladimir P. Agapov*, DSc, Professor, NRU MGSU, Moscow, Russia

*Vladimir I. Andreev*, chairman, member of the RAACS, DSc, Professor, NRU MGSU, Moscow, Russia

*Dilshod R. Bazarov*, DSc, Professor, TIAME, Tashkent, Uzbekistan

*Mikhail V. Dutsev*, Dr. of Architecture, NNGASU, Nizhny Novgorod, Russia

*Alexander Yu. Evkin*, DSc, Professor, independent scientist, Toronto, Canada

*Roman S. Fedjuk*, DSc, Associate Professor, FEFU, Vladivostok, Russia

*Vera V. Galishnikova*, DSc, Professor, MGSU, Moscow, Russia

*Saeid Kakooei*, PhD, senior lecturer, Universiti Teknologi PETRONAS, Seri Iskandar, Malaysia

*Nikolay I. Karpenko*, member of the RAACS, DSc, Professor, NIISF RAACS, Moscow, Russia

*Dmitriy V. Kozlov*, DSc, Professor, MGSU, Moscow, Russia

*Sonja Krasic*, PhD of Technical Science, University of Nis, Nis, Serbia

*Sergey A. Kudryavtsev*, corresponding member of the RAACS, DSc, Professor, FESTU, Khabarovsk, Russia

*Evgeniy N. Kurbatskiy*, DSc, Professor, MIIT, Moscow, Russia

*Yuriy G. Lazarev*, DSc, Professor, SPbPU, St. Petersburg, Russia

*Fredéric Magoulès*, DSc, Professor, Centrale Supélec, Université Paris-Saclay, Paris, France

*Paulo Mendonca*, Associate Professor, Architecture School, University of Minho, Braga, Portugal

*Margarita V. Perkova*, Dr. of Architecture, SPbPU, St. Petersburg, Russia

*Ricardo Santos*, PhD in Civil Engineering, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisbon, Portugal

*Vladimir I. Travush*, member of the RAACS, DSc, Professor, ENPI, Moscow, Russia

*Vladimir V. Vanin*, DSc, Professor, NTUU KPI, Kiev, Ukraine

*Humberto Varum*, Full Professor, University of Porto, Porto, Portugal

*Viktor A. Volosukhin*, DSc, Professor, KubSAU, Krasnodar, Russia

*Zbigniew Wójcicki*, Professor, Wrocław University of Science and Technology, Wrocław, Poland

*Nukh M. Yakupov*, corresponding member of the Russian Academy of Engineering, DSc, Professor, IME of FIC KazanSC of RAS, Russia

## CONTENTS

### ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

- Repin V.A., Lukina A.V., Strekalkin A.A.* Parameterization of Maxwell — Cremona Diagram for Determining Forces in Elements of a Scissors Truss ..... 97
- Mohammed W.H., Shambina S.L., Ammash H.K.* Effect of Sinusoidal Fiber Waviness on Non-Linear Dynamic Performance of Laminated Composite Plates with Variable Fiber Spacing ..... 109

### SEISMIC RESISTENCE

- Chapagain K., Chaulagain H.* Seismic Fragility Analysis of Existing Old Newari Brick Masonry Building in Pokhara Valley..... 120

### GEOMETRICAL INVESTIGATIONS OF MIDDLE SURFACES OF SHELLS

- Ivanov V.N.* Geometric Characteristics of Surfaces with Curved Trapezoidal Plan ..... 134

### ANALYSIS OF THIN ELASTIC SHELLS

- Gbaguidi Aisse G.L., Aleshina O.O., Mamieva I.A.* Geometric Investigation of Three Thin Shells with Ruled Middle Surfaces with the Same Main Frame ..... 146
- Cheremnykh S.V.* Deformation of Cylindrical Shell Made of 9X2 Steel Under Complex Loading ..... 159

### EXPERIMENTAL RESEARCHES

- Agapov V.P., Markovich A.S., Dkhar P., Golishevskaya D.A.* Stress-Strain State of Steel Fiber-Reinforced Concrete under Compression Taking into Account Unloading from Inelastic Region..... 170
- Voskresenskiy M.N., Kurdanova A.A.* Optimal Duration of Observations During Seismic Inspection of Buildings..... 182

Copy Editor I.L. Pankratova

English Texts' Editor E.F. Shaleeva

Graphic Designer Iu.N. Efremova

Layout Designer N.V. Markelova

### Address of the Editorial Board:

Peoples' Friendship University of Russia named after Patrice Lumumba  
6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; tel./fax: +7 (495) 955-08-28; e-mail: [stmj@rudn.ru](mailto:stmj@rudn.ru), [i\\_mamieva@mail.ru](mailto:i_mamieva@mail.ru)

Printing run 250 copies. Open price

Peoples' Friendship University of Russia named after Patrice Lumumba  
6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation

Printed at Publishing House of RUDN University  
3 Ordzhonikidze St, Moscow, 115419, Russian Federation


# РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-2-97-108  
UDC 624.04  
EDN: EALRET

Research article / Научная статья

## Parameterization of Maxwell — Cremona Diagram for Determining Forces in Elements of a Scissors Truss

Vladimir A. Repin , Anastasia V. Lukina  , Artem A. Strekalkin 

Vladimir State University named after Alexander Grigoryevich and Nikolai Grigoryevich Stoletovs, *Vladimir, Russia*  
 pismo.33@yandex.ru

### Article history

Received: February 6, 2024  
Revised: March 25, 2024  
Accepted: March 29, 2024

### Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest.

### Authors' contribution

Undivided co-authorship.

**Abstract.** An analysis of changing patterns of the values of member forces in a scissors truss, depending on the position of connections of its lower chords to the upper chords, is performed. Exploring effective truss structure designs in terms of balanced combination of maximum strength and minimum weight is a sustainable approach to a more rational use of building materials and the development of green construction. This determines the relevance of this area of research. The analysis of configurations of the truss under study was performed using the parameterized Maxwell — Cremona diagram. Such diagram is a visually informative tool in presenting the calculation results and it fully reflects the relationship between the member forces and the parameters of the structure. The research process was performed using the MS Excel spreadsheet editor. This eventually developed into a software tool for finding effective scissors truss designs, which has full potential for further improvement and development. Thus, the functionality of the tool can be easily expanded to designing scissors trusses made of various structural materials, as well as with various cross-sectional shapes of its elements. The proposed approach to the calculation of such structures can serve as a basis for parameterization of trusses with other types of web.

**Keywords:** construction, design, buildings, Maxwell — Cremona diagrams, truss

### Funding


The work was carried out with the financial support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation within the state assignment in the field of scientific activity (theme FZUN-2024-0004, state assignment of the VISU).

**Vladimir A. Repin**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Building Structures, Institute of Architecture, Civil Engineering and Energy, Vladimir State University named after Alexander and Nikolay Stoletovs, Vladimir, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 8650-1055; ORCID: 0000-0001-9107-6606; E-mail: skia2000@mail.ru

**Anastasia V. Lukina**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Building Structures, Institute of Architecture, Civil Engineering and Energy, Vladimir State University named after Alexander and Nikolay Stoletovs, Vladimir, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 8745-0004; ORCID: 0000-0001-6065-678X; E-mail: pismo.33@yandex.ru

**Artem A. Strekalkin**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Building Structures, Institute of Architecture, Civil Engineering and Energy, Vladimir State University named after Alexander and Nikolay Stoletovs, Vladimir, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 6632-0378; ORCID 0000-0002-6338-6241; E-mail: a.a.strekalkin@gmail.com

© Repin V.A., Lukina A.V., Strekalkin A.A., 2024

 This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

## For citation

Repin V.A., Lukina A.V., Strekalkin A.A. Parameterization of Maxwell — Cremona diagram for determining forces in elements of a scissors truss. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(2):97–108. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-97-108>

# Параметризация диаграммы Максвелла — Кремоны для определения усилий в элементах треугольной фермы типа «ножницы»

В.А. Репин , А.В. Лукина ✉, А.А. Стрекалкин 

Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых, Владимир, Россия

✉ pismo.33@yandex.ru

## История статьи

Поступила в редакцию: 6 января 2024 г.

Доработана: 25 марта 2024 г.

Принята к публикации: 29 марта 2024 г.

## Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## Вклад авторов

Нераздельное соавторство.

**Аннотация.** Выполнен расчет по определению характера изменения значений усилий в элементах треугольной фермы типа «ножницы» в зависимости от положения точек примыкания ветвей её нижнего пояса к элементам верхнего пояса. Изыскание эффективных конструктивных решений ферм в контексте гармоничного сочетания максимальной прочности и минимального веса конструкции является устойчивым подходом к более рациональному использованию строительных материалов и развитию зеленого строительства. Это обуславливает актуальность данного направления исследований. Анализ вариантов конфигурации треугольной исследуемой фермы выполнен с помощью параметризованной диаграммы Максвелла — Кремоны, которая является наглядным инструментом в представлении результатов расчета и полноценно отражает зависимость усилий в элементах конструкции от ее параметров. Процесс исследований был воплощен с помощью табличного процессора MS Excel, что сложилось в программное средство для поиска эффективных конструктивных решений ферм типа «ножницы», которое в полной мере обладает потенциалом к дальнейшему совершенствованию и развитию. Функционал программы может быть расширен до возможности проектирования ферм типа «ножницы» из различных конструкционных материалов, а также для различных форм поперечного сечения ее элементов. Предлагаемый подход к расчёту таких конструкций может послужить основой для параметризации ферм с другими типами стержневой решётки.

**Ключевые слова:** строительство, проектирование, здания, диаграммы Максвелла — Кремоны, ферма

## Финансирование

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках государственного задания в сфере научной деятельности (тема FZUN-2024-0004, госзадание ВлГУ).

**Репин Владимир Анатольевич**, кандидат технических наук, доцент кафедры строительных конструкций, Институт архитектуры, строительства и энергетики, Владимирский государственный университет имени А.Г. и Н.Г. Столетовых, Владимир, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 8650-1055; ORCID: 0000-0001-9107-6606; E-mail: skia2000@mail.ru

**Лукина Анастасия Васильевна**, кандидат технических наук, доцент кафедры строительных конструкций, Институт архитектуры, строительства и энергетики, Владимирский государственный университет имени А.Г. и Н.Г. Столетовых, Владимир, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 8745-0004; ORCID: 0000-0001-6065-678X; E-mail: pismo.33@yandex.ru

**Стрекалкин Артем Андреевич**, кандидат технических наук, доцент кафедры строительных конструкций, Институт архитектуры, строительства и энергетики, Владимирский государственный университет имени А.Г. и Н.Г. Столетовых, Владимир, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 6632-0378; ORCID 0000-0002-6338-6241; E-mail: a.a.strekalkin@gmail.com

#### Для цитирования

Репин В.А., Лукина А.В., Стрекалкин А.А. Parameterization of Maxwell — Cremona diagram for determining forces in elements of a scissors truss // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 2. С. 97–108. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-97-108>

---

## 1. Introduction

By the early 18-th century there was no reliable method of designing structures. For a long time, the experience of masonry and wooden construction was not generalized and fixed by any calculation methods [1]. When designing, one had to use a system of rough empirical calculations developed on the basis of centuries-old practice [2; 3].

Graphical structural analysis emerged in the second half of the 19-th century as a method for solving engineering problems containing equilibria of forces [4]. Graphical structural analysis is an intuitive and powerful design tool that allows the structural engineer to analyze and control forces in planar lattice structures — trusses [5; 6]. Trusses are widely used in a variety of engineering structures because of their relatively high strength to mass ratio. They are used both as internal support for other structures and as independent structures [7; 8]. Before the emergence of computers, graphical structural analysis was the only viable means of designing arches and trusses, the elements of which experience axial forces only. The resulting structures were often material efficient [9–11].

## 2. Method

With the advent of computers (around the 1980s), analytical and manual calculation methods gradually lost their relevance. Nevertheless, there are cases when during the design of a structure it was necessary to visualize the calculation results and their dependence on its parameters, in this case on the roof slope. In such situations, it is reasonable to use the Maxwell — Cremona diagram [12; 13]. The method of constructing the Maxwell — Cremona diagram allows to quickly and illustratively determine the forces in the truss members and find the relationships between the forces and the position of the connections between the lower and upper chords.

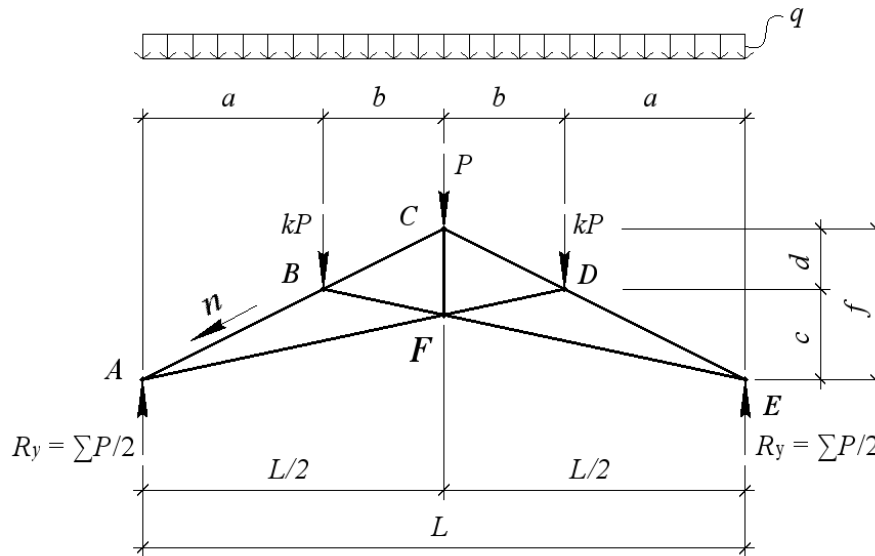
The advantages of this method include: compactness of constructing force-vectors, possibility of quickly checking against errors and assessment of the overall stress-strain state of the truss. This paper is devoted to the qualitative analysis of modeling a particular kind of vaulted (triangular) truss — the scissors truss. Usually, trusses with bottom chord elevation are installed over specific indoor facilities: living rooms, sports halls, often used for canopies [14; 15].

## 3. Results and Discussion

Paper [16] presents a study of the relationship between the forces in the members of the truss shown in Figure 1 and the ratio of the rise to the span of the structure. The study was based on the analysis of the Maxwell — Cremona diagram (hereinafter *M–C*) for different values of the *f* to *L* ratio.

The results showed that:

- the change in the horizontal coordinates of the points of the diagram is inversely proportional to the change in rise, i.e. the shape of the diagram changes only its length;
- its height is directly proportional to the value of the external load;
- the values of forces obtained from unit loads are valid for any span of the structure, but at the constant rise to span ratio.



**Figure 1.** The studied truss model in general form  
 Source: made by V.A. Repin

Thus, to obtain the values of forces in the elements of a similar structure, it was sufficient to scale the original diagram according to the degree of change in the rise, and then multiply the obtained forces by the value of the load.

This paper presents the results of an additional study, which consists of determining the relationship between the force values and the position of the connections of the lower chords to the upper chords, which is controlled by the ratio of distances  $a$  and  $b$  (see Figure 1). This ratio is denoted as

$$m = \frac{a}{b}. \quad (1)$$

Assumptions of the analysis:

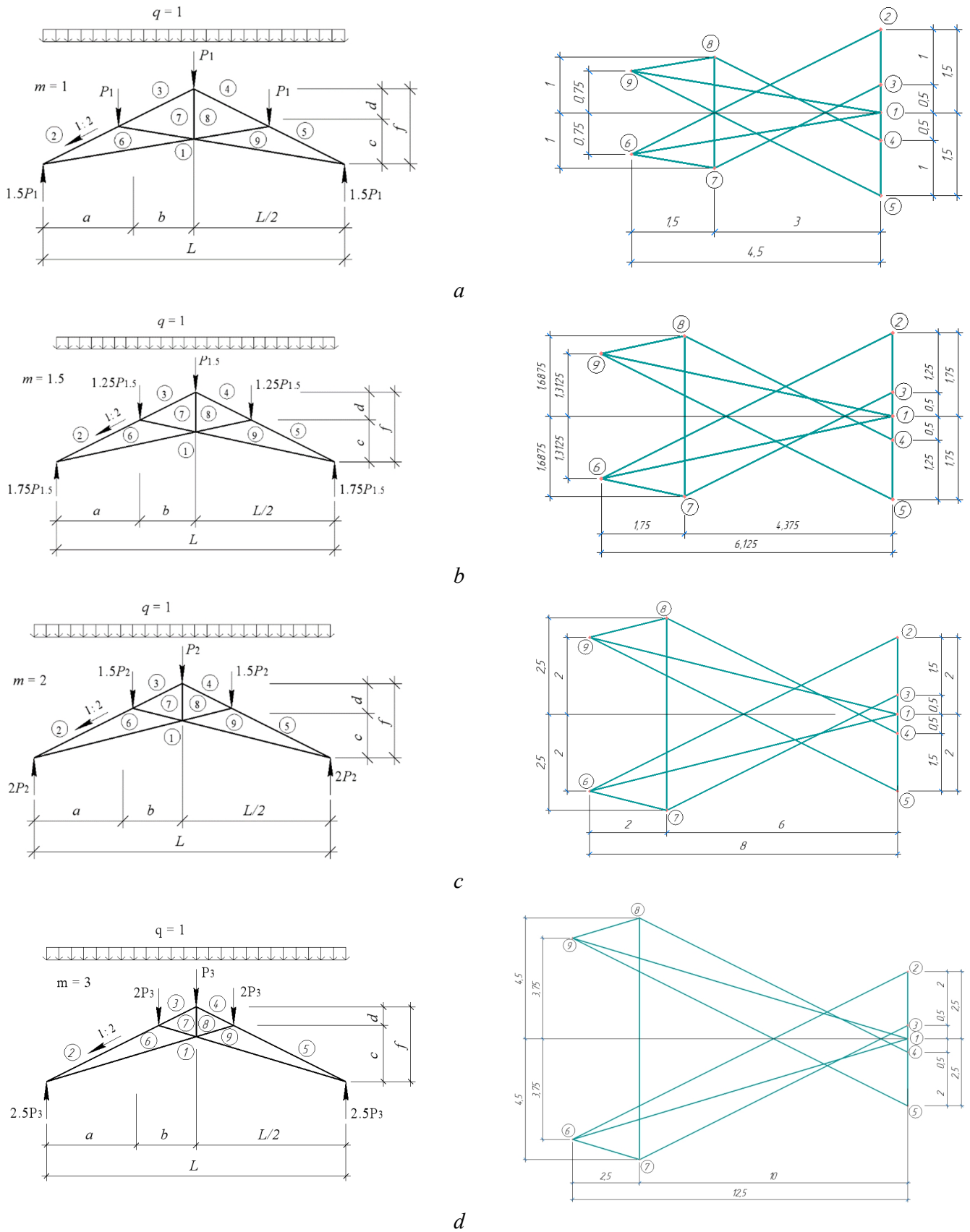
- loads are applied to the nodes of the upper chords of the structure in the form of concentrated forces;
- external loads act only vertically (horizontal components of the loads are expected to be considered in further studies);
- the connection of the elements is hinged, thus excluding the emergence of bending moments.

The results of the analysis of  $M-C$  diagrams plotted in a CAD software for different values of  $m$  show that they differ from each other radically (Figure 2). Thus, for obtaining forces at different ratios of  $a$  and  $b$ , scaling of the diagram is not suitable.

This raises a problem of finding an original approach to the construction of the force diagram in the elements of the investigated structure depending on parameter  $m$ . Such approach involves parameterization of the configuration of the scissors truss members and, as a consequence, of the force diagram graphs. An algorithm is developed on the basis of the obtained mathematical expressions. The algorithm is further implemented with the help of the *MS Excel* spreadsheet editor, which has a charting tool.

The magnitudes of external forces  $P$  applied at point  $C$ , in addition to distributed load  $q$ , are also determined by the width of the loaded region equal to  $b$ :

$$P = qb.$$



**Figure 2.** The changing pattern of force diagrams when varying the position of connections of the lower chords to the upper chords in the truss

Source: made by V.A. Repin

In turn, the width of the loaded region for the loads at points  $B$  and  $D$  is equal to  $(a + b)/2$ . Coefficient  $k$  reflects the difference in magnitude of the concentrated forces at points  $B$  and  $D$  with respect to the load at point  $C$ :

$$k = \frac{a + b}{2b}.$$

Considering relation (1), one may obtain:

$$k = \frac{m + 1}{2}.$$

Support reactions  $R_y$ , therefore, are equal to

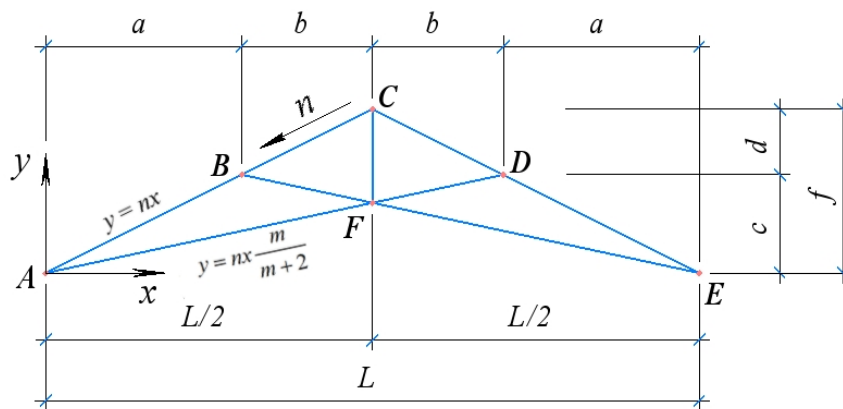
$$R_y = \frac{\sum P}{2} = \frac{P(2k + 1)}{2} = \frac{P(m + 2)}{2}.$$

The position of the upper chords of the truss is determined by the roof slope, which is the ratio of the rise to the span, or rather to its half, which is denoted as follows:

$$n = \frac{2f}{L}.$$

Let us assume the position of the coordinate origin at point  $A$ . Then, the following equation is valid for the configuration of element  $A-B-C$  (Figure 3):

$$y = nx.$$



**Figure 3.** Parameterization of the configuration of the scissors truss elements

S o u r c e: made by V.A. Repin

Correspondingly, for the lower chord  $A-F-D$ :

$$y = \frac{cx}{a + 2b}. \quad (2)$$

Now this equation needs to be expressed in terms of variable parameters  $n$  and  $m$ . Since  $a + b = L/2$  and  $a = bm$ , then:



$$b = \frac{L}{2(m+1)}, a = \frac{mL}{2(m+1)}.$$

Since  $c + d = f$  and  $c/d = m$ , then

$$d = \frac{f}{m+1}, c = \frac{mf}{m+1}.$$

Hence, expression (2) can be represented as:

$$y = nx \frac{m}{m+2}. \quad (3)$$

Parameterization of the  $M-C$  force diagram is performed similarly. The graphs of the diagram are constructed parallel to the truss members, and the nodal points of the diagram are located at their intersection. Point 1 is taken as the coordinate origin.

Hence, graph 2-6 is parallel to element  $A-B$  and its segment belongs to the line described by the following function (Figure 5):

$$y_{2-6} = nx + R_y = nx + P \frac{m+2}{2}.$$

Graph 1-6 is parallel to element  $A-F$  and is described by a straight line equation, effectively coinciding with expression (3):

$$y_{1-6} = nx \frac{m}{m+2}.$$

The position of point 6 is determined by the intersection of lines 1-6 and 2-6. Thus, the  $x$ -coordinate value is found from the following equation:

$$nx \frac{m}{m+2} = nx + P \frac{m+2}{2},$$

which is equal to

$$x_6 = -P \frac{(m+2)^2}{4n} \text{ or } x_6 = -\frac{R_y^2}{nP}.$$

Then, the  $y$ -coordinate value is equal to

$$y_6 = -P \frac{m(m+2)}{4} \text{ or } y_6 = -\frac{mR_y}{2}.$$

Hence, the coordinates of point 6 on the force diagram are equal to

$$6 \left( -\frac{R_y^2}{nP}; -\frac{mR_y}{2} \right).$$

Point 7 is located at the intersection of lines 3-7 and 6-7. Their equations are derived by focusing on the points of their intersection with the vertical axis, as in the previous case. Thus, line 3-7 is parallel

to element  $A-B-C$  (see Figure 3) and intersects the  $y$ -axis at point 3  $(0; 0.5P)$ . Then its equation takes the form of

$$y_{3-7} = nx + 0.5P.$$

Line  $6-7$  is parallel to  $B-F-E$ , which is symmetric to  $A-F-D$  (i.e. its sign is opposite), and intersects the vertical axis at the point with coordinates  $(0; -m \cdot R_y)$ . Then the equation of this line takes the following form:

$$y_{6-7} = -nx \frac{m}{m+2} - mR_y.$$

The horizontal coordinate of point 7 is determined from the following equation:

$$nx + 0.5P = -nx \frac{m}{m+2} - mR_y,$$

which results in

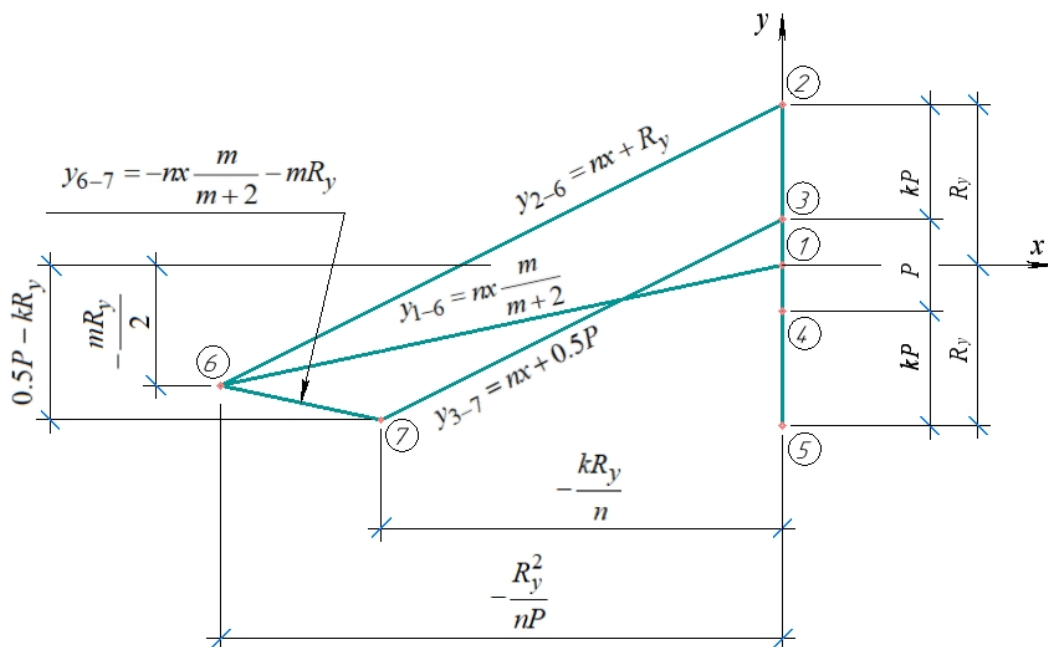
$$x_7 = -P \frac{(m+1)(m+2)}{4n} \text{ or } x_7 = -\frac{kR_y}{n}.$$

Then, the vertical coordinate is equal to

$$y_7 = 0.5P - kR_y.$$

The parametrization results are presented in Figure 4.

Points 8 and 9 are located symmetrically to points 6 and 7, so their vertical coordinate values are the same, but with the opposite sign.



**Figure 4.** The process of parameterization of the Maxwell — Cremona force diagram

Source: made by V.A. Repin

The obtained results are entered in the cells of the spreadsheet in Figure 5. The computations show that the values of forces obtained from the diagram are directly proportional to the value of load  $P$ . Therefore, it is reasonable to use a unit load  $P = 1$  in the formulas for determining the forces to ensure proper control over the calculation process. The design values of member forces of the investigated structure are calculated by multiplying the forces from the unit load by the design value of  $P$ , determined via the design value of load  $q$ .

In addition, the determination and selection of the value of parameter  $n$  (slope of the upper chord), can be arranged in an informative tabular form (see Figure 5).

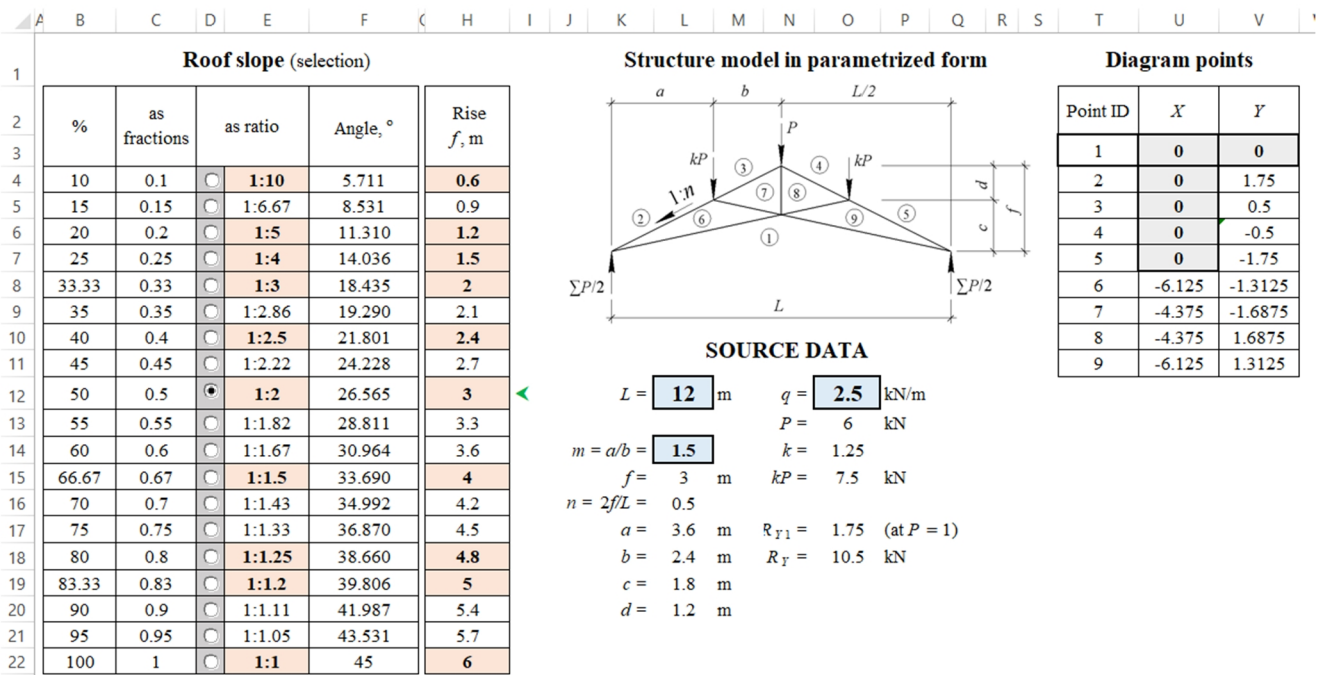


Figure 5. Calculation of the nodal points of the force diagram (for  $n = 1/2$ ;  $m = 1.5$ )  
 Source: made by V.A. Repin

The calculated values of nodal coordinates fully coincide with the ones obtained graphically (see Figure 5 and Figure 2, b).

On the basis of these data, the force diagram can be easily constructed in the MS Excel environment (Figure 6).

The values of forces from the design load,  $q = 2.5$  kN/m ( $P = 6.0$  kN) in this case, fully coincide with the design values obtained using finite element software (Figure 7).

Thus, a software tool for analysing scissors trusses was developed. It allows to effectively and illustratively calculate the forces depending on the following parameters:

- geometric: span  $L$ ; rise  $f$  (roof slope  $n$ ); position of the connections of the lower chords to the upper chords —  $m$ ;
- external load  $q$  (or  $P$ ).

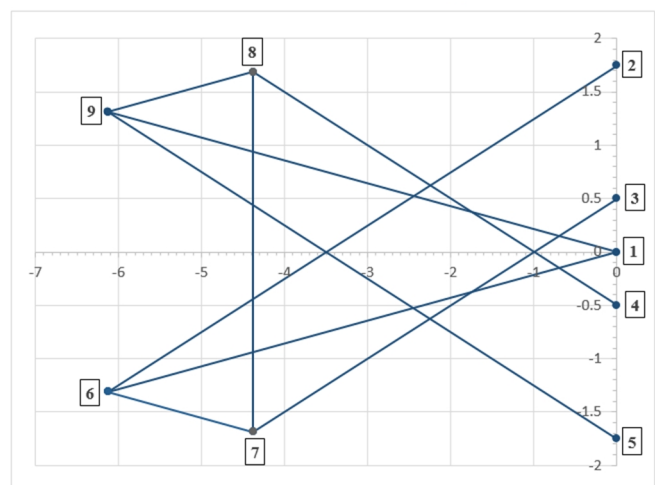
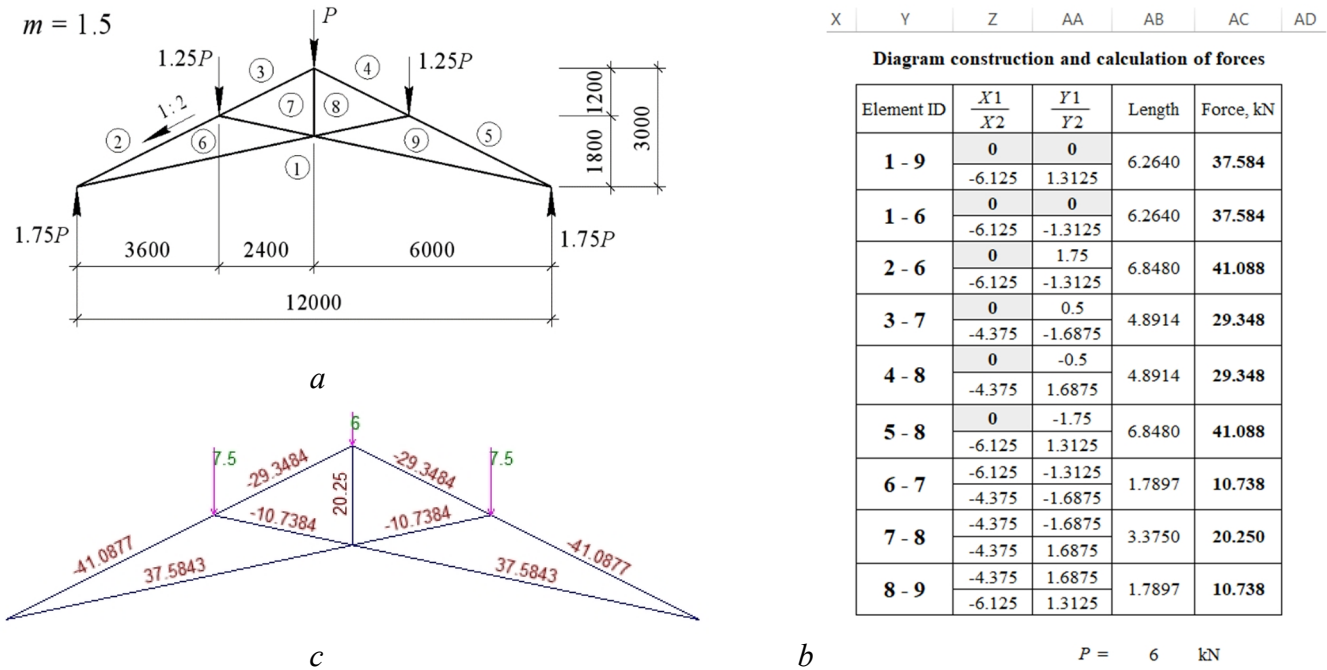


Figure 6. The  $M-C$  force diagram, constructed using the “Chart” function in MS Excel  
 Source: made by V.A. Repin

Parameterization of the topology of the truss web provides a rational configuration of the structure, which allows to minimize the values of forces in its elements. This, in turn, contributes to the achieving higher economic efficiency of the truss structure [17; 18].

Graphical methods do not lose their popularity in structural design owing to their computational efficiency [19; 20], which is due to the simplicity of determining forces in the truss elements, as well as the clear reflection of the relationship between their values. These results also demonstrate the possibilities and relevance of *M-C* diagram application in present-day conditions.



**Figure 7.** Analysis of the results of calculating the element forces in the investigated truss in two ways: a — model; b — parametrically according to the *M-C* diagram; c — using finite element method  
 Source: made by V.A. Repin

### 4. Conclusion

1. The Maxwell — Cremona diagram allows to quickly and illustratively determine the forces in the truss elements. It also allows to find the relationships between the forces in the elements of a scissors truss and the position of connections of the lower chords to the upper chords, governed by the ratio *a/b*, and the roof slope.

2. The graphical method of obtaining the values of element forces fully characterizes the behavior of the scissors truss.

3. The use of a spreadsheet editor allows to efficiently and informatively implement the construction of *M-C* diagram graphs based on the parametric algorithms presented above. It is possible to analyze the stress-strain state of the structure depending on the rise, roof slope and other factors.

4. In addition, due to the computational potential of the spreadsheet editor, it is possible to extend the functionality of this software tool to solve a number of additional tasks, for example: selection of element cross-sections, determination of the rational configuration of the structure in terms of reducing material consumption, installation weight, etc.

5. The proposed approach to the analysis of scissor trusses can serve as a basis for the parametrization of trusses with other web types as well.

## References

1. Garifullin M.R., Naumova E.A., Zhuvak O.V., Barabash A.V. Surrogate modeling in construction. *Construction of unique buildings and structures*. 2016;2(41):118–132. (In Russ.) EDN VPWHRR
2. Chibrikin D.A., Lukin M.V., Lukina A.V., Tyurikova T.V., Roshchina S.I. Numerical investigation of the stress-strain state of a modified wooden beam. *Izvestia of higher educational institutions. Forest Journal*. 2022;3(387):167–178. (In Russ.) <https://doi.org/10.37482/0536-1036-2022-3-167-178>
3. Schulze B., Millar C. Graphic statics and symmetry. *International Journal of Solids and Structures*. 2023, 112492. <http://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2023.112492>
4. Markou A.A., Ruan G. Graphic statics: projective funicular polygon. *Structures*. 2022;41:1390–1396. <http://doi.org/10.1016/j.istruc.2022.05.049>
5. Lu Y., Hablicsek M., Akbarzadeh M. Algebraic 3D Graphic Statics with Edge and Vertex Constraints: A Comprehensive Approach to Extend the Solution Space for Polyhedral Form-Finding. *Computer-Aided Design*. 2024;166:103620. <http://doi.org/10.1016/j.cad.2023.103620>
6. Radhi A., Iacobellis V., Behdinan K. Manipulation of topologically optimized structures using graphic statics. *Materials and Design*. 2021;198:109286. <http://doi.org/10.1016/j.matdes.2020.109286>
7. Sergeev M., Rimshin V., Lukin M., Zdravovic N. Multi-span composite beam. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020;896:012058. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/896/1/012058>
8. Xu Z., Cui Y., Li B. Truss Structure Optimization Design Based on FE-PSO-SQP Algorithm. In: Kountchev R., Mironov R., Nakamatsu K. (eds). *New Approaches for Multidimensional Signal Processing. NAME SP2022*. Smart Innovation, Systems and Technologies. Singapore: Springer; 2022;332:151–158. [https://doi.org/10.1007/978-981-19-7842-5\\_14](https://doi.org/10.1007/978-981-19-7842-5_14)
9. Zhidkov K.E., Zverev V.V., Kapyrin N.V. Experimental field studies of wooden trusses on metal toothed plates. *Construction mechanics and structures*. 2021;4(31):90–98. (In Russ.) <https://doi.org/10.36622/VSTU.2021.31.4.008>
10. Larsen S.D., Sigmund O., Groen J. Optimal truss and frame design from projected homogenization-based topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2018;57(4):1461–1474. <https://doi.org/10.1007/s00158-018-1948-9>
11. Lukin M.V., Chibrikin D.A., Roshchina S.I. Numerical studies of modified composite beams taking into account the physical nonlinearity of wood. *News of higher educational institutions. Construction*. 2023;5(773):5–19. (In Russ.) <https://doi.org/10.32683/0536-1052-2023-773-5-5-19>
12. Cai S., Zhang H., Zhang W. An integrated design approach for simultaneous shape and topology optimization of shell structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2023;415:116218. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2023.116218>
13. Khokhlov A.V. Properties of a family of constant-velocity loading curves generated by a nonlinear Maxwell-type viscoelastic plasticity model. *Mechanical engineering and engineering education*. 2017;1(50):57–71. EDN YLIVPZ
14. Buzurukov Zh.I., Segaev I.N. Farms. *Pridneprovsky scientific bulletin*. 2019;5(5):12–15. (In Russ.) EDN DNWNVJ
15. Massafra A., Prati D., Predari G., Gulli R. Wooden truss analysis, preservation strategies, and digital documentation through parametric 3D modeling and HBIM workflow. *Sustainability*. 2020;12(12):4975. <https://doi.org/10.3390/su12124975>
16. Repin V.A., Lukina A.V., Usov A.S. Rational constructive solutions of triangular farms. *Construction mechanics of engineering structures and structures*. 2023;19(2):199–209. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-202319-2-199-209>
17. Marutyanyan A.S. Steel lattice structures made of square pipes with upper belts reinforced with channels, and their calculation. *Construction mechanics and calculation of structures*. 2015;5(262):62–69. (In Russ.) EDN UIXKZX
18. Khudyakov V.A., Pastushkov V.G. Designing farms using main voltage lines. *Transport. Transport facilities. Ecology*. 2015;1:131–147. EDN TXOYRR
19. Bolhassani M., Akbarzadeh M., Mahnia M., Taherian R. On structural behavior of a funicular concrete polyhedral frame designed by 3D graphic statics. *Structures*. 2018;(14):56–68. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2018.02.002>
20. Kholodar B.G. Determination of the stress-strain state of a farm using the Maxwell — Cremona diagram. *Bulletin of the Brest State Technical University. Construction and architecture*. 2016;1(97):39–42. (In Russ.) EDN YWUOCL
21. Shishov I.I., Lisyatnikov M.S., Roshchina S.I., Lukina A.V. Covering of a single-storey industrial building with wide beams of box-shaped cross-section of stepwise variable height. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Construction and Architecture*. 2021;21(1):22–29. (In Russ.) <https://doi.org/10.14529/build210103>
22. van Sosin B., Rodin D., Sliusarenko H., Bartoň M., Elber G. The Construction of Conforming-to-shape Truss Lattice Structures via 3D Sphere Packing. *CAD Computer-Aided Design*. 2021;132:102962. <https://doi.org/10.1016/j.cad.2020.102962>

### Список литературы

1. Гарифуллин М.Р., Наумова Е.А., Жувак О.В., Барабаш А.В. Суррогатное моделирование в строительстве // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2016. № 2(41). С. 118–132. EDN VPWHRR
2. Чибрикин Д.А., Лукин М.В., Лукина А.В., Тюркова Т.В., Рощина С.И. Численное исследование напряженно-деформированного состояния модифицированной деревянной балки // Известия высших учебных заведений. Лесной журнал. 2022. № 3(387). С. 167–178. <http://doi.org/10.37482/0536-1036-2022-3-167-178>
3. Schulze B., Millar C. Graphic statics and symmetry. *International Journal of Solids and Structures*. 2023. Vol. 283. <http://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2023.112492>
4. Markou A.A., Ruan G. Graphic statics: projective funicular polygon // *Structures*. 2022. Vol. 41. P.1390–1396. <http://doi.org/10.1016/j.istruc.2022.05.049>
5. Lu Y., Hablicsek M., Akbarzadeh M. Algebraic 3D Graphic Statics with Edge and Vertex Constraints: A Comprehensive Approach to Extend the Solution Space for Polyhedral Form-Finding // *Computer-Aided Design*. 2024. Vol. 166. <http://doi.org/10.1016/j.cad.2023.103620>
6. Radhi A., Iacobellis V., Behdinan K. Manipulation of topologically optimized structures using graphic statics // *Materials and Design*. 2021. Vol. 198. <http://doi.org/10.1016/j.matdes.2020.109286>
7. Sergeev M., Rimshin V., Lukin M., Zdralovic N. Multi-span composite beam // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020. Vol. 896. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/896/1/012058>
8. Xu Z., Cui Y., Li B. Truss Structure Optimization Design Based on FE-PSO-SQP Algorithm. In: Kountchev R., Mironov R., Nakamatsu K. (eds). *New Approaches for Multidimensional Signal Processing*. NAME SP2022. Smart Innovation, Systems and Technologies. Singapore: Springer. 2022. Vol. 332. P. 151–158. [https://doi.org/10.1007/978-981-19-7842-5\\_14](https://doi.org/10.1007/978-981-19-7842-5_14)
9. Жидков К.Е., Зверев В.В., Капырин Н.В. Экспериментальные натурные исследования деревянных ферм на металлических зубчатых пластинах // *Строительная механика и конструкции*. 2021. № 4 (31). С. 90–98. <https://doi.org/10.36622/VSTU.2021.31.4.008>
10. Larsen S.D., Sigmund O., Groen J. Optimal truss and frame design from projected homogenization-based topology optimization // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2018. Vol. 57(4). P. 1461–1474. <https://doi.org/10.1007/s00158-018-1948-9>
11. Лукин М.В., Чибрикин Д.А., Рощина С.И. Численные исследования модифицированных композитных балок с учетом физической нелинейности древесины // *Известия высших учебных заведений. Строительство*. 2023. № 5(773). С. 5–19. <https://doi.org/10.32683/0536-1052-2023-773-5-5-19>
12. Cai S., Zhang H., Zhang W. An integrated design approach for simultaneous shape and topology optimization of shell structures // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2023. Vol. 415. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2023.116218>
13. Хохлов А.В. Свойства семейства кривых нагружения с постоянной скоростью, порождаемых нелинейной моделью вязкоупругопластичности типа Максвелла // *Машиностроение и инженерное образование*. 2017. № 1 (50). С. 57–71. EDN YLIVPZ
14. Бузуруков Ж.И., Сегаев И.Н. Фермы // *Приднепровский научный вестник*. 2019. Т. 5. № 5. С. 12–15. EDN DNWNVJ
15. Massafra A., Prati D., Predari G., Gulli R. Wooden truss analysis, preservation strategies, and digital documentation through parametric 3D modeling and HBIM workflow // *Sustainability*. 2020. Vol. 12(12). <https://doi.org/10.3390/su12124975>
16. Ретин В.А., Лукина А.В., Усов А.С. Рациональные конструктивные решения треугольных ферм // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2023. Т. 19. № 2. С. 199–209. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-202319-2-199-209>
17. Марутян А.С. Стальные решетчатые конструкции из квадратных труб с верхними поясами, усиленными швеллерами, и их расчет // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2015. № 5(262). С. 62–69. EDN U1XKZX
18. Ходяков В.А., Пастушков В.Г. Проектирование ферм с использованием линий главных напряжений // *Транспорт. Транспортные сооружения. Экология*. 2015. № 1. С. 131–147. EDN TXOYRR
19. Bolhassani M., Akbarzadeh M., Mahnia M., Taherian R. On structural behavior of a funicular concrete polyhedral frame designed by 3D graphic statics // *Structures*. 2018. Vol. 14. P. 56–68. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2018.02.002>
20. Холодарь Б.Г. Определение напряженно-деформированного состояния фермы с использованием диаграммы Максвелла-Кремоны // *Вестник Брестского государственного технического университета. Строительство и архитектура*. 2016. № 1(97). С. 39–42. EDN YWUOCL
21. Шишов И.И., Лисятников М.С., Рощина С.И., Лукина А.В. Покрытие одноэтажного промышленного здания широкими балками коробчатого поперечного сечения ступенчато переменной высоты // *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Строительство и архитектура*. 2021. Т. 21. № 1. С. 22–29. <https://doi.org/10.14529/build210103>
22. van Sosin B., Rodin D., Sliusarenko H., Bartoň M., Elber G. The Construction of Conforming-to-shape Truss Lattice Structures via 3D Sphere Packing // *CAD Computer-Aided Design*. 2021. Vol. 132. <https://doi.org/10.1016/j.cad.2020.102962>


DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-2-109-119

UDC 624.04

EDN: HIVYGU

Research article / Научная статья

## Effect of Sinusoidal Fiber Waviness on Non-Linear Dynamic Performance of Laminated Composite Plates with Variable Fiber Spacing

Wisam H. Mohammed<sup>1</sup>, Svetlana L. Shambina<sup>1</sup>, Haider K. Ammash<sup>2</sup><sup>1</sup>RUDN University, Moscow, Russia<sup>2</sup>University of Al-Qadisiyah, Al-Qadisiyah, Iraq shambina\_sl@mail.ru

### Article history

Received: January 17, 2024

Revised: March 13, 2024

Accepted: March 22, 2024

### Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest.

### Authors' contribution

Undivided co-authorship.

**Abstract.** This study investigated influence of varying waviness characteristics of fiber, represented by path amplitude  $\Delta$  and different numbers of half sine waves  $k$ , on the elastic-plastic dynamic behaviour of laminated composite plates with variable fiber spacing. The analysis was based on the equations for action of constant axial dynamic loading and two-dimensional layered approach with classical first order shear deformation theory with five degrees of freedom per node, and it was performed with FORTRAN 94 programming language. Von-Karman's assumptions were used for the discretization of the laminated plates to include geometric nonlinearity for nine-node Lagrangian isoperimetric quadrilateral elements. Complete bond between the layers was assumed with no delamination, which was based on first-order shear deformation theory. The Newmark implicit time integration method and Newton-Raphson iteration were simultaneously used to solve the nonlinear governing equation in conjunction. It was proven in the research that the nonlinear performance of the laminated composite plate was affected by the studied waviness parameters  $\Delta$  and  $k$ , and also by the variable distribution pattern selected for this study.

**Keywords:** laminated plate, composite, sinusoidal shape of fibers, variable spacing, dynamic load, non-linear performance

### For citation

Mohammed W.H., Shambina S.L., Ammash H.K. Effect of sinusoidal fiber waviness on non-linear dynamic performance of laminated composite plates with variable fiber spacing. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(2):109–119. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-109-119>

**Wisam H. Mohammed**, PhD student of the Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, RUDN University, Moscow, Russia; ORCID: 0000-0002-3266-8465; E-mail: 1042198083@rudn.ru

**Svetlana L. Shambina**, Candidate of Technical Science, Associate Professor of the Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, RUDN University, Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 5568-0834; ORCID: 0000-0002-9923-176X; E-mail: shambina\_sl@mail.ru

**Haider K. Ammash**, PhD, Professor in Civil Engineering Department, College of Engineering, University of Al-Qadisiyah, Al-Qadisiyah, Iraq; ORCID: 0000-0003-3672-6295; E-mail: haider.ammash@qu.edu.iq.

© Mohammed W.H., Shambina S.L., Ammash H.K., 2024

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

## Влияние синусоидальной формы волокон и расстояния между ними на нелинейные динамические характеристики многослойных композитных пластин

В.Х. Мохаммед<sup>1</sup>, С.Л. Шамбина<sup>1</sup>, Х.К. Амаш<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

<sup>2</sup> Университет Аль-Кадисия, Аль-Кадисия, Ирак

✉ shambina\_sl@mail.ru

### История статьи

Поступила в редакцию: 17 января 2024 г.

Доработана: 13 марта 2024 г.

Принята к публикации: 22 марта 2024 г.

### Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### Вклад авторов

Нераздельное соавторство.

**Аннотация.** Исследуется влияние различных характеристик синусоидальной формы волокон, в том числе амплитуды и количества последовательностей, на упругопластические динамические свойства многослойных композитных пластин с переменным расстоянием между волокнами. Методика исследования основана на некоторых уравнениях Лейсса — Мартена для постоянной осевой динамической нагрузки и двумерном многослойном подходе с классической теорией сдвиговых деформаций первого порядка с пятью степенями свободы на узел и реализована с помощью языка программирования FORTRAN 94. Гипотезы фон Кармана используются для учета геометрической нелинейности в девятиузловых изопериметрических четырехугольных элементах Лагранжа, которые применяются для дискретизации многослойных пластин. Предполагается полное сцепление между слоями без расслоения на основании теории сдвиговых деформаций первого порядка. Для решения нелинейного разрешающего уравнения одновременно используются неявный метод интегрирования Ньюмарка и итерационный метод Ньютона — Рафсона. Результаты исследования показывали, что нелинейные характеристики слоистой композитной пластины зависят от исследуемых параметров волнистости  $\Delta$  и  $k$  волокон, а также от выбранной для данного исследования схемы их распределения.

**Ключевые слова:** слоистая пластина, композит, синусоидальная форма волокон, переменное расстояние между волокнами, динамическая нагрузка, нелинейная постановка задачи

### Для цитирования

Mohammed W.H., Shambina S.L., Ammash H.K. Effect of sinusoidal fiber waviness on non-linear dynamic performance of laminated composite plates with variable fiber spacing // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2024. Т. 20. № 2. С. 109–119. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-109-119>

## 1. Introduction

Frequently employed methodologies for the design of composite laminates entail the organization of the matrix and fibers in a pattern characterized by equidistant intervals and linear trajectories that are oriented parallel and perpendicular to the axis of the laminate. Therefore, it can be deduced that both the angle of the fibers and the percentage of fiber volume remain fixed in relation to the plane of the lamina.

*Мохаммед Висам Хамзах Аль-Хафаджи*, аспирант департамента строительства инженерной академии, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия; ORCID: 0000-0002-3266-8465; E-mail: 1042198083@rudn.ru

*Шамбина Светлана Львовна*, кандидат технических наук, доцент департамента строительства инженерной академии, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 5568-0834; ORCID: 0000-0002-9923-176X; E-mail: shambina\_sl@mail.ru

*Амаш Хайдер Кадим*, доктор технических наук, профессор факультета строительства, Инженерный колледж, Университет Аль-Кадисия, Аль-Кадисия, Ирак; ORCID: 0000-0003-3672-6295; E-mail: haider.ammash@qu.edu.iq



Consequently, previous formulations of the stress-strain state have solely considered fibers that are linear. The objective of this study is to produce composite materials that exhibit optimal forms of inhomogeneity through the modification of reinforcing fiber shapes. The intended outcome is to enhance the buckling strength of thin-walled laminates [1; 2]. The tensile response of laminates having a sinusoidal fiber pattern was investigated in [3]. In [4] examined the effect of curved fibers on the tensile and compressive response of a plate with a circular hole. The influence of sinusoidal fibers on the buckling behavior of a composite laminate was investigated by P. Phani Prasanthi, K. Sivaji babu, and A. Eswar Kumar [1]. There are three important relationships between the fibers and wave properties, which are:

1. The secondary significance of fibers in the transmission of dynamic and thermal waves in the overall composition of composite materials [5–7].
2. The utilization of fluctuating regular geometric phase functions, such as sine or cosine, as a means of variable distribution of fibers within the matrix [8–10].
3. Sawing the fibers form regular geometric waves in the matrix, which is a method adopted recently in the manufacture of composite panels [10], improving the non-linear dynamic performance of the panel under plane load.

The principal aim of the study by Ali I. Al-Mosawi [11] was to investigate whether variable fiber spacing can enhance the structural efficiency of plates. This study presents numerical findings on the impact of in-plane loading on boron/epoxy fiber reinforced laminates. Various properties of the composite plate are examined. The findings of this investigation indicate that the post-buckling response of composite plates is highly influenced by the fiber distribution type. Specifically, the seventh distribution equation yields the highest buckling load and the lowest amount of deformation.

The study by A.V. Duran [6] offers an analysis of thermal buckling in square composite laminates that exhibit varying stiffness properties. The spatial variability of fiber angles gives rise to position-dependent material properties. This study examines the thermal responses of symmetric balanced laminates subjected to constant thermal loading using a particular methodology. The objective is to identify the optimal fiber orientations that can effectively resist thermal buckling for various material models.

In the book [chapter 2] of Susmita Mondal and L.S. Ramachandr [12], imperfections in laminated composite plates in the form of openings were considered. Based on this new concept, the nonlinear dynamic pulse buckling of imperfect composite plate with embedded delamination was numerically analyzed and showed the influence of type of pulse loading (sinusoidal, exponential and rectangular) and plate boundary condition on the shock spectrum. The response of delaminated plates was also computed for various delamination percentages at different layer interfaces by using Tsai-Wu quadratic interaction criterion. This study was selected to compare its results to verify the accuracy of the current results and the reliability of the program.

M. Cetkovic [13] studied the influence of initial geometrical imperfections on thermal stability of laminated composite plates using the layerwise plate model. The effects of imperfection mode and amplitude, temperature distribution, side to thickness ratio  $b/h$ , aspect ratio  $b/a$ , boundary conditions and lamination scheme on critical buckling temperature were analysed. The mathematical model assumes layerwise variation of in-plane displacements, non-linear strain-displacement relations (in von Karman sense) and linear thermo-mechanical material properties by adopting the Koiter's model for initial geometrical imperfections. Principle of virtual displacements (PVD) is used to derive Euler — Lagrange differential equations of linearized buckling problem.

Haider K. Ammash [10] conducted a study on the effect of fiber waviness on the analysis of laminated composite plates with large displacement elastic-plastic behaviour. The study utilized a square plate with six layers and a simply supported boundary condition. The hypothesis posits that fibers exhibit sinusoidal morphology. Chapter 6 discusses the impact of this particular type on various factors such as the number of semiwavelengths ( $k$ ), the amplitude of the wave ( $\Delta$ ), and the orientation of the fiber. The variability of the sine wave fiber semiwavelengths ( $k$ ) was established within the amplitude range of the sine wave fiber, spanning from 0.05 to 0.5.

T. Piyatuchsananon et al. [14] performed a study to elucidate the correlation between quantified fiber waviness parameters and the tensile strength of a composite material. The orientation angles of the fibers in a composite material reinforced with flax slivers were initially determined. Subsequently, the distribution of angles was assessed through the utilization of the Local Moran’s I and Local Geary’s c techniques for spatial autocorrelation analysis. Ultimately, the results showed correlation between the resultant tensile strength and the measured parameters.

### 2. Theoretical formulation of geometric waviness of fibers

The present study aims to assess the feasibility of improving the buckling capacity of composite plates through the modification of the reinforcing fibers’ shape within the plate. The subsequent paragraphs feature figures that illustrate the impact of fiber waviness on dynamic buckling curves:

$$y(x) = \alpha \sin\left(\frac{k\pi x}{a}\right). \tag{1}$$

In a manner that induces fluctuations in the orientation angle of fibers along the longitudinal  $x$ -axis, the following occurs:

$$\tan(\theta) = \frac{dy}{dx} = \frac{\alpha k\pi}{a} \cdot \cos\left(\frac{k\pi x}{a}\right) = \Delta k\pi \cdot \cos(k\pi \bar{x}), \tag{2}$$

where  $a$  = plate length;  $k$  = number of half sine waves; and  $\alpha$  = wave amplitude. Two normalized variables,  $\Delta = \alpha / a$  and  $\bar{x} = x / a$ , are introduced.

The initial objective of this research is to examine the impact of fiber waviness, represented by parameters  $k$  and  $\Delta$ , on the static and dynamic buckling properties of composite laminates. In order to obtain fiber rotation in any direction around the  $x$ -axis, as depicted in Figure 1, one can employ the following equation:

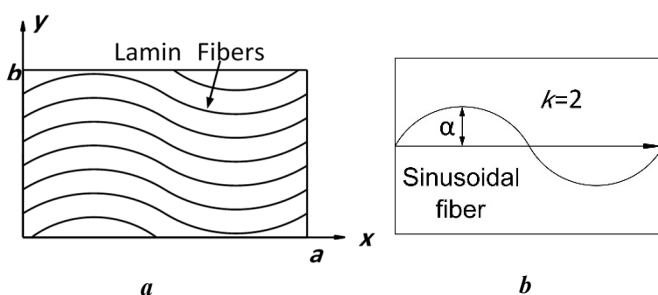
$$x_n = x \cos(\beta) + y \sin(\beta), \tag{3}$$

where  $\beta$  is the angle of waviness for the fiber and  $x_n$  stands for the  $x$ -coordinate of a rotating fiber. The angle of fiber orientation is variable with respect to the  $x$ -coordinate:

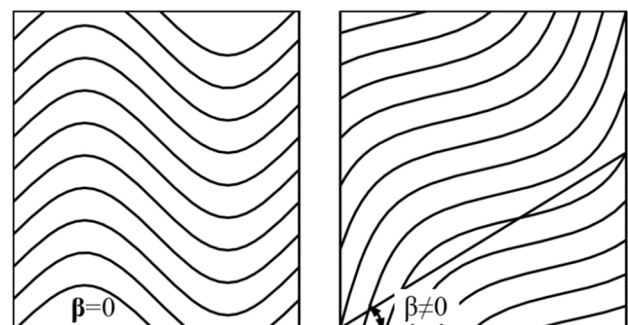
$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = 0, \tag{4}$$

this angle, rather than the constant angle that is utilized for straight fibers, is employed in Equation 1.

Figure 2 demonstrates how the main material directions are angled to be parallel to the lamina axes ( $\beta$ ).



**Figure 1.** Sinusoidal fiber rotation around the  $x$ -axis:  
 a — Lamina with variable fiber orientation;  
 b — Geometry of sinusoidal fiber path  
 Source: M.D. Pandey [15]



**Figure 2.** Laminate plate with sine wave fibers aligned with  $x$ -axis  
 Source: made by W.H. Mohammed

### 3. Materials and Methods

The present study aims to investigate the impact of fibers' geometric regular waviness on the large displacement elastic-plastic dynamic behaviour of laminated composite plates (1×1×0.01 m). formed from four layers of thin steel plates bonded by the epoxy matrix reinforced with carbon fibers ( $E_f = 413.68$  [GPa],  $E_m = 4.3$  [GPa],  $G_f = 172.36$  [GPa],  $G_m = 1.277$  [GPa],  $\nu_f = 0.2$ , and  $\nu_m = 0.35$ ). They were subjected to 800 kN uniform in-plane compressive load in the X-axis direction with a time step ( $\Delta t$ ) of 0.0001[sec]. To achieve this, a four-layer square symmetric cross-ply laminated plate with variable distribution of carbon fiber was analysed based on [2–2] and [3–3] from Leissa and Martin's equation (Table 1). The dynamic response of the plate was evaluated using the FENSDAAP computer program, which is coded in FORTRAN 94 language. The study considered different values of fiber path amplitude  $\Delta$  ranging from 0.05 to 0.5 and different numbers of semiwavelengths  $k$  ranging from 4 to 12 (Table 2). The current investigation utilized a (2x2) element mesh featuring a nine-node isoparametric approach to model the complete laminate plate. Each node of Lagrangian elements possesses five degrees of freedom per node ( $w, \theta_x, \theta_y, \theta_x^*, \theta_y^*$ ). A consistent mass matrix and **Newmark** integration method with  $\alpha = 1/2$ , and  $\beta = 1/4$  were used in the present study.

Table 1

Equations of fibers distribution based on Leissa and Martine's equations

Equation ( $n - p$ ). $n$ : equation's number $p$ : equation's exponent	$V_f(x)$	Volume fraction of fiber, %	
		$V_{f\max}$	$V_{f\text{av}}$
Equation 1–1	$\left[ \frac{4}{L}X - \frac{4}{L^2}X^2 \right]$	100	66.67
Equation 2–2	$\left[ \frac{4}{L}X - \frac{4}{L^2}X^2 \right]^2$	100	53.34
Equation 3–3	$\left[ \frac{4}{L}X - \frac{4}{L^2}X^2 \right]^3$	100	45.7
Equation 4–1	$\frac{1}{2} + \left[ \frac{1}{L}X - \frac{1}{L^2}X^2 \right]$	75	66.67
Equation 5–2	$\frac{1}{2} + \left[ \frac{1}{L}X - \frac{1}{L^2}X^2 \right]^2$	75	63.34

Source: made by A.W. Leissa and A.F. Martin [16]

Table 2

Parameters of the analysis

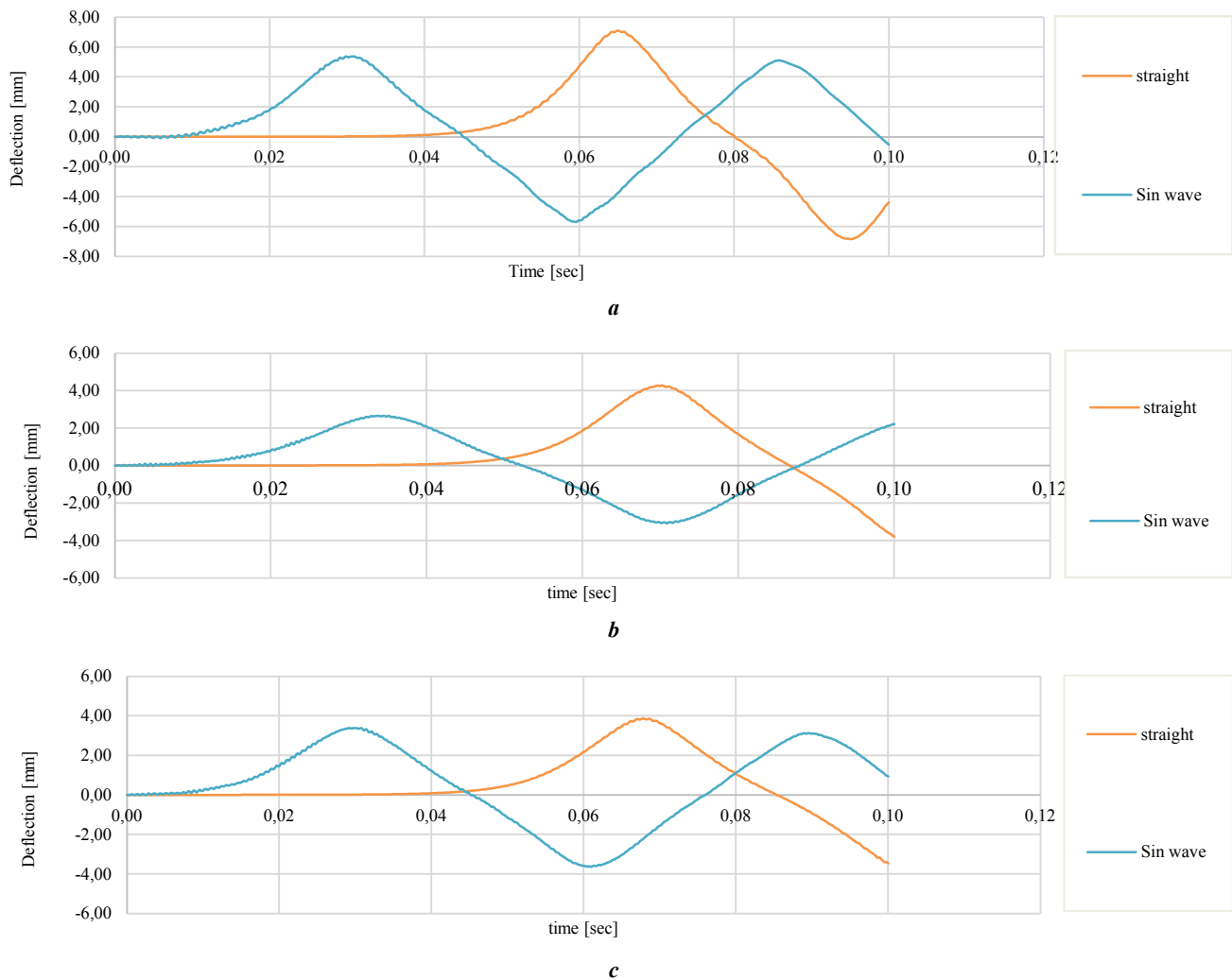
Fiber distribution	Values of fibers path amplitude $\Delta$ with number of semiwavelengths, $k = 4$	Numbers of semiwavelengths ( $k$ ) with value of fiber path amplitude, $\Delta = 0.4$
Unified Equation 2–2 Equation 3–3	0.1	4
	0.2	6
	0.3	8
	0.4	10
	0.5	12

Source: made by W.H. Mohammed

## 4. Results and discussion

### 4.1. Effect of variable fiber distribution on the dynamic nonlinear behaviour of a wavy fiber laminated composite plate

Figure 3, *a* aims to compare two plates with a consistent fiber distribution. The first plate had fibers arranged in a straight pattern, while the second plate had fibers arranged in a wavy pattern with values of fiber path amplitude  $\Delta = (0.3)$  and numbers of semiwavelengths  $k = 4$ .



**Figure 3.** Comparison of straight carbon fiber versus sine wave fiber with different distributions:  
*a* — unified fiber distribution; *b* — variable fiber distribution based on equation [2–2];  
*c* — variable fiber distribution based on equation [3–3]

S o u r c e: made by W.H. Mohammed

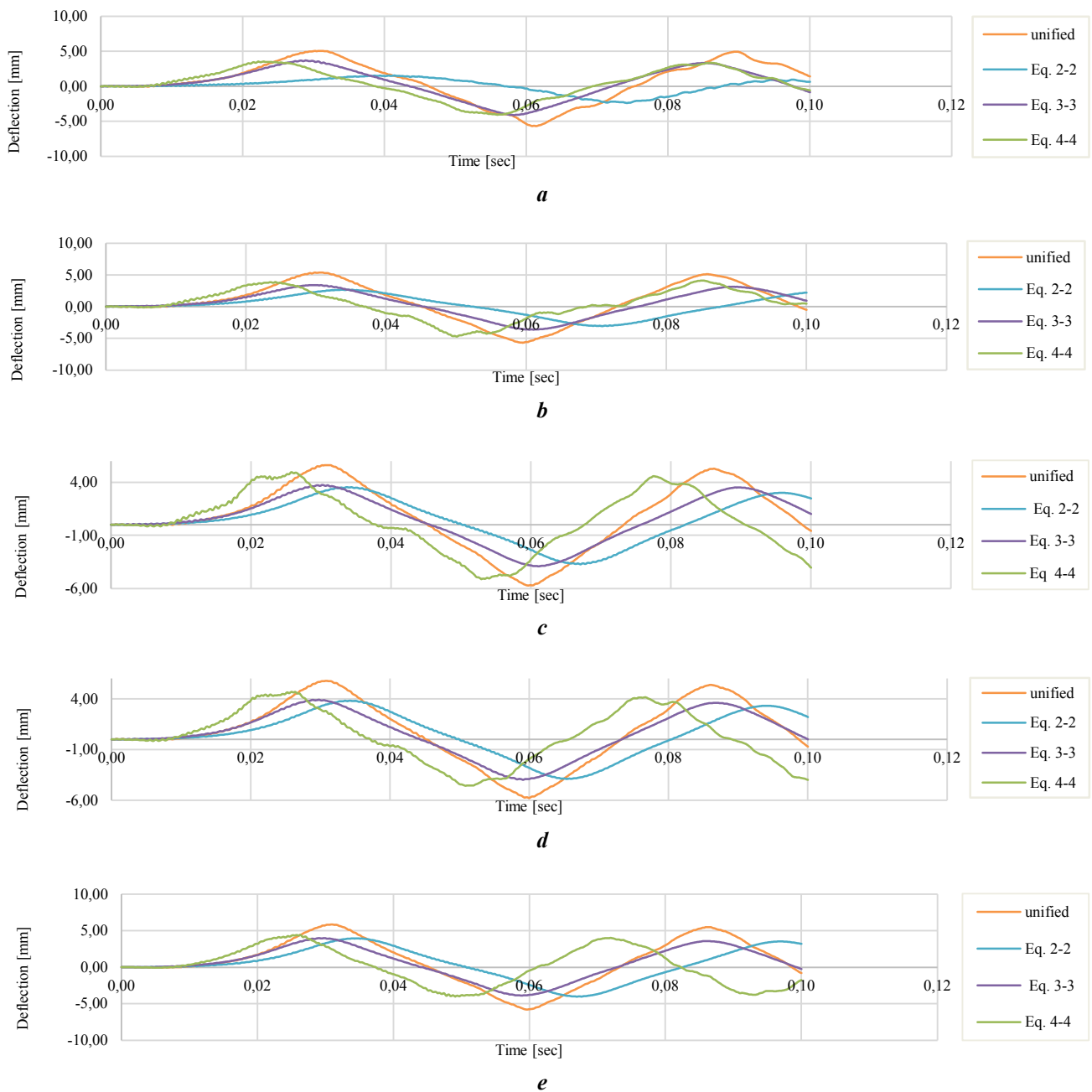
This contrast reaffirmed the concept of enhancing the composite panels’ dynamic response by providing novel shapes and distributions to the fibers that contribute to energy dissipation as a result of the dynamic loads applied on them.

Figures 3, *b* and 3, *c* demonstrate the improvement of the dynamic performance of wavy fiber composite panels after changing their distribution.

It can be established that the distribution based on equation 2–2 is the best.

### 4.2. Effect of path amplitude $\Delta$ on non-linear dynamic performance of the laminated composite plates with variable fiber spacing

Figure 4 shows the effect of the path amplitude  $\Delta$  in composites with variable fiber spacing based on Leissa — Marten’s equations [2–2] and [3–3] on the nonlinear dynamic behaviour represented by the values of deflection of the samples. Five values  $\Delta$  (0.1, 0.2, 0.3, 0.4 and 0.5) of this effect were studied with numbers of semiwavelengths  $k = 4$ . It is proven that the influence of this parameter on the stability and oscillations of the plate is significant, as well as on reducing the response.

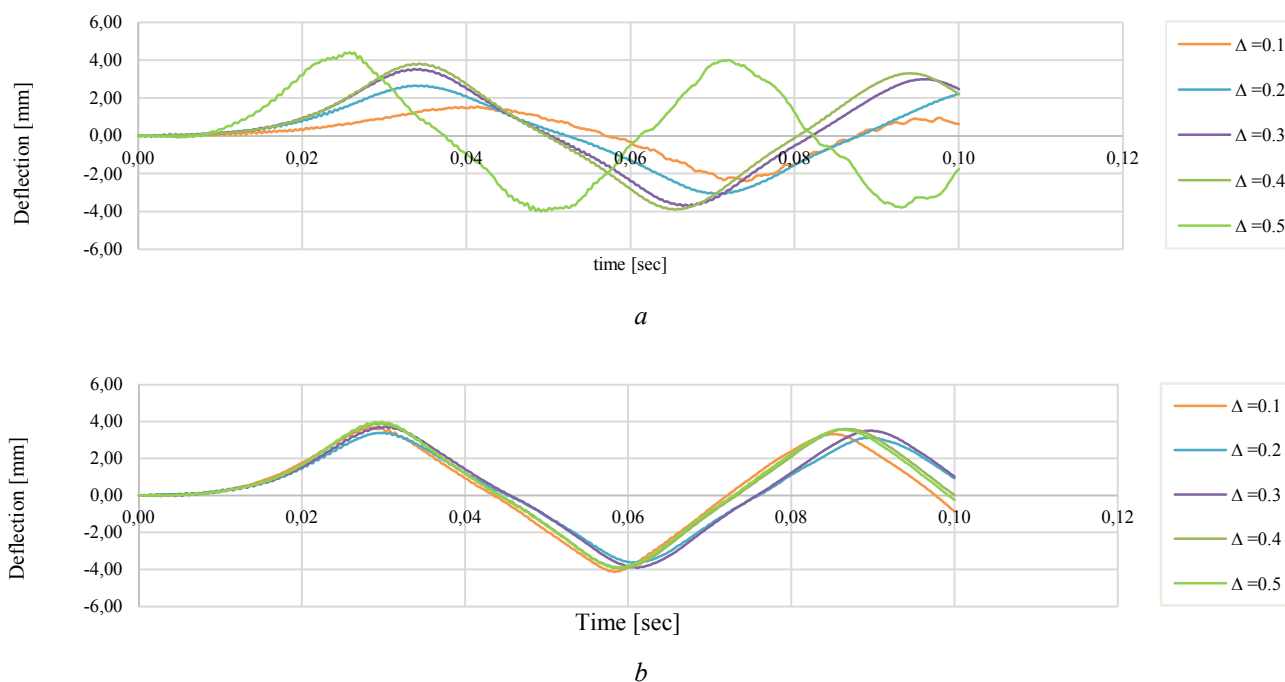


**Figure 4.** The effect of path amplitude  $\Delta$  on non-linear dynamic performance of laminated composite plates with variable fiber spacing and number of semiwavelengths  $k = 4$ :  
*a* — path amplitude = 0.1; *b* — path amplitude  $\Delta = 0.2$ ; *c* — path amplitude  $\Delta = 0.3$ ;  
*d* — path amplitude  $\Delta = 0.4$ ; *e* — path amplitude  $\Delta = 0.5$   
 Source: made by W.H. Mohammed

### 4.3. Comparison of path amplitude values $\Delta$ in plates with variable fiber spacing based on [2–2]

By examining the behaviour of the plate with a variable distribution in Figure 4 it was noted that the panels reinforced with carbon fibers with distributions based on equations [2–2] and [3–3] are the most effective in improving the response. Therefore, they were selected to study the effect of the path amplitude  $\Delta$  between 0.1 and 0.5 with the number of semiwavelengths  $k=4$ , to find out which path is the most efficient.

The path amplitude  $\Delta$  of 0.3 is the best, the least offset, and the most stable (Figure 5).



**Figure 5.** The effect of path amplitude  $\Delta$  on plates with variable fiber spacing based on equations [2–2] and [3–3]:  
*a* — variable fiber spacing based on [2–2]; *b* — variable fiber spacing based on [3–3]

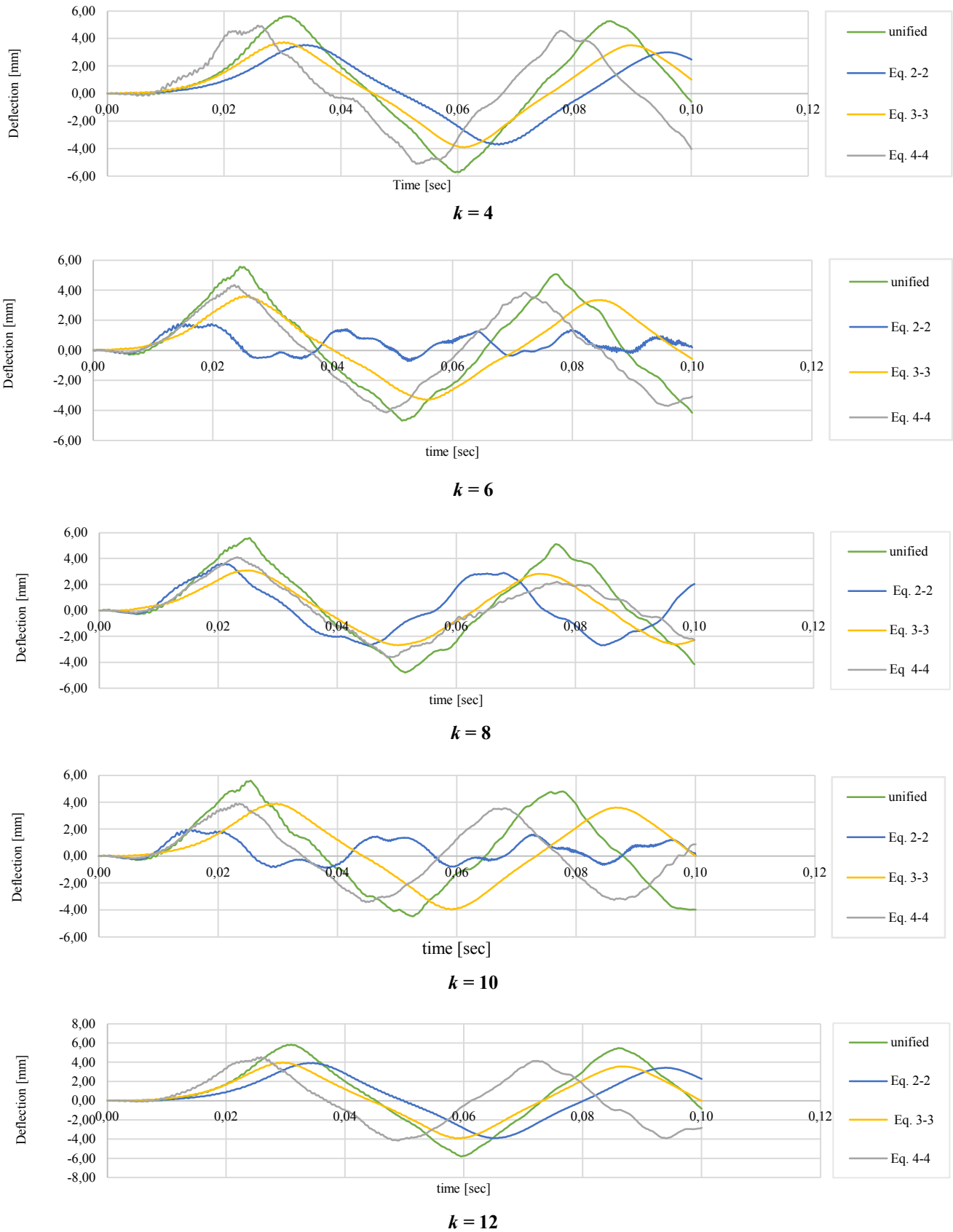
S o u r c e: made by W.H. Mohammed

### 4.4. The effect of number of semiwavelengths $k$ on the non-linear dynamic performance of the laminated composite plates with variable fiber spacing

This section investigates the impact of varying fiber spacing on the nonlinear dynamic behaviour of samples, as represented by the values of deflection over time. Specifically, the investigation focuses on the effect of the number of semiwavelengths  $k$  using Leissa — Marten's equations [2–2] and [3–3]. Figure 6 shows the impact of five values of the numbers of semiwavelengths  $k$  (4, 6, 8, 10, and 12) on the stability, oscillations, and response reduction of the plate, using a path amplitude  $\Delta$  of 0.4. The results show that this value has a significant effect on these factors.

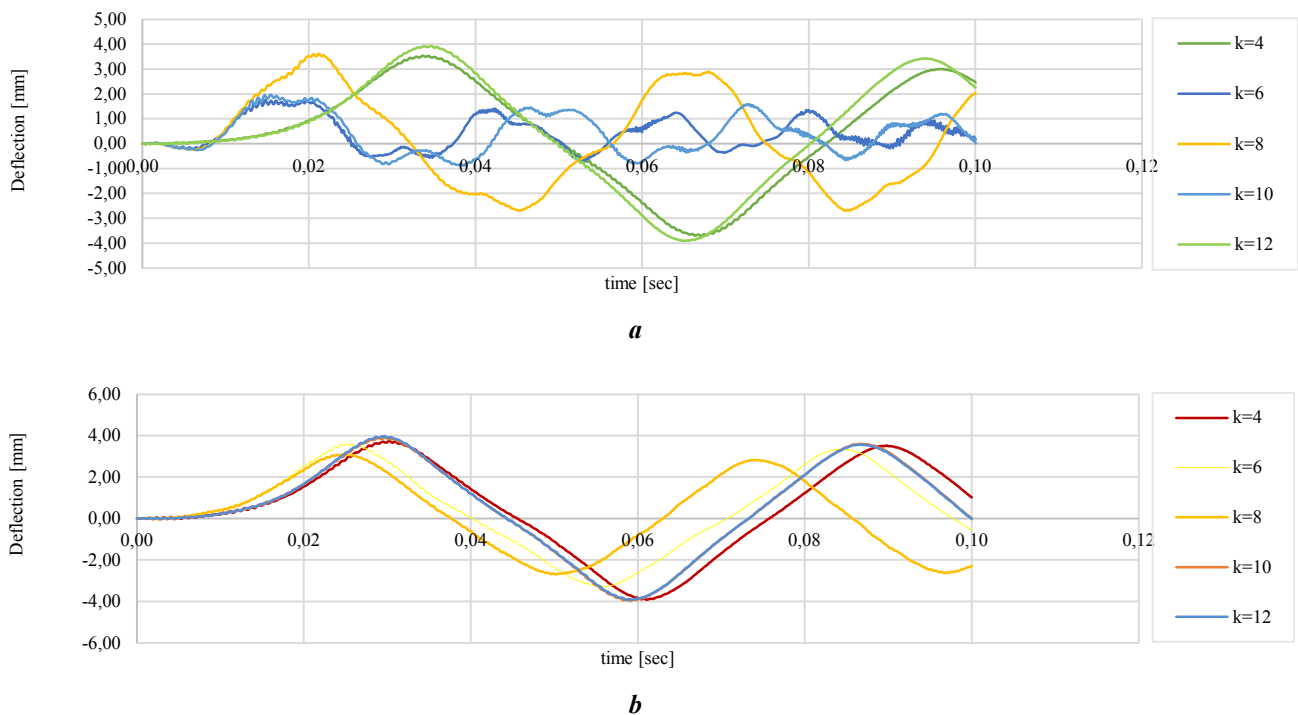
Upon comparing the displacements resulting from the variation of  $k$  with the set of distribution equations, it has been ascertained that equation 3–3 exhibits superior behaviour, greater stability, and lesser distortion than its counterparts.

Also, the numbers of semiwavelengths  $K$  is best with a value of 8 with equation 3–3 and the path amplitude  $\Delta$  of 0.4.



**Figure 6.** The effect of the number of semiwavelengths  $k$  on non-linear dynamic performance of laminated composite plates with variable fiber spacing  
 Source: made by W.H. Mohammed

In Figure 7 the outcomes of equations [2–2] and [3–3] are compared against the five  $k$  values to validate that equation 3–3 is the most optimal and consistent option for all  $k$  values, particularly for the number of semiwavelengths  $k = 8$ . Through a comparative analysis of the displacements resulting from variations in the value of  $k$  with the set of distribution equations, it has been ascertained that equation 3–3 exhibits superior behaviour, greater stability, and lesser distortion in comparison to the other equations.



**Figure 7.** The effect of the number of semiwavelengths  $k$  on plates with variable fiber spacing based on 2–2 and 3–3:  
 a — variable fiber spacing based on [2–2]; b — variable fiber spacing based on [3–3]

S o u r c e : made by W.H. Mohammed

## 5. Conclusion

1. The oscillatory behaviour of a symmetric cross-ply laminated composite plate, featuring sine wave fiber with parameters  $k = 12$  and  $\Delta = 0.4$ , exhibits lower amplitude compared to other plates.
2. The laminated plate with symmetric cross-ply lamination and sine wave fiber ( $k = 4$  and  $k = 12$ ) exhibits a better dynamic performance compared to the laminated plate with symmetric cross-ply lamination and sine wave fiber ( $k = 8$ ).
3. The laminated plate with sine wave fiber ( $k = 8$ ,  $\Delta = 0.4$ ) exhibits a higher dynamic performance compared to the other plates. Similarly, the symmetric cross-ply plate with sine wave fiber ( $k = 8$ ,  $\Delta = 0.2$ ) demonstrates a greater performance than the remaining plates.

## References

1. Phani Prasanthi P., Sivaji Babu K., Eswar Kumar A. Waviness effect of fiber on buckling behavior of sisal/carbon nanotube reinforced composites using experimental finite element method. *International Journal of Engineering, Transactions B: Applications*. 2021;34(12):2617–2623. <http://doi.org/10.5829/IJE.2021.34.12C.06>
2. Berkeley Lab-Lawreley Berkeley National laboratory, ‘Carbon Fiber Laminate Theory (Laminated Plate Theory). Carbon Fiber Laminate Theory (Laminated Plate Theory) LBNL Composites Workshop, 2016.



3. Ammash H.K. Effect of higher order shear deformation on the nonlinear dynamic analysis of laminated composite plate under in-plane loads. *Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering*. Corfu, Greece; 2011.
4. Muc A. Natural frequencies of rectangular laminated plates-introduction to optimal design in aeroelastic problems. *Aerospace*. 2018;5(3). [http:// doi.org/10.3390/aerospace5030095](http://doi.org/10.3390/aerospace5030095)
5. Sharma S. *Composite Materials: Mechanics, Manufacturing and Modeling*. London: CRC Press is an imprint of Taylor & Francis Group, LLC; 2021. [http:// doi.org/10.1201/9781003147756](http://doi.org/10.1201/9781003147756)
6. Duran A.V., Fasanella N.A., Sundararaghavan V., Waas A.M. Thermal buckling of composite plates with spatial varying fiber orientations. *Composite Structures*. 2015;124:228–235. <http://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.12.065>
7. Verma K.L. Wave propagation in laminated composite plates. *International Journal of Advanced Structural Engineering*. 2013;5(10). <https://doi.org/10.1186/2008-6695-5-10>
8. Al-Ramahee M.A., Abodi J.T. Effect of variable fiber spacing on dynamic behavior of a laminated composite plate. *Journal of Green Engineering*. 2020;10(11):12663–12677.
9. Mosheer K.A. Effect of Variable Fiber Spacing on Buckling Strength of Composite Plates. Khamail Abdul-Mahdi Mosheer. Effect of Variable Fiber Spacing on Buckling Strength of Composite Plates. *Journal of University of Babylon*. 2014;22(2):526–537. Available from: <https://www.iasj.net/iasj/download/68eb1ed49ba2c7a7> (accessed: 13.06.2023).
10. Ammash H. Nonlinear Static and Dynamic Analysis of Laminated Plates Under In-plane Forces. *Ph. D. Thesis*, University of Babylon, Hillah, Iraq; 2008. [http:// doi.org/10.13140/RG.2.2.33369.01128](http://doi.org/10.13140/RG.2.2.33369.01128)
11. Al-Mosawi A.I. Geometrically nonlinear analysis of imperfect laminated composite plates with a variable fiber spacing. *Journal For Engineering Sciences*. 2011;4(4):439–455.
12. Mondal S., Ramachandra L.S. Nonlinear dynamic pulse buckling of imperfect laminated composite plate with delamination. *International Journal of Solids and Structures*. 2020;198:170–182. <http://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2020.04.010>
13. Cetkovic M. Influence of initial geometrical imperfections on thermal stability of laminated composite plates using layerwise finite element. *Composite Structures*. 2021;291:115547. <http://doi.org/10.1016/j.compstruct.2022.115547>
14. Piyatuchsananon T., Furuya A., Ren B., Goda K. Effect of fiber waviness on tensile strength of flax fiber-reinforced Composite Material. *Advances in Materials Science and Engineering. Special Issue: Green Composite Materials*. 2015;2015:345398. <https://doi.org/10.1155/2015/345398>
15. Pandey M.D. Effect of fiber waviness on buckling strength of composite plates. *Journal of Engineering Mechanics*. 1999;125(10):1173–79.
16. Leissa A.W., Martin A.F. Vibration and buckling of rectangular composite plates with variable fiber spacing. *Composite Structures*. 1990;14(4):339–357. [http://doi.org/10.1016/0263-8223\(90\)90014-6](http://doi.org/10.1016/0263-8223(90)90014-6)
17. Eshmatov B.K., Abdikarimov R.A., Amabili M., Vatin N.I. Nonlinear Vibrations and Dynamic Stability of Viscoelastic Anisotropic Fiber Reinforced Plates. *Mag. Civ. Eng.* 2023;118:11811–11811. <http://doi.org/10.34910/MCE.118.11>

## СЕЙСМОСТОЙКОСТЬ СООРУЖЕНИЙ SEISMIC RESISTENCE

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-2-120-133  
UDC 699.841  
EDN: JNAYFF

Research article / Научная статья

### Seismic Fragility Analysis of Existing Old Newari Brick Masonry Building in Pokhara Valley

Krishna Chapagain<sup>ORCID</sup>, Hemchandra Chaulagain<sup>ORCID</sup>✉

Pokhara University, Pokhara, *Federal Democratic Republic of Nepal*  
✉ hchaulagain@gmail.com

#### Article history

Received: January 16, 2024  
Revised: March 28, 2024  
Accepted: April 5, 2024

#### Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest.

#### Authors' contribution

Undivided co-authorship.

**Abstract.** Most of the building stock in Nepal is based on masonry construction, which includes monumental, administrative, and residential structures. These structures are vulnerable during earthquakes, as evidenced by the massive structural damage, loss of human life, and property damage due to a lack of proper assessment and appropriate strengthening measures. An analysis of the seismic vulnerability of existing old Newari brick masonry buildings in the Pokhara Valley is presented. These buildings were built using indigenous knowledge and technology. The investigation is based on analytical studies, with some material properties obtained from field tests. Proper modeling of a masonry structure is crucial for reliable seismic resistance and structural design. However, modeling a real masonry structure is a challenging and computationally demanding task due to its complicated framework, requiring in-depth knowledge, realistic material properties, and relevant information. The aim of this research is to assess the seismic performance of old Newari masonry buildings using stress level and fragility curves. The research issues are addressed analytically through linear time history analysis using the finite element program-based software Sap 2000 v20. In dynamic analysis, numerical building models were subjected to three synthetic earthquakes. The performance status of the building based on various stress levels is evaluated, and weak regions are identified. The fragility curve of the structure is assessed, considering the ground motion parameters in the locality. The fragility function is plotted with the probability of failure at an interval of 0.10 g. The results of the analysis highlight that the studied structure is vulnerable compared to the codal provisions and standard recommendations.

**Keywords:** Brick masonry, Fragility analysis, Finite element analysis, Old masonry structure, Mechanical characterization

#### For citation

Chapagain K., Chaulagain H. Seismic fragility analysis of existing old Newari brick masonry building in Pokhara valley. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(2):120–133. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-120-133>

**Krishna Chapagain**, Post Graduate Student, M.Sc. in Structural Engineering, School of Engineering, Pokhara University, Kaski, Federal Democratic Republic of Nepal; ORCID: 0009-0006-7964-8601; E-mail: krishnachapagain1234567@gmail.com



**Hemchandra Chaulagain**, Ph.D., Associate Professor, School of Engineering, Pokhara University, Kaski, Federal Democratic Republic of Nepal; ORCID: 0000-0002-9483-5652; E-mail: hchaulagain@gmail.com

© Chapagain K., Chaulagain H., 2024



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

## Анализ сейсмической устойчивости старого кирпичного здания в стиле Ньюари в долине Покхара

К. Чапагейн , Х. Чаулагейн ✉

Университет Покхара, Покхара, Федеративная Демократическая Республика Непал

\*hchaulagain@gmail.com

### История статьи

Поступила в редакцию: 16 января 2024 г.

Доработана: 26 марта 2024 г.

Принята к публикации: 5 апреля 2024 г.

### Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### Вклад авторов

Нераздельное соавторство.

**Аннотация.** Большинство сооружений в Непале, включая административные и жилые здания, выполнены из камня. Их конструкции уязвимы во время землетрясений, о чем свидетельствуют масштабные повреждения и человеческие жертвы из-за отсутствия надлежащей оценки и соответствующих мер по укреплению. Представлен анализ сейсмической уязвимости существующих зданий из кирпича в традиционном стиле Ньюари, находящихся в долине Покхара. Эти здания были построены с использованием методов и технологий коренного населения. Исследование основано на аналитических расчетах, при этом некоторые свойства материалов были получены в результате полевых испытаний. Эффективное моделирование каменной кладки имеет решающее значение в проектировании надежной и сейсмостойкой конструкции. Однако моделирование реальной каменной конструкции является неординарной и затратной в вычислительном плане задачей из-за сложной структуры, требующей углубленного анализа, реалистичных свойств материала и актуальных данных. Целью данного исследования является определение сейсмических характеристик старых кирпичных зданий в стиле Ньюари с использованием кривых пределов напряжений и сейсмостойчивости. Задачи исследования решаются с помощью линейного динамического анализа с использованием программного обеспечения на основе конечных элементов Sap 2000 v20. Конечноэлементные модели зданий были испытаны на трех землетрясениях. Дана оценка эксплуатационного состояния здания на основе различных уровней нагрузки и выявлены слабые участки. Проанализирована кривая предела сейсмостойчивости конструкции с учетом параметров движения грунта в данной местности. Функция предела сейсмостойчивости построена с вероятностью разрушения с интервалом 0,10 g. Результаты расчетов подтверждают, что исследуемая конструкция уязвима в сравнении с положениями строительных норм и правил.

**Ключевые слова:** кирпичная кладка, расчет предела сейсмостойчивости, конечно-элементный анализ, старая каменная конструкция, механическая характеристика

### Для цитирования

Chapagain K., Chaulagain H. Seismic fragility analysis of existing old Newari brick masonry building in Pokhara valley // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 2. С. 120–133. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-120-133>

**Чапагайн Кришна**, аспирант, магистр строительных технологий, инженерный факультет, Университет Покхара, Каски, Федеративная Демократическая Республика Непал; ORCID: 0009-0006-7964-8601; E-mail: krishnachapagain1234567@gmail.com

**Чаулагейн Хемчандра**, Ph.D., доцент, инженерный факультет, Университет Покхара, Каски, Федеративная Демократическая Республика Непал; ORCID: 0000-0002-9483-5652; E-mail: hchaulagain@gmail.com

## 1. Introduction

Most of the historic, administrative, and residential building structures in Nepal are based on masonry construction. To date, more than 60 % of buildings in Nepal are masonry, which have heavy mass and low compressive strength, and these structures are normally up to four stories tall. They have a flexible diaphragm system both in the roof and floor levels. Basically, masonry structures are built with mortar and masonry units. The mortar is made with lime-cement, clay, and bitumen, while mud, stone, and fire clay are used as masonry units. However, the majority of the masonry buildings in Nepal are constructed without adopting proper engineering guidelines. In past seismic events, the masonry structures have failed due to inadequate brick units, poor quality of mortar, irregularities in plane and vertical direction, inadequate load-bearing walls, lack of vertical confinement, weak bottom storeys, wall openings, improper section and dimension, wall connections, etc. [1]. In fact, unreinforced masonry buildings are more vulnerable to earthquakes due to their heavy mass, insufficient deformation capacity, and lack of integrity between the structural elements [2]. These types of structures have a brittle failure mode during earthquakes (see Figure 1).



**Figure 1.** Failure mode in masonry building during earthquake:  
*a* — separation of short wall at cross section; *b* — complete collapse of short wall; *c* — collapse of gable wall;  
*d* — out of plane bulging; *e* — in plane damage with opening; *f* — shear damage

S o u r c e: photos by R.K. Adhikari, D.D' Ayala [3]

Researchers [4; 5] studied the importance of compressive strength in conventional design practices, while in [6] highlighted the necessity of characterizing the mechanical behavior of masonry bond. Costigan et al. [7] and Parajuli and Kiyono [8] experimentally characterized the mechanical properties of masonry walls. Endo et al. [9] conducted an experiment on a brick masonry wall composed of fired bricks and mud mortar. Parajuli et al. [10] studied the behavior of the monumental brick masonry wallet through in-situ

tests. The analysis of masonry structures is a challenging and computationally demanding task due to their complicated framework. It requires in-depth knowledge, realistic material properties, and relevant information. It is difficult to extract the structural and material properties of the structure built with indigenous technology in the absence of information and data concerning the behavior of their primary frameworks. The appropriate modeling technique is essential to extract the realistic response of old masonry structures. Creating a feasible model for a contemporary structure made of new industrial materials is easier, as materials and member properties are more uniform and largely clear. However, accounting for the multiple uncertainties of the problem that arise during the analysis and design of the structure requires more work. Nevertheless, there is negligible study found in the literature that covers both the characterization of the mechanical properties of masonry and performance assessment of such a historical building structure based on those properties.

In the Pokhara valley, most of the masonry structures have existed for three to four generations without proper damage assessment, which ultimately leads to the loss of life and property. Proper strengthening measures can restore the existing buildings, which will have a greater impact on the overall performance of the structure. Realistic seismic performance evaluation methods should be followed for this purpose. To this end, this research focuses on the performance assessment of existing old historical building structures based on field data. The research objective is achieved through the analysis of numerical models. The numerical models are subjected to three earthquakes of Kobe, El-Centro, and Gorkha. Finally, the results are based on the stress level and fragility curves in different ground motions, and these are compared with standard codal provisions and recommendations.

## 2. Study of existing old Newari building

### 2.1. Description of building under study

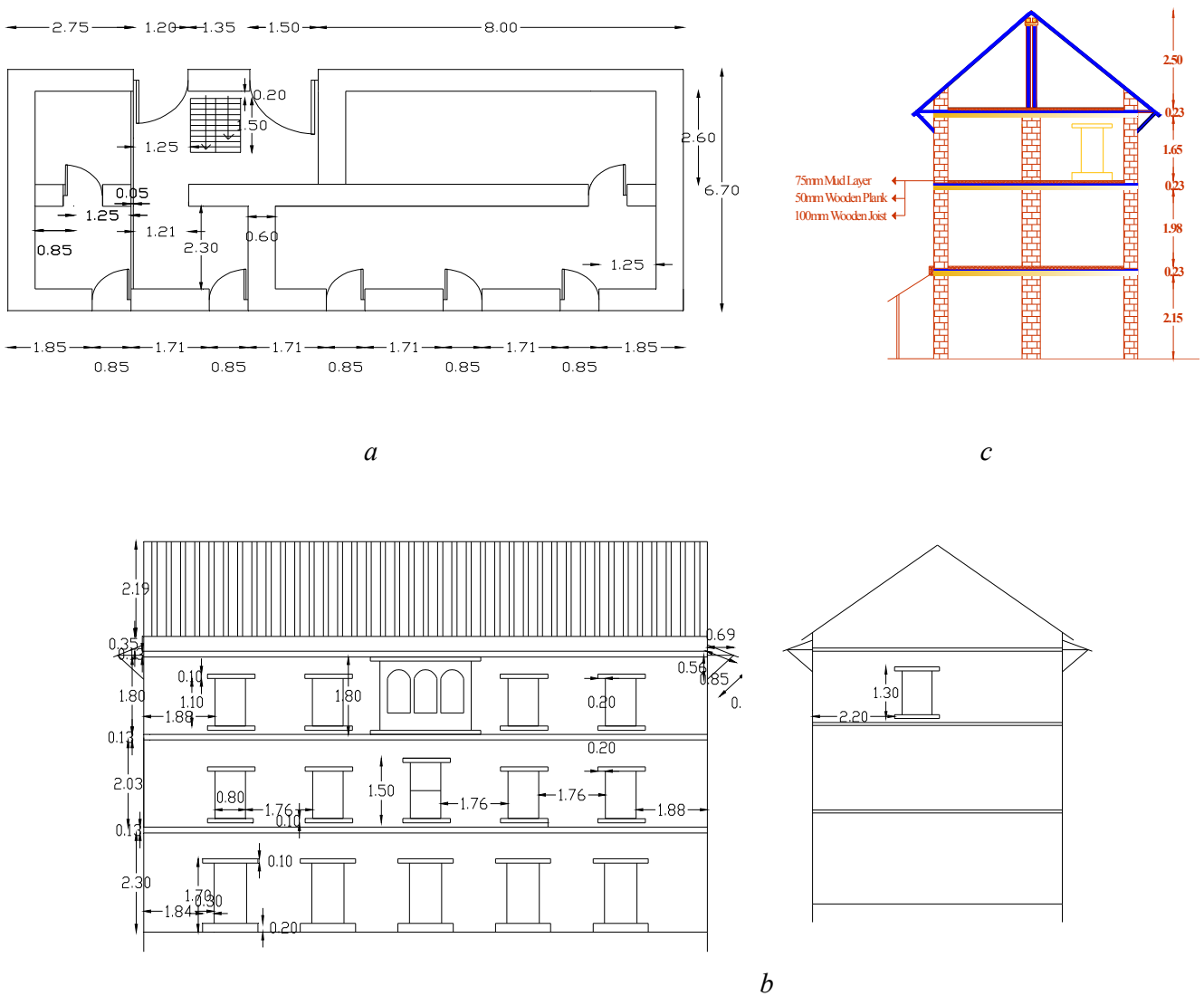
The prototype building structure is a traditional building in the locality that was constructed in the 17th century using original local technology. Most old Newari buildings in the area have traditional architecture. The building is three to four stories high with a floor height ranging from 1.8 to 2.3 meters and a larger opening ratio in the lower stories. The building typically has a simple rectangular floor plan with a breadth of over 6 meters and a length between 10 to 16 meters. The substructure uses shallow foundation with stones, and the superstructure is built with locally available clay burnt brick and mud mortar. The design is supported by three walls, two external walls, and one spine wall in the middle. In the upper story, the spine wall is sometimes replaced by a timber column frame system for creating a bigger continuous space. Wood joists uphold the floors and rooftop, over which wooden sheets or boards with a thick layer of mud topping are applied. The rooftop is typically doubly pitched and covered with traditional stone in the past, but nowadays, they are replaced by CGI sheets to make it waterproof. The brick masonry wall's typical thickness is about 60 cm and consists of a bricklayer in mud mortar and timber planks and beams.

During fieldwork, general information about the building, such as its length, breadth, height, number of stories, the thickness of the masonry wall, position and size of doors and windows, dimension of timber beams and columns, and material properties, was measured. The dead and live load in the building model is applied based on IS 875-1 (1987) and IS 875-22 (1987) codes.<sup>1</sup> The load of the timber staircase is calculated manually, and its loads are distributed to the supporting wall. The mechanical properties of brick, mortar, and wallet are taken from previous literature [11]. The old Newari building and corresponding plan, front and side elevation, and sectional view of the studied building are presented in Figures 2 and 3. The structural and geometrical properties of the case study building are summarized in Table 1.

<sup>1</sup> IS 875-1. Code of Practice for Design Loads (Other Than Earthquake) For Buildings and Structures. Part 1: Dead Loads — Unit Weights of Building Material and Stored Materials. New Delhi: Bureau of Indian Standards; 1987; IS 875 (Part 2):1987 Code of Practice for Design Loads (Other Than Earthquake) For Buildings and Structures. Part 2: Imposed Loads. New Delhi: Bureau of Indian Standards; 2008.



**Figure 2.** Old Newari building  
 Source: Photo by K. Chapagain, H. Chaulagain



**Figure 3.** Details of studied building structure:  
*a* — plan; *b* — front and side elevation; *c* — cross section  
 Source: made by K. Chapagain, H. Chaulagain

Table 1

**Geometrical and structural properties**

Description	Properties	Description	Properties
Area of building	14.8 m×6.70 m	Unit weight of brick in mud mortar (Y)	17.68 kN/m <sup>3</sup>
Building Height	9.06 m	Modulus of elasticity (E)	509 N/mm <sup>2</sup>
Floor height	GF = 2.30 m, FF = 2.16 m, SF = 1.93 m, TF = 2.68 m (at attic)	Modulus of elasticity of Sal (E)	12600 N/mm <sup>2</sup>
Earthquake Zone	V	Shear modulus (G)	204 N/mm <sup>2</sup>
Subsoil type	II	Unit weight of mud-topped	1.47 kN/m <sup>3</sup>
Timber column	0.14 m×0.14 m	Imposed load for Floor	2 kN/m <sup>3</sup>
Timber beam	0.14 m×0.10 m	Imposed load for roof	1 kN/m <sup>3</sup>
Slab thickness	0.125 m	Unit weight of Sal (Y)	8.03kN/m <sup>3</sup>
Wall thickness	0.60 m	Poisson's ratio (ν)	0.25

Source: made by K. Chapagain, H. Chaulagain

**2.2. Determination of compressive strength of brick units of building model**

The old Newari building that exists today was constructed 265 years ago in 1814 B.S and is still being used as a residential space. Despite being exposed to various earthquakes in the past and recent times, the building remains in good usable condition. The masonry walls of the building are made of brick units constructed using local cohesive soil without the addition of any binding materials. In order to assess the strength of the bricks, a sample was taken from the building and tested using a Compression Testing Machine (CTM), and the results of this experiment are provided in Table 2. Additionally, Figure 4 depicts the testing process for the brick units.



Figure 4. Testing of brick samples in lab

Source: photo by K. Chapagain, H. Chaulagain

Table 2

**Determination of Compressive Strength in Lab CTM**

Sample	Dimension and area			Yield Load, kN	Strength of brick unit, N/mm <sup>2</sup>	Average strength, N/mm <sup>2</sup>
	Length	Breadth	Area, mm <sup>2</sup>			
1	118	90	10620	115	10.83	11.06
2	120	88	10560	120	11.36	
3	145	97	14065	155	11.02	
4	132	88	11616	130	11.19	
5	122	88	10736	115	10.71	
6	121	88	10648	120	11.27	

Source: made by K. Chapagain, H. Chaulagain

### 2.3. Seismic Input

The ground motion parameters of displacement, velocity, and acceleration can occur separately or in combination. Acceleration is usually the measured quantity, and the other parameters are derived from it. However, due to limitations in technology and instrument setup, there is a lack of precise earthquake data. To meet the research objectives, appropriate time history data must be arranged. This study considers three recorded earthquakes, which are presented in Table 3. The peak ground acceleration (PGA) has been scaled to an interval of 0.05 to 1 g. The El Centro, Gorkha, and Kobe earthquakes are analyzed in two orthogonal components in the  $x$ - and  $y$ -directions, as their magnitudes, fault distances, and source mechanisms correspond to the seismic hazard at the study location. Figure 5 shows the earthquakes examined in this study.

Table 3

Peak ground acceleration used for the dynamic analysis

Name of earthquake	Peak Ground Acceleration (PGA)
Kobe earthquake	0.379 g
El Centro earthquake	0.365 g
Gorkha earthquake	0.4 g

Source: made by K. Chapagain, H. Chaulagain

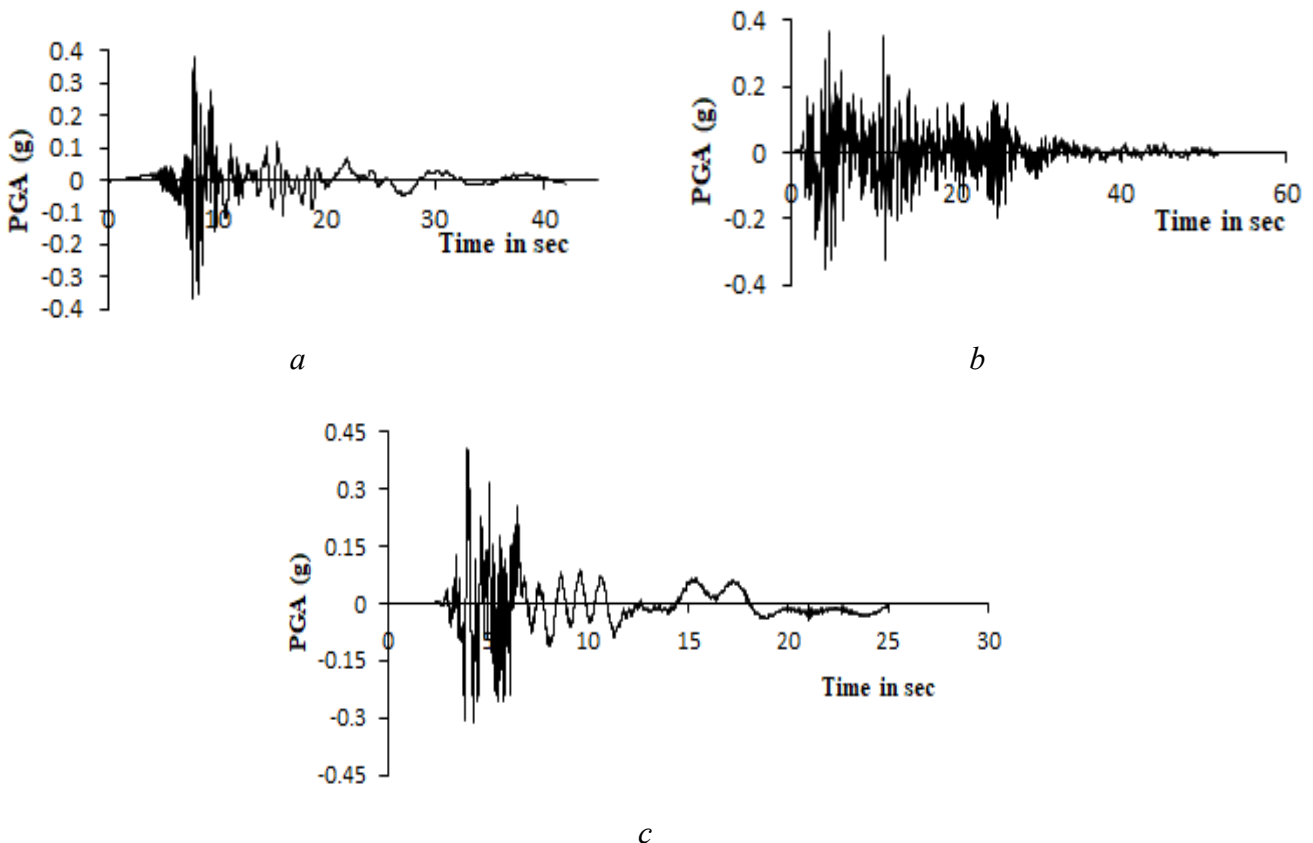


Figure 5. Time history data:  
 a — Kobe earthquake; b — El-Centro earthquake; c — Gorkha earthquake

Source: made by K. Chapagain, H. Chaulagain



## 2.4. Linear time history analysis

The analysis of masonry structures using nonlinear methods is a complicated and time-consuming process. Therefore, linear analysis, which is a simpler approach, is more commonly used. This method involves studying the structural behavior within the linear range of the stress-strain curve, assuming the brick masonry as a homogeneous material. Many researchers utilize linear time history analysis to determine the real performance of the structure. In time history analysis, loading and response history is analyzed in progressive time increases using a step-by-step technique. It is assumed that the structural characteristics remain constant and the structure behaves linearly throughout the loading history. Each natural mode of vibration is estimated as a function of the building period for a given time history and damping, and is expressed in terms of pseudo-spectral acceleration, displacement, and velocity.

## 2.5. Damage state criteria and fragility analysis

The study of a structure's behavior can be achieved by examining damage thresholds, also known as limit states, which represent the point at which different levels of damage occur. Various researchers have recommended different damage states, based on criteria such as drift ratio, yield displacement, and ultimate displacement of the structure, for example in [12] established light, moderate, and severe damage levels based on maximum drift ratio, while Dumova-Javanoska [13] proposed five damage levels (none, minor, moderate, severe, and collapse) based on damage index. Kircil and Polat [14] developed yielding and collapse damage levels for studying the performance of existing structures, while Jiang et al. [15] suggested maximum inter-storey drift ratio and global damage index for fragility assessment. Ahmad [16] focused on slight, moderate, extensive, and incipient damage levels to study reinforced concrete structures in the Himalayan region.

Lagomarsino and Giovinazzi [17] employed four damage grades — slight damage (0.7 dy), moderate damage (1.5 dy), extensive damage (0.5 (dy + du)), and complete damage (du) — by considering ultimate (du) and yield displacement (dy) for the fragility analysis of existing structures. After reviewing the limit states proposed by various researchers, it was found that the most commonly adopted limit states are slightly damage, moderate damage, extensive damage, and complete damage. Therefore, Lagomarsino and Giovinazzi's [17] four limit states were used in this study to construct a fragility curve that describes the performance level of the study building.

Fragility curves are typically generated through a fragility analysis of structures. Specifically, they are obtained by deriving a probability of failure relation from the following expression:

$$P(f) = \Phi \left[ \frac{\ln(S_d / S_c)}{\beta} \right].$$

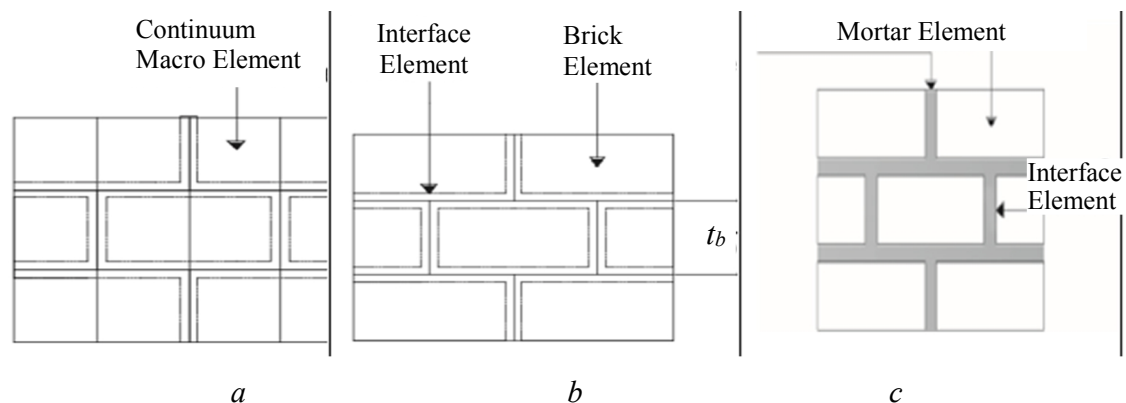
Where,  $\Phi(\dots)$  represents a standard cumulative normal distribution function,  $S_d$  and  $S_c$  are the demand displacement and medium of damage state. For this study, the demand displacement of the building structure was determined through linear dynamic analysis using three different ground motions. The medium damage states were determined using the damage grade proposed by Lagomarsino & Giovinazzi [17]. The total uncertainty is represented by the log standard deviation, denoted by the symbol  $\beta$ , as per HAZUS-MH-MR4.<sup>2</sup>

<sup>2</sup> HAZUS-MH-MR4. Multi-hazard Loss Estimation Methodology. Technical Manual. Department of Homeland Security, Emergency Preparedness and Response Directorate, Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C. 2003.

### 3. Finite element modelling

#### 3.1. Structural Modeling

There are two main approaches to model masonry structures: micro modelling and macro modelling. In micro modelling, masonry is considered as a single-phase material, while macro modelling involves modelling the masonry structure as two or three phase materials. However, the macro modelling approach cannot address the mortar joints acting as a plane of weakness. Therefore, this study adopts the micro modelling approach due to its higher level of accuracy and simplified methodology. Figure 6 presents the different modelling approaches, including macro modelling, simplified micro modelling, and detailed macro modelling with two-phase and three-phase materials. Brick Element Mortar Element



**Figure 6.** Masonry modeling strategies:  
*a* — macro-modeling; *b* — simplified micro-modeling; *c* — detailed micro-modeling  
 Source: Asteris et al. [18]

#### 3.2. Foundation

The strip foundation of the old Newari traditional building is constructed with larger stones at the base and has a depth of at least 175 cm for buildings with three to four stories. The construction follows a stepped fashion and has a width greater than 1 m.

#### 3.3. Masonry walls

The walls are made of mud mortar and unreinforced brick masonry, typically consisting of three layers of bricks in the vertical direction. The brick units are handmade using locally available soil for the mortar.

#### 3.4. Floor System

The traditional Newari building's flooring is typically constructed with timber material. Wooden or timber joists with an average dimension of 0.10 m width and 0.14 m depth and a center-to-center dimension of 0.35 m to 0.45 m are used to support the floor from party wall to party wall. The floor is supported by closely spaced timber joists with a layer of wooden planks. The subfloor is finished with a mud-topped layer that is 10 cm thick.

### **3.5. Roof system**

In the past, the roof structure of the building was made of stone slabs and was supported by timber purlins and rafters. However, nowadays, the stone slabs have been replaced by CGI sheets. The rafters and purlins are supported by the brick masonry walls.

### **3.6. Masonry construction**

Masonry structures are characterized by continuous bearing walls instead of framed structures. When subjected to vertical loads, these walls exhibit excellent mechanical behavior and high resistance to impact or accidental loads. However, when subjected to horizontal loads such as earthquakes, masonry structures tend to have low stability due to the low tensile strength of masonry materials. Thus, in masonry structures, all walls contribute significantly to structural function. It should be noted that masonry structures typically have structural walls with constant transverse dimensions and experience only modest compressive loads [19].

### **3.7. Timber in masonry**

Besides using wooden ring beams at the top of load-bearing walls, timber elements can also be employed as horizontal reinforcement along the wall's height, creating a building technique known as “timber-laced masonry.” This method not only enhances the wall-to-wall connection but also provides stability through the systematic insertion of timber pieces along the wall’s height. The use of timber elements is advantageous due to their superior tensile strength. The confined masonry wall sections improve the walls' compressive strength and deformability. The timber-laced masonry technique is distinct from ring beams and has been examined separately [20].

### **3.8. Modelling of contact surfaces**

Typically, wooden beams and columns are modeled as either fixed or hinged joints, but in reality, their behavior doesn't match either of these assumptions. In the software SAP2000 v20<sup>3</sup>, frame elements are represented by single center lines to model timber elements such as joists, beam-columns, and posts. These center lines come into contact with adjacent masonry walls, which are modeled as thick shell elements. In actual designs, the surface of wooden elements contacts the adjacent masonry wall, and this contact issue is resolved by introducing link elements between the wooden elements and the surface of the thick shell element. When the joint moment of the rafter and masonry is fixed, a two-point link must be applied to bring it closer to a simple support. To satisfy bending moments closer to pin joints, two-point link elements are used during modeling.

### **3.9. SAP 2000 v 20**

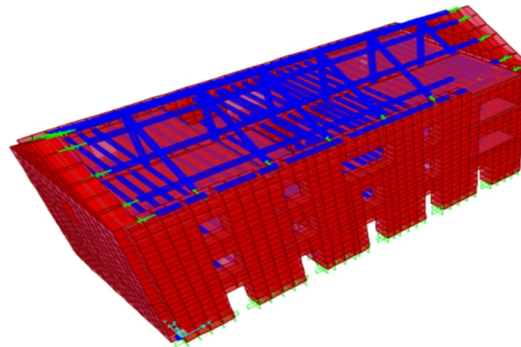
Computers and Structures developed the SAP2000 v20 software which offers a user-friendly interface for modeling, analysis, design, and reporting. Users can customize window layouts and toolbar configurations. As a finite element program, SAP2000 v20 has gained popularity for its versatility in designing and analyzing various structures such as buildings, bridges, dams, and industrial plants. Its practical and object-based modeling environment allows for easy to complex calculations in 2D and 3D models. SAP2000 v20 also provides a wide range of structural analysis techniques, including linear and

---

<sup>3</sup> SAP2000. Computers & Structures, Inc., Berkeley, California, USA, 1978-2016. 2016.

nonlinear analysis, static and dynamic analysis, seismic analysis with ground excitations, response spectrum analysis, and other types of dynamic analysis under time-varying constraining conditions.

A FEM model was created using SAP2000 v20 to evaluate the response of the structure to different levels of seismic activity. The isotropic elastic behavior was assumed, ignoring the effect of mortar joints as planes of weakness. These assumptions were useful in predicting low-level stress deformations but not higher-level stress deformations that result from nonlinear material behavior and local failure. Material models based on average properties and ignoring the effect of mortar joints were used, but including the possibility of local failure [21]. Brick masonry walls were modeled using isotropic surface members, i.e. shell elements, and wooden joists, beams, and posts were represented by isotropic linear members, i.e. frame elements [18]. The building model created in SAP2000 v20 is depicted in Figure 7.



**Figure 7.** Building model in Sap 2000 v20  
 Source: made by K. Chapagain, H. Chaulagain

## 4. Results and discussion

### 4.1. Stress level in structure

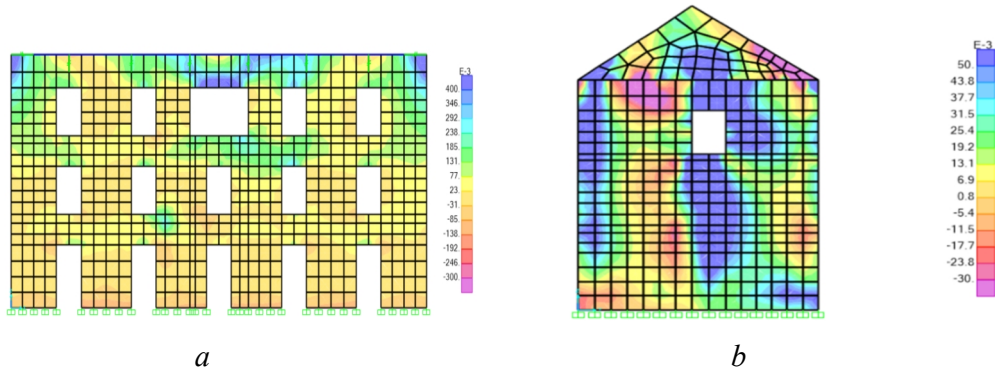
Table 4 shows the stress contour map of the building model generated by the finite element software SAP2000 v20 under the load combination of  $DL+LL+TH_x$  and  $DL+LL+TH_y$ . The highest stress values were observed at the openings and the base of the building model, while the tensile stress was concentrated at the gabion. At a PGA of 0.30 in the three different considered earthquakes, the maximum compression stress (S11), stress in the perpendicular direction (S22), and shear stress (S12) were 0.564 MPa, 1.313 MPa, and 0.988 MPa respectively. Conversely, the maximum tension stress (S11), stress in the perpendicular direction (S22), and shear stress (S12) were 3.287 MPa, 3.436 MPa, and 2.0 MPa, respectively. Based on the permissible allowable stress of a masonry structure for compression, tension, and shear, the building model is safe in compression but not in tension and shear. The results also indicate that the structure performs better under loading in the y direction. Figure 8 shows the maximum compression shear stress (S11 and S12) in the building model.

Table 4

Stress on the building due to three different earthquakes MPa

Combination	Type of stress	El Centro			Gorkha			Kobe		
		S11	S22	S12	S11	S22	S12	S11	S22	S12
$DL+LL+TH_x$	C	0.434	1.294	0.673	0.469	1.302	0.646	0.336	1.228	0.453
	T	1.229	1.368	2.611	1.023	1.272	2.237	2.938	3.436	1.57
$DL+LL+TH_y$	C	0.564	1.313	0.988	0.378	1.304	0.576	0.491	1.251	0.872
	T	0.972	1.397	1.115	1.682	1.475	2.321	3.287	2.092	1.90

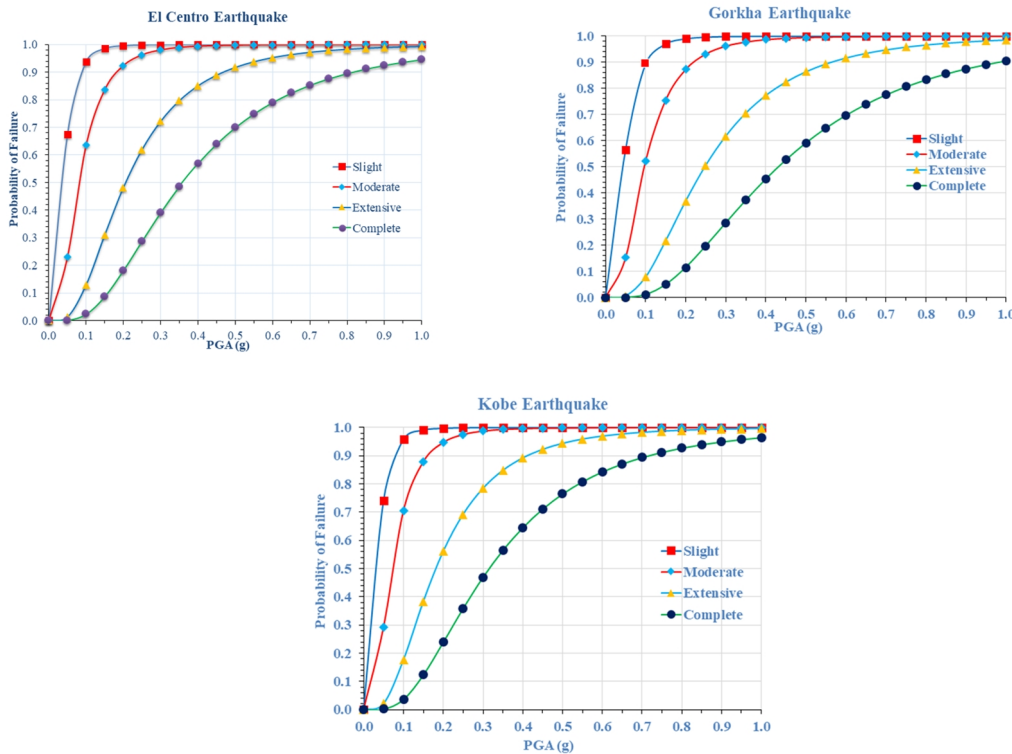
Source: made by K. Chapagain, H. Chaulagain



**Figure 8.** Maximum shear stress:  
*a* — S11; *b* — S12 in the building in compression (S12)  
 Source: made by K. Chapagain, H. Chaulagain

#### 4.2. Fragility analysis

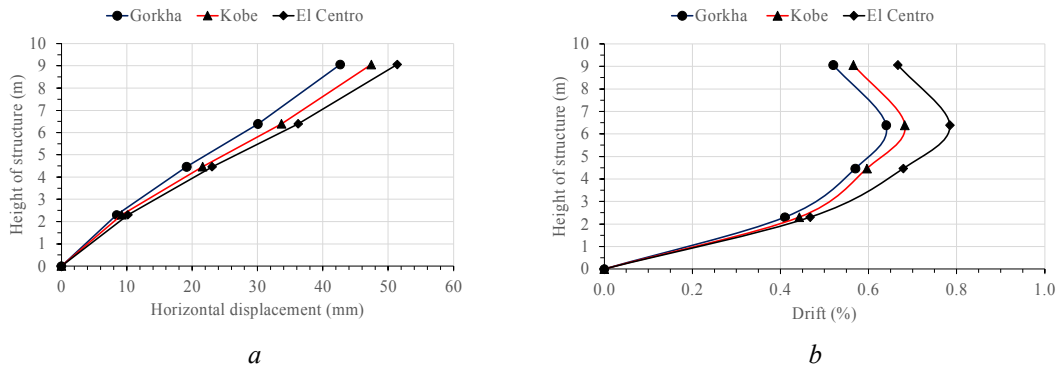
Fragility curves are useful tools for structural engineers and experts to assess the seismic vulnerability of buildings. In this study, fragility curves were generated for four damage states for three earthquakes: El Centro, Kobe, and Gorkha. The peak ground acceleration (PGA) values ranged from 0.10g to 1g with an interval of 0.05g, and the probability of failure for the structure was determined. From Figure 9, it is evident that the building model has a higher probability of failure for slight, moderate, extensive, and collapse damage levels in the Kobe earthquake at a PGA of 0.30g than in the El Centro and Gorkha earthquakes. Previous studies have highlighted a peak ground acceleration of 0.40g for Pokhara with a 10 % probability of exceedance in 50 years [22]. Therefore, the probability of failure at a PGA of 0.30 to 0.40 is significant in this study.



**Figure 9.** Fragility Curve of Old Newari Building for various Damage States at El Centro Earthquake  
 Source: made by K. Chapagain, H. Chaulagain

### 4.3. Inter-storey drift

Based on the results of the linear static analysis, it can be observed that the building model exceeds the standard drift limit proposed by the code (FEMA, 2008)<sup>4</sup> in all three earthquakes — Kobe, El Centro, and Gorkha. The displacement of the building is found to be the highest in Kobe earthquake, followed by El Centro and Gorkha earthquakes. Additionally, the displacement of the structure does not meet the prescribed limit, indicating its vulnerability in terms of displacement (Figure 10). This may be attributed to various factors, including the parameters associated with the time history function such as frequency content and duration (Table 5).



**Figure 10.** Storey displacement and drift of building structure in different earthquakes:  
*a* — Storey displacement; *b* — Storey drift

S o u r c e: made by K. Chapagain, H. Chaulagain

Table 5

**Probability of failure at PGA = 0.3g for Centro, Gorkha and Kobe Earthquake**

Earthquake	Slight	Moderate	Extensive	Complete	State of damage
El Centro	99.94	98.05	72.26	39.15	Extensive
Gorkha	99.85	96.19	61.78	28.56	Extensive
Kobe	99.97	98.79	78.46	46.94	Extensive

S o u r c e: made by K. Chapagain, H. Chaulagain

### 5. Conclusion

This research paper presents a case study of an existing 265-year-old Newari building made of brick masonry in mud mortar. In the numerical analysis, a masonry wall is modeled as a thick shell homogeneous element and timber is modeled as isotropic linear members frame element. Three earthquakes, namely El Centro, Kobe, and Gorkha earthquakes, with different peak ground acceleration values are considered as seismic input parameters. Based on the stress level and the fragility status of the building structure, the following conclusions are drawn:

1. The stress level of the building structure is within the allowable permissible limit in compression, while the tension and shear stress levels exceed the allowable limit, indicating the vulnerability of the structure to shear and tension.
2. The probability of failure of the building is higher in Kobe earthquake at the same peak ground acceleration value as compared to El Centro and Gorkha earthquakes. This may be due to the variation in model frequencies and predominant frequencies of the ground motion.
3. The displacement of the building model is maximum in Kobe earthquake followed by El Centro and Gorkha earthquakes, and the displacement of the structure is not within the same limit. Thus, the studied

<sup>4</sup> Federal Emergency Management Agency (FEMA). (2008). Disaster Program Information. Washington, DC: FEMA.

building is vulnerable in displacement parameter, which may be attributed to the parameters associated with time history function like frequency content and duration. Moreover, the building model has higher inter-story drift level as compared to the standard drift limit in all three considered earthquakes.

### References

1. Ghimire N., Chaulagain H. Seismic vulnerability assessment of reinforced concrete school building in Nepal. *Asian Journal of Civil Engineering*. 2021;22:249–262. <https://doi.org/10.1007/s42107-020-00311-6>
2. Gautam D., Rodrigues H., Bhetwal K., Neupane, P., Sanada, Y. Common structural and construction deficiencies of Nepalese buildings. *Innovation Infrastructure Solution*. 2016;1(1). <https://doi.org/10.1007/s41062-016-0001-3>
3. Adhikari R.K., D'Ayala D. 2015 Nepal earthquake: seismic performance and post-earthquake reconstruction of stone in mud mortar masonry buildings. *Bulletin of Earthquake Engineering*. 2020;18:3863–3896. <https://doi.org/10.1007/s10518-020-00834-y>
4. Nazeer T.N., Job T. Behaviour and strength assessment of masonry prism. *Case Studies in Construction Materials*. 2017;7:11–18. <https://doi.org/10.1016/j.cscm.2017.12.007>
5. Thomas J. Concrete block reinforced masonry wall panels subjected to out-of-plane monotonic lateral loading. *In Proceedings of National Conference on Recent Advances in Structural Engineering*. Hyderabad, India, 2006. p. 123–129.
6. Varum H., Tarque N., Silveira D., Camata G., Lobo B., Blondet M., Costa A. Structural behaviour and retrofitting of adobe masonry buildings. In M.F. Ruiz, F.R. López (Eds.), *Structural rehabilitation of old buildings*. Springer, Berlin, Heidelberg. 2014. p. 37–75.
7. Costigan A., Pavia S., Kinnane O. An experimental evaluation of prediction models for the mechanical behavior of unreinforced, lime-mortar masonry under compression. *Journal of Building Engineering*. 2015;4:283–294. <https://doi.org/10.1016/j.jobbe.2015.10.001>
8. Parajuli R.R., Kiyono J. Ground motion characteristics of the 2015 Gorkha earthquake, survey of damage to stone masonry structures and structural field tests. *Frontiers in Built Environment*. 2015;123. <https://doi.org/10.3389/fbuil.2015.00023>
9. Endo Y., Yamaguchi K., Hanazato T., Mishra C. Characterisation of mechanical behaviour of masonry composed of fired bricks and earthen mortar. *Engineering Failure Analysis*. 2020;109:104280. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2019.104280>
10. Parajuli R.R., Furukawa A., Gautam D. Experimental characterization of monumental brick masonry in Nepal. *Structures*. 2020;28:1314–1321. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.09.065>
11. Parajuli H.R. Determination of mechanical properties of the Kathmandu World Heritage brick masonry buildings. *In Proceedings of the World Conference on Earthquake Engineering*. Kyoto, Japan; 2012.
12. Akkar S., Sucuoglu H., Yakut A., Eeri M., Yakut A. Displacement-based fragility functions for low and mid-rise ordinary concrete buildings. *Earthquake Spectra*. 2005;21(4):901–927. <https://doi.org/10.1193/1.2084232>
13. Dumova-Jovanoska E. Fragility curves for reinforced concrete structures in Skopje region. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2000;19(6):455–466. [https://doi.org/10.1016/S0267-7261\(00\)00017-8](https://doi.org/10.1016/S0267-7261(00)00017-8)
14. Kircil M., Polat Z. Fragility analysis of mid-rise R/C frame buildings. *Engineering Structures*. 2006;28(9):1335–1345. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2006.01.004>
15. Jiang H., Lu X., Chen L. Seismic Fragility Assessment of RC Moment-Resisting Frame Designed According to Current Chinese Seismic Design Code. *Journal of Asia Architecture and Building Engineering*. 2012;11(1):153–160. <https://doi.org/10.3130/jaabe.11.153>
16. Ahmad N. Fragility Functions and Loss Curves for Deficient and Haunch-Strengthened RC Frames. *Journal of Earthquake Engineering*. 2019;26(1):1–30. <https://doi.org/10.1080/13632469.2019.1698478>
17. Lagomarsino S., Giovinazzi S. Macro seismic and mechanical models for the vulnerability and damage assessment of current buildings. *Bulletin of Earthquake Engineering*. 2006;4(4):415–443. <https://doi.org/10.1007/s10518-006-9024-z>
18. Asteris P.G., Chronopoulos M.P., Chrysostomou C.Z., Varum H., Plevris V., Kyriakides N., Silva V. Seismic vulnerability assessment of historical masonry structural systems. *Engineering Structures*. 2014;62–63:118–134. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.01.031>
19. Dipasquale L., Rovero L., Fratini F. Ancient stone masonry constructions. In: *Nonconventional and Vernacular Construction Materials*. Florence, Italy, 2020. p. 403–435. <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-102704-2.00015-9>
20. Ortega J., Vasconcelos G., Rodrigues H., Correia M.A vulnerability index formulation for the seismic vulnerability assessment of vernacular architecture. *Engineering Structures*. 2019;196(11):109381. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109381>
21. Tzamtzis A.D., Asteris P.G. Finite element Analysis of Masonry Structures: Part-1. Review of previous Work. In: *Proceedings of the Ninth North American Masonry Conference*. Clemson, South Carolina, USA; 2003.
22. Parajuli H.R. *Dynamic Analysis of low strength masonry houses based on the site-specific earthquake ground motion*. PhD Thesis, Kyoto University; 2009.

# ГЕОМЕТРИЯ СРЕДИННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ОБОЛОЧЕК GEOMETRICAL INVESTIGATIONS OF MIDDLE SURFACES OF SHELLS

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-2-134-145

УДК 514.7

EDN: GPVKGU

Научная статья / Research article

## Геометрические характеристики поверхностей на криволинейно-трапециевидных планах

В.Н. Иванов 

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

✉ i.v.ivn@mail.ru

### История статьи

Поступила в редакцию: 26 января 2024 г.

Доработана: 10 марта 2024 г.

Принята к публикации: 19 марта 2024 г.

### Заявление о конфликте интересов

Автор заявляет об отсутствии  
конфликта интересов.

**Аннотация.** Даны метод образования ортогональной криволинейной системы координат в плоскости и методика построения новых форм поверхностей на заданных криволинейно-трапециевидных планах. Приведены рисунки криволинейно трапециевидных планов на основе различных направляющих плоских кривых и рисунки поверхностей на заданных криволинейно-трапециевидных планах, в том числе комбинации поверхностей с сопряженными различными направляющими кривыми. Предложенная методика формообразования поверхностей может использоваться в архитектуре и строительстве для разработки тонкостенных пространственных конструкций как в градостроительстве, так и в конструкциях промышленных зданий. Но при расчете напряженно-деформированного состояния тонких оболочек в большинстве методов использованы геометрические характеристики срединных поверхностей оболочек. На основе векторного уравнения поверхностей на криволинейно-трапециевидных планах получены формулы коэффициентов квадратичных форм и кривизн поверхностей. Приведены примеры поверхностей и вычисления коэффициентов квадратичных форм и кривизн поверхностей с конкретными направляющими кривыми и функциями вертикальной координаты поверхности.

**Ключевые слова:** плоская кривая, ортогональная криволинейная система координат в плоскости, векторное уравнение поверхности на криволинейно-трапециевидных планах, коэффициенты квадратичных форм поверхности, кривизны поверхности

Иванов Вячеслав Николаевич, доктор технических наук, профессор-консультант департамента строительства инженерной академии, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 3110-9909; ORCID: 0000-0003-4023-156X; E-mail: i.v.ivn@mail.ru

© Иванов В.Н., 2024

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>



## Для цитирования

Иванов В.Н. Геометрические характеристики поверхностей на криволинейно-трапециевидных планах // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 2. С. 134–145. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-134-145>

# Geometric Characteristics of Surfaces with Curved Trapezoidal Plan

Vyacheslav N. Ivanov 

RUDN University, Moscow, Russia

✉ [i.v.ivn@mail.ru](mailto:i.v.ivn@mail.ru)

## Article history

Received: January 26, 2024

Revised: March 10, 2024

Accepted: March 19, 2024

## Conflicts of interest

The author declares that there is no conflict of interest.

**Abstract.** A method of forming a curved orthogonal coordinate system on a plane and a technique of constructing new surface shapes with curved trapezoidal plans are presented. Multiple examples of curved trapezoidal plans based on different directrix curves and surfaces with the given plans, including combinations of surfaces with different conjugate directrix curves, are illustrated. The proposed technique of surface forming may be used in architecture and construction for development of thin-walled space structures in both urban and industrial buildings. But for the analysis of thin shells, geometric characteristics of the middle surface of the shell are usually used. Vector equation of surfaces with curved trapezoidal plan was used to obtain the formulas for the fundamental form coefficients and surface curvatures. Examples of calculation of the fundamental form coefficients and curvatures of surfaces with particular directrix curves and vertical coordinate functions are presented.

**Keywords:** plane curve, curved orthogonal coordinate system in plane, vector equation of surface with curved trapezoidal plan, coefficients of fundamental form, surface curvature

## For citation

Ivanov V.N. Geometric characteristics of surfaces with curved trapezoidal plan. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(2):134–145. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-134-145>

## 1. Введение

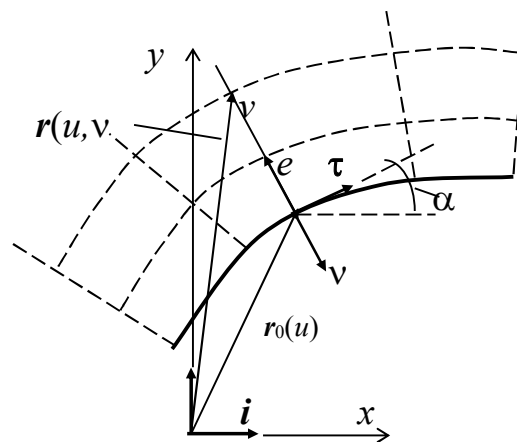
Уравнение поверхности обычно задается в параметрической форме — функциях проекции точки поверхности на прямоугольную систему координат. Однако для многих поверхностей вывод параметрических уравнений является непростой задачей. Кроме того, по параметрическим уравнениям бывает затруднительно определить форму поверхности. Более удобны и наглядны векторные уравнения поверхностей. Формообразование многих классов поверхностей осуществляется на основе задания пространственной или плоской направляющей с системой образующих кривых, привязанных к направляющей кривой. Для задания образующих кривых вводятся векторные функции, связанные с направляющей кривой — векторы касательной, нормали и бинормали. Если направляющая кривая задана в прямоугольной системе координат, то на основе векторных уравнений поверхности можно получить параметрические уравнения поверхности. Ниже рассматривается класс поверхностей с системой плоских образующих кривых в нормальной плоскости плоской направляющей кривой. Этот класс поверхностей рассматривался в [1], но в ней не были получены формулы коэффици-

*Vyacheslav N. Ivanov*, Doctor of Technical Science, Consulting Professor, Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, RUDN University, Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 3110-9909; ORCID: 0000-0003-4023-156X; E-mail: [i.v.ivn@mail.ru](mailto:i.v.ivn@mail.ru)

ентов квадратичных форм поверхностей, необходимых для расчета оболочек. В [2] указаны все известные на сегодняшний день классы, подклассы и группы аналитических поверхностей. Следуя классификации, предложенной в [2] и учитывая способ их построения, предлагаемые к рассмотрению поверхности могут быть включены в класс «Кинематические поверхности» [3]. Принимая во внимание, что рассматриваемые поверхности на криволинейно-трапециевидном плане задаются аналитическими формулами, они могут привлечь внимание архитекторов в рамках архитектурного стиля «Параметрическая архитектура» [4].

## 2. Уравнение поверхности на криволинейно трапециевидном плане, коэффициенты квадратичных форм поверхности

Ортогональная криволинейная система координат в плоскости образуется системой прямых, ортогональных заданной плоской базовой кривой  $r_0(u) = x(u)\mathbf{i} + y(u)$  (рис. 1).



**Рис. 1.** Псевдополярная система координат  
И с т о ч н и к: выполнено В.Н. Ивановым

**Figure 1.** Pseudo-polar coordinate system  
S o u r c e: compiled by V.N. Ivanov

Таким образом, криволинейно-ортогональная система координат в плоскости (криволинейно-трапециевидный план) образуется системой эквидистантных кривых, параллельных базовой кривой и системой прямых, ортогональных системе эквидистантных кривых.

Уравнение ортогональной криволинейной координатной системы

$$\mathbf{r}(u, v) = \mathbf{r}_0(u) - v\mathbf{v}, \quad (1)$$

$\mathbf{v}$  — нормаль базовой кривой;  $v$  — координата образующих прямых по нормали к базовой кривой.

Положительное значение координаты прямых принимаем в сторону выпуклости базовой кривой, так как при направлении в сторону вогнутости может получаться пересекающаяся система прямых.

Задаваясь функцией вертикальной координаты  $z(u, v)$ , получаем векторное уравнение поверхности  $\rho(u, v)$  на базе криволинейно-ортогональной системы координат в плоскости

$$\rho(u, v) = \mathbf{r}_0(u) - v\mathbf{v} + z(u, v)\mathbf{k}. \quad (2)$$

Для вывода формул коэффициентов получаем производные векторного уравнения, учитывая соотношения классической дифференциальной геометрии [5; 6]:

$$\mathbf{r}'_0 = s'\boldsymbol{\tau}; \quad s' = |\mathbf{r}'_0|; \quad \boldsymbol{\tau}' = s'k_s\mathbf{v} = k_s\mathbf{v}; \quad k_s = s'k; \quad \mathbf{v}' = -k_s\boldsymbol{\tau}. \quad (3)$$

Тогда получаем

$$\boldsymbol{\rho}_u = (s' + vk_s)\boldsymbol{\tau} + z_u\mathbf{k}; \quad \boldsymbol{\rho}_v = -\mathbf{v} + z_v\mathbf{k}. \quad (4)$$

Коэффициенты 1-й квадратичной формы

$$E = (\boldsymbol{\rho}_u\boldsymbol{\rho}_u) = (s' + vk_s)^2 + z_u^2; \quad G = (\boldsymbol{\rho}_v\boldsymbol{\rho}_v) = 1 + z_v^2; \quad F = (\boldsymbol{\rho}_u\boldsymbol{\rho}_v) = z_u z_v. \quad (5)$$

Вектор единичной нормали поверхности

$$\mathbf{m} = \frac{1}{\Sigma}(\boldsymbol{\rho}_u \times \boldsymbol{\rho}_v) = \frac{1}{\Sigma}(z_u\boldsymbol{\tau} - (s' + vk_s)(z_v\mathbf{v} + \mathbf{k})), \quad (6)$$

$$\Sigma = \sqrt{EG - F^2} = |(\boldsymbol{\rho}_u \times \boldsymbol{\rho}_v)| = \sqrt{(s' + vk_s)^2(1 + z_v^2) + z_u^2} \text{ — дискриминант поверхности.}$$

Вычисляем вторые производные векторного уравнения:

$$\boldsymbol{\rho}_{uu} = (s'' + vk'_s)\boldsymbol{\tau} + (s' + vk_s)k_s\mathbf{v} + z_{uu}\mathbf{k}; \quad \boldsymbol{\rho}_{uv} = k_s\boldsymbol{\tau} + z_{uv}\mathbf{k}; \quad \boldsymbol{\rho}_{vv} = z_{vv}\mathbf{k}. \quad (7)$$

Коэффициенты 2-й квадратичной формы

$$L = (\boldsymbol{\rho}_{uu}\mathbf{m}) = \frac{(s'' + vk'_s)z_u + (s' + vk_s)^2 k_s z_v - (s' + vk_s)z_{uu}}{\Sigma};$$

$$N = (\boldsymbol{\rho}_{vv}\mathbf{m}) = \frac{(s' + vk_s)z_{vv}}{\Sigma}; \quad M = (\boldsymbol{\rho}_{uv}\mathbf{m}) = \frac{-z_u k_s - (s' + vk_s)z_{uv}}{\Sigma}. \quad (8)$$

Кривизны поверхности:

$$k_u = \frac{L}{E} = \frac{(s'' + vk'_s)z_u + (s' + vk_s)^2 k_s z_v - (s' + vk_s)z_{uu}}{\Sigma[(s' + vk_s)^2 + z_u^2]};$$

$$k_v = \frac{N}{G} = \frac{(s' + vk_s)z_{vv}}{\Sigma(1 + z_v^2)}; \quad k_{uv} = \frac{M}{\sqrt{EG}} = \frac{-z_u k_s - (s' + vk_s)z_{uv}}{\Sigma[(s' + vk_s)^2 + z_u^2]\sqrt{(1 + z_v^2)}}. \quad (9)$$

Так как коэффициенты квадратичных форм  $F, M \neq 0$ , поверхностная координатная система рассматриваемых поверхностей в общем случае не является ни ортогональной, ни сопряженной и не является линиями главных кривизн.

### 3. Подклассы поверхностей на криволинейно трапецевидных планах

Отметим, что рассматриваемая система поверхностей относится к классу нормальных поверхностей [7–9] — поверхностей с системой плоских координатных линий (образующих кривых) в нормальной плоскости направляющей кривой. В [7; 8] показано, что только для двух подклассов нормальных поверхностей образующие кривые будут линиями главных кривизн: 1 — поверхностей вращения — направляющая кривая прямая линия, образующих кривые окружности; 2 — нормальные поверхности с системой неизменяемых образующих кривых. 2-й подкласс относится к классу поверхностей Монжа [8; 10–13].

Положив в формулах квадратичных форм  $z = z(v)$  — образующая кривая не изменяется при движении в нормальной плоскости направляющей кривой ( $z_u = z_{uv} = 0$ ), получаем для поверхностей Монжа:

$$E = (s' + vk_s)^2; \quad G = (\rho_v \rho_v) = 1 + z_v^2; \quad F = 0; \quad \Sigma = (s' + vk_s) \sqrt{1 + z_v^2};$$

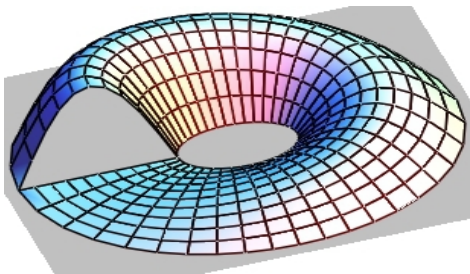
$$L = \frac{(s' + vk_s) k_s z_v}{\sqrt{1 + z_v^2}}; \quad N = \frac{z_{vv}}{\sqrt{1 + z_v^2}}; \quad M = 0;$$

$$k_1 = \frac{k_s z_v}{(s' + vk_s) \sqrt{1 + z_v^2}}; \quad k_2 = \frac{z_{vv}}{(1 + z_v^2)^{3/2}}. \quad (10)$$

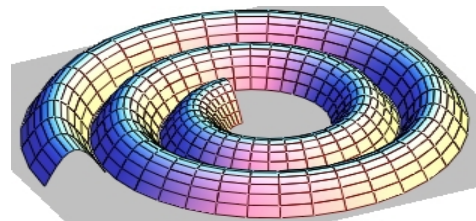
Координатная сеть поверхностей Монжа является линиями главных кривизн поверхности. Если образующей кривой поверхности Монжа будет прямая линия  $z = vtg\theta$  ( $\theta$  — угол наклона образующей прямой к плоскости направляющей кривой), то получаем торсовую поверхность одинакового ската [13–15]. При этом имеем:

$$z_v = tg\theta; \quad z_{vv} = 0; \quad 1 + z_v^2 = \frac{1}{\cos^2\theta}; \quad \Sigma = \frac{s' + vk_s}{\cos\theta};$$

$$E = (s' + vk_s)^2; \quad G = \frac{1}{\cos^2\theta}; \quad L = (s' + vk_s) k_s \sin\theta; \quad N = 0; \quad k_1 = \frac{k_s z_v \sin\theta}{s' + vk_s}; \quad k_2 = 0. \quad (11)$$



**Рис. 2.** Поверхность с направляющим эллипсом и образующей синусоидой  
И с т о ч н и к: выполнено В.Н. Ивановым  
**Figure 2.** Surface with an elliptical directrix and a sinusoidal generatrix  
S o u r c e: compiled by V.N. Ivanov



**Рис. 3.** Эвольвентно-синусоидальная поверхность Монжа  
И с т о ч н и к: выполнено В.Н. Ивановым  
**Figure 3.** Involute-sinusoidal Monge surface  
S o u r c e: compiled by V.N. Ivanov

Если угол наклона образующей прямой  $\theta = 0$ ,  $z = 0$ , то получаем криволинейно-трапециевидную в плане пластинку:

$$E = (s' + vk_s)^2; \quad G = 1; \quad L = N = 0; \quad k_1 = k_2 = 0. \quad (12)$$

Рассмотрим примеры поверхностей с конкретными направляющими кривыми и образующими кривыми. На рис. 2 приведена поверхность с направляющим эллипсом и синусоидальной образующей кривой, амплитуда которой изменяется по линейному закону:

$$\mathbf{r}_0(u) = X(u)\mathbf{i} + Y(u)\mathbf{j}; \quad X(u) = a \cos u; \quad Y(u) = b \sin u \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \quad z(u, v) = c \frac{u}{2\pi} \sin \pi \frac{v}{d};$$

$$u = 0 \div 2\pi; \quad v = 0 \div d,$$

где  $c$  — максимальная амплитуда синусоиды;  $d$  — ширина образующей синусоиды (поверхности).  
Определяем параметры направляющего эллипса и производные образующей кривой:

$$s' = \sqrt{X'^2 + Y'^2} = a\sqrt{\eta}; \quad \eta = \sin^2 u + \varepsilon^2 \cos^2 u; \quad \varepsilon = \frac{b}{a}; \quad s'' = \frac{a}{2} \frac{\eta'}{\sqrt{\eta}}; \quad \eta' = (1 + \varepsilon^2) \sin 2u;$$

$$k = \frac{X'Y'' - X''Y'}{s'^3} = \frac{\varepsilon}{a\eta^{3/2}}; \quad k_s = s'k = \frac{\varepsilon}{\eta}; \quad k'_s = -\frac{\varepsilon}{\eta^2} \eta' = -\varepsilon(1 + \varepsilon^2) \frac{\sin 2u}{\eta^2};$$

$$z_u = \frac{c}{2\pi} \sin \pi \frac{v}{d}; \quad z_{uu} = 0; \quad z_{uv} = \frac{c}{2d} \cos \pi \frac{v}{d}; \quad z_v = \frac{c}{2d} u \cos \pi \frac{v}{d}; \quad z_{vv} = -\frac{c\pi}{2d^2} u \sin \pi \frac{v}{d}.$$

Коэффициенты квадратичных форм:

$$E = \left( a\sqrt{\eta} + v \frac{\varepsilon}{\eta} \right)^2 + \frac{c^2}{4\pi^2} \sin^2 \pi \frac{v}{d} \quad G = 1 + \frac{c^2}{4d^2} u^2 \cos^2 \pi \frac{v}{d} \quad F = \frac{c^2}{8\pi d} u \sin 2\pi \frac{v}{d}$$

$$\Sigma = \sqrt{\left( a\sqrt{\eta} + v \frac{\varepsilon}{\eta} \right)^2 \left( 1 + \frac{c^2}{4d^2} u^2 \cos^2 \pi \frac{v}{d} \right) + \frac{c^2}{4\pi^2} \sin^2 \pi \frac{v}{d}};$$

$$L = (\rho_{um} m) = c \frac{\frac{1 + \varepsilon^2}{\pi} \left( \frac{a}{2 \sin 2u} + \varepsilon \frac{v}{\eta^2} \right) \sin 2u \sin \pi \frac{v}{d} + \left( a\sqrt{\eta} + v \frac{\varepsilon}{\eta} \right)^2 \frac{\varepsilon u}{d} \cos \pi \frac{v}{d}}{2\Sigma};$$

$$N = -\frac{c\pi}{2d^2} \frac{\left( a\sqrt{\eta} + v \frac{\varepsilon}{\eta} \right) u \sin \pi \frac{v}{d}}{\Sigma} \quad M = -c \frac{\frac{1}{\pi} \frac{\varepsilon}{\eta} \sin \pi \frac{v}{d} + \frac{1}{d} \left( a\sqrt{\eta} + v \frac{\varepsilon}{\eta} \right) \cos \pi \frac{v}{d}}{2\Sigma}. \quad (13)$$

Рассмотрим пример с поверхностью Монжа (рис. 3), с направляющей эвольвентой круга  $X(u) = a(\cos u + u \sin u)$ ;  $Y(u) = a(\sin u - u \cos u)$  и образующей синусоидой  $z = c \sin \frac{v}{d}$ ;  $u = (1 \div 5)\pi$ ;  $v = 0 \div d$ , где  $c$  — амплитуда синусоиды;  $d$  — ширина образующей синусоиды (поверхности).

Параметры направляющей эвольвенты и производные образующей кривой:

$$s' = au ; \quad s'' = a ; \quad k = \frac{1}{au} ; \quad k_s = 1 ; \quad k'_s = 0 ; \quad z_v = \frac{c}{d} \cos \frac{v}{d} ; \quad z_{vv} = -\frac{c}{d^2} \sin \frac{v}{d} .$$

Коэффициенты квадратичных форм и кривизны поверхности (см. рис. 3):

$$E = (au + v)^2 ; \quad G = (\rho_v \rho_v) = 1 + \frac{c^2}{d^2} \cos^2 \frac{v}{d} ; \quad \Sigma = (au + v) \sqrt{1 + \frac{c^2}{d^2} \cos^2 \frac{v}{d}} ;$$

$$L = \frac{c(au + v) \cos \frac{v}{d}}{d \sqrt{1 + \frac{c^2}{d^2} \cos^2 \frac{v}{d}}} ; \quad N = -\frac{c \sin \frac{v}{d}}{d^2 \sqrt{1 + \frac{c^2}{d^2} \cos^2 \frac{v}{d}}} ;$$

$$k_1 = \frac{ccos \frac{v}{d}}{d(au + v) \sqrt{1 + \frac{b^2}{d^2} \cos^2 \frac{v}{d}}} ; \quad k_2 = -\frac{c \sin \frac{v}{d}}{d^2 \left(1 + \frac{c^2}{d^2} \cos^2 \frac{v}{d}\right)^{3/2}} . \quad (14)$$

На рис. 4 приведена поверхность одинакового ската с направляющей лемниской Бернулли:

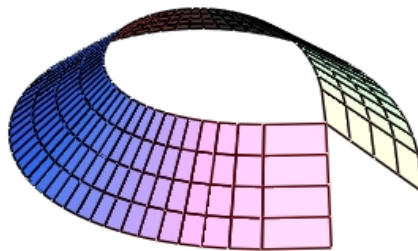
$$X(u) = aR(u) \cos u ; \quad Y(u) = aR(u) \sin u ;$$

$$R(u) = \sqrt{2 \cos 2u} , \quad u = (-1 \div 1)\pi \quad 4 .$$

$$s' = 2a R(u) ; \quad k = \frac{3}{2} \frac{R(u)}{a} ; \quad k_s = 3 .$$

Коэффициенты квадратичных форм и кривизны поверхности (рис. 4):

$$E = \left( \frac{2a}{R(u)} + 3v \right)^2 ; \quad G = \frac{1}{\cos^2 \theta} ; \quad L = 3 \left( \frac{2a}{R(u)} + 3v \right) \sin \theta ; \quad k_1 = 3 \frac{R(u) \sin \theta}{2a + 3R(u)v} ; \quad k_2 = 0 . \quad (15)$$



**Рис. 4.** Поверхность одинакового ската с лемниской Бернулли

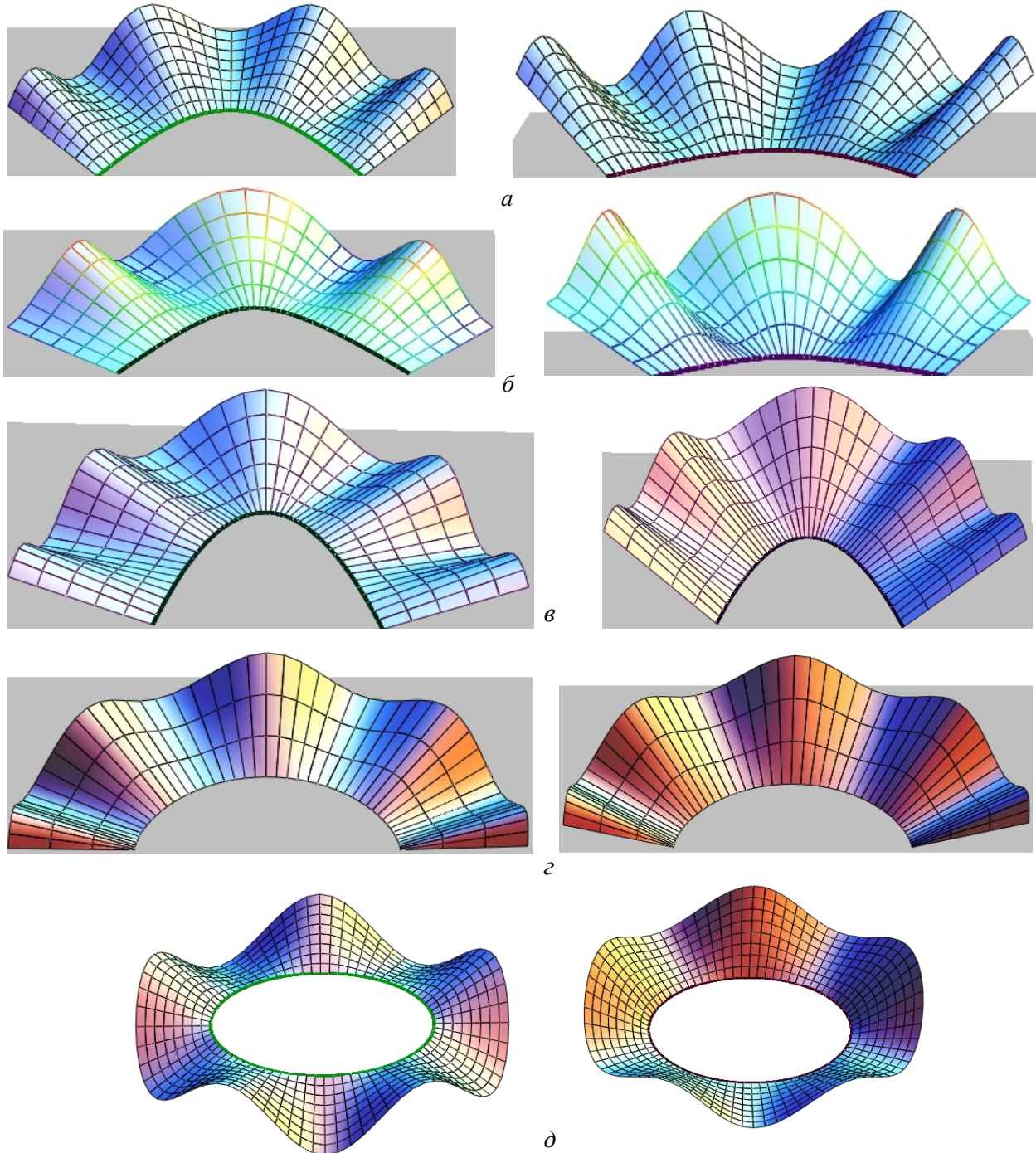
И с т о ч н и к: выполнено В.Н. Ивановым

**Figure 4.** Equal slope surface with the Bernoulli lemniscate

S o u r c e: compiled by V.N. Ivanov

Рассмотрим вариант линейчатых поверхностей, не относящихся к подклассу поверхностей одинакового ската.

На рис. 5 приведены волнообразные линейчатые поверхности с различными направляющими кривыми.



**Рис. 5.** Волнообразные линейчатые поверхности с направляющими кривыми:  
*a* — синусоида; *б* — гипербола; *в* — парабола; *г* — циклоида; *д* — эллипс  
 И с т о ч н и к: выполнено В.Н. Ивановым

**Figure 5.** Undulating ruled surfaces with directrix curves:  
*a* — sinusoid; *б* — hyperbola; *в* — parabola; *г* — cycloid; *д* — ellipse  
 S o u r c e: compiled by V.N. Ivanov

Образующая прямая при движении вдоль направляющей кривой совершает волнообразное движение в нормальной плоскости направляющей кривой:

$$a) z(u, v) = v(c + d \cos tu)$$

или

б)  $z(u, v) = v(c + d \sin tu)$ ,  $t = p \frac{\pi}{\Delta u}$ ,  $\Delta u = u_k - u_n$  — диапазон изменения координаты направляющей кривой;  $p$  — число полувольт колебания образующей кривой;  $c = \operatorname{tg} \theta$ ,  $\theta$  — угол наклона образующей кривой вокруг которого совершается колебательное движение образующей прямой:

$$a) z_u = -dvt \sin tu; z_{uu} = -dt^2 v \cos tu; z_v = c + d \cos tu; z_{uv} = -dt \sin tu; z_{vv} = 0;$$

$$б) z_u = dtv \cos tu; z_{uu} = -dt^2 v \sin tu; z_v = c + d \sin tu; z_{uv} = dt \cos tu; z_{vv} = 0. \quad (16)$$

На рис. 5 в левом столбце приведены волнообразные линейчатые поверхности при  $\theta = 0$ , в правом —  $\theta = 0$ .

Коэффициенты квадратичных форм и кривизны поверхности определяются по общим формулам (4–9), с учетом формул (16) и уравнений направляющих кривых, при этом  $N = 0$ ,  $k_v = 0$ .

При направляющей циклоиде (рис. 5,  $z$ )  $X(u) = a(u - \sin u)$ ,  $Y(u) = a(1 - \cos u)$ ,  $u = (0 \div 2\pi)$ , получим:

$$s' = 2a \sin(u/2); s'' = a \cos(u/2); k = \frac{1}{4a \sin(u/2)}; k_s = \frac{1}{2}; k'_s = 0;$$

$$E = \left( 2a \sin(u/2) + \frac{v}{2} \right)^2 + (dvt)^2 \cos^2(tu); G = 1 + (c + d \sin tu)^2; F = -dvt(c + d \sin tu) \sin tu;$$

$$\Sigma = \sqrt{\left[ \left( 2a \sin(u/2) + \frac{v}{2} \right)^2 + (dvt)^2 \cos^2(tu) \right] \left[ 1 + (c + d \cos tu)^2 \right] - [dvt(c + d \sin tu) \sin tu]^2};$$

$$L = \left[ adtv \cos^2(u/2) + \left( 2a \sin(u/2) + \frac{v}{2} \right)^2 \frac{c + d \cos tu}{2} - \left( 2a \sin(u/2) + \frac{v}{2} \right) dt^2 v \cos tu \right] \frac{1}{\Sigma};$$

$$M = \frac{dt}{2} \frac{v(\sin tu - \cos tu) - 4a \sin(u/2) \cos tu}{\Sigma} 0; N = 0. \quad (17)$$

#### 4. Результаты исследования

Исследуемый в работе класс поверхностей на криволинейно-трапециевидных планах практически образуется движением некоторой образующей кривой в нормальной плоскости заданной направляющей кривой. Образующая кривая может менять форму при движении вдоль направляющей кривой, но берется отрезок постоянной ширины.

На основе общих формул рассматриваемого класса поверхностей получены формулы поверхностей с конкретными направляющими кривыми и функциями образующих кривых как для поверхностей общего типа, так и для поверхностей Монжа и поверхностей одинакового ската. Из этих выводов видно, что использование общих формул коэффициентов квадратичных форм класса поверхностей значительно упрощает процесс вывода формул для конкретной поверхности.



Для каждой исследуемой поверхности приведены рисунки поверхности.

Рассмотрен подкласс волнообразных поверхностей, образуемых прямой образующей, совершающих колебательные движения в нормальной плоскости направляющей кривой. Получены формулы квадратичных форм этого подкласса. Приведены рисунки волнообразных поверхностей на криволинейно-трапециевидных планах с различными направляющими кривыми.

Рисунки поверхностей выполнены в системе MathCad на основе векторных уравнений поверхностей [8; 16].

Представленные поверхности на криволинейно-трапециевидных планах на данный момент еще не нашли реального воплощения в объектах гражданского и промышленного назначения, но можно с уверенностью утверждать, что они войдут в резерв поверхностей для будущего использования, по аналогии с поверхностями, перечисленными в [17; 18]. Кроме чисто теоретического использования полученных материалов, поверхности на криволинейно-трапециевидных планах могут помочь более четко определить границы новейших архитектурных стилей, появившихся в XXI в. [19; 20].

## 5. Заключение

Показано:

а) если функция вертикальной координаты поверхности зависит от координатного параметра направляющей кривой поверхности (форма образующей кривой изменяется в процессе движения в нормальной плоскости направляющей кривой), то координатная система поверхностей не является ни ортогональной, ни сопряженной;

б) если в нормальной плоскости направляющей кривой движется неизменная кривая, то система координат поверхности является линиями главных кривизн. Этот подкласс исследуемого класса поверхностей относится к классу поверхностей Монжа. На основе общих формул получены формулы коэффициентов квадратичных форм поверхностей Монжа;

в) если в нормальной плоскости направляющей кривой движется прямая линия с постоянным наклоном к плоскости направляющей кривой, то получаем торсовую поверхность одинакового ската. Этот вид поверхностей является подклассом поверхностей Монжа.

В работе получено:

1) векторное уравнение класса поверхностей на криволинейно-трапециевидных планах;

2) на основе векторного уравнения получены формулы коэффициентов квадратичных форм и кривизн исследуемого класса поверхностей.

Многие архитекторы и инженеры-строители уверены, что в XXI веке происходит возрождение интереса к проектированию и строительству криволинейных структур и тонких оболочек. В связи с этим необходимо расширять число новых аналитических поверхностей и показывать их преимущества при использовании в архитектуре, машиностроении и геометрии.

## Список литературы

1. Иванов В.Н., Имомназаров Т.С., Фархан И.Т. Ортогональная криволинейная система координат и построение поверхностей на трапециевидно-криволинейных планах // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2017. Т. 18. № 4. С. 518–527. <https://doi.org/10.22363/2312-8143-18-4-518-527>

2. Mamieva I.A., Gbaguidi-Aisse G.L. Influence of the geometrical researches of rare type surfaces on design of new and unique structures // Строительство и реконструкция. 2019. № 5(85). С. 23–34. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2019-85-5-23-34>

3. Krivoshepko S.N. Kinematic surfaces with congruent generatrix curves // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2023. Vol. 24. № 2. P. 166–176. <https://doi.org/10.22363/2312-8143-2023-24-2-166-176>

4. Мамиева И.А. Аналитические поверхности для параметрической архитектуры в современных зданиях и сооружениях // Academia. Архитектура и строительство. 2020. № 1. С. 150–165. EDN: KNYКТУ

5. Шуликовский В.И. Классическая дифференциальная геометрия. М.: ГИФМЛ, 1963. 40 с.

6. Forsyth A.R. Lectures on the Differential Geometry of Curves and Surfaces. Cambridge, 1920.

7. Иванов В.Н. Геометрия и формообразование нормальных поверхностей с семейством плоских координатных линий // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2011. № 4. С. 6–14. EDN: MQIJF
8. Иванов В.Н., Романова В.А. Конструкционные формы пространственных конструкций, визуализация поверхностей в системах «MathCad» и «AutoCAD»: монография. М.: Изд-во АСВ, 2016. 412 с.
9. Иванов В.Н., Шмелева А.А. Геометрические характеристики деформированного состояния оболочек с ортогональной системой координат срединной поверхности // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2020. Т. 16. № 1. С. 38–44. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-1-38-44>
10. Монж Г. Приложение анализа к геометрии. М.: ОНТИ, 1936.
11. Gil-oulbé M., Ndomilep A.J.I. Geometry and classification of carved Monge surfaces. *Journal of Physics Conference Series*. 2021. Vol. 1687(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1687/1/012002>
12. Bulca B., K. Arslan K. Surfaces Given with the Monge Patch in E4E4 // *Journal of mathematical physics analysis geometry*. 2013. Vol. 9. No. 4. P. 435–447.
13. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. *Encyclopedia of Analytical Surfaces*. Springer International Publishing Switzerland, 2015. 752 p.
14. Иванов В.Н., Алёшина О.О. Сравнительный анализ результатов определения параметров напряженно-деформированного состояния оболочки одинакового ската с направляющим эллипсом в основании // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2019. Т. 15. № 5. С. 374–383. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-5-374-383>
15. Кривошапко С.Н. Геометрия линейчатых поверхностей с ребром возврата и линейная теория расчета торсовых оболочек: монография. М.: РУДН, 2009. 357 с.
16. Ivanov V.N. Constructing shells and their visualization in system “MathCad” on basis of vector equations of surfaces // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2019. Vol. 456. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/456/1/012018>
17. Bradshaw R., Campbell D., Gargari M., Mirmiran A., Tripeny P. Special structures. Past, present, and future // *Journal of Structural Engineering*. 2002. Vol. 128. P. 691–701. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2002\)128:6\(691\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2002)128:6(691))
18. Gil-oulbe M. Reserve of analytical surfaces for architecture and construction // *Building and Reconstruction*. 2021. № 6 (98). P. 63–72. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2021-98-6-63-72>
19. Pakowska M. Parametric, generative, evolutionary, organic and bionic architecture — A new look at an old problem // *Architecture et Artibus*. 2014. № 1. P. 42–45. URL: <http://aeawa.pb.edu.pl/wp-content/uploads/2018/08/Architektura-1-2014-artykul-IX.pdf> (дата обращения: 11.09.2023)
20. Alborova L.A., Mamieva I.A. Curvilinear forms in architecture of buildings and structures up to the XXI Century // *Academia. Архитектура и строительство*. 2023. № 3. P. 154–164. <https://doi.org/10.22337/2077-9038-2023-3-154-164>

## References

1. Ivanov V.N., Imomnazarov T.S., Farhan I.T. Orthogonal Curved Coordinate System and Forming the Surfaces on Trapezium-Curved Plans. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2017;18(4):518–527. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/2312-8143-18-4-518-527>
2. Mamieva I.A., Gbaguidi-Aisse G.L. Influence of the geometrical researches of rare type surfaces on design of new and unique structures. *Building and reconstruction*. 2019;5(85):23–34. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2019-85-5-23-34>
3. Krivoshapko S.N. Kinematic surfaces with congruent generatrix curves. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2023;24(2):166–176. <https://doi.org/10.22363/2312-8143-2023-24-2-166-176>
4. Mamieva I.A. Analytical surfaces for parametric architecture in contemporary buildings and structures. *Academia. Architecture and construction*. 2020;1:150–165. (In Russ.) EDN: KNYKTY
5. Shulikovskiy V.I. *Classical differential geometry*. Moscow: GIFVL; 1963. (In Russ.)
6. Forsyth A.R. *Lectures on the Differential Geometry of Curves and Surfaces*. Cambridge; 1920.
7. Ivanov V.N. Geometry and forming of the normal surfaces with system of plane coordinate lines. *Structural mechanics of engineering constructions and buildings*. 2011;4:6–14. (In Russ.) EDN: MQIJF
8. Ivanov V.N., Romanova V.A. *Constructive forms of space constructions. Visualization of the surfaces at the systems “MathCAD,” and “AutoCAD.”* Monograph. Moscow: ASV Publ.; 2016.
9. Ivanov V.N., Shmeleva A.A. Geometric characteristics of the deformation state of the shells with orthogonal coordinate system of the middle surfaces. *Structural mechanics of engineering constructions and buildings*. 2020;1:38–44. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-1-38-44>
10. Monge G. *Application of analysis to neometry*. Moscow: ONTI Publ.; 1936.
11. Gil-oulbé M., Ndomilep A.J.I. Geometry and classification of carved Monge surfaces. *Journal of Physics Conference Series*. 2021;1687(1):012002. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1687/1/012002>





12. Bulca B., Arslan K. Surfaces Given with the Monge Patch in E4E4. *Journal of mathematical physics analysis geometry*. 2013;9(4):435–447.
13. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. *Encyclopedia of Analytical Surfaces*. Switzerland: Springer International Publ.; 2015.
14. Ivanov V.N., Alyoshina O.O. Comparative analysis of the results of determining the parameters of the stress-strain state of equal slopes shell. *Structural mechanics of engineering constructions and buildings*. 2019;15(5):374–383. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-5-374-383>
15. Krivoshapko S.N. *Geometry of ruled surfaces with cuspidal edge and the linear theory of analysis of torus shells*. Monograph. Moscow: RUDN; 2009. (In Russ.)
16. Ivanov V.N. Constructing shells and their visualization in system “MathCad” on basis of vector equations of surfaces. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2019;456(2018):012018. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/456/1/012018>
17. Bradshaw R., Campbell D., Gargari M., Mirmiran A., Tripeny P. Special structures. Past, present, and future. *Journal of Structural Engineering*. 2002;128:691–701. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2002\)128:6\(691\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2002)128:6(691))
18. Gil-oulbe M. Reserve of analytical surfaces for architecture and construction. *Building and Reconstruction*. 2021;6(98):63–72. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2021-98-6-63-72>
19. Pakowska M. Parametric, generative, evolutionary, organic and bionic architecture — A new look at an old problem. *Architecture et Artibus*. 2014;1:42–45. Available from: <http://aeawa.pb.edu.pl/wp-content/uploads/2018/08/Architektura-1-2014-artykul-IX.pdf> (accessed: 11.09.2023).
20. Alborova L.A., Mamieva I.A. Curvilinear forms in architecture of buildings and structures up to the XXI Century. *Academia. Architecture and Construction*. 2023;3:154–164. (In Russ.) <https://doi.org/10.22337/2077-9038-2023-3-154-164>

## РАСЧЕТ ТОНКИХ УПРУГИХ ОБОЛОЧЕК ANALYSIS OF THIN ELASTIC SHELLS

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-2-146-158  
UDC 624.04:624.074:514  
EDN: DSRDSR


Research article / Научная статья

### Geometric Investigation of Three Thin Shells with Ruled Middle Surfaces with the Same Main Frame

Gerard L. Gbaguidi Aisse<sup>1</sup>, Olga O. Aleshina<sup>2</sup>, Iraida A. Mamieva<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Verechaguine AK School of Civil Engineering, Cotonou, Republic of Benin

<sup>2</sup> RUDN University, Moscow, Russia

 xiaofeng@yandex.ru

#### Article history

Received: November 23, 2023

Revised: January 21, 2024

Accepted: February 14, 2024

#### Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest.

#### Authors' contribution

Undivided co-authorship.

**Abstract.** It is proved and illustrated that by taking the main frame of the surface, consisting of three plane curves placed in three coordinate planes, three different algebraic surfaces with the same rigid frame can be designed. For the first time, one three of new ruled surfaces in a family of five threes of ruled surfaces, formed on the basis of some shapes of hulls of river and see ships, which, in turn, are projected in the form of algebraic surfaces with a main frame of three superellipses or of three other plane curves, is under consideration in detail with a standpoint of differential geometry. The geometrical properties of the ruled surfaces taken as the middle surfaces of thin shells for industrial and civil engineering are presented. Analytical formulas for determination of force resultants with using the approximate momentless theory of shells of zero Gaussian curvature given by non-orthogonal conjugate curvilinear coordinates are offered for the first time. The results derived using these formulae will help to correct the results obtained by numerical methods.

**Keywords:** thin shell, ruled surface, algebraic surface, main frame of the surface, superellipse

#### For citation


Gbaguidi Aisse G.L., Aleshina O.O., Mamieva I.A. Geometric Investigation of three thin shells with ruled middle surfaces with the same main frame. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(2):146–158. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-146-158>

**Gerard L. Gbaguidi Aisse**, PhD of Technical Sciences, Director, Verechaguine AK School of Civil Engineering, Cotonou, Republic of Benin; ORCID: 0000-0002-8557-1392; E-mail: gbaguidi.gerard@yahoo.fr

**Olga O. Aleshina**, Candidate of Technical Sciences, Assistant of the Department of Civil Engineering, Engineering Academy, RUDN University; Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 6004-2422; ORCID: 0000-0001-8832-6790; E-mail: xiaofeng@yandex.ru

**Iraida A. Mamieva**, Assistant of the Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, RUDN University, Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 3632-0177; ORCID: 0000-0002-7798-7187; E-mail: i\_mamieva@mail.ru

© Gbaguidi Aisse G.L., Aleshina O.O., Mamieva I.A., 2024

 This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

## Геометрическое исследование трех оболочек с линейчатыми срединными поверхностями с одинаковым главным каркасом

Ж.Л. Гбагуди Аиссе<sup>1</sup>, О.О. Алёшина<sup>2</sup>, И.А. Мамиева<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Высшая школа гражданского строительства им. А.К. Верещагина, Котону, Республика Бенин

<sup>2</sup> Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

✉ xiaofeng@yandex.ru

### История статьи

Поступила в редакцию: 23 ноября 2023 г.

Доработана: 21 января 2024 г.

Принята к публикации: 14 февраля 2024 г.

### Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### Вклад авторов

Нераздельное соавторство.

**Аннотация.** Показано и проиллюстрировано, что, взяв основной каркас поверхности, состоящий из трех плоских кривых, расположенных в трех координатных плоскостях, можно спроектировать три различные алгебраические поверхности с одним и тем же жестким каркасом. Рассмотрена одна тройка новых линейчатых поверхностей в семействе из пяти троек линейчатых поверхностей, сформированных на основе некоторых форм корпусов речных и морских судов, которые, в свою очередь, проецируются в виде алгебраических поверхностей с основным каркасом из трех суперэллипсов или из трех других плоские кривые подробно рассматриваются с точки зрения дифференциальной геометрии. Приводятся геометрические свойства линейчатых поверхностей, взятых в качестве средних поверхностей тонких оболочек для промышленного и гражданского строительства. Предложены аналитические формулы для определения результирующих сил с использованием приближенной безмоментной теории оболочек нулевой гауссовой кривизны, заданных неортогональными сопряженными криволинейными координатами. Результаты, полученные с использованием этих формул, помогут скорректировать результаты, полученные численными методами.

**Ключевые слова:** тонкая оболочка, линейчатая поверхность, алгебраическая поверхность, главный каркас поверхности, суперэллипс

### Для цитирования

Gbaguidi Aisse G.L., Aleshina O.O., Mamieva I.A. Geometric investigation of three thin shells with ruled middle surfaces with the same main frame // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 2. С. 146–158. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-146-158>

## 1. Introduction

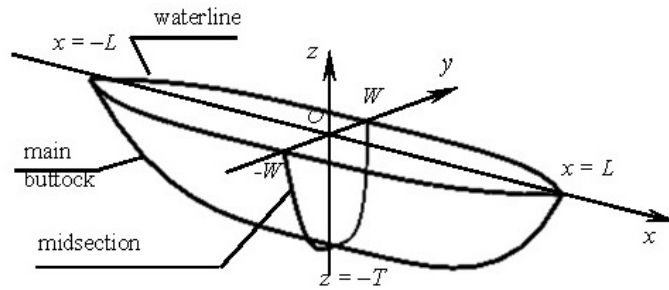
The geometry and shaping of surfaces, design, calculation and application of thin-walled structures based on different types of surfaces have been the subject of many scientific works. At the same time, there are always questions to be considered and new results to be obtained. The purpose of this research is to investigate the possibility of shaping surfaces with a framework of three plan curves in the superellipse type and to investigate the stress-strain state of these shells.

*Гбагуди Аиссе Жерар Леопольд*, доктор наук, директор Высшей школы гражданского строительства им. А.К. Верещагина, Котону, Республика Бенин; ORCID: 0000-0002-8557-1392; E-mail: gbaguidi.gerard@yahoo.fr

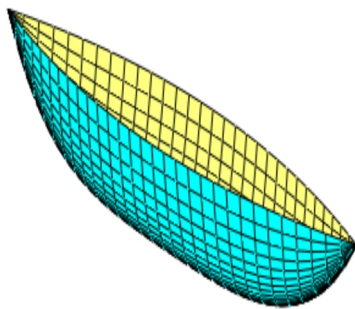
*Алёшина Ольга Олеговна*, кандидат технических наук, ассистент департамента строительства инженерной академии, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 6004-2422; ORCID: 0000-0001-8832-6790; E-mail: xiaofeng@yandex.ru

*Мамиева Ираида Ахсарбеговна*, ассистент департамента строительства инженерной академии, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 3632-0177; ORCID: 0000-0002-7798-7187; E-mail: i\_mamieva@mail.ru

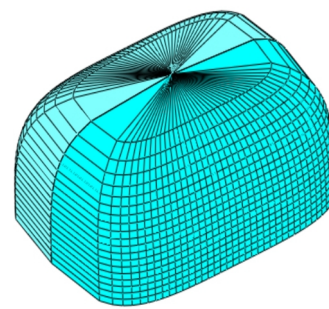
It was proved that taking the main frame of the surface, consisting of three plane curves placed in three coordinate planes (Figure 1), it is possible to design three different algebraic surfaces with the same rigid frame [1–3]. In Figure 1, the plane curve in section with  $yOz$  plane coincides with midsection, in section with  $xOz$  plane coincides with main buttock section and in section with  $xOy$  plane the plane curve coincides with waterline. These three plane curves lie in mutually perpendicular cross-sections of the ship's hull. The geometric parameters of the hull (see Figure 1) are defined as follows:  $T$  — hull draft,  $2W$  — hull width,  $2L$  — hull length. The surfaces constructed in this way are used for forming hulls of river and sea ships (Figure 2) and underwater vehicles [1; 3]. It was first offered in [4; 5] to use these surfaces as middle surfaces of building shells (Figures 3, 4).



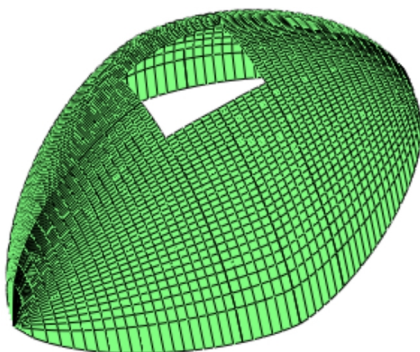
**Figure 1.** Hydrodynamic surface skeleton consisting of three plane curves [2]  
 S o u r c e: made by S.N. Krivoshapko



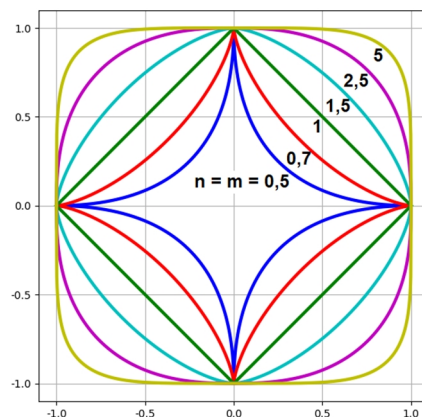
**Figure 2.** A surface of ship hull formed by a family of midship sections [2]  
 S o u r c e: made by S.N. Krivoshapko



**Figure 3.** The surface with a main frame from three superellipses formed by plane lines at horizontal planes [4]  
 S o u r c e: made by O.O. Aleshina



**Figure 4.** The surface with a main frame from three superellipses formed by plane lines at vertical plane [5]  
 S o u r c e: made by O.O. Aleshina



**Figure 5.** Lame curves at different values of parameters  $n = m = 0,5; 0,7; 1; 1,5; 2,5; 5$  [6]  
 S o u r c e: <https://mathworld.wolfram.com/Superellipse.html>

In [3] three plane curves (see Figure 1) were taken as Lamé curves, also known as superellipses [6]. In [3] the waterline, the main buttock and the midsection were accepted in the form of superellipses. Parameters  $r, t, n, m, s, k$  are positive degrees of superellipse equations. The application of superellipses as plane curves gave the opportunity to simplify the visualization process of studied surfaces.

Assume that plane curves of the main frame of studied surfaces represent superellipses [6] and are given in the form:

the first curve is placed in the plane  $z = 0$ :

$$|y|^r = W^r \left(1 - |x|^t / L^t\right), \quad (1)$$

the second curve is placed in the plane  $x = 0$ :

$$|z|^n = T^n \left(1 - |y|^m / W^m\right). \quad (2)$$

the third curve is placed in the plane  $y = 0$ :

$$|z|^s = T^s \left(1 - |x|^k / L^k\right), \quad (3)$$

where  $r = t, n = m, s = k$ , for convex curves  $r, t, n, m, s, k > 1$ ; for concave curves  $r, t, n, m, s, k < 1$ . If to take  $r = t = 1, n = m = 1$  (see Figure 5),  $s = k = 1$ , then curves (1)–(3) degenerate into straight lines, and superellipses degenerate into rhombs. Arbitrary parameters  $n, m, r, t, s, k$  make it possible to obtain a large number of different surface shapes.

Using the method set forth in [1; 2], we can derive explicit equations of three algebraic surfaces with the same main frame (1)–(3):

➤ with generatrix family of the section  $x = \text{const}$ :

$$|z| = T \left(1 - |x|^k / L^k\right)^{1/s} \left[1 - |y| / W^m / \left(1 - |x| / L^t\right)^{m/r}\right]^{1/n}; \quad (4)$$

➤ with generatrix family of the section  $y = \text{const}$ :

$$|z| = T \left(1 - |y|^m / W^m\right)^{1/n} \left[1 - |x| / L^k / \left(1 - |y| / W^r\right)^{k/t}\right]^{1/s}; \quad (5)$$

➤ with generatrix family of the section  $z = \text{const}$ :

$$|y| = W \left(1 - |z|^n / T^n\right)^{1/m} \left[1 - |x| / L^t / \left(1 - |z| / T^s\right)^{t/k}\right]^{1/r}, \quad (6)$$

where  $-L \leq x \leq L, -W \leq y \leq W, 0 \leq z \leq T$ .

The explicit equations of surfaces (4)–(6) can be transformed into parametrical equations:

$$\begin{aligned} x &= x(u) = \pm uL, \quad y = y(u, v) = vW \left[1 - u^t\right]^{1/r}; \\ z &= z(u, v) = T \left[1 - u^k\right]^{1/s} \left[1 - |v|^m\right]^{1/n}; \end{aligned} \quad (4a)$$

$$\begin{aligned}
 x &= x(u, v) = vL \left[ 1 - u^r \right]^{1/t}, \quad y = y(u) = \pm uW; \\
 z &= z(u, v) = T \left[ 1 - u^m \right]^{1/n} \left[ 1 - |v|^k \right]^{1/s};
 \end{aligned}
 \tag{5a}$$

$$\begin{aligned}
 x &= x(u, v) = vL \left[ 1 - u^s \right]^{1/k}; \\
 y &= y(u, v) = \pm W \left[ 1 - u^n \right]^{1/m} \left[ 1 - |v|^t \right]^{1/r}, \quad z = x(u) = uT,
 \end{aligned}
 \tag{6a}$$

where  $0 \leq u \leq 1$ ,  $-1 \leq v \leq 1$ ;  $u, v$  are dimensionless parameters and are the curvilinear coordinates lines of the surfaces.

I.A. Mamieva in [7] proposed to introduce ruled surfaces given by equations (4)–(6) or (4a)–(6a). It is established that due to the equations presented above, it is possible to construct five groups of ruled surfaces, and each group contains three surfaces.

The aim of the investigation is to study the geometry and carry out a static analysis of shells with two types of new ruled middle surfaces, first presented in [7]. This research will help to choose the optimal shapes of ruled shells and extend the opportunities of their form-building for architects within the modern architectural styles [8].

## 2. Method

### 2.1. Geometry of ruled surfaces based on algebraic surfaces with the main frame of three superellipses (1)–(3)

Let the superellipse placed in the  $xOy$  plane be given by formula (1), and let the other two superellipses of the main frame degenerate in straight lines, i.e.  $n = m = s = k = 1$ , then we shall have three surfaces on the oval plane:

$$z = T \left( 1 - |x|/L \right) \left[ 1 - |y|/W / \left( 1 - |x|/L \right)^{1/r} \right];
 \tag{7}$$

$$z = T \left( 1 - |y|/W \right) \left[ 1 - |x|/L / \left( 1 - |y|/W \right)^{1/t} \right];
 \tag{8}$$

$$|y| = W \left( 1 - z/T \right) \left[ 1 - |x|/L / \left( 1 - z/T \right)^t \right]^{1/r},
 \tag{9}$$

where  $-L \leq x \leq L$ ,  $-W \leq y \leq W$ ,  $0 \leq z \leq T$ .

The explicit equations of the surfaces (7)–(9) can be transformed into parametric equations:

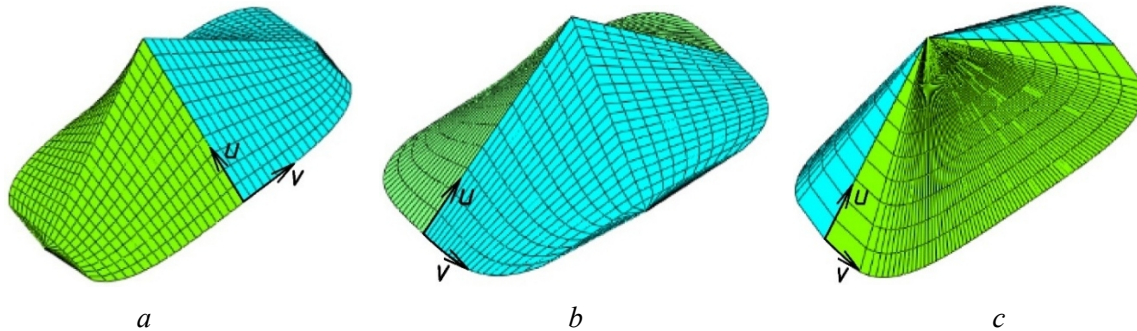
$$\begin{aligned}
 x &= x(u) = \pm uL, \quad y = y(u, v) = vW \left[ 1 - u^t \right]^{1/r}; \\
 z &= z(u, v) = T \left[ 1 - u \right] \left[ 1 - |v| \right], \quad (\text{Figure 6, } a);
 \end{aligned}
 \tag{7a}$$

$$\begin{aligned}
 x &= x(u, v) = vL \left[ 1 - u^r \right]^{1/t}, \quad y = y(u) = \pm uW; \\
 z &= z(u, v) = T \left[ 1 - u \right] \left[ 1 - |v| \right], \quad (\text{Figure 6, } b);
 \end{aligned}
 \tag{8a}$$



$$\begin{aligned}
 x &= x(u, v) = vL[1 - u], \quad y = y(u, v) = \pm W[1 - u] \left[ 1 - |v|^t \right]^{1/r}; \\
 z &= z(u, v) = uT, \quad (\text{Figure 6, c}).
 \end{aligned}
 \tag{9a}$$

Three surfaces with  $r = t = 4$ , but with the same main frame are shown in Figure 6, where  $u, v$  are the curvilinear coordinates lines of the surfaces.



**Figure 6.** The ruled surfaces on a plane oval base with the same main frame  
 Source: made by G.L. Gbaguidi Aisse, O.O. Aleshina, I.A. Mamieva

It is obviously that the first two surfaces (7) and (8) are the cylindroids [9]. Rewrite equations (7)–(9) in the detailed form:

$$\left[ z - T(1 - |x|/L) \right]^r \left( 1 - |x|^r / L^r \right) = \left[ -T|y|(1 - |x|/L) / W \right]^r; \tag{7b}$$

$$\left[ z - T(1 - |y|/W) \right]^r \left( 1 - |y|^r / W^r \right) = \left[ -T|x|(1 - |y|/W) / L \right]^r; \tag{8b}$$

$$|y|^r / W^r + |x|^r / L^r - [1 - z/T]^r = 0. \tag{9b}$$

So, the ruled surfaces (7), (8) are algebraic surfaces of the  $2r$  order. The ruled surface (9) is the  $r$  order algebraic surface.

Taking into account that only the shells shown in Figure 6, i.e. with  $r = 4$ , will be considered below, let us determine the coefficients of the basic quadratic forms [9] (Gaussian quantities of the first and second orders in theory of surfaces) for their middle surfaces. The coefficients of the first quadratic form  $E, G, F$  characterize the internal geometry of the shell, the coefficients of the second quadratic form  $L, M, N$  characterize the curvature of the surface in space.

Each surface defined by parametric equations can be given by the vector equation

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v) = x(u, v)\mathbf{i} + y(u, v)\mathbf{j} + z(u, v)\mathbf{k}.$$

In this case, the coefficients of the basic quadratic forms [9] of the surface (7a) are expressed as

$$\begin{aligned}
 E &= A^2 = \mathbf{r}_u^2 = L^2 + v^2 u^6 W^2 / (1 - u^4)^{3/2} + T^2 (1 - v)^2; \\
 G &= B^2 = \mathbf{r}_v^2 = W^2 (1 - u^4)^{1/2} + T^2 (1 - u)^2 = B^2(u); \\
 F &= \mathbf{r}_u \mathbf{r}_v = -vu^3 W^2 / (1 - u^4)^{1/2} + T^2 (1 - u)(1 - v);
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

$$\begin{aligned} \underline{L} &= \mp \frac{3LTWvu^2(1-u)}{\sqrt{A^2B^2 - F^2}(1-u^4)^{7/4}}; \\ M &= \pm \frac{LTW(1-u^3)}{\sqrt{A^2B^2 - F^2}(1-u^4)^{3/4}}; \\ N &= 0, \end{aligned} \tag{11}$$

where  $A$  and  $B$  are the Lamé parameters of the surface.

The curvature coefficient  $N = 0$  of the undeformed middle surface shows that the coordinate lines  $v$  coincide with straight generatrices of the surface (7a). The metric coefficient  $F \neq 0$  shows that the curvilinear coordinates  $u, v$  are non-orthogonal, and the curvature coefficient  $M \neq 0$  of the undeformed middle surface shows that the coordinate lattice  $u, v$  is non-conjugate.

The coefficients of the basic quadratic forms [9] of the surface (8a) are expressed as

$$\begin{aligned} E = A^2 = \mathbf{r}_u^2 &= W^2 + v^2u^6 L^2 / (1-u^4)^{3/2} + T^2(1-v)^2; \\ G = B^2 = \mathbf{r}_v^2 &= L^2(1-u^4)^{1/2} + T^2(1-u)^2 = B^2(u); \\ F = \mathbf{r}_u \mathbf{r}_v &= -vu^3 L^2 / (1-u^4)^{1/2} + T^2(1-u)(1-v); \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned} \underline{L} &= \pm \frac{3LTWvu^2(1-u)}{\sqrt{A^2B^2 - F^2}(1-u^4)^{7/4}}; \\ M &= \mp \frac{LTW(1-u^3)}{\sqrt{A^2B^2 - F^2}(1-u^4)^{3/4}}; \\ N &= 0. \end{aligned} \tag{13}$$

The replacement of constant geometrical parameters  $W \leftrightarrow L$  in formulas (12), (13) permits to obtain formulas (10), (11). Comments to formulas (12), (13) will be analogous to comments to formulas (10) and (11).

The two ruled surfaces shown in Figure 6, *a* and Figure 6, *b* are surfaces of negative Gaussian curvature because

$$K = (\underline{L}N - M^2) / (A^2B^2 - F^2) = -M^2 / (A^2B^2 - F^2) < 0. \tag{14}$$

The differentials of the corresponding arcs of coordinate lines  $u$  and  $v$  can be calculated using the formulas  $ds_u = Adu$  and  $ds_v = Bdv$ .

The coefficients of the basic quadratic forms [9] of the surface (9a) are expressed as

$$\begin{aligned} E = A^2 = \mathbf{r}_u^2 &= W^2(1-v^4)^{1/2} + v^2L^2 + T^2 = A^2(v); \\ G = B^2 = \mathbf{r}_v^2 &= (1-u)^2 \left[ L^2 + v^6W^2 / (1-v^4)^{3/2} \right]; \\ F = \mathbf{r}_u \mathbf{r}_v &= -v(1-u) \left[ L^2 + v^2W^2 / (1-v^4)^{1/2} \right]; \end{aligned} \tag{15}$$

$$E = A^2 = \left[ \frac{W^2}{(1-v^4)^{3/2}} (L^2 + T^2 v^6) + L^2 T^2 \right] = (1-u)^2 [f(v)];$$

$$N = \mp \frac{3TLWv^2(1-u)^2}{\sqrt{A^2 B^2 - F^2} (1-v^4)^{7/4}};$$

$$L = 0, M = 0. \quad (16)$$

The coefficients of the basic quadratic forms (15), (16) of the surfaces (9a) show that the coordinate lines  $u$  are straight lines, and the surface in question is a surface of zero Gaussian curvature

$$K = (\underline{L}N - M^2) / (A^2 B^2 - F^2) = 0. \quad (17)$$

The curvilinear coordinate lines  $u$  are principal curvature lines of the surface (9a).

The curvature coefficient  $M=0$  (16), therefore, curvilinear coordinate lines  $u, v$  are conjugate, and this is naturally, as every family of lines intersecting a family of straight coordinate lines on surfaces forms conjugate nets on them.

### ***2.2. Preconditions for choosing a method for determining the parameters of the stress-strain state of the ruled shells***

The article [10] presents four stages of creation and development of the theory of plates and shells, which gave rise to the mechanism of analysis of spatial roof structures of large-span buildings and structures at the modern level. The beginning of the fourth stage in the development of the shell theory, design and construction of large-span structures has been laid since the very beginning of the 21<sup>st</sup> century.

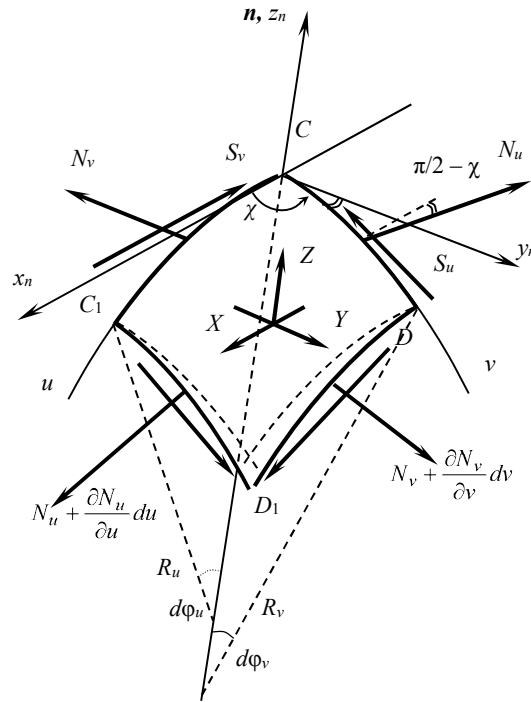
At present, there is a great variety of analytical, semi-analytical, and numerical methods for analyzing shells and shell structures. In the previous part, it is shown that middle surfaces of the shell in question are given in Cartesian coordinates using algebraic equations (4)–(6) or parametric equations (4a)–(6a). The curvilinear coordinate lines  $u, v$  on these surfaces are non-orthogonal ( $F \neq 0$ ) and non-conjugate ( $M \neq 0$ ) coordinate lines. One family of coordinate lines coincides with the rectilinear generatrices of the surfaces ( $\underline{L} = 0$  or  $N = 0$ ).

Taking these conditions into consideration, one can use the system of 20 governing equations of Goldenveiser [11] of thin shell theory for arbitrary curvilinear coordinates containing internal “pseudo-forces” and “pseudo-moments” or the system of governing equations suggested by Krivoschapko [12] containing internal forces and moment recalculated per unit length of curvilinear coordinates or the governing equations of Grigorenko and Timonin [13] written in tensor form. The governing equations offered by these scientists contain the coefficients of the basic quadratic forms of surfaces, which for the considered ruled shells are presented in this paper for the first time.

The analysis of published works has shown that these three groups of governing equations of the linear theory of thin shells have been used only for simplified momentless theory of shells or for the analysis of ruled shells with assumption of some simplifications in the geometry or in the governing equations of the shell theory [14].

### ***2.3. The momentless theory of analysis of the conical shell presented in Figure 6, c***

The equilibrium equations of the approximate momentless thin shell theory for an arbitrary coordinate system are obtained from the equilibrium equations of the moment theory. Eliminating the bending and twisting moments and retaining the normal and tangent internal forces, we can write (Figure 7) [12]:



**Figure 7.** Internal forces in a momentless shell [12]  
 Source: made by S.N. Krivoschapko

$$\frac{\partial}{\partial v}(AS_v) + \frac{N_u - N_v}{\sin\chi} \left( \frac{\partial B}{\partial u} - \frac{\partial A}{\partial v} \cos\chi \right) + \frac{\partial A}{\partial v} S_u + B \frac{\partial S_u}{\partial u} \cos\chi + B \frac{\partial N_u}{\partial u} \sin\chi + ABX \sin\chi = 0; \quad (18)$$

$$\frac{\partial}{\partial v}(AN_v) + \frac{S_u + S_v}{\sin\chi} \left( \frac{\partial B}{\partial u} - \frac{\partial A}{\partial v} \cos\chi \right) - \frac{\partial A}{\partial v} N_u + B \frac{\partial S_u}{\partial u} \sin\chi - B \frac{\partial N_u}{\partial u} \cos\chi = 0; \quad (19)$$

$$\frac{N_v}{R_v \sin\chi} - Z \sin\chi = 0; \quad (20)$$

$$(S_u - S_v) \sin\chi + (N_v - N_u) \cos\chi = 0. \quad (21)$$

Thus, equations (19), (20) contain the resultant forces  $N_u$ ,  $N_v$  and  $S_u \neq S_v$  which are the forces per unit length.  $X$  and  $Z$  represent the external forces per unit area applied to the surface.

The equations (18)–(21) were written with allowance for  $1/R_u = Y = 0$  for the problem in question. The full version of the equations (18)–(21) is presented in [12].

In addition,  $\cos\chi = F/(AB)$ ,  $\sin\chi$ ,  $\partial B/\partial u$  are functions of the dimensionless parameter  $v$  only.

From the equation (20) we get the normal force  $N_v$ :

$$N_v = Z \sin^2 \chi R_v = \frac{Z \sin^2 \chi B^2}{N} = Z \frac{(A^2 B^2 - F^2)}{A^2 N} > 0. \quad (22)$$

From the equation (21) we get the normal force  $N_u$ :

$$N_u = (S_u - S_v) \operatorname{tg} \chi. \quad (23)$$

The external surface load  $X, Z$  is defined as  $X = -q\cos\varphi$ ,  $Z = q\sin\varphi$ ,  $Y = 0$ , where  $\varphi$  is the angle of the external load direction  $q$  with the direction opposite to the coordinate line direction  $u$ , there

$$\cos\varphi = T / A, \quad \sin\varphi = \left[ A^2 - T^2 \right]^{1/2} / A \quad (24)$$

are functions of the dimensionless parameter  $v$  only.

The coefficient of the first fundamental form  $A = A(v)$  is equal to the length of the straight coordinate line  $u$  from the vertex of the cone to the plane  $z = 0$ .

Taking into consideration that

$$F = -A(1-u) \frac{\partial A}{\partial v}, \quad \frac{\partial B}{\partial u} - \frac{\partial A}{\partial v} \cos\chi = -\frac{(A^2 B^2 - F^2)}{A^2 B(1-u)}, \quad (25)$$

we substitute these expressions and the quantity of the normal force  $N_u$ , given by a formula (23), into equation (19). The result obtained is integrated into the following expression

$$S_v = \frac{A}{(1-u)\sqrt{A^2 B^2 - F^2}} \int (1-u) \left( \frac{\partial N_v}{\partial v} + \frac{F}{A} \frac{\partial N_v}{\partial u} \right) du + \frac{V_1(v)}{(1-u)^2}, \quad (26)$$

where  $V_1(v)$  is an arbitrary function of integration only over the parameter  $v$ .

Substituting expressions (25) and the difference  $(N_u - N_v)$  defined by formulae (21) into equation (18) and integrating the results, we can find

$$S_u = \frac{(A^2 B^2 - F^2)}{A^2 B^2} S_v - \frac{F}{AB^2} \int \frac{\partial}{\partial v} (AS_v) dv - \sqrt{A^2 B^2 - F^2} \left[ \frac{F}{A^2 B^3} N_v + \frac{Fu}{(1-u)AB^2} \left( 1 - \frac{u}{2} \right) X \right] + \frac{F}{AB^2} V_2(v), \quad (27)$$

where  $V_2(v)$  is an arbitrary integration function. The unknown functions  $V_1(v)$  and  $V_2(v)$  are found from the boundary conditions acceptable for the momentless shell theory.

Thus, the momentless shell theory makes it possible to obtain approximate values of internal normal forces  $N_u$  and  $N_v$  using formulas (23) and (22), and values of membrane shearing forces  $S_u$  and  $S_v$  using formulas (27) and (26). Formulas (25), (26) can be easily integrated and can be written in the detailed form.

The derived analytical formulas can be applied to the approximate calculation of only one type of studied shells, shown in Figure 6, *c*. The other two ruled shells presented in Figure 6, *a* and Figure 6, *b* can only be analyzed using numerical methods.

#### **2.4. Geometry of ruled surfaces constructed on the basis of algebraic surfaces with main frame of three degenerate superellipses**

The simplest ruled surface is obtained if all three degenerated superellipses are rhombuses. In this case, it is necessary to take  $r = t = n = m = s = k = 1$  in formulas (1)–(3). Then the surfaces (4)–(6) become identical:

$$z = T(1 - |x|/L - |y|/W). \quad (28)$$

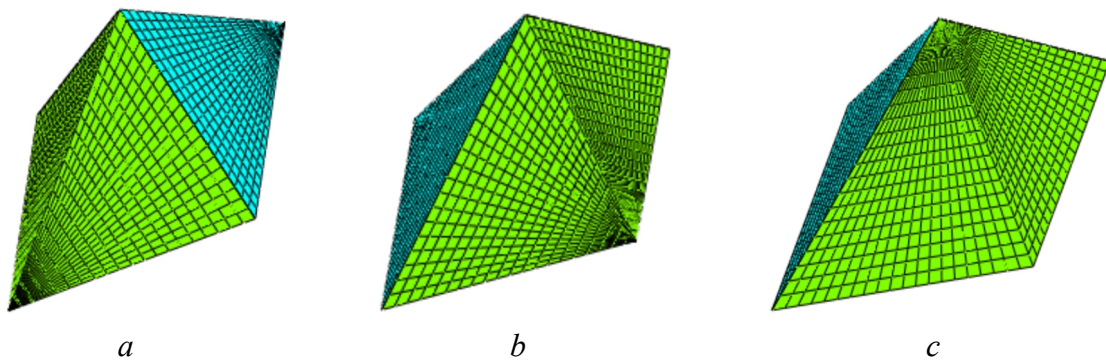
The parametrical equations (4a)–(6a) become

$$\begin{aligned} x &= x(u) = \pm uL, & y &= y(u, v) = vW[1 - u]; \\ z &= z(u, v) = T[1 - u][1 - |v|], \end{aligned} \quad (\text{Figure 8, } a); \quad (29)$$

$$\begin{aligned} x &= x(u) = \pm uL, & y &= y(u, v) = vW[1 - u]; \\ z &= z(u, v) = T[1 - u][1 - |v|], \end{aligned} \quad (\text{Figure 8, } b); \quad (30)$$

$$\begin{aligned} x &= x(u, v) = vL[1 - u]; \\ y &= y(u, v) = \pm W[1 - u][1 - |v|], & z &= z(u) = uT, \end{aligned} \quad (\text{Figure 8, } c). \quad (31)$$

Three identical surfaces with different curvilinear coordinates  $u, v$  are presented in Figures 8.



**Figure 8.** The polyhedrons with four triangular fragments of plane and on the rhombic base [12]  
Source: made by S.N. Krivoschapko

It is obviously from Figures 8 that the derived identical surfaces (polyhedrons [15]) consist of the same four fragments of planes with different position of surface coordinates.

### 3. Results and Discussion

In this paper the geometry of six new ruled surfaces belonging to two subgroups are studied. All of them are constructed on the basis of general translation surfaces of the velaroidal types. For the first time, the coefficients of the first and second fundamental forms in the theory of surfaces were obtained for these new ruled surfaces. These geometric results will help architects and designers to widen the possibilities of applications of the presented construction and engineering shells.

Analytical formulas for the determination of the force resultants using of the approximate momentless theory of shells of zero Gaussian curvature, given by non-orthogonal conjugate curvilinear coordinates, have been obtained. These formulas are presented for the first time.

The research in the article shows the complexity of studying the stress-strain state by an analytical method using the general moment theory of shells. In this regard, one of the numerical calculation methods can be used to further study the subclass of shells presented in the article. The finite element method [16] has proven itself as an effective method for studying the stress-strain state of various shell shapes [17; 18]. Moreover, at present time, there is only one work [19] devoted to the determination of the stress-strain state of super ellipsoidal shells of revolution.

The complexity of contemporary free-form architecture has been a driving force for the development of new digital design process over the last years [20]. An interesting class of ruled surfaces, generated by a

continuously moving straight line, opens a wide range of advantageous options for support structures, mould production or facade elements [21]. Geometricians present many non-traditional methods for defining ruled surfaces not only with the classical means, but first of all with the help of a computer [22].

#### 4. Conclusion

The introduction into practice of new geometric shapes of shells and shell structures gives an opportunity to expand the search for the most optimal forms that correspond to the selected criteria of optimality. The distinguished Spanish engineer E. Torroja supposed that it is very prospective direction for investigations carried out by experienced mechanical scientists, architects and young research. These conclusions are confirmed by the appearance of new architectural styles, directions and style flows in the 21<sup>st</sup> century.

The main results:

1. The parametric equations of new ruled surfaces on a plane oval base with the same main frame are obtained in the article (Figure 6). It is shown that, the ruled surfaces in Figure 6, *a* and Figure 6, *b* are algebraic surfaces of the  $2r$  order. The ruled surface Figure 6, *c* is the  $r$  order algebraic surface.

2. The coefficients of the basic quadratic forms of the surfaces in Figure 6 are obtained in the article for the first time. The two ruled surfaces shown in Figure 6, *a* and Figure 6, *b* are surfaces of negative Gaussian curvature. The surface shown in Figure 6, *c* is a surface of zero Gaussian curvature.

3. The momentless shell theory makes it possible to obtain approximate values of internal normal forces  $N_u$  and  $N_v$  using formulas (23) and (22), and values of membrane shearing forces  $S_u$  and  $S_v$  using formulas (27) and (26).

4. The parametric equations of ruled algebraic surfaces with main frame of three degenerate superellipses are obtained in the article for the first time (Figure 8). The simplest ruled surface is obtained if all three degenerated superellipses are rhombuses. In this case, it is necessary to take  $r = t = n = m = s = k = 1$  in formulas (1)–(3).

#### References

1. Krivoschapko S.N. Tangential developable and hydrodynamic surfaces for early stage of ship shape design. *Ships and Offshore Struct.* 2023;18(5):660–668. <https://doi.org/10.1080/17445302.2022.2062165>
2. Krivoschapko S.N. Algebraic ship hull surfaces with a main frame from three plane curves in coordinate planes. *RUDN Journal of Engineering Research.* 2022;23(3):207–212. <https://doi.org/10.22363/2312-8143-2022-23-3-207-212>
3. Karnevich V.V. Design of hydrodynamical surface by the frame from Lamé curves on the example of submarine hull. *RUDN Journal of Engineering Research.* 2022;23 (1):30–37. <https://doi.org/10.22363/2312-8143-2022-23-1-30-37>
4. Krivoschapko S.N., Aleshina O.O., Ivanov V.N. Static analysis of shells with middle surfaces containing the main frame from three given superellipses. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions.* 2022;6:18–27. <https://doi.org/10.37538/0039-2383.2022.6.18.27>
5. Aleshina O.O. Geometry and static analysis of thin shells in the form of a diagonal translation surface of the velaroidal type. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings.* 2023;19(1):84–93. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-1-84-93>
6. Weisstein E.W. Superellipse. From MathWorld — A Wolfram Web Resource. Available from: <https://mathworld.wolfram.com/Superellipse.html> (accessed: 12.05.2023)
7. Mamiyeva I.A. Ruled algebraic surfaces with a main frame from three superellipses. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings.* 2022;18(4):387–395. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-387-395>
8. Krivoschapko S.N., Christian A.B.H., Gil-oulbé M. Stages and architectural styles in design and building of shells and shell structures. *Building and Reconstruction.* 2022;4(102):112–131. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2022-102-4-112-131>
9. Krivoschapko S.N., Ivanov V.N. *Encyclopedia of Analytical Surfaces.* Springer International Publishing Switzerland, 2015.
10. Sysoeva E.V. Scientific approaches to calculation and design of large-span structures. *Vestnik MGSU [Monthly J. on Construction and Architecture].* 2017;12 2(101) :131–141. <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2017.2.131-141>

11. Goldenveizer A.L. *Theory of Elastic Thin Shells*, Published by Pergamon Press, New York, USA, 1961.
12. Krivoshapko S.N., Razin A.D. Comparison of two systems of governing equations for the thin shell analysis. *AIP Conference Proceedings*. 2022;2559:020009. <https://doi.org/10.1063/5.0099905>
13. Steigmann D.J., Birsan M., Shirani M. Lecture Notes on the Theory of Plates and Shells: Classical and Modern Developments. *Part of the book series: Solid Mechanics and Its Applications (SMIA, volume 274)*. Springer; 2023. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-25674-5>
14. Tupikova E.M. Investigation of V.G. Rekach's method of stress-strain analysis of the shell of long shallow oblique helicoid form. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2016;1:14–19.
15. Markov I.J., Gabriel J.F. Spatial and structural aspects of polyhedral. *Engineering Structures*. 2001;23(1):4–11. [https://doi.org/10.1016/S0141-0296\(00\)00016-X](https://doi.org/10.1016/S0141-0296(00)00016-X)
16. Dinkler D., Kowalsky U. *Introduction to Finite Element Methods*. Springer Vieweg Wiesbaden; 2024. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-42742-9>
17. Aleshina O., Cajamarca-Zuniga D., Ivanov V., Rekach F., Alborova L. Analytical and numerical stress state analysis of a shell with tangential developable middle surface. *AIP Conference Proceedings*. 2022;2559:020008. <https://doi.org/10.1063/5.0099513>
18. Aleshina O., Cajamarca D., Barbecho J. Numerical Comparative Analysis of a Thin-Shell Spatial Structure for the Candela's Cosmic Rays Pavilion. Volume 174 of the Advances in the Astronautical Sciences Series. *IAA/AAS SciTech Forum 2019 on Space Flight Mechanics and Space Structures and Materials*. 25–27 June 2019, Moscow, Russia. 2019:741–751. (IAA-AAS-SciTech2019-064-AAS 19-1017)
19. Ma Y.Q., Wang C.M., Ang K.K. Buckling of super ellipsoidal shells under uniform pressure. *Thin Walled Struct*. 2008;46(6):584–591. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2008.01.013>
20. Mele T.V., Rippmann M., Lachauer L., et al. Geometry-based understanding of structures. *J. of the International Association for Shell and Spat. Structures*. 2012;53(174):285–296.
21. Flöry S., Pottmann H. Ruled surfaces for rationalization and design in architecture. *Proceedings ACADIA*. 2010;103–109. <https://doi.org/10.52842/conf.acadia.2010.103>
22. Kamil M., Dagmar S. A method for creating ruled surfaces and its modifications. *KoG*. 2002;6 (6):59–66.



DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-2-159-169  
УДК 539.384.2  
EDN: DZDZTS

Научная статья / Research article

## Деформирование цилиндрической оболочки из стали 9Х2 при сложном нагружении

С.В. Черемных Тверской государственный технический университет, Тверь, Россия  
✉ chermnykh\_s.v@mail.ru

### История статьи

Поступила в редакцию: 10 января 2024 г.  
Доработана: 15 марта 2024 г.  
Принята к публикации: 22 марта 2024 г.

### Заявление о конфликте интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

**Аннотация.** Развитие строительной индустрии в части проектирования и изготовления оболочечных конструкций нестандартных архитектурных форм, выполненных из материалов со сложными механическими свойствами, требует применения современных систем комплексного автоматизированного проектирования с поэтапным моделированием деформирования элементов конструкций в условиях эксплуатации, а также учета их последующей работы после накопления в процессе пластического деформирования остаточных деформаций. Цель исследования — моделирование процесса пластического деформирования тонкостенной цилиндрической оболочки из стали 9Х2 ГОСТ 5950-2000 (Межгосударственный стандарт) под действием сил сжатия и кручения с теоретическими расчетами на основе общей теории упругопластических процессов А.А. Ильюшина. Представлены уравнения определяющих соотношений теории упругопластических процессов А.А. Ильюшина для траектории сложного нагружения и деформирования материалов в девиаторном пространстве деформаций. На основании представленных решений, согласно реализуемой в модели траектории деформирования оболочки из стали 9Х2, построены графики зависимости векторных и скалярных свойств материала от величины длины дуги траектории деформации. Сделан вывод о степени упрочнения рассматриваемого материала и его зависимости от величины угла сближения в точке излома сложной траектории, а также приведены графики изменения определяющих функций пластичности в зависимости от приращения длины дуги траектории деформирования материала.


**Ключевые слова:** моделирование, деформирование, цилиндрическая оболочка, определяющие функции пластичности, степень упрочнения, векторные свойства материала, скалярные свойства материала

### Для цитирования

Черемных С.В. Деформирование цилиндрической оболочки из стали 9Х2 при сложном нагружении // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 2. С. 159–169. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-159-169>

Черемных Степан Валерьевич, кандидат технических наук, доцент кафедры конструкций и сооружений, Тверской государственный технический университет (ТвГТУ), Тверь, Россия; eLIBRARY SPIN-code: 9323-8370; ORCID: 0000-0002-4620-117X; E-mail: chermnykh\_s.v@mail.ru

© Черемных С.В., 2024

 This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

# Deformation of Cylindrical Shell Made of 9X2 Steel Under Complex Loading

Stepan V. Cheremnykh 

Tver State Technical University, Tver, Russia

✉ cheremnykh\_s.v@mail.ru

## Article history

Received: January 10, 2024

Revised: March 15, 2024

Accepted: March 22, 2024

## Conflicts of interest

The author declares that there is no conflict of interest.

**Abstract.** The development of the construction industry in terms of the design and manufacture of shell structures of non-standard architectural forms made of materials with complex mechanical properties requires using modern integrated computer-aided design systems with step-by-step modeling of deformation of structural elements under operating conditions, as well as taking into account their subsequent behavior after accumulation of residual strains during plastic deformation. The purpose of the study is to simulate the process of plastic deformation of a thin-walled cylindrical shell made of 9X2 GOST 5950-2000 (Interstate Standard) steel under compression and torsion with theoretical calculations based on the general theory of elastoplastic processes by A.A. Ilyushin. The constitutive equations of the theory of elastoplastic processes by A.A. Ilyushin for complex loading path and deformation of materials in the deviatoric strain space are presented. Based on the presented solutions, according to the strain path of the 9X2 steel shell implemented in the model, the graphs showing the relation of the vector and scalar properties of the material to the arc length of the strain path are constructed. A conclusion is made about the degree of hardening of the material in question and its dependence on the magnitude of the angle of convergence at the kink point of the complex path. The graphs of changes in the constitutive plasticity functions with respect to the increments of the arc length of the strain path are presented.

**Keywords:** modeling, deformation, cylindrical shell, constitutive plasticity functions, degree of hardening, vector and scalar properties of the material

## For citation

Cheremnykh S.V. Deformation of cylindrical shell made of 9X2 steel under complex loading. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(2):159–169. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-159-169>

## 1. Введение

Основной задачей строительной механики, связанной с расчетом оболочечных конструкций, является построение математических моделей процессов их деформирования. Следует отметить, что не математика является главным в построении математических моделей процессов. Определяющие соотношения могут быть правильно выражены на языке математики лишь на основе обобщения экспериментальных наблюдений и измерений, поэтому данная задача решается путем построения обоснованных определяющих уравнений связи между напряжениями и деформациями при их последующем сравнении с экспериментом. При этом получение математически точных уравнений приобретает все большее значение в связи с широким применением систем автоматизированного проектирования [1].

При инженерных расчетах, как правило, разрушение элементов конструкций происходит в местах концентрации напряжений. Предшествующее разрушению нагружение является сложным, а деформации — малыми. Вопрос о физической достоверности определяющих соотношений, описывающих процессы нагружения, для большинства математических моделей в строительной механике

*Черемных Степан Валерьевич*, кандидат технических наук, доцент кафедры конструкций и сооружений, Тверской государственной технической университет (ТвГТУ), Тверь, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 9323-8370; ORCID: 0000-0002-4620-117X; E-mail: cheremnykh\_s.v@mail.ru

является малоизученным. Однако по ряду процессов сложного совместного нагружения тонкостенных цилиндрических оболочек силами растяжения, сжатия, кручения и внутреннего давления существуют теории, которые хорошо зарекомендовали себя при прямой проверке с экспериментом [2–6].

Одной из таких теорий является теория упругопластических процессов А.А. Ильюшина, которая весьма эффективно дает геометрическое представление процессов нагружения в специальных пятимерных пространствах напряжений и деформаций [2].

При нагружении тела его напряженное и деформированное состояние в различных частицах является различным и изменяющимся во времени, то есть неоднородным и нестационарным. Однако в каждой отдельной частице малого объема вследствие непрерывности (сплошности) среды напряженно-деформированное состояние (НДС) можно считать однородным. Это позволяет поставить в соответствие рассматриваемой частице тела макрообразец, или тело конечных размеров и определенной формы, находящееся также в однородном напряженном состоянии. Испытание же образца (например, на растяжение-сжатие) позволяет выявить механические свойства материала в рамках гипотезы сплошной среды, не вдаваясь в подробности ее внутренней структуры. При этом процесс изменения НДС во времени в частице тела и в макрообразце можно считать совпадающими. Это положение было названо А.А. Ильюшиным гипотезой макрофизической определенности. Она, по существу, дает границы возможного эффективного использования механики сплошной среды. Данный метод исследования механических свойств материалов часто используется в физических исследованиях и не вызывает сомнения тогда, когда частица среды, в которой состояние предполагается однородным, настолько велика, что в среднем обладает такими же макроскопическими свойствами, как макрообразец. При этом механизмы деформации в микрообъемах могут быть разнообразными в зависимости от внутренней структуры материалов. Примером таких материалов могут служить поликристаллические тела (чугун, сталь, графит) [2].

Наряду с математическими сложностями изученных методов, многогранностью и особенностями механического поведения стали и сплавов их деформирование при воздействии нагрузок до конца не изучено даже в лабораторных условиях. Как правило, все сводится к одноосным простым нагрузкам, самыми распространенными из которых являются растяжение и сжатие материала, чуть реже — кручение. Между тем, как показывает практика, строительные оболочечные конструкции подвержены комбинированным нагрузкам, где одним из вариантов воздействия могут быть, например, одновременно действующие на материал силы сжатия, кручения и внутреннего давления. Актуальным также является вопрос самих исследуемых материалов, их многообразия. Так, например, в настоящее время существует более 1000 марок сталей.

Именно поэтому выстраивание моделей поведения сталей при сложном нагружении оболочек согласно различным теориям позволяет значительно расширить научную и практическую базу, сократив до минимума экспериментальные исследования ввиду их сложности, связанной с ограничениями параметров испытательных машин.

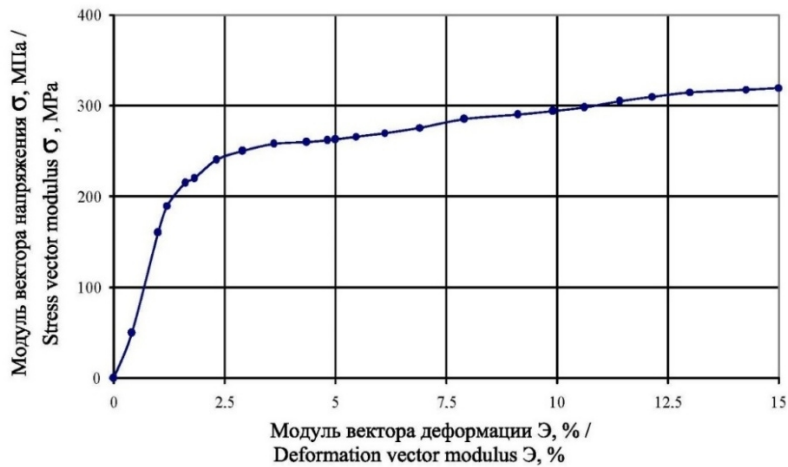
## 2. Методы

В данной статье в качестве макрообразца рассмотрена цилиндрическая оболочка из стали 9Х2 ГОСТ 5950-2000<sup>1</sup> толщиной 1 мм, радиусом срединной поверхности 15,5 мм и длиной рабочей зоны 110 мм при воздействии на нее в процессе моделирования траектории деформирования оболочки в девиаторной плоскости  $\mathcal{E}_1$  —  $\mathcal{E}_3$  сложным нагружением, где  $\mathcal{E}_k$  — проекции вектора деформаций.

**Экспериментальная часть.** Эксперимент выполнялся на экспериментальном комплексе СН-ЭВМ, разработанном на кафедре сопротивления материалов, теории упругости и пластичности Тверского государственного технического университета. Данный комплекс способен реализовывать сложное трехпараметрическое нагружение тонкостенных оболочек осевой силой, крутящим момен-

<sup>1</sup> ГОСТ 5950-2000. Прутки, полосы и мотки из инструментальной легированной стали. Общие технические условия. Минск, 2004. 35 с.

том и внутренним давлением. Подробно комплекс и его работа описываются в [7]. Экспериментальная диаграмма деформирования для процесса простого нагружения при сжатии оболочки из стали 9Х2 на СН-ЭВМ представлена на рис. 1.



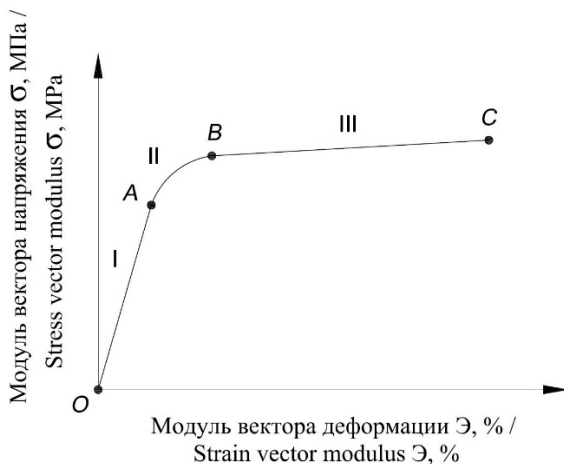
**Рис. 1.** Экспериментальная диаграмма деформирования оболочки в плоскости  $\sigma(\epsilon)$

И с т о ч н и к: выполнено С.В. Черемных

**Figure 1.** Experimental curve of shell deformation in the  $\sigma(\epsilon)$  plane

S o u r c e: compiled by S.V. Cheremnykh

*Обработка экспериментальной диаграммы деформирования.* Экспериментальную диаграмму  $\sigma = \Phi(\epsilon)$  (см. рис. 1) аппроксимируем тремя участками, как показано на рис. 2. Участки включают зону упругого деформирования ( $OA$ ), зону нелинейного деформирования ( $AB$ ) и зону линейного упрочнения ( $BC$ ). Следовательно, начальный и конечный участки аппроксимируем линейными функциями, средний — функцией вида  $\sigma = a\epsilon^3 + b\epsilon^2 + c\epsilon + d$ . После аппроксимирования функциями экспериментальная диаграмма деформирования оболочки в плоскости  $\sigma(\epsilon)$  (см. рис. 1) примет вид, показанный на рис. 3.

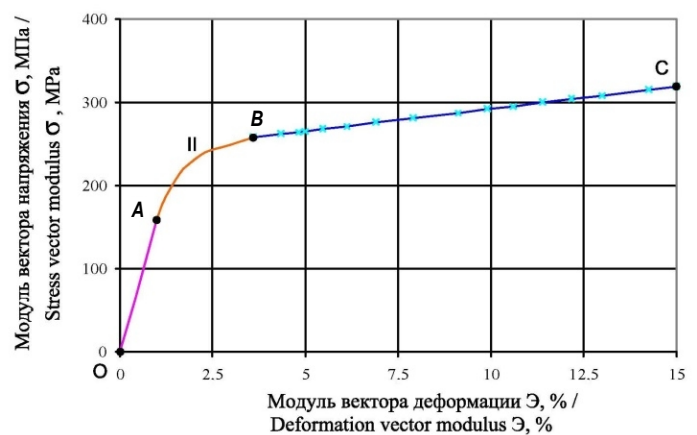


**Рис. 2.** Модель диаграммы деформирования оболочки в плоскости  $\sigma(\epsilon)$

И с т о ч н и к: выполнено С.В. Черемных

**Figure 2.** The model of the shell deformation curve in the  $\sigma(\epsilon)$  plane

S o u r c e: compiled by S.V. Cheremnykh



**Рис. 3.** Аппроксимированная диаграмма деформирования оболочки в плоскости  $\sigma(\epsilon)$

И с т о ч н и к: выполнено С.В. Черемных

**Figure 3.** Approximated shell deformation curve in the  $\sigma(\epsilon)$  plane

S o u r c e: compiled by S.V. Cheremnykh

**Теоретическая часть.** Смоделированная траектория деформирования оболочки из стали 9Х2 в виде двузвенной траектории в девиаторной плоскости  $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3$  представлена на рис. 4, где на участке  $OA$  (I) происходит нагружение оболочки осевой сжимающей силой, после чего на втором участке  $AB$  (II) происходит замкнутый виток траектории постоянного радиуса при воздействии на цилиндрическую оболочку силами сжатия и кручения [8–19].

**Уравнения связи напряжений и деформаций, начальные условия реализуемого сложного процесса [2].** Используем определяющие соотношения гипотезы компланарности в форме [2]

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_{11} = M_1(2\dot{\epsilon}_{11} + \dot{\epsilon}_{22}) + (d\sigma/dS - M_1 \cos \vartheta_1) \dot{S} \sigma_{11} / \sigma; \\ \dot{\sigma}_{22} = M_1(2\dot{\epsilon}_{22} + \dot{\epsilon}_{11}) + (d\sigma/dS - M_1 \cos \vartheta_1) \dot{S} \sigma_{22} / \sigma; \\ \dot{\sigma}_{12} = M_1 \dot{\epsilon}_{12} + (d\sigma/dS - M_1 \cos \vartheta_1) \dot{S} \sigma_{12} / \sigma, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\dot{\sigma}_{ij}$  — компонент тензора напряжений;  $\dot{\epsilon}_{ij}$  — компонент тензора деформаций;  $\vartheta_1$  — угол сближения;  $d\sigma/dS$ ,  $M_1$  — определяющие функции процесса деформирования;  $\dot{S}$  — скорость изменения длины дуги траектории деформации. Символ с точкой наверху означает дифференцирование по обобщенному параметру времени.

Учитываем условие несжимаемости материала  $\epsilon_{ij} = \mathcal{E}_{ij}$ , тогда для реализуемого (рис. 4) процесса  $\mathcal{E}_2 = 0$  применяется проекция вектора напряжений  $S_2 = \sigma_{22} = 0$ , где  $S_2$  — проекция вектора напряжений [20–22].

Участок  $OA$  (I) (рис. 4):

В качестве обобщенного параметра времени принимаем длину дуги траектории деформации  $t = S$ , тогда  $\dot{S} = 1$ . Если компоненты деформаций  $\mathcal{E}_3 = 0$ ;  $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_1^0 = 0,01$ , то основные уравнения связи напряжений и деформаций приобретают вид [2]

$$\begin{cases} \epsilon_{11} = \mathcal{E}_{11} = \sqrt{\frac{2}{3}} \mathcal{E}_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \mathcal{E}_1^0; \\ \epsilon_{22} = -\frac{\mathcal{E}_{11}}{2} = -\sqrt{\frac{2}{3}} \mathcal{E}_1^0 \cdot \frac{1}{2} = -\sqrt{\frac{1}{6}} \mathcal{E}_1^0; \\ \sigma = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}; \sigma^0 = S_1^0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_{11}^0; \sigma_{11}^0 = \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma^0; \sigma_{12}^0 = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\mathcal{E}_{ij}$  — компоненты тензора-девиатора деформаций.

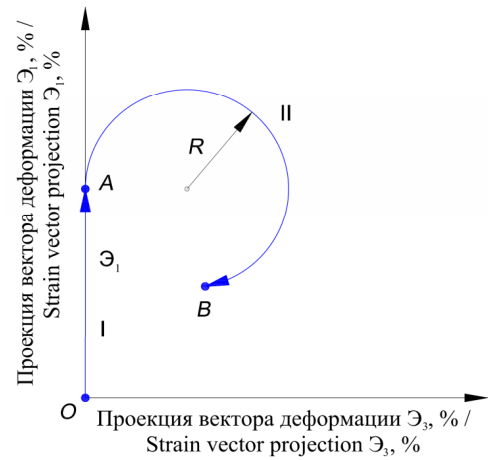
Угол сближения  $\vartheta_1$  в точке излома принимают равным  $\vartheta_1 = 0$  (см. рис. 2).

Участок  $AB$  (II) (рис. 4):

В качестве обобщенного параметра времени (параметра прослеживания процесса деформирования) принимаем  $t = \phi$ , тогда  $S = \phi R$ . В точке излома  $\phi^0 = 0$ ,  $\phi_i = \phi^0 + \Delta\phi$ ,

$$\mathcal{E} = \sqrt{\mathcal{E}_1^2 + \mathcal{E}_3^2}, \quad (3)$$

где  $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_1^0 + R \sin \phi$ ;  $\mathcal{E}_3 = R - R \cos \phi$ .



**Рис. 4.** Моделированная траектория деформирования оболочки из стали 9Х2  
Источник: выполнено С.В. Черемных

**Figure 4.** Simulated strain path of the shell made of 9X2 steel  
Source: compiled by S.V. Cheremnykh

Для скоростей деформаций получим

$$\dot{\varepsilon}_{11} = \sqrt{2/3} \dot{\Theta}_1 = \sqrt{2/3} R \cos \phi;$$

$$\dot{\varepsilon}_{22} = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{3}} R \cos \phi;$$

$$\dot{\varepsilon}_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} R \sin \phi.$$

Окончательно уравнения (1) принимают вид [2]

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_{11} = M_1 \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} R \cos \phi + (d\sigma / dS - M_1 \cos \vartheta_1) R \sigma_{11} / \sigma; \\ \dot{\sigma}_{22} = 0; \\ \dot{\sigma}_{12} = M_1 \frac{1}{\sqrt{2}} R \sin \phi + (d\sigma / dS - M_1 \cos \vartheta_1) R \sigma_{12} / \sigma. \end{cases} \quad (4)$$

Для скорости изменения угла сближения имеем уравнение, которое с учетом того факта, что кривизна рассматриваемой траектории деформирования  $\chi_1 = 1/R$ , принимает вид [2]

$$\dot{\vartheta}_1 = -(M_1 \sin \vartheta_1 / \sigma - \chi_1) \dot{S}. \quad (5)$$

**Решение задачи построения образа процесса нагружения материала [23–27].** Уравнения (4) и (5) имеют вид уравнений задачи Коши. В решении задачи Коши использован метод Эйлера — Коши, реализованный по схеме «прогноз — коррекция». Внутри блока решения основных уравнений (решения задачи Коши) реализуется итерационный процесс последовательных приближений (сходимости решения) к квазиточному значению.

Схему «прогноз — коррекция» можно представить как прогноз (6) и коррекцию (7):

$$\sigma_{i(k+1)} = \sigma_{i(k)} + \left. \frac{d\sigma_i}{dS} \right|_k \cdot \Delta S; \quad (6)$$

$$\sigma_{i(k+1)} = \sigma_{i(k)} + \frac{1}{2} \cdot \left( \left. \frac{d\sigma_i}{dS} \right|_k + \left. \frac{d\sigma_i}{dS} \right|_{k+1} \right) \cdot \Delta S. \quad (7)$$

Для решения задач расчета процессов сложного упругопластического нагружения материалов, в рамках определяющих соотношений гипотезы компланарности, необходимо также знать структуру определяющих функций пластичности  $M_1$  и  $d\sigma/dS$ . В нашем случае  $\vartheta_1 = 0$ ;  $M_1 = 2G_p$ ;  $d\sigma/dS = G_k$ , где  $G_p$  — пластический модуль сдвига,  $G_k$  — касательный модуль сдвига.

Пластический и касательный модули сдвига  $G_p$ ,  $G_k$  определяем по диаграмме деформирования при простом нагружении  $\sigma = \Phi(\Theta)$  (см. рис. 1). На участке упругого деформирования  $\sigma/\Theta = 2G$ , где  $G$  — упругий модуль сдвига материала.

### 3. Результаты и обсуждение

Результаты решения задачи построения образа процесса нагружения материала выполнены на основании формул (1)–(7) и представлены на рис. 5–10. Причем при сложном нагружении оболочки на втором звене было выполнено 2 витка с шагом по траектории 1 градус.

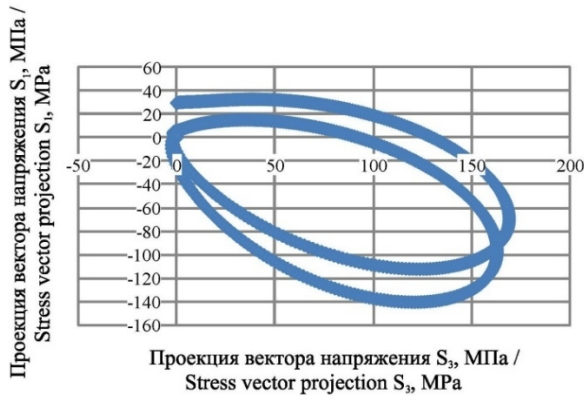
Реализуемая в модели траектория деформирования материала приведена на рис. 5.

На рис. 6. изображена траектория нагружения, соответствующая заданной траектории деформирования. График изменения угла сближения от приращения длины дуги траектории деформирования представлен на рис. 7.

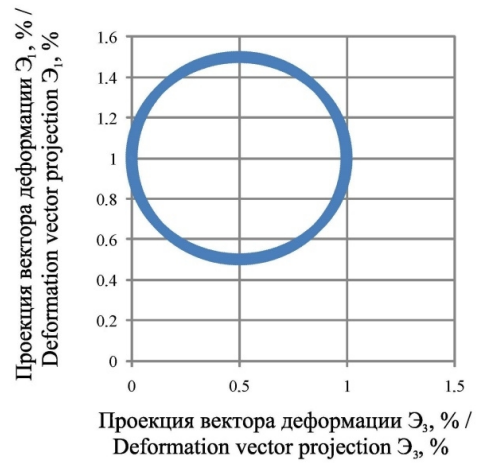
Графики изменения определяющих функций пластичности в зависимости от приращения длины дуги траектории деформирования  $\Delta S$  приведены на рис. 8.

Графики изменения скалярных свойств материала приведены на рис. 9 в виде элементов диаграмм деформирования, построенных в осях  $\sigma - \varepsilon$  и  $\sigma - \Delta S$ .

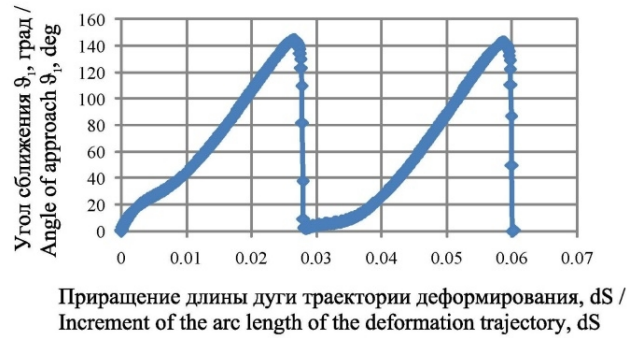
Дополнительно построены графики зависимости определяющих функций пластичности от значения угла сближения материала (рис. 10). Анализ полученных зависимостей позволяет сделать вывод о закономерностях изменения функций  $M_1$  и  $d\sigma/dS$  для рассматриваемой траектории.



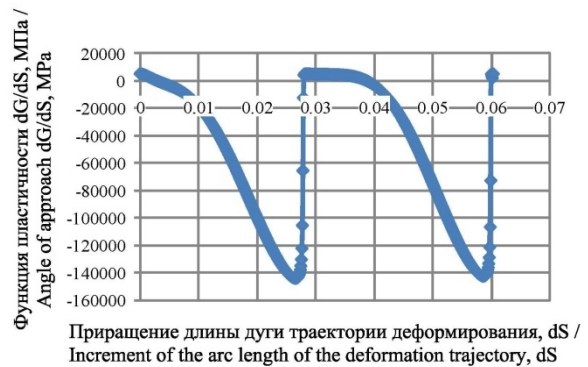
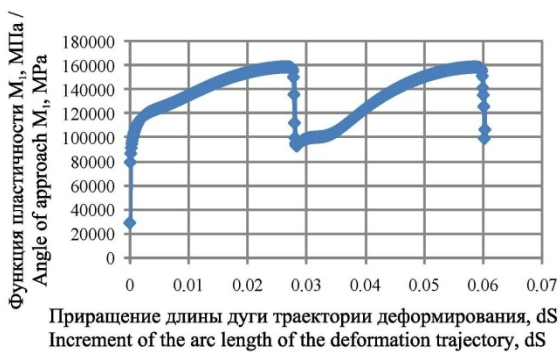
**Рис. 6.** Траектория проекции вектора напряжения  $S_1 - S_3$   
И с т о ч н и к: выполнено С.В. Черемных  
**Figure 6.** The path of stress vector projection  $S_1 - S_3$   
S o u r c e: compiled by S.V. Cheremnykh



**Рис. 5.** Реализуемая траектория деформирования оболочки из стали 9Х2  
И с т о ч н и к: выполнено С.В. Черемных  
**Figure 5.** The implemented strain path of the shell made of steel 9X2  
S o u r c e: compiled by S.V. Cheremnykh



**Рис. 7.** График изменения угла сближения  $\theta_1$  от приращения длины дуги траектории деформирования  $dS$   
И с т о ч н и к: выполнено С.В. Черемных  
**Figure 7.** Graph of the change in the angle of convergence  $\theta_1$  from the increment of the arc length of the strain path  $dS$   
S o u r c e: compiled by S.V. Cheremnykh



**Рис. 8.** График изменения функции:  $a - M_1$ ;  $b - d\sigma/dS$   
И с т о ч н и к: выполнено С.В. Черемных  
**Figure 8.** Graphs of changes in function:  $a - M_1$ ;  $b - d\sigma/dS$   
S o u r c e: compiled by S.V. Cheremnykh

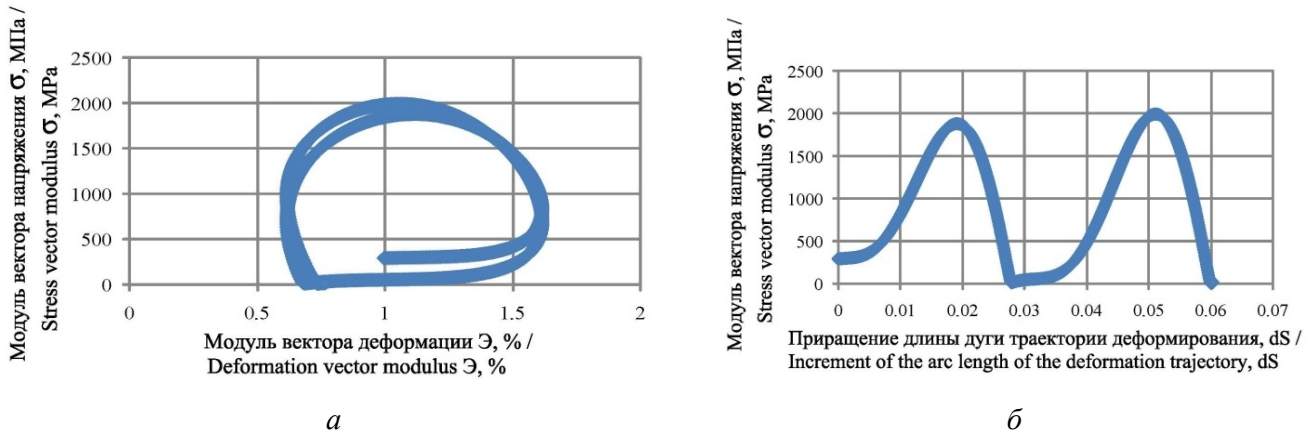


Рис. 9. График изменения скалярных свойств материала:  $a - \sigma - \varepsilon$ ;  $b - \sigma - \Delta S$

И с т о ч н и к : выполнено С.В. Черемных

Figure 9. Graph of changes in the scalar properties of the material:  $a - \sigma - \varepsilon$ ;  $b - \sigma - \Delta S$

S o u r c e : compiled by S.V. Cheremnykh

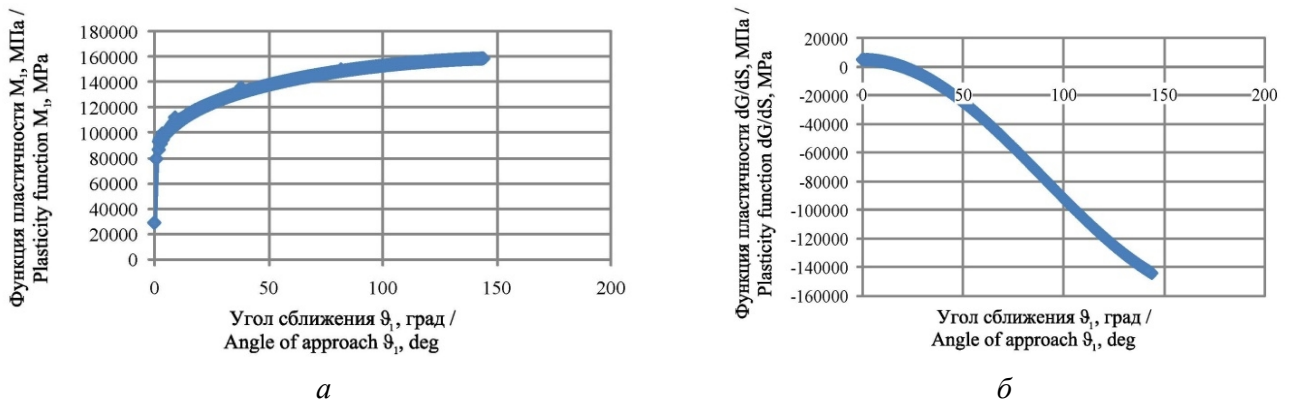


Рис. 10. График зависимости определяющих функций пластичности от значения угла сближения материала:

$$a - M_1 - \vartheta_1; \quad b - \frac{d\sigma}{dS} - \vartheta_1$$

И с т о ч н и к : выполнено С.В. Черемных

Figure 10. Relationship between the constitutive plasticity functions and the value of the material convergence angle:

$$a - M_1 - \vartheta_1; \quad b - \frac{d\sigma}{dS} - \vartheta_1$$

S o u r c e : compiled by S.V. Cheremnykh

#### 4. Заключение

1. Произведены испытания тонкостенной цилиндрической оболочки из стали 9Х2 ГОСТ 5950-2000 на экспериментальном комплексе СН-ЭВМ для процесса простого сжатия, которые позволили дать новые представления о закономерностях упругопластического поведения данной стали при простом нагружении.

2. С учетом диаграммы простого нагружения и расчета, основанного на теории упругопластических процессов А.А. Ильюшина, без проведения эксперимента смоделирована диаграмма деформирования оболочки из стали 9Х2, соответствующая заданной траектории деформирования в виде



двухзвенной траектории при сложном нагружении оболочки осевой сжимающей силой на первом этапе и одновременно действующими силами сжатия и кручения на втором этапе.

3. Для представленной цилиндрической оболочки решена задача построения образа процесса нагружения материала, сделан вывод о степени упрочнения рассматриваемого материала и его зависимости от величины угла сближения в точке излома сложной траектории.

#### Список литературы

1. Зубчанинов В.Г. Об основных гипотезах общей математической теории пластичности и пределах их применимости // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2020. № 6. С. 73–81. <https://doi.org/10.31857/S0572329920060173>
2. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1990. 310 с.
3. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Фомин Д.Ю. Сравнительный анализ теорий пластичности при сложном нагружении // Проблемы прочности и пластичности. 2022. Т. 84. № 4. С. 493–510. <https://doi.org/10.32326/1814-9146-2022-84-4-493-510>
4. Bondar V.S., Abashev D.R., Petrov V.K. Construction of the Theory of Plasticity Irrelative of the Loading Surface and Associated Flow Law // Strength of Materials. 2021. Vol. 53. No. 4. P. 550–558. <https://doi.org/10.1007/s11223-021-00316-9>
5. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Фомин Д.Ю. Теории пластичности при сложном нагружении по пространственным траекториям деформаций // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2021. № 4. С. 41–48. <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2021.4.05>
6. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Фомин Д.Ю. Теории пластичности при сложном нагружении по плоским траекториям деформаций // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2021. № 3. С. 35–47. <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2021.3.04>
7. Гуляев В.И., Булгаков А.Н. Экспериментальное изучение упругопластического деформирования конструкционных материалов на автоматизированном испытательном комплексе СН-ЭВМ // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2023. № 2(56). С. 53–64. <https://doi.org/10.37972/chgpu.2023.56.2.006>
8. Зубчанинов В.Г., Гуляев В.И., Алексеев А.А., Саврасов И.А. Проверка постулата изотропии при деформировании сплава В95 по двухзвенным ломаными траекториям // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. 2023. № 5. С. 47–52. <https://doi.org/10.55959/MSU0579-9368-1-64-5-7>
9. Зубчанинов В.Г., Алексеев А.А., Гуляев В.И., Алексеева Е.Г. Процессы сложного нагружения конструкционной стали по пятизвенной кусочно-ломаной траектории деформирования // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2019. № 61. С. 32–44. <https://doi.org/10.17223/19988621/61/4>
10. Alekseev A., Zubchaninov V., Gultiaev V., Alekseeva E. Modeling of elastoplastic deformation of low-carbon steel along multi-link plane strain trajectories // AIP Conference Proceedings. 2021. P. 020001. <https://doi.org/10.1063/5.0059630>
11. Zubchaninov V.G., Alekseev A.A., Gultiaev V.I., Alekseeva E.G. Modeling of elastoplastic deformation of structural steel by a trajectory containing three circles touching internally // Materials Physics and Mechanics. 2019. Vol. 42. No. 5. P. 528–534. [https://doi.org/10.18720/MPM.4252019\\_6](https://doi.org/10.18720/MPM.4252019_6)
12. Bondar V.S., Abashev D.R. Refining the thermoplasticity theory for modeling of cyclic nonisothermic loading processes // Journal of Mechanics of Materials and Structures. 2021. Vol. 16. No. 4. P. 501–510. <https://doi.org/10.2140/jomms.2021.16.501>
13. Bondar V.S., Abashev D.R. Mathematical Modeling of the Monotonic and Cyclic Loading Processes // Strength of Materials. 2020. Vol. 52. No. 3. P. 366–373. <https://doi.org/10.1007/s11223-020-00186-7>
14. Bondar V.S., Dansin V.V., Vu L.D., Duc N.D. Constitutive modeling of cyclic plasticity deformation and low-high-cycle fatigue of stainless steel 304 in uniaxial stress state // Mechanics of Advanced Materials and Structures. 2018. Vol. 25. No. 12. P. 1009–1017. <https://doi.org/10.1080/15376494.2017.1342882>
15. Темис Ю.М., Факеев А.И. Модель кривой неизотермического циклического деформирования // Проблемы прочности и пластичности. 2013. Т. 75. № 1. С. 5–10.
16. Bazhenov V.G., Zhestkov M.N. Numerical Modeling of Large Deformations for Porous Metals and Identification of Carcass Deformation Diagrams // Mechanics of Composite Materials. 2021. Vol. 56. No. 6. P. 747–754. <https://doi.org/10.1007/s11029-021-09920-x>
17. Bazhenov V.G., Zhestkov M.N. Computer Modeling Deformation of Porous Elastoplastic Materials and Identification their Characteristics Using the Principle of Three-dimensional Similarity // Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics. 2021. Vol. 14. No. 6. P. 746–755. <https://doi.org/10.17516/1997-1397-2021-14-6-746-755>
18. Баженов В.Г., Казаков Д.А., Нагорных Е.В. Моделирование поведения упругопластических стержней при растяжении-кручении и построение их диаграмм деформирования до разрыва с учетом вида напряженно-деформи-

рованного состояния // Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки. 2021. Т. 501. № 1. С. 23–28. <https://doi.org/10.31857/S268674002106002X>

19. *Bazhenov V.G., Nagornyykh E.V., Samsonova D.A.* Modeling of elastoplastic buckling of a cylindrical shell with initial shape imperfections and elastic filler under external pressure // AIP Conference Proceedings: 28th Russian Conference on Mathematical Modelling in Natural Sciences, 02–05 October 2019, Perm, Russia, 2020. Vol. 2216. P. 040001. <https://doi.org/10.1063/5.0003598>

20. *Cheremnykh S., Zubchaninov V., Gulyaev V.* Deformation of cylindrical shells of steel 45 under complex loading // E3S Web of Conferences. 22nd International Scientific Conference on Construction the Formation of Living Environment, FORM 2019. 2019. Article 04025. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/20199704025>

21. *Черемных С.В.* Экспериментальное исследование упругопластической деформации цилиндрической оболочки из стали 45 // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2021. Т. 17. № 5. С. 519–527. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-5-519-527>

22. *Cheremnykh S., Kuzhin M.* Solution of the problem of stability of 40x steel shell // Journal of Physics: Conference Series. International Scientific Conference on Modelling and Methods of Structural Analysis, MMSA 2019. 2020. Article 012191. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1425/1/012191>

23. *Бондарь В.С., Абашев Д.Р.* Построение поверхности памяти для разделения процессов монотонных и циклических нагружений // Проблемы прочности и пластичности. 2022. Т. 84. № 3. С. 364–375. <https://doi.org/10.32326/1814-9146-2022-84-3-364-375>

24. *Баженов В.Г., Нагорных Е.В.* Численный анализ больших упругопластических деформаций тел и сред и идентификация их диаграмм деформирования при различных видах нагружения // Ученые записки Казанского университета. Серия: Физико-математические науки. 2022. Т. 164, № 4. С. 316–328. <https://doi.org/10.26907/2541-7746.2022.4.316-328>

25. *Баженов В.Г., Казаков Д.А., Осетров С.Л.* Анализ предельных состояний цилиндрических упругопластических оболочек при растяжении и комбинированном нагружении внутренним давлением и растяжением // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2022. № 2. С. 39–48. <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2022.2.04>

26. *Баженов В.Г., Казаков Д.А., Кибец А.И.* Постановка и численное решение задачи потери устойчивости упругопластических оболочек вращения с упругим наполнителем при комбинированных осесимметричных нагружениях с кручением // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2022. № 3. С. 95–106. <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2022.3.10>

27. *Abrosimov N.A., Elesin A.V., Igumnov L.* Computer simulation of the process of loss of stability of composite cylindrical shells under combined quasi-static and dynamic loads // Advanced Structured Materials. 2021. Vol. 137. P. 125–137. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-53755-5\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-030-53755-5_9)

## References

1. Zubchaninov V.G. On the main hypotheses of the general mathematical theory of plasticity and the limits of their applicability. *Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Solid State Mechanics*. 2020;6:73–81. (In Russ.) <https://doi.org/10.31857/S0572329920060173>

2. Plyushin A.A. *Mechanics of a continuous medium*. Moscow: Publishing House of Moscow State University, 1990. (In Russ.)

3. Bondar V.S., Abashev D.R., Fomin D.Y. Comparative analysis of theories of plasticity under complex loading. *Problems of strength and plasticity*. 2022;84(4):493–510. (In Russ.) <https://doi.org/10.32326/1814-9146-2022-84-4-493-510>

4. Bondar V.S., Abashev D.R., Petrov V.K. Construction of the Theory of Plasticity Irrelative of the Loading Surface and Associated Flow Law. *Strength of Materials*. 2021;53(4):550–558. <https://doi.org/10.1007/s11223-021-00316-9>

5. Bondar V.S., Abashev D.R., Fomin D.Y. Theories of plasticity under complex loading along spatial trajectories of deformations. *Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University. Mechanics*. 2021;4:41–48. (In Russ.) <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2021.4.05>

6. Bondar V.S., Abashev D.R., Fomin D.Y. Theories of plasticity under complex loading along flat deformation trajectories. *Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University. Mechanics*. 2021;3:35–47. (In Russ.) <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2021.3.04>

7. Gulyaev V.I., Bulgakov A.N. Experimental study of elastic-plastic deformation of structural materials on an automated test complex of a CH-computer. *Bulletin of the I.Ya. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of the limit state*. 2023;2(56):53–64. (In Russ.) <https://doi.org/10.37972/chgpu.2023.56.2.006>

8. Zubchaninov V.G., Gulyaev V.I., Alekseev A.A., Savrasov I.A. Verification of the postulate of isotropy during deformation of alloy B95 along two-link polyline trajectories. *Bulletin of the Moscow University. Series 1: Mathematics. Mechanics*. 2023;5:47–52. (In Russ.) <https://doi.org/10.55959/MSU0579-9368-1-64-5-7>

9. Zubchaninov V.G., Alekseev A.A., Gultyaev V.I., Alekseeva E.G. Processes of complex loading of structural steel along a five-link piecewise polyline deformation trajectory. *Bulletin of Tomsk State University. Mathematics and mechanics*. 2019;61:32–44. (In Russ.) <https://doi.org/10.17223/19988621/61/4>
10. Alekseev A., Zubchaninov V., Gultyaev V., Alekseeva E. Modeling of elastoplastic deformation of low-carbon steel along multi-link plane strain trajectories. *AIP Conference Proceedings*. 2021;020001. <https://doi.org/10.1063/5.0059630>
11. Zubchaninov V.G., Alekseev A.A., Gultyaev V.I., Alekseeva E.G. Modeling of elastoplastic deformation of structural steel by a trajectory containing three circles touching internally. *Materials Physics and Mechanics*. 2019;42(5): 528–534. [https://doi.org/10.18720/MPM.4252019\\_6](https://doi.org/10.18720/MPM.4252019_6)
12. Bondar V.S., Abashev D.R. Refining the thermoplasticity theory for modeling of cyclic nonisothermic loading processes. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*. 2021;16(4):501–510. <https://doi.org/10.2140/jomms.2021.16.501>
13. Bondar V.S., Abashev D.R. Mathematical Modeling of the Monotonic and Cyclic Loading Processes. *Strength of Materials*. 2020;52(3):366–373. <https://doi.org/10.1007/s11223-020-00186-7>
14. Bondar V.S., Dansin V.V., Vu L.D., Duc N.D. Constitutive modeling of cyclic plasticity deformation and low–high-cycle fatigue of stainless steel 304 in uniaxial stress state. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 2018;25(12):1009–1017. <https://doi.org/10.1080/15376494.2017.1342882>
15. Temis Yu.M., Fakeev A.I. Model of the curve of non-isothermal cyclic deformation. *Problems of strength and plasticity*. 2013;75(1):5–10. (In Russ.)
16. Bazhenov V.G., Zhestkov M.N. Numerical Modeling of Large Deformations for Porous Metals and Identification of Carcass Deformation Diagrams. *Mechanics of Composite Materials*. 2021;56(6):747–754. <https://doi.org/10.1007/s11029-021-09920-x>
17. Bazhenov V.G., Zhestkov M.N. Computer Modeling Deformation of Porous Elastoplastic Materials and Identification their Characteristics Using the Principle of Three-dimensional Similarity. *Journal of Siberian Federal Universit. Mathematics and Physics*. 2021;14(6):746–755. <https://doi.org/10.17516/1997-1397-2021-14-6-746-755>
18. Bazhenov V.G., Kazakov D.A., Nagornykh E.V. Modeling the behavior of elastic-plastic rods under tension-torsion and constructing their diagrams of deformation to rupture, taking into account the type of stress-strain state. *Reports of the Russian Academy of Sciences. Physics, technical sciences*. 2021;501(1):23–28. (In Russ.) <https://doi.org/10.31857/S268674002106002X>
19. Bazhenov V.G., Nagornykh E.V., Samsonova D.A. Modeling of elastoplastic buckling of a cylindrical shell with initial shape imperfections and elastic filler under external pressure. *AIP Conference Proceedings: 28th Russian Conference on Mathematical Modelling in Natural Sciences*, 02–05 October 2019, Perm, Russia, 2020;2216:040001. <https://doi.org/10.1063/5.0003598>
20. Cheremnykh S., Zubchaninov V., Gultyaev V. Deformation of cylindrical shells of steel 45 under complex loading. *E3S Web of Conferences. 22nd International Scientific Conference on Construction the Formation of Living Environment, FORM 2019*. 2019;04025. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/20199704025>
21. Cheremnykh S.V. Experimental study of elastic-plastic deformation of a cylindrical shell made of 45 steel. *Construction mechanics of engineering structures and structures*. 2021;17(5):519–527. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-5-519-527>
22. Cheremnykh S., Kuzhin M. Solution of the problem of stability of 40x steel shell. *Journal of Physics: Conference Series. International Scientific Conference on Modelling and Methods of Structural Analysis, MMSA 2019*. 2020;012191. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1425/1/012191>
23. Bondar V.S., Abashev D.R. Constructing a memory surface for separating the processes of monotone and cyclic loads. *Problems of strength and plasticity*. 2022;84(3):364–375. (In Russ.) <https://doi.org/10.32326/1814-9146-2022-84-3-364-375>
24. Bazhenov V.G., Nagornykh E.V. Numerical analysis of large elastoplastic deformations of bodies and media and identification of their deformation diagrams under various types of loading. *Scientific notes of Kazan University. Series: Physical and Mathematical Sciences*. 2022;164(4):316–328. (In Russ.) <https://doi.org/10.26907/2541-7746.2022.4.316-328>
25. Bazhenov V.G., Kazakov D.A., Osetrov S.L. Analysis of the limiting states of cylindrical elastoplastic shells under tension and combined loading by internal pressure and tension. *Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University. Mechanics*. 2022;2:39–48. (In Russ.) <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2022.2.04>
26. Bazhenov V.G., Kazakov D.A., Kibets A.I. Formulation and numerical solution of the problem of loss of stability of elastoplastic shells of rotation with elastic filler under combined axisymmetric torsion loads. *Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University. Mechanics*. 2022;3:95–106. (In Russ.) <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2022.3.10>
27. Abrosimov N.A., Elesin A.V., Igumnov L. Computer simulation of the process of loss of stability of composite cylindrical shells under combined quasi-static and dynamic loads. *Advanced Structured Materials*. 2021;137:125–137. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-53755-5\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-030-53755-5_9)

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ EXPERIMENTAL RESEARCHES

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-2-170-181

УДК 69.04

EDN: NHPHBS

Научная статья / Research article

### Напряженно-деформированное состояние сталефибробетона при сжатии с учетом разгрузки из области неупругих деформаций

В.П. Агапов<sup>1</sup>, А.С. Маркович<sup>1,2</sup>, П. Дхар<sup>1</sup>, Д.А. Голишевская<sup>1</sup>✉<sup>1</sup> Российский университет дружбы народов, Москва, Россия<sup>2</sup> Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Россия

✉ miloserdova-da@rudn.ru

#### История статьи

Поступила в редакцию: 30 ноября 2023 г.

Доработана: 25 февраля 2024 г.

Принята к публикации: 14 марта 2024 г.

#### Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

#### Вклад авторов

Нераздельное соавторство.

**Аннотация.** Исследованы физико-механические характеристики сталефибробетона при сжатии, в том числе модуль упругости, коэффициент Пуассона, значения предельных деформаций при сжатии, величина прочности с различным процентом дисперсного армирования. Разработана и проведена программа экспериментальных исследований, которая включала в себя изготовление образцов-кубов, размером 100×100×100 мм, а также испытание на сжатие при статическом нагружении с учетом разгрузки из области неупругих деформаций. В качестве дисперсного армирования было выбрано два вида стальной фибры: анкерного и волнового профиля. Объемное содержание стального волокна в образцах кубов составляло 0,5, 1,0, 1,5 и 2,0 %. Получены прочностные и деформационные характеристики сталефибробетона при сжатии. На основе экспериментальных данных построены действительные диаграммы деформирования сталефибробетона с учетом типа армирующих волокон и процентного содержания армирующего волокна. На основе полученных диаграмм предложен закон деформирования сталефибробетона, который можно описать полиномиальной функцией четвертой степени с постоянными коэффициентами, определяющими вид кривой «напряжение — деформация». Приведенные результаты исследования могут быть использо-


**Агапов Владимир Павлович**, доктор технических наук, профессор департамента строительства инженерной академии, Российский университет дружбы народов, Москва, Российская Федерация; eLIBRARY SPIN-код: 2422-0104; ORCID: 0000-0002-1749-5797; E-mail: agapovpb@mail.ru

**Маркович Алексей Семенович**, кандидат технических наук, доцент департамента строительства инженерной академии, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 9203-1434; ORCID: 0000-0003-3967-2114; E-mail: markovich-as@rudn.ru

**Дхар Прашанта**, кандидат технических наук, старший преподаватель департамента строительства инженерной академии, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 5670-7662; ORCID: 0000-0002-7888-5350; E-mail: dkhar-p@rudn.ru

**Голишевская Дарья Александровна**, ассистент департамента строительства инженерной академии, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 1276-6516; ORCID: 0000-0003-0835-528X; E-mail: miloserdova-da@rudn.ru

© Агапов В.П., Маркович А.С., Дхар П., Голишевская Д.А., 2024

 This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

ваны при разработке методики физически нелинейных расчетов сталефибробетонных элементов с процентом дисперсного армирования от 0,5 до 2,0 %.

**Ключевые слова:** сталефибробетон, стальное волокно, модуль упругости, предельная деформация, прочность на сжатие

#### Для цитирования

Агапов В.П., Маркович А.С., Дхар П., Голишевская Д.А. Напряженно-деформированное состояние сталефибробетона при сжатии с учетом разгрузки из области неупругих деформаций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 2. С. 170–181. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-170-181>

## Stress-Strain State of Steel Fiber-Reinforced Concrete under Compression Taking into Account Unloading from Inelastic Region

Vladimir P. Agapov<sup>1</sup>, Alexey S. Markovich<sup>1,2</sup>, Prashanta Dkhar<sup>1</sup>, Darya A. Golishevskaya<sup>1</sup>✉

<sup>1</sup>RUDN University, Moscow, Russia

<sup>2</sup>National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

✉ miloserdova-da@rudn.ru

#### Article history

Received: November 30, 2023

Revised: February 25, 2024

Accepted: March 14, 2024

#### Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest.

#### Authors' contribution

Undivided co-authorship.

**Abstract.** The purpose of the study is to examine the physical and mechanical characteristics of steel fiber-reinforced concrete under compression, including: modulus of elasticity, Poisson ratio, values of ultimate strains under compression, values of compressive strength with different percentages of dispersed reinforcement. An experimental investigation program, which included the production of cube samples measuring 100×100×100 mm, as well as a compression test under static loading, taking into account unloading from the region of inelastic deformations, was developed and carried out. Two types of steel fiber were chosen as dispersed reinforcement: hooked end and wave shape. The volume content of steel fiber in the cube samples was 0.5, 1.0, 1.5 and 2.0 %. As a result of the investigation, the strength and deformation characteristics of steel fiber reinforced concrete under compression were obtained. Based on the experimental data, actual strain diagrams of steel fiber reinforced concrete were constructed, taking into account the type of reinforcing fibers and the percentage of reinforcing fiber. Based on the obtained diagrams, a law of deformation of steel fiber reinforced concrete is proposed, which can be described by a polynomial function of the fourth order with constant coefficients that determine the shape of the stress-strain curve. The presented research results can be used in developing a methodology for physically nonlinear analysis of steel fiber reinforced concrete elements with a percentage of dispersed reinforcement from 0.5 to 2.0 %.

**Keywords:** steel fiber-reinforced concrete, steel fiber, modulus of elasticity, ultimate strain, compressive strength

#### For citation

Agapov V.P., Markovich A.S., Dkhar P., Golishevskaya D.A. Stress-strain state of steel fiber-reinforced concrete under compression taking into account unloading from inelastic region. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(2):170–181. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-170-181>

**Vladimir P. Agapov**, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Civil Engineering, Engineering Academy, RUDN University, Moscow, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 2422-0104; ORCID: 0000-0002-1749-5797; E-mail: agapovpb@mail.ru

**Alexey S. Markovich**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, RUDN University, Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 9203-1434; ORCID: 0000-0003-3967-2114; E-mail: markovich-as@rudn.ru

**Prashanta Dkhar**, Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer of the Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, RUDN University, Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 5670-7662; ORCID: 0000-0002-7888-5350; E-mail: dkhar-p@rudn.ru

**Darya A. Golishevskaya**, Assistant of the Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, RUDN University, Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 1276-6516; ORCID: 0000-0003-0835-528X; miloserdova-da@rudn.ru

## 1. Введение

Дисперсно-армированный бетон представляет собой сложный композиционный материал. Для увеличения физико-механических характеристик бетонов используются различные волокна (стальные, базальтовые, стеклянные, углеродные, полипропиленовые и т.д.) [1–3]. Следует отметить, что существенный практический интерес для эффективного использования в строительной области представляет исследование свойств образцов, полученных на основе стального волокна, что отражено в [3–6].

В [6–9] установлено, что рабочий диапазон объемного содержания стального волокна в дисперсно-армированном бетоне принимается не более 2,5...3,0 %. Более высокий процент армирования не всегда является обоснованным и может привести к снижению прочности [7].

В работах зарубежных и отечественных исследователей отмечено, что добавление стальных волокон в состав бетона значительно увеличивает его прочностные показатели. Прочность сталефибробетона на сжатие повышается на 10...15 % относительно обычного бетона такого же класса при содержании стального волокна до 2,5 % [10–18]. Однако, проведя анализ существующих работ [4–21], можно отметить, что в настоящее время физико-механические характеристики сталефибробетона ещё недостаточно подкреплены экспериментальными данными, в частности, имеется недостаток исследований напряженно-деформированного состояния сталефибробетона с учетом его разгрузки из области неупругих деформаций.

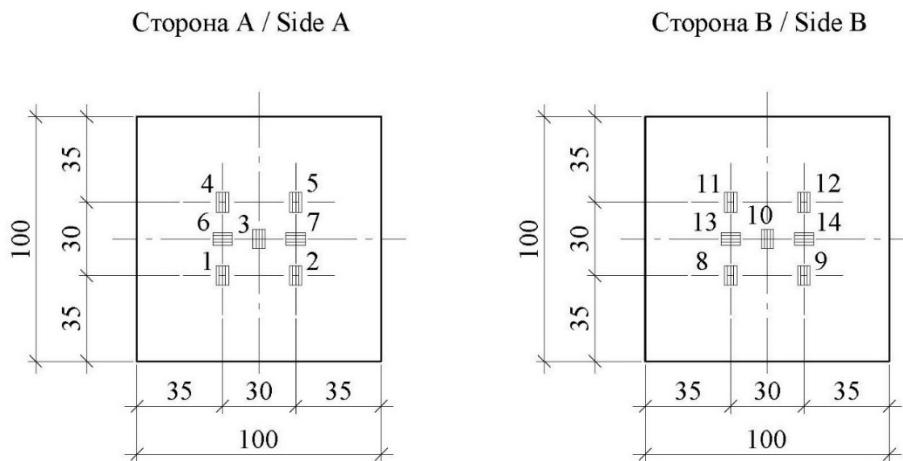
В статье особое внимание уделено экспериментальному исследованию сталефибробетона на сжатие с учетом разгрузки из области неупругих деформаций с рациональным содержанием фибрового волокна в пределах от 0,5 до 2 %.

## 2. Метод

Для исследования прочностных и деформативных характеристик сталефибробетона при сжатии были проведены эксперименты, выполненные авторами в лаборатории строительных конструкций и материалов департамента строительства инженерной академии РУДН. Объектом исследования являлись образцы-кубы размером 100×100×100 мм. Для эксперимента было изготовлено 4 партии образцов с применением стального волокна анкерного типа (диаметр 0,3 мм и длина 30 мм) и 4 партии — с применением стального волокна волнового типа (диаметр 0,3 мм и длина 22 мм). Количество стального волокна в образцах увеличивалось от 0,5 до 2 % по объему. Все образцы имели одинаковый состав бетонной матрицы: Ц:П:Щ=1:1,2:1,6 при В:Ц=0,45 и расходе пластифицирующей добавки 1,5 % от массы цемента. Количество образцов-кубов в одной партии составило 6 шт. Итого было изготовлено 48 дисперсно-армированных образцов-кубов.

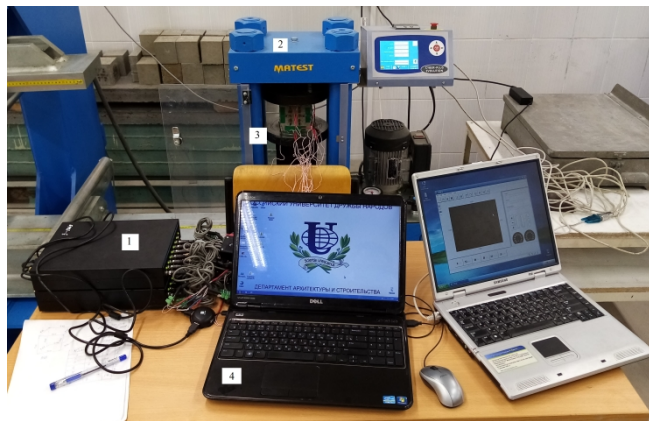
Получение действительных диаграмм деформирования при стандартных испытаниях с применением индикаторов часового типа сопровождается рядом технических трудностей и сложностей регистрации деформаций во времени одновременно в несколько точек. Таким образом, данные, полученные при таком типе измерения, могут иметь серьезные погрешности [22–23]. В нашем случае применялась методика, согласно которой в процессе испытаний в реальном времени синхронно с нагрузкой регистрировались продольные и поперечные деформации образца. Испытание образцов производилось на испытательной установке Matest по Межгосударственному стандарту ГОСТ 10180-2012<sup>1</sup>. Для измерения деформаций на смежные грани контрольных образцов-кубов были наклеены по 7 тензорезисторов ВХ 120-5АА так, чтобы направление их базы совпадало с направлением измеряемой деформации (рис. 1). Тензорезисторы были подключены к 32-канальной тензометрической станции ZETLAB по полной мостовой схеме (рис. 2).

<sup>1</sup> ГОСТ 10180-2012. Бетоны. Методы определения прочности по контрольным образцам. М.: Стандартинформ, 2018. 32 с. URL: <http://www.nppskmost.ru/files/gost-10180-2012.pdf> (дата обращения: 15.07.2023).



**Рис. 1.** Схема расположения тензорезисторов на гранях образцов-кубов  
И с т о ч н и к : выполнено В.П. Агаповым, А.С. Марковичем, Д.А. Голишевской

**Figure 1.** Arrangement of strain gauges on the faces of sample cubes  
S o u r c e : compiled by V.P. Agapov, A.S. Markovich, D.A. Golishevskaja



**Рис. 2.** Подключение тензорезисторов к многоканальной тензометрической станции:  
1 — тензометрическая станция Zetlab ZET 017-T32; 2 — гидравлический пресс Matest;  
3 — образец-куб с тензорезисторами BX 120-5AA; 4 — персональный компьютер

И с т о ч н и к : фото А.С. Марковичем, Д.А. Голишевской

**Figure 2.** Connecting strain gauges to a multichannel strain gauge station:  
1 — Zetlab ZET 017-T32 strain gauge station; 2 — Matest hydraulic press;  
3 — sample cube with BX 120-5AA strain gauges; 4 — personal computer  
S o u r c e : photo by A.S. Markovich, D.A. Golishevskaja

Для построения диаграммы деформирования с учетом разгрузки из области неупругих деформаций и определения остаточных деформаций сталефибробетона образцы нагружались до заданного уровня напряжений, составляющих 60 % от разрушающих. После этого производилась полная разгрузка.

### 3. Результаты и обсуждение

Характер разрушения образцов представлен на рис. 3. В ходе экспериментов были определены следующие физико-механические характеристики сталефибробетона: прочность на сжатие, начальный модуль упругости, предельная деформация и коэффициент Пуассона. Результаты испытаний приведены в табл. 1.



**Рис. 3.** Разрушенные образцы-кубы  
 Источник: фото А.С. Марковичем, Д.А. Голишевской  
**Figure 3.** Destroyed sample cubes  
 Source: photo by A.S. Markovich, D.A. Golishevskaja

Таблица 1

**Результаты испытаний по определению прочности на сжатие сталефибробетонных образцов-кубов**

Тип стального волокна	Количество стального волокна $\mu_f$ , %	Кубиковая прочность на сжатие $R_{fb}$ , МПа	Призменная прочность на сжатие $R_{fb}'$ , МПа	Предельная деформация $\epsilon_{ufbc}$	Начальный модуль упругости $E_b$ , МПа $\times 10^{-3}$
Бетон без фибры	0	55,00	39,5	0,00200	39,00
Фибра проволочная анкерная 0,3/30	0,5	59,65	42,37	0,00172	44,98
	1,0	62,13	43,98	0,00160	49,41
	1,5	64,33	45,40	0,00156	49,88
	2,0	66,55	46,81	0,00154	51,71
Фибра проволочная волновая 0,3/22	0,5	57,75	41,13	0,00194	41,81
	1,0	59,21	42,09	0,00191	43,43
	1,5	60,47	42,91	0,00186	45,32
	2,0	62,20	44,03	0,00182	48,16

Источник: составлено В.П. Агаповым, А.С. Марковичем, Д.А. Голишевской

Table 1

**The results of compression tests of steel fiber-reinforced concrete**

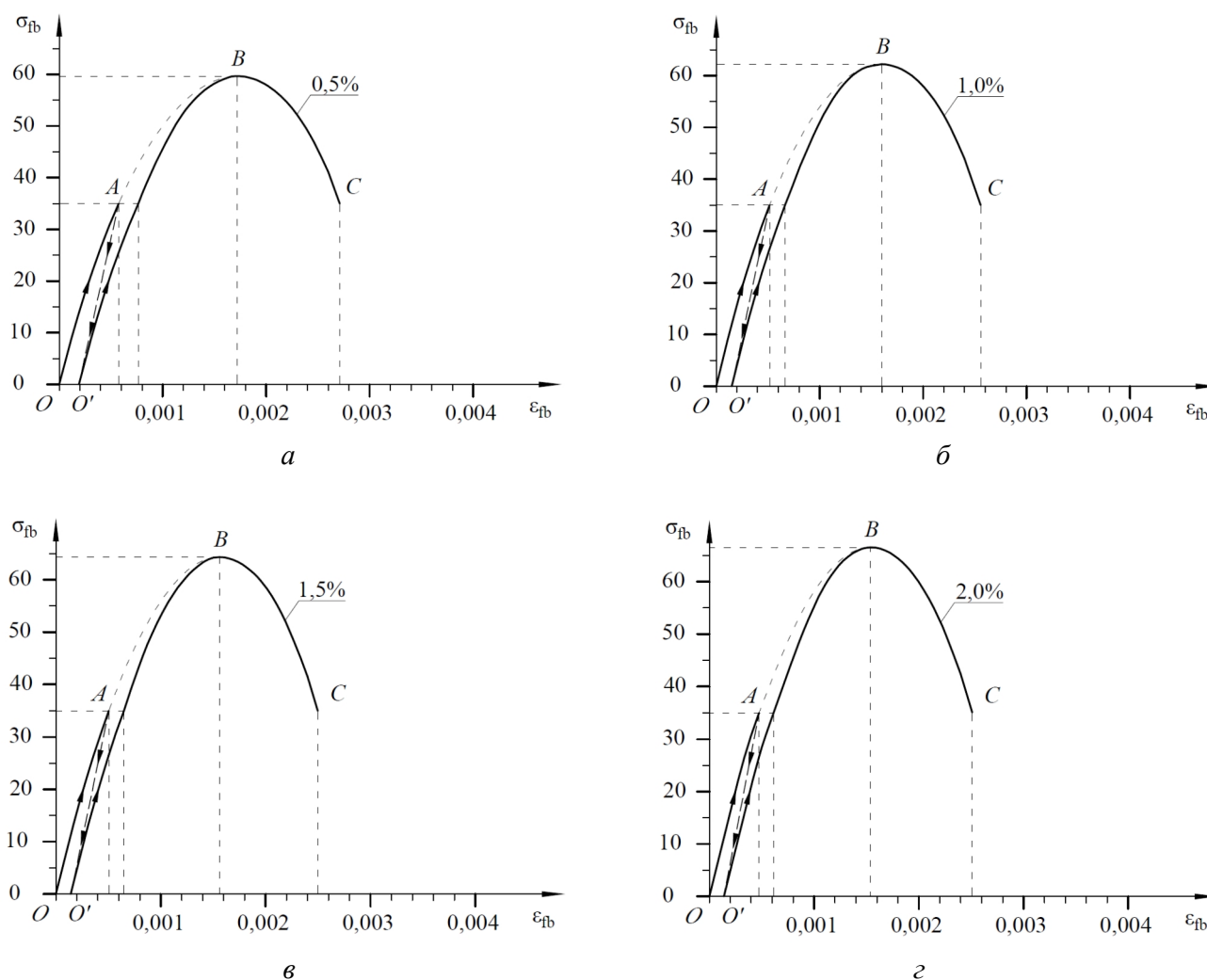
Type of steel fiber	Content of steel fiber $\mu_f$ , %	Cube compressive strength $R_{fb}$ , МПа	Prism compressive strength $R_{fb}'$ , МПа	Ultimate strain $\epsilon_{ufbc}$	Tangent modulus of elasticity $E_b$ , МПа $\times 10^{-3}$
Concrete without fiber	0	55.00	39.5	0.00200	39.00
Hooked end wire fiber 0.3/30	0.5	59.65	42.37	0.00172	44.98
	1.0	62.13	43.98	0.00160	49.41
	1.5	64.33	45.40	0.00156	49.88
	2.0	66.55	46.81	0.00154	51.71
Wave wire fiber 0.3/22	0.5	57.75	41.13	0.00194	41.81
	1.0	59.21	42.09	0.00191	43.43
	1.5	60.47	42.91	0.00186	45.32
	2.0	62.20	44.03	0.00182	48.16

Source: made by V.P. Agapov, A.S. Markovich, D.A. Golishevskaja



Результаты проведенных экспериментов свидетельствуют о том, что при увеличении дисперсного армирования прочность сталефибробетона при сжатии растет с увеличением объемного содержания стального волокна. Увеличение процента армирования до 2 % позволяет повысить прочность сталефибробетона на сжатие на 21 % при использовании анкерной фибры и на 13 % при использовании волновой. Предельная деформация образцов при сжатии уменьшается с увеличением объемного содержания стального волокна: так, при 2 % армировании предельная деформация уменьшается на 23 % для анкерной фибры и на 9 % для волновой. По полученным результатам установлено, что начальный модуль упругости сталефибробетона увеличивается на 33% при использовании анкерной фибры и на 23,5 % при применении волновой при максимальном проценте армирования в 2 %. Полученные данные согласуются с результатами работ других исследователей [5; 7; 10–18; 23].

На рис. 4 и 5 представлены осредненные диаграммы деформирования образцов из сталефибробетона с ветвями нагрузки и разгрузки, отражающими действительный характер работы материала с учетом типа армирующих волокон и процентного содержания армирующего волокна.

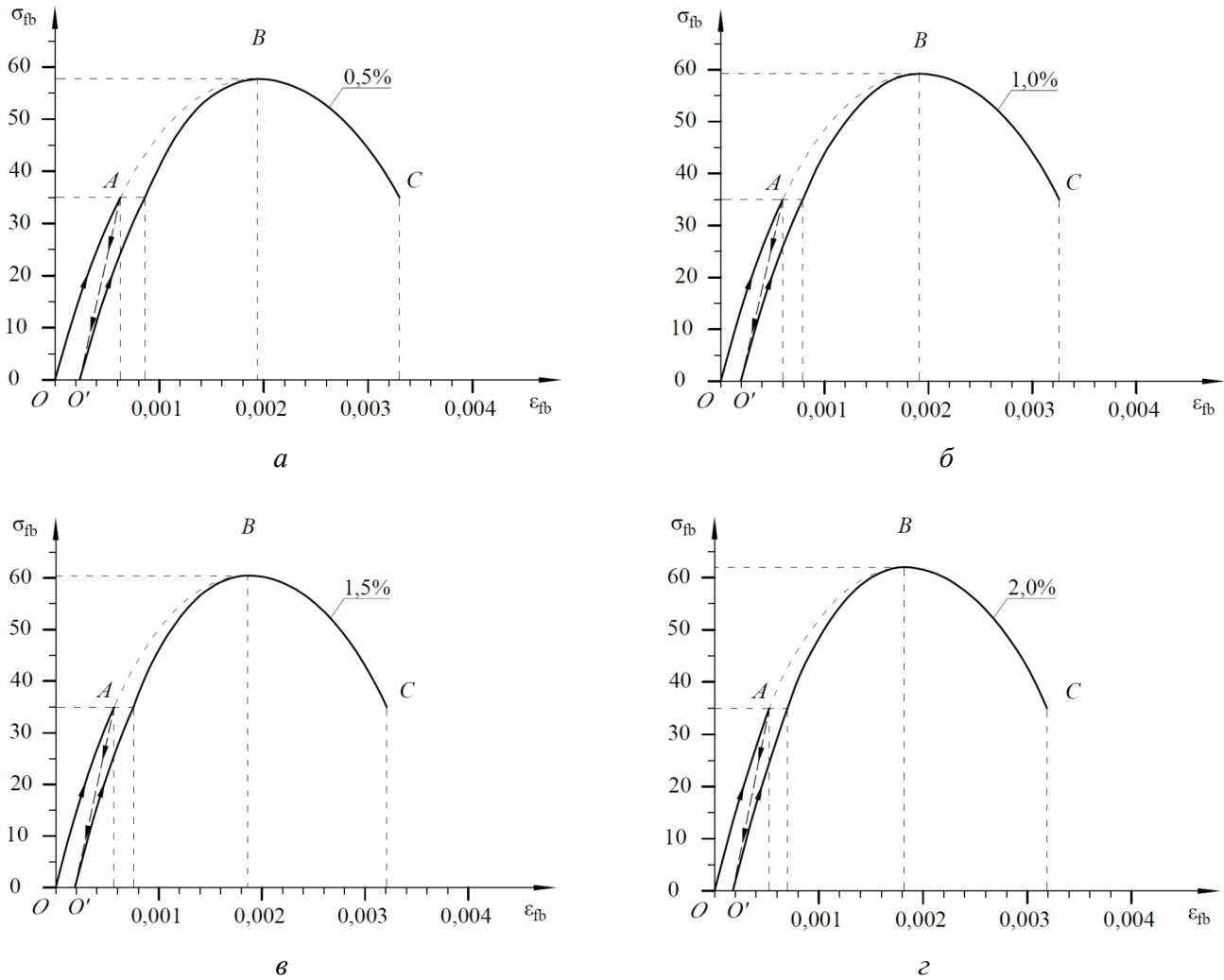


**Рис. 4.** Диаграмма деформирования дисперсно-армированного бетона с ветвью нагрузки и разгрузки образцов-кубов с фиброй проволочной анкерной:  
 а —  $\mu_f = 0,5\%$ ; б —  $\mu_f = 1\%$ ; в —  $\mu_f = 1,5\%$ ; г —  $\mu_f = 2\%$

И с т о ч н и к: выполнено В.П. Агаповым, А.С. Марковичем, Д.А. Голишевской

**Figure 4.** Diagram of deformation of fiber-reinforced concrete with a branch of loading and unloading of sample cubes with hooked end wire fiber:  
 а —  $\mu_f = 0.5\%$ ; б —  $\mu_f = 1\%$ ; в —  $\mu_f = 1.5\%$ ; г —  $\mu_f = 2\%$

S o u r c e: compiled by V.P. Agapov, A.S. Markovich, D.A. Golishevskaja



**Рис. 5.** Диаграмма деформирования дисперсно-армированного бетона с ветвью нагрузки и разгрузки образцов-кубов с фиброй проволоочной волновой:  
 а —  $\mu_f = 0,5 \%$ ; б —  $\mu_f = 1 \%$ ; в —  $\mu_f = 1,5 \%$ ; з —  $\mu_f = 2 \%$   
 И с т о ч н и к: выполнено В.П. Агаповым, А.С. Марковичем, Д.А. Голишевской  
**Figure 5.** Diagram of deformation of fiber-reinforced concrete with a branch of loading and unloading of sample cubes with wave wire fiber  
 а —  $\mu_f = 0,5 \%$ ; б —  $\mu_f = 1 \%$ ; в —  $\mu_f = 1,5 \%$ ; з —  $\mu_f = 2 \%$   
 S o u r c e: compiled by V.P. Agapov, A.S. Markovich, D.A. Golishevskaja

На представленных выше диаграммах (см. рис. 4, 5) ветвь  $OA$  соответствует первоначальному нагружению до нагрузки, составляющей 60 % от разрушающей (350 кН). Ветвь  $OA'$  соответствует разгрузке образца-куба. Отрезок  $OO'$  указывает на остаточные деформации. Ветвь  $O-A-O'$  описывает собой неполную петлю гистерезиса. Точка  $B$ , находящаяся на вершине диаграммы, соответствует разрушающей нагрузке  $R_{fb}$  и предельной деформации  $\epsilon_{ufbc}$ . Кривая  $BC$  характеризует ниспадающую ветвь диаграммы.

Анализируя полученные диаграммы деформирования (см. рис. 4, 5), можно отметить, что вершина диаграммы смещается вверх и влево, а угол касательной к наклону кривой в начале координат увеличивается с увеличением процентного содержания волокна в составе бетона.

На основании обработки полученных экспериментальных данных получена аналитическая зависимость между напряжениями и деформациями сталефибробетона при сжатии, которая аппроксимируется полиномиальной функцией четвертой степени [25]:

$$\sigma_{fb} = \alpha_1 \varepsilon_{fb} + \alpha_2 \varepsilon_{fb}^2 + \alpha_3 \varepsilon_{fb}^3 + \alpha_4 \varepsilon_{fb}^4, \quad (1)$$

где  $\sigma_{fb}$  — нормальные напряжения сжатия;  $\varepsilon_{fb}$  — продольные деформации;  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  — постоянные коэффициенты, которые зависят от процентного содержания стального волокна и типа профиля.

Коэффициенты  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ , определяющие вид диаграммы деформирования, приведены в табл. 2.

Таблица 2

**Коэффициенты аппроксимирующей функции  $\sigma$ - $\varepsilon$  дисперсно-армированного бетона на сжатие в зависимости от типа профиля и количества стального волокна**

Тип стального волокна	Постоянные коэффициенты уравнения, $\times 10^6$	Количество стального волокна $\mu_f$ , %			
		0,5	1,0	1,5	2,0
Фибра проволочная анкерная 0,3/30	$\alpha_1$	0,0794	0,0855	0,0833	0,0860
	$\alpha_2$	-37,1	-37,8	-29,1	-29,1
	$\alpha_3$	9590	7630	2280	1860
	$\alpha_4$	-1810000	-1400000	-625000	-671000
Фибра проволочная волновая 0,3/22	$\alpha_1$	0,0742	0,0775	0,0809	0,0862
	$\alpha_2$	-33,4	-36,1	-38,6	-42,6
	$\alpha_3$	7030	8110	8840	10000
	$\alpha_4$	-83100	-1010000	-1130000	-1260000

Источники: составлено В.П. Агаповым, А.С. Марковичем, Д.А. Голишевской

Table 2

**$\sigma$ - $\varepsilon$  approximation function coefficients of fiber-reinforced concrete under compression, depending on the shape and the content of steel fiber**

Type of steel fiber	Constant function coefficients, $\times 10^6$	Content of steel fiber $\mu_f$ , %			
		0.5	1.0	1.5	2.0
Hooked end wire fiber 0.3/30	$\alpha_1$	0.0794	0.0855	0.0833	0.0860
	$\alpha_2$	-37.1	-37.8	-29.1	-29.1
	$\alpha_3$	9590	7630	2280	1860
	$\alpha_4$	-1810000	-1400000	-625000	-671000
Wave wire fiber 0.3/22	$\alpha_1$	0.0742	0.0775	0.0809	0.0862
	$\alpha_2$	-33.4	-36.1	-38.6	-42.6
	$\alpha_3$	7030	8110	8840	10000
	$\alpha_4$	-83100	-1010000	-1130000	-1260000

Source: made by V.P. Agapov, A.S. Markovich, D.A. Golishevskaja

Значения остаточных деформаций сталефибробетона с различным процентом содержания анкерной и волной фибры, представлены в табл. 3. Значения коэффициента Пуассона испытываемых образцов приведены в табл. 4.

Таблица 3

**Относительные остаточные деформации сталефибробетона на сжатие**

Тип стального волокна	Относительная остаточная деформация дисперсно-армированного бетона $\epsilon_{plfb} \times 10^3$			
	Количество стального волокна $\mu_f, \%$			
	0,5	1,0	1,5	2,0
Фибра проволочная анкерная 0,3/30	0,190	0,150	0,143	0,138
Фибра проволочная волновая 0,3/22	0,236	0,193	0,186	0,175

И с т о ч н и к : составлено В.П. Агаповым, А.С. Марковичем, Д.А. Голишевской

Table 3

**Relative residual deformation of fiber-reinforced concrete under compression**

Type of steel fiber	Relative residual deformation of fiber-reinforced concrete $\epsilon_{plfb} \times 10^3$			
	Content of steel fiber $\mu_f, \%$			
	0.5	1.0	1.5	2.0
Hooked end wire fiber 0.3/30	0.190	0.150	0.143	0.138
Wave wire fiber 0.3/22	0.236	0.193	0.186	0.175

S o u r c e : made by V.P. Agapov, A.S. Markovich, D.A. Golishevskaja

Таблица 4

**Значения коэффициента поперечной деформации ( $\nu$ ) на шагах нагружения**

$\sigma_{fb} / R_{fb}$	0,24	0,44	0,61	0,74	0,84	0,92	0,97	1,00
Фибра проволочная анкерная 0,3/30	0,26	0,26	0,28	0,33	0,37	0,48	0,51	0,70
Фибра проволочная волновая 0,3/22	0,24	0,24	0,26	0,29	0,34	0,45	0,62	0,68

И с т о ч н и к : составлено В.П. Агаповым, А.С. Марковичем, Д.А. Голишевской

Table 4

**Values of the coefficient of transverse deformation ( $\nu$ ) at loading steps**

$\sigma_{fb} / R_{fb}$	0.24	0.44	0.61	0.74	0.84	0.92	0.97	1.00
Hooked end wire fiber 0.3/30	0.26	0.26	0.28	0.33	0.37	0.48	0.51	0.70
Wave wire fiber 0.3/22	0.24	0.24	0.26	0.29	0.34	0.45	0.62	0.68

S o u r c e : made by V.P. Agapov, A.S. Markovich, D.A. Golishevskaja

**4. Заключение**

1. На основании проведенных исследований можно сделать вывод о характере сдерживания стальными волокнами продольных и поперечных деформаций бетона. Явно выражен эффект перераспределения усилий в материале, а именно: с увеличением деформаций стальные волокна снимают часть нагрузки с бетонной матрицы, тем самым повышается верхняя граница трещинообразования.

2. Проведенные опыты показали, что использование анкерной фибры в качестве дисперсного армирования бетона оказывается более эффективным, чем волновой.

3. На основании полученных действительных диаграмм деформирования образцов на сжатие предложена зависимость между напряжениями и деформациями в виде полиномиальной функции четвертой степени с постоянными коэффициентами, определяющими вид диаграммы в зависимости от типа армирующих волокон и их процентного содержания.

### Список литературы

1. Рабинович Ф.Н. Композиты на основе дисперсно армированных бетонов. Вопросы теории и проектирования, технология, конструкции: монография. М.: Издательство АСВ, 2011. 642 с. EDN: QNPRVR
2. Маркович А.С., Милосердова Д.А. Свойства дисперсных волокон для эффективного армирования бетонов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 2. С. 182–192. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-2-182-192>
3. Пухаренко Ю.В., Аубакирова И.У., Скобликов В.А., Летенко Д.Г., Никитин В.А., Чарыков Н.А. Применение наносистем при получении сталефибробетона // Вестник гражданских инженеров. 2011. № 3 (28). С. 77–81. EDN: ОРНУОТ
4. Ключев А.В. Сталефибробетон для сборно-монолитного строительства // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2011. № 2. С. 60–63. EDN: NYATIP
5. Талантова К.В., Михеев Н.М. Исследование влияния свойств стальных фибр на эксплуатационные характеристики сталефибробетонных конструкций // Ползуновский вестник. 2011. № 1. С. 194–198. EDN: OCSKFP
6. Горохов М.С. Трещиностойкость фибробетона со стальной анкерной фиброй // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2014. № 5 (27). С. 47–53. EDN: SWLTOF
7. Маркович А.С., Милосердова Д.А. Свойства дисперсных волокон для эффективного армирования бетонов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 2. С. 182–192. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-2-182-192>
8. Хегай А.О., Кириллин Н.М., Хегай Т.С., Хегай О.Н. Экспериментальные исследования деформативных свойств сталефибробетона повышенных классов // Вестник гражданских инженеров. 2020. № 6 (83). С. 77–82. <https://doi.org/10.23968/1999-5571-2020-17-6-77-82>
9. Карпенко Н.И., Моисеенко Г.А. Свойства высокопрочного сталефибробетона с минимальным эффективным содержанием фибры при нагружениях различной длительности // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 6. С. 503–514. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-6-503-514>
10. Yoo D.-Y., Banthia N. Impact resistance of fiber-reinforced concrete – A review // Cement and Concrete Composites. 2019. Vol. 104. No. 2019. <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2019.103389>
11. Yusuf M.S., Isak A.B., Mohamud G.A., Warsame A.H., Osman Y.I., Ibrahim A.H., Elmi, L.A.A. Effect of Steel Fiber on Concrete's Compressive Strength // Open Journal of Civil Engineering. 2023. Vol. 13. P. 192–197. <https://doi.org/10.4236/ojce.2023.131014>
12. Zhao M., Li C., Li J., Yue L. Experimental Study on the Performance of Steel-Fiber-Reinforced Concrete for Remote-Pumping Construction // Materials. 2023. Vol. 16. No. 10. <https://doi.org/10.3390/ma16103666>
13. Ding X., Zhao M., Zhou S., Fu Y., Li C. Statistical Analysis and Preliminary Study on the Mix Proportion Design of Self-Compacting Steel Fiber Reinforced Concrete // Materials. 2019. Vol. 12. No. 4. <https://doi.org/10.3390/ma12040637>
14. Mohtasham Moein M., Saradar A., Rahmati K., Hatami Shirkouh A., Sadrinejad I., Aramali V., Karakouzian M. Investigation of Impact Resistance of High-Strength Portland Cement Concrete Containing Steel Fibers // Materials. 2022. Vol. 15. No. 20. <https://doi.org/10.3390/ma15207157>
15. More F.M.D.S., Subramanian S.S. Impact of Fibres on the Mechanical and Durable Behaviour of Fibre-Reinforced Concrete // Buildings. 2022. Vol. 12. No. 9. <https://doi.org/10.3390/buildings12091436>
16. Alrawashdeh A., Eren O. Mechanical and physical characterisation of steel fibre reinforced self-compacting concrete: Different aspect ratios and volume fractions of fibres // Results in Engineering. 2022. Vol. 13. P. 100335. <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2022.100335>
17. Khan M., Cao M., Xie C., Ali M. Effectiveness of hybrid steel-basalt fiber reinforced concrete under compression // Case Studies in Construction Materials. 2022. Vol. 16. P. e00941. <https://doi.org/10.1016/j.cscm.2022.e00941>
18. Hrabová K., Lánik J., Lehner P. Statistical and Practical Evaluation of the Mechanical and Fracture Properties of Steel Fibre Reinforced Concrete // Buildings. 2022. Vol. 1. No. 8. P. 1082. <https://doi.org/10.3390/buildings12081082>
19. Moiseenko G.A. Method for construction of isochron diagrams of high-strength steel fiber concrete and its matrix // Строительство и реконструкция. 2020. № 5 (91). С. 32–45. <http://doi.org/10.33979/2073-7416-2020-90-4-32-45>

20. Klyuev S.V., Klyuev A.V., Abakarov A.D., Shorstova E.S., Gafarova N.G. The effect of particulate reinforcement on strength and deformation characteristics of fine-grained concrete // *Magazine of Civil Engineering*. 2017. No. 7. P. 66–75. <https://doi.org/10.18720/MCE.75.6>

21. Лесовик Р.В., Клюев А.В., Клюев С.В. Мелкозернистый сталефибробетон на основе техногенного песка для получения сборных элементов конструкций // *Технологии бетонов*. 2014. Т. 2. № 14. С. 44–45. EDN: SZTHMX

22. Сидоров В.Н., Акимов П.А., Хегай А.О. Экспериментальные исследования высокопрочного фибробетона и прикладные вопросы численного расчета строительных конструкций // *Вестник МГСУ*. 2010. № 4-2. С. 427–435.

23. Степанов М.В., Моисеенко Г.А. Диаграммы деформирования мелкозернистого высокопрочного бетона и сталефибробетона при сжатии // *Строительство и реконструкция*. 2019. № 3 (83). С. 11–21. <http://doi.org/10.33979/2073-7416-2019-83-3-11-21>

24. Тамов М.М., Салиб М.И.Ф., Абузеих Ю.К.И., Софьяников О.Д. Подбор составов и исследование прочностных характеристик самоуплотняющегося сверхвысокопрочного сталефибробетона // *Известия высших учебных заведений // Строительство*. 2022. № 4 (760). С. 25–39. <https://doi.org/10.32683/0536-1052-2022-760-4-25-39>

25. Hu L., Li S., Zhu J., Yang X. Mathematical Model of Constitutive Relation and Failure Criteria of Plastic Concrete under True Triaxial Compressive Stress // *Materials*. 2021. Vol. 14 (1). P. 102. <https://doi.org/10.3390/ma14010102>

## References

1. Rabinovich F.N. Composites based on dispersed reinforced concrete. Questions of theory and design, technology, constructions: monograph. Moscow: ASV Publ.; 2011. (In Russ.) EDN: QNPRVR

2. Markovich A.S., Miloserdova D.A. Properties of dispersed fibers for efficient concrete reinforcement. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(2):182–192. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-2-182-192>

3. Pukharenko Yu.V., Aubakirova I.U., Skoblikov V.A., Letenko D.G., Nikitin V.A., Charykov N.A. Application of nanosystems in the steel fibrous concrete production. *Bulletin of civil engineers*. 2011;3(28):77–81. (In Russ.) EDN: OPHUOT

4. Kluev A.V. Steel fiber reinforced concrete for prefabricated monolithic construction. *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2011;(2):60–63. (In Russ.) EDN: NYATIP

5. Talantova K.V., Mikheev N.M. A kinetic study of the alcoholic fermentation reaction using a pine nut shell as a packing element. *Polzunovskij vestnik*. 2011;(1):194–198. (In Russ.) EDN: OCSKFP

6. Gorokhov M.S. Crack resistance of fiber-reinforced concrete with steel anchor fiber. *Bulletin of the State University of Marine and River Fleet named after Admiral S. O. Makarov*. 2014;5(27):47-53. (In Russ.) EDN: SWLTOF

7. Markovich A.S., Miloserdova D.A. Properties of dispersed fibers for efficient concrete reinforcement. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(2):182–192. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-2-182-192>

8. Khagai A.O., Kirilin N.M., Khagai T.S., Khagai O.N. Experimental investigation of stress-strain properties of steel fiber reinforced concrete of the higher classes. *Bulletin of civil engineers*. 2020;6(83):77–82. (In Russ.) <https://doi.org/10.23968/1999-5571-2020-17-6-77-82>

9. Karpenko N.I., Moiseenko G.A. Investigation of the properties of high-strength steel fiber concrete with a minimum effective fiber content under loads of various durations. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(6):503–514. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-6-503-514>

10. Yoo D.-Y., Banthia N. Impact resistance of fiber-reinforced concrete — A review. *Cement and Concrete Composites*. 2019;104:2019. <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2019.103389>

11. Yusuf M.S., Isak A.B., Mohamud G.A., Warsame A.H., Osman Y.I., Ibrahim A.H., Elmi L.A.A. Effect of Steel Fiber on Concrete's Compressive Strength. *Open Journal of Civil Engineering*. 2023;13:192–197. <https://doi.org/10.4236/ojce.2023.131014>

12. Zhao M., Li C., Li J., Yue L. Experimental Study on the Performance of Steel-Fiber-Reinforced Concrete for Remote-Pumping Construction. *Materials*. 2023;16(10):3666. <https://doi.org/10.3390/ma16103666>

13. Ding X., Zhao M., Zhou S., Fu Y., Li C. Statistical Analysis and Preliminary Study on the Mix Proportion Design of Self-Compacting Steel Fiber Reinforced Concrete. *Materials*. 2019;12(4):637. <https://doi.org/10.3390/ma12040637>

14. Mohtasham Moein M., Saradar A., Rahmati K., Hatami Shirkouh A., Sadrinejad I., Aramali V., Karakouzian M. Investigation of Impact Resistance of High-Strength Portland Cement Concrete Containing Steel Fibers. *Materials*. 2022; 15(20):7157. <https://doi.org/10.3390/ma15207157>


15. More F.M.D.S., Subramanian S.S. Impact of Fibres on the Mechanical and Durable Behaviour of Fibre-Reinforced Concrete. *Buildings*. 2022;12(9):1436. <https://doi.org/10.3390/buildings12091436>

16. Alrawashdeh A., Eren O. Mechanical and physical characterisation of steel fibre reinforced self-compacting concrete: Different aspect ratios and volume fractions of fibres. *Results in Engineering*. 2022;13:100335. <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2022.100335>
17. Khan M., Cao M., Xie C., Ali M. Effectiveness of hybrid steel-basalt fiber reinforced concrete under compression. *Case Studies in Construction Materials*. 2022;16:e00941. <https://doi.org/10.1016/j.cscm.2022.e00941>
18. Hrabová K., Láník J., Lehner P. Statistical and Practical Evaluation of the Mechanical and Fracture Properties of Steel Fibre Reinforced Concrete. *Buildings*. 2022;12(8):1082. <https://doi.org/10.3390/buildings12081082>
19. Moiseenko G.A. Method for construction of isochron diagrams of high-strength steel fiber concrete and its matrix. *Building and Reconstruction*. 2020;(5):32–45. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2020-90-4-32-45>
20. Klyuev S.V., Klyuev A.V., Abakarov A.D., Shorstova E.S., Gafarova N.G. The effect of particulate reinforcement on strength and deformation characteristics of fine-grained concrete. *Magazine of Civil Engineering*. 2017;7:66–75. <https://doi.org/10.18720/MCE.75.6>
21. Lesovik R.V., Klyuev A.V., Klyuev S.V. Finegrained steel fiber concrete based on the sand of a technogenic to obtain prefabricated structures. *Concrete Technologies*. 2014;4(2):44–45. (In Russ.) EDN: SZTHMX
22. Sidorov V.N., Akimov P.A., Hegai A.O. Experimental researches of high-strength fibro-concrete and applied problems of structural analysis. *Vestnik MGSU [Monthly Journal on Construction and Architecture]*. 2010;4(2):427–435. (In Russ.)
23. Stepanov M.V., Moiseenko G.A. Deformation diagrams of fine-grained high-strength concrete and high-strength steel-fibro concrete under compression. *Building and reconstruction*. 2019;3(83):11–21. (In Russ.) <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2019-83-3-11-21>
24. Tamov M.M., Salib M.I.F., Abuizeh Y.Q.Y., Sofianikov O.D. Mix design and study of strength properties of self-compacting ultra high-performance fiber-reinforced concrete. *News of higher educational institutions. Construction*. 2022;4(760):25–39. (In Russ.) <https://doi.org/10.32683/0536-1052-2022-760-4-25-39>
25. Hu L., Li S., Zhu J., Yang X. Mathematical Model of Constitutive Relation and Failure Criteria of Plastic Concrete under True Triaxial Compressive Stress. *Materials*. 2021;14(1):102. <https://doi.org/10.3390/ma14010102>

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-2-182-194  
УДК 550.34  
EDN: DUABVN

Научная статья / Research article

## Оптимальная длительность наблюдений при обследовании зданий сейсмическим методом

М.Н. Воскресенский , А.А. Курданова  Институт геофизики, Уральское отделение Российской академии наук, Екатеринбург, Россия  
 a.truuuman@gmail.com

### История статьи

Поступила в редакцию: 21 ноября 2023 г.  
Доработана: 12 марта 2024 г.  
Принята к публикации: 26 марта 2024 г.

### Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### Вклад авторов

Нераздельное соавторство.

**Аннотация.** Изучение природы возникновения и распространения микросейсмических колебаний не теряет своей актуальности последние несколько десятилетий. Анализ микросейсм является основой некоторых инженерно-геологических исследований, направленных в том числе на обследование строительных конструкций зданий и сооружений различного назначения. Порядок подготовки и проведения обследований регламентируется системой нормативных документов. Действующая нормативно-техническая документация является общим руководством для оценки эксплуатационных свойств строительных конструкций. Конкретные методики обследования нуждаются в уточнении и детализации. Авторами описан опыт обследования здания на предмет динамики частотных характеристик в течение 24 часов. Система наблюдений реализована в виде 16 точек, равномерно распределенных в объеме здания. Проведен анализ спектральных характеристик для выявления временных промежутков в суточном интервале с ярко выраженным максимальным и минимальным уровнем техногенного воздействия на изучаемый объект. В часы максимального воздействия спектры соотносятся по записям разной длительности на предмет соответствия частотных составляющих. Выведена необходимая и достаточная длительность регистрации микросейсмических колебаний для определения частоты собственных колебаний строительного объекта при расположении точек наблюдения на нижних и верхних этажах здания.

**Ключевые слова:** спектрограмма, микросейсм, динамические характеристики, здание, сооружение, частота, колебания, экспериментальные исследования, собственные колебания здания, скорость смещения

### Для цитирования

Воскресенский М.Н., Курданова А.А. Оптимальная длительность наблюдений при обследовании зданий сейсмическим методом // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 2. С. 182–194. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-182-194>

**Воскресенский Михаил Николаевич**, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, заведующий лабораторией сейсмометрии, Институт геофизики, Уральское отделение Российской академии наук, Екатеринбург, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 4710-9710; ORCID: 0000-0002-6222-7265; E-mail: [voskresenskiy.mn@gmail.com](mailto:voskresenskiy.mn@gmail.com)

**Курданова Алёна Алексеевна**, младший научный сотрудник лаборатории сейсмометрии, Институт геофизики, Уральское отделение Российской академии наук, Екатеринбург, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 7695-6043; ORCID: 0000-0002-1582-8113; E-mail: [a.truuuman@gmail.com](mailto:a.truuuman@gmail.com)

© Воскресенский М.Н., Курданова А.А., 2024

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>



# Optimal Duration of Observations During Seismic Inspection of Buildings

Mikhail N. Voskresenskiy<sup>1</sup>, Alena A. Kurdanova<sup>1</sup>✉

Institute of Geophysics Ural Branch of the Russian Academy of Science, Yekaterinburg, Russia

✉ a.truuuman@gmail.com

## Article history

Received: November 21, 2023

Revised: March 12, 2024

Accepted: March 26, 2024

## Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest

## Authors' contribution

Undivided co-authorship

**Abstract.** Studying the nature of the occurrence and propagation of microseismic tremors has not lost its relevance over the past few decades. Currently, the analysis of microseisms is the basis of some engineering and geological studies, including those aimed at the inspection of structures of various purposes. The procedure for preparing and conducting surveys is governed by a system of regulatory documents. However, the current codes and specifications represent a general guide for assessing the operational properties of building structures. Therefore, specific survey methods need to be clarified and detailed. Describes the experiment of examining the building regarding the dynamics of frequency characteristics within 24 hours. The observation system was implemented in the form of 16 points, evenly distributed over the volume of the building. Spectral analysis based on FFT was carried out to identify the time intervals within the 24-hour period with a pronounced maximum and minimum level of man-induced impact on the studied subject. During the hours of maximum exposure, the spectra were correlated according to records of different duration in terms of the correspondence of frequency components. The necessary and sufficient duration of registration of microseismic vibrations was derived to determine the frequency of natural vibration of a building when the observation points are located on the lower and upper floors.

**Keywords:** spectrogram, microseisms, dynamic characteristics, building, structure, frequency, vibrations, experimental studies, drift velocity

## For citation

Voskresenskiy M.N., Kurdanova A.A. Optimal duration of observations during seismic inspection of buildings. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(2):182–194. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-182-194>

## 1. Введение

Микросейсмические волны всегда присутствуют на поверхности Земли в каждой ее точке, постоянно вовлекают в колебания как верхние, так и более глубокие части Земной коры [1]. Микросейсм (микросейсмические колебания) представляют собой относительно слабые колебания Земли, вызванные суммарным воздействием множества сейсмических источников, характеристики которых являются случайными величинами [2]. В настоящее время некоторые иностранные авторы исследуют тему стационарности микросейсмических колебаний [3]. Активное изучение механизма излучения микросейсмических волн началось с середины XX в. [4–7]. На сегодняшний день метод регистрации микросейсм входит в перечень нормативных документов и широко распространен в силу своей доступности [8–13]. Однако этот факт не отменяет того, что другие методы [14–20] могут применяться для обследования строительных конструкций. Напротив, комплексный подход позволяет повысить качество решения задачи.

*Mikhail N. Voskresenskiy*, Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher, Head of the Seismometry Laboratory, Institute of Geophysics, Ural Branch of the Russian Academy of Science, Yekaterinburg, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 4710-9710; ORCID: 0000-0002-6222-7265; E-mail: voskresenskiy.mn@gmail.com

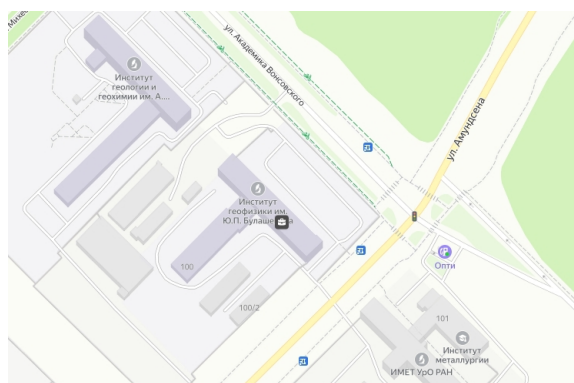
*Alena A. Kurdanova*, Junior Researcher at the Laboratory of Seismometry, Institute of Geophysics, Ural Branch of the Russian Academy of Science, Yekaterinburg, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 7695-6043; ORCID: 0000-0002-1582-8113; E-mail: a.truuuman@gmail.com

Обследование зданий и сооружений сейсмическим методом, а именно посредством регистрации микросейсмических колебаний предполагает организацию системы точек наблюдения в объеме здания с целью выявления нарушения целостности и работоспособности конструкции [21]. Микросейсмы среднечастотного диапазона 0,5...20 Гц представляют собой достаточно сложный композит из волн различного происхождения [5]. Изучение микросейсм различной природы позволяет решать большое число инженерно-сейсмологических задач, в том числе и те, целью которых является проектирование или обследование существующих зданий и сооружений [7].

Методика обследований зданий и сооружений с использованием микросейсмических колебаний достаточно универсальна, однако некоторые критерии оценки технического состояния объектов нуждаются в дополнительном уточнении, в том числе и длительность регистрации колебаний в точке наблюдений. Установление конкретного диапазона времени наблюдений позволит исследователям и работникам строительной отрасли оптимизировать процесс мониторинга и обеспечить максимальную информативность измерений за минимально возможный временной промежуток.

Настоящая статья представляет собой исследование спектрограмм, полученных при проведении сейсмометрического мониторинга здания путем регистрации микросейсмических колебаний. Под спектрограммами понимается изменение спектральных характеристик во времени (на протяжении 24 часов, расчеты проведены за каждый час). Исследование проведено в здании Института геофизики (ИГФ) осенью 2022 г.

**Информация о здании института.** Объект исследования — здание ИГФ Уральского отделения Российской академии наук им. Ю.П. Булашевича. Здание ИГФ располагается в г. Екатеринбурге по адресу ул. Амундсена, 100. Это четырехэтажное кирпичное здание размером 107 на 20 метров, введенное в эксплуатацию в 1981 г. Здание расположено на пересечении ул. Академика Вонсовского и ул. Амундсена, движение транспорта, на которых является регулярным и оживлённым. На рис. 1 представлено расположение Института геофизики, полученное при помощи сервиса «Яндекс. Карты».



**Рис. 1.** Расположение здания ИГФ УрО РАН на карте

Источники: <https://yandex.ru/maps/-/CDRrzGyk> (дата обращения: 23.07.2023 г.)

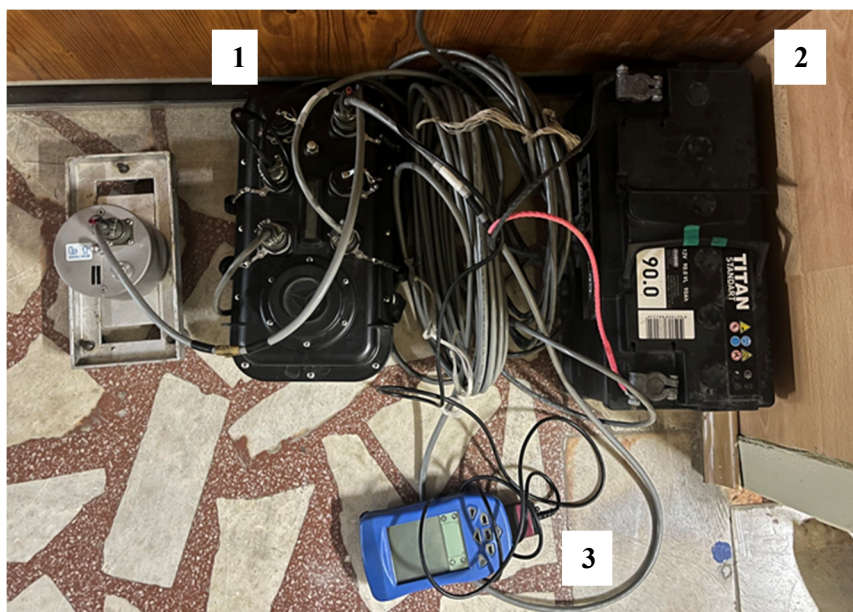
**Figure 1.** Location of the building of the Institute of Geophysics (Ural Branch of the Russian Academy of Sciences) on the map

Source: <https://yandex.ru/maps/-/CDRrzGyk> (accessed: 23.07.2023)

## 2. Метод

В сентябре 2022 г. проведено обследование здания ИГФ сейсмическим методом. Выполнена регистрация микросейсмического фона в течение 24 ч в каждой точке наблюдений. Для часовых записей с помощью быстрого преобразования Фурье были рассчитаны амплитудные спектры по трём компонентам зарегистрированного сигнала. На основании системы амплитудных спектров скорости смещения сформированы спектрограммы. Под спектрограммами понимается изменение спектральных характеристик во времени. Результаты обследования позволяют выделить временные интервалы максимального воздействия на здание и определить оптимальную длительность наблюдения.

Измерения проведены с помощью мобильного регистратора сейсмических сигналов REFTEK DAS 130-1/6 в комплекте с короткопериодным велосиметром LE-3Dlite Mk III (рис. 2). Каналы регистратора ориентированы по трём взаимно перпендикулярным направлениям, где направления  $X$  (север – юг) и  $Y$  (запад – восток) — это горизонтальные составляющие, а  $Z$  — вертикальная [22]. Время регистрации в точке наблюдения составляет приблизительно 24 часа, частота дискретизации сигнала — 125 Гц, что позволяет обеспечить максимальную частоту сигнала в пределах 62,5 Гц. Дальнейшая обработка велосиграмм и вычисления реализованы отдельно по измерительным осям в ПО MicroSeisTool [24]. Для расчёта спектров применены следующие программные настройки: полосовой фильтр с нижней частотой  $f_{\min} = 1$  Гц, верхней частотой  $f_{\max} = 20$  Гц.



**Рис. 2.** Комплект оборудования в точке регистрации:

- 1 — велосиметр LE-3Dlite Mk III;
- 2 — регистратор сейсмических сигналов REFTEK DAS 130-1/6 и аккумулятор TITAN;
- 3 — пульт управления регистратором

И с т о ч н и к : фото М.Н. Воскресенского, А.А. Курдановой

**Figure 2.** A set of equipment at the observation site:

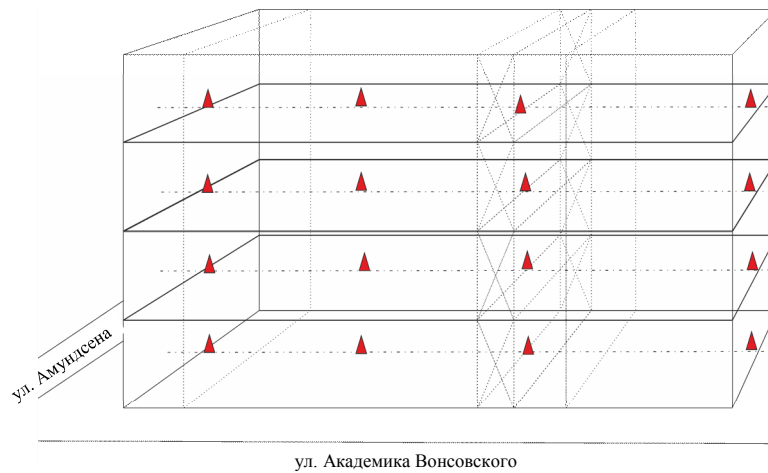
- 1 — LE-3Dlite Mk III velocimeter;
- 2 — REFTEK DAS 130-1/6 seismic signal recorder, TITAN battery;
- 3 — control panel of the recorder

S o u r c e : photo by M.N. Voskresenskiy, A.A. Kurdanova

Шестнадцать точек наблюдения равномерно расположены на каждом этаже здания, формируя (условно) четыре вертикальных и четыре горизонтальных профиля. Отклонение профилей от нормали к поверхности не превышало 30 см, что позволяло наблюдать изменение характера сейсмического сигнала в течение суток по двум взаимно перпендикулярным направлениям. На рис. 3 представлено схематичное изображение здания относительно автомобильных дорог. Пунктирными линиями на рисунке обозначены места расположения лестничных пролетов и шахты лифта, красные треугольники соответствуют расположению точек наблюдения.

В государственных стандартах, регламентирующих порядок действий при мониторинге зданий и сооружений, уделяется внимание горизонтальным компонентам, поэтому в настоящей работе не были рассмотрены значения, соответствующие вертикальной компоненте. На графиках ниже представлены спектрограммы, полученные на основании амплитудно-частотных характеристик в гори-

горизонтальной плоскости ( $X, Y$ ) в верхней точке здания. Следует отметить, что при регистрации микро-сейсм ориентация регистратора в горизонтальной плоскости осуществлялась не по сторонам света, а в соответствии с ребрами жесткости конструкции. Направление горизонтальной составляющей  $X$  (рис. 4) было параллельным короткой стороне здания, а направление  $Y$  (рис. 5) — длинной. Соответствующие спектрограммы демонстрируют динамику спектральных характеристик здания в одной точке наблюдения в течение суток. Аналогичные операции проведены для каждой точки наблюдений, результирующие графики имеют одинаковый характер распределения спектров, поэтому графические изображения для остальных точек в публикации не приводятся.

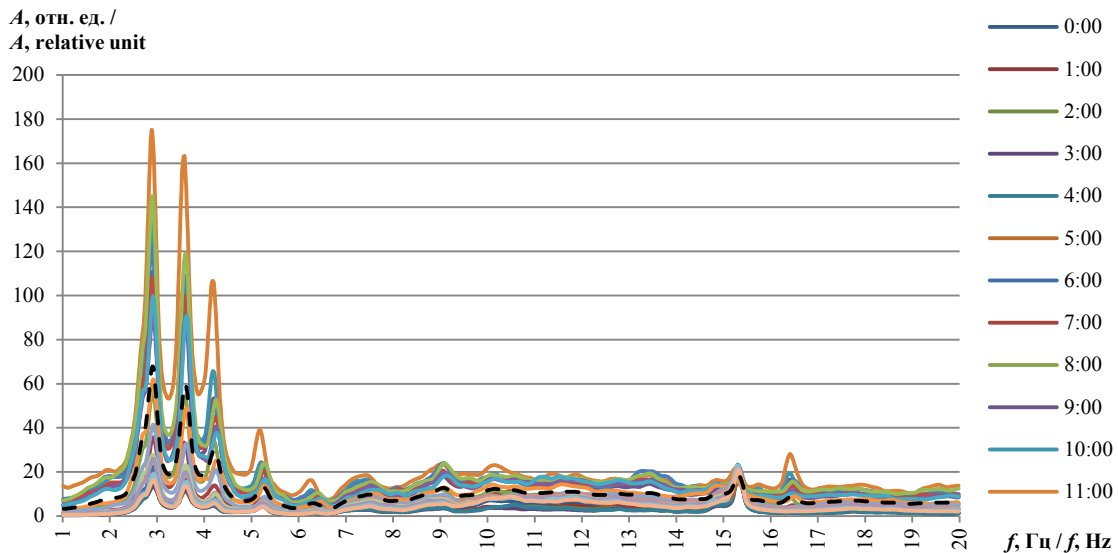


**Рис. 3.** Схема здания относительно близлежащих улиц с расположением точек наблюдений

И с т о ч н и к: выполнено М.Н. Воскресенским, А.А. Курдановой

**Figure 3.** Diagram of the building relative to nearby streets with the location of the monitoring points

S o u r c e: compiled by M.N. Voskresenskiy, A.A. Kurdanova

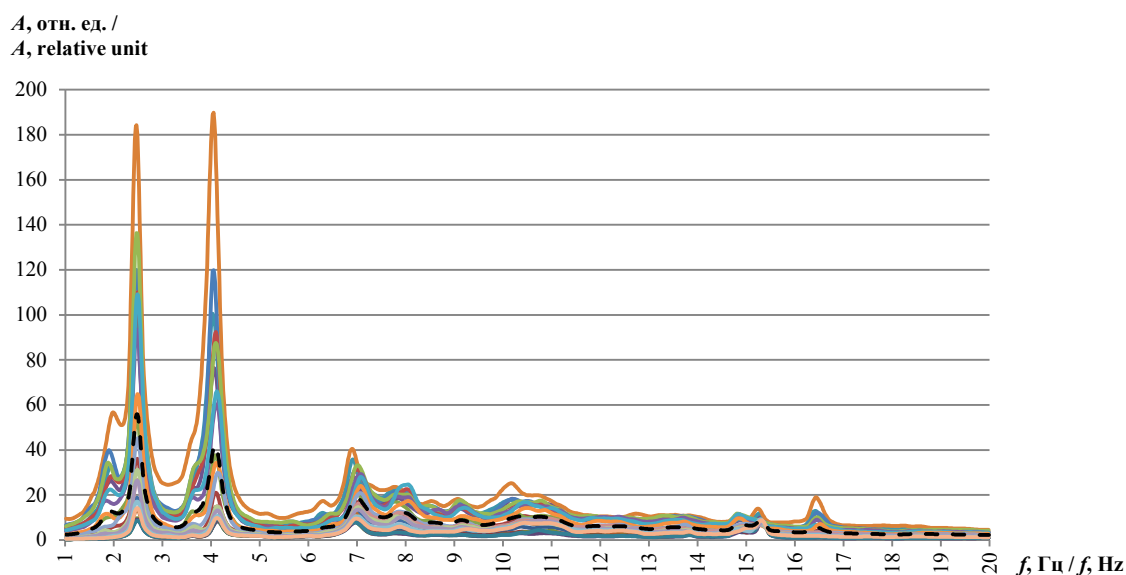


**Рис. 4.** Спектрограмма на основании системы амплитудных спектров скоростей, полученная для точки на верхнем этаже здания в направлении  $X$

И с т о ч н и к: выполнено М.Н. Воскресенским, А.А. Курдановой

**Figure 4.** Spectrogram based on a system of velocity-amplitude spectra, obtained for the point on the top floor of the building in the direction  $X$

S o u r c e: compiled by M.N. Voskresenskiy, A.A. Kurdanova



**Рис. 5.** Спектрограмма на основании системы амплитудных спектров скоростей, полученная для точки на верхнем этаже здания в направлении  $Y$   
 И с т о ч н и к: выполнено М.Н. Воскресенским, А.А. Курдановой  
**Figure 5.** Spectrogram based on a system of velocity-amplitude spectra, obtained for the point on the top floor of the building in the direction of  $Y$   
 S o u r c e: compiled by M.N. Voskresenskiy, A.A. Kurdanova

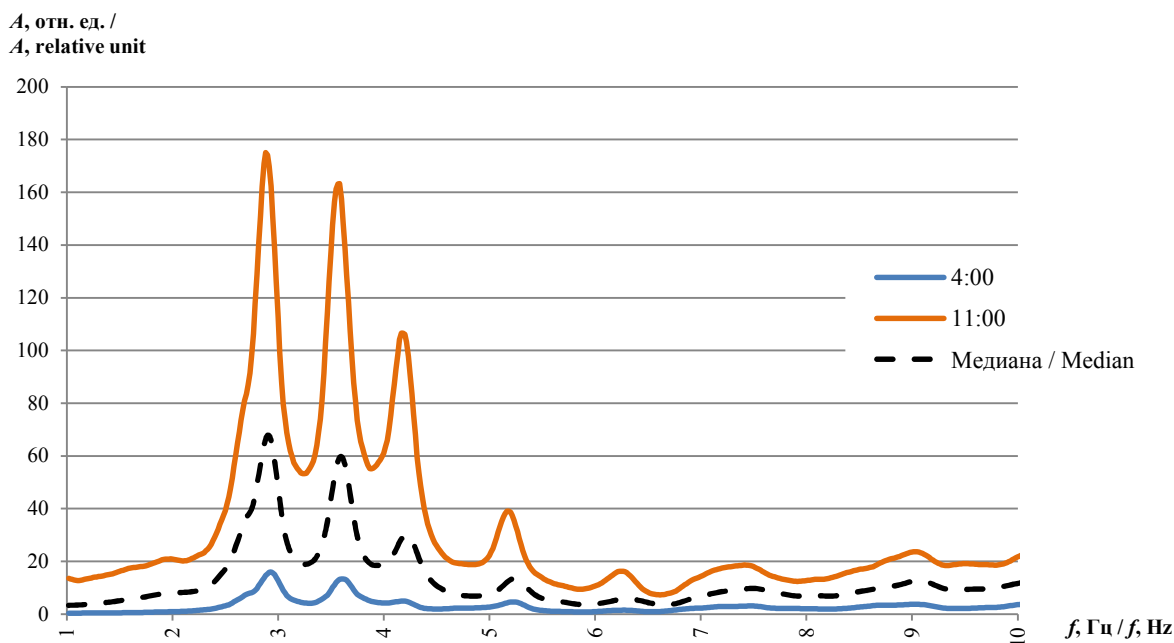
### 3. Результаты и обсуждение

На всех графиках отмечается хорошая повторяемость частотных пиков вне зависимости от времени суток, но значительный разбег по амплитуде (до 9 раз). В легенде временные промежутки приведены по местному для Екатеринбурга времени (UTC +5:00).

Для  $X$ -компоненты первые явные максимумы спектральных кривых выделяются на частотах 2,9 и 3,6 Гц, для  $Y$ -компоненты пики выражены на частотах 2,5 и 4,1 Гц. Очевидно, что основные экстремумы, а соответственно, и частота собственных колебаний здания, находятся в диапазоне до 10 Гц, поэтому дальнейшее рассмотрение результатов исследования предлагается в диапазоне от 1 до 10 Гц. Такое решение позволит обеспечить более наглядное восприятие графических материалов.

На графиках черной пунктирной линией отмечен медианный спектр, рассчитанный как среднее арифметическое значений амплитуды за каждый час измерения. Таким образом, опираясь на спектрограммы, можно выделить две группы амплитудно-частотных характеристик. В первую группу можно отнести кривые с условно максимальной амплитудой, то есть те, которые на графике располагаются выше среднего спектра. Во вторую — с условно минимальной, которые располагаются ниже средней отметки.

Проанализировав выделенные группы, можно утверждать, что ко второй группе, с максимальными амплитудами, относятся спектры, полученные по записям микросейсмического шума, записанного в рабочее время (с 9:00 до 16:00). Спектры второй группы были рассчитаны для часов, соответствующих ночному, вечернему и утреннему времени. Для обеих горизонтальных компонент время максимальной и минимальной микросейсмической активности одинаково, 11:00 и 4:00 соответственно, поэтому дальнейшие графические изображения приведены для одной  $X$ -компоненты, полагая, что  $Y$ -составляющая ведет себя аналогичным образом. Ниже приведены максимальная, минимальная и медианная АЧХ (рис. 6).



**Рис. 6.** Амплитудные спектры скорости, с максимальным и минимальным значением амплитуды за сутки, время UTC +5:00  
И с т о ч н и к: выполнено М.Н. Воскресенским, А.А. Курдановой

**Figure 6.** Velocity-amplitude spectra, with maximum and minimum amplitude values within 24 hours, UTC +5:00  
S o u r c e: compiled by M.N. Voskresenskiy, A.A. Kurdanova

Согласно Межгосударственному стандарту ГОСТ 34081-2017<sup>1</sup>, колебания здания представляют собой суперпозицию собственных и вынужденных колебаний, вызванных различными внутренними (работой бытовой техники и различных технических систем здания) и внешними (городским транспортом, стройками и т.п.) воздействиями. Следовательно, стоит полагать, что в момент максимального воздействия на здание или сооружение, его отклик как системы также будет максимальным. Поэтому для получения объективных результатов рекомендуется проводить обследование в дневное время с 11:00 до 13:00.

В реальных условиях длительная регистрация микросейсмического фона в одной точке наблюдения не является необходимым условием и зачастую не представляется возможным. Следующий этап настоящего исследования — определение оптимальной длительности записи микросейсм [23]. Для этого из часового файла дневной группы, соответствующего максимальному значению амплитуды (11:00), были выделены участки длительностью 1, 2, 3, 5, 7, 10, 15, 30 и 45 минут. Для этих участков аналогичным образом были рассчитаны амплитудные спектры, которые были соотнесены на одном графике с часовыми записями минимальной и максимальной амплитуды, а также с медианным значением исходных АЧХ (рис. 7).

По графику видно, что спектр для одноминутной записи значительно отличается от общей картины, имеет выраженный пик в районе 2 Гц, который не выражен на других кривых. Форма спектра для участка записи длиной в 2 минуты также имеет наглядные отличия, что может свидетельствовать о наличии случайной антропогенной помехи в момент регистрации. Начиная с трехминутной

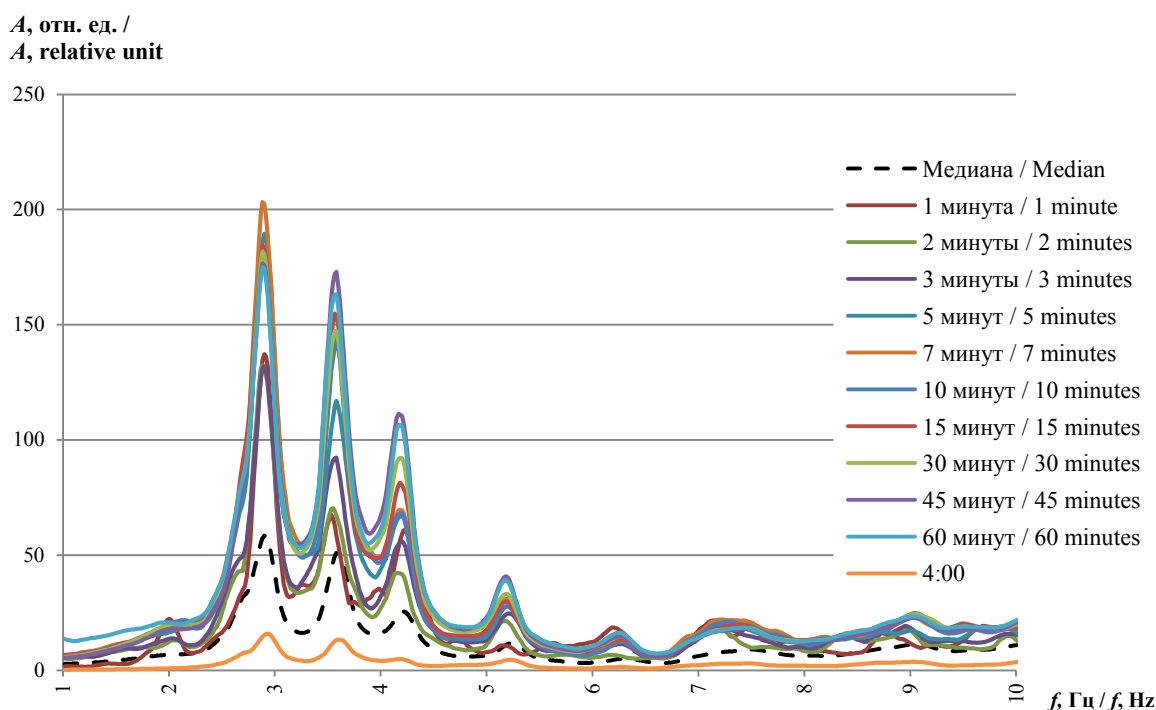
<sup>1</sup> ГОСТ 34081-2017. Здания и сооружения. Определение параметров основного тона собственных колебаний. М.: Стандартинформ, 2017. 15 с. URL: <https://internet-law.ru/gosts/gost/65412/> (дата обращения: 21.04.2023).

записи, форма спектра перестает существенно меняться, и наблюдаются только амплитудные различия. Аналогичный вывод об экспериментальном исследовании формы получаемых спектров приведен и в работе В.А. Давыдова [25]. После увеличения длительности записи до 5 минут форма спектра становится практически идентичной форме часового спектра, однако сохраняется различие по амплитуде. В настоящем исследовании внимание уделяется не только частотной составляющей АЧХ, но и амплитудной, поэтому были выделены минимальные временные промежутки — 10 и 15 минут, которые наиболее схожи с исходной часовой записью по обоим параметрам (рис. 8).

АЧХ, полученная по десятиминутной записи, имеет меньшую амплитуду, чем пятнадцатиминутная запись. Из всех исследованных участков записи разной длительности пятнадцатиминутная запись является максимально приближенной к часовой и позволяет оптимально оценить спектральные характеристики в точке наблюдения. Кроме того, уменьшение длительности записи позволяет сократить время, затраченное на обследование зданий без ущерба для полезной информации.

Для объективности рассуждений о необходимой и достаточной длительности записи тем же порядком был организован расчёт амплитудных спектров для точки, находящейся на 1 этаже здания (максимально приближенной к грунту). Результат сравнения спектральных характеристик по  $X$ -компоненте представлен на рис. 9.

На рис. 10 выделены спектральные кривые, по форме наиболее соответствующие часовой записи. Однако на 15-минутной записи присутствуют некоторые отклонения в виде выступающих или отсутствующих пиков. Таким образом, при проведении обследования, которое включает в себя изучение общего объема здания, минимальную длительность записи на нижних этажах объекта рекомендуется увеличить до 20 минут. Это позволит исключить влияние случайных грунтовых и техногенных колебаний, способных влиять на частоту собственных колебаний объекта.

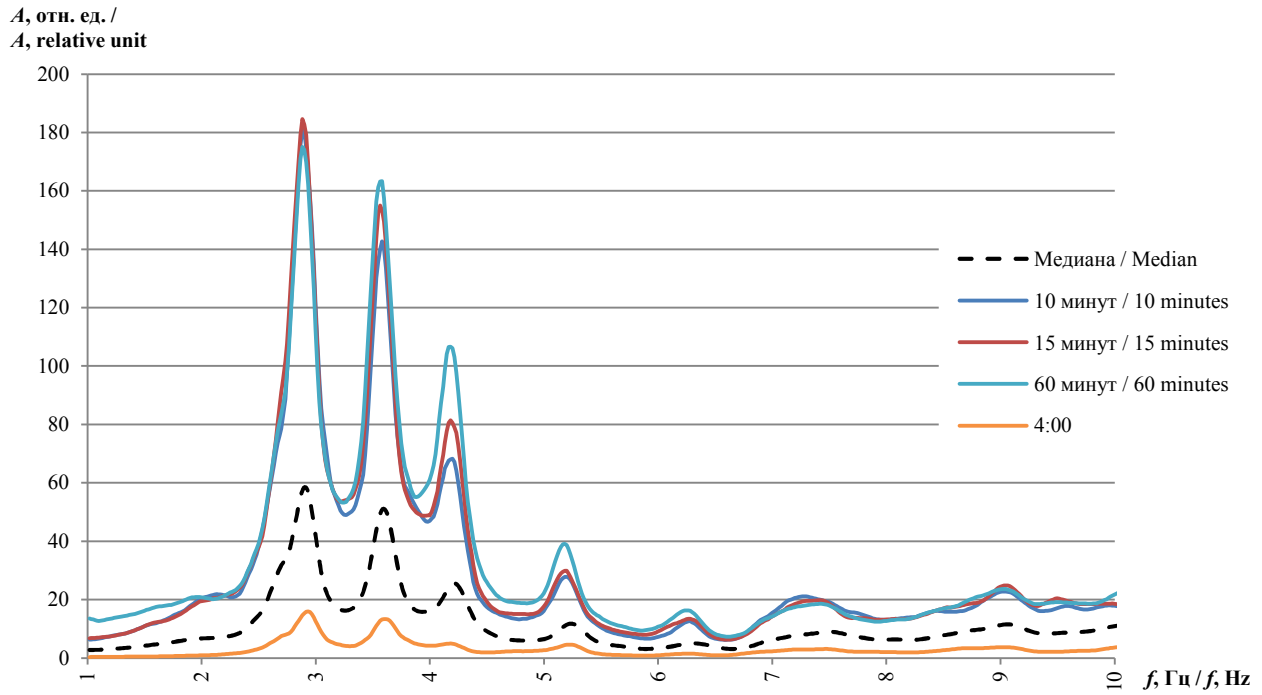


**Рис. 7.** Амплитудные спектры скорости, рассчитанные для участков записи с разной длительностью, для верхней точки здания

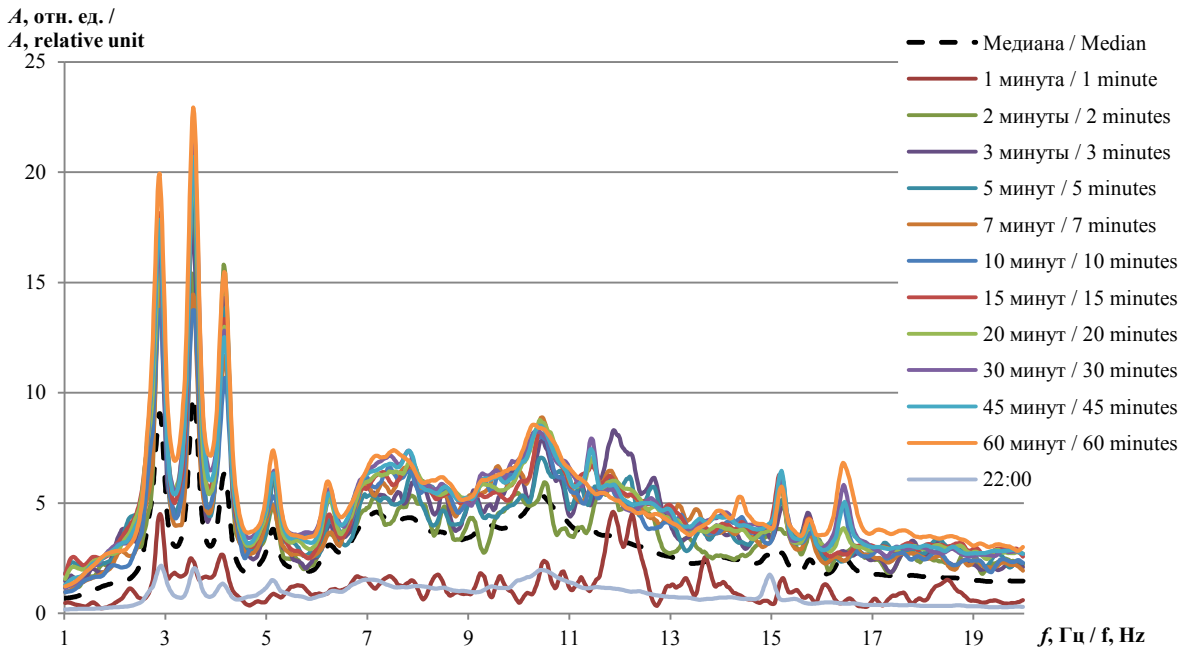
Источник: выполнено М.Н. Воскресенским, А.А. Курдановой

**Figure 7.** Velocity-amplitude spectra calculated for recording sections with different durations, obtained for the upper point of the building

Source: compiled by M.N. Voskresenskiy, A.A. Kurdanova

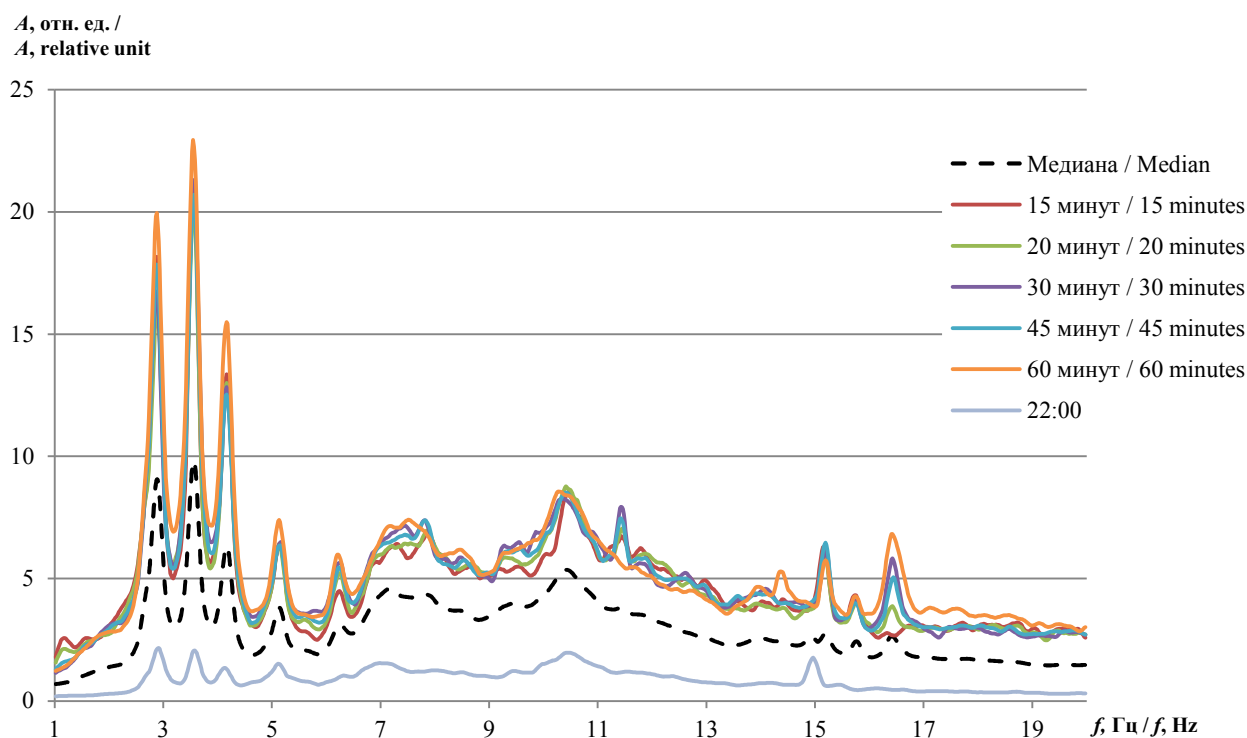


**Рис. 8.** Амплитудные спектры скорости, рассчитанные для участков записи с разной длительностью, имеющие наиболее идентичную форму  
 И с т о ч н и к: выполнено М.Н. Воскресенским, А.А. Курдановой  
**Figure 8.** Velocity-amplitude spectra calculated for recording sections with different durations, having the most identical shape  
 S o u r c e: compiled by M.N. Voskresenskiy, A.A. Kurdanova



**Рис. 9.** Амплитудные спектры скорости, рассчитанные для участков записи с разной длительностью, для нижней точки здания  
 И с т о ч н и к: выполнено М.Н. Воскресенским, А.А. Курдановой  
**Figure 9.** Velocity-amplitude spectra calculated for recording sections with different durations, obtained for the lower point of the building  
 S o u r c e: compiled by M.N. Voskresenskiy, A.A. Kurdanova





**Рис. 10.** Амплитудные спектры скорости, рассчитанные для участков записи с разной длительностью, имеющие наиболее идентичную форму  
И с т о ч н и к: выполнено М.Н. Воскресенским, А.А. Курдановой

**Figure 10.** Velocity-amplitude spectra calculated for recording sections with different durations, having the most identical shape  
S o u r c e: compiled by M.N. Voskresenskiy, A.A. Kurdanova

#### 4. Заключение

Результаты исследования описывают несколько выводов:

1. На основании системы амплитудных спектров часовых велосиграм получены спектрограммы, представляющие собой изменение спектральных характеристик микросейсм в течение 24 часов. При анализе спектрограмм были выделены две условные временные группы спектров: «дневная» и «ночная». Максимальное воздействие на здание приходится на дневные часы, а именно 11<sup>00</sup>–13<sup>00</sup>. Очевидно, что в зданиях похожего назначения часы максимальной активности будут аналогичными, поэтому обследование рекомендуется проводить в дневные часы.

2. Анализ «дневных» записей различной длительности (1, 2, 3, 5, 7, 10, 15, 30, 45 и 60 минут) наглядно демонстрирует повторяемость результата. Длительность записи микросейсмического фона 15 минут является достаточной для получения результата при обследовании частоты собственных колебаний объекта. При возникновении необходимости более детального обследования здания, с использованием точек на фундаменте или нижних этажах, длительность записи рекомендуется увеличить 20 минут.

3. В соответствии с нормативно-технической документацией при изучении колебаний строительных объектов рассматривают диапазон от 1 до 32 Гц. Рабочие частоты четырёхэтажного кирпичного здания в горизонтальной плоскости находятся в диапазоне 2,8...4,5 Гц. В текущем исследовании регистрируемый частотный диапазон ограничен 60 Гц, при обработке спектров использовался интервал от 1 до 20 Гц, а для наглядности результатов демонстрируется диапазон от 1 до 10 Гц

(см. рис. 6–8). Однако при возникновении необходимости более детального исследования конкретного сооружения в расширенном диапазоне частот (например, до 50 Гц) рекомендуется помимо дневной съёмки проводить ночную. Это позволит свести к минимуму вклад техногенных помех на общей картине микросейсм. По рис. 6 можно оценить техногенный вклад помех, которые явно отображены на дневных записях и практически отсутствуют на ночных АЧХ.

### Список литературы

1. *Gorbatikov A.V., Stepanova M.Yu., Korablev G.E.* Microseismic field affected by local geological heterogeneities and microseismic sounding of the medium // *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*. 2008. Vol. 44, no. 7. P. 577–592. <https://doi.org/10.1134/S1069351308070082>
2. *Калинина А.В., Аммосов С.М., Татевосян Р.Э., Турчков А.М.* Об использовании микросейсм в задачах сейсмического микрорайонирования. *Вопросы инженерной сейсмологии*. 2022. Vol. 49, no. 1. С. 5–17. <https://doi.org/10.21455/VIS2022.1-1>
3. *Neukirch M., García-Jerez A., Villaseñor A., Luzón F, Ruiz M., Molina L.* Horizontal-to-Vertical Spectral Ratio of Ambient Vibration Obtained by Hilbert–Huang Transform // *Sensors*. 2021. Vol. 21. <https://doi.org/10.3390/s21093292>
4. *Putti S.P., Satyam N.* Evaluation of Site Effects Using HVSr Microtremor Measurements in Vishakhapatnam (India) // *Earth Systems and Environment*. 2020. Vol. 4. P. 439–454. <https://doi.org/10.1007/s41748-020-00158-6>
5. *Шаров Н.В., Маловичко А.А., Щукин Ю.К.* Землетрясения и микросейсмичность в задачах современной геодинамики Восточно-Европейской платформы. Книга 2: Микросейсмичность / под ред. Н.В. Шарова, А.А. Маловичко, Ю.К. Щукина. Петрозаводск, 2007. 94 с. EDN: QKGNRR
6. *Louie J.N.* Faster, better: shear-wave velocity to 100 meters depth from refraction microtremor arrays // *Bulletin of the Seismological Society of America*. 2001. Vol. 91(2). P. 347–364. <https://doi.org/10.1785/0120000098>
7. *Neukirch M., García-Jerez A., Villaseñor A., Luzón F, Ruiz M., Molina L.* Horizontal-to-Vertical Spectral Ratio of Ambient Vibration Obtained by Hilbert–Huang Transform // *Sensors*. 2021. Vol. 21. <https://doi.org/10.3390/s21093292>
8. *Mohamed A., Ali S.M., Mostafa A.* Estimation of seismic site effect at the new Tiba City proposed extension, Luxor, Egypt // *NRIAG Journal of Astronomy and Geophysics*. 2020. Vol. 9, no. 1. P. 499–511. <http://doi.org/10.1080/20909977.2020.1784697>
9. *Давыдов В.А.* Изучение сейсмической реакции грунтов при микросейсмических зондированиях // *Вестник КРАУНЦ. Серия: Науки о Земле*. 2023. № 2 (58). С. 90–100. <https://doi.org/10.31431/1816-5524-2023-2-58-90-100>
10. *Каранетян Д.К., Айрапетян О.Ю., Матевосян Г.М., Каранетян Р.К.* Сравнительный анализ динамических характеристик зданий различных типов при микросейсмических колебаниях // *Геология и геофизика Юга России*. 2021. Т. 11 (3). С. 103–114. <http://doi.org/10.46698/VNC.2021.70.17.009>
11. *Zaalishvili V.B., Melkov D.A., Kanukov A.S., Dzeranov B.V., Shepelev V.D.* Application of microseismic and calculation techniques in engineering-geological zonation // *International Journal of Geomate*. 2016. Vol. 10, no. 19. P. 1690–1674. <http://doi.org/10.21660/2016.19.5312>
12. *Еремеев П.Г., Лебедева И.В.* Мониторинг и анализ нормативных документов по проектированию конструкций с учетом прогрессирующего обрушения // *Промышленное и гражданское строительство*. 2021. № 12. С. 15–21. <http://doi.org/10.33622/0869-7019.2021.12.15-21>
13. *Аносов Г.И., Дробиз М.В., Коновалова О.А., Сотников Д.С., Чугаевич В.Я.* Оценка сейсмической устойчивости учебного корпуса № 3 Российского государственного университета им. И. Канта с применением методики Накамуры // *Вестник Краунц. Науки о Земле*. 2010. № 1(15). С. 223–231. EDN: MSVNNR
14. *Кужахметова Э.Р., Сутырин В.И.* Влияние грунтового основания на напряженно-деформированное состояние большепролетного здания с цилиндро-плитным покрытием // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2022. Т. 18, № 5. С. 444–457. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-5-444-457>
15. *Ehsan H., Tom L., Sreekanth B., Kifayullah M., Amir M.* Earthquake safety assessment of buildings through rapid visual screening // *Buildings*. 2020. Vol. 10, no. 3. <http://doi.org/10.3390/buildings10030051>
16. *Латидус А.А., Топчий Д.В.* Организация работ по обследованию зданий и сооружений // *Промышленное и гражданское строительство*. 2023. № 3. С. 12–15. <http://doi.org/10.33622/0869-7019.2023.03.12-15>
17. *Ефремов А.М., Бойко В.Д., Сергеевцев Е.Ю., Трекин Н.Н., Кодыш Э.Н., Терехов И.А., Шмаков С.Д.* Определение срока безопасной эксплуатации производственных зданий и сооружений // *Промышленное и гражданское строительство*. 2022. № 10. С. 14–19. <http://doi.org/10.33622/0869-7019.2022.10.14-19>
18. *Олейник П.П., Улитина А.Д.* Строительный контроль как стратегия повышения качества зданий и сооружений // *Промышленное и гражданское строительство*. 2020. № 4. С. 22–27. <http://dx.doi.org/10.33622/0869-7019.2020.04.22-27>

19. Ефремов А.М., Бойко В.Д., Сергеевцев Е.Ю., Трекин Н.Н., Кодыш Э.Н., Терехов И.А., Шмаков С.Д. Учет совместного влияния дефектов на несущую способность конструкций // Промышленное и гражданское строительство. 2022. № 8. С. 11–18. <http://doi.org/10.33622/0869-7019.2022.08.11-18>
20. Олейник П.П., Куренков О.Г. Оценка степени отражения качества объекта в исполнительной документации // Строительное производство. 2019. № 1. С. 78–81. [https://doi.org/10.54950/26585340\\_2019\\_1\\_78](https://doi.org/10.54950/26585340_2019_1_78)
21. Воскресенский М.Н., Парыгин Г.И., Сенина Т.Е., Сенин Л.Н. Экспозиционный динамический инженерно-сейсмометрический мониторинг здания Института геофизики УрО РАН с применением аппаратно-программного комплекса «Регистр-SD» // Вестник Пермского университета. Геология. 2019. Т. 18. № 1. С. 38–42. <https://doi.org/10.17072/psu.geol.18.1.38>
22. Воскресенский М.Н., Парыгин Г.И., Косоротова Е.А., Курданова А.А. Исследование процесса регистрации, обработки и интерпретации сейсмических событий // Уральский геофизический вестник. 2021. № 3. С. 11–18. <https://doi.org/10.25698/UGV.2021.3.2.11>
23. Романов В.В., Мальский К.С. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ №2016615697.27.05.2016. MicroSeisTool – программа обработки записей микросейсмических колебаний. Заявка № 2016611234 от 16.02.2016
24. Романов В.В., Мальский К.С., Дронов А.Н. Выбор оптимальных параметров записи микросейсмических колебаний в горных выработках // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2016. № 7. С. 101–107. EDN: WGBLZJ
25. Давыдов В.А. Малоглубинное сейсмическое зондирование на основе изучения эллиптичности микросейсм // Георесурсы. 2019. Т. 21. № 1. С. 78–85. <https://doi.org/10.18599/grs.2019.1.78-85>

## References

1. Gorbatiykov A.V., Stepanova M.Yu., Korablev G.E. Microseismic field affected by local geological heterogeneities and microseismic sounding of the medium. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*. 2008;44(7):577–592. <https://doi.org/10.1134/S1069351308070082>
2. Kalinina A.V., Ammosov S.M., Tatevosjan R.Je., Turchkov A.M. On the use of microseisms for seismic microzonation. *Issues of engineering seismology*. 2022;49(1):5–17. (In Russ.) <https://doi.org/10.21455/VIS2022.1-1>
3. Neukirch M., García-Jerez A., Villaseñor A., Luzón F, Ruiz M., Molina L. Horizontal-to-Vertical Spectral Ratio of Ambient Vibration Obtained by Hilbert–Huang Transform. *Sensors*. 2021;21:3292. <https://doi.org/10.3390/s21093292>
4. Putti S.P., Satyam N. Evaluation of Site Effects Using HVSr Microtremor Measurements in Vishakhapatnam (India). *Earth Systems and Environment*. 2020;4:439–454. <https://doi.org/10.1007/s41748-020-00158-6>
5. Sharov N.V., Malovichko A.A., Shcukin Y.K. *Earthquakes and microseismicity in modern geodynamics problems on the East European platform. Part 2. Microseismicity*. Petrozavodsk; 2007. (In Russ.) EDN: QKGNRR
6. Louie J.N. Faster, better: shear-wave velocity to 100 meters depth from refraction microtremor arrays. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 2001;91(2):347–364. <https://dx.doi.org/10.1785/0120000098>
7. Neukirch M., García-Jerez A., Villaseñor A., Luzón F, Ruiz M., Molina L. Horizontal-to-Vertical Spectral Ratio of Ambient Vibration Obtained by Hilbert–Huang Transform. *Sensors*. 2021;21:3292. <https://doi.org/10.3390/s21093292>
8. Mohamed A., Ali S.M., Mostafa A. Estimation of seismic site effect at the new Tiba City proposed extension, Luxor, Egypt. *NRIAG Journal of Astronomy and Geophysics*. 2020;9(1):499–511. <http://doi.org/10.1080/20909977.2020.1784697>
9. Davydov V.A. Studying the seismic reaction of soils during microseismic sounding // *Herald of KRAUNTS. Series: Earth Sciences*. 2023;2(58):90–100. (In Russ.) <https://doi.org/10.31431/1816-5524-2023-2-58-90-100>
10. Karapetjan Dk.K., Ajrapetjan O.Ju., Matevosjan G.M., Karapetjan R.K. Comparative analysis of the dynamic characteristics of various types of building during microseismic vibrations. *Geology and geophysics of Russian South*. 2021;11(3):103–114. (In Russ.) <http://doi.org/10.46698/VNC.2021.70.17.009>
11. Zaalishvili V.B., Melkov D.A., Kanukov A.S., Dzeranov B.V., Shepelev V.D. Application of microseismic and calculation techniques in engineering-geological zonation. *International Journal of Geomate*. 2016;10(19):1690–1674. <http://doi.org/10.21660/2016.19.5312>
12. Eremeev P.G., Lebedeva I.V. Monitoring and Analysis of Regulatory Documents on the Design of Structures With Due Regard for the Progressive Collapse. *Industrial and Civil Engineering*. 2021;12:15–21. (In Russ.) <http://doi.org/10.33622/0869-7019.2021.12.15-21>
13. Anosov G.I., Drobiz M.V., Konovalova O.A., Sotnikov D.S., Chugaevich V.Ja. Assessment of seismic stability of the Academic Building No. 3 of the I. Kant Russian State University using the Nakamura technique. *Bulletin of kamchatka regional association «Educational-Scientific Center»*. *Earth sciences*. 2010;1(15):223–231. (In Russ.) EDN: MSVNNR
14. Kuzhahmetova Je.R., Sutyryin V.I. Influence of the soil base on the stress-strain state of a large-span building with a cylinder-and-slab roof. *Structural mechanics of engineering constructions and buildings*. 2022;18(5):444–457. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-5-444-457>

15. Ehsan H., Tom L., Sreekanth B., Kifaytullah M., Amir M. Earthquake safety assessment of buildings through rapid visual screening. *Buildings*. 2020;10(3):51. <http://doi.org/10.3390/buildings10030051>
16. Lapidus A.A., Topchij D.V. Organization of Works on Inspection of Buildings and Structures. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo [Industrial and Civil Engineering]*. 2023;3:12–15. (In Russ.) <http://doi.org/10.33622/0869-7019.2023.03.12-15>
17. Efremov A.M., Bojko V.D., Sergeevcev E.Ju., Trekin N.N., Kodysh Je.N., Terehov I.A., Shmakov S.D. Determination of the Period of Safe Operation of Industrial Buildings and Structures. *Industrial and Civil Engineering*. 2022;10:14–19. (In Russ.) <http://doi.org/10.33622/0869-7019.2022.10.14-19>
18. Olejnik P.P., Ulitina A.D. Construction Control as a Strategy for Improving the Quality of Buildings and Structures. *Industrial and Civil Engineering*. 2020;4:22–27. (In Russ.) <http://doi.org/10.33622/0869-7019.2020.04.22-27>
19. Efremov A.M., Bojko V.D., Sergeevcev E.Ju., Trekin N.N., Kodysh Je.N., Terehov I.A., Shmakov S.D. Taking Into Account the Joint Effect of Defects on the Bearing Capacity of Structures. *Industrial and Civil Engineering*. 2022;8:11–18. (In Russ.) <http://doi.org/10.33622/0869-7019.2022.08.11-18>
20. Olejnik P.P., Kurenkov O.G. Assessment of the degree of reflection of the quality of the object in the as-built documentation. *Construction production*. 2019;1:78–81. (In Russ.) [https://doi.org/10.54950/26585340\\_2019\\_1\\_78](https://doi.org/10.54950/26585340_2019_1_78)
21. Voskresenskiy M.N., Parygin G.I., Senina T.E., Senin L.N. Expositional dynamic engineering-seismometric monitoring of the building of the institute of geophysics ub ras with use of the hardware-software complex “Register-SD”. *Bulletin of Perm University. Geology*. 2019;18(1):38–42. <https://doi.org/10.17072/psu.geol.18.1.38>
22. Voskresenskiy M.N., Parygin G.I., Kosorotova E.A., Kurdanova A.A. Research of the process of registration, processing and interpretation of seismic events. *Ural geophysical bulletin*. 2021;3:11–18. (In Russ.) <https://doi.org/10.25698/UGV.2021.3.2.11>
23. Romanov V.V., Mal'skiy K.S. *Certificate of registration of the computer program No. 2016615697.27.05.2016*. MicroSeisTool is a program for processing records of microseismic vibrations. Application No. 2016611234 dated 02/16/2016
24. Romanov V.V., Mal'skiy K.S., Dronov A.N. Selection of optimum parameters of microseismic vibration recording in underground excavations. *Mining informational and analytical bulletin (Scientific and technical journal)*. 2016;7:101–107. (In Russ.) EDN: WGBLZJ
25. Davydov V.A. Shallow seismic sounding based on ellipticity analysis of microtremor. *Georesources*. 2019;21(1): 78–85. <https://doi.org/10.18599/grs.2019.1.78-85>