

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Ватин Н.И., д-р техн. наук, проф., РУДН, Москва, Россия

ЗАМЕСТИТЕЛИ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

Ерофеев В.Т., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., МГУ им. Н.П. Огарева, Саранск, Россия

Колчунов В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

ОТВЕТСТВЕННЫЙ РЕДАКТОР

Мамиева И.А., РУДН, Москва, Россия

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ:

Азапов В.П., д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Адилходжаев А.И., д-р техн. наук, проф., ТГТУ, Ташкент, Узбекистан

Андреев В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Базаров Д.Р., д-р техн. наук, проф., ТИИМ, Ташкент, Узбекистан

Ванин В.В., д-р техн. наук, проф., КПИ им. Игоря Сикорского, Киев, Украина

Варум У., д-р философии, проф., Университет Порту, Порту, Португалия

Войццкий З., проф., Вроцлавский научно-технический университет, Вроцлав, Польша

Волосухин В.А., д-р техн. наук, проф., Кубанский ГАУ, Краснодар, Россия

Галишикова В.В., д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Дуцев М.В., д-р архитектуры, проф., ННГАСУ, Нижний Новгород, Россия

Евкин А.Ю., д-р техн. наук, проф., независимый исследователь, Торонто, Канада

Какош С., д-р философии, проф., Технологический университет ПЕТРОНАС, Перак, Малайзия

Карпенко Н.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИИСФ РААСН, Москва, Россия

Козлов Д.В., д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Красич С., канд. техн. наук, Нишский университет, Ниш, Сербия

Кудрявцев С.А., чл.-корр. РААСН, д-р техн. наук, проф., ДВГУПС, Хабаровск, Россия

Курбацкий Е.Н., д-р техн. наук, проф., МИИТ, Москва, Россия

Лазарев Ю.Г., д-р техн. наук, проф., СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Магуле Ф., проф., Высшая инженерная школа «Централь Стопелек», Университет Париж-Сакли, Париж, Франция

Мендонка П., д-р философии, Архитектурная школа, Университет Минью, Брага, Португалия

Перькова М.В., д-р архитектуры, доцент, СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Сантос Р., исследователь, Национальная лаборатория строительной техники, Лиссабон, Португалия

Травуш В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ЭНПИ, Москва, Россия

Федюк Р.С., д-р техн. наук, доцент, ДВФУ, Владивосток, Россия

Якутов Н.М., чл.-корр. РИА, д-р техн. наук, проф., ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

СОДЕРЖАНИЕ

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

<i>Беглов А.Д., Санжаровский Р.С., Тер-Эммануэлян Т.Н.</i> Современная теория ползучести железобетона.....	3
<i>Лебедь Е.В.</i> Работа металлического каркаса ребристо-кольцевого купола при уменьшении количества поддерживающих его колонн.....	14

ТЕОРИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ

<i>Kiseleva R.Z., Kirsanova N.A., Nikolaev A.P., Klochkov Yu.V., Ryabukha V.V.</i> Mixed FEM for Shells of Revolution Based on Flow Theory and its Modifications (Смешанная формулировка МКЭ в расчёте оболочек вращения на основе теории течения и её модификаций).....	27
--	----

ГЕОМЕТРИЯ СРЕДИННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ОБОЛОЧЕК

<i>Krivoshapko S.N.</i> Ruled Shells of Conical Type on Elliptical Base (Линейчатые оболочки конического типа на эллиптическом основании).....	40
--	----

СЕЙСМОСТОЙКОСТЬ СООРУЖЕНИЙ

<i>Абаев З.К., Султан Ф.</i> Оценка сейсмостойкости многоэтажного жилого здания с фрикционно-маятниковыми опорами на примере Индонезии.....	57
---	----

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

<i>Авдеев К.В., Бобров В.В., Тучин М.А., Домарова Е.В., Кудрявцев Н.А., Скакун П.В.</i> Влияние температуры на физико-механические свойства монолитного поликарбоната.....	73
<i>Худайкулов Р.М., Аралов Д.Э.</i> Результаты лабораторных исследований укрепления грунта земляного полотна с помощью модификатора	84

Редактор И.Л. Панкратова
Редактор англоязычных текстов В.В. Карневич
Дизайн обложки: Ю.Н. Ефремова
Компьютерная верстка: Н.В. Маркелова

Адрес редакции:

Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы
Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; тел./факс: +7 (495) 955-08-28; e-mail: stmj@rudn.ru, i_mamieva@mail.ru

Подписано в печать 20.02.2024. Выход в свет 29.02.2024. Формат 60×84/8.

Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 10,9. Тираж 250 экз. Заказ № 24. Цена свободная.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»

Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

Отпечатано в типографии ИПК РУДН

Российская Федерация, 115419, Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

STRUCTURAL MECHANICS OF ENGINEERING CONSTRUCTIONS AND BUILDINGS

2024 VOLUME 20 No. 1

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-1

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (Open Access)

Founded in 2005

by Peoples' Friendship University of Russia named after Patrice Lumumba

ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online)

Published 6 times a year.

Languages: Russian, English.

Indexed by RSCI, Russian Index of Science Citation, Cyberleninka, DOAJ, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, Dimensions.

The journal has been included in the list of the leading review journals and editions of the Highest Certification Committee of Ministry of Education and Science of Russian Federation in which the basic results of PhD and Doctoral Theses are to be published.

International scientific-and-technical peer-reviewed journal "Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings" shows the readers round the achievements of Russian and foreign scientists in the area of geometry of spatial structures, strength of materials, structural mechanics, theory of elasticity and analysis of building and machine-building structures, illumines the problems of scientific-and-technic progress in building and machine-building, publishes analytic reviews on the aims and scope of the journal.

The journal website contains full information about the journal, editorial policy and ethics, requirements for the preparation and publication of the articles, etc., as well as full-text issues of the journal since 2008 (Open Access).

EDITORIAL BOARD

EDITOR-IN-CHIEF

Nikolai I. Vatın, DSc, Professor, RUDN University, Moscow, Russia

ASSISTANT EDITORS-IN-CHIEF

Vladimir T. Erofeev, member of the RAACS, DSc, Professor, Ogarev Mordovia State University, Saransk, Russia

Vitaly I. Kolchunov, member of the RAACS, DSc, Professor, NRU MGSU, Moscow, Russia

MANAGING EDITOR

Iraida A. Mamieva, RUDN University, Moscow, Russia

MEMBERS OF EDITORIAL BOARD:

Anvar I. Adylkhodzhaev, DSc, Professor, TSTU, Tashkent, Uzbekistan

Vladimir P. Agapov, DSc, Professor, NRU MGSU, Moscow, Russia

Vladimir I. Andreev, chairman, member of the RAACS, DSc, Professor, NRU MGSU, Moscow, Russia

Dilshod R. Bazarov, DSc, Professor, TIAME, Tashkent, Uzbekistan

Mikhail V. Dusev, Dr. of Architecture, NNGASU, Nizhny Novgorod, Russia

Alexander Yu. Evkin, DSc, Professor, independent scientist, Toronto, Canada

Roman S. Fedyuk, DSc, Associate Professor, FEFU, Vladivostok, Russia

Vera V. Galishnikova, DSc, Professor, MGSU, Moscow, Russia

Saeid Kakooei, PhD, senior lecturer, Universiti Teknologi PETRONAS, Seri Iskandar, Malaysia

Nikolay I. Karpenko, member of the RAACS, DSc, Professor, NIISF RAACS, Moscow, Russia

Dmitriy V. Kozlov, DSc, Professor, MGSU, Moscow, Russia

Sonja Krasic, PhD of Technical Science, University of Nis, Nis, Serbia

Sergey A. Kudryavtsev, corresponding member of the RAACS, DSc, Professor, FESTU, Khabarovsk, Russia

Evgeniy N. Kurbatskiy, DSc, Professor, MIIT, Moscow, Russia

Yuriy G. Lazarev, DSc, Professor, SPbPU, St. Petersburg, Russia

Fredéric Magoulès, DSc, Professor, Centrale Supélec, Université Paris-Saclay, Paris, France

Paulo Mendonca, Associate Professor, Architecture School, University of Minho, Braga, Portugal

Margarita V. Perkova, Dr. of Architecture, SPbPU, St. Petersburg, Russia

Ricardo Santos, PhD in Civil Engineering, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisbon, Portugal

Vladimir I. Travush, member of the RAACS, DSc, Professor, ENPI, Moscow, Russia

Vladimir V. Vanin, DSc, Professor, NTUU KPI, Kiev, Ukraine

Humberto Varum, Full Professor, University of Porto, Porto, Portugal

Viktor A. Volosukhin, DSc, Professor, KubSAU, Krasnodar, Russia

Zbigniew Wójcicki, Professor, Wrocław University of Science and Technology, Wrocław, Poland

Nukh M. Yakupov, corresponding member of the Russian Academy of Engineering, DSc, Professor, IME of FIC KazanSC of RAS, Russia

CONTENTS

ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

- Beglov A.D., Sanjarovskiy R.S., Ter-Emmanuilyan T.N.* Modern Theory of Creep of Reinforced Concrete 3
- Lebed E.V.* Behavior of Metal Frame of Ribbed-ring Dome with Decrease in Number of Supporting Columns 14

THEORY OF PLASTICITY

- Kiseleva R.Z., Kirsanova N.A., Nikolaev A.P., Klochkov Yu.V., Ryabukha V.V.* Mixed FEM for Shells of Revolution Based on Flow Theory and its Modifications..... 27

GEOMETRICAL INVESTIGATIONS OF MIDDLE SURFACES

OF SHELLS

- Krivoshapko S.N.* Ruled Shells of Conical Type on Elliptical Base..... 40

SEISMIC RESISTENCE

- Abaev Z.K., Sulthan F.* Seismic Performance Evaluation of Multi-Storey Residential Building with Friction Pendulum Bearings: Indonesia Case Study..... 57

EXPERIMENTAL RESEARCHES

- Avdeev K.V., Bobrov V.V., Tuchin M.A., Domarova E.V., Kudryavtsev N.A., Skakun P.V.* Effect of Temperature on Physical and Mechanical Properties of Monolithic Polycarbonate..... 73
- Hudaykulov R.M., Aralov D.E.* Results of Laboratory Studies of Strengthening Subgrade Soil with Modifier..... 84

Copy Editor I.L. Pankratova

English Texts' Editor V.V. Karnevich

Graphic Designer Iu.N. Efremova

Layout Designer N.V. Markelova

Address of the Editorial Board:

Peoples' Friendship University of Russia named after Patrice Lumumba
6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; tel./fax: +7 (495) 955-08-28; e-mail: stmj@rudn.ru, i_mamieva@mail.ru

Printing run 250 copies. Open price

Peoples' Friendship University of Russia named after Patrice Lumumba
6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation

Printed at Publishing House of RUDN University
3 Ordzhonikidze St, Moscow, 115419, Russian Federation

© Peoples' Friendship University of Russia named after Patrice Lumumba, 2024
© Krivoshein V.S., photo on the cover of the journal
(Etihad Museum, Dubai, UAE), 2024

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-1-3-13
УДК 624.012
EDN: WVKFJM

Научная статья / Research article

Современная теория ползучести железобетона

А.Д. Беглов¹ , Р.С. Санжаровский² , Т.Н. Тер-Эммануильян³  

¹ Администрация Санкт-Петербурга, *Санкт-Петербург, Россия*

² Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилёва, *Астана, Республика Казахстан*

³ Российский университет транспорта, *Москва, Россия*

✉ tanya_ter@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 29 сентября 2023 г.

Доработана: 10 декабря 2023 г.

Принята к публикации: 20 декабря 2023 г.

Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов

Нераздельное соавторство.

Аннотация. Исследованы важные особенности теории ползучести железобетона, выявленные и опубликованные ранее. В основе создания и развития теории ползучести железобетона заложены ненаучные принципы, заимствованные из несоответствующих этой теории систем классической механики. Проведен подробный анализ теории, применяемой во многих странах, при этом выявлено пять переупрощений, отвергающих фундаментальные эксперименты, Еврокоды, правила математики и механики: перечисленные в законе ползучести, переупрощений, грубо искажающих результаты расчета не только самих деформаций, но и последующие методы расчета железобетонных конструкций. К ним относятся: без надобности измененный классический закон Гука; навязывание отсутствующего у бетона свойства — алгебраической меры ползучести; ошибочный принцип наложения (он же принцип суперпозиции Больцмана); использование вместо мгновенных нелинейных пластических деформаций упруговязких деформаций; замена точных — нелинейных и нестационарных свойств бетона — линейными, искажающими качественную сторону явлений, присущих только нелинейным системам. Эти ошибки перекрываются необоснованными коэффициентами запаса, что подрывает экономическую составляющую проблемы, и ввиду громадных объемов применения железобетона во всем мире анализируемая ненаучная теория его расчета приносит значительный экономический ущерб в мировом строительстве.

Ключевые слова: минутная ползучесть, мера ползучести, принцип наложения, мгновенные упругие деформации, пластический шарнир, длительное сопротивление железобетона, современные строительные нормы, принципы Еврокода

Для цитирования

Беглов А.Д., Санжаровский Р.С., Тер-Эммануильян Т.Н. Современная теория ползучести железобетона // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 1. С. 3–13. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-1-3-13>

Беглов Александр Дмитриевич, доктор экономических наук, губернатор Санкт-Петербурга, администрация Санкт-Петербурга, Санкт-Петербург, Россия; ORCID: 0009-0004-2350-492X; E-mail: gubernator@gov.spb.ru

Санжаровский Рудольф Сергеевич, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Астана, Республика Казахстан; ORCID: 0000-0002-7412-3789; E-mail: milasanj@gmail.com

Тер-Эммануильян Татьяна Николаевна, доктор технических наук, профессор кафедры теоретической механики, Российский университет транспорта, Москва, Россия; ORCID: 0000-0002-4723-8193; E-mail: tanya_ter@mail.ru

© Беглов А.Д., Санжаровский Р.С., Тер-Эммануильян Т.Н., 2024

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Modern Theory of Creep of Reinforced Concrete

Alexander D. Beglov¹ , Rudolf S. Sanjarovskiy² , Tatyana N. Ter-Emmanuilyan³  

¹ Administration of St. Petersburg, *Russia*

² Eurasian National University named after L.N. Gumilev, *Astana, Republic of Kazakhstan*

³ Russian University of Transport, *Moscow, Russia*

✉ tanya_ter@mail.ru

Article history

Received: September 29, 2023

Revised: December 10, 2023

Accepted: December 20, 2023

Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors' contribution

Undivided co-authorship.

Abstract. The important features of the theory of creep of reinforced concrete, identified and published earlier, are explored. The creation and development of the theory of creep of reinforced concrete is based on non-scientific principles taken from systems of classical mechanics that do not correspond to this theory. A detailed analysis of the theory used in many countries was performed, while five oversimplifications were identified that reject fundamental experiments, Eurocodes, rules of mathematics and mechanics: listed in the law of creep, oversimplifications that grossly distort the calculation results, not only the deformations themselves, but also subsequent methods for calculating reinforced concrete structures. These include: unnecessarily modified classical Hooke's law; imposing a property missing from concrete — an algebraic measure of creep; erroneous superposition principle; use of viscoelastic deformations instead of instantaneous nonlinear plastic deformations; replacement of obvious — nonlinear and non-stationary properties of concrete with linear ones, distorting the qualitative side of phenomena inherent only in nonlinear systems. These errors are covered by unreasonable safety factors, which undermines the economic component of the problem, and of the enormous volumes of reinforced concrete used throughout the world, the analyzed unscientific theory of its calculation causes enormous economic damage in global construction.

Keywords: minute creep, creep measure, superposition principle, instantaneous elastic deformations, plastic hinge, long-term resistance of reinforced concrete, modern building codes, Eurocode principles

For citation

Beglov A.D., Sanjarovskiy R.S., Ter-Emmanuilyan T.N. Modern theory of creep of reinforced concrete. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(1):3–13. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-1-3-13>

1. Введение

Главный строительный материал современности имеет удивительно ненаучную теорию расчета конструкций, определяемую сложными нелинейными и нестационарными свойствами бетона, его ползучестью.

Мировая теория ползучести железобетона недостоверно высоко оценивается известными учеными Европы и США, такими как З.П. Базант, Р. Венднер, Х.С. Мюллер, М.А. Чиорино и др. [1–3]; она разработана ведущими организациями мира, среди них fib, ACI, RILEM, IASS, различными университетами. Например, в 2018 г. председатель комитета ACI 209 «Ползучесть и усадка в бетоне» подчеркивает, что эта теория «разработана в последние десятилетия международными организациями, занимающимися стандартами и стандартами, на основе общей, хотя и прогрессивно развивающейся научной базы и, по существу, согласованного во всем мире формата» [4].

fib — Международная федерация по железобетону, которая является «организацией, разрабатывающей преднормы, что подразумевает определенную новаторскую деятельность в области технического регулирования: модельный кодекс проектирования железобетонных конструкций — fib — 2020» [5].

Alexander D. Beglov, Doctor of Economics, Governor of St. Petersburg, St. Petersburg Administration, St. Petersburg, Russia; ORCID: 0009-0004-2350-492X; E-mail: gubernator@gov.spb.ru

Rudolf S. Sanjarovskiy, Doctor of Technical Sciences, Professor, Chief Scientific Associate, Eurasian National University named after L.N. Gumilyov, Astana, Republic of Kazakhstan; ORCID: 0000-0002-7412-3789; E-mail: milasanj@gmail.com

Tatyana N. Ter-Emmanuilyan, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Theoretical Mechanics, Russian University of Transport, Moscow, Russia; ORCID: 0000-0002-4723-8193; E-mail: tanya_ter@mail.ru

АСИ — Американский институт бетона, имеющий свои отделения во всем мире. В АСИ свыше 22 тысяч членов, работающих более чем в 500 Технических комитетах. Известны и другие международные организации, некоторые руководители которых активно возглавляют разработку основ анализируемой теории ползучести железобетона.

Сущность записи теории и ее авторские оценки мы приведем в оригинальном изложении, описанном одним из ее основоположников. Также обратим внимание на неверную оценку ее истоков: «...основы этой новой теории были заложены в теоретической механике сплошных сред в начале XX в. Вольтерра [6] (1909) под определением упругого последействия, однако только в начале 1940-х гг. эта теория была признана инженерами-проектировщиками в качестве подходящего математического аппарата для расчета ползучести бетонных конструкций». Исходные положения общей теории железобетона определяются прежде всего законом ползучести, форматом его математической записи кратковременных и длительных деформаций. «Этот формат, впервые принятый в предварительном стандарте СЕВ в рамках типовых норм 1978 г. и широко используемый в родственном Пособии СЕВ, теперь системно принят в последних руководящих документах, рекомендациях и нормах международными организациями по стандартизации [7–9]. Он основан на вводе интегрального уравнения Вольтерра в качестве основного закона для бетона в последующих эквивалентных формах, представляя обобщение по принципу линейного наложения реакции бетона на удельное длительное одноосное наложенное напряжение или деформацию для изменяющихся во времени величин этих приложенных воздействий (мы его приводим в оригинальных обозначениях)» [10]:

$$\varepsilon_{\sigma}(t) = \sigma(t_0)J(t, t_0) + \int_{t_0}^t J(t, t')d\sigma(t'), \quad (1)$$

где $\varepsilon_{\sigma}(t)$ — полная деформация от напряжения $\sigma(t)$;

$$J(t, t') = \frac{1}{E_c(t')} + \frac{\varphi(t, t')}{E_c(t')} \text{ — функция податливости,}$$

где $E_c(t')$ — нестационарный модуль упругости; $\varphi(t, t')$ — нестационарная характеристика ползучести, учитывающая старение.

В научных публикациях обычно интегрируют в (1) по частям, получая (1'):

$$\varepsilon_{\sigma}(t) = \frac{\sigma(t)}{E_c(t)} - \int_{t_0}^t \sigma(t') \frac{\partial}{\partial t'} \left(\frac{1}{E_c(t')} + \frac{\varphi(t, t')}{E_c(t')} \right) dt'. \quad (1')$$

Заметим, что дробь $\frac{\varphi(t, t')}{E_c(t')}$ является мерой ползучести бетона $C(t, t')$, используемой в публикациях в нашей стране, что предпочтительнее применения характеристики ползучести при обработке экспериментов.

Подчеркнем, что в $\varphi(t, t')$ и $C(t, t')$ учитывается старение бетона, а модуль упруго-мгновенной деформации $E_c(t')$ существенно зависит от возраста бетона.

Уравнения (1), (1') обосновываются двумя основополагающими допущениями: принципом линейной связи между напряжениями и деформациями:

$$\varepsilon_{\sigma}(t, t') = \sigma(t')J(t, t'); \quad (1'')$$

принципом наложения, нелепо сформулированным в многочисленных изложениях, в справочниках, а также другими самовольными гипотезами и переупрощениями, отвергающими фундаментальные эксперименты, Еврокоды, правила математики и механики:

- I. Без надобности искаженный классический закон Гука;
- II. Навязывание отсутствующего у бетона свойства — алгебраической меры ползучести;
- III. Ошибочный принцип наложения (он же принцип суперпозиции Больцмана [11]);

IV. Использование вместо мгновенных нелинейных пластических деформаций, упруговязких деформаций (минутная ползучесть);

V. Замена точных — нелинейных и нестационарных свойств бетона — линейными, искажающими качественную сторону явлений, присущих только нелинейным системам.

Далее мы рассмотрим эти переупрощения подробно.

2. Материалы и методы

2.1. Искажение закона Гука

I. Классический закон Гука имеет (подчеркнем это) фундаментальную алгебраическую форму записи

$$\varepsilon_r(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)}. \quad (I.1)$$

Во-первых, корифеи мировой теории без всякого обоснования отвергают его; во-вторых, дифференцирование закона по времени t дает скорость мгновенных деформаций:

$$\dot{\varepsilon}_r(t) = \frac{\dot{\sigma}(t)}{E(t)} + \sigma(t) \frac{d}{dt} \frac{1}{E(t)}. \quad (I.2)$$

В-третьих, из данного выражения выбрасывается второе слагаемое (без объяснения причины):

$$\dot{\varepsilon}_r(t) = \frac{\dot{\sigma}(t)}{E(t)}, \quad (I.3)$$

а фундаментальный закон Гука принимает искаженный вид (I.3).

В-четвертых, искаженный вид (I.3) интегрируют по времени:

$$\varepsilon_r(t) = \varepsilon_r(t_0) + \int_{t_0}^t \dot{\sigma}(t') \frac{1}{E(t')} dt', \quad (I.4)$$

и получают искаженный закон Гука в интегральной форме; в-пятых, со ссылкой на принцип наложения, якобы примененный при выводе интегральных уравнений, если умалчивать о предыдущих четырех математически ошибочных действиях.

Можно описать, что делалось неоднократно, структуру подынтегральной функции (I.4), назвать это принципом наложения и не заметить ошибок, перечисленных выше, подмены закона Гука (I.1): к сожалению, это осуществляют многие весьма авторитетные ученые.

Для наглядности восприятия сказанного приведем сравнение:

➤ классический закон Гука записывается в алгебраическом виде (I.1); ему также соответствует дифференциальное уравнение (I.2);

➤ исковерканный закон Гука записывается в виде интегрального уравнения (I.4) либо в виде интегрального уравнения (I.5)

$$\varepsilon_r(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon(t)} - \int_{t_0}^t \sigma(t') \frac{d}{dt'} \frac{1}{E(t')} dt', \quad (I.5)$$

либо в виде дифференциального уравнения (I.3). Очевидную необоснованность дифференциального уравнения (I.3) в мировой теории не замечают ее разработчики — «мировые авторитеты» США и Европы; также если мы проинтегрируем (I.2), то получим (I.1). Можно оценить численно ошибку, связанную с подменой классического закона Гука, искаженным законом, используя солидные экспериментальные данные института ВНИИГ, показывающие повышение модуля упругости бетона при сжатии, с увеличением возраста бетона (рис. 1). При постоянном значении напряжения сжатия бетона $\sigma = \text{const}$, из (I.3) записываем $\dot{\varepsilon}_r(t) = \text{const}$, в сравнении же с законом Гука (I.1) — ошибка составляет до 300 % для возраста бетона — около 360 дней.

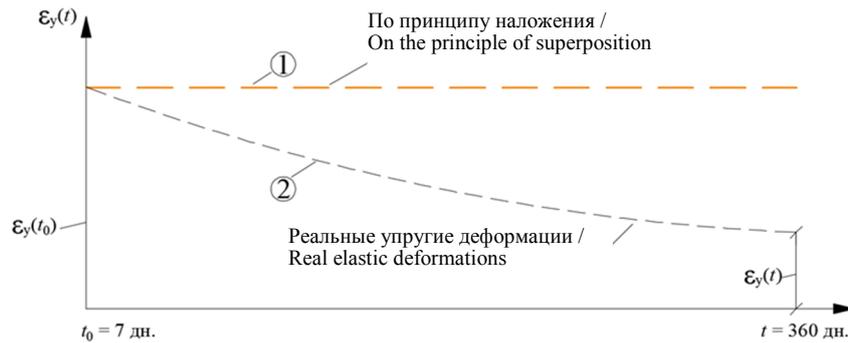


Рис. 1. Сравнение $\varepsilon_y(t_0)$ и $\varepsilon_y(t)$ [12]
Figure 1. Comparison of $\varepsilon_y(t_0)$ and $\varepsilon_y(t)$ [12]

Обращаем внимание: авторами рассмотрена не проблема упрощения мгновенной нелинейной диаграммы с помощью закона Гука, что часто звучит в зарубежных дискуссиях, а исследована особенность грубого искажения самого классического закона Гука в «передовой мировой теории ползучести бетона». Ошибка от замены всей мгновенной диаграммы рассмотрена в IV.

2.2. Несуществующая мера ползучести бетона в (1) и (1')

II. В мировых научных публикациях это свойство бетона (мера ползучести) имеет множество названий:

- деформация от единицы приложенного напряжения;
- реакция деформации на удельное напряжение;
- коэффициент ползучести (характеристика ползучести), поделенный на модуль упругости (1');
- ползучесть бетона при единичной нагрузке;
- удельная относительная деформационная ползучесть;
- мера «простой ползучести»;
- мера ползучести «при монотонном режиме загрузки»;
- мера текучести бетона и др.

Мы приведем здесь два обоснования наличия меры: первое и последнее (по времени). После первых опытов Дэвиса в США (1931 г.): «По-видимому, величина течения пропорциональна нагрузке, испытываемой бетоном, поэтому деформацию, происходящую от его течения, условимся относить к единичной нагрузке». Мы видим здесь указание на необходимость дальнейшей работы. Современное (последнее): «Целесообразно привлечение простейших реологических моделей ползучести», включенных в рекомендации различных стран:

$$C(t, \tau) = f(\tau)(1 - Ke^{-\gamma(t-\tau)}), \quad (\text{II.1})$$

где $f(\tau) = C_{28, \text{besk}} \Omega(\tau)$.

При использовании характеристика ($\varphi(\tau)$) ползучести (по Еврокоду — коэффициента ползучести)

$$f(\tau) = \frac{\varphi(\tau)}{E_c(\tau)}.$$

Константа $K < 1$ считается предназначенной для учета минутной ползучести (подменяющей мгновенные нелинейные деформации). Структура (II.1) заимствована из работы Мак-Генри [13], осуществившего аппроксимацию экспериментальных кривых ползучести.

Уравнение (II.1) восхваляется, обосновывается законом химических реакций (вместо законов классической механики) в виде дифференциального уравнения первого порядка; из работ классиков механики легко увидеть, что (II.1) невозможно получить на основании дифференциального уравнения первого порядка. Уравнения типа (II.1) широко используются сейчас в разных странах, поэтому оценим его с помощью результатов фундаментальных экспериментов. Отсутствие у бетона алгебраической функции меры

ползучести можно усмотреть уже из опытов N. Freundenthal, F. Roll [14]. Мы воспользуемся фундаментальными экспериментами НИИЖБ [15].

Проведем сначала, предусмотренный математикой, первый этап исследования — анализ общего вида меры ползучести (II.1).

Рассмотрим с помощью (II.1) два случая длительного нагружения постоянным напряжением (в разное время): σ_1, t_1 ; σ_2, t_2 :

$$\varepsilon_1(t) = \sigma_1 f(t_1)(1 - Ke^{-\gamma(t-t_1)});$$

$$\varepsilon_2(t) = \sigma_2 f(t_2)(1 - Ke^{-\gamma(t-t_2)}).$$

Избавляемся от времени t и находим связь деформаций ползучести $\varepsilon_1(t)$ и $\varepsilon_2(t)$ между собой:

$$\varepsilon_2(t) = \sigma_2 f(t_2)(1 - e^{\gamma(t_2-t_1)}) + \frac{\sigma_2 f(t_2)}{\sigma_1 f(t_1)} e^{\gamma(t_2-t_1)} \varepsilon_1(t).$$

Вводя очевидные обозначения, имеем уравнения прямой в координатах ε_1 и ε_2 :

$$\varepsilon_2(t) = a \varepsilon_1(t) + b.$$

Другими словами, первый этап исследования эмпирической формулы (II.1) показывает, что значения любых экспериментальных $\varepsilon_i(t)$ деформаций связаны между собой прямой линией с соответствующим угловым коэффициентом. Перенеся начало координат соответствующим образом и разделив на $\varepsilon_1(t)$, получаем зависимость во времени

$$\frac{\varepsilon_2(t)}{\varepsilon_1(t)} = \frac{\sigma_2 f(t_2)}{\sigma_1 f(t_1)} e^{\gamma(t_2-t_1)} = \text{const.}$$

Если же напряжения σ_1 и σ_2 приложены в один момент времени (возраст нагружения), то мы получаем серию прямых параллельных времени t (возраст наблюдения) (рис. 2). На этом же рисунке показаны фундаментальные экспериментальные результаты НИИЖБ в обработке С.В. Александровского и П.И. Васильева [16].

Мы видим, что эти фундаментальные экспериментальные данные, опубликованные почти 50 лет назад, отвергают современную мировую теорию железобетона, основанную на понятии: «мера ползучести бетона»; либо «коэффициент ползучести бетона» (по Еврокоду); также на эмпирических формулах типа (II.1), описывающих это понятие в сегодняшних публикациях и на международных научных форумах. Из данных рис. 2 видно, что ошибка расчетов от применения несуществующей меры ползучести бетона доходит до 500 %.

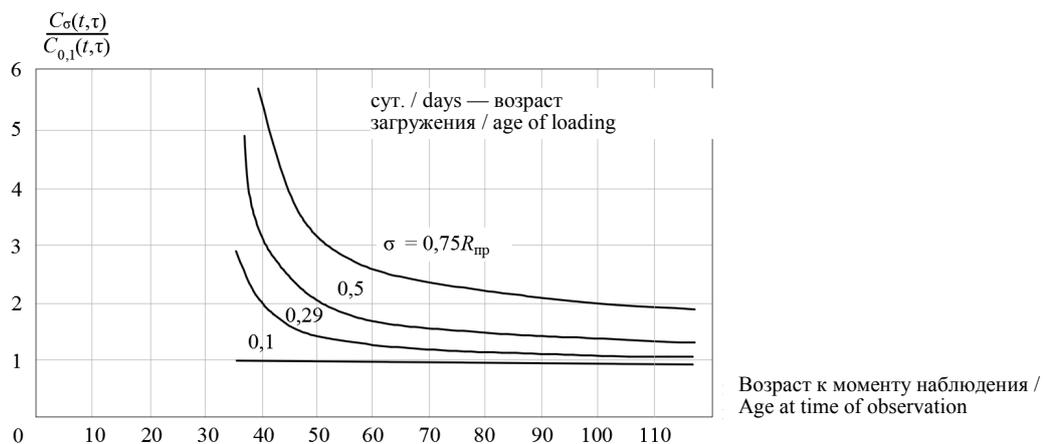


Рис. 2. Изменение отношений удельных деформаций ползучести при разных начальных уровнях напряжений $C_\sigma(t, \tau)$ к удельным деформациям ползучести при начальном уровне напряжений $C_{0,1}(t, \tau)$ [17]

Figure 2. Change in the ratio of specific creep deformations, at different initial stress levels $C_\sigma(t, \tau)$ to specific creep deformations, at an initial stress level $C_{0,1}(t, \tau)$ [17]

Подчеркнем еще раз, что речь идет об алгебраических зависимостях $\frac{\phi(t,t')}{E_c(t')}$, положенных в основу закона ползучести бетона (1) и (1') в мировых стандартах и предстандартах. Также ошибочным является применение меры ползучести (II.1) при простом нагружении либо при алгебраизации теории: подставим (1'') в соответствующий закон ползучести; мы получим линейное дифференциальное уравнение второго порядка относительно переменной величины $\sigma(t)$ с переменными коэффициентами. Как известно из математики, общее решение таких уравнений отсутствует.

2.3. Принцип наложения

III. Принцип наложения добавляет в расчеты свою долю ошибок, в искажение несуществующей характеристики ползучести (либо меры ползучести).

Подынтегральная функция в законе (1) и (1') характеризует величину скорости деформаций ползучести. Учитывая использование в интегральном уравнении гипотезы принципа линейной связи (1''), можно усмотреть *ошибочную вырожденность* в подынтегральной функции (1). Из математики известно, что в случае связи (1''), скорость деформации ползучести равна

$$\dot{\varepsilon}_\sigma = I(t, t')\dot{\sigma}(t') + \frac{\partial I(t, t')}{\partial t'}\sigma(t') + \frac{\partial I(t, t')}{\partial t}\sigma(t'), \quad (1''')$$

причем второе слагаемое содержит в себе несколько слагаемых, вызванных использованием коэффициента ползучести (характеристики ползучести).

В интегральном уравнении (1) потеряны два последних слагаемых из (1'''). Эти грубые ошибки недопустимо приписывать известным ученым В. Вольтерру или Л. Больцману, восхваляя «передовой формат закона» ползучести железобетона. Обратим внимание, что в целях наукообразия можно использовать (для ядра интегрального уравнения) по одному слагаемому из (1'''), можно по два, можно по три: то есть одно выдуманное выражение для функции меры ползучести позволяет построить семь законов механического движения и соответствующие им различные кинематические уравнения движения для расчета одной и той же строительной конструкции.

Можно для каждого из отмеченных законов построить соответствующее дифференциальное уравнение [18; 19] (помимо закона химических реакций). Эти ненаучные результаты мы приводить не будем. Напомним лишь указание президента fib Гордона Кларка [20] (фирма RAMBOLL), что «точное прогнозирование влияния ползучести носит весьма противоречивый характер».

2.4. Минутная ползучесть

IV. Приведем диаграмму $\sigma - \varepsilon$ кратковременных деформаций бетона по Еврокоду, ее аналитическое описание (рис. 3). Эти данные общеизвестны, они обоснованы многочисленными экспериментами.

Фиктивная диаграмма из «мировой теории ползучести» показана пунктирной линией. Еще в 1931 г. Эмпергер показал, что теория упругого бетона является ошибочной; он предложил свое уравнение для описания диаграммы в виде параболы:

$$\sigma = E_c(t)\varepsilon_m - B_c(t)\varepsilon_m^2. \quad (IV.1)$$

В «мировой теории ползучести» бетона восхваляется замена нелинейной части ε_n мгновенной деформации деформациями ползучести, со своей мерой ползучести. В результате таких «упрощений» *алгебраическое уравнение* (IV.1) для полных мгновенных деформаций ε_m «преобразуется» в дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\ddot{\varepsilon}_m(t) + \gamma_m \dot{\varepsilon}_m(t) = \ddot{\sigma}(t) \frac{1}{E_c} + \dot{\sigma}(t) \left(\frac{\gamma_m}{E_c(t)} + \gamma_m \varphi_m \frac{\dot{E}_c(t)}{E_c^2(t)} \right) + \sigma(t) \gamma_m^2 \varphi_m. \quad (IV.2)$$

От таких «преобразований», к примеру, в расчетах сжатых конструкций (для средних и малых гибкостей) ошибки составляют несколько сотен процентов.

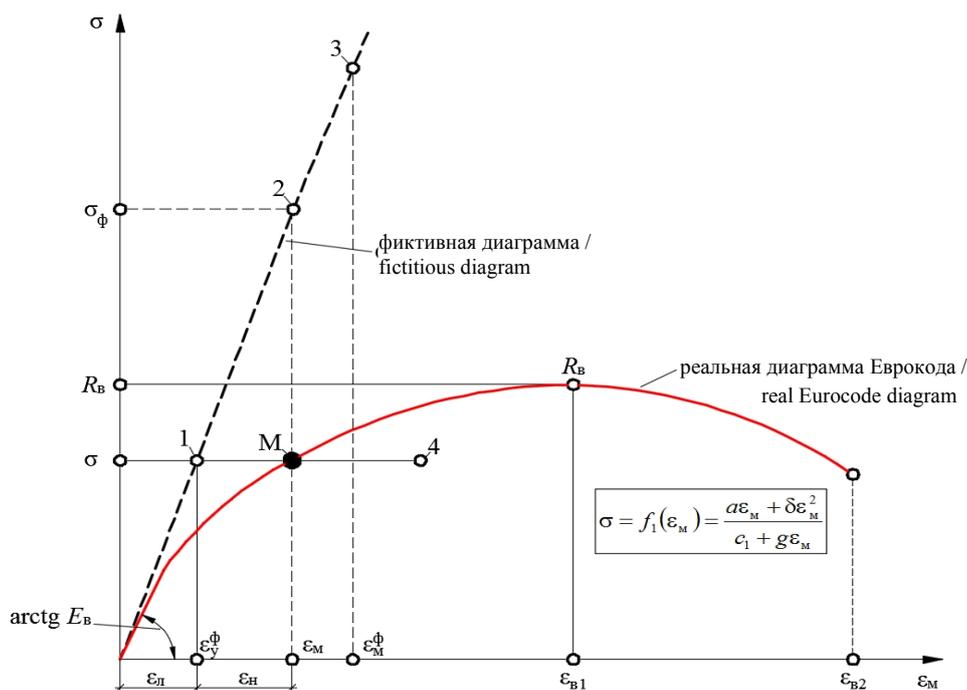


Рис. 3. Искажение диаграммы $\sigma - \epsilon$ бетона [12]
Figure 3. Distortion of the $\sigma - \epsilon$ diagram of concrete
 Фигтивная диаграмма — fictitious diagram [12]

Кроме того, в механике Ньютона, наличие сил сопротивления, пропорциональных ускорению $\ddot{\epsilon}_M(t)$, свидетельствует о нарушении принципа независимости действия сил (закон суперпозиции сил, четвертая аксиома).

2.5. Подмена нелинейных деформаций ползучести линейными

V. Начиная с экспериментов Н. Фройдентала и Ф. Ролла (1958 г.), а также с последовательных фундаментальных опытов НИИЖБ в научной литературе сформировано утверждение: деформации ползучести бетона *нелинейно зависят от напряжений*, начиная с «самых низких уровней». Другими словами: «никакой линейной ползучести бетона не существует». Дополнительно корифеи С.В. Александровский и П.И. Васильев подчеркивают особо: «отсутствие аффинного подобия кривых ползучести, т.е. ошибочность замены в (1) и (1') напряжения $\sigma(t')$ любой функцией $f(\sigma(t'))$ »; ввиду отсутствия свойства — меры ползучести (см. рис. 2). Напомним также указания корифеев по теоретической механике Ленинградского госуниверситета¹: «линеаризация, системы, хотя и осуществляемая путем пренебрежения весьма малых величин, дает грубо упрощенное представление действительных процессов с количественными результатами, иногда неприемлемыми даже в ориентировочных расчетах она приводит к *неправильным заключениям* о поведении системы и является вообще *недопустимой*».

3. Результаты и обсуждение

Разработана новая нелинейная теория ползучести бетона, еще не опубликованная, дополняющая общую теорию расчета строительных конструкций на нелинейную ползучесть. Как известно, эта общая теория [21–24] дает *систему длительных коэффициентов* (табл.), для расчета конструкций, в отличие от *одного условного коэффициента*, закладываемого в нормы различных стран. В связи с этим напомним известные данные из математики (дифференциальные уравнения): при нелинейных и нестационарных

¹ Поляхов Н.Н., Зегжда С.А., Юшков М.П. Теоретическая механика. М.: Изд-во Юрайт, 2016. 592 с.

свойствах системы у нее не существует аналитической формы реакции ее на единичное воздействие, так как не существует необходимого общего решения однородного уравнения (см. также рис. 2, опытные данные).

**Система длительных коэффициентов для расчета конструкций /
The system of long-term coefficients for calculations of constructions**

μ	$m_{дл}$ при $m_{пр}$ равном / m_{long} with m_{given} , equal											
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2
0,2	0,838	0,845	0,855	0,860	0,875	0,890	0,910	0,928	0,945	0,968	0,980	0,990
0,15	0,830	0,835	0,843	0,850	0,862	0,875	0,885	0,900	0,915	0,925	0,937	0,950
0,125	0,821	0,825	0,828	0,835	0,845	0,855	0,865	0,880	0,890	0,900	0,910	0,922
0,1	0,817	0,820	0,821	0,822	0,828	0,838	0,847	0,855	0,865	0,875	0,882	0,895
0,075	0,815	0,815	0,815	0,815	0,815	0,815	0,815	0,815	0,820	0,822	0,825	0,830
0,05	0,795	0,795	0,791	0,790	0,787	0,785	0,782	0,780	0,777	0,775	0,770	0,765
0,025	0,785	0,780	0,772	0,767	0,755	0,740	0,730	0,712	0,690	0,670	0,650	0,625
0,01	0,765	0,757	0,750	0,737	0,715	0,695	0,670	0,645	0,625	0,600	0,575	0,550

4. Заключение

Фундаментом теории железобетона является закон ползучести бетона, по которому опубликовано множество монографий, научной и учебной литературы. Он включен в стандарты и нормы многих стран мира, а его ненаучность наносит громадный вред мировой экономике в виде аварий и ненужных расходов. Каждое из пяти перечисленных в законе ползучести, подробно проанализированных, и рассмотренных выше переупрощений, а именно:

- 1) без надобности искаженный классический закон Гука;
- 2) навязывание отсутствующего у бетона свойства — алгебраической меры ползучести;
- 3) ошибочный принцип наложения;
- 4) использование вместо мгновенных нелинейных пластических деформаций упруговязких деформаций (минутная ползучесть);
- 5) замена точных — нелинейных и нестационарных свойств бетона — линейными, искажающими качественную сторону явлений, присущих только нелинейным системам, грубо искажает результаты расчета (300, 500, 100 % и т.д.), не только самих деформаций, но и последующие методы расчета железобетонных конструкций; эти ошибки перекрываются необоснованными коэффициентами запаса: ненаучная политика победила экономику. Разработанная нами новая нелинейная теория ползучести бетона, еще не опубликованная, дополняющая общую теорию расчета строительных конструкций на нелинейную ползучесть, позволит избежать допущенных ранее ошибок.

Список литературы

1. Yu Q., Bazant Z.P., Wendner R. Improved Algorithm for Efficient and realistic Creep Analysis of Large Creep – Sensitive Concrete Structures // ACI Structural Journal. 2012. Vol. 109. No 5. P. 665–675.
2. Muller H.S., Reinhardt H.W. Beton // Betonkalender 2010. Berlin: Ernst & Sohn Verlag, 2010. Band 1. P. 293–436.
3. Chiorino M.A., Sassone M. Further considerations and updates on time dependent analysis of concrete structures // Structural Concrete: Textbook on Behaviour, Design and Performance. Lausanne: International Federation for Structural Concrete, 2010. P. 43–69.
4. ACI 318R-19, Building Code Requirements for Structural Concrete, 2018. 578 p.
5. fib, Model Code for Concrete Structures 2010, Ernst & Sohn, 2013. 402 p.
6. Volterra V. Lecons sur les fonctions de lignes. Paris, 1913. URL: <https://archive.org/details/leonssurlesfon00voltoft/page/8/mode/2up> (22.05.2023)
7. ACI 209.3R-XX, Analysis of Creep and Shrinkage Effects on Concrete Structures, Final Draft, Chiorino M.A. (Chairm. of Edit. Team), ACI Committee 209. March 2011. 228 p.

8. ACI 209.2R-08, Guide for Modeling and Calculation of Shrinkage and Creep in Hardened Concrete, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2008. 48 p.
9. Chiorino M.A. Analysis of structural effects of time — dependent behavior of concrete: an internationally harmonized format. Concrete and Reinforced concrete — Glance at Future III // All Russian (International) Conference on Concrete and Reinforced Concrete, Moscow, 2014. Vol. 7. P. 338–350.
10. Creep Analysis, www.polito.it/creepanalysis, DESIGN Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica Politecnico di Torino (currently under revision should be made to new version to be edited in 2018).
11. Boltzmann L.E. Zur Theorie der Elastischen Nachwirkung. Sitzungsberichte Kaiserliche Akademie Wissenhaft Wien Mathematische-Naturwissenschaft, 1874. 70. P. 275–306.
12. Санжаровский Р.С., Тер-Эммануильян Т.Н., Манченко М.М. Принцип наложения как основополагающая ошибка теории ползучести и стандартов по железобетону // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 2. С. 84–92. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-2-92-104>
13. Mac Henry D. A Lattice Antolog for the Solution of stress Problems // Journal of the Institution of Civil Engineers. 1943. Vol. 21(2). P. 59–82. <https://doi.org/10.1680/ijoti.1943.13967>
14. Freudenthal A.M., Roll F. Creep and creep recovery of concrete under high compressive stress // Journal Proceedings. 1958. Vol. 54. No. 6. P. 1111–1142.
15. Крылов С.Б., Арленинов П.Д. Современные исследования в области теории ползучести бетона // Вестник НИЦ «Строительство». 2018. № 1(16). С. 67–76.
16. Александровский С.В. Расчет бетонных и железобетонных конструкций на изменение температуры и влажности с учетом ползучести. М.: Стройиздат, 1973. 432 с.
17. Беглов А.Д., Санжаровский Р.С., Тер-Эммануильян Т.Н., Теория кратковременного и длительного сопротивления конструкций на основе принципа пластического разрушения // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2023. Т. 19. № 2. С. 178–186. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-2-186-198>
18. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.
19. Работнов Ю.Н. Элементы наследственной механики твердых тел. М.: Наука, 1977. 383 с.
20. Clark G. Challenges for concrete in tall buildings // Concrete and Reinforced Concrete – Glance at Future: III All Russian (International) Conference on Concrete and Reinforced Concrete. Moscow, 2014. Vol. 7. P. 103–112.
21. Беглов А.Д., Санжаровский Р.С. Евростандарты и нелинейная теория железобетона. СПб., 2011. 309 с.
22. Санжаровский Р.С. Устойчивость элементов строительных конструкций при ползучести. Л.: Изд-во ЛГУ, 1984. 280 с.
23. Beglov A., Sanjarovsky R., Ter-Emmanuilyan T. Stationary dissipative systems of classical mechanics in the basis of unscientific principles of the theory of creep of reinforced concrete // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Kosice, Slovakia, 2022. Vol. 1252. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/1252/1/012033>
24. Sanjarovskiy R., Ter-Emmanuilyan T., Manchenko M. Creep of Concrete and Its Instant Nonlinear Deformation in the Calculation of Structures // Concreep. 2015. 10. P. 238–247. <https://doi.org/10.1061/9780784479346.028>

References

1. Yu Q., Bazant Z.P., Wendner R. Improved Algorithm for Efficient and realistic Creep Analysis of Large Creep — Sensitive Concrete Structures. *ACI Structural Journal*. 2012;109(5):665–675.
2. Muller H.S., Reinhardt H.W. Beton. *Betonkalender 2010*. 2010;1:293–436.
3. Chiorino M.A., Sassone M. Further considerations and updates on time dependent analysis of concrete structures. *Structural Concrete: Textbook on Behaviour, Design and Performance*. Lausanne: International Federation for Structural Concrete;2010:43–69.
4. ACI 318R-19, *Building Code Requirements for Structural Concrete*. 2018.
5. fib, Model Code for Concrete Structures 2010, Ernst & Sohn, 2013.
6. Volterra V. Lecons sur les fonctions de lignes. Paris, 1913. Available from: <https://archive.org/details/leonsurlesfon00volutuoft/page/8/mode/2up> (accessed: 22.05.2023).
7. ACI 209.3R-XX, Analysis of Creep and Shrinkage Effects on Concrete Structures, Final Draft, Chiorino M.A. (Chairm. of Edit. Team), ACI Committee 209. March 2011.
8. ACI 209.2R-08, Guide for Modeling and Calculation of Shrinkage and Creep in Hardened Concrete, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2008.
9. Chiorino M.A. Analysis of structural effects of time — dependent behavior of concrete: an internationally harmonized format. Concrete and Reinforced concrete — Glance at Future III. *All Russian (International) Conference on Concrete and Reinforced Concrete*. Moscow, 2014;7:338–350.
10. Creep Analysis, www.polito.it/creepanalysis, DESIGN Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica Politecnico di Torino, (currently under revision should be made to new version to be edited in 2018).
11. Boltzman L. Zur Theorie der Elastischen Nachwirkung. *Sitzungsberichte Kaiserliche Akademie Wissenhaft Wien Mathematische-Naturwissenschaft*. 1874;70:275–306.

12. Sanjarovskiy R., Ter-Emmanuilyan T., Manchenko M. Superposition principle as the fundamental error of the creep theory and standards of the reinforced concrete. *Structural mechanics of engineering constructions and buildings*. 2018;14(2):84–92. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-2-92-104>
13. Mac Henry D. A Lattice Antolog for the Solution of stress Problems. *Journal of the Institution of Civil Engineers*. 1943;21(2):59–82. <https://doi.org/10.1680/ijoti.1943.13967>
14. Freudenthal A.M., Roll F. Creep and creep recovery of concrete under high compressive stress. *Journal Proceedings*. 1958;54(6):1111–1142.
15. Krylov S.B., Arleninov P.D. Modern research in the field of the theory of concrete creep. *Bulletin of the Scientific Research Center "Construction" Concrete and reinforced concrete — problems and prospects*. 2018;1(16):67–76. (In Russ.)
16. Aleksandrovsky S.V. *Calculation of concrete and reinforced concrete structures for changes in temperature and humidity, taking into account creep*. Moscow: Stroyizdat Publ.; 1973. (In Russ.)
17. Beglov A., Sanjarovsky R., Ter-Emmanuilyan T. Theory of short — term and long — term resistance of structures based on the principle of plastic. *Structural mechanics of engineering constructions and buildings*. 2023;19(2):178–186. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-2-186-198>
18. Rabotnov Yu.N. Creep of structural elements. Moscow: Nauka Publ.; 1966. (In Russ.)
19. Rabotnov Yu.N. Elements of hereditary mechanics of solids. Moscow: Nauka Publ.; 1977. (In Russ.)
20. Clark G. Challenges for concrete in tall buildings. *Concrete and Reinforced Concrete — Glance at Future: III All Russian (International) Conference on Concrete and Reinforced Concrete*. Moscow. 2014;7:103–112.
21. Beglov A.D., Sanzharovsky R.S. *European standards and nonlinear theory of reinforced concrete*. St. Petersburg, 2011. (In Russ.)
22. Sanzharovsky R.S. *Stability of building structure elements under creep*. Leningrad: Publishing house of Leningrad State University; 1984. (In Russ.)
23. Beglov A., Sanjarovsky R., Ter-Emmanuilyan T. Stationary dissipative systems of classical mechanics in the basis of unscientific principles of the theory of creep of reinforced concrete. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. Kosice, Slovakia, 2022;1252:012033. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/1252/1/012033>
24. Sanjarovskiy R., Ter-Emmanuilyan T., Manchenko M. Creep of Concrete and Its Instant Nonlinear Deformation in the Calculation of Structures. *Concreep*. 2015;10:238–247. <https://doi.org/10.1061/9780784479346.028>

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-1-14-26
УДК 624.074.2:624.014:693.8
EDN: YPWZQU

Научная статья / Research article

Работа металлического каркаса ребристо-кольцевого купола при уменьшении количества поддерживающих его колонн

Е.В. Лебедь 

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Россия

✉ evglebed@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 6 июля 2023 г.
Доработана: 20 декабря 2023 г.
Принята к публикации: 30 декабря 2023 г.

Заявление о конфликте интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Аннотация. Исследовалось напряженное состояние металлического каркаса ребристо-кольцевого купола, если под ним постепенно уменьшать количество поддерживающих колонн. При этом сохраняется одинаковость расстояний или шагов между колоннами по всему контуру опорного кольца. Основные элементы купольного каркаса и колонны приняты из стальных двутавров. В качестве объектов исследования рассматривались каркасы, купола которых опираются на разное количество циклически симметричных колонн. Все купола характеризуются одинаковым геометрическим строением и размером, одинаковыми сечениями однотипных элементов каркаса и подвержены воздействию одинаковых нагрузок. Исследования проводились на компьютерных моделях посредством расчетов на совместное действие нагрузки от веса несущих и ограждающих конструкций и несимметричной снеговой нагрузки. Модели с уменьшенным количеством колонн получены регулярным их удалением из исходной компьютерной модели. В процессе расчетов определялись напряжения в элементах каркасов всех моделей, которые сравнивались между собой. Получены графики деформаций, сравнительные диаграммы зависимостей напряженного состояния элементов каркасов исходной и преобразованных моделей. Дана оценка изменения напряженного состояния каркаса ребристо-кольцевого купола с уменьшением количества колонн. Отмечены значительные изменения напряженного состояния опорного кольца.

Ключевые слова: ребристо-кольцевой купол, меридиональные ребра, верхнее кольцо, опорное кольцо, колонны, компьютерная модель, статический расчет, напряженное состояние

Для цитирования

Лебедь Е.В. Работа металлического каркаса ребристо-кольцевого купола при уменьшении количества поддерживающих его колонн // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 1. С. 14–26. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-1-14-26>

Лебедь Евгений Васильевич, кандидат технических наук, доцент кафедры металлических и деревянных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Россия; ORCID: 0000-0003-3926-8701; E-mail: evglebed@mail.ru

© Лебедь Е.В., 2024



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Behavior of Metal Frame of Ribbed-ring Dome with Decrease in Number of Supporting Columns

Evgeny V. Lebed  

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

✉ evglebed@mail.ru

Article history

Received: July 6, 2023

Revised: December 20, 2023

Accepted: December 30, 2023

Conflicts of interest

The author declares that there is no conflict of interest.

Abstract. Investigation of the stress state of the metal frame of a ribbed-ring dome, when the number of supporting columns under it is gradually reduced. With that, the same distances or steps between the columns are maintained along the entire contour of the support ring. The main elements of the dome frame and columns are made of steel I-beams. Frames, the domes of which are supported by a different number of cyclically symmetrical columns, were considered as subjects of research. All the domes are characterized by the same geometric structure and size, the same cross sections of the same type of frame elements and are exposed to the same loads. The research was carried out on computer models by calculating the combined effect of the load from the weight of load-bearing and enclosing structures and an asymmetric snow load. The models with a reduced number of columns are obtained by regularly removing them from the original computer model. During the analysis, the stresses in the elements of the frames of all models were determined, which were compared with each other. Deformation graphs and comparative diagrams of the stress state relationships of the frame elements of the original and transformed models are obtained. An assessment of the change in the stress state of the ribbed-ring dome frame with a decrease in the number of columns is given. Significant changes in the stress state of the support ring were noted.

Keywords: ribbed-ring dome, meridional ribs, upper ring, support ring, columns, computer model, statical calculation, stress state

For citation

Lebed E.V. Behavior of metal frame of ribbed-ring dome with decrease in number of supporting columns. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(1):14–26. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-1-14-26>

1. Введение

Металлические купола применяются в качестве покрытий зданий во всем мире благодаря выразительности своей геометрической формы, а также из-за надежности таких конструктивных систем. Благодаря пространственной жесткости и экономичности расхода металла они занимают ведущее место среди большепролетных пространственных покрытий [1–3].

Геометрические схемы каркасов металлических куполов зависят от перекрываемых пролетов и назначения здания [4; 5]. Наиболее простыми по геометрической схеме считаются ребристо-кольцевые купола. Но даже в ребристо-кольцевых куполах возможны различные геометрические схемы, связанные с числом секторов по окружности и ярусов по высоте. Кроме этого, важным фактором работы купольного каркаса служит количество поддерживающих их колонн. От этого зависит статическая схема всего каркаса здания и напряженное состояние элементов купольных каркасов.

Обычно колонны в ребристо-кольцевых куполах располагают под каждым меридиональным ребром. Однако при большом числе секторов или ребер в купольном каркасе такое конструктивное решение может оказаться неудобным по разным причинам. В этом случае прибегают к использованию меньшего количества колонн по сравнению с числом меридиональных ребер. Такой подход приводит к изменению работы купола и, как следствие, изменению напряженного состояния элементов купольного каркаса.

Evgeny V. Lebed, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Metal and Wooden Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow, Russia; ORCID: 0000-0003-3926-8701; E-mail: evglebed@mail.ru

Исследованию различных аспектов ребристо-кольцевых куполов в различных компьютерных программах посвящено много публикаций. Например, анализировалось напряженное состояние купольного каркаса при изменении параметров его геометрической схемы [6], при разных отношениях высоты купола к диаметру для разных пролетов [7], при включении в работу кирпичного заполнения ячеек каркаса между стальными ребрами и кольцами [8], при разных отношениях высоты купола и разных сечениях стержневых элементов [9], при разной высоте по сравнению с пролетом купольного каркаса со связями [10]. На примере большепролетного ребристо-кольцевого купола покрытия резервуара уточняется методика расчета в линейной и нелинейной постановках [11]. Однако отсутствуют сравнительные исследования ребристо-кольцевых куполов, опирающихся на колонны, число которых меньше числа меридиональных ребер.

2. Методы

С целью выяснения зависимости напряженного состояния ребристо-кольцевого купола от количества поддерживающих его колонн выполнялись данные компьютерные исследования. В качестве объектов исследования рассматривались каркасы, купола которых опираются на разное количество циклически симметричных колонн. Все купола характеризуются одинаковой геометрической схемой, одинаковым пролетом и высотой, одинаковыми сечениями меридиональных ребер, колец и колонн, а также подвергались воздействию одинаковых нагрузок. Для этого был запроектирован купол исходного каркаса с максимальным количеством колонн, который впоследствии корректировался для расчета каркасов с уменьшенным числом колонн.

Объектом для исследования служил каркас ребристо-кольцевого купола сферической формы с радиусом кривизны 23 м, состоящий из 36 ребер и 7 колец. Таким образом, купол разделен ребрами на 36 секторов. Диаметр нижнего кольца 39,3 м, диаметр верхнего кольца 5,0 м, высота купольного каркаса 11 м. Купол опирается на колонны высотой 7,0 м, которых в исходном каркасе насчитывается 36. Все элементы каркаса сооружения с куполом приняты, по результатам расчета, из прокатных двутавров: меридиональные ребра — I 50Ш1, верхнее кольцо — I 60Ш1, нижнее кольцо — I 60Ш4, остальные кольца — I 20Ш1, колонны — I 40К3. Особо отметим, что узлы сопряжения элементов купольного каркаса друг с другом в нормальном направлении жесткие. Сопряжения меридиональных ребер с верхним и нижним кольцами в кольцевом направлении, а также промежуточных колец с ребрами в тангенциальном направлении — шарнирные. Сопряжение купольного каркаса через нижнее (опорное) кольцо с колоннами шарнирное как в радиальном, так и кольцевом направлениях.

Компьютерная модель этого каркаса являлась исходной для исследования. На основе исходной созданы модели с уменьшенным количеством колонн посредством их регулярного удаления из исходной компьютерной модели (рис. 1). Отличительным признаком этих моделей друг от друга являлось число секторов между колоннами. При максимальном количестве колонн оно было равно 1, а при минимальном — 6. Исследования выполнялись на компьютерных моделях каркасов с ребристо-кольцевым куполом в программе SCAD как пространственных стержневых систем [12; 13]. Ранее автором выполнялось исследование ребристо-кольцевых куполов при различных способах монтажа [14; 15], а также при разном количестве установленных связей [16]. Представленные здесь результаты получены в соответствии с общепринятыми принципами исследований пространственных стержневых систем.

Расчет каркасов производился на совместное действие нагрузки от веса ограждающих или кровельных конструкций и несущего каркаса, симметричной и несимметричной снеговых нагрузок (рис. 2), для которых были составлены соответствующие комбинации нагрузок. Наибольшее влияние на напряженное состояние каркасов пространственных сооружений оказывает комбинация загрузений с несимметричной снеговой нагрузкой¹. Именно она определяет необходимые сечения основных несущих элементов купольных каркасов.

В процессе расчетов определялись внутренние усилия N , M_x , M_y , M_t в элементах каркасов всех моделей, которые сравнивались между собой. Главными же критериями оценки работы рассматриваемых каркасов служили напряжения σ в наиболее нагруженных элементах меридиональных ребер, верхнего кольца, нижнего кольца и колонн, а также деформации куполов, которые определялись по максимальным перемещениям их узлов f .

¹ СП 20.13330.2016. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07–85*. Москва: Минстрой России, 2016. 102 с. URL: <https://www.minstroyrf.gov.ru/docs/13673/> (дата обращения: 12.09.2023).

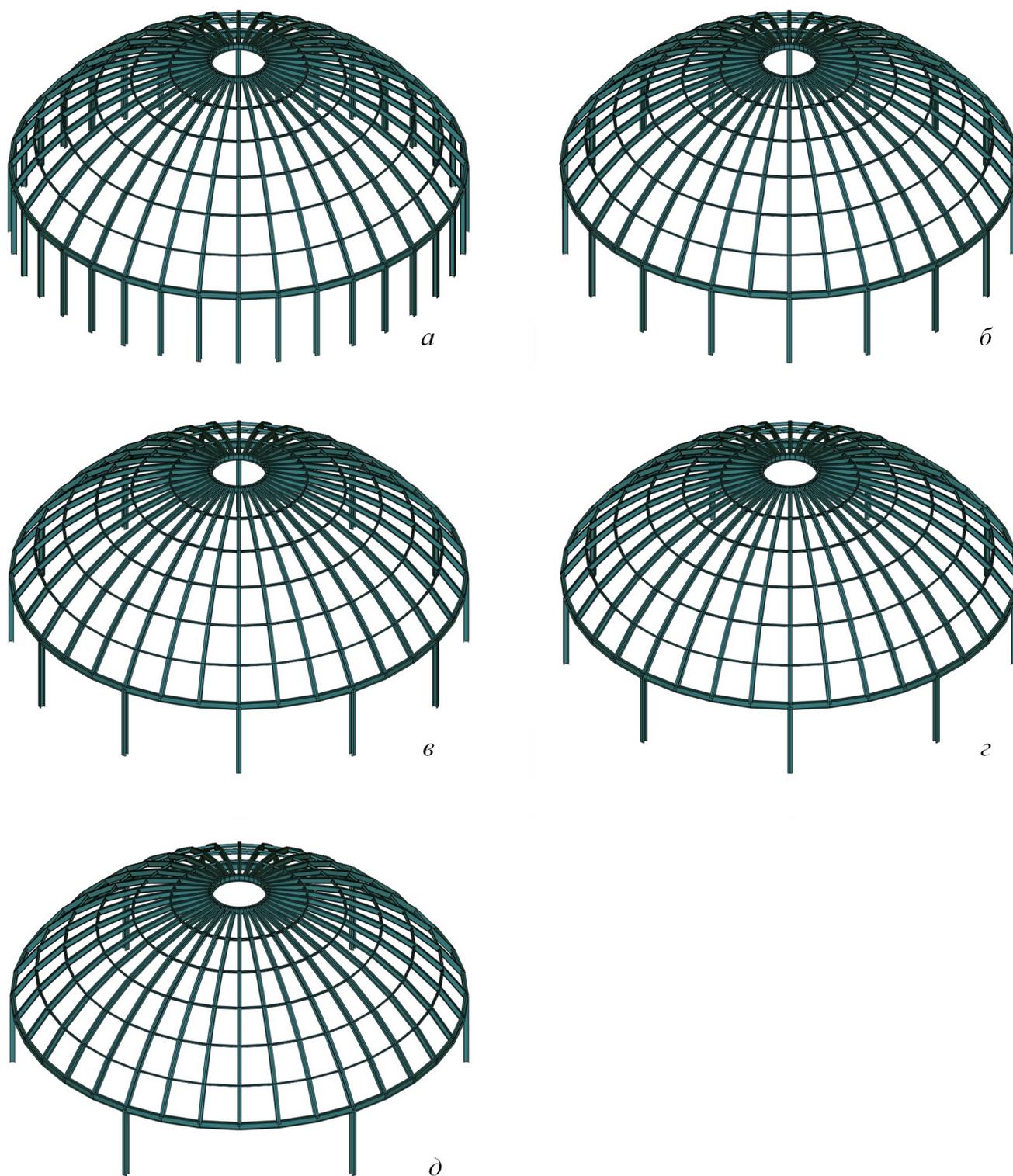


Рис. 1. Схемы купольных каркасов с разным числом секторов между колоннами:
a — 1 сектор, *б* — 2 сектора, *в* — 3 сектора, *г* — 4 сектора, *д* — 6 секторов

Источник: выполнено автором

Figure 1. Models of dome frames with different number of sectors between columns:
a — 1 sector, *б* — 2 sectors, *в* — 3 sectors, *г* — 4 sectors, *д* — 6 sectors

Source: made by the author

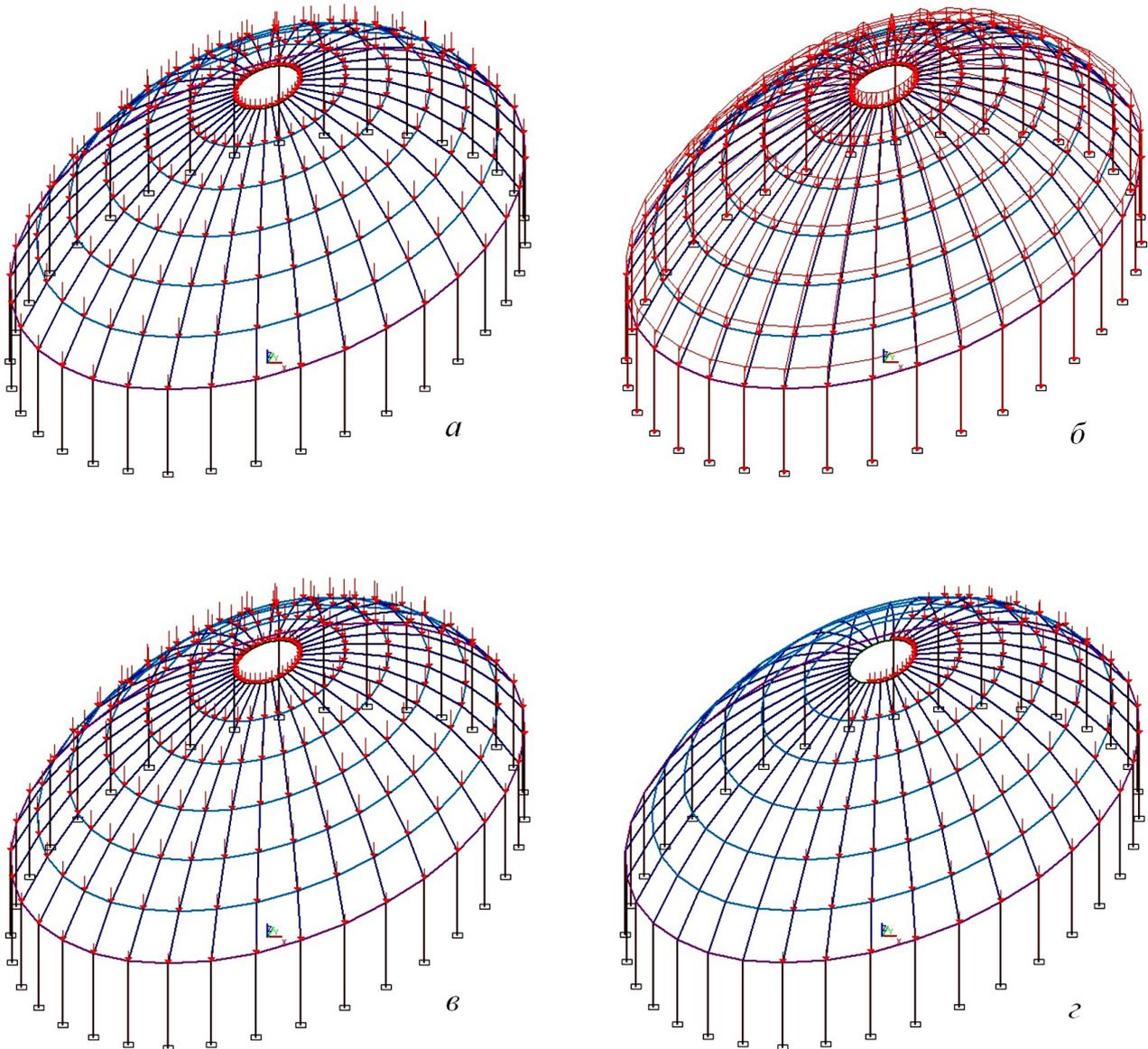


Рис. 2. Схемы загрузок куполов на примере исходного каркаса от веса:
a — кровельных конструкций, *б* — каркаса, *в* — симметричного снега, *г* — несимметричного снега
 Источник: выполнено автором

Figure 2. Dome loading patterns, illustrated on the original frame, from the weight of:
a — roofing structures, *b* — supporting frame, *v* — symmetrical snow, *z* — asymmetrical snow
 Source: made by the author

Исследование показало, что с уменьшением количества колонн общий характер деформаций купольных каркасов в основном остается неизменным (рис. 3). Тем не менее происходит увеличение прогибов f_z купольного каркаса в целом (рис. 4, *a*) и их увеличение в опорном кольце (рис. 4, *б*), которое в последней модели (шесть секторов) превосходит максимальные прогибы исходной модели.

А горизонтальные смещения f_x опорного кольца сначала происходят в сторону увеличения диаметра, а затем — его уменьшения (рис. 4, *в*).

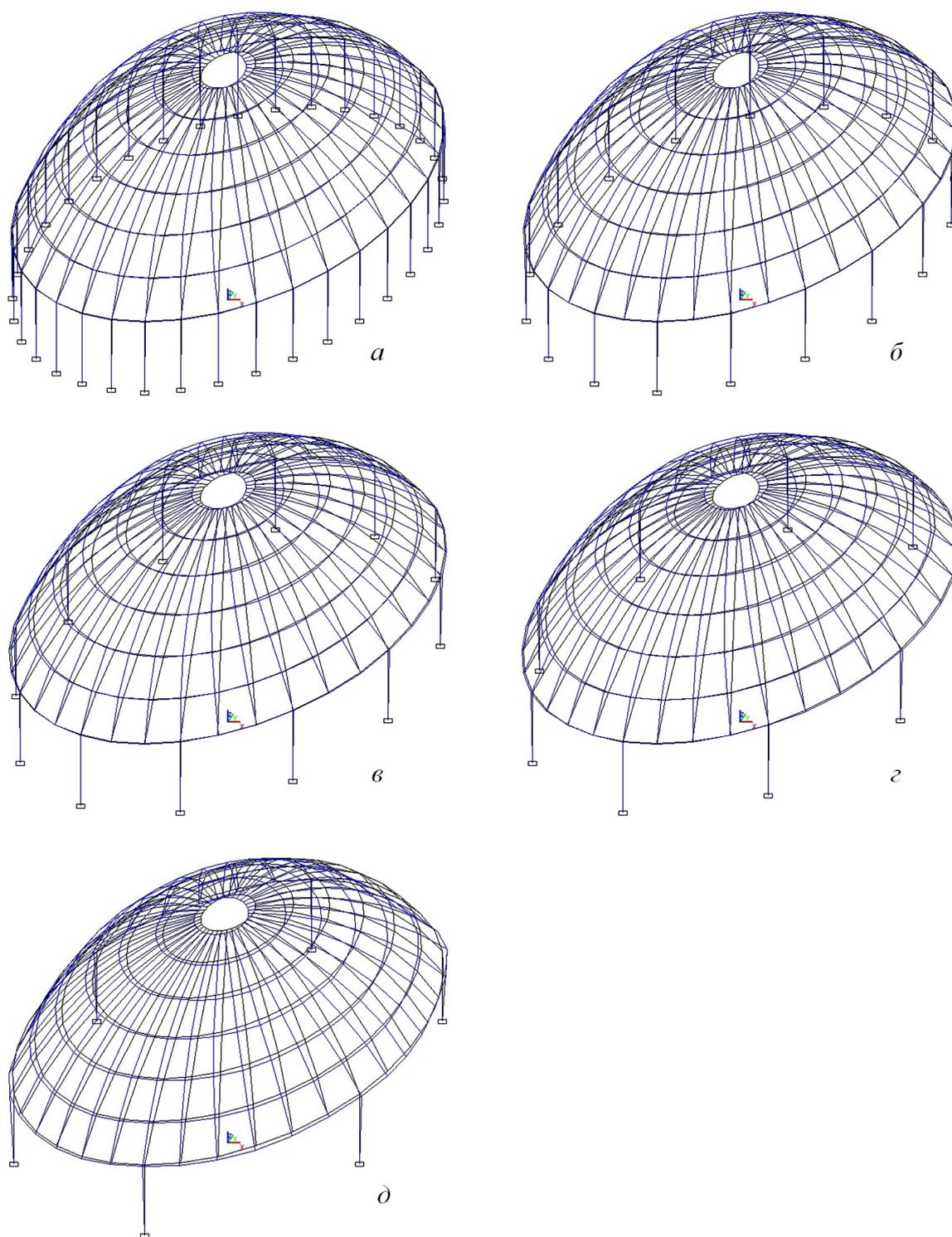


Рис. 3. Деформации купольных каркасов с разным числом секторов между колоннами:
a — 1 сектор; *б* — 2 сектора; *в* — 3 сектора; *г* — 4 сектора; *д* — 6 секторов
Источник: выполнено автором

Figure 3. Deformations of dome frames with different number of sectors between columns:
a — 1 sector; *б* — 2 sectors; *в* — 3 sectors; *г* — 4 sectors; *д* — 6 sectors
Source: made by the author

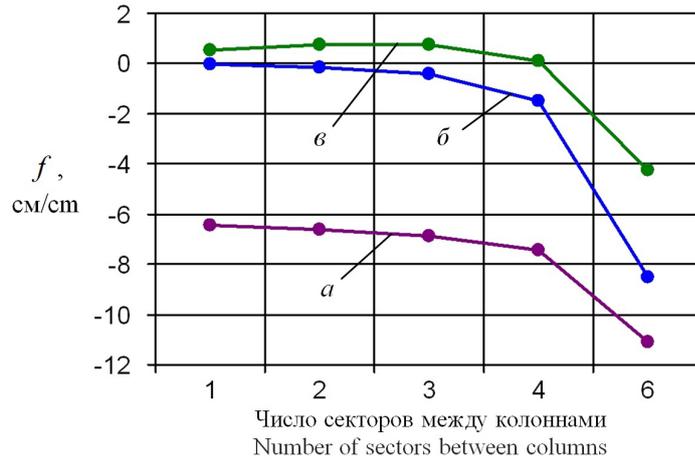


Рис. 4. Величины максимальных деформаций купольных каркасов с разным числом секторов между колоннами: *a* — в целом купола по *z*; *b* — опорное кольцо по *z*; *v* — опорное кольцо по *x*
 Источник: выполнено автором

Figure 4. The values of maximum deformations in dome frames with a different number of sectors between columns: *a* — whole dome in *z*; *b* — support ring in *z*; *v* — support ring in *x*
 Source: made by the author

3. Результаты

При регулярном удалении колонн из исходной компьютерной модели в купольном каркасе происходят изменения внутренних усилий N , M_x , M_y , M_t , но в разных элементах его по-разному. Следует отметить, что наряду с продольными силами N , изгибающими моментами в плоскости наибольшей и наименьшей жесткости M_x , M_y , фиксировались и крутящие моменты M_t .

В меридиональных ребрах купола увеличение числа секторов между колоннами практически не влияет на изгибающие моменты M_x , M_y (рис. 5), но приводит к небольшому увеличению продольных сил N в тех ребрах, под которыми установлены колонны. В верхнем кольце купола увеличение числа секторов между колоннами практически не влияет на внутренние усилия (рис. 6), хотя незначительный рост наблюдается в моментах M_x .

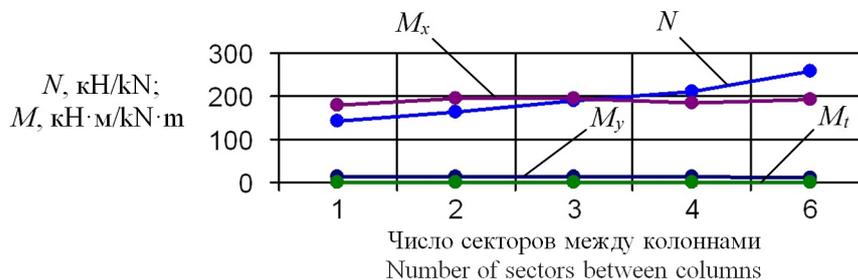


Рис. 5. Максимальные усилия N , M_x , M_y , M_t в меридиональных ребрах купола с разным числом секторов между колоннами
 Источник: выполнено автором

Figure 5. Maximum values of N , M_x , M_y , M_t in the meridional edges of the dome with a different number of sectors between the columns
 Source: made by the author

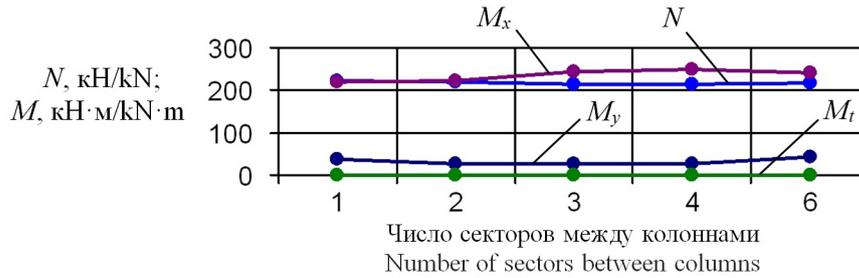


Рис. 6. Максимальные усилия N , M_x , M_y , M_t в верхнем кольце купола с разным числом секторов между колоннами
Источник: выполнено автором

Figure 6. Maximum values of N , M_x , M_y , M_t in the upper ring of the dome with a different number of sectors between the columns
Source: made by the author

В опорном кольце купола с увеличением числа секторов между колоннами происходит резкое, в несколько раз, увеличение наиболее значимых моментов M_x , а также моментов M_y (рис. 7), продольные же силы N практически не изменяются. В колоннах каркаса с куполом с увеличением числа секторов между колоннами происходит ожидаемое кратное увеличение значительных продольных сил N (рис. 8), а также существенное увеличение моментов M_x и небольшой рост моментов M_y .

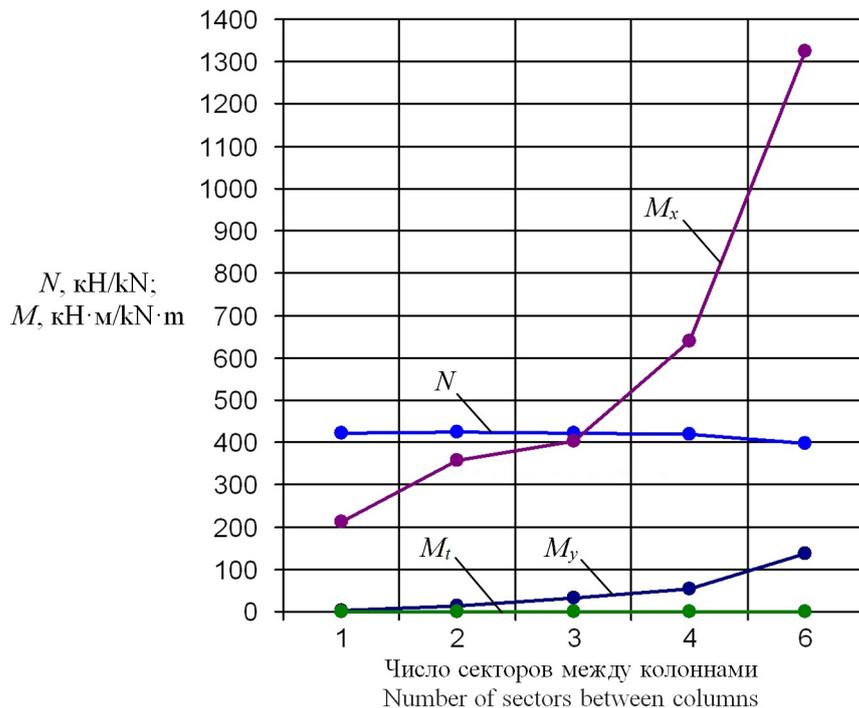


Рис. 7. Максимальные усилия N , M_x , M_y , M_t в опорном кольце купола с разным числом секторов между колоннами
Источник: выполнено автором

Figure 7. Maximum values of N , M_x , M_y , M_t in the support ring of the dome with a different number of sectors between the columns
Source: made by the author

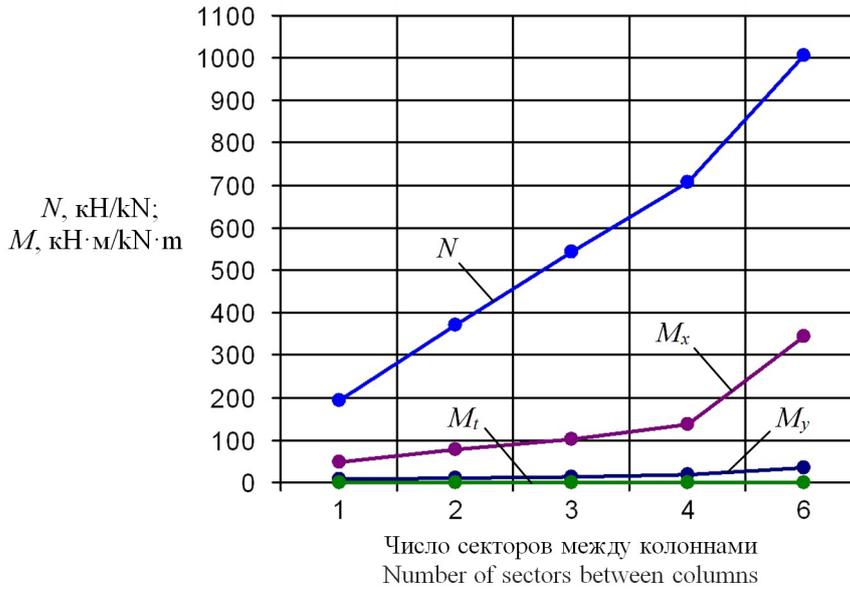


Рис. 8. Максимальные усилия N , M_x , M_y , M_t в колоннах каркаса с разным числом секторов между колоннами

Источник: выполнено автором

Figure 8. Maximum values of N , M_x , M_y , M_t in the columns of the frame with a different number of sectors between the columns
Source: made by the author

Крутящие моменты M_t во всех элементах каркаса и в исходной модели, и в других оказались чрезвычайно маленькими. Но их явный рост с увеличением числа секторов между колоннами наблюдается только в опорном кольце.

Не всегда значения внутренних усилий N , M_x , M_y , M_t отражают степень их влияния на сечения элементов каркаса. Поэтому работа каркаса при уменьшении количества колонн, поддерживающих купол, анализировалась и по напряжениям, вычисленным по формуле

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M_x}{W_x} \pm \frac{M_y}{W_y}. \quad (1)$$

При наличии крутящих моментов M_t появляются и касательные напряжения

$$\tau = \frac{M_t}{W_t}. \quad (2)$$

В таком случае следует учитывать приведенные напряжения

$$\sigma_{\text{пр}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}. \quad (3)$$

Значения крутящих моментов M_t по сравнению с другими внутренними усилиями N , M_x , M_y оказывались близкими к нулю (см. рис. 4–8). Это привело к тому, что отличие $\sigma_{\text{пр}}$ от σ было несущественным и кручением в исследуемых каркасах можно пренебречь.

Были рассмотрены зависимости максимальных напряжений σ в различных элементах каркаса от увеличения числа секторов между колоннами, а также влияние на них напряжений только от изгибающих моментов σ_M и отдельно от продольных сил σ_N (рис. 9–12). Необходимо отметить, что максимальные напряжения σ на представленных диаграммах не являются суммой максимальных напряжений σ_M и σ_N , поскольку последние определены для разных сечений (стержней) элементов каркаса. Диаграммы на рис. 9–12 показывают, что ведущую роль в максимальных напряжениях σ всех элементов каркаса играют изгибающие моменты M_x, M_y .

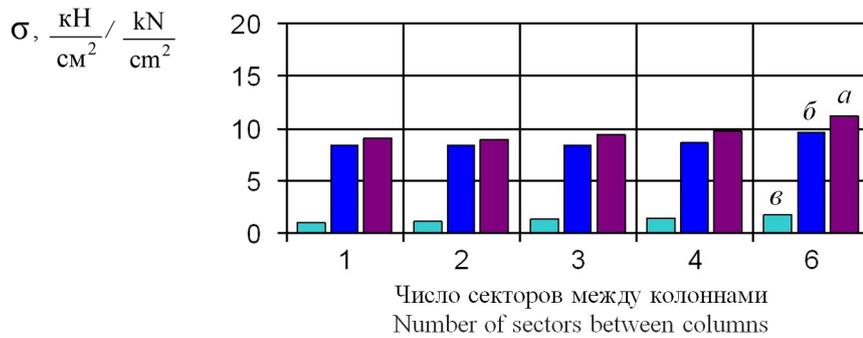


Рис. 9. Максимальные напряжения σ в меридиональных ребрах купола с разным числом секторов между колоннами: a — суммарные; b — только от M ; v — только от N
Источник: выполнено автором

Figure 9. Maximum stresses σ in the meridional ribs of the dome with a different number of sectors between the columns: a — total; b — only from M ; v — only from N
Source: made by the author

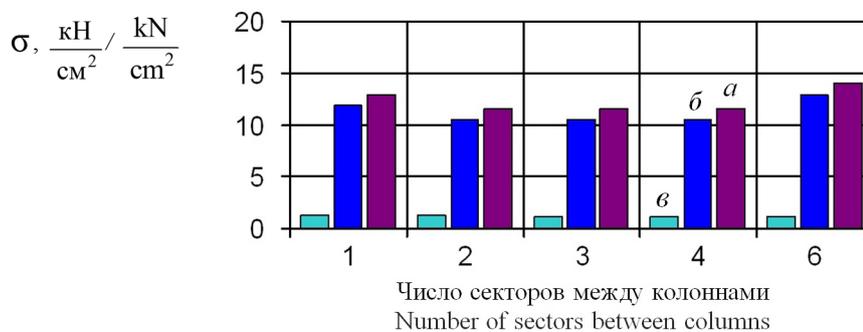


Рис. 10. Максимальные напряжения σ в верхнем кольце купола с разным числом секторов между колоннами: a — суммарные; b — только от M ; v — только от N
Источник: выполнено автором

Figure 10. Maximum stresses σ in the upper ring of the dome with a different number of sectors between the columns: a — total; b — only from M ; v — only from N
Source: made by the author

В меридиональных ребрах купола с числом секторов между колоннами до трех включительно максимальные напряжения σ практически не изменяются (см. рис. 9). При числе секторов между колоннами 4 и 6 максимальные напряжения σ увеличиваются по сравнению с исходной моделью на 7 % и 23 % соответственно. В верхнем кольце купола с числом секторов между колоннами от двух до четырех включительно максимальные напряжения σ даже уменьшились на 10 % (см. рис. 10) по сравнению с исходной

моделью. Однако при числе секторов между колоннами, равными шести, максимальные напряжения σ увеличиваются по сравнению с исходной моделью на 8 %.

В нижнем кольце купола с увеличением числа секторов между колоннами от двух до шести максимальные напряжения σ увеличиваются по сравнению с исходной моделью в 1,7; 2,3; 3,3 и 7,5 раза (рис. 11) соответственно, что объясняется быстрым ростом моментов M_x , M_y . Причем при переходе от 4-х до 6-и секторов между колоннами показывают резкий скачок максимальные напряжения σ . В колоннах каркаса с увеличением числа секторов между колоннами от двух до шести максимальные напряжения σ увеличиваются по сравнению с исходной моделью в 1,6; 2,1; 2,9 и 5,9 раза (рис. 12) соответственно, что объясняется ростом продольных сил N и моментов M_x .

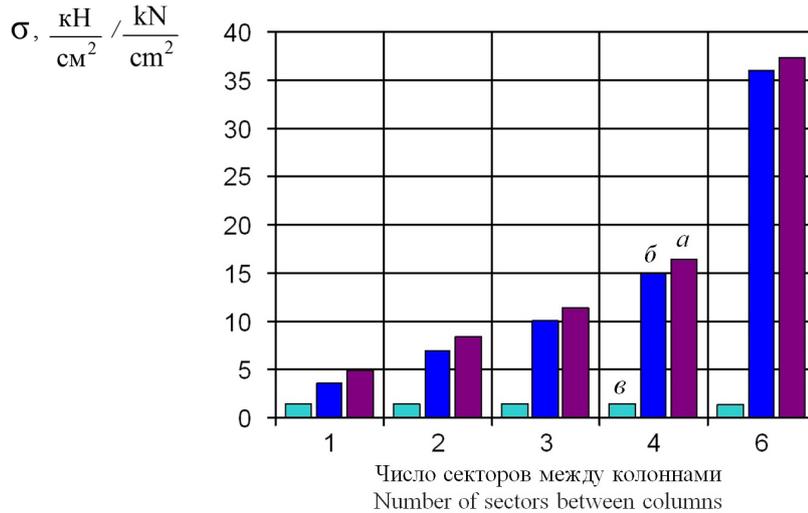


Рис. 11. Максимальные напряжения σ в опорном кольце купола с разным числом секторов между колоннами: a — суммарные; β — только от M ; ϵ — только от N
 Источник: выполнено автором

Figure 11. Maximum stresses σ in the dome support ring with a different number of sectors between the columns: a — total; β — only from M ; ϵ — only from N
 Source: made by the author

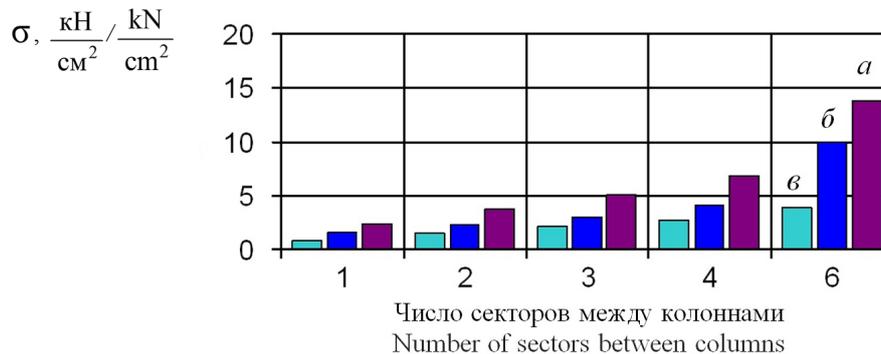


Рис. 12. Максимальные напряжения σ в колоннах каркаса с разным числом секторов между колоннами: a — суммарные; β — только от M ; ϵ — только от N
 Источник: выполнено автором

Figure 12. Maximum stresses σ in the columns of the frame with a different number of sectors between the columns: a — total; β — only from M ; ϵ — only from N
 Source: made by the author

Сопоставление диаграмм на рис. 9–12 позволяет заключить, что увеличение числа секторов между колоннами повышает напряжение в основном в опорном кольце купола и в колоннах. Причем напряжение в опорном кольце возрастает намного быстрее, чем в колоннах.

4. Заключение

На основании изложенного материала можно сделать следующие выводы:

1. Уменьшение количества колонн, поддерживающих купол, приводит к резкому повышению напряжений в опорном кольце и постепенному увеличению напряжений в колоннах. Напряжения в меридиональных ребрах и верхнем кольце купола изменяются мало.
2. При жестком сопряжении меридиональных ребер с опорным и верхним кольцами купола в нормальном направлении уменьшение количества поддерживающих колонн существенных по величине крутящих моментов не вызывает.
3. При проектировании куполов с числом меридиональных ребер, кратно превышающих количество колонн, сечение опорного кольца следует также кратно увеличивать в предположении его работы на изгиб.
4. Не рекомендуется проектировать ребристые купола, опирающиеся на меньшее по сравнению с ребрами количество колонн, при котором между колоннами окажутся более трех ребер или секториальный угол между соседними колоннами будет больше 40° .
5. В случае шарнирного сопряжения меридиональных ребер с опорным и верхним кольцами купола в нормальном направлении при уменьшении количества колонн следует выполнить дополнительные исследования.

Список литературы

1. Тур В.И. Купольные конструкции: формообразование, расчет, конструирование, повышение эффективности. М.: Изд-во АСВ, 2004. 96 с. ISBN 5-93093-249-2
2. Кривошапко С.Н. Металлические ребристо-кольцевые и сетчато-стержневые оболочки XIX — первой половины XX-го веков // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2014. № 6. С. 4–15. EDN: SYZJFN
3. Кривошапко С.Н. К вопросу о применении параболических оболочек вращения в строительстве в 2000–2017 годах // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 4. С. 4–14. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2017-4-4-14>
4. Металлические конструкции: справочник проектировщика: в 3 т. Т. 2: Стальные конструкции зданий и сооружений / под общ. ред. В.В. Кузнецова. М.: Изд-во АСВ, 1998. 512 с. ISBN 5-87829-081-2
5. Лебедь Е.В., Алукаев А.Ю. Большепролетные металлические купольные покрытия и их возведение // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 1. С. 4–16. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-1-4-16>
6. Chandiwala A. Analysis and design of steel dome using software // International Journal of Research in Engineering and Technology (IJRET). 2014. Vol. 3. No. 3. P. 35–39. <https://doi.org/10.15623/ijret.2014.0303006>
7. Chacko P., Dipu V.S., Manju P.M. Finite Element Analysis of Ribbed Dome // International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA). 2014. P. 25–32.
8. Jasim N.A., Saleh I.S., Faleh S.K. Structural Analysis of Ribbed Domes Using Finite Element Method // International Journal of Civil Engineering Research. 2017. Vol. 8. No. 2. P. 113–130. URL: https://ripublication.com/ijcer17/ijcerv8n2_04.pdf (accessed: 22.03.2023).
9. Anu J.S., Preethi M. Parametric Analysis of Single layer Ribbed dome with Diagonal members // International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET). 2017. Vol. 4. No. 8. P. 870–877. URL: <https://www.irjet.net/archives/V4/i8/IRJET-V4I8150.pdf> (accessed: 22.03.2023).
10. Merilmol E., Rajesh A.K., Ramadass S. Finite Element Analysis and Parametric Study of Schwedler Dome Using ABAQUS Software // International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT). 2015. Vol. 28. No. 7. P. 333–338. URL: <https://ijettjournal.org/archive/ijett-v28p264> (accessed: 22.03.2023).
11. Кардапольцев А.В., Каравайченко М.Г., Кантемиров И.Ф. Анализ прочности ребристо-кольцевой купольной крыши резервуара с учетом физической нелинейности металла // Транспорт и хранение нефтепродуктов и углеводородного сырья. 2021. № 5–6. С. 37–43.
12. Карпиловский В.С., Криксунов Э.З., Маляренко А.А., Перельмутер А.В., Перельмутер М.А. SCAD Office. Вычислительный комплекс SCAD. М.: Изд-во АСВ, 2004. 592 с. ISBN 978-5903686-02-4
13. Городецкий А.С., Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкций. Киев: Факт, 2005. 344 с. ISBN 966-359-027-0

14. Лебедь Е.В. Влияние высоты ребристо-кольцевого купола на напряженное состояние его каркаса в процессе навесного монтажа // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2020. Т. 16. № 6. С. 452–464. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-6-452-464>

15. Lebed E. Analysis of the stress state of the ribber-ring metal dome under different methods of installation // XXIV International Scientific Conference “Construction the Formation of Living Environment” (FORM-2021). Moscow, 2021. Vol. 263. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202126302046>

16. Лебедь Е.В. Влияние связей на напряженное состояние каркаса ребристо-кольцевого купола // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2022. Т. 18. № 5. С. 417–427. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-5-417-427>

References

1. Tur V.I. *Dome Structures: Morphogenesis, Analysis, Design, Increase in Effectiveness*. Moscow: ASV Publ.; 2004. (In Russ.) ISBN 5-93093-249-2

2. Krivoshapko S.N. Metal ribbed-and-circular and lattice shells from the XIXth until the first half of the XXth centurie. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2014;6:4–15. (In Russ.) EDN: SYZJFN

3. Krivoshapko S.N. On application of parabolic shells of revolution in civil engineering in 2000–2017. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2017;4:4–14. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2017-4-4-14>

4. Kuznetsov V.V. *Metal Structures. Vol. 2. Steel structures of buildings and constructions. Reference book the designer*. Moscow: ASV Publ.; 1998. (In Russ.) ISBN 5-87829-081-2

5. Lebed E.V., Alukaev A.U. Large-span metal dome roofs and their construction. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018;14(1):4–16. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-1-4-16>

6. Chandiwala A. Analysis and design of steel dome using software. *International Journal of Research in Engineering and Technology (IJRET)*. 2014;03(03):35–39. <https://doi.org/10.15623/ijret.2014.0303006>

7. Chacko P., Dipu V.S., Manju P.M. Finite Element Analysis of Ribbed Dome. *International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA)*. 2014:25–32.

8. Jasim N.A., Saleh I.S., Faleh S.K. Structural Analysis of Ribbed Domes Using Finite Element Method. *International Journal of Civil Engineering Research*. 2017;8(2):113–130. Available from: https://ripublication.com/ijcer17/ijcerv8n2_04.pdf (accessed: 22.03.2023).

9. Anu J.S., Preethi M. Parametric Analysis of Single layer Ribbed dome with Diagonal members. *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)*. 2017;04(08):870–877. Available from: <https://www.irjet.net/archives/V4/i8/IRJET-V4I8150.pdf> (accessed: 22.03.2023).

10. Merilmol Eldhose, Rajesh A.K., Ramadass S. Finite Element Analysis and Parametric Study of Schwedler Dome Using ABAQUS Software. *International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT)*. 2015;28(7):333–338. Available from: <https://ijettjournal.org/archive/ijett-v28p264> (accessed: 22.03.2023).

11. Kardapoltsev A.V., Karavaychenko M.G., Kantemirov I.F. Numerical simulation of the ribbed-ring dome roof of a tank, taking into account the physical nonlinearity. *Transport and storage of Oil Products and Hydrocarbons*. 2021; 5–6:37–43.

12. Karpilovskiy V.S., Kriksunov E.Z., Malyarenko A.A., Perel'muter A.V., Perel'muter M.A. *SCAD Office. Computer system SCAD*. Moscow: ASV Publ.; 2004. (In Russ.) ISBN 978-5903686-02-4.

13. Gorodetskiy A.S., Evzerov I.D. *Computer models of structures*. Kiev: Fakt Publ.; 2005. (In Russ.) ISBN 966-359-027-0

14. Lebed E.V. Influence of the height of the ribbed-ring dome on the stress state of its frame during the overhang mounting process. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(6):452–464. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-6-452-464>

15. Lebed E. Analysis of the stress state of the ribber-ring metal dome under different methods of installation. XXIV International Scientific Conference “Construction the Formation of Living Environment” (FORM-2021). Moscow. 2021; 263:02046. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202126302046>

16. Lebed E.V. The influence of bracing on the stress state of the ribbed-ring dome framework. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(5):417–427. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-5-417-427>

ТЕОРИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ THEORY OF PLASTICITY

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-1-27-39

UDC 539.3

EDN: XNRJTY

Research article / Научная статья

Mixed FEM for Shells of Revolution Based on Flow Theory and its Modifications

Rumia Z. Kiseleva¹ , Natalia A. Kirsanova² , Anatoliy P. Nikolaev¹ ,
Yuriy V. Klochkov¹ , Vitaliy V. Ryabukha¹ 

¹ Volgograd State Agrarian University, *Volgograd, Russia*

² Financial University under the Government of the Russian Federation, *Moscow, Russia*

✉ rumia1970@yandex.ru

Article history

Received: September 21, 2023

Revised: December 3, 2023

Accepted: December 17, 2023

Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors' contribution

Undivided co-authorship.

Abstract. For describing elastoplastic deformation, three versions of constitutive equations are used. The first version employs the governing equations of the flow theory. In the second version, elastic strain increments are defined the same way as in the flow theory, and the plastic strain increments are expressed in terms of stress increments using the condition of their proportionality to the components of the incremental stress deviator tensor. In the third version, the constitutive equations for a load step were obtained without using the hypothesis of separating strains into the elastic and plastic parts. To obtain them, the condition of proportionality of the components of the incremental strain deviator tensor to the components of the incremental stress deviator tensor was applied. The equations are implemented using a hybrid prismatic finite element with a triangular base. A sample calculation shows the advantage of the third version of the constitutive equations.

Keywords: shell of revolution, physical nonlinearity, prismatic finite element, mixed functional, implementation of mixed FEM

For citation

Kiseleva R.Z., Kirsanova N.A., Nikolaev A.P., Klochkov Yu.V., Ryabukha V.V. Mixed FEM for shells of revolution based on flow theory and its modifications. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(1):27–39. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-1-27-39>

Rumia Z. Kiseleva, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Applied Geodesy, Environmental Management and Water Management, Volgograd State Agrarian University, Volgograd, Russia; ORCID: 0000-0002-3047-5256; E-mail: rumia1970@yandex.ru

Natalia A. Kirsanova, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Mathematics, Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russia; ORCID: 0000-0003-3496-2008; E-mail: nagureeve@fa.ru

Anatoliy P. Nikolayev, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Mechanics, Volgograd State Agrarian University, Volgograd, Russia; ORCID: 0000-0002-7098-5998; E-mail: anpetr40@yandex.ru

Yuriy V. Klochkov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Higher Mathematics, Volgograd State Agrarian University, Volgograd, Russia; ORCID: 0000-0002-1027-1811; E-mail: klotchkov@bk.ru

Vitaliy V. Ryabukha, Postgraduate student of the Department of Mechanics, Volgograd State Agrarian University, Volgograd, Russia; ORCID: 0000-0002-7394-8885; E-mail: vitalik30090@mail.ru

© Kiseleva R.Z., Kirsanova N.A., Nikolaev A.P., Klochkov Yu.V., Ryabukha V.V., 2024

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Смешанная формулировка МКЭ в расчете оболочек вращения на основе теории течения и ее модификаций

Р.З. Киселева¹ , Н.А. Кирсанова² , А.П. Николаев¹ ,
Ю.В. Клочков¹ , В.В. Рябуха¹ 

¹ Волгоградский государственный аграрный университет, *Волгоград, Россия*

² Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, *Москва, Россия*

✉ rumia1970@yandex.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 21 сентября 2023 г.

Доработана: 3 декабря 2023 г.

Принята к публикации: 17 декабря 2023 г.

Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов

Нераздельное соавторство.

Аннотация. Для учета упругопластического деформирования используются физические уравнения в трех вариантах. В первом варианте применяются определяющие уравнения теории течения, во втором варианте физических уравнений приращения упругих деформаций определяются, как и в теории течения, а приращения пластических деформаций выражаются через приращения напряжений с использованием условия их пропорциональности компонентам девиатора приращений напряжений, в третьем варианте физические уравнения на шаге нагружения получены без гипотезы о разделении деформаций на упругие и пластические части. Для их получения использовано условие пропорциональности компонент девиаторов приращений деформаций компонентам девиаторов приращений напряжений. Реализация уравнений выполнена с использованием гибридного призматического конечного элемента с треугольным основанием, на конкретном примере показано преимущество третьего варианта физических уравнений.

Ключевые слова: оболочка вращения, физическая нелинейность, призматический конечный элемент, смешанный функционал, реализация смешанного МКЭ

Для цитирования

Kiseleva R.Z., Kirsanova N.A., Nikolaev A.P., Klochkov Yu.V., Ryabukha V.V. Mixed FEM for shells of revolution based on flow theory and its modifications // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2024. Т. 20. № 1. С. 27–39. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-1-27-39>

1. Introduction

For the majority of deformable materials, Hook's law is only valid at loading levels, at which the stresses do not exceed the yield stress of the material. Usually, plastic deformations emerge in stress concentration zones already at insignificant levels of loading. Hence, structural analysis with account of elastoplastic deformation zones is an important engineering problem.

Two elastoplastic deformation theories are most commonly used for solid bodies: flow plasticity theory and the theory of incremental elastoplastic deformation¹ [1–3].

Displacement-based finite element method (FEM) has been widely used for elastoplastic deformation analysis² [4–7]. This method was applied to thermoplastic and contact problems of continuum mechanics [8–12].

Киселева Румия Зайдуллаевна, кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной геодезии, природообустройства и водопользования, Волгоградский государственный аграрный университет, Волгоград, Россия; ORCID: 0000-0002-3047-5256; E-mail: rumia1970@yandex.ru

Кирсанова Наталья Анатольевна, доктор физико-математических наук, профессор департамента математики, Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва, Россия; ORCID: 0000-0003-3496-2008; E-mail: nagureeve@fa.ru

Николаев Анатолий Петрович, доктор технических наук, профессор кафедры механики, Волгоградский государственный аграрный университет, Волгоград, Россия; ORCID: 0000-0002-7098-5998; E-mail: anpetr40@yandex.ru

Клочков Юрий Васильевич, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики, Волгоградский государственный аграрный университет, Волгоград, Россия; ORCID: 0000-0002-1027-1811; E-mail: klotchkov@bk.ru

Рябуха Виталий Васильевич, аспирант кафедры механики, Волгоградский государственный аграрный университет, Волгоград, Россия; ORCID: 0000-0002-7394-8885; E-mail: vitalik30090@mail.ru

¹ Malinin M.M. *Applied Theory of Plasticity and Creep*. Moscow: Engineering; 1975. (In Russ.); Samul V.I. *Fundamentals of the theory of elasticity and plasticity: a textbook for university students*. 2nd ed., revised. Moscow: Vysshaya shkola Publ.; 1982. (In Russ.); Samul V.I. *Fundamentals of the theory of elasticity and plasticity: a textbook for university students*. 2nd ed., revised. Moscow: Vysshaya shkola Publ.; 1982. (In Russ.)

² Levin V.A. *Nonlinear Computational Mechanics of Strength. Models and methods*. Moscow: Fizmatlit. Publ.; 2015. (In Russ.)

FEM was also effectively employed in finite strain cases of elastoplastic deformation processes [13–16]. Mixed finite element method has been extensively applied to elastoplastic deformation problems [17–21].

In this study, a prismatic finite element with triangular bases has been developed in mixed FEM formulation. Three versions of governing equations are used as constitutive relations. The first version uses the flow theory equations. The second version employs the governing equations obtained from the authors' hypothesis, that the components of the incremental plastic strain tensor are proportional to the components of the combined stress deviator tensor.

The third version does not separate strains into the elastic and plastic parts. For determining the relationships between the strain increments and the stress increments, the condition of proportionality between the components of the incremental strain deviator tensor to the components of the incremental stress deviator tensor was used.

2. Methods

2.1. Shell Geometry

Arbitrary point M^{0t} of the shell, which is located at distance t from the middle surface, is defined by the following position vector:

$$\vec{R}^{0t} = \vec{R}^0 + t\vec{a}^0, \quad (1)$$

where $\vec{R}^0 = x\vec{i} + r \sin \theta \vec{j} + r \cos \theta \vec{k}$ is the position vector of the corresponding point M^0 of the middle surface; r is the radius of curvature of the middle surface point; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ are the unit vectors of the Cartesian coordinate system; x, θ are the axial and angular coordinates of point M^0 ; $\vec{a}^0 = \vec{a}_1^0 \times \vec{a}_1^0$ is the normal line to the middle surface at point M^0 ; $\vec{a}_1^0 \times \vec{a}_1^0$ are the unit basis vectors at point M^0 .

The basis vectors of arbitrary point M^{0t} are determined by differentiating position vector (1):

$$\vec{g}_1^0 = \vec{R}_{,s}^{0t}, \quad \vec{g}_2^0 = \vec{R}_{,r\theta}^{0t}, \quad \vec{g}_3^0 = \vec{R}_{,t}^{0t} = \vec{a}^0, \quad (2)$$

and by following [17], the matrix expressions of the derivatives of the basis vectors of an arbitrary point in the basis of this point are formed:

$$\left\{ \vec{g}_{,s}^0 \right\}_{3 \times 1} = [m] \left\{ \vec{g}^0 \right\}_{3 \times 1}; \quad \left\{ \vec{g}_{,r\theta}^0 \right\}_{3 \times 1} = [n] \left\{ \vec{g}^0 \right\}_{3 \times 1}; \quad \left\{ \vec{g}_{,t}^0 \right\}_{3 \times 1} = [l] \left\{ \vec{g}^0 \right\}_{3 \times 1}, \quad (3)$$

where $\left\{ \vec{g}_{,s}^0 \right\}_{1 \times 3}^T = \left\{ \vec{g}_{,s}^0 \vec{g}_{,s}^0 \vec{g}_{,s3}^0 \right\}$; $\left\{ \vec{g}_{,r\theta}^0 \right\}_{1 \times 3}^T = \left\{ \vec{g}_{,r1\theta}^0 \vec{g}_{,r2\theta}^0 \vec{g}_{,r3\theta}^0 \right\}$; $\left\{ \vec{g}_{,t}^0 \right\}_{1 \times 3}^T = \left\{ \vec{g}_{,t1}^0 \vec{g}_{,t2}^0 \vec{g}_{,t3}^0 \right\}$;

$\left\{ \vec{g}^0 \right\}_{1 \times 3}^T = \left\{ \vec{g}_1^0 \vec{g}_2^0 \vec{g}_3^0 \right\}$ are the row matrices of the derivatives of the basis vectors of M^{0t} .

Under gradually applied load, the incremental displacement vector at a load step is represented by components in the basis of point M^{0t} :

$$\Delta \vec{V} = \Delta v^1 \vec{g}_1^0 + \Delta v^2 \vec{g}_2^0 + \Delta v^3 \vec{g}_3^0 = \left\{ \vec{g}^0 \right\}_{1 \times 3}^T \left\{ \Delta v \right\}_{3 \times 1}, \quad (4)$$

where $\left\{ \Delta v \right\}_{1 \times 3}^T = \left\{ \Delta v^1 \Delta v^2 \Delta v^3 \right\}$ is the row matrix of displacements of point M^{0t} .

The derivatives of the displacement vector are also expressed in terms of the basis vectors of point M^{0t} :

$$\begin{aligned}\Delta\vec{V}_{,s} &= f_1^1\vec{g}_1^0 + f_1^2\vec{g}_2^0 + f_1^3\vec{g}_3^0; \\ \Delta\vec{V}_{,r\theta} &= f_2^1\vec{g}_1^0 + f_2^2\vec{g}_2^0 + f_2^3\vec{g}_3^0; \\ \Delta\vec{V}_{,t} &= f_3^1\vec{g}_1^0 + f_3^2\vec{g}_2^0 + f_3^3\vec{g}_3^0,\end{aligned}\quad (5)$$

where

$$f_1^1 = \Delta v_{,s}^1 + \Delta v^1 m_{11} + \Delta v^2 m_{21} + \Delta v^3 m_{31}; \dots f_3^3 = \Delta v_{,t}^3 + \Delta v^1 l_{13} + \Delta v^2 l_{23} + \Delta v^3 l_{33};$$

m_{ij}, n_{ij}, l_{ij} are the elements of matrices $[m]$, $[n]$ and $[l]$.

Under specified load, an arbitrary point of the shell will displace to position M^t , which is determined by position vector

$$\vec{R}^t = \vec{R}^{0t} + \Delta\vec{V}.\quad (6)$$

The strain increments for a load step are governed by relations [3] in a geometrically linear definition

$$\Delta\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\vec{g}_i^0 \cdot \Delta\vec{V}_{,j} + \vec{g}_j^0 \cdot \Delta\vec{V}_{,i}).\quad (7)$$

Considering (5), strains (7) can be expressed in matrix form as

$$\left\{ \Delta\varepsilon \right\}_{6 \times 1} = [L]_{6 \times 3} \left\{ \Delta v \right\}_{3 \times 1},\quad (8)$$

where $\left\{ \Delta\varepsilon \right\}_{1 \times 6}^T = \left\{ \Delta\varepsilon_{ss}, \Delta\varepsilon_{\theta\theta}, \Delta\varepsilon_{tt}, 2\Delta\varepsilon_{s\theta}, 2\Delta\varepsilon_{st}, 2\Delta\varepsilon_{\theta t} \right\}$ is the row matrix of strain increments; $[L]$ is the matrix of differentiation operators.

2.2. Relations of Flow Plasticity Theory

Full strain increments $\Delta\varepsilon_{ij}$ are combinations of elastic strains $\Delta\varepsilon_{ij}^e$ and plastic strains $\Delta\varepsilon_{ij}^p$:

$$\Delta\varepsilon_{ij} = \Delta\varepsilon_{ij}^e + \Delta\varepsilon_{ij}^p.\quad (9)$$

The relationships between the elastic strain increments and the stress increments are defined by expressions³

$$\Delta\varepsilon_{ij}^e = \frac{1}{E} \left[(1-\nu)\Delta\sigma_{ij} - \nu\Delta\sigma_c \delta_{ij} \right],\quad (10)$$

where E is the material Young's modulus; ν is the Poisson's ratio; $\Delta\sigma_c$ is the mean value of the normal stress increments; δ_{ij} is the Kronecker delta.

In the flow theory, the plastic strain increments are defined by relations⁴

³ Samul V.I. *Fundamentals of the theory of elasticity and plasticity: a textbook for university students*. 2nd ed., revised. Moscow: Vysshaya shkola; 1982. (In Russ.); Demidov S.P. *Theory of elasticity*. Moscow: Vysshaya shkola; 1979. (In Russ.); Demidov S.P. *Theory of elasticity*. M.: Vysshaya shkola; 1979. (In Russ.)

⁴ Malinin M.M. *Applied Theory of Plasticity and Creep*. Moscow: Engineering; 1975. (In Russ.)

$$\Delta \varepsilon_{ij}^p = k(\sigma_{ij} - \sigma_c \delta_{ij}), \quad (11)$$

where k is the coefficient of proportionality, which is defined according to⁶ expression

$$k = \frac{3}{2\sigma_i} \left(\frac{1}{E_k} - \frac{1}{E_H} \right) \Delta \sigma_i. \quad (12)$$

Here: σ_i is the stress intensity; E_H is the modulus of the initial segment of the stress-strain intensity diagram; E_k is the tangent modulus at the considered point on the stress-strain intensity diagram; $\Delta \sigma_i = \frac{\partial \sigma_i}{\partial \sigma_{mn}} \Delta \sigma_{mn}$ is the stress intensity increment.

By combining (10) and (11) and taking into account (12), the matrix expression for the constitutive equations of the flow theory is formed:

$$\left\{ \Delta \varepsilon \right\}_{6 \times 1} = \left\{ C_1^{\text{II}} \right\}_{6 \times 6} \left\{ \Delta \sigma \right\}_{6 \times 1}. \quad (13)$$

The second version of the post-yield constitutive equations uses the hypothesis of proportionality between the components of the incremental plastic strain tensor and the components of the incremental stress deviator tensor:

$$\Delta \varepsilon_{ij}^p = \psi_1 (\Delta \sigma_{ij} - \Delta \sigma_c \delta_{ij}). \quad (14)$$

Proportionality coefficient ψ_1 is defined according to⁵ expression

$$\psi_i = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{E_k} - \frac{1}{E_H} \right). \quad (15)$$

By combining (10) and (14), the matrix expression for the second version of constitutive relations is obtained:

$$\left\{ \Delta \varepsilon \right\}_{6 \times 1} = \left[C_2^{\text{II}} \right]_{6 \times 6} \left\{ \Delta \sigma \right\}_{6 \times 1}. \quad (16)$$

The third version of constitutive relations is based on the hypothesis of proportionality between the incremental strain deviator tensor and the incremental stress deviator tensor components:

$$\Delta \varepsilon_{ij} - \delta_{ij} \Delta \varepsilon_c = \psi_2 (\Delta \sigma_{ij} - \delta_{ij} \Delta \sigma_c), \quad (17)$$

where $\psi_2 = \frac{3}{2} \frac{\Delta \varepsilon_i}{\Delta \sigma_i} = \frac{3}{2} \frac{1}{E_k}$, and the volumetric strain increment is determined as in the case of elastic deformation, $\Delta \varepsilon_c = \Delta \sigma_c \frac{1-2\nu}{E}$.

Based on (17), the third version of the constitutive relations is formed:

$$\left\{ \Delta \varepsilon \right\} = \left[C_3^{\text{II}} \right] \left\{ \Delta \sigma \right\}. \quad (18)$$

⁵ Malinin M.M. *Applied Theory of Plasticity and Creep*. Moscow: Engineering; 1975. (In Russ.)

2.3. Finite Element Stiffness Matrix

A prismatic finite element with triangular bases is considered. The nodal unknowns are the displacement and stress increments. Coordinates s, θ, t of an arbitrary point of the shell are defined in terms of nodal coordinates using linear functions ξ, η, ζ with ranges $0 \leq \xi, \eta \leq 1; -1 \leq \zeta \leq 1$,

$$\lambda = \underbrace{\{f(\xi, \eta, \zeta)\}^T}_{1 \times 6} \underbrace{\{\lambda_y\}}_{6 \times 1}, \quad (19)$$

where $\{\lambda_y\}^T = \{\lambda^i \ \lambda^j \ \lambda^k \ \lambda^m \ \lambda^n \ \lambda^p\}$ is the row of nodal coordinate s, θ or t ;

$$\underbrace{\{f(\xi, \eta, \zeta)\}^T}_{1 \times 6} = \left\{ (1-\xi-\eta) \frac{1-\zeta}{2}; \xi \frac{1-\zeta}{2}; \eta \frac{1-\zeta}{2}; (1-\xi-\eta) \frac{1+\zeta}{2}; \xi \frac{1+\zeta}{2}; \eta \frac{1+\zeta}{2} \right\}$$

By using linear approximating functions (19), the interpolation expressions for Δv components and the components of the incremental stress tensor are formed:

$$\underbrace{\{\Delta v\}}_{3 \times 1} = \underbrace{[A]}_{3 \times 18} \underbrace{\{\Delta v_y\}}_{18 \times 1}, \quad \underbrace{\{\Delta \sigma\}}_{6 \times 1} = \underbrace{[S]}_{6 \times 36} \underbrace{\{\Delta \sigma_y\}}_{36 \times 1}, \quad (20)$$

where $\underbrace{\{\Delta v_y\}^T}_{1 \times 18} = \{\Delta v^{1i} \ \Delta v^{1j} \ \Delta v^{1k} \ \Delta v^{2i} \ \Delta v^{2j} \ \Delta v^{2k} \ \dots \ \Delta v^{3m} \ \Delta v^{3n} \ \Delta v^{3p}\}$ is the row-matrix of the nodal displacement increments;

$\underbrace{\{\Delta \sigma\}^T}_{1 \times 6} = \{\Delta \sigma_{ss} \ \Delta \sigma_{\theta\theta} \ \Delta \sigma_{tt} \ \Delta \sigma_{s\theta} \ \Delta \sigma_{st} \ \Delta \sigma_{\theta t}\}$ is the row of stress increments at a point;

$\underbrace{\{\Delta \sigma_y\}^T}_{1 \times 36} = \left\{ \underbrace{\{\Delta \sigma_{ssy}\}^T}_{1 \times 6} \ \underbrace{\{\Delta \sigma_{\theta\theta y}\}^T}_{1 \times 6} \ \dots \ \underbrace{\{\Delta \sigma_{\theta ty}\}^T}_{1 \times 6} \right\}$ is the row of stress increments at the nodes of the finite

element.

Considering (20), strain increments (8) can be represented in matrix form:

$$\underbrace{\{\Delta \epsilon\}}_{6 \times 1} = \underbrace{[L]}_{6 \times 3} \underbrace{\{\Delta v\}}_{3 \times 1} = \underbrace{[L]}_{6 \times 3} \underbrace{[A]}_{3 \times 18} \underbrace{\{\Delta v_y\}}_{18 \times 1} = \underbrace{[B]}_{6 \times 18} \underbrace{\{\Delta v_y\}}_{18 \times 1}. \quad (21)$$

The nonlinear mixed functional for a load step, obtained in [17], is expressed as

$$\begin{aligned} \Phi \equiv & \int_V \underbrace{\{\Delta \sigma\}^T}_{1 \times 6} \underbrace{[L]}_{6 \times 3} \underbrace{\{\Delta v\}}_{3 \times 1} dV - \frac{1}{2} \int_V \underbrace{\{\Delta \sigma\}^T}_{1 \times 6} \underbrace{[C_{\mu}^{II}]}_{6 \times 6} \underbrace{\{\Delta \sigma\}}_{3 \times 1} dV - \\ & - \frac{1}{2} \int_S \underbrace{\{\Delta v\}^T}_{1 \times 3} \underbrace{\{\Delta q\}}_{3 \times 1} dS - \int_S \underbrace{\{\Delta v\}^T}_{1 \times 3} \underbrace{\{q\}}_{3 \times 1} dS + \int_V \underbrace{\{\sigma\}^T}_{1 \times 6} \underbrace{\{\Delta \epsilon\}}_{6 \times 1} dV; \quad (\mu = 1, 2, 3). \end{aligned} \quad (22)$$

Taking into account matrix relations (18) and (21), functional (22) for the prismatic finite element becomes

$$\Phi \equiv \left\{ \Delta \sigma_y \right\}_{1 \times 36}^T \int_V [S]_{36 \times 6}^T [B]_{6 \times 18} dV \left\{ \Delta v_y \right\}_{18 \times 1} - \frac{1}{2} \left\{ \Delta \sigma_y \right\}_{1 \times 36}^T \int_V [S]_{36 \times 6}^T [C_{\mu}^{II}]_{6 \times 6} [S]_{6 \times 36} dV \left\{ \Delta \sigma_y \right\}_{36 \times 1} -$$

$$-\frac{1}{2} \left\{ \Delta v_y \right\}_{1 \times 18}^T \int_S [A]_{18 \times 3}^T \left\{ \Delta q \right\}_{3 \times 1} dS - \left\{ \Delta v_y \right\}_{1 \times 18}^T \int_S [A]_{18 \times 3}^T \left\{ q \right\}_{3 \times 1} dS + \left\{ \Delta v_y \right\}_{1 \times 18}^T \int_V [B]_{18 \times 6}^T \left\{ \sigma \right\}_{6 \times 1} dV. \quad (23)$$

By varying functional (23) with respect to nodal unknowns $\left\{ \Delta \sigma_y \right\}_{1 \times 36}^T$ and $\left\{ \Delta v_y \right\}_{1 \times 18}^T$, the following systems of equations are obtained:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \left\{ \Delta \sigma_y \right\}_{1 \times 36}^T} \equiv [Q]_{36 \times 18} \left\{ \Delta v_y \right\}_{18 \times 1} - [H]_{36 \times 36} \left\{ \Delta \sigma_y \right\}_{36 \times 1} = 0; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \left\{ \Delta v_y \right\}_{1 \times 18}^T} \equiv [Q]_{18 \times 36}^T \left\{ \Delta \sigma_y \right\}_{36 \times 1} - \left\{ \Delta f_q \right\}_{18 \times 1} - \left\{ R \right\}_{18 \times 1} = 0, \quad (24)$$

where $[Q]_{36 \times 18} = \int_V [S]_{36 \times 6}^T [B]_{6 \times 18} dV$; $[H]_{36 \times 36} = \int_V [S]_{36 \times 6}^T [C_{\mu}^{II}]_{6 \times 6} [S]_{6 \times 36} dV$; $\left\{ \Delta f_q \right\}_{18 \times 1} = \int_S [A]_{18 \times 3}^T \left\{ \Delta q \right\}_{3 \times 1} dS$;

$\left\{ R \right\}_{18 \times 1} = \int_S [A]_{18 \times 3}^T \left\{ q \right\}_{3 \times 1} dS - \int_V [B]_{18 \times 6}^T \left\{ \sigma \right\}_{6 \times 1} dV$ is the Raphson residual.

Systems (24) can be combined into one

$$[K]_{54 \times 54} \left\{ Z_y \right\}_{54 \times 1} = \left\{ F_y \right\}_{54 \times 1}, \quad (25)$$

where $[K]_{54 \times 54} = \begin{bmatrix} -[H]_{36 \times 36} & [Q]_{36 \times 18} \\ [Q]_{18 \times 36}^T & [0]_{18 \times 18} \end{bmatrix}$ — is the matrix of the stress-strain state of the hybrid finite element at a load

step; $\left\{ Z_y \right\}_{54 \times 1}^T = \left\{ \left\{ \Delta \sigma_y \right\}_{1 \times 36}^T \left\{ \Delta v_y \right\}_{1 \times 18}^T \right\}$ — is the vector of nodal unknowns; $\left\{ F_y \right\}_{54 \times 1}^T = \left\{ \left\{ 0 \right\}_{1 \times 36}^T : \left\{ \Delta f_q \right\}_{1 \times 18}^T + \left\{ R \right\}_{1 \times 18}^T \right\}$ —

is the vector of nodal loads with residuals.

3.1. Sample Calculation 1

The shell of revolution depicted in Figure 1 with the middle surface in the shape of a truncated ellipsoid was analyzed. The following input values were specified: $a = 0.21$ m; $\varepsilon = 0.15$ m; $h = 0.01$ m; $l_k = 0.2$ m; $E = 2 \times 10^5$ MPa; $\nu = 0.3$. The height of truncation of the elliptical shell is

$$z_k = \varepsilon \cdot \sqrt{1 - \frac{l_k^2}{a^2}} = 0.15 \cdot \sqrt{1 - \frac{0.20^2}{0.21^2}} = 0.0457 \text{ m.}$$

The stress-strain curve for the shell material was assumed to be in the form of Figure 2, where $\sigma_T = 200$ MPa is the yield stress of the material; $\varepsilon_T = 0.001$ is the yield strain; $\varepsilon_k = 0.02$ is the final strain; $\sigma_k = 400$ MPa is the final stress.

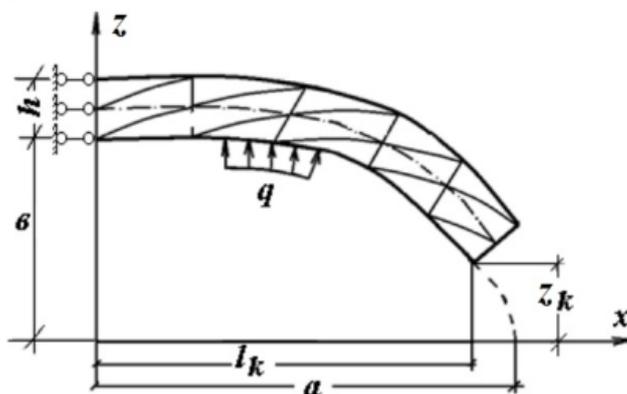


Figure 1. Truncated elliptical shell
Source: made by R.Z. Kiseleva

The stress-strain intensity curve was constructed using formulas⁶

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 \right] = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sigma^2 + 0 + \sigma^2 \right] = \sigma;$$

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})^2 + (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33})^2 + (\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11})^2 \right] = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[(\varepsilon + \nu\varepsilon)^2 + 0 + (-\nu\varepsilon - \varepsilon)^2 \right] = \frac{2(1+\nu)}{3} \varepsilon.$$

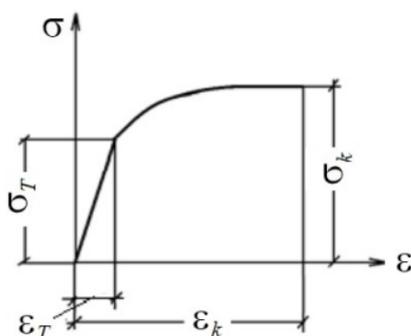


Figure 2. Stress-strain curve of the elliptical shell material
Source: made by R.Z. Kiseleva

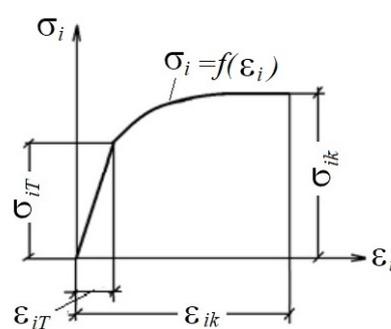


Figure 3. Stress-strain intensity curve of the shell material
Source: made by R.Z. Kiseleva

Values of the parameters of the stress-strain intensity curve: $\sigma_{iT} = \sigma_T = 200$ MPa is the stress intensity at yield point;

$$\varepsilon_{iT} = \frac{2}{3}(1+\nu)\varepsilon_T = \frac{2}{3}(1+0.3) \cdot 0.001 = 0.866667 \times 10^{-3} \text{ is the strain intensity at yield point;}$$

$$\varepsilon_{ik} = \frac{2}{3}(1+\nu)\varepsilon_k = \frac{2}{3}(1+0.3) \cdot 0.01 = 0.866667 \times 10^{-2} \text{ is the final strain intensity;}$$

$$\sigma_{ik} = \sigma_k = 300 \text{ MPa is the final stress intensity.}$$

⁶ Malinin M.M. Applied Theory of Plasticity and Creep. Moscow: Engineering; 1975. (In Russ.)

The stress-strain intensity curve is assumed to be defined by function $\sigma_i = f(\varepsilon_i)$ in the form of a parabola

$$\sigma_i = a\varepsilon_i^2 + b\varepsilon_i + c \text{ (when } \varepsilon_i > \varepsilon_{iT} \text{),}$$

where $a = -6612835.5282$ MPa; $b = 242231.47902$ MPa; $c = 1795.0330258$ MPa.

The presented shell of revolution was analyzed for the case of elastic deformation ($q = 18.0$ MPa). The normal stress values at the fixed support are presented in Table 1, where the first column contains the number of discretization nodes of the shell along its axis (NM) and along its thickness (NT).

The other columns contain normal stresses of the internal fibers along the axis (σ_{11}^{int}) and circumference ($\sigma_{\theta\theta}^{\text{int}}$). For the external fibers, these variables are denoted as (σ_{11}^{ext}) and ($\sigma_{\theta\theta}^{\text{ext}}$) respectively.

Table 1

Numerical values of normal stresses at the fixed support

$NM \times NT$	σ_{11}^{int} , MPa	$\sigma_{\theta\theta}^{\text{int}}$, MPa	σ_{11}^{ext} , MPa	$\sigma_{\theta\theta}^{\text{ext}}$, MPa
20×3	116.484	210.103	117.640	203.671
40×5	116.324	209.843	118.267	203.857
30×7	116.234	209.766	118.396	203.834

The results presented in Table 1 demonstrate convergence of the computational process with respect to normal stresses of the shell at the fixed support.

3.2. Sample Calculation 2

The analysis of the shell from the previous section was performed under internal pressure $q = 27.65$ MPa. The specified load value was achieved in 16 steps and in 32 steps, and the results of the analysis using the three versions of constitutive equations were found to be virtually identical.

The values of meridional stresses σ_{ss} and circumferential stresses $\sigma_{\theta\theta}$ after 32 load steps are presented in Table 2. The stress values were calculated along the shell thickness h in the left section using the third version of the constitutive equations.

Table 2

Numerical values of meridional and circumferential stresses after 32 load steps along the shell thickness h in the left section

σ_{ss} , MPa	163.8	170.7	175.4	181.8	186.9	193.2	205.4
$\sigma_{\theta\theta}$, MPa	323.2	318.9	314.4	313.1	309.0	306.9	302.8
h , m	0	0.00166	0.0033	0.005	0.0066	0.00833	0.01

The of results from Table 2 are used to plot the distributions of meridional stresses (Figure 4) and circumferential stresses (Figure 5).

In order to control the accuracy of computation of meridional stresses, the check of $\sum x = 0$ is performed. The check gives an acceptable discrepancy in the values of the resultant external and internal forces:

$$\delta = \frac{Q_{\text{ext}} - Q_{\text{int}}}{Q_{\text{ext}}} \times 100\% = 2.4\%,$$

where Q_{ext} is the resultant external force; Q_{int} is the resultant internal force.

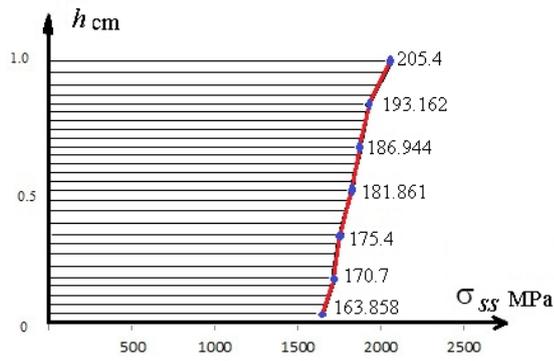


Figure 4. Distribution of meridional stresses σ_{ss} along the section thickness
Source: made by R.Z. Kiseleva

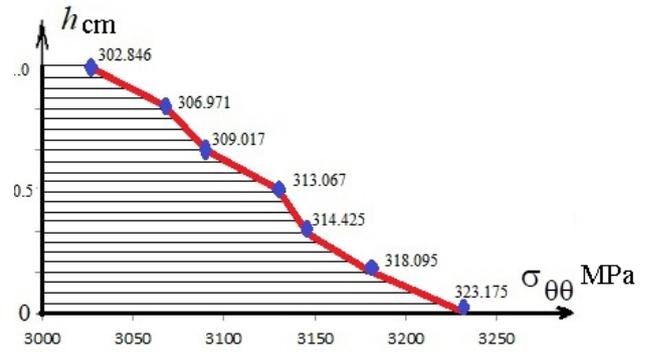


Figure 5. Distribution of circumferential stresses $\sigma_{\theta\theta}$
Source: made by R.Z. Kiseleva

As seen from Figure 5, the circumferential stresses exceed the elastic limit significantly.

Table 3 provides the values of meridional and circumferential stresses in the external fibers along the meridian arc length.

Table 3

Numerical values of meridional and circumferential stresses in external fibers along the meridian arc length

Stress	Meridian arc length S , m											
	0.005	0.025	0.04	0.06	0.081	0.102	0.124	0.147	0.172	0.185	0.2	0.237
σ_{ss} , MPa	164.2	165.0	164.6	163.1	161.0	157.1	152.9	150.0	142.2	134.9	121.0	0.6
$\sigma_{\theta\theta}$, MPa	302.9	302.7	301.0	295.6	288.6	279.5	267.7	254.5	249.5	242.7	244.0	251.1

The results from Table 3 were used to plot the distributions of meridional stresses σ_{ss} and circumferential stresses $\sigma_{\theta\theta}$ (Figure 6).

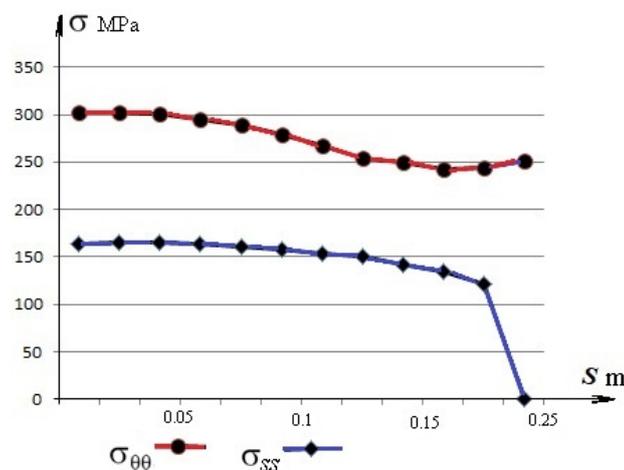


Figure 6. Distributions of meridional and circumferential stresses in external fibers along the meridian arc length
Source: made by R.Z. Kiseleva

The values of the meridional stresses in the end section are almost zero, which complies with the loading condition. The circumferential stresses vary insignificantly along the meridian.

The analysis of the results in Tables 1–3 indicates correctness of the developed algorithm and shows adequate convergence of the computational process.

4. Conclusion

The 3D stress-strain state of a shell is studied without using the straight-normal hypothesis for elastoplastic deformation.

1. *The constitutive relations beyond the elastic limit are implemented in three versions.*

The first version uses the relationships of the flow theory.

The second version employs the governing equations, where the authors' hypothesis is used for determining the plastic strain increments. The hypothesis assumes that the components of the incremental plastic strain tensor are proportional to the components of the incremental stress deviator tensor.

The third version of equations is based on the hypothesis of proportionality between the components of the incremental strain deviator tensor and the components of the incremental stress deviator tensor without separating the strains into elastic and plastic.

2. *The analysis of the shell is performed using mixed FEM.* For this purpose, the authors developed a 6-node solid prismatic finite element with triangular bases. The nodal unknowns are the displacement vector components and the nodal stress tensor components. The target variables are approximated by the nodal unknowns using bilinear shape functions.

3. *The presented study shows that all three versions of the governing equations for plastic deformation produce identical results.* The analysis of the constitutive equations shows that the most physically reasonable version is the third one. This version does not separate the strain increments into elastic and plastic parts, and is based on the hypothesis of proportionality between the components of the incremental strain deviator tensor to the components of the incremental stress deviator tensor.

The proposed governing equations, without the strain separation, correspond to the physical meaning of the process of deformation and have great potential for analyzing reservoirs, submersibles and other engineering structures containing shells of revolution.

References

1. Golovanov A.I., Sultanov L.U. *Mathematical Models of Computational Nonlinear Mechanics of Deformable Media*. Kazan: Kazan State un-t; 2009. (In Russ.) EDN: QJWGNN
2. Petrov V.V. *Nonlinear Incremental Structural Mechanics*. Moscow: Infra-Inzheneriya Publ.; 2014. (In Russ.)
3. Sedov L.I. *Continuum Mechanics*. Moscow: Nauka Publ.; 1976; Vol.1. (In Russ.)
4. Bate KYu. *Finite element method: textbook*. Moscow: Fizmatlit Publ.; 2010. (In Russ.)
5. Golovanov A.I., Tyuleneva O.N., Shigabutdinov A.F. *Finite element method in statics and dynamics of thin-walled structures*. Moscow: Fizmatlit Publ.; 2006. (In Russ.) EDN: QJPXPV
6. Krivoschapko S.N., Christian A.B.H., Gil-oulbé M. Stages and architectural styles in design and building of shells and shell structures. *Building and Reconstruction*. 2022;4(102):112–131. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2022-102-4-112-131>
7. Beirao Da Veiga L., Lovadina C., Mora D. A virtual element method for elastic and inelastic problems on polytope meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2017;295:327–346. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2015.07.013>
8. Aldakheev F., Miehe C. Coupled thermomechanical response of gradient plasticity. *International Journal of Plasticity*. 2017;91:1–24. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2017.02.007>
9. Aldakheel F. Micromorphic approach for gradient-extended thermo-elastic-plastic solids in the algorithmic strain space. *Continuum Mechanics Thermodynamics*. 2017;29(6):1207–1217. <https://doi.org/10.1007/s00161-017-0571-0>
10. Sultanov L.U. Computational algorithm for investigation large elastoplastic deformations with contact interaction. *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2021;42(8):2056–2063. <https://doi.org/10.1134/S199508022108031X>
11. Tupyshkin N.D., Zapara M.A. Defining relations of the tensor theory of plastic damage to metals. *Problems of strength, plasticity and stability in the mechanics of a deformable solid*. Tver: Izd-vo TvGTU; 2011. p. 216–219. (In Russ.)
12. Ilyushin A.A. *Ilyushin A.A. Plasticity. Elastic-plastic deformations*. S-Peterburg: Lenand; 2018.
13. Hanslo P., Larson Mats G., Larson F. Tangential differential calculus and the finite element modeling of a large deformation elastic membrane problem. *Computational Mechanics*. 2015;56(1):87–95.

14. Aldakheeli F., Wriggers P. and Miehe C. A modified Gurson-type plasticity model at finite strains: formulation, numerical analysis and phase-field coupling. *Computational Mechanics*. 2018;62:815–833. <https://doi.org/10.1007/s00466-017-1530-0>
15. Golovanov A.I. Modeling of the large elastoplastic deformations of shells. theoretical basis of finite-element models. *Problems of Strength and Plasticity*. 2010;72:5–17. (In Russ.) EDN: NCVHZV
16. Wriggers P., Hudobivnik B. A low order virtual element formulation for finite elastoplastic deformations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2017;2:123–134. <http://doi.org/10.1016/j.cma.:08.053,2017>
17. Gureyeva N.A., Arkov D.P. Implementation of the deformation theory of plasticity in calculations of plane-stressed plates based on FEM in a mixed formulation. *Bulletin of higher educational institutions. North caucasus region. Natural sciences*. 2011;2:12–15. (In Russ.) EDN: NUPEON
18. Gureeva N.A., Kiseleva R.Z., Nikolaev A.P. Nonlinear deformation of a solid body on the basis of flow theory and realization of fem in mixed formulation. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. International Scientific and Practical Conference Engineering*. 2019;675:012059. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/675/1/012059>
19. Gureeva N.A., Klochkov Yu.V., Nikolaev A.P., Yushkin V.N. Stress-strain state of shell of revolution analysis by using various formulations of three-dimensional finite elements. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(5):361–379. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-5-361-379>
20. Magisano D., Leonetti L., Garcea G. Advantages of mixed format in geometrically nonlinear of beams and shells using solid finite elements. *International Journal for Numerical Methods Engineering*. 2017;109(9):1237–1262. <http://doi.org/10.1002/nme.5322>
21. Magisano D., Leonetti L., Garcea G. Koiter asymptotic analysis of multilayered composite structures using mixed solid-shell finite elements. *Composite Structures*. 2016;154:296–308. <http://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.07.046>

Список литературы

1. Голованов А.И., Султанов Л.У. Математические модели вычислительной нелинейной механики деформируемых сред. Казань: Казанский гос. ун-т, 2009. 463 с. EDN: QJWGNN
2. Петров В.В. Нелинейная инкрементальная строительная механика. М.: Инфра — Инженерия, 2014. 480 с. EDN: SFTTJV
3. Седов Л.И. Механика сплошной среды. М.: Наука, 1976. Т. 1. 536 с.
4. Бате К.-Ю. Методы конечных элементов. М.: Физматлит, 2010. 1022 с.
5. Голованов А.И., Тюленева О.Н., Шугабутдинов А.Ф. Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций. М.: Физматлит, 2006. 391 с. EDN: QJPXPV
6. Krivoshapko S.N., Christian A.B.H., Gil-oulbé M. Stages and architectural styles in design and building of shells and shell structures // *Строительство и реконструкция*. 2022. № 4 (102). С. 112–131. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2022-102-4-112-131>
7. Beirao Da Veiga L., Lovadina C., Mora D. A virtual element method for elastic and inelastic problems on polytope meshes // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2017. Vol. 295. P. 327–346. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2015.07.013>
8. Aldakheev F., Miehe C. Coupled thermomechanical response of gradient plasticity // *International Journal of Plasticity*. 2017. Vol. 91. P. 1–24. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2017.02.007>
9. Aldakheel F. Micromorphic approach for gradient-extended thermo-elastic-plastic solids in the algorithmic strain space // *Continuum Mechanics Thermodynamics*. 2017. Vol. 29(6). P. 1207–1217.
10. Sultanov L.U. Computational algorithm for investigation large elastoplastic deformations with contact interaction // *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2021. Vol. 42. No. 8. P. 2056–2063. <https://doi.org/10.1134/S199508022108031X>
11. Тутышкин Н.Д., Запара М.А. Определяющие соотношения тензорной теории пластической повреждаемости металлов // *Проблемы прочности, пластичности и устойчивости в механике деформируемого твердого тела*. Тверь: Изд-во ТвГТУ, 2011. С. 216–219.
12. Ilyushin A.A. *Plastichnost. Uprugo-plasticheskiye deformatsii*. S-Peterburg: Lenand, 2018. 352 p.
13. Hanslo P., Larson Mats G., Larson F. Tangential differential calculus and the finite element modeling of a large deformation elastic membrane problem // *Computational Mechanics*. 2015. Vol. 56. No. 1. P. 87–95. <https://doi.org/10.1007/s00466-015-1158-x>
14. Aldakheeli F., Wriggers P., Miehe C. A modified Gurson-type plasticity model at finite strains: formulation, numerical analysis and phase-field coupling // *Computational Mechanics*. 2018. Vol. 62. P. 815–833. <https://doi.org/10.1007/s00466-017-1530-0>
15. Голованов А.И. Моделирование больших упругопластических деформаций оболочек. теоретические основы конечно-элементных моделей // *Проблемы прочности и пластичности*. 2010. № 72. С. 5–17. EDN: NCVHZV
16. Wriggers P., Hudobivnik B. A low order virtual element formulation for finite elastoplastic deformations // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2017. Vol. 2. P. 123–134. <https://doi.org/10.1016/j.cma.:08.053,2017>
17. Гуреева Н.А., Арьков Д.П. Реализация деформационной теории пластичности в расчетах плосконапряженных пластин на основе МКЭ в смешанной формулировке // *Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные науки*. 2011. № 2. С. 12–15. EDN: NUPEON

18. *Gureeva N.A., Kiseleva R.Z., Nikolaev A.P.* Nonlinear deformation of a solid body on the basis of flow theory and realization of fem in mixed formulation // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. International Scientific and Practical Conference Engineering. 2019. Vol. 675. Article No. 012059. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/675/1/012059>

19. *Гуреева Н.А., Клочков Ю.В., Николаев А.П., Юшкин В.Н.* Напряженно-деформированное состояние оболочки вращения при использовании различных формулировок трехмерных конечных элементов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 5. С 361–379. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-5-361-379>

20. *Magisano D., Leonetti L., Garcea G.* Advantages of mixed format in geometrically nonlinear of beams and shells using solid finite elements // International Journal for Numerical Methods Engineering. 2017. Vol. 109. Issue 9. P. 1237–1262. <https://doi.org/10.1002/nme.5322>

21. *Magisano D., Leonetti L., Garcea G.* Koiter asymptotic analysis of multilayered composite structures using mixed solid-shell finite elements // Composite Struct. 2016. Vol. 154. P. 296–308. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.07.046>

ГЕОМЕТРИЯ СРЕДИННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ОБОЛОЧЕК GEOMETRICAL INVESTIGATIONS OF MIDDLE SURFACES OF SHELLS

DOI:10.22363/1815-5235-2024-20-1-40-56

UDC 624.04*074.4:539.41:513.73:514.74:514.8

EDN: ИКСОВК

Research article / Научная статья

Ruled Shells of Conical Type on Elliptical Base

Sergey N. Krivoshapko  RUDN University, *Moscow, Russia*

✉ sn_krivoshapko@mail.ru

Article history

Received: July 11, 2023

Revised: September 11, 2023

Accepted: September 21, 2023

Conflicts of interest

The author declares that there is no conflict of interest.

Abstract. The information about main results on geometry of developable surfaces with an edge of regression which have a directrix ellipse in the base is gathered. These surfaces constitute a group called “Ruled surfaces of conical type on elliptical base”. This group includes elliptical cones, torsos with two ellipses defined in the parallel planes, equal slope surfaces, and ruled surfaces with the main frame of three superellipses that are ellipses in one coordinate plane and broken straight lines in the other two coordinate planes. The paper presents a method for developing torsos onto a plane, approximation of torsos by folded surfaces, and parabolic ending of a thin sheet from elastic material into a torse shell. A brief review of the methods of stress-strain and buckling analysis of the considered ruled shells is given, including the displacement-based finite element method and variational energy method. It is shown that analytical methods can be used only in the case of applying the momentless shell theory for ruled thin shells of conical type. The analytical formulae for determining the normal and tangent internal forces in any momentless conic shell with a superellipse in the base are derived. References to forty four scientific articles of other authors, working or having worked on the subject of the paper are given. These references confirm the conclusions of the author and the perspectives of investigations of the considered ruled surfaces and shells.

Keywords: cone, equal slope surface, torse, ellipse, superellipse, approximation of torsos by folded surface, stress-strain state of shell, momentless shell theory

For citation

Krivoshapko S.N. Ruled shells of conical type on elliptical base. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(1):40–56. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-1-40-56>

Sergey N. Krivoshapko, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, RUDN University, Moscow, Russia; ORCID: 0000-0002-9385-3699; E-mail: sn_krivoshapko@mail.ru

© Krivoshapko S.N., 2024

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Линейчатые оболочки конического типа на эллиптическом основании

С.Н. Кривошапко 

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

✉ sn_krivoshapko@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 11 июля 2023 г.

Доработана: 11 сентября 2023 г.

Принята к публикации: 21 сентября 2023 г.

Заявление о конфликте интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Аннотация. Собраны сведения об основных результатах, полученных автором по геометрии развертывающихся поверхностей с ребром возврата, имеющих в основании направляющий эллипс. Эти поверхности составляют группу «Линейчатые поверхности конического типа на эллиптическом основании», в которую входят эллиптические конусы, торсы с двумя заданными эллипсами в параллельных плоскостях, поверхности одинакового ската и линейчатые поверхности с главным каркасом из трех суперэллипсов в трех координатных плоскостях, один из которых является эллипсом, а два других вырождаются в прямые ломаные линии. Представлены материалы по построению разверток торсов на плоскость, аппроксимации торсов складками, параболическому изгибанию тонкого листа из упругого материала в проектируемую торсовую оболочку. Дана краткая характеристика по методам расчета на прочность и устойчивость рассматриваемых линейчатых оболочек со ссылкой на работы других авторов, которые использовали метод конечных элементов в перемещениях и вариационно-разностный метод. Показано, что аналитические методы применимы только при использовании безмоментной теории расчета тонких линейчатых оболочек конического типа и получены аналитические формулы для определения внутренних нормальных и касательных усилий для любой безмоментной конической оболочки с любым суперэллипсом в основании. Приведены 44 наименования использованных научных источника других авторов, работающих или работавших по теме представленной статьи, подтверждающие выводы, заключения и перспективы исследований, рассмотренных линейчатых поверхностей и оболочек.

Ключевые слова: конус, поверхность одинакового ската, торсовая поверхность, эллипс, суперэллипс, аппроксимация торсов складками, расчет оболочек на прочность, безмоментная теория оболочек

Для цитирования

Krivoshapko S.N. Ruled shells of conical type on elliptical base // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 1. С. 40–56. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-1-40-56>

1. Introduction

Conical surfaces find wide application in civil and mechanical engineering. These are surfaces of zero Gaussian curvature but more precisely, they are degenerated torse surfaces for which the edge of regression degenerates into a point that is the vertex of the cone. Torse surfaces are ruled surfaces [1] and they can be developed onto a plane without ruptures and folds. So, they can be constructed from a single fragment of a plane sheet. This explains their wide usage in different branches of science and engineering [2]. Circular conical surfaces [3] and conical elliptical surfaces [4; 5] found especially wide application.

Let us introduce a notion of *surfaces of conical type*. These surfaces will include ruled surfaces constructed on two closed curves with two axes of symmetry lying on two parallel planes. In general aspect, superellipses with parallel axes of symmetry can represent these curves. Some surfaces from the class of “Torse surfaces” forming the group “*Equal slope surfaces*” [6–8] can be added to ruled surfaces of conical type.

Кривошапко Сергей Николаевич, доктор технических наук, профессор департамента строительства, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия; ORCID: 0000-0002-9385-3699; E-mail: sn_krivoshapko@mail.ru

One can use different analytical and graphical methods presented earlier in scientific literature [9–12] for constructing the considered ruled surfaces.

Aim of the research

The first aim of the research is to study surfaces of conical type on elliptical base i.e. ruled surfaces constructed on elliptical base

$$(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1. \quad (1)$$

The next aim is to suggest thin shells with middle surfaces in the form of surfaces of conical type on elliptical base for implementation, having pointed out the principal publications dealing with the matter and devoted to strength and stability of the offered shells and to investigation of elastic and plastic deformations emerging in the process of bending a metal plane sheet into the designed torse; and having presented simplified methods of strength analysis for consideration.

The momentless theory of shell analysis that was widely used in 1950s and in 1960s [13] is classified as a simplified method of strength analysis and it is not forgotten at present time [14; 15].

2. Surfaces of conical type on an elliptic base

2.1. Elliptical conical surface

If a perpendicular line to the plane of director ellipse (1), dropped from the apex of the cone, passes through the point of intersection of the axes of the director ellipse, then the obtained surface is called the *right elliptical conical surface* [16].

Its canonical equation can be written in the form:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0, \quad (2)$$

where c is the height of the conical surface. Plane $z = h \neq 0$ intersects the cone along an ellipse with semi-axes $a|h|/c$ and $b|h|/c$. Parametrical form of definition of surface (2):

$$x = x(u,v) = aucosv; \quad y = y(u,v) = businv; \quad z = z(u) = cu,$$

where $u = z/c$ is a dimensionless parameter, which is equal to the height of the cone divided by parameter c ; $0 \leq v \leq 2\pi$. Curvilinear coordinates u, v are non-orthogonal but conjugate (Figure 1).

Let us assume that a cone contains two similar ellipses lying in parallel planes (Figure 2):

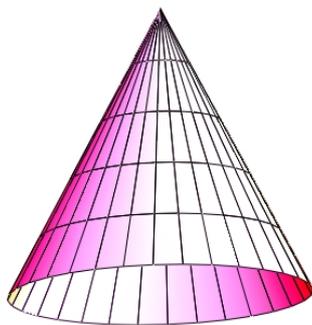


Figure 1. A right elliptical cone
Source: made by the author

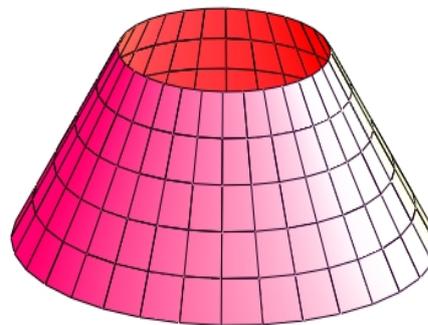


Figure 2. A truncated elliptical cone
Source: made by the author

$$\frac{y^2}{c^2} + \frac{z^2}{d^2} = 1, x = l \quad \text{and} \quad \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{a^2} = 1, x = 0, \quad \text{where } ac = bd.$$

In this case, the implicit equation of the designed surface will be

$$[x(c - b)/l + b]^2 - y^2 - c^2 z^2/d^2 = 0.$$

Inclined elliptic conical surface is the *second order conical surface* which forms by the movement of a straight line passing through a defined point and intersecting the director ellipse. A perpendicular line to the plane of the director ellipse, dropped from the apex of the cone, does not pass through the center of the director ellipse [17].

2.2. Torses of equal slope with a director ellipse

Torse of equal slope with a director ellipse is a ruled surface having a constant angle α between straight generatrices and the respective principle normals of the director ellipse (1) [18]. Numerical modelling of this surface was described in a paper [19]. It is also possible to find other original sources in which an equal slope surface with director ellipse is investigated [20; 21].

Parametric equations of this surface [22; 23] (Figure 3):

$$z = z(u) = -u \sin \alpha,$$

$$x = x(u, v) = a \cos v + \frac{ub \cos \alpha \cos v}{\sqrt{a^2 \sin^2 v + b^2 \cos^2 v}}, \quad y = y(u, v) = b \sin v + \frac{ua \cos \alpha \sin v}{\sqrt{a^2 \sin^2 v + b^2 \cos^2 v}}. \quad (3)$$

This method of defining a torse surface of equal slope supposes that the director ellipse is given by parametric equations

$$x = x(v) = a \cos v, \quad y = y(v) = b \sin v. \quad (4)$$

A coordinate line $u = 0$ coincides with the director ellipse, but a family of the u lines are rectilinear generators of a torse of equal slope. A surface of zero curvature (3) is given in terms of principal curvature lines u, v .

Sections of a torse surface in $z = z_0 = \text{const}$ planes contain closed curves:

$$x = x(v) = \left(a - \frac{z_0 b \cos \alpha}{\sin \alpha} \frac{1}{\sqrt{a^2 \sin^2 v + b^2 \cos^2 v}} \right) \cos v,$$

$$y = y(v) = \left(b - \frac{z_0 a \cos \alpha}{\sin \alpha} \frac{1}{\sqrt{a^2 \sin^2 v + b^2 \cos^2 v}} \right) \sin v.$$

The surfaces of zero Gaussian curvature shown in Figures 2 and 3 are rather like, but the surface shown in Figure 2 is a cone and the surface in Figure 3 is a non-degenerated torse i.e. a torse with an edge of regression.

If the director ellipse is given by parametric equations

$$x = x(\beta) = r \cos \beta, \quad y = y(\beta) = r \sin \beta, \quad (5)$$

then parametric equations of the whole surface take the following form [24]:

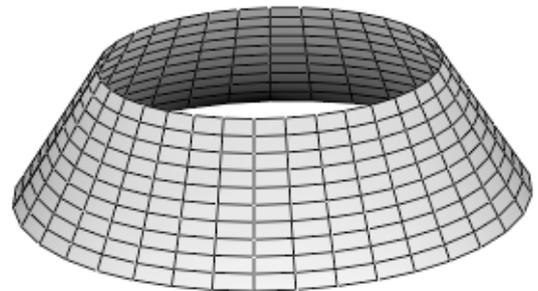


Figure 3. A torse of equal slope with a director ellipse
Source: made by the author

$$\begin{aligned}
 x &= x(u, \beta) = r(\beta) \cos \beta + \frac{ub^2 \cos \alpha \cos \beta}{\sqrt{a^4 \sin^2 \beta + b^4 \cos^2 \beta}}, \quad \text{where } r = r(\beta) = \frac{ab}{\sqrt{a^2 \sin^2 \beta + b^2 \cos^2 \beta}}, \\
 y &= y(u, \beta) = r(\beta) \sin \beta + \frac{ua^2 \cos \alpha \sin \beta}{\sqrt{a^4 \sin^2 \beta + b^4 \cos^2 \beta}}, \quad z = z(u) = -u \sin \alpha,
 \end{aligned} \tag{6}$$

β is the angle counted off the Ox axis in the direction of the Oy axis, $\beta \neq \nu$, $r = r(\beta)$ is the distance from the center of the director ellipse to an arbitrary point on it.

2.3. Torse with two ellipses placed in parallel planes and with parallel axes

One can use G. Monge's method [25] for the design of torse of conical type on an elliptical base. This method offers to construct a developable surface by movement of a straight line along two space curves. The directrix of the torse will be passing through the corresponding points of plane director curves where the tangent lines are parallel and these two director curves are plane curves and lie in parallel planes (Figure 4). Additional information can be found in [26].

2.4. Surfaces of conical type on plane elliptical base with inclined lines in other two coordinate planes

Surfaces on a plane base defined by a main frame from three arbitrary plane curves in three main coordinate planes are used, in general, in shipbuilding [22]. For the first time, at the Peoples Friendship University of Russia, these surfaces were offered for application in architecture and in construction. Some of these surfaces can be included in the group of ruled surfaces of conical type.

Ruled surfaces with a main frame from three superellipses

$$|y|^r = W^r \left(1 - \frac{|x|^t}{L^t}\right), \quad |z|^n = T^n \left(1 - \frac{|y|^m}{W^m}\right), \quad |z|^s = T^s \left(1 - \frac{|x|^k}{L^k}\right),$$

are studied in paper [27] where one, two, or all three superellipses degenerate into straight lines, i.e. $r = t = 1$, or $n = m = s = k = 1$, or $r = t = n = m = s = k = 1$. Assuming that the ellipse is placed in the xOy plane, then $r = t = 2$, but the other two superellipses degenerate into straight lines, i.e. $n = m = s = k = 1$, so we can derive three surfaces of conical type on elliptical base, defined by parametric equations:

$$x = x(u) = \pm uL, \quad y = y(u, \nu) = \nu W[1 - u^2]^{1/2}, \quad z = z(u, \nu) = T[1 - u][1 - |\nu|] \quad (\text{Figure 5, } a); \tag{7}$$

$$x = x(u, \nu) = \nu L[1 - u^2]^{1/2}, \quad y = y(u) = \pm uW, \quad z = z(u) = T[1 - u][1 - |\nu|] \quad (\text{Figure 5, } b); \tag{8}$$

$$x = x(u, \nu) = \nu L[1 - u], \quad y = y(u, \nu) = \pm W[1 - u][1 - |\nu|^2]^{1/2}, \quad z = z(u) = uT \quad (\text{Figure 5, } c), \tag{9}$$

where $-L \leq x \leq L$, $-W \leq y \leq W$, $0 \leq z \leq T$; $2L$, $2W$, T are overall dimensions of the considered surfaces. The surface shown in Figure 5, *a* forms by a family of cross sections $x = \text{const}$ (straight lines), the surface shown in Figure 5, *b* was formed by a family of cross sections $y = \text{const}$ (straight lines), and the surface pictured in Figure 5, *c* was generated by a family of cross sections $z = \text{const}$ (ellipses).

Let us introduce a new parameter $0 \leq \beta \leq 2\pi$ in the form $\nu = \sin \beta$, hence $1 - \nu^2 = \cos^2 \beta$, then parametric equations (9) become

$$x = x(u, \nu) = L[1 - u] \sin \beta, \quad y = y(u, \nu) = W[1 - u] \cos \beta, \quad z = z(u) = uT \quad (\text{Figure 5, } c).$$

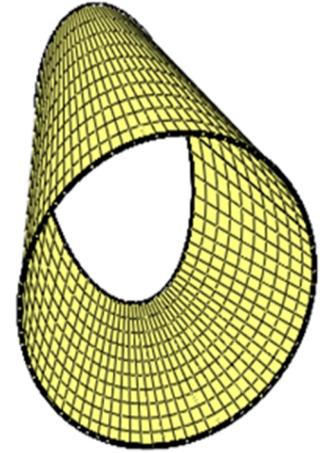


Figure 4. A torse surface with two ellipses in parallel planes
Source: made by the author

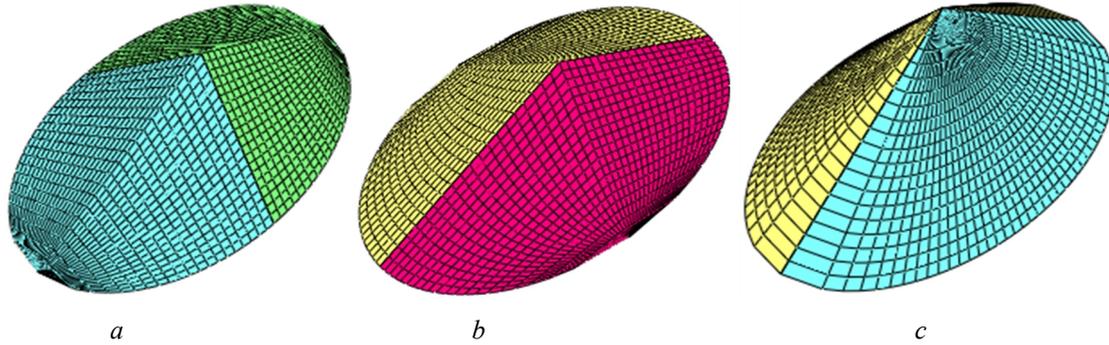


Figure 5. The surfaces on a plane oval base with the same main frame:
a — surface formed by a family of cross sections $x = \text{const}$ (straight lines);
b — surface formed by a family of cross sections $y = \text{const}$ (straight lines);
c — surface formed by a family of cross sections $z = \text{const}$ (ellipses)
 Source: made by the author

The vector equation of any analytical surface can be written as

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v) = x(u, v)\mathbf{i} + y(u, v)\mathbf{j} + z(u, v)\mathbf{k}.$$

In this case, according to the theory of surfaces, Gaussian coefficients of the first order (E, G, F) and Gaussian coefficients of the second order (L_0, M, N) for the ruled surface of conical type (7), were obtained in the following form:

$$E = A^2 = \mathbf{r}_u^2 = L^2 + v^2 u^2 W^2 / (1 - u^2) + T^2 (1 - v)^2,$$

$$G = B^2 = \mathbf{r}_v^2 = W^2 (1 - u^2) + T^2 (1 - u)^2 = B^2(u),$$

$$F = \mathbf{r}_u \mathbf{r}_v = -vuW^2 + T^2 (1 - u)(1 - v),$$

$$L_0 = -LTWv(1 - v) / (A^2 B^2 - F^2)^{1/2},$$

$$M = LTWu(1 - u)^{1/2} / (1 + u)^{1/2}, \quad N = 0.$$

where A and B are the Lamé coefficients in the theory of surfaces. The value of the coefficient of the second fundamental form $N = 0$ shows that curvilinear coordinate v coincides with the rectilinear generatrix of surface (7), Figure 5, *a*. The value $F \neq 0$ shows that curvilinear coordinates u, v are non-orthogonal coordinates. The total Gaussian curvature of the examined surface

$$K = (L_0 N - M^2) / (A^2 B^2 - F^2) = -M / (A^2 B^2 - F^2) < 0$$

shows that the ruled surface presented in Figure 5, *a* is a surface of negative Gaussian curvature.

Analysing parametric equations (7) and (8) of the ruled surfaces of conical type presented in Figure 5, *a* and Figure 5, *b*, formed by the method of construction of surfaces with a main frame from arbitrary plane curves lying in main coordinate planes, one can draw a conclusion that these surfaces are identical surfaces. Hence, taking two algebraic curves of the main frame with the same exponents, we obtain two identical algebraic surfaces from three surfaces. By assuming three arbitrary algebraic plane curves of the main frame with the same exponents, we obtain three identical algebraical surfaces of the same order coinciding with the order of the curves of the frame. Having assumed three algebraical curves of main frame with different exponents, we shall have three different algebraic surfaces [27].

Coefficients of the fundamental forms in the theory of surfaces for the ruled surface of conical type (9) were obtained in the following form

$$\begin{aligned}
 E = A^2 = \mathbf{r}_u^2 &= W^2(1 - v^2) + v^2 L^2 + T^2 = A^2(v), \\
 G = B^2 = \mathbf{r}_v^2 &= (1 - u)^2 \left[L^2 + v^2 W^2 / (1 - v^2) \right] = (1 - u)^2 f_1(v), \\
 F = r_u r_v &= -v(1 - u) \left[L^2 - W^2 \right] = (1 - u) f_2(v), \\
 A^2 B^2 - F^2 &= (1 - u)^2 \left[T^2 L^2 + W^2 (L^2 + v^2 T^2) / (1 - v^2) \right] = (1 - u)^2 f_3(v), \\
 L_0 &= 0, M = 0,
 \end{aligned} \tag{10}$$

$$N = LTW(1 - u)^2 / \left[(A^2 B^2 - F^2)^{1/2} (1 - v^2)^{3/2} \right] = LTW(1 - u) / \left[f_3^{1/2}(v) \cdot (1 - v^2)^{3/2} \right] = (1 - u) f_4(v). \tag{11}$$

Coefficients of the fundamental forms (10), (11) of surface (9) show that the coordinate lines u are straight lines and surface (9) is a surface of zero Gaussian curvature

$$N = LTW(1 - u)^2 / K = (L_0 N - M^2) / (A^2 B^2 - F^2) = 0.$$

Hence, curvilinear coordinate lines u, v are non-orthogonal conjugate coordinates. It is obvious that surfaces (7) and (8) are cylindroids [28], and surface (9) is a right elliptical cone. All of the three ruled surfaces belong to the group of surfaces of conical type on elliptical base.

2.5. Developments of torsors onto a plane

It should be noted that torsor surfaces permit their development onto a plane without breaks and folds. There are several analytical, graphical, and numerical methods of construction of developments [29]. US Patent for a method for designing a development drawing was even issued [30]. Till present time, only the method of step-by-step calculation of lengths of director curves, rectilinear directrices, and angles between them was used for the considered torsor surfaces. An algorithm of developing a torsor using this method was described and realized for particular examples a paper [31]. As applied to the considered ruled surfaces, a development of the torsor with a circle and an ellipse on parallel opposite ends was carried out (Figure 6).

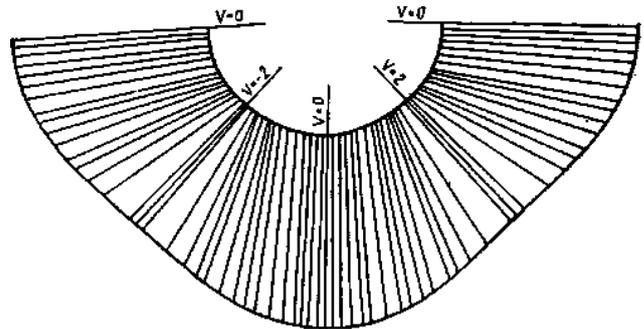


Figure 6. A development of the torsor surface with a circle and an ellipse on the parallel ends
Source: made by the author

2.6. Approximation of torsors on elliptical base by folds

Substitution of curvilinear surfaces by folded circumscribed surfaces following the form of the original surfaces has certain practical importance [32].

Such substitution is easily realized just for torsors, because they are formed by a single-parametric family of planes tangent to the torsors along the directrix lines. An example of the substitution by folds of a torsor with a circle and ellipse on opposite ends is given in paper [33]. The torsor, considered in a paper [33], was constructed on the basis of the torsor shown in Figure 4 with the substitution of one director ellipse with a circle (Figure 7).

In Figure 7, the equation of single-parametric family of the planes forming the specified torsor surface is denoted by $M(v) = 0$. The development of the folded surface is presented in Figure 8. Having the coordinates of the corner points of the fold, one can easily obtain all necessary lengths and angles of the corresponding development. The same method of substitution was used in paper [34], but for a torsor with parabolas on parallel ends.

S.M. Hollister [36] rightly notes that to bend a real plane product from plywood, aluminium, or steel into the designed torse accurately with preservation of rectilinear directrices is practically impossible owing to the Poisson's ratio of the used material.

3.2. Problems of strength analysis of thin shells of conical type on elliptical base

Practically all the discussed surfaces of conical type on elliptical base are given in curvilinear non-orthogonal conjugate coordinates. That is why, for strength analysis, one must use a more complex system of governing equations for this system of curvilinear coordinates not in lines of principal curvatures. Hitherto, there are no analytical solutions with the moment theory for the offered shells in scientific literature.

The system of governing equations in lines of principal curvature is suitable only for torse shells of equal slope. A system of 17 equations for the determination of stress-strain components of a thin elastic shell with middle surface shown in Figure 3 and given by the equations (3) is written out in paper [37]. Despite of seemingly simple form of these equations, no one has been able to solve any particular example.

The problem about strength and stability of equal slope shells on elliptical base is solved much more easily with the help of numerical methods. M.A. Timoshin [38] examined a steel shell subjected to a vertical dead load using Lira 9.4 software with the help of finite element method in displacements. Boundary conditions are fixed or hinged support of lower edge. The first two buckling shapes for the first case of fixed and three forms of hinge supported shell were determined. It was established that shell buckling takes place before exhausting its strength. For comparison, a shell in the form of a truncated elliptic cone shown in Figure 2 was analyzed. It was supposed that the shells shown in Figures 2 and 3 have the same overall dimensions, thickness, and material.

O.O. Aleshina [39] researched the stress-strain state of a cast reinforced concrete cap 5 cm thick, the middle surface of which is defined by parametric equations (3) with geometric parameters of the ellipse $a = 2$ m, $b = 1$ m and the slope angle of rectilinear generatrix equal to $\alpha = 60^\circ$. The analysis was performed with the help of SCAD Office software, representing an integrated system of strength analysis and design of structures on the basis of FEM. The model of the approximated middle surface with quadrilateral and triangle plane elements is shown in Figure 10. The vertical displacement of the cantilever part of the cap is less than 1mm.

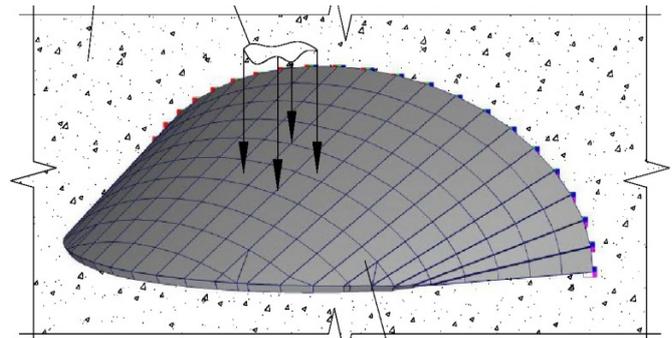


Figure 10. The model of the cap
Source: made by O.O. Aleshina [39]

In paper [15], the investigation of the equal slope shell on elliptical base is described. This investigation was performed using FEM and finite difference energy method. The first calculation was made in SCAD Office software, the second calculation was made with SHELLVRM computer program. The comparison of the obtained results using FEM, finite difference energy method, and momentless shell theory show good agreement. Maximum deviation of the results in the examined nodes is a little more than 18 %.

3.2.1. Momentless theory of shells of conical type on elliptical base

The momentless (membrane) theory assumes that equilibrium in the shell is achieved by having the in-plane membrane forces resist all applied loads without any bending moments. The momentless theory of shells with middle surface of zero Gaussian curvature gives an opportunity to obtain analytical solution and the results can be used for preliminary analysis of technical decisions. The membrane forces by themselves cannot resist local concentrated loads. In order to derive the governing equations for the momentless theory of shells, we need to reject internal bending, twisting moments, and shearing forces. For the application of the momentless theory, we may use only the equilibrium equation. The problem for equal slope shell with the middle surface (3) defined by curvilinear coordinates in lines of principal curvature is solved easier. In that case, the equilibrium equations of a shell element subjected to weight q can be written as

$$\frac{\partial}{\partial u}(BN_u) - \frac{\partial B}{\partial u}N_v + \frac{\partial S}{\partial v} + XB = 0,$$

$$\frac{\partial N_v}{\partial v} + \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial u}(B^2S) = 0,$$

$$N_v = ZR_v,$$

where $X = -q\sin\alpha$, $Y = 0$, $Z = -q\cos\alpha$. The tangent force S may be found from the second equilibrium equation. Then from the first equilibrium equation, one can obtain normal force N_u [40].

For a torse shell presented in Figure 4, the equations of momentless shell theory can be written as

$$\frac{\partial S_v}{\partial v} + \frac{\sqrt{B^2 - F^2}}{u}(N_u - N_v) + F \frac{\partial S_u}{\partial u} + \sqrt{B^2 - F^2} \frac{\partial N_u}{\partial u} + \sqrt{B^2 - F^2} X = 0,$$

$$\frac{\partial N_v}{\partial v} + \frac{\sqrt{B^2 - F^2}}{u}(S_u + S_v) - F \frac{\partial N_u}{\partial u} + \sqrt{B^2 - F^2} \frac{\partial S_u}{\partial u} + \sqrt{B^2 - F^2} Y = 0,$$

$$\frac{B^2}{\sqrt{B^2 - F^2}} \frac{N_v}{R_v} - \sqrt{B^2 - F^2} Z = 0,$$

$$(S_u - S_v)\sqrt{B^2 - F^2} + F(N_v - N_u) = 0. \quad (13)$$

In equations (13), curvilinear non-orthogonal conjugate coordinates are denoted by u, v ; B, F are the coefficients of the first fundamental form for the torse surface; X, Y, Z are distributed external forces per unit area in the direction of moving coordinate axes (Figure 11). Figure 11 shows the positive directions of the resultant internal forces tangent to the midsurface.

In view of equations (13), one can obtain the values of desired forces in explicit form

$$N_v = -\frac{B^2 - F^2}{N} Z, \quad N_u = \frac{\sqrt{B^2 - F^2}}{F}(S_u - S_v) + N_v,$$

$$S_u = \frac{1}{B^2} \left[uC_1 + u^2C_2 + u^3C_3 + \frac{F}{u} \frac{\partial V_1(v)}{\partial v} + V_2(v) \right],$$

$$S_v = C_4 + uC_5 + \frac{V_1(v)}{u^2}, \quad (14)$$

where $C_i = C_i(v, X, Y, Z)$, $i = 1 \div 5$. Values of coefficients C_i in expanded form are given in monography [41]. Arbitrary functions of integration $V_1(v)$ and $V_2(v)$ can be determined by satisfying boundary conditions. Two examples of analysis of a thin torse shell with ellipse and circle on opposite parallel ends subjected to weight or linear load distributed along the top end ($X = Y = Z = 0$) using formulae (13) are given in monography [41].

Bajoriya G.Ch. [42] used the equilibrium equation containing pseudo-forces (forces with an asterisk) for the analysis of the same torse shell:

$$\frac{\partial}{\partial u}(BN_u^* + FS_u^*) + \frac{\partial}{\partial v} \left(-S_v^* + \frac{F}{B} N_v^* \right) - \frac{\partial B}{\partial u} N_v^* + \sqrt{B^2 - F^2} \left(X + \frac{F}{B} Y \right) = 0,$$

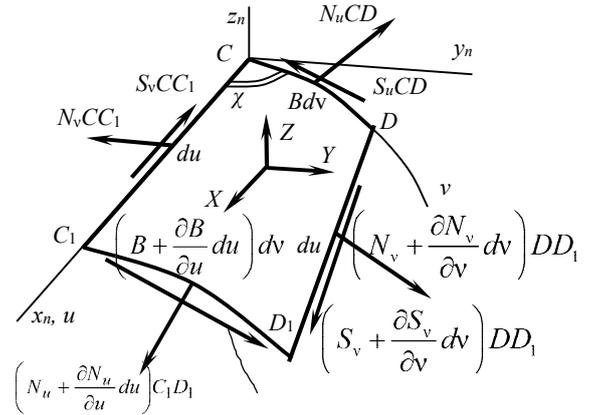


Figure 11. A fragment of momentless shell
Source: made by the author

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial u} \left(BS_u^* + FN_u^* \right) + \frac{F}{B} \frac{\partial B}{\partial u} N_u^* + \frac{\partial N_v^*}{\partial v} - \frac{F}{B} \frac{\partial S_v^*}{\partial v} - \frac{\partial B}{\partial u} S_v^* + \sqrt{B^2 - F^2} \left(Y + \frac{F}{B} X \right) = 0, \\
 & \frac{BN_v^*}{R_v} + \sqrt{B^2 - F^2} Z = 0, \\
 & \frac{\sqrt{B^2 - F^2}}{B} (S_u^* + S_v^*) = 0.
 \end{aligned} \tag{15}$$

Equations (15) are a particular case of the general equations of equilibrium offered by A.L. Goldenveiser [43] for shells given in curvilinear arbitrary coordinates.

It is possible to obtain values of the unknown pseudo-forces from equations (15) in explicit form

$$S_u^* = -S_v^* = S^*,$$

but the third equation gives

$$N_v^* = \frac{\sqrt{B^2 - F^2}}{N} BZ.$$

On the other hand

$$\begin{aligned}
 u^2 S^* &= C_1^* u^3 + u^2 C_2^* - \frac{u^3 B}{(B^2 - F^2)^{3/2}} \left(\frac{B^2}{3} - F^2 \right) Y + V_1^*(v), \\
 BN_u^* + FS^* &= u^2 C_3^* + uC_4^* - BC_5^* + \\
 &+ \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{u^3 Y}{(B^2 - F^2)^{3/2}} \left(\frac{B^3}{6u} + \frac{BF^2}{2u} - \frac{F^2 \sqrt{B^2 - F^2}}{2u} \ln \left| u + \frac{uB}{\sqrt{B^2 - F^2}} \right| \right) \right] + \frac{1}{u} \frac{dV_1^*}{dv} + V_2^*(v),
 \end{aligned} \tag{16}$$

where $C_i^* = C_i^*(v, X, Y, Z)$, $i = 1 \div 5$. Values of coefficients C_i^* in expanded form are presented in monography [41]. Arbitrary functions of integration $V_1^*(v)$ and $V_2^*(v)$ can be determined by satisfying boundary conditions. An example of analysis of a torse shell with ellipse and circle on opposite parallel ends under linear load distributed along the top end ($X = Y = Z = 0$) using formulae (16) are given in [41].

3.2.2. Momentless shell theory of elliptical cone

The general equilibrium equations for thin shells given in curvilinear non-orthogonal conjugate system of coordinates, offered in monography [41], may be used for the analysis of elliptical cone (9) with the help of the momentless theory. In this case, it is necessary to reject the internal shearing forces, bending and twisting moments:

$$\frac{\partial}{\partial v} (AS_v) + \frac{N_u - N_v}{\sin \chi} \left(\frac{\partial B}{\partial u} - \frac{\partial A}{\partial v} \cos \chi \right) + \frac{\partial A}{\partial v} S_u + B \frac{\partial S_u}{\partial u} \cos \chi + B \frac{\partial N_u}{\partial u} \sin \chi + ABX \sin \chi = 0, \tag{17}$$

$$\frac{\partial}{\partial v} (AN_v) + \frac{S_u + S_v}{\sin \chi} \left(\frac{\partial B}{\partial u} - \frac{\partial A}{\partial v} \cos \chi \right) - \frac{\partial A}{\partial v} N_u + B \frac{\partial S_u}{\partial u} \sin \chi - B \frac{\partial N_u}{\partial u} \cos \chi = 0, \tag{18}$$

$$\frac{N_v}{R_v \sin \chi} - Z \sin \chi = 0, \tag{19}$$

$$(S_u - S_v)\sin\chi + (N_v - N_u)\cos\chi = 0. \quad (20)$$

So, equations (17)–(20) contain normal N_u , N_v , and tangent $S_u \neq S_v$ forces per unit of length of the corresponding coordinate line. X and Z are the components of external distributed load per unit of area. Let us assume $Y = 0$, taking into account that in this part, only distributed load such as weight q will be considered. Let us also take into account that

$$\cos\chi = F/(AB), \quad \sin\chi = \partial B / \partial u$$

are functions of dimensionless parameter v only.

External surface loads X , Z are given by the formulae:

$$X = -q\cos\varphi, \quad Z = q\sin\varphi, \quad Y = 0, \quad (21)$$

where φ is the angle between the direction of load (weight q) and the direction opposite to the direction of the coordinate line u , and

$$\cos\varphi = T/A, \quad \sin\varphi = [A^2 - T^2]^{1/2} / A \quad (22)$$

are the functions of the parameter v only.

In the considered case, the Lamé parameter $A = A(v)$ is equal to the length of rectilinear coordinate line u from the vertex of the cone to the plane $z = 0$.

Equation (19) gives a value of the normal force N_v :

$$N_v = Z\sin^2\chi R_v = \frac{Z\sin^2\chi B^2}{N} = \frac{Z(A^2 B^2 - F^2)}{A^2 N} > 0. \quad (23)$$

The equation (20) gives a value of the normal force N_u :

$$N_u = (S_u - S_v)\operatorname{tg}\chi + N_v. \quad (24)$$

Taking into account that

$$F = -A(1-u)\frac{\partial A}{\partial v},$$

$$\frac{\partial B}{\partial u} - \frac{\partial A}{\partial v} \cos\chi = -\frac{(A^2 B^2 - F^2)}{A^2 B(1-u)},$$

let us put these variables and normal force N_u determined by formula (24) into equation (18). After integration of the obtained result, one can have

$$S_v = -\frac{A}{(1-u)\sqrt{A^2 B^2 - F^2}} \int (1-u) \left(A \frac{\partial N_v}{\partial v} - \frac{F}{A} \frac{\partial N_v}{\partial u} \right) du + \frac{V_1(v)}{(1-u)^2}, \quad (25)$$

where $V_1(v)$ is an arbitrary function of integration.

Substituting the same expressions and $(N_u - N_v)$, taken from the formula (20), into the equation (17), and integrating the obtained result, one can find

$$S_u = \frac{A^2 B^2 - F^2}{A^2 B^2} S_v - \frac{F}{AB^2} \int \frac{\partial}{\partial v} (AS_v) du - \frac{\sqrt{A^2 B^2 - F^2}}{2AB^2} F \left[\frac{N_v}{A} - (1-u)X \right] + \frac{F}{AB^2} V_2(v), \quad (26)$$

where $V_2(v)$ is an arbitrary function of integration. Unknown functions $V_1(v)$ and $V_2(v)$ are found from boundary conditions, suitable for the momentless shell theory.

Thus, the momentless shell theory gives an opportunity to obtain approximate values of internal normal forces N_u and N_v from formulae (23) and (24), and values of tangent forces S_u and S_v from formulae (25) and (26). The formulae (25), (26) are integratable and they can be written in the expanded form.

So, write the formulae (23), (24), (25), and (26) in more detail:

$$N_v = \frac{q(1-u)\sqrt{A^2 - T^2} \left[L^2 (W^2 + T^2) + v^2 T^2 (W^2 - L^2) \right]^{3/2}}{LTWA^3} = (1-u) f_5(v),$$

$$S_v = \frac{(1-u)A^3}{3\sqrt{A^2 B^2 - F^2}} \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{N_v}{A} \right) + \frac{V_1(v)}{(1-u)^2} = (1-u) f_6(v) + \frac{V_1(v)}{(1-u)^2},$$

$$S_u = \frac{A^2 B^2 - F^2}{A^2 B^2} S_v - \frac{(1-u)F}{2AB^2} \frac{\partial}{\partial v} (AS_v) - \frac{\sqrt{A^2 B^2 - F^2}}{2AB^2} F \left[\frac{N_v}{A} - (1-u)X \right] + \frac{F}{AB^2} V_2(v) =$$

$$= \frac{(1-u)^3}{2AB^2} \left\{ 2 \frac{f_3 f_6}{A} - \frac{\partial A}{\partial v} \left[A \frac{\partial A}{\partial v} f_6 + A^2 \frac{\partial f_6}{\partial v} - \sqrt{f_3} f_{5+} \sqrt{f_3} qT \right] \right\} +$$

$$+ \frac{1}{B^2} \left[\frac{f^3}{A^2} V_1(v) - \frac{\partial A}{\partial v} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial A}{\partial v} V_1(v) + \frac{A}{2} \frac{V_1(v)}{\partial v} v + (1-u) V_2(v) \right) \right] =$$

$$= (1-u) f_6(v) + \frac{1}{B^2} \left[\frac{f^3}{A^2} V_1(v) - \frac{\partial A}{\partial v} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial A}{\partial v} V_1(v) + \frac{A}{2} \frac{V_1(v)}{\partial v} v + (1-u) V_2(v) \right) \right],$$

$$N_u = \frac{\sqrt{A^2 B^2 - F^2}}{A^2 B^2} F \left[-\frac{3}{2} S_v + \frac{(1-u)}{2F} A^2 \frac{\partial S_v}{\partial v} - \frac{(1-u)}{2F} qT \sqrt{A^2 B^2 - F^2} + \frac{A^2}{F} V_2(v) \right] + \frac{A}{2A} \frac{B}{B} + \frac{F}{B} N_v,$$

where $f_i = f_i(v)$ are the known functions, but $V_1(v)$, $V_2(v)$ are arbitrary functions of integration, which are found from the boundary conditions in forces.

4. Results of the Research

1. Firstly, the results of geometrical investigations of ruled surfaces of zero Gaussian curvature both with the edge of regression and with the point in the vertex in the top, formed on elliptical base, are grouped. The need to form a group of ruled surfaces of conical type on elliptical base has arisen. Elliptical cones, torsos with two director ellipses lying in parallel planes, equal slope surfaces with director ellipse, ruled surfaces with a main frame from ellipse and two broken straight lines, and cylindroid with the same main frame were included in this group.

2. An example of construction of developments of the examined developable surfaces is presented and a method of substitution of torsos by folds with construction of their developments is offered.

3. The second part of the paper was devoted to a review of methods of stress analysis of thin shells of conical type on elliptical base. It was established that strength and stability analysis of these shells was performed with the help of Lira 9.4, SCAD Office, and SHELLVRM software, using displacement-based FEM and finite difference energy method. The analysis was carried out for the dead and linear loads.

4. The majority of specific examples of determining normal and tangent forces emerging in the examined ruled shells is solved using the approximate momentless theory of analysis. It was established that under fulfilment of the conditions of the momentless shell theory it gives acceptable results. These results may be used, for example, for setting shell thickness or for detection of the most dangerous sections with maximum internal force resultants. The search of the most optimal shapes of shells, where the moment components are hardly noticeable, is still in progress [44].

5. For the first time, analytical formulae (23)–(26) for the determination of tangent forces in a momentless conical shell on the base in the form of any superellipse were derived.

5. Conclusion

Ruled surfaces of zero Gaussian curvature with an edge of regression and shells with ruled middle surfaces were selected for the investigation. In some examined ruled surfaces, an edge of regression degenerates into a point. This choice was fueled by the wish of designers, civil engineers, and mechanical engineers to create the most simple products, structures, and buildings in terms of manufacturing.

1. Thin-walled structures and products offered for implementation, judging by given references, have most demand in shipbuilding, aircraft building, and in applied physics.

2. By using superellipses of general type instead of ellipses of the second order as the bases of surfaces of conical type, it is possible to considerably widen the number of ruled surfaces offered for research.

References

1. Krivoshapko S.N. Analytical ruled surfaces and their complete classification. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(2):131–138. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-2-131-138>.
2. Mamieva I.A., Razin A.D. Landmark spatial structures in the form of conic surfaces. *Promyshlennoe i Grazhdanskoe Stroitelstvo [Industrial and Civil Engineering]*. 2017;10:5–11. (In Russ.) EDN: ZSMVFN
3. Zhou J., Chen J-S. Properties of circular cone and spectral factorization associated with circular cone. *Journal of Nonlinear and Convex Analysis*. October 2013;14(4):807–816.
4. Kaifas T.N., Siakavara K., Vafiadis E., Samaras T., Sahalos J.N. On the design of conformal slot arrays on a perfectly conducting elliptic cone. *Electrical Engineering*. 2006;89(2):95–105. <https://doi.org/10.1007/s00202-005-0329-8>
5. Zhao X.P. Inversion solutions of the elliptic cone model for disk frontside full halo coronal mass ejections. *Journal of Geophysical Research. Space Physics*. 2008;113(A2). <https://doi.org/10.1029/2007JA012582>
6. Zhou F.-X. A constant slope surface and its application. *2022 3rd International Conference on Geology, Mapping and Remote Sensing (ICGMRS)*, Zhoushan, China, 2022:78–81. <https://doi.org/10.1109/ICGMRS55602.2022.9849334>
7. Hu J.-g., Chen Y.-p. Mathematical model of the identical slope surfaces. *Wuhan University Journal of Natural Sciences*. 2002;7:54–58. <https://doi.org/10.1007/BF02830014>
8. Malecek K., Szarka J., Szarková D. Surfaces with constant slope and their generalization. *Journal Biuletyn of Polish Society for Geometry and Engineering Graphics*. 2009;19:67–77.
9. Vostrikov V.N. *Forming surfaces of flying apparatus. System of Automatic Design T-FLEX*. Ulyanovsk: UIGTU Publ.; 2022. (In Russ.)
10. Polikarpov Yu.V., Nugumanov E.R. Modelling aerodynamic surfaces of flying apparatus for aviation and aviamodelling with the help of system KOMPAS. *Molodoy Uchonyy [Young Scientist]*. 2021;29(371):24–33. URL: <https://moluch.ru/archive/371/83273/> (25.11.2023)
11. Taş F., Ilarslan K. A new approach to design the ruled surface. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*. April 2019;16(2). <https://doi.org/10.1142/S0219887819500932>
12. Al-Ghefari R.A., Abdel-Baky R.A. An Approach for Designing a Developable Surface with a Common Geodesic Curve. *International Journal of Contemporary Mathematical Sciences*. 2013;8(18):875–891. <http://doi.org/10.12988/ijcms.2013.39101>
13. Boroch H. The momentless theory of one-sheet hyperboloidal shells. *Applicationes Mathematicae*. 1960;5:195–212. <https://doi.org/10.4064/am-5-2-195-212>
14. Jawad M.H. *Design of Plate & Shell Structures*. NY.: ASME PRESS; 2004. ISBN 0–7918–0199–3
15. Ivanov V.N., Alyoshina O.O. Comparative analysis of the stress-strain state's parameters of equal slope shell with the director ellipse using three calculation methods. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2020;3:37–46. (In Russ.) <https://doi.org/10.37538/0039-2383.2020.3.37.46>
16. Kantor B.Ya., Mellerovich G.M., Naumenko V.V. Investigation of stress state of shells of elliptic cone. *Dinamika i Prochnost Mashin [Dynamics and Strength of Mashines]*. 1982;31:19–34. (In Russ.)

17. Kuramin V.P. The distribution of pressure of free-flowing bulk material along the depth of conic hopper of special form. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1980;3:48–52. (In Russ.)
18. Hu Jian-guo, Chen yue-ping. Mathematical model of the identical slope surface. *Wuhan University Journal of Natural Sciences*. March 2002;7(1):54–58. <https://doi.org/10.1007/BF02830014>
19. Pustiulha S., Khomych A., Tsiz' I., Kirchuk R. Discrete modelling of surfaces of equal slopes by means of numerical sequences. *INMATEH*. 2016;50(3):83–88.
20. Petrovic M., Lazarević D., Trifunović A., Malesevic B. Proposal of new constant slope surfaces for the purposes of designing traffic infrastructure elements. *Proceedings of 9th International Conference moNGeometrija*, June 2023, At: Novi Sad, Serbia. 2023. P. 195–204.
21. Vanuz A., Yayli Y. Ruled surfaces with constant slope ruling according to Darboux frame in Minkowski space. *International Journal of Analysis and Applications*. 2020;18(6):900–919. <https://doi.org/10.28924/2291-8639-18-2020-900>
22. Krivoshapko S.N. Tangential developable and hydrodynamic surfaces for early stage of ship shape design. *Ships and Offshore Structures*. 2023;18(5):660–668. <https://doi.org/10.1080/17445302.2022.2062165>
23. Krivoshapko S.N., Krutov A.V. Cuspidal edges, lines of division and self-intersection of some technological surfaces of slope. *RUDN Journal of Engineering Researches*. 2001;(1):98–104. (In Russ.) EDN: IIXKTV
24. Krutov A.V. Strictional lines of any slope surfaces when plastic deformation. In: *Informzionnie Tehnologii i Sistemy [Informational Technologies and Systems]*. Iss. 4. Voronezh: Mezhdun Akademiya Informatizatzii; 2001. p. 167–171.
25. Monge G. *Application of Analysis for Geometry*. Moscow; Lenindrad: ONTI Publ.; 1936.
26. Krivoshapko S.N., Timoshin M.A. Static calculation of an elliptical shell of the same slope, two conical shells with a guiding ellipse and a torso with two ellipses lying in parallel planes for general stability. In: *Proceedings of the International Scientific and Practical Conference "Engineering Systems – 2012"*. Moscow: RUDN Publ.; 2012. P. 40–46. (In Russ.) EDN: TYKBOV
27. Mamieva I.A. Ruled algebraic surfaces with a main frame from three superellipses. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(4):387–396. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-387-395>
28. Gil-oulbé M., Qbaily J. Geometric modeling and linear static analysis of thin shells in the form of cylindroids. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018;14(6):502–508. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-6-502-508>
29. Yang J.-x., Liu J.-q., Wang C.-y., Liu J. Design and development of developable surface based on engineering requirement. *3rd International Congress on Image and Signal Processing*, Yantai, China, 2010:1231–1234. <https://doi.org/10.1109/CISP.2010.5647252>
30. Lee J.H., Kim H., Kim H.S., Jung J.M. Method for Designing Development Drawing of Developable Surface. *US Patent Application 20050143964*. Publication Date: 06/30/2005. Application Number: 10/867783
31. Bajoriya G.Ch. On one method of construction of development of torse surface. *Sudostroenie [Shipbuilding]*. 1984;9:37–38.
32. Strashnov S.V., Mabhena S.M., Alborova L.A. Folded surfaces in architecture. *Building and Reconstruction*. 2022;2(100):75–84. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2022-100-2-75-84>
33. Krivoshapko S.N., Shtykov A.G., Shabanov V.P. A substitute of torse shells by flat elements. *Voenno-Stroitelnyy Bulletin [Military Construction Bulletin]*. 1982;2:16–18. (In Russ.)
34. Ershov M.E., Tupikova E.M. Construction of development of torse surface with parabolas on the edges. *Pross.: Ingenerniye Issledovaniya. Trudy Nauchno-Pract. Konferenzzii s Mezhdunarodnym Uchastiem*. M.Yu. Malkova (ed.) 2020: 34–41.
35. Krivoshapko S.N. About parabolic bending of a flat metal sheet into a torso structure. *Tekhnologiya Mashinostroeniya [Mechanical engineering technology]*. 2020;11(221):14–24.
36. Hollister S.M. Plate development and expansion. 2002. <http://www.pilot3Dcom//Plate%20Development.htm>
37. Krivoshapko S.N. A system of governing equations in curvature lines for static analysis of a torse shell of equal slope with a directrix ellipse. *Proceedings of the All-Russian Scientific and Practical Conference "Engineering Systems – 2008"*. Moscow, April 7–11. 2008. Moscow: RUDN Publ.; 2008. P. 202–209. (In Russ.)
38. Timoshin M.A. Numerical methods of statical analysis for strength and stability of three shells of zero Gaussian curvature with a directrix ellipse. *Proceedings of the All-Russian scientific and practical conference "Engineering Systems – 2008"*. Moscow, April 7–11. 2008. Moscow: RUDN Publ.; 2008:209–212. (In Russ.)
39. Aleshina O.O. Studies of geometry and calculation of torso shells of an equal slope. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2019;3:63–70. (In Russ.) EDN: MGZGMR
40. Aleshina O.O., Ivanov V.N., Grinko E.A. Investigation of the equal slope shell stress state by analytical and two numerical methods. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2020;6:2–13. (In Russ.) <https://doi.org/10.37538/0039-2383.2020.6.2.13>
41. Krivoshapko S.N. *Geometry of Ruled Surfaces with Edge of Regression and Linear Theory of Calculation of Developable Shells*. Moscow; RUDN Publ.; 2009. (In Russ.)
42. Bajoriya G.Ch. The application of the system of Goldenveiser's equations for analysis of momentless torse shells. *Issledovaniya po Raschetu Elementov Prostranstvennih Sistem [Investigation on Analysis of Fragments of Space Systems]*. Moscow: Izd-vo UDN; 1987. p. 65–72. (In Russ.)

43. Goldenveizer A.L. *Theory of Elastic Thin Shells*. New York; Pergamon Press Publ.; 1961. (In Russ.)
44. Tyurikov E.V. On the construction of mathematical models of the membrane theory of convex shells. *Advanced Engineering Research* (Rostov-on-Don). 2023;23(1):17–25. (In Russ.) <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-17-25>

Список литературы

1. Кривошапко С.Н. Аналитические линейчатые поверхности и их полная классификация // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 2. С. 131–138. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-2-131-138>
2. Мамиева И.А., Разин А.Д. Знаковые пространственные сооружения в форме конических поверхностей // Промышленное и гражданское строительство. 2017. № 10. С. 5–11. EDN: ZSMVFN
3. Zhou J., Chen J-S. Properties of circular cone and spectral factorization associated with circular cone // *Journal of Nonlinear and Convex Analysis*. October. 2013. Vol. 14. No. 4. P. 807–816.
4. Kaifas T., Siakavara K., Vafiadis E., Samaras T., Sahalos J.N. On the design of conformal slot arrays on a perfectly conducting elliptic cone // *Electrical Engineering*. 2006. Vol. 89(2). P. 95–105. <https://doi.org/10.1007/s00202-005-0329-8>
5. Zhao X.P. Inversion solutions of the elliptic cone model for disk frontside full halo coronal mass ejections // *Journal of Geophysical Research. Space Physics*. 08 February 2008. Vol. 113. Iss. A2. <https://doi.org/10.1029/2007JA012582>
6. Zhou F.-X. A constant slope surface and its application // 2022 3rd International Conference on Geology, Mapping and Remote Sensing (ICGMRS), Zhoushan, China, 2022. P. 78–81. <https://doi.org/10.1109/ICGMRS55602.2022.9849334>
7. Hu J.-g., Chen Y.-p. Mathematical model of the identical slope surfaces // *Wuhan University Journal of Natural Sciences*. 2002. Vol. 7. P. 54–58. <https://doi.org/10.1007/BF02830014>
8. Malecek K, Szarka J., Szarková D. Surfaces with constant slope and their generalization // *Journal Biuletyn of Polish Society for Geometry and Engineering Graphics*. 2009. Vol. 19. P. 67–77.
9. Востриков В.Н. Формирование поверхностей летательных аппаратов. Система автоматизированного проектирования T-FLEX. Ульяновск: УлГТУ, 2022. 58 с.
10. Поликарпов Ю.В., Нугуманов Э.Р. Моделирование аэродинамических поверхностей летательных аппаратов для малой авиации и авиамоделирования с помощью системы КОМПАС // *Молодой ученый*. 2021. № 29 (371). С. 24–33. URL: <https://moluch.ru/archive/371/83273/> (дата обращения: 25.11.2023).
11. Taş F., Ilarslan K. A new approach to design the ruled surface // *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*. April 2019. Vol. 16. No. 6. <https://doi.org/10.1142/S0219887819500932>
12. Al-Ghefari R.A., Abdel-Baky R.A. An Approach for Designing a Developable Surface with a Common Geodesic Curve // *International Journal of Contemporary Mathematical Sciences*. 2013. Vol. 8. No. 18. P. 875–891. <http://doi.org/10.12988/ijcms.2013.39101>
13. Boroch H. The momentless theory of one-sheet hyperboloidal shells // *Applicationes Mathematicae*. 1960. Vol. 5. P. 195–212. <https://doi.org/10.4064/am-5-2-195-212>
14. Jawad M.H. *Design of Plate & Shell Structures*. NY.: ASME PRESS; 2004. 476 p. ISBN 0–7918–0199–3
15. Иванов В.Н., Алёшина О.О. Сравнительный анализ параметров напряженно-деформированного состояния торса с направляющим эллипсом с помощью трех методов расчета // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2020. № 3(296). С. 37–46. <https://doi.org/10.37538/0039-2383.2020.3.37.46>
16. Кантор Б.Я., Меллерович Г.М., Науменко В.В. Исследование напряженного состояния оболочек типа эллиптического конуса // *Динамика и прочность машин*. 1982. Вып. 31. С. 19–34.
17. Курамин В.П. Распределение давления сыпучих материалов по глубине конических бункеров специальной формы // *Строительная механика и расчет сооружений*. 1980. № 3. С. 48–52.
18. Hu J.-g., Chen Y.-p. Mathematical model of the identical slope surface // *Wuhan University Journal of Natural Sciences*. 2002. Vol. 7(1). P. 54–58. <https://doi.org/10.1007/BF02830014>
19. Pustiulha S., Khomych A., Tsiz' I., Kirchuk R. Discrete modelling of surfaces of equal slopes by means of numerical sequences // *INMATEH*. 2016. Vol. 50. No. 3. P. 83–88.
20. Petrovic M., Lazarević D., Trifunović A., Malešević B. Proposal of new constant slope surfaces for the purposes of designing traffic infrastructure elements // *Proceedings of 9th International Conference moNGeometrija*, June 2023, At: Novi Sad, Serbia. 2023. P. 195–204.
21. Vanuz A., Yayli Y. Ruled surfaces with constant slope ruling according to Darboux frame in Minkowski space // *International Journal of Analysis and Applications*. 2020. Vol. 18. No. 6. P. 900–919. <https://doi.org/10.28924/2291-8639-18-2020-900>
22. Krivoshapko S.N. Tangential developable and hydrodynamic surfaces for early stage of ship shape design // *Ships and Offshore Structures*. 2023. Vol. 18. No. 5. P. 660–668. <https://doi.org/10.1080/17445302.2022.2062165>
23. Кривошапко С.Н., Крутов А.В. Ребра возврата, линии раздела и самопересечения некоторых технологических поверхностей откоса // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования*. 2001. № 1. С. 98–104. EDN: ПХКТV

24. Крутов А.В. Стрикционные линии некоторых поверхностей откоса в связи с пластическим деформированием // Информационные технологии и системы. Вып. 4. Воронеж: Межд. Академия информатизации. 2001. С. 167–171.
25. Монж Г. Приложение анализа к геометрии. М.; Л.: ОНТИ, 1936. 699 с.
26. Кривошапко С.Н., Тимошин М.А. Статический расчет эллиптической оболочки одинакового ската, двух конических оболочек с направляющим эллипсом и торса с двумя эллипсами, лежащими в параллельных плоскостях на общую устойчивость // Труды Межд. научно-практической конференции «Инженерные системы — 2012». М.: Изд-во РУДН, 2012. С. 40–46. EDN: ТУКВОВ
27. Мамиева И.А. Линейчатые алгебраические поверхности с главным каркасом из трех суперэллипсов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 4. С. 387–395. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-387-395>
28. Gil-oulbé M., Qbaily J. Geometric modeling and linear static analysis of thin shells in the form of cylindroids // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 6. С. 502–508. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-6-502-508>
29. Yang J.-x., Liu J.-q., Wang C.-y., Liu J. Design and development of developable surface based on engineering requirement // 3rd International Congress on Image and Signal Processing, Yantai, China, 2010. P. 1231–1234. <https://doi.org/10.1109/CISP.2010.5647252>
30. Lee J.H., Kim H., Kim H.S., Jung J.M. Method for Designing Development Drawing of Developable Surface. US Patent Application 20050143964. Publication Date: 06/30/2005. Application Number: 10/867783.
31. Баджория Г.Ч. Об одном методе построения развертки торсовой поверхности // Судостроение. 1984. № 9. С. 37–38.
32. Strashnov S.V., Mabhena S.M., Alborova L.A. Folded surfaces in architecture // Building and Reconstruction. 2022. № 2 (100). P. 75–84. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2022-100-2-75-84>
33. Кривошапко С.Н., Штыков А.Г., Шабанов В.П. Замена торсовых оболочек плоскими элементами // Военно-строительный бюллетень. 1982. № 2. С. 16–18.
34. Ершов М.Е., Тупикова Е.М. Построение развертки торсовой поверхности с параболой на торцах // Инженерные исследования: труды научно-практической конференции с международным участием / под редакцией М.Ю. Мальковой. 2020. С. 34–41.
35. Кривошапко С.Н. О параболическом изгибании плоского металлического листа в торсовую конструкцию // Технология машиностроения. 2020. № 11(221). С. 14–24.
36. Hollister S.M. Plate development and expansion. 2002. <http://www.pilot3D.com/Plate%20Development.htm>
37. Кривошапко С.Н. Система расчетных уравнений в линиях кривизны для статического расчета торсовой оболочки одинакового ската с направляющим эллипсом // Труды Всероссийской научно-практической конференции «Инженерные системы — 2008». Москва, 7–11 апреля 2008 г. М.: Изд-во РУДН, 2008. С. 202–209.
38. Тимошин М.А. Численные результаты статического расчета на прочность и устойчивость трех оболочек нулевой гауссовой кривизны с направляющим эллипсом // Труды Всероссийской научно-практической конференции «Инженерные системы — 2008». М.: РУДН, 2008. С. 209–212.
39. Алёшина О.О. Исследования по геометрии и расчету торсовых оболочек одинакового ската // Строительная механика и расчет сооружений. 2019. № 3. С. 63–70. EDN: MGZGMR
40. Алёшина О.О., Иванов В.Н., Гринько Е.А. Исследование напряженного состояния торсовой оболочки одинакового ската аналитическим и численными методами // Строительная механика и расчет сооружений. 2020. № 6 (293). С. 2–13. <https://doi.org/10.37538/0039-2383.2020.6.2.13>
41. Кривошапко С.Н. Геометрия линейчатых поверхностей с ребром возврата и линейная теория расчета торсовых оболочек: монография. М.: Изд-во РУДН, 2009. 357 с.
42. Баджория Г.Ч. Применение системы уравнений А.Л. Гольденвейзера для расчета торсовых оболочек по безмоментной теории // Исследования по расчету элементов пространственных систем. М.: Изд-во УДН, 1987. С. 65–72.
43. Гольденвейзер А.Л. Теория упругих тонких оболочек. М.: ГТТИ, 1953. 544 с.
44. Тюриков Е.В. К вопросу о построении математических моделей мембранной теории выпуклых оболочек // Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don). 2023. Т. 23. № 117–25. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-17-25>

СЕЙСМОСТОЙКОСТЬ СООРУЖЕНИЙ SEISMIC RESISTENCE

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-1-57-72
УДК 699.841
EDN: YAWTGR

Научная статья / Research article

Оценка сейсмостойкости многоэтажного жилого здания с фрикционно-маятниковыми опорами на примере Индонезии

З.К. Абаев¹ , Ф. Султан² 

¹ Владикавказский научный центр Российской академии наук, Владикавказ, Россия

² Министерство общественных работ и жилищного строительства, Джакарта, Индонезия

✉ abaich@yandex.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 1 октября 2023 г.
Доработана: 27 декабря 2023 г.
Принята к публикации: 13 января 2024 г.

Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов

Нераздельное соавторство.

Аннотация. Рассмотрена методика оценки сейсмостойкости жилого здания в Индонезии с применением сейсмоизоляции. В качестве объекта исследования выбрано 8-этажное жилое железобетонное здание рамно-связевой конструктивной схемы. Для анализа отклика сооружения использовались нелинейные методы расчета на сейсмическое воздействие: нелинейный статический (*Pushover*) и нелинейный динамический анализ во временной области (*Nonlinear Time History Analysis, NLTHA*). Расчет производится в свободно распространяемой программе *STERA 3D*. Динамический расчет осуществлялся на семь пар горизонтальных компонент акселерограмм, выбранных в соответствии с параметрами возможных землетрясений для рассматриваемой площадки строительства (г. Бандунг). Выбранные записи землетрясений изменялись с помощью процедуры спектрального соответствия (*spectral matching*) нормативному спектру ускорений. В качестве сейсмоизолирующих опор были использованы фрикционно-маятниковые опоры, разработанные японской корпорацией *Nippon Steel*. Результаты нелинейного временного анализа (*NLTHA*) показывают, что поверхностные землетрясения (*shallow*) приводят к большим разрушениям по сравнению с мегаземлетрясениями (*megathrust*), причем в обоих сценариях обеспечивается уровень безопасности жизнедеятельности (*Life Safety*). Применение сейсмоизоляции позволяет снизить сейсмические нагрузки, о чем свидетельствует уменьшение ускорений на верхнем уровне и сдвигающих усилий в основании здания.

Ключевые слова: сейсмоизоляция, нелинейный динамический анализ, определение уровней работоспособности

Абаев Заурбек Камболатович, кандидат технических наук, доцент, научный сотрудник, Владикавказский научный центр Российской академии наук, Владикавказ, Россия; ORCID: 0000-0002-6932-2740; E-mail: zaurbek_a@yahoo.com

Султан Фаиз, инженер группы внедрения строительных материалов и конструкций, Министерство общественных работ и жилищного строительства, Министерство общественных работ и жилищного строительства, Джакарта, Индонезия; ORCID: 0000-0002-7792-0337; E-mail: faiz.sulthan@pu.go.id

© Абаев З.К., Султан Ф., 2024



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Благодарности

Авторы выражают признательность Японско-Российскому центру молодежных обменов за их поддержку в рамках программы стипендий (*JREX*), которая предоставила ценные возможности для сотрудничества и обмена знаниями. Авторы выражают признательность Японскому агентству международного сотрудничества (*JICA*) и Международному институту сейсмологии и сейсмостойкого строительства *IISEE* (город Цукуба, Япония) за их неизменную приверженность развитию международного сотрудничества и созданию благоприятной среды для академических и исследовательских начинаний. Их поддержка сыграла ключевую роль в успехе этого проекта.

Для цитирования

Абаев З.К., Султан Ф. Оценка сейсмостойкости многоэтажного жилого здания с фрикционно-маятниковыми опорами на примере Индонезии // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2024. Т. 20. № 1. С. 57–72. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-1-57-72>

Seismic Performance Evaluation of Multi-Storey Residential Building with Friction Pendulum Bearings: Indonesia case study

Zaurbek K. Abaev¹ , Faiz Sulthan² 

¹ Vladikavkaz Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences, *Vladikavkaz, Russia*

² Ministry of Public Works and Housing, *Jakarta, Indonesia*

✉ abaich@yandex.ru

Article history

Received: October 1, 2023

Revised: December 27, 2023

Accepted: September 13, 2024

Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors' contribution

Undivided co-authorship.

Abstract. The methodology for seismic performance evaluation of a residential building in Indonesia with the use of seismic isolation is considered. An 8-storey reinforced concrete frame residential building with shear wall structural system was selected as a case study. Nonlinear methods of seismic response analysis were used to calculate the response of the structure: nonlinear static (Pushover) and Nonlinear-Time History Analysis, NLTHA. The analysis is performed in STERA 3D freeware. The nonlinear time history analysis was performed for seven pairs of horizontal components of earthquake ground motions, selected according to the parameters of possible earthquakes for the considered site (Bandung city). The selected earthquake records were modified using the spectral matching procedure for design spectrum. Friction-pendulum bearings developed by Nippon Steel Corporation of Japan were used as seismic isolation. The results of nonlinear time history analysis show that shallow earthquakes result in greater damage compared to megathrust earthquakes, with both scenarios providing a life safety (LS) performance level. The use of seismic isolation can reduce seismic loads, as evidenced by the reduction in top-level accelerations and shear forces at the base.

Keywords: seismic isolation, nonlinear dynamic analysis, determination of performance levels

Acknowledgements

The authors express their gratitude to the Japanese-Russian Youth Exchange Center for their support within the framework of the fellowship program (*JREX*), which provided valuable opportunities for cooperation and knowledge exchange. The authors express their gratitude to the Japan International Cooperation Agency (*JICA*) and the International Institute of Seismology and Earthquake Engineering, *IISEE* (Tsukuba, Japan) for their continued commitment to the development of international cooperation and the creation of a favorable environment for academic and research endeavors. Their support played a key role in the success of this project.

For citation

Abaev Z.K., Sulthan F. Seismic performance evaluation of multi-storey residential building with friction pendulum bearings: Indonesia case study. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(1):57–72. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-1-57-72>

Zaurbek K. Abaev, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Researcher, Vladikavkaz Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences. ORCID: 0000-0002-6932-2740; E-mail: zaurbek_a@yahoo.com

Faiz Sulthan, M. Eng, Engineer, Implementation Unit for Building Materials and Structures, Directorate General of Human Settlements, Ministry of Public Works and Housing, Jakarta, Indonesia; ORCID: 0000-0002-7792-0337; E-mail: faiz.sulthan@pu.go.id

1. Введение

Сейсмическая уязвимость многоэтажных жилых зданий требует постоянного совершенствования конструктивных решений и стратегий снижения рисков [1]. Данная работа посвящена оценке сейсмостойкости многоэтажных жилых зданий, оборудованных системами сейсмоизоляции, и подчеркивает ее актуальность и потенциальный вклад в отечественное сейсмостойкое строительство. Несмотря на то, что территория России охватывает различные сейсмические зоны, в исследовании для обогащения российской практики сейсмостойкого проектирования рассмотрены методики и подходы, применяемые в индонезийской практике [2]. В дополнение к практическим выводам, полученным в ходе исследования, необходимо отметить продолжающиеся исследования в области сейсмоизоляции, что еще больше увеличивает потенциальное влияние на отечественную практику сейсмостойкого строительства [3; 4].

Современные исследования в области сейсмоизоляции посвящены изучению инновационных материалов, передовых аналитических методов и систем динамического управления, направленных на повышение эффективности и адаптивности систем сейсмоизоляции [5]. За последние несколько десятилетий было проведено множество экспериментальных и теоретических исследований по оценке влияния сейсмоизоляции на устойчивость конструкций к землетрясениям. Результаты этих исследований показывают, что сейсмоизоляция приводит к уменьшению сейсмических сил в основании, общей деформации сооружения, числа пластических шарниров и смещений этажей при одновременном увеличении периода колебаний конструкций [6–10].

Учет результатов этих исследований может оказать существенное влияние на развитие практики сейсмостойкого проектирования в России. Динамичный характер исследований в области сейсмостойкого строительства, обусловленный появлением новых технологий и междисциплинарным сотрудничеством, обеспечивает постоянную эволюцию методов расчета и проектирования зданий на сейсмические воздействия [11]. Данное исследование в сочетании с более широким спектром проводимых исследований призвано внести вклад в динамичную дискуссию о сейсмостойкости многоэтажных домов [5; 12], способствуя формированию комплексного понимания, не только применимого к условиям Индонезии, но и переносимого в сейсмоопасные регионы России.

Целями настоящего исследования являлись:

- исследование методов и подходов к проектированию зданий с применением сейсмоизоляции;
- оценка сейсмостойкости многоэтажного сейсмоизолированного жилого здания (на примере Индонезии).

2. Методы и материалы

Параметры объекта исследования (рис. 1) представлены в табл. 1.

Таблица 1 / Table 1

Параметры объекта исследования / Parameters of target building

Параметр / Parameter	Значение / Value
Место положения / Location	Бандунг, Индонезия / Bandung, Indonesia
Назначение / Occupancy	Жилое / Residential
Конструктивная схема / Structural system	Рамно-связевой каркас с диафрагмами жесткости / RC Frame — Shear wall
Количество этажей / Number of stories	8
Категория площадки / Site class*	SD
Полная высота, м / Total height, m	27.4
Категория риска / Risk category*	II (апартаменты) / II (apartment)
Коэффициент ответственности / Seismic importance factor*	1.0
Сейсмические нормы / Building codes	SNI 1726:2019
Размеры в плане, м / Plan dimensions, m	60 × 14.8
Год постройки / Construction year	2021
Прочность бетона, МПа / Concrete Strength, MPa	30 — для балок и плиты, 35 — для колонн и стен / 30 — for Beam and slab, 35 — for Column and Shear wall
Предел текучести арматуры, МПа / Yield strength of rebar, MPa	420
Отношение предельной прочности арматуры к пределу текучести / Ultimate and yield ratio	1.25

*Примечание: в соответствии с нормами Индонезии SNI 1726:2019 /

* Note: in accordance with Indonesian Seismic code SNI 1726:2019



Рис. 1. Объект исследования (фасад, план)

Источник: выполнено авторами

Figure 1. Target building (elevation & plan)

Source: made by the authors

В здании применяется шесть типов ригелей ($h \times b$ мм): 600×400 , 600×350 ; 600×300 , 400×250 , 400×200 , 300×150 . Продольная арматура ригелей (мм): d22 (для $h = 600$), d19 (для $h = 400$), d16 (для $h = 300$). Поперечная арматура (мм): d10, шаг 100 — на приопорных участках; шаг 150 — в середине пролета.

Плита перекрытия толщиной 130 мм, арматура плиты d10, шаг 150 мм.

Колонны ($h \times b$ мм): 600×400 . Арматура: продольная — 18d22, поперечная — d13, шаг 150 мм.

Железобетонные диафрагмы жесткости толщиной 200 мм. Торцевые колонны диафрагм размерами 500×200 мм армируются продольными стержнями 16d22, тело стены армируется d10, шаг 150 мм; поперечная арматура d13, шаг 150 мм.

Определение нагрузок. Постоянные нагрузки на перекрытие (*Dead Load, DL*) — 10.25 кН/м^2 (собственный вес элементов).

Дополнительная постоянная нагрузка (*Super Imposed Dead Load, SIDL*) — 1.5 кН/м^2 (потолок, пол, инженерные коммуникации).

Временные нагрузки (*Live Load, LL*) — 2.0 кН/м^2 .

Полная нагрузка: $1.0 DL + 1.0 SIDL + 0.25 LL = 12.25 \text{ кН/м}^2$.

Нормативный спектр ускорений (Design Response Spectrum). Параметры нормативного спектра ускорений определяются для площадки строительства в соответствии с SNI 1726:2019. Требуемые параметры могут быть определены с помощью специального онлайн-сервиса [13]. Спектр ускорений для рассматриваемой площадки строительства представлен на рис. 2. Как видно из рисунка, построенный спектр находится между 8 и 9 баллами (MSK 8 и MSK 9 на графике) отечественной шкалы MSK-64 и имеет большую протяженность площадки максимальных ускорений для коротких периодов.

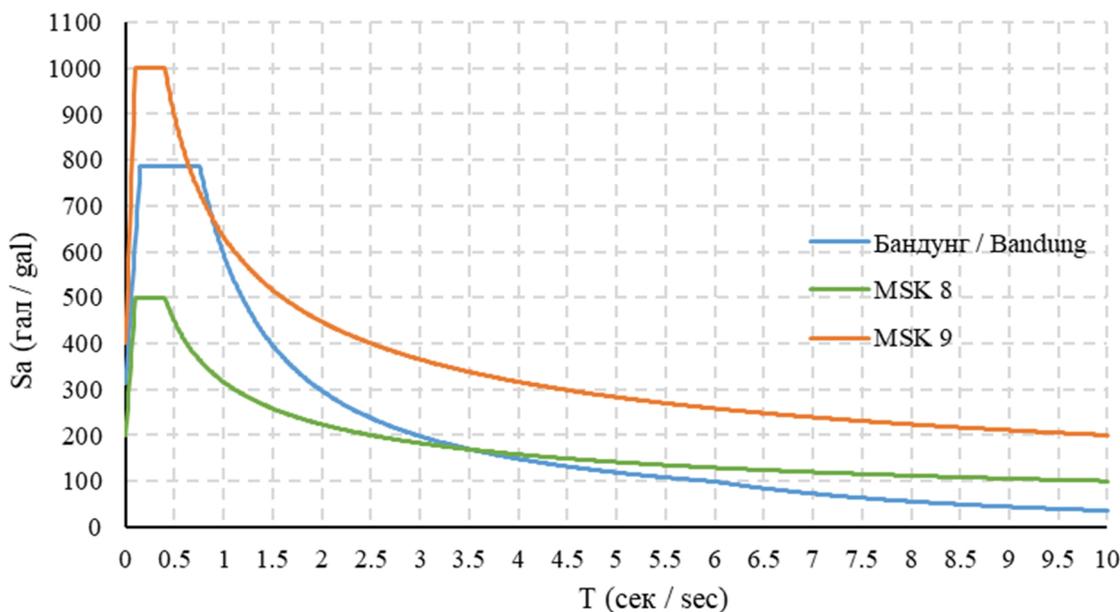


Рис. 2. Нормативный спектр ускорений для г. Бандунг
Источник: выполнено авторами

Figure 2. Design Response Spectrum for Bandung
Source: made by the authors

Нелинейный анализ отклика сооружения. Для анализа отклика сооружения используются нелинейные методы расчета на сейсмическое воздействие: нелинейный статический (*Pushover*) и нелинейный динамический во временной области (*Nonlinear-Time History Analysis, NLTHA*). Расчет производится в свободно распространяемой программе *STERA 3D*. Дистрибутив программы, а также детальное техническое руководство доступны пользователям всех стран на сайте программы. Автором настоящей работы был выполнен перевод руководства пользователя на русский язык, который также доступен на сайте программы [14].

Программа *STERA 3D* предназначена для выполнения нелинейных расчетов на динамические воздействия зданий и сооружений. В основе программы лежат модели, состоящие из линейных (упругих) элементов с нелинейными пружинами — концентрированная нелинейность. Жесткость нелинейных пружин характеризуется зависимостями сила-деформация для каждого элемента. Для описания нелинейного поведения пружин используются конститутивные модели, такие как билинейные или трилинейные модели. Более подробная информация о канонических уравнениях каждого элемента, принципах формирования матриц жесткости и работы программы читатель может найти в техническом руководстве программы [14].

Сейсмическое воздействие в *STERA 3D* задается тремя компонентами акселерограмм \ddot{X}_0 , \ddot{Y}_0 и \ddot{Z}_0 в направлениях X , Y и Z соответственно. Уравнение движения для системы элементов записывается как $[M]\{a\} + [C]\{v\} + [K]\{d\} = \{p\}$, где $[M]$, $[C]$ и $[K]$ — матрицы масс, демпфирования и жесткости. $\{d\}$, $\{v\}$, $\{a\}$ и $\{p\}$ — векторы перемещений, скорости, ускорений и внешних сил соответственно. Для интегрирования уравнения движения используется модифицированный Ньюмарк- β метод с инкрементальной

формулировкой, использующей пошаговую матрицу жесткости. В настоящем примере использовалось демпфирование, пропорциональное жесткости $[C] = a_1 [K]$, с коэффициентом демпфирования $h = 0.05$, коэффициент пропорциональности $a_1 = 2h/\omega_1$, где ω_1 — частота первой формы колебаний. В качестве модели гистерезиса в работе используется модель Такеды [15].

Для нелинейного динамического анализа использовалось семь пар горизонтальных компонент записей ускорений грунта, выбранных в соответствии с магнитудой, эпицентральной радиусом и механизмом возникновения рассматриваемой площадки строительства. Спектральное преобразование (*spectral matching*) выбранных записей ускорений грунта производится обратным преобразованием Фурье для нормативного спектра ускорений с использованием программы *STERA WAVE 1.0*. Расчет ведется в соответствии с сейсмическими нормами Индонезии SNI 1726:2019.

Выбор записей землетрясений. При проведении нелинейного динамического анализа должны быть использованы наборы записей ускорений грунта для проектного и максимального рассматриваемого землетрясения, состоящие минимум из семи пар горизонтальных компонент акселерограмм, выбранных и масштабированных исходя из параметров магнитуды, эпицентрального расстояния и механизма землетрясения, соответствующих рассматриваемой строительной площадке [14; 15]. В случае отсутствия требуемого набора записей ускорений грунта возможно использовать синтетические пары акселерограмм. При использовании нелинейного динамического анализа как основания для проектирования систем сейсмоизоляции расчетные перемещения и силы в элементах здания рассчитываются для среднего значения семи пар акселерограмм.

Для территории Индонезии необходимо рассматривать три механизма возникновения землетрясений (рис. 3)¹:

- 1) мегаземлетрясение (*Megathrust, M*);
- 2) бениоф (*Benioff, B*);
- 3) поверхностное (*Shallow Crustal, SC*) и поверхностное фоновое (*Shallow Background, SB*).

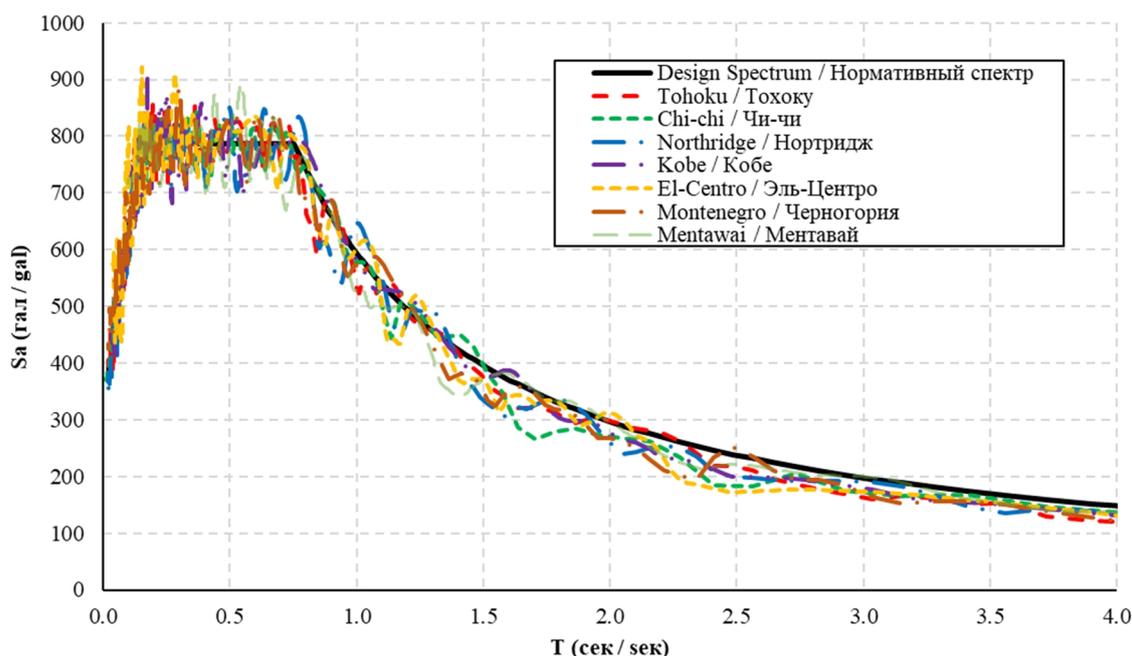


Рис. 3. Результаты процедуры спектрального соответствия для компонентов «E-W»

Источник: выполнено авторами

Figure 3. Spectral Matching of the E-W components

Source: made by the authors

¹ National Center for Earthquake Studies. Report. Indonesian deaggregation maps for design and evaluation of seismic resistance infrastructure. 2022. (In Indonesian).

Записи землетрясений были получены из открытых баз данных:

- Центр инженерных данных о сильных движениях, США (CESMD)².
- Тихоокеанский исследовательский центр сейсмостойкого строительства, США (PEER)³.
- Сети сейсмографов сильных движений *K-Net*, Япония⁴.

Очевидно, что для эффективного внедрения нелинейного динамического метода в отечественную практику необходима серьезная модернизация существующих нормативных документов, включая разработку рекомендаций и критериев по выбору записей землетрясений, аналогичных отмеченным выше.

Спектральное соответствие (spectral matching) записей землетрясений

Выбранные записи землетрясений изменялись с помощью процедуры спектрального соответствия (*spectral matching*). Процедура спектрального соответствия заключается в корректировке спектра ускорений в соответствии с заданным спектром отклика. Процесс включает в себя, прежде всего, масштабирование амплитудного спектра Фурье для согласования амплитуд и корректировку фазового спектра для временного согласования [20; 21]. Учет неопределенностей с помощью вероятностных методов позволяет получить надежные результаты. Валидация по эмпирическим данным и анализ чувствительности завершают процедуру, в результате которой получают скорректированные в соответствии с сейсмичностью площадки записи землетрясений.

Процесс сейсмического соответствия выбранных записей землетрясений выполнялся в программе *STERA WAVE 1.0*. Результаты спектрального соответствия представлены на рис. 3. Параметры записей землетрясений, включая ускорения поверхности грунта (PGA_{max}) до и после проведения процедуры спектрального соответствия, представлены в табл. 2.

Таблица 2 / Table 2

Параметры записей землетрясений / Ground motion parameters

№	Землетрясение / Earthquake	Направление / Direction	Механизм / Mechanism	Магнитуда / Magnitude	PGA_{max} , гал / gal	PGA'_{max} , гал / gal*	Время, сек / Duration, sec	Источник / Source	
1	Тохоку 2011 / Tohoku 2011	EW	M	9	293.5	305.7	300	K-Net	
		NS			372.2	364.0			
		UD			287.2	249.2			
2	Чи-Чи 1999 / Chi-Chi 1999	EW		7.62	9	17.3	357.4	60	CESMD
		NS				25.1	371.1		
		UD				9.8	554.3		
3	Ментавай 2007 / Mentawai 2007	EW		7.9	9	124.0	319.2	108	CESMD
		NS				114.0	303.3		
		UD				42.0	373.5		
4	Эль Центро 1940 / El Centro 1940	EW	SC	6.9	210.1	346.9	15	STERA 3D	
		NS			341.7	343.9			
		UD			206.3	511.0			
5	Нортридж 1994 / Northridge 1994	EW		6.53	6.53	172.0	327.0	40	PEER
		NS				245.0	289.8		
		UD				15.1	278.6		
6	Кобе 1995 / Kobe 1995	EW	SB	6.9	617.1	413.5	20	STERA 3D	
		NS			817.8	407.7			
		UD			332.2	615.3			
7	Черногория 1979 / Montenegro 1979	EW	B	7.35	175.5	395.2	30	PEER	
		NS			265.1	361.5			
		UD			47.19	318.2			

*Примечание: PGA'_{max} — максимальное ускорение поверхности грунта после процедуры спектрального соответствия /

*Note: PGA'_{max} — peak ground acceleration after spectral matching

² Center for Engineering Strong Motion Data USGS. URL: <https://www.strongmotioncenter.org>. (accessed: 19.11.2023).

³ Pacific Earthquake Engineering Research Center (PEER). URL: <https://ngawest2.berkeley.edu>. (accessed: 19.11.2023).

⁴ Strong-motion Seismograph Networks (K-NET, KiK-net). URL: <https://www.kyoshin.bosai.go.jp>. (accessed: 19.11.2023).

3. Результаты и обсуждение

Результаты модального анализа. Формы колебаний (рис. 4):

- первая: $T_1 = 0.997$ сек, коэффициент модальных масс $M_x = 0.792$, $M_y = 0.003$.
- вторая: $T_2 = 0.833$ сек, коэффициент модальных масс $M_x = 0.009$, $M_y = 0.025$.
- третья: $T_3 = 0.751$ сек, коэффициент модальных масс $M_x = 0.002$, $M_y = 0.769$.

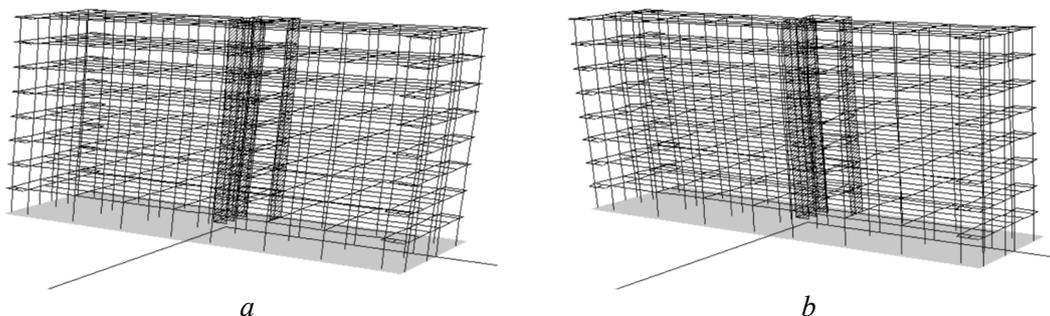


Рис. 4. Формы колебаний: *a* — первая, $T_1 = 0.997$ сек; *b* — третья, $T_3 = 0.751$ сек

Источник: выполнено авторами с использованием программы STERA 3D

Figure 4. Mode shapes: *a* — first, $T_1 = 0.997$ sec; *b* — third, $T_3 = 0.751$ sec

Source: made by authors using the STERA 3D program

Нелинейный статический (Pushover) анализ. На рис. 5 представлена деформированная схема и кривая несущей способности здания вдоль оси *X*. Элементы, выделенные желтым цветом, идентифицируют умеренные повреждения, а красные — критические. На рис. 6 представлены кривая несущей способности и нормативный спектр ускорений в преобразованных координатах спектрального ускорения (S_a) и спектрального перемещения (S_d).

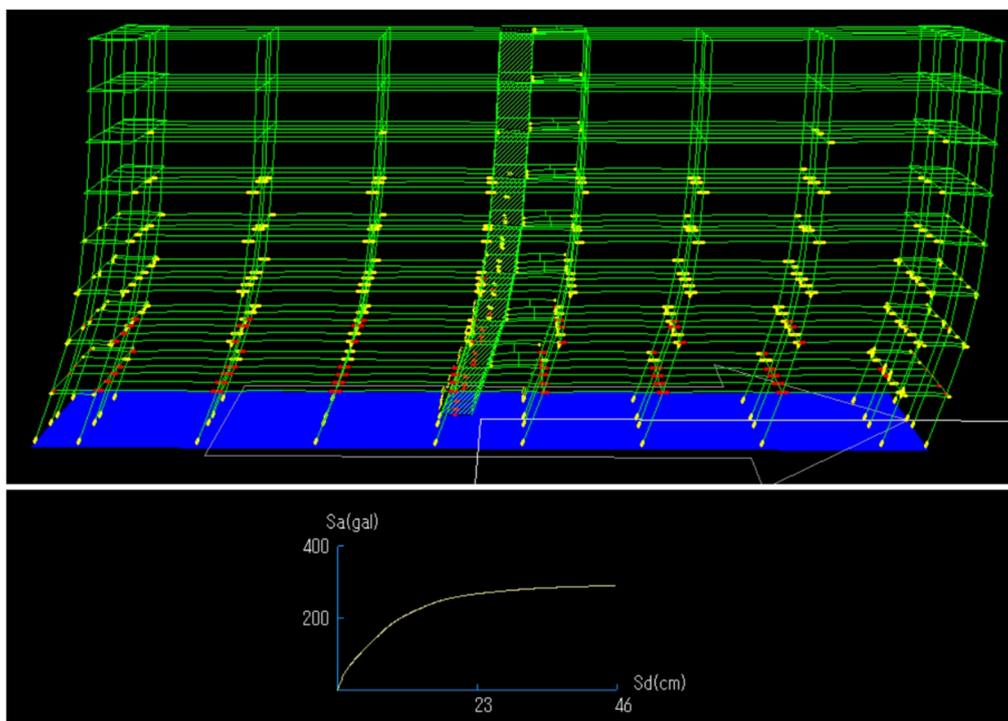


Рис. 5. Нелинейный статический (*Pushover*) анализ

Источник: выполнено авторами с использованием программы STERA 3D

Figure 5. Nonlinear static (*Pushover*) analysis

Source: made by the authors using the STERA 3D program

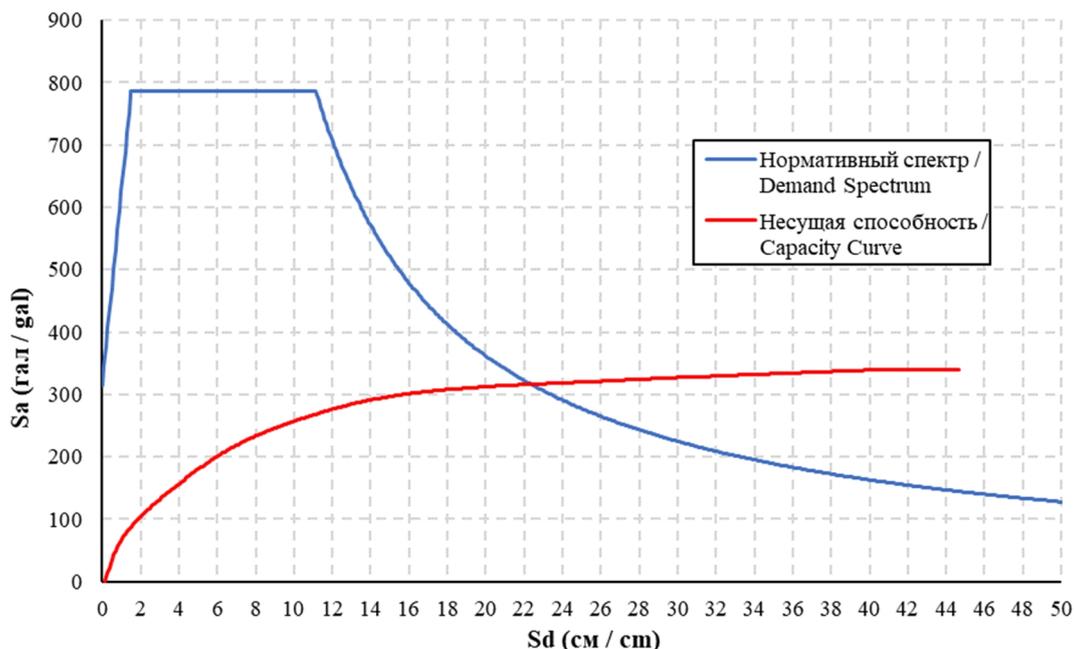


Рис. 6. Кривая несущей способности и нормативный спектр

Источник: выполнено авторами

Figure 6. Capacity Curve and Demand Spectrum

Source: made by the authors

Определение уровней работоспособности (Performance levels). В сейсмостойком строительстве уровни работоспособности (эффективности) зданий и сооружений имеют решающее значение для определения ожидаемого поведения конструкций при сейсмических воздействиях. Обычно в строительных нормах и правилах рассматриваются три интенсивности землетрясений (уровни сейсмической опасности) и четыре уровня работоспособности, включающие эксплуатационный (*operational*), непосредственного пребывания людей (*immediate occupancy, IO*), безопасности жизнедеятельности (*life safety, LS*) и предотвращения обрушения (*collapse prevention, CP*)⁵.

Относительный междуэтажный перекося (inter story drift ratio) является одним из важнейших параметров, тесно связанным с уровнем эксплуатационных характеристик. Исследования показали четкую корреляцию между междуэтажным перекосям и уровнем работоспособности, причем различные уровни междуэтажного перекося соответствуют определенным критериям работоспособности. В настоящем исследовании используются значения относительного междуэтажного перекося (рис. 7) и соответствующие им уровни работоспособности, рекомендованные американскими нормами «Руководство по испытанию железобетонных элементов конструкций при медленно действующих симулированных сейсмических воздействиях»⁶.

Необходимо отметить, что значения междуэтажных перекося тесно связаны с определением *индекса повреждаемости (damage index)* — важнейшего критерия, используемого для количественной оценки степени повреждения конструкции. Он обеспечивает единое определение повреждений, не зависящее от материала, из которого изготовлена конструкция [20; 21]. В настоящем исследовании используется индекс повреждаемости Парка — Энга (*Park — Ang*), предложенный в [22]. В основе индекса лежит комбинированная мера сейсмического ущерба, которая обеспечивает основу для оценки безопасности конструкций в постмэйншоковый период. Индекс оценивает ущерб как линейную комбинацию максимальной деформации и гистеретической энергии, что позволяет учитывать накопление и распределение повреждений в элементах. В настоящей работе применяются соотношения индекса повреждаемости, междуэтажного перекося и уровней работоспособности, предложенные в [23].

⁵ FEMA 356 Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings.

⁶ ACI 374.2R-13 Guide for Testing Reinforced Concrete Structural Elements under Slowly Applied Simulated Seismic Loads.

**Взаимосвязь между индексом повреждаемости Парка и Энга D_{PA} и уровнем работоспособности [22] /
Relation between Park and Ang damage index D_{PA} and performance levels [22]**

Индекс Парка и Энга / Park and Ang index D_{PA}	Предельный перекося / Drift limits	Степень повреждений / Damage state	Уровень работоспособности / Performance level
0.1–0.2	< 0.5%	Незначительные / Minor	Эксплуатационный / Operational
0.2–0.5	0.5–1.5 %	Умеренные / Moderate	Безопасность жизнедеятельности / Life safety
0.5–1.0	1.5% – 2.5%	Существенные / Severe	Предобрушение / Near collapse
> 1.0	> 2.5%	Обрушение / Collapse	Полное обрушение / Total collapse

На рис. 7 представлены относительные перекося этажей для неизолированного здания (жесткое основание). Максимальные перекося для всех записей землетрясений локализованы в уровне 2-го этажа и находятся в уровнях *IO* и *LS*. Соответствующие индексы повреждаемости для каждого этажа представлены на рис. 8 и также свидетельствуют об удовлетворительной сейсмостойкости объекта исследования.

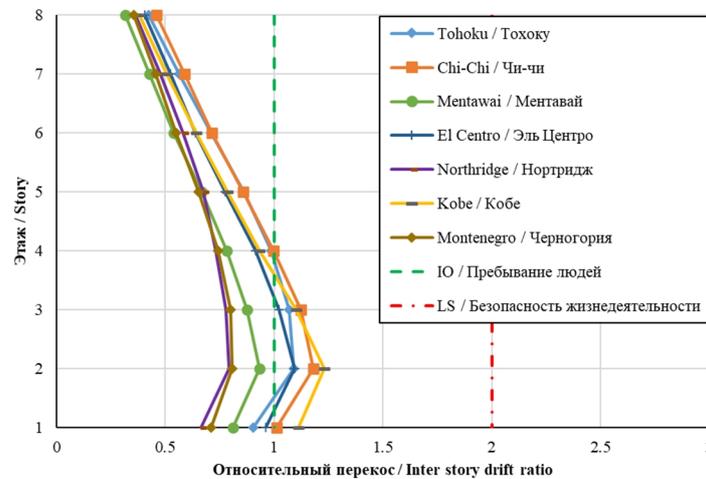


Рис. 7. Относительные междуэтажные перекося (жесткое основание) в направлении X

Источник: выполнено авторами

Figure 7. Inter-storey drift ratio (fixed base) in X direction

Source: made by authors

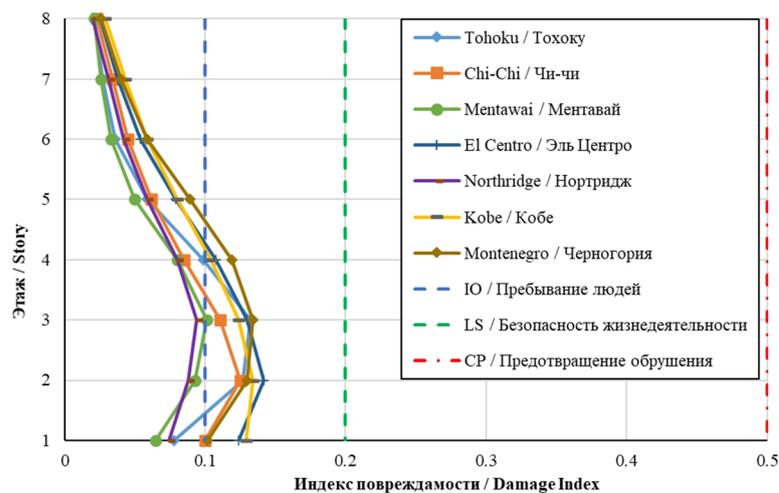


Рис. 8. Индекс повреждаемости этажей (жесткое основание)

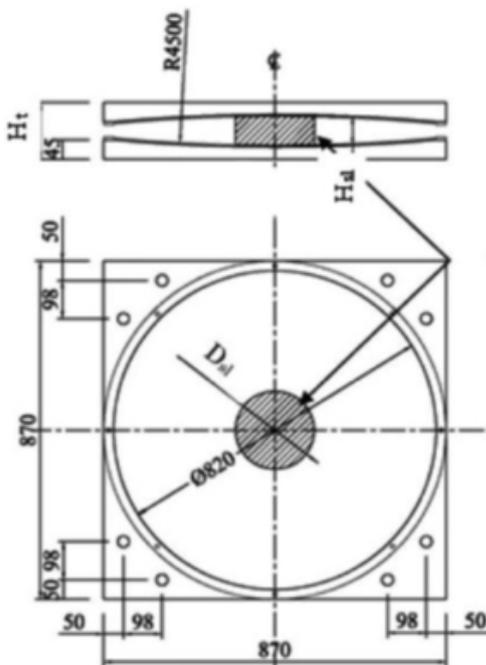
Источник: выполнено авторами

Figure 8. Story damage index (fixed base)

Source: made by authors

Описание принятых элементов сейсмоизоляции. В настоящем исследовании используются фрикционно-маятниковые опоры. Данные опоры показали свою высокую эффективность и активно применяются в качестве сейсмоизоляции во всем мире [26; 27]. Параметры опор представлены на рис. 9.

Как видно из рис. 10–11, применение сейсмоизоляции позволяет существенно снизить значения междуэтажных перекосов и индекс повреждаемости (для всех записей уровень работоспособности IO).



Параметры / Parameters

Эффективная жесткость, кН/м — 32722 /
Effective stiffness, kN/m — 32722

Коэффициент трения — 0,043 / Friction coefficient — 0.043

Радиус, мм — 4500 / Radius, mm — 4500

Высота, мм — 45 / Height, mm — 45

Максимальное перемещение, мм — 600 /
Displacement capacity, mm — 600

Номинальная вертикальная нагрузка, кН — 2945 /
Nominal vertical load, kN — 2945

Максимальная нагрузка на сооружение, кН — 2749 /
Maximum axial load on structure — 2749 kN

Рис. 9. Параметры фрикционно-маятниковой опоры
Источник: Nippon Steel & Sumitomo Metal. 2017 [26]

Figure 9. Friction pendulum properties
Source: Nippon Steel & Sumitomo Metal. 2017 [26]

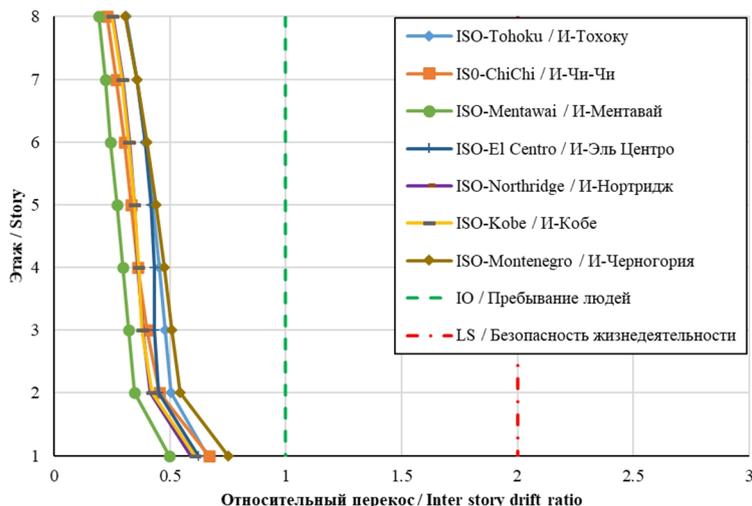


Рис. 10. Относительные междуэтажные перекосы (изолированное основание) в направлении X
Источник: выполнено авторами

Figure 10. Inter-storey drift ratio (isolated base) in X direction
Source: made by the authors

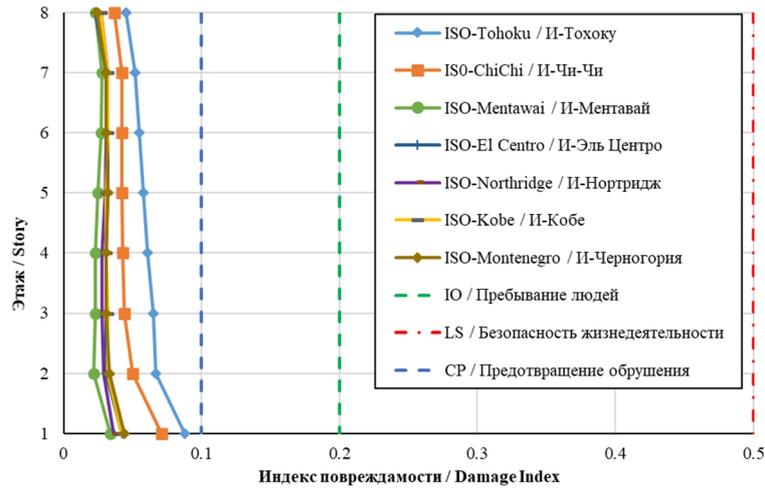


Рис. 11. Индекс повреждаемости этажей (изолированное основание)

Источник: выполнено авторами

Figure 11. Storey damage index (isolated base)

Source: made by the authors

На рис. 12 представлено сравнение максимальных перемещений для жесткого и изолированного основания. Наблюдается значительное уменьшение деформаций самого сооружения (в 1,9 раза для записи Нортридж и 7 раз для записи Чи-Чи).

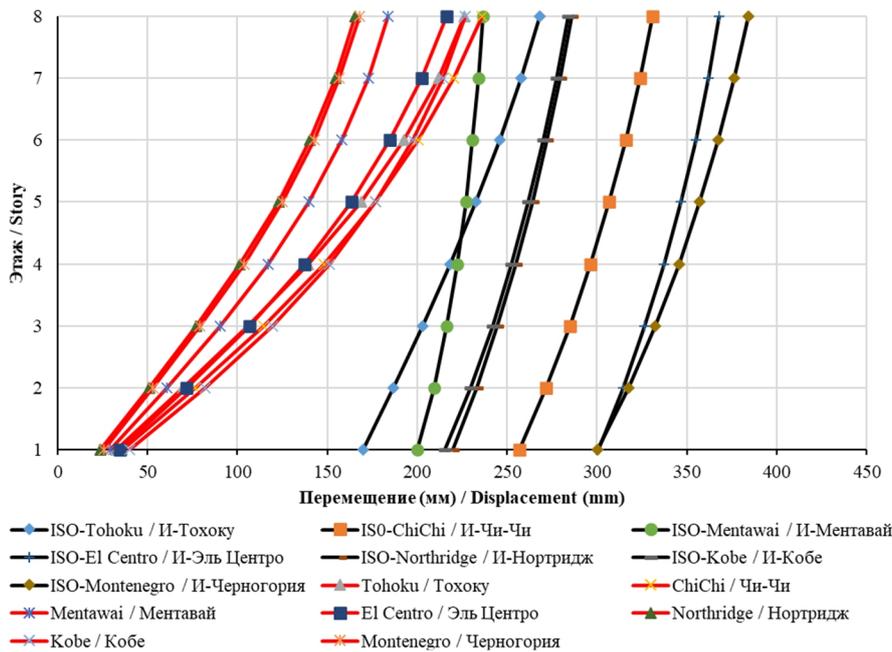


Рис. 12. Перемещения по этажам для жесткого и изолированного (ISO) оснований

Источник: выполнено авторами

Figure 12. Displacements for fixed and isolated (ISO) base structures

Source: made by the authors

На рис. 13, 14 представлены сравнения ускорений и сил в основании для жесткого и изолированного здания. Для изолированного здания значения ускорений уменьшены в среднем в 2 раза, а значения сил в основании здания — в 3 раза.

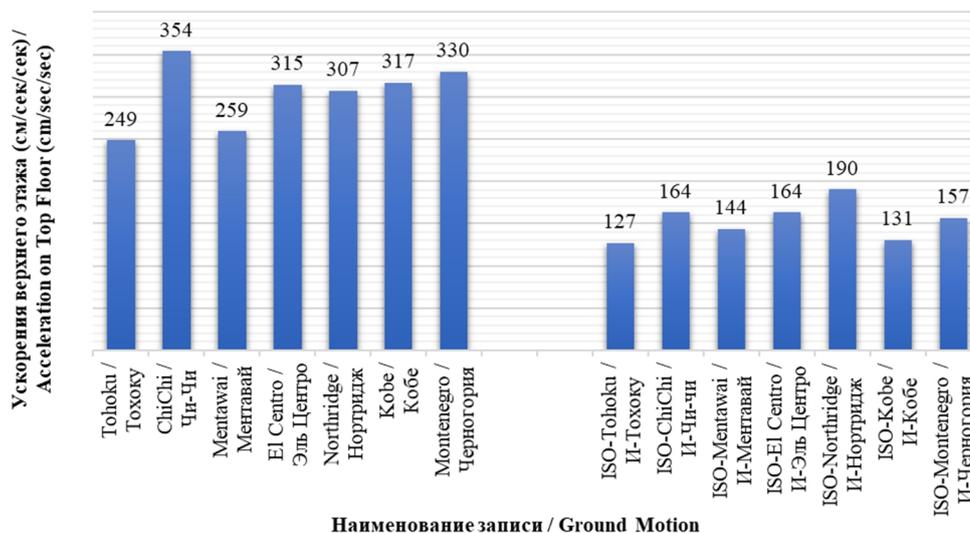


Рис. 13. Ускорения на верхнем этаже в направлении X
Источник: выполнено авторами

Figure 13. Acceleration on Top Floor in X-direction
Source: made by the authors

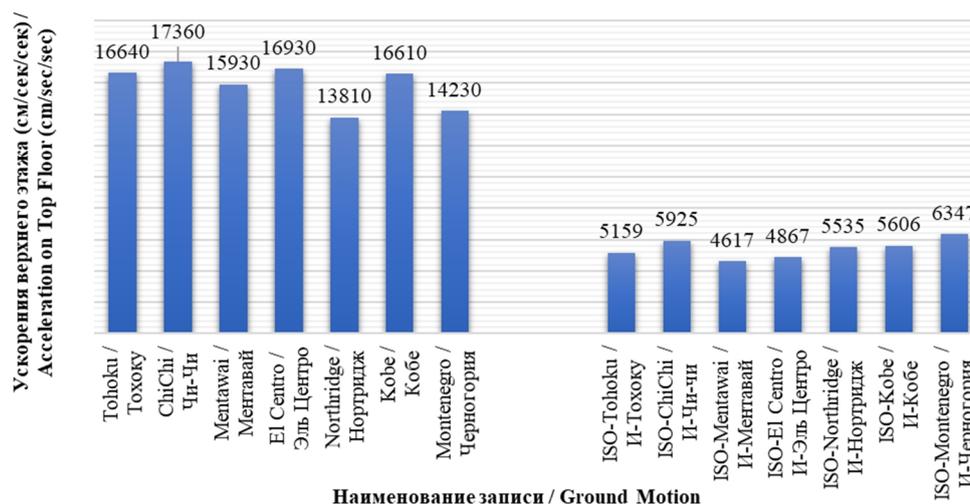


Рис. 14. Сила в основании здания в направлении X
Источник: выполнено авторами

Figure 14. Base Shear in X direction
Source: made by the authors

На рис. 15, 16 представлены кривые гистерезиса (сила в основании — перемещение верха здания) для записи Эль Центро, 1940. Изолированное здание характеризуется более высокой степенью рассеяния энергии (площадь петли гистерезиса) и существенным снижением силы в основании (16 430 кН для жесткого основания против 4563 кН — для изолированного).

В настоящей работе исследовалась сейсмостойкость 8-этажного жилого железобетонного здания рамно-связевой конструктивной схемы. Объект исследования рассчитывался на семь пар горизонтальных компонент акселерограмм, выбранных в соответствии с параметрами возможных землетрясений для рассматриваемой площадки строительства (г. Бандунг). Выбранные записи землетрясений изменялись с помощью процедуры спектрального соответствия (*spectral matching*) нормативному спектру ускорений. В качестве сейсмоизолирующих опор были использованы фрикционно-маятниковые опоры.

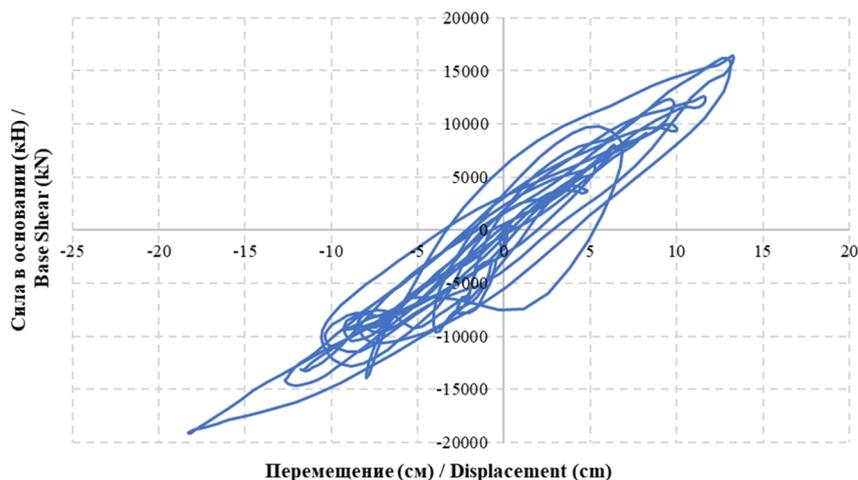


Рис. 15. Кривая гистерезиса для записи Эль Центро (жесткое основание)
Источник: выполнено авторами

Figure 15. Hysteretic curve for El Centro (fixed base Y)
Source: made by the authors

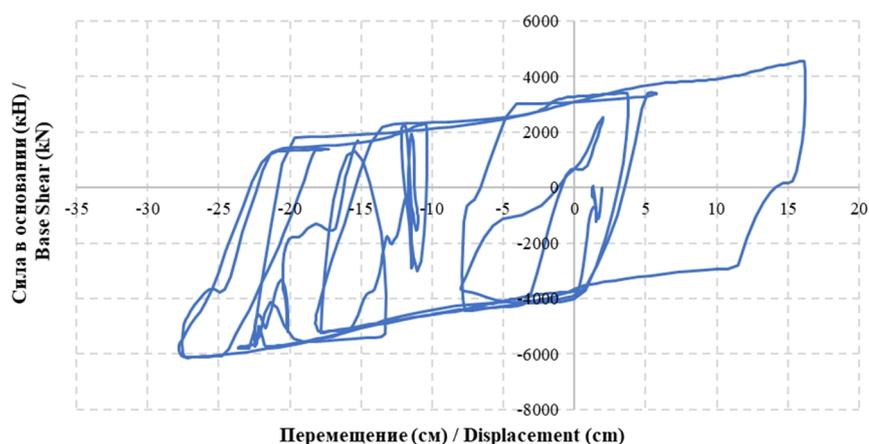


Рис. 16. Кривая гистерезиса для записи Эль Центро (изолированное основание)
Источник: выполнено авторами

Figure 16. Hysteretic curve for El Centro (isolated base Y)
Source: made by the authors

4. Заключение

В результате исследования можно сделать следующие выводы:

1. В целом анализ показал, что здание соответствует уровню непосредственного пребывания людей (IO).
2. Выводы, полученные в результате нелинейного динамического анализа во временной области (NLTHA), показывают, что поверхностные землетрясения (*shallow*) приводят к большим разрушениям по сравнению с мегаземлетрясениями (*megathrust*), причем в обоих сценариях обеспечивается уровень безопасности жизнедеятельности (LS).
3. Землетрясения, характеризующиеся длинными периодами, вызывают повышенные деформации и повреждения в изолированных конструкциях основания.
4. Применение сейсмоизоляции, в частности использование фрикционно-маятниковых опор, позволяет снизить сейсмические нагрузки, о чем свидетельствует уменьшение ускорений на верхнем уровне и

сдвигающих усилий в основании. Соответственно, снижается индекс повреждаемости конструкции, достигая состояния отсутствия повреждений, и повышается уровень эксплуатационных характеристик до уровня непосредственного пребывания людей (IO).

5. В целом использование изолированных конструкций демонстрирует значительную эффективность в повышении уровня эксплуатационных характеристик, особенно для зданий с повышенными требованиями к сейсмической безопасности (например, больницы и госпитали).

Список литературы / References

1. Abaev Z., Valiev A., Kodzaev M. Development of recommendations for the implementation of seismic risk mitigation policy in the Russian Federation based on world experience. *Earthquake Engineering Construction Safety*. 2023;3:48–72. (In Russ.) <https://doi.org/10.37153/2618-9283-2023-3-48-72>

Абаев З.К., Валиев А.Д., Кодзаев М.Ю. Разработка рекомендаций по реализации политики снижения сейсмического риска в Российской Федерации на основе мирового опыта // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2023. № 3. С. 48–72. <https://doi.org/10.37153/2618-9283-2023-3-48-72>

2. Sulthan F., Gumilang S.A.A., Rusli M., Seki M. Seismic evaluation of existing building structure using United States (ASCE 41-17) and Japanese (JBDPA) standard: Case study office building in Indonesia. *E3S Web of Conferences*. 2023;429:05001. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202342905001>

3. Ozer E., Inel M., Cayci B.T. Seismic Performance Comparison of Fixed and Base-Isolated Models. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*. 2023;47(2):1007–1023. <https://doi.org/10.12989/smm.2023.10.3.243>

4. Sulthan F., Seki M. Seismic fragility analysis of base isolation reinforced concrete structure building considering performance-a case study for Indonesia. *Structural Monitoring and Maintenance*. 2023;10(3):243–360. <https://doi.org/10.12989/smm.2023.10.3.243>

5. Belbachir A., Benanane A., Ouazir A., Harrat Z.R, Hadzima-Nyarko M., Radu D., et al. Enhancing the Seismic Response of Residential RC Buildings with an Innovative Base Isolation Technique. *Sustainability*. 2023;15(15):11624. <https://doi.org/10.3390/su151511624>

6. Ghasemi M., Talaeitaba S.B. On the effect of seismic base isolation on seismic design requirements of RC structures. *Structures*. 2020;28:2244–2259. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.09.063>

7. Lou X., Huang Y., Lv Y., Huang Q. Seismic performance of the series seismic isolation systems designed by the procedures of GB50011-2010 and ASCE/SEI 7-16. *Case Studies in Construction Materials*. 2022;17:e01184. <https://doi.org/10.1016/j.cscm.2022.e01184>

8. Giuseppe B., Guidi L.G., Camarda G., Sorrentino P., De Luca A. Hybrid strategy for the seismic retrofitting of existing buildings through Base Isolation System. *Procedia Structural Integrity*. 2023;44:1292–1299. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2023.01.166>

9. Pant D.R., Wijeyewickrema AC. Structural performance of a base-isolated reinforced concrete building subjected to seismic pounding. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. 2012;41(12):1709–1716. <https://doi.org/10.1002/eqe.2158>

10. Sattar S. Evaluating the consistency between prescriptive and performance-based seismic design approaches for reinforced concrete moment frame buildings. *Engineering Structures*. 2018;174(4):919–931. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.07.080>

11. Avinash A.R, Krishnamoorthy A, Kamath K, Chaithra M. Sliding Isolation Systems: Historical Review, Modeling Techniques, and the Contemporary Trends. *Buildings*. 2022 Nov 16;12(11):1997. <https://doi.org/10.3390/buildings12111997>

12. Abaev Z.K., Kodzaev M.Yu., Bigulaev A.A. Earthquake resistance analysis of structural systems of multi-storey civil buildings. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(1):76–82. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-1-76-82>

Абаев З.К., Кодзаев М.Ю., Бигулаев А.А. Анализ сейсмостойкости конструктивных систем многоэтажных гражданских зданий // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 1. С. 76–82. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-1-76-82>

13. Partono W., Irsyam M., Nazir R., Asrurifak M., Sari U.C. Site Coefficient and Design Spectral Acceleration Evaluation of New Indonesian 2019 Website Response Spectra. *International Journal of Technology*. 2022;13(1):115–124. <https://doi.org/10.14716/ijtech.v13i1.4132>

14. Earthquake Disaster Engineering Research Laboratory. Software STERA 3D. Available from: <https://rc.ace.tut.ac.jp/saito/software-e.html> (accessed: 11.19.2023).

15. Takeda T., Sozen M.A., Nielsen N.N. Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquakes. *Journal of the Structural Division*. 1970;96(12):2557–2573. <https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0002765>

16. Li C., Kunnath S.K., Zhao Y. A new framework for ground motion selection for structural seismic assessment. *Engineering Structures*. 2023;285:116055. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.116055>

17. Dereje A.J., Kim J. An enhanced ground motion selection algorithm for seismic safety assessment of structures. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2023;165:107709. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2022.107709>

18. Jin C., Hu J. A new ground-motion simulation procedure based on feature extraction matching multiple intensity measures. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2023;168:107856. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2023.107856>
19. Manfredi V., Masi A., Özcebe A.G., Paolucci R., Smerzini C. Selection and spectral matching of recorded ground motions for seismic fragility analyses. *Bulletin of Earthquake Engineering*. 2022;20(10):4961–4987. <https://doi.org/10.1007/s10518-022-01393-0>
20. Colombo A., Negro P. A damage index of generalised applicability. *Engineering Structures*. 2005. Jul;27(8):1164–1174. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2005.02.014>
21. Wang Y., Liu Z., Guo J., Zhong D. Research on Damage Mechanism and Performance-Based Design Process of Reinforced Concrete Column Members. *Applied Sciences*. 2023;13(3):1452. <https://doi.org/10.3390/app13031452>
22. Park Y., Ang A.H.-S. Mechanistic Seismic Damage Model for Reinforced Concrete. *Journal of Structural Engineering*. 1985;111(4):722–739. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1985\)111:4\(722\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1985)111:4(722))
23. Komeili M., Milani A.S., Tesfamariam S. Performance-based earthquake engineering design of reinforced concrete structures using black-box optimisation. *International Journal of Materials and Structural Integrity*. 2012;6(1):1. <https://doi.org/10.1504/IJMSI.2012.046184>
24. Zhang L., Guo M., Li Z., Zhu L., Meng Y. Optimal design and seismic performance of base-isolated storage tanks using friction pendulum inerter systems. *Structures*. 2022;43:234–248. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2022.06.044>
25. Shang J., Tan P., Zhang Y., Han J., Qin J. Experimental and analytical investigation of variable friction pendulum isolator. *Engineering Structures*. 2021;243:112575. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112575>
26. Nishimoto K., Wakita N., Nakamura H. Development of Spherical Sliding Bearing. *Technical report. Nippon Steel & Sumitomo Metal*. 2017.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ EXPERIMENTAL RESEARCHES

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-1-73-83

УДК 624.011.78/6

EDN: YNLEDV

Научная статья / Research article

Влияние температуры на физико-механические свойства монолитного поликарбоната

К.В. Авдеев¹ , В.В. Бобров^{1,2}  , М.А. Тучин¹ , Е.В. Домарова^{1,2} ,
Н.А. Кудрявцев¹ , П.В. Скакун¹ 

¹ АО «Центральный научно-исследовательский и проектно-экспериментальный институт промышленных зданий и сооружений — ЦНИИПромзданий», Москва, Россия

² Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Россия

✉ vbobrov1985@bk.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 20 октября 2023 г.

Доработана: 23 декабря 2023 г.

Принята к публикации: 11 января 2024 г.

Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов

Нераздельное соавторство.

Аннотация. Изучение физико-механических свойств поликарбоната при различных температурных условиях с учетом его широкого использования в качестве базового материала монолитных поликарбонатных систем в различных климатических районах позволит обеспечить высокую степень надежности конструкций при эксплуатации в широком диапазоне температур. Проведены серии испытаний монолитного поликарбоната на растяжение в диапазоне температур от -60 до $+80$ °С. Была проведена оценка влияния температуры на следующие характеристики монолитного поликарбоната: относительное удлинение при разрыве, предел текучести при растяжении, прочность при разрыве, деформации монолитного поликарбоната, соответствующие концу упругой стадии работы материала. В результате проведенных экспериментальных исследований выявлена зависимость прочностных свойств монолитного поликарбоната от температуры эксплуатации. Значения относительного удлинения при разрыве при температу-

Авдеев Кирилл Владимирович, заместитель генерального директора — главный инженер, АО «ЦНИИПромзданий», Москва, Россия; ORCID: 0009-0009-8369-3159; E-mail: 6136133@mail.ru

Бобров Владимир Викторович, кандидат технических наук, заведующий сектором отдела обследований зданий и сооружений АО «ЦНИИПромзданий», доцент кафедры железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Москва, Россия; ORCID: 0000-0002-7796-0072; E-mail: vbobrov1985@bk.ru

Тучин Михаил Александрович, заведующий сектором отдела конструктивных систем, АО «ЦНИИПромзданий», Москва, Россия; ORCID: 0009-0009-7888-7987; E-mail: m.tuchin@cniipz.com

Домарова Екатерина Владимировна, инженер отдела конструктивных систем, АО «ЦНИИПромзданий», старший преподаватель кафедры железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ); Москва, Россия; ORCID: 0000-0002-1193-201X; E-mail: cathie_p@mail.ru

Кудрявцев Никита Андреевич, инженер отдела конструктивных систем, АО «ЦНИИПромзданий», Москва, Россия; ORCID: 0009-0000-8740-9826; E-mail: n.kudryavtsev@cniipz.com

Скакун Павел Владимирович, главный специалист отдела конструктивных систем, АО «ЦНИИПромзданий», Москва, Россия; ORCID: 0009-0005-6124-1152; E-mail: 89152892984@yandex.ru

© Авдеев К.В., Бобров В.В., Тучин М.А., Домарова Е.В., Кудрявцев Н.А., Скакун П.В., 2024



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

рах, превышающих 15 °С, для различных образцов в целом соответствуют значениям, полученным при испытаниях, проведенных при стандартных условиях.

Ключевые слова: монолитный поликарбонат, температура, относительное удлинение, прочность при разрыве, предел текучести при растяжении

Для цитирования

Авдеев К.В., Бобров В.В., Тучин М.А., Домарова Е.В., Кудрявцев Н.А., Скакун П.В. Влияние температуры на физико-механические свойства монолитного поликарбоната // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2024. Т. 20. № 1. С. 73–83. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-1-73-83>

Effect of Temperature on Physical and Mechanical Properties of Monolithic Polycarbonate

Kirill V. Avdeev¹ , Vladimir V. Bobrov^{1,2}  , Mikhail A. Tuchin¹ ,
Ekaterina V. Domarova^{1,2} , Nikita A. Kudryavtsev¹ , Pavel V. Skakun¹ 

¹ JSC “Central Research and Design Experimental Institute of Industrial Buildings and Structures — Tsniipromzdaniy”, Moscow, Russia

² Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow, Russia

✉ vbobrov1985@bk.ru

Article history

Received: October 20, 2023

Revised: December 23, 2023

Accepted: January 11, 2024

Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors' contribution

Undivided co-authorship.

Abstract. The study of the physical and mechanical properties of polycarbonate under various temperature conditions, taking into account its widespread use as a base material of monolithic polycarbonate systems in various climatic regions, will ensure a high degree of reliability of structures during operation in a wide temperature range. The authors of the article conducted a series of tensile tests of monolithic polycarbonate in the temperature range from –60 to +80 °C. The influence of temperature on the following characteristics of monolithic polycarbonate was evaluated: elongation at break, tensile yield strength, tensile stress at break, strains at the end of the elastic stage of the material. As a result of the conducted experimental studies, the relationship between the strength properties of monolithic polycarbonate and the operating temperature was revealed. The values of elongation at break at temperatures exceeding 15 °C for various samples generally correspond to the values obtained during tests conducted under standard conditions.

Keywords: monolithic polycarbonate, temperature, relative elongation, tensile strength, tensile yield strength.

For citation

Avdeev K.V., Bobrov V.V., Tuchin M.A., Domarova E.V., Kudryavtsev N.A., Skakun P.V. Effect of Temperature on Physical and Mechanical Properties of Monolithic Polycarbonate. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(1):73–83. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-1-73-83>

Kirill V. Avdeev, Deputy General Director – Chief Engineer, JSC “Central Research and Design Experimental Institute of Industrial Buildings and Structures — Tsniipromzdaniy”, Moscow, Russia; ORCID: 0009-0009-8369-3159; E-mail: 6136133@mail.ru

Vladimir V. Bobrov, Candidate of Technical Sciences, Head of the Sector of the Department of Surveys of Buildings and Structures, JSC “Central Research and Design Experimental Institute of Industrial Buildings and Structures — Tsniipromzdaniy”, Associate Professor of the Department of Reinforced Concrete and Stone Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow, Russia; ORCID: 0000-0002-7796-0072; E-mail: vbobrov1985@bk.ru

Mikhail A. Tuchin, Head of the Sector of the Structural Systems Department, JSC “Central Research and Design Experimental Institute of Industrial Buildings and Structures — Tsniipromzdaniy”, Moscow, Russia; ORCID: 0009-0009-7888-7987; E-mail: m.tuchin@cniipz.com

Ekaterina V. Domarova, Engineer of Structural Systems Department, JSC “Central Research and Design Experimental Institute of Industrial Buildings and Structures — Tsniipromzdaniy”, Senior Lecturer of the Department of Reinforced Concrete and Stone Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow, Russia; ORCID: 0000-0002-1193-201X; E-mail: cathie_p@mail.ru

Nikita A. Kudryavtsev, Engineer of Structural Systems Department, JSC “Central Research and Design Experimental Institute of Industrial Buildings and Structures — Tsniipromzdaniy”, Moscow, Russia; ORCID: 0009-0000-8740-9826; E-mail: n.kudryavtsev@cniipz.com

Pavel V. Skakun, Chief Specialist of Structural Systems Department, JSC “Central Research and Design Experimental Institute of Industrial Buildings and Structures — Tsniipromzdaniy”, Moscow, Russia; ORCID: 0009-0005-6124-1152; E-mail: 89152892984@yandex.ru

1. Введение

В настоящее время активно развивается рынок отечественных полимерных и композиционных материалов, в том числе монолитного поликарбоната. Изучение физико-механических свойств поликарбоната с учетом его широкого использования в разных сферах позволит обеспечить высокую степень надежности конструкций при эксплуатации в широком диапазоне температур. Ранее авторы статьи провели серию экспериментов [1] на растяжение и изгиб с целью определения физико-механических свойств поликарбоната в стандартных условиях. Также результаты экспериментальных исследований по определению различных физических, механических, оптических и других свойств монолитного поликарбоната приведены в [2–10]. При этом прочностные и деформационные характеристики этого материала как одного из вида пластмасс зависят от температурного режима эксплуатации элементов конструкций [11; 12]. Сложные молекулярные процессы и структура пластмасс обуславливают специфические особенности деформации полимеров в зависимости от температуры [13]. Поэтому для расширения возможностей использования монолитного поликарбоната в качестве базового материала монолитных поликарбонатных систем в различных климатических условиях важной задачей представляется изучение физико-механических характеристик монолитного поликарбоната при условиях, отличающихся от стандартных условий испытаний, что позволит обеспечить механическую безопасность ограждающих светопрозрачных конструкций. В связи с этим авторами статьи были проведены серии испытаний монолитного поликарбоната на растяжение в диапазоне температур от -60 до $+80$ °С.

2. Экспериментальные исследования

В рамках исследования были испытаны серии образцов трех производителей различных толщин, а именно 4 и 10 мм. Образцы были изготовлены механическим способом на универсальном станке ЧПУ из листового поликарбоната (рис. 1).

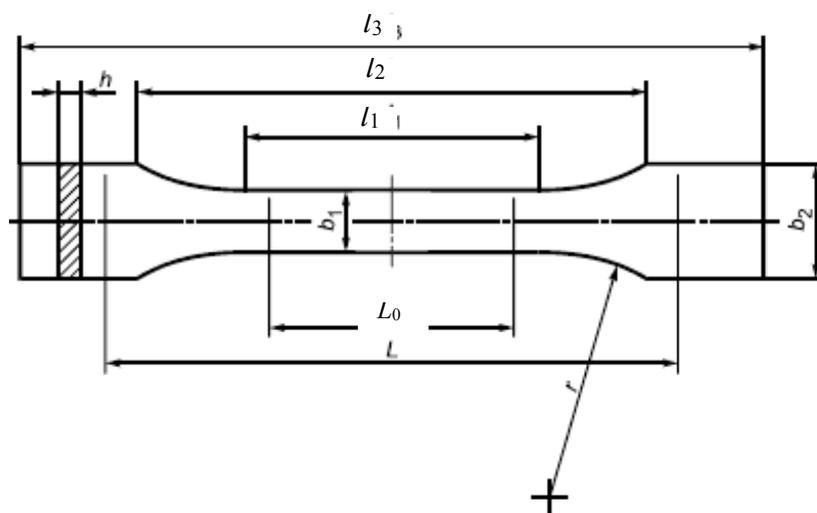


Рис. 1. Размеры образцов для испытания монолитного поликарбоната (Тип 1В по межгосударственному стандарту ГОСТ 11262-2017¹):

l_3 = более 150 мм; l_1 = 60 мм; r = 60° ; l_2 = 108,0 мм;
 b_2 = 20 мм; b_1 = 10 мм; h = 4 мм; L_0 = 50 мм; L = 115 мм

Источник: выполнено Н.А. Кудрявцевым по ГОСТ 11262-2017¹

Figure 1. Dimensions of monolithic polycarbonate test specimens

(Type 1B according to GOST 11262-2017¹ standard):

l_3 = over 150 mm; l_1 = 60 mm; r = 60° ; l_2 = 108,0 mm;
 b_2 = 20 mm; b_1 = 10 mm; h = 4 mm; L_0 = 50 mm; L = 115 mm

Source: made by N.A. Kudryavtsev in according to ГОСТ 11262-2017¹

¹ ГОСТ 11262-2017. Пластмассы. Метод испытания на растяжение. Москва: Стандартинформ, 2018. 20 с.

Испытания на растяжение выполнялись в соответствии с требованиями межгосударственных стандартов ГОСТ 34370-2017² и ГОСТ 11262-2017¹, где приведены общие принципы по определению механических свойств при растяжении и требования к типу образцов и методам их подготовки соответственно.

Для оценки влияния температуры окружающей среды на физико-механические свойства монолитного поликарбоната испытания проводились в температурной камере с возможным диапазоном температур от -60 до $+300$ °С (рис. 2). Испытания проводились для следующих значений температур: -60 , -40 , -20 , -10 , -5 , 0 , $+5$, $+15$, $+23$, $+30$, $+45$, $+60$, $+80$ °С. Образцы изготавливались из поликарбоната трех производителей: KARBOGLASS (толщиной 4 мм), NOVATRO (толщиной 4 и 10 мм), DANPALON (толщиной 4 мм). В каждую серию для одного значения температуры входило по три образца каждого производителя.

Влияние температуры оценивалось на следующие характеристики монолитного поликарбоната:

- относительное удлинение при разрыве;
- предел текучести при растяжении;
- прочность при разрыве;
- деформации монолитного поликарбоната, соответствующие концу упругой стадии и началу проявления пластических деформаций (т. *B* на диаграмме «напряжения — деформации» при растяжении — рис. 3).



Рис. 2. Образец после испытания в температурной камере
Источник: фото АО «ЦНИИПромзданий»

Figure 2. Specimen after testing in the temperature chamber
Source: photo by JSC «TsniiPromzdaniy»

3. Результаты

Характер диаграммы «напряжения — деформации» при различных значениях температур идентичен диаграмме при стандартных испытаниях (рис. 3), но значения параметрических точек имеют отличия.

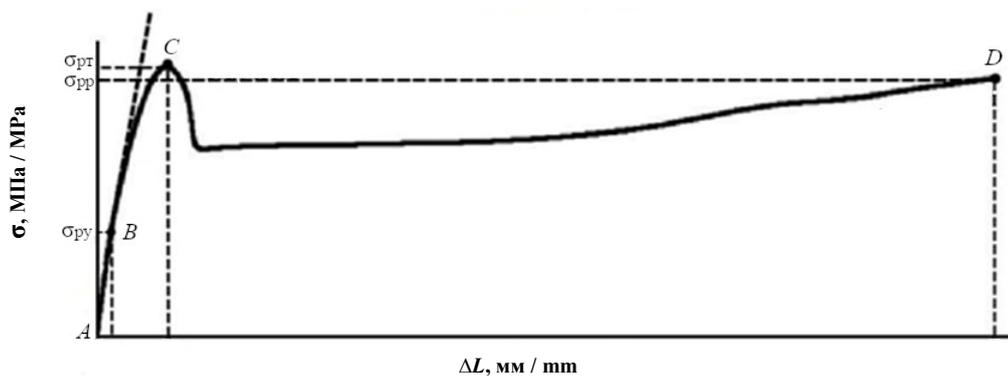


Рис. 3. Диаграмма «напряжения — деформации» при растяжении при стандартных условиях испытания:
 $\sigma_{рт}$ — предел текучести при растяжении; σ_{pp} — прочность при разрыве; σ_{py} — предел упругости

Источник: выполнено авторами [1]

Figure 3. Tensile stress-strain diagram under standard test conditions:
 σ_{rt} — tensile yield strength; σ_{pp} — tensile stress at break; σ_{py} — elastic limit

Source: made by the authors [1]

² ГОСТ 34370-2017. Пластмассы. Определение механических свойств при растяжении. Ч. 1. Общие принципы. Москва: Стандартинформ, 2018. 27 с.

Предел текучести при растяжении монолитного поликарбоната изменяется линейно в зависимости от температуры, при этом при температурах ниже 23 °С, соответствующей стандартным условиям испытаний, прочность повышается, а при более высоких температурах происходит снижение прочности при растяжении (рис. 4, табл.). В таблице приведен коэффициент γ_1 , учитывающий изменение прочности монолитного поликарбоната при условиях его эксплуатации, отличных от стандартных условий. Данные экспериментальных исследований монолитного поликарбоната согласуются с поведением различных пластмасс при повышенных и пониженных температурах. Так в [14] к расчетным сопротивлениям пластмасс (например, для стеклопластиков), эксплуатируемых при повышенных температурах, вводятся понижающие коэффициенты условия работы материалов в конструкциях.

**Прочностные свойства поликарбоната при различных температурах /
Strength properties of polycarbonate at various temperatures**

Температура / Temperature, °С	Прочность при растяжении / Tensile strength, $\sigma_{рм}$, МПа / МПа	$\gamma_1 = \frac{\sigma_{рр}}{\sigma_{23рр}}$	Прочность при разрыве / Tensile stress at break, $\sigma_{рр}$, МПа / МПа	$\gamma_2 = \frac{\sigma_{рр}}{\sigma_{23рр}}$
-60 °С	94,6	1,44	78,01	1,28
-40 °С	85,8	1,31	71,74	1,18
-20 °С	79,13	1,21	67,72	1,11
-10 °С	75,82	1,16	64,96	1,07
-5 °С	74,34	1,13	63,5	1,04
0 °С	73,19	1,12	65,1	1,07
5 °С	71,2	1,09	63,49	1,04
15 °С	69,23	1,06	64,84	1,06
23 °С	65,51	1,00	60,89	1,00
30 °С	63,94	0,98	56,32	0,92
45 °С	59,72	0,91	51,47	0,85
60 °С	55,38	0,85	43,41	0,71
80 °С	49,85	0,76	35,94	0,59

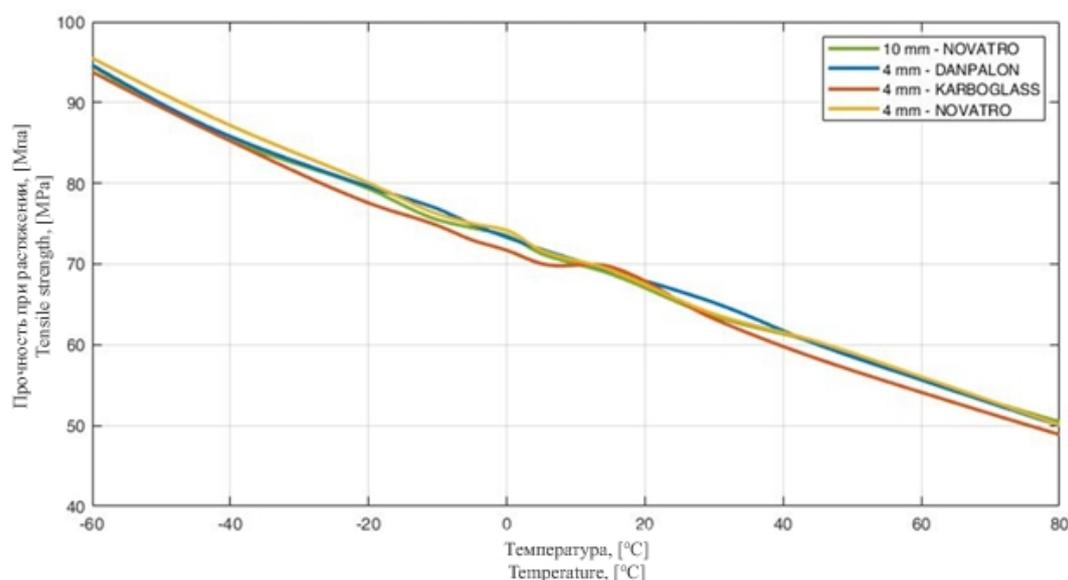


Рис. 4. График зависимости прочности при растяжении от температуры
Источник: выполнено авторами

Figure 4. Relationship between tensile strength and temperature
Source: made by the authors

Аналогичную зависимость от температуры показывает и прочность монолитного поликарбоната при разрыве (рис. 5).

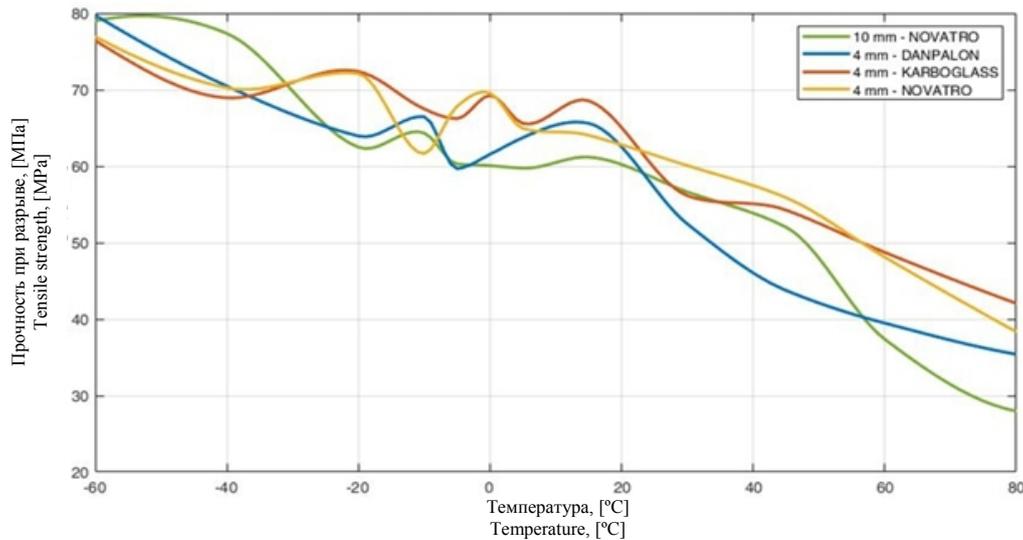


Рис. 5. График зависимости прочности при разрыве от температуры
Источник: выполнено авторами

Figure 5. Relationship between tensile stress at break and temperature
Source: made by the authors

В начале нагружения монолитный поликарбонат работает упруго и подчиняется закону Гука, но при некотором уровне напряжений, соответствующим $t. B$ на рис. 3, происходит отклонение от линейной зависимости между напряжениями и деформациями, начинают проявляться пластические деформации. При отрицательных температурах поликарбонат теряет пластичность и становится более хрупким (рис. 6, *a*).

Для анализа физическо-механических свойств (прочности при растяжении, прочности при разрыве, относительного удлинения при разрыве) поликарбоната при различных температурах были применены два основных математических метода обработки данных: метод скользящего среднего и интерполяция модифицированным методом Акима (Modified Akima или «Makima») [15].

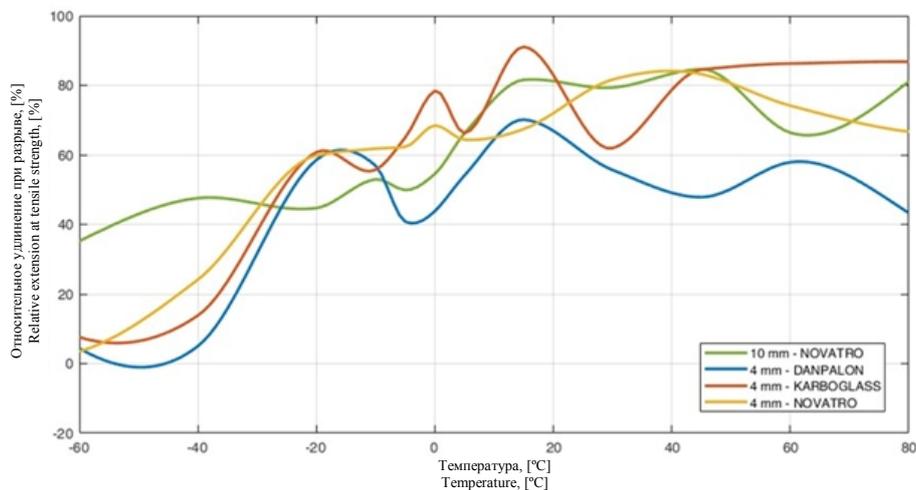
В начале, чтобы уменьшить «шум» и выделить основной тренд в полученных экспериментальных данных, был применен метод арифметического скользящего среднего. Этот метод подразумевает создание нового набора данных, где каждое значение является средним значением определенного количества точек данных за установленный период температуры. Данный период называется размером окна обработки данных. Скользящее среднее численно равно среднему арифметическому значений исходной функции за установленный период и вычисляется по формуле

$$SMA_t = SMA_{t-1} - \frac{p_{t-n}}{n} + \frac{p_t}{n},$$

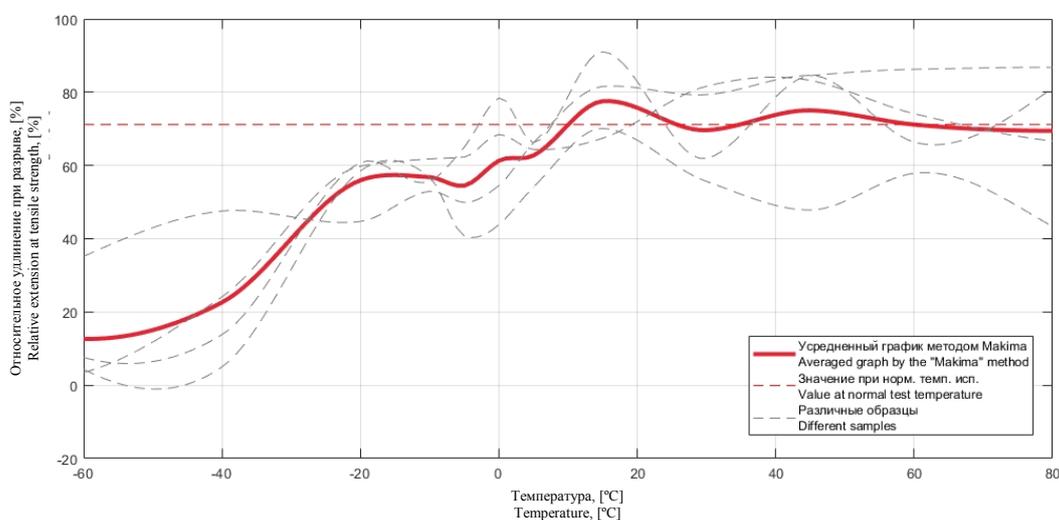
где SMA_t — значение простого скользящего среднего в точке t ; SMA_{t-1} — предыдущее значение простого скользящего среднего; p_{t-n} — значение исходной функции в точке $t-n$ (в случае временного ряда, самое «раннее» значение исходной функции, используемое для вычисления предыдущей скользящей средней); p_t — значение исследуемой функции в точке t (в случае временного ряда, текущее — последнее значение).

Авторами было проведено исследование влияния размера окна обработки данных (диапазонов периодов температуры) на результат сглаживания. По результатам проведенного анализа оптимальным оказался размер окна в $2\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Первый шаг математической обработки позволил сгладить график исходных данных, выявить общий тренд и обеспечить улучшение визуализации графиков.



a



б

Рис. 6. График зависимости относительного удлинения при разрыве от температуры:
a — образцов различных производителей и толщин; *б* — усредненный методом «Makima»
 Источник: выполнено авторами

Figure 6. Relationship between relative elongation at break and temperature:
a — specimens of different manufacturers and thicknesses; *б* — averaged by the "Makima" method
 Source: made by the authors

Вторым шагом было применение интерполяции методом сплайна Акима для более детального представления о поведении поликарбоната при промежуточных значениях температур (относительно температур, при которых проведены испытания). Данный метод является вариацией кубической интерполяции, названной в честь ее создателя Хироши Акима. В методе используются кубические полиномы для создания плавной кривой между исходными точками данных и предотвращения нежелательных колебаний. Преимущество сплайна Акима заключается в том, что он использует только значения из соседних узловых точек (не меняя значения самих узловых точек) при построении коэффициентов интерполяционного полинома между любыми двумя узловыми точками.

В результате обработки экспериментальных данных вышеуказанными методами были получены более плавные и детализированные графики взаимосвязи температуры и физико-механических свойств поликарбоната. Графики деформаций образцов различных производителей представлены на рис. 6, *б*.

Из графика видно, что при температурах, превышающих 15 °С, относительное удлинение при разрыве близко к значению удлинения при стандартных условиях испытания, равного 71,17 % [1].

Кроме того, представляет интерес изучить влияние температуры на начало зоны пластических деформаций (точка *B* на рис. 3). Начиная с т. *B*, график «напряжения — деформации» приобретает криволинейный характер, что является подтверждением пластического деформирования материала. Для поиска точки *B* применялся метод линейной регрессии.

В рамках данного математического анализа были выявлены участки, на которых графики «напряжения (МПа) — деформации (мм)» следуют линейной тенденции, и определены точки отклонения от линейности. С помощью метода линейной регрессии по данным напряжений (МПа) и деформаций (мм) вычислен регрессионный полином первого порядка.

Метод регрессионного анализа состоит в вычислении предсказанных значений напряжений (МПа) на основе уравнения линейной регрессии и последующем вычислении остатков, т.е. разницы между исходными и предсказанными значениями напряжений (МПа) [16].

Была определена мера оценки линейности — «среднеквадратичная ошибка». Данная характеристика показывает, насколько предсказания модели отличаются от наблюдаемых значений. Чем меньше среднеквадратичная ошибка, тем ближе предсказанные значения к наблюдаемым, и тем точнее модель. Рассчи-

тывается среднеквадратичная ошибка по формуле $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (y_i - y_p)^2}{n}}$, где: y_i — настоящее значение; y_p — предсказанное значение; n — количество наблюдений.

Для определения линейности данных было установлено пороговое значение, равное 10 % от максимального значений напряжений (МПа). Если разница между реальными значениями и значениями, предсказанными на основе линейной регрессии, не превышает установленного порога, считается, что данные на данном участке соответствуют линейной зависимости.

Данный метод позволил упростить процесс анализа и минимизировать возможные ошибки, связанные с человеческим фактором, так как алгоритмы математической статистики работают автоматически и исключают субъективную интерпретацию, что вполне возможно при геометрическом «ручном» анализе.

Точки, где происходит отклонение от линейного поведения графика, являются началом необратимых пластических деформаций (соответствуют пределу упругости).

В [1] для нормальных условий испытаний напряжения, соответствующие пределу упругости, принимались равными 30 МПа, что было предложено использовать в качестве расчетного сопротивления на растяжение в расчетах по первой группе предельных состояний. Анализ полученных экспериментальных данных (рис. 7) показал, что напряжения, соответствующие окончанию упругой стадии деформирования, при диапазоне температур от -60 до +80 °С, превышают 30 МПа, поэтому введение понижающих коэффициентов при расчетах поликарбоната на растяжение по первой группе предельных состояний не требуется.

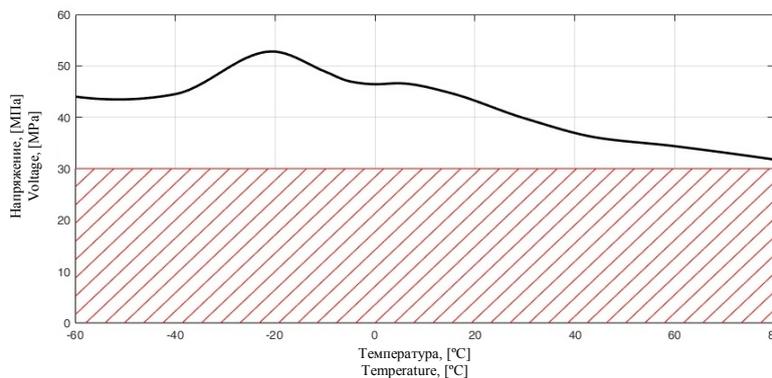


Рис. 7. График зависимости напряжений, соответствующих т. *B*, от температуры

Источник: выполнено авторами

Figure 7. Stresses corresponding to point *B* as a function of temperature

Source: made by the authors

Также представляет интерес оценить изменение деформаций, соответствующих длине горизонтального участка на диаграмме деформирования, в зависимости от температуры испытания.

На рис. 8 представлены диаграммы «напряжения — деформации» для температур испытания -60 , $+30$, $+80$ °С.

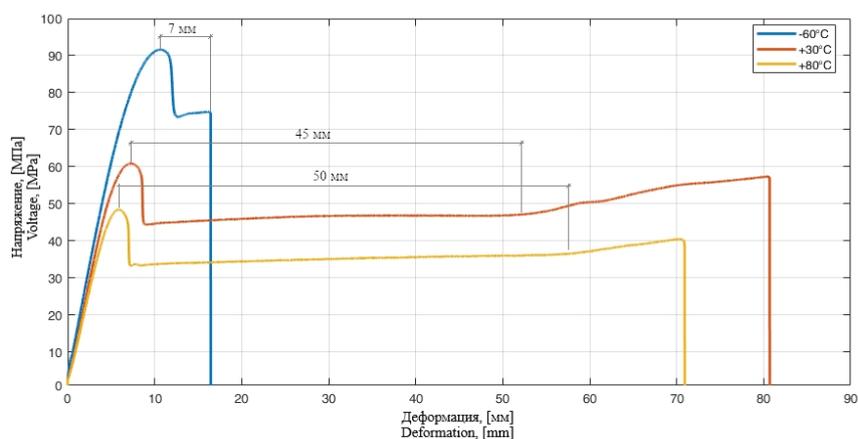


Рис. 8. Диаграммы работы монолитного поликарбоната на растяжение при $t = -60$ °С, $+30$ °С, $+80$ °С

Источник: выполнено авторами

Figure 8. Tensile performance diagrams of monolithic polycarbonate at $t = -60$ °С, $+30$ °С, $+80$ °С

Source: made by the authors

Как видно из графиков (рис. 8 и 9), температура испытания влияет на величину пластических деформаций, соответствующих длине горизонтального участка. Для условий испытаний близких к стандартным ($t = 30$ °С) для образцов толщиной 4 мм деформации, соответствующие длине участка от точки С до конца горизонтального участка, составляют в среднем 45 мм. При температуре $+80$ °С они увеличиваются и составляют 50 мм (рис. 8). При $t = -60$ °С эти деформации уменьшаются и равны 7 мм, что свидетельствует о повышении хрупкости монолитного поликарбоната при отрицательных температурах.

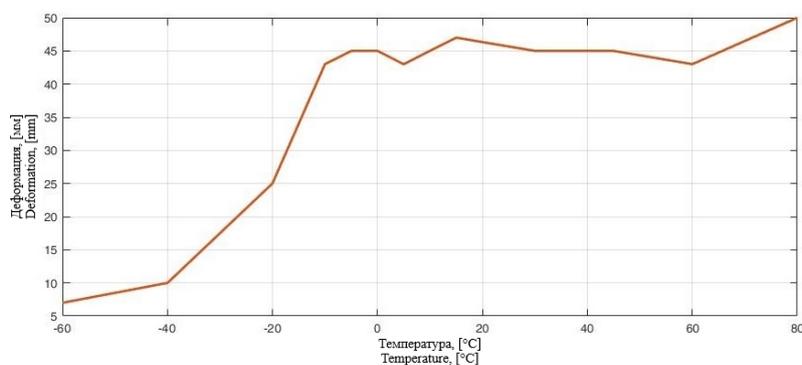


Рис. 9. График зависимости пластических деформаций, соответствующих деформациям от точки С до конца горизонтального участка на диаграмме растяжения, от температуры

Источник: выполнено авторами

Figure 9. Plastic strains corresponding to strains from point C to the end of the horizontal section in the stress-strain diagram as a function of temperature

Source: made by the authors

4. Заключение

1. В результате проведенных экспериментальных исследований выявлена зависимость прочностных свойств монолитного поликарбоната от температуры эксплуатации. При температурах ниже температу-

ры, соответствующей нормальным условиям испытаний, происходит повышение предела текучести при растяжении и прочности при разрыве. При температурах выше 23 °С наблюдается снижение предела текучести при растяжении и прочности при разрыве. Так, при $t = -60$ °С прочность на растяжение увеличивается на 44 %, при $t = 80$ °С прочность на растяжение снижается на 24 % по сравнению со стандартными условиями испытания.

2. При отрицательных температурах относительное удлинение при разрыве меньше заявленного производителями для стандартных условий, ввиду того что поликарбонат теряет пластичность. При этом значение относительного удлинения при разрыве при температурах, превышающих 15 °С, не сильно отличается от стандартных условий испытания ($t = 23$ °С) и находится на уровне примерно 71 %.

3. Напряжения, соответствующие началу пластического деформирования, при диапазоне температур от -60 до $+80$ °С находятся выше значения 30 МПа, предлагаемого в качестве расчетного сопротивления на растяжение при расчете по первой группе предельных состояний без введения коэффициентов условий работы материала.

4. Кроме анализа влияния температуры на прочность монолитного поликарбоната при растяжении представляет интерес для дальнейшего исследования оценка влияния температуры на прочность при сжатии и изгибе, а также изменение ударной вязкости при отрицательных температурах.

Список литературы

1. Авдеев К.В., Тучин М.А., Бобров В.В., Кудрявцев Н.А., Скакуп П.В. Испытания листового монолитного поликарбоната для конструкций покрытий // *Промышленное и гражданское строительство*. 2022. № 10. С. 56–61. <https://doi.org/10.33622/0869-7019.2022.10.56-61>
2. Бунто О.В., Жамойдик С.М. Экспериментальное исследование прочностных и деформационных свойств полимерных материалов, рассматриваемых в качестве светопрозрачного заполнения легкосбрасываемых конструкций // *Вестник Университета гражданской защиты МЧС Беларуси*. 2023. Т. 7. № 1. С. 32–42. <https://doi.org/10.33408/2519-237X.2023.7-1.32>
3. Бобина Е.А., Данилаев М.П., Клабуков М.А., Куклин В.А. Диагностика разрушения монолитного поликарбоната с использованием пьезоэффекта // *Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева*. 2020. Т. 76. № 2. С. 5–10. EDN: HNZZDK
4. Божанов П.В., Трещев А.А. Определение прочностных критериев при возникновении пластических деформаций в поликарбонате // *Инновации и инвестиции*. 2018. № 12. С. 323–326. EDN: PLDROZ
5. Марков А.В., Дериволков Д.Н., Дуванов Д.С. Исследование напряженного состояния и оценка остаточных напряжений в термомодифицированном листовом поликарбонате // *Пластические массы*. 2019. № 3–4. С. 21–24
6. Бобина Е.А., Гимадеева Л.А., Данилаев М.П. Определение механических напряжений, возникающих в полимерных стеклах в процессе эксплуатации // *Инженерный вестник Дона*. 2018. № 2 (49). С. 31. EDN: YATELZ
7. Zhang S., Wang B., Meng X., Chen Y. Mechanical Properties and Fracture Microstructure of Polycarbonate under High Strain Rate Tension // *Materials*. 2023. Vol. 16. <https://doi.org/10.3390/ma16093386>
8. Mu Q. Experimental data for creep and dynamic mechanical properties of polycarbonate and polycarbonate / acrylonitrile-butadiene-styrene // *Data in Brief*. 2022. Vol. 42. <https://doi.org/10.1016/j.dib.2022.108264>
9. Gallego S.-T., J., Nieto M. A., Huerta M. Thermal, lighting, and energy performances of buildings constructed with polycarbonate panels. Case study of a classroom in Madrid // *Energy Efficiency*. 2023. Vol. 16. <https://doi.org/10.1007/s12053-023-10120-w>
10. Ahmed A., Bhalla N., Chouhan H., Shukla K., Bhatnagar N. Study of Polycarbonate Based Nano-composites at High Strain Rate Impact // *Procedia Structural Integrity*. 2019. Vol. 14. P. 507–513. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2019.05.061>
11. Yang M., Li W., Dong P., Ma Y., He Y., Zhao Z., Che L. Temperature and strain rate sensitivity of yield strength of amorphous polymers: Characterization and modeling // *Polymer*. 2022. Vol. 251. <https://doi.org/10.1016/j.polymer.2022.124936>
12. Cherepanov A., Savinykh A., Garkushin G., Razorenov S. Spall strength of polycarbonate at a temperature of 20–185°C // *Technical Physics*. 2023. № 68. P. 622–628. <https://doi.org/10.21883/TP.2023.05.56068.10-23>
13. Гасанова Н.А. Влияние температуры на характер деформации пластмасс, работающих в нефтепромысловых оборудованьях // *Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук*. 2017. № 5–3. С. 17–20. EDN: YMVENZ
14. Рекомендации по проектированию и расчету конструкций с применением пластмасс // ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко. М., 1969. 149 с.
15. Mathworks. Help Center. URL: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/makima.html> (дата обращения: 20.10.2023).
16. ArcGIS. Регрессионный анализ. URL: <https://doc.arcgis.com/ru/insights/latest/analyze/regression-analysis.htm> (дата обращения: 20.10.2023).

References

1. Avdeev K.V., Tuchin M.A., Bobrov V.V., Kudryavtsev N.A., Skakun P.V. Testing of monolithic polycarbonate sheet for coating structures. *Industrial and Civil Engineering*. 2022;(10):56–61. (In Russ.) <https://doi.org/10.33622/0869-7019.2022.10.56-61>
2. Bunto O.V., Zhamoydik S.M. Experimental investigations of strength and deformation properties of polymeric materials considered as a translucent filling of easy-to-reset structures. *Vestnik Universiteta grazhdanskoi zashchity MChS Belarusi*. 2023;7(1):32–42. (In Russ.) <https://doi.org/10.33408/2519-237X.2023.7-1.32>
3. Bobina E.A., Danilaev M.P., Klabukov M.A., Kuklin V.A. Diagnostics of the destruction of monolithic polycarbonate using the piezoelectric effect. *Vestnik Kazanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. A.N. Tupoleva*, 2020;76(2):5–10. (In Russ.)
4. Bozhanov P.V., Treshchev A.A. Determination of the strength criteria at the onset of plastic deformation in polycarbonate. *Innovacii i investicii*. 2018;(12):323–326. (In Russ.) EDN: PLDROZ
5. Markov A.V., Derivolkov D.I., Duvanov D.S. Stress state investigation and evaluation of residual stresses in thermoformed polycarbonate sheet. *Plasticheskie massy*. 2019;(3–4):21–24. (In Russ.) <https://doi.org/10.35164/0554-2901-2019-3-4-21-24>
6. Bobina E.A., Gimadeeva L.A., Danilaev M.P. Mechanical stresses measuring in the polymer glasses during their using. *Engineering journal of Don*. 2018;49(2):31. (In Russ.) EDN: YATELZ
7. Zhang S., Wang B., Meng X., Chen Y. Mechanical Properties and Fracture Microstructure of Polycarbonate under High Strain Rate Tension. *Materials*. 2023;16:3386. <https://doi.org/10.3390/ma16093386>
8. Mu Q. Experimental data for creep and dynamic mechanical properties of polycarbonate and polycarbonate / acrylonitrile-butadiene-styrene. *Data in Brief*. 2022;42:108264. <https://doi.org/10.1016/j.dib.2022.108264>
9. Gallego S.-T., J., Nieto M.A., Huerta M. Thermal, lighting, and energy performances of buildings constructed with polycarbonate panels. Case study of a classroom in Madrid. *Energy Efficiency*. 2023;16. <https://doi.org/10.1007/s12053-023-10120-w>
10. Ahmed A., Bhalla N., Chouhan H., Shukla K., Bhatnagar N. Study of Polycarbonate Based Nano-composites at High Strain Rate Impact. *Procedia Structural Integrity*. 2019;14:507–513. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2019.05.061>
11. Yang M., Li W., Dong P., Ma Y., He Y., Zhao Z., Chen L. Temperature and strain rate sensitivity of yield strength of amorphous polymers: Characterization and modeling. *Polymer*. 2022;251(4):124936. <https://doi.org/10.1016/j.polymer.2022.124936>
12. Cherepanov A., Savinykh A., Garkushin G., Razorenov S. Spall strength of polycarbonate at a temperature of 20–185 °C. *Technical Physics*. 2023;68:622–628. <https://doi.org/10.21883/TP.2023.05.56068.10-23>
13. Gasanova N.A. The influence of temperature on the nature of deformation of plastics working in oilfield equipment. *Aktual'nye problemy gumanitarnykh i estestvennykh nauk [Actual problems of humanities and natural sciences]*. 2017;(5–3):17–20. (In Russ.) EDN: YMVENZ
14. *Recommendations for the design and calculation of structures using plastics*. Moscow: TSNIISK named after V.A. Koucherenko Publ.; 1969. (In Russ.)
15. Mathworks. Help Center. Available from: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/makima.html> (accessed: 20.10.2023).
16. ArcGIS. Available from: <https://doc.arcgis.com/ru/insights/latest/analyze/regression-analysis.htm> (accessed: 20.10.2023).

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-1-84-93
УДК 624.138
EDN: YEETVW

Научная статья / Research article

Результаты лабораторных исследований укрепления грунта земляного полотна с помощью модификатора

Р.М. Худайкулов , Д.Э. Аралов  

Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Республика Узбекистан

 dilshod.aralov.96@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 6 октября 2023 г.
Доработана: 12 января 2024 г.
Принята к публикации: 16 января 2024 г.

Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов

Нераздельное соавторство.

Аннотация. Актуальные современные тенденции в дорожном строительстве — это и увеличение интенсивности движения, и грузоподъемности автомобильного транспорта, а также расширение сети дорог, в том числе и местных, выдвигают задачу не только повышения долговечности дорожных конструкций, но и применения при строительстве автомобильных дорог местных материалов и грунтов. Для укрепления грунтов основания дорог разработано несколько методов. Также производится множество поверхностно-активных веществ, модификаторов и добавок для укрепления земляного полотна. Многие из них не показали свою эффективность на практике. Поэтому существует необходимость проведения множества лабораторных и полевых исследований по этой теме. Для изучения влияния модификатора на грунт дорожного полотна проведены лабораторные исследования. Определяли тип грунта и его максимальную плотность при оптимальной влажности. На основании этого в состав грунта вводился цемент и модификатор, определялись показатели плотности и прочности на сжатие. Получены результаты сканирующего электронного микроскопа для изучения влияния модификатора на грунт земляного полотна. Лабораторные исследования и СЭМ-анализа показали, что добавление модификатора на грунт приводит к увеличению его максимальной плотности, значительному увеличению прочности на сжатие и что модификатор служит для улучшения свойств связывания, образуя кристаллическую связь с цементом.

Ключевые слова: автомобильная дорога, грунт, прочность, максимальная плотность, портландцемент, модификатор, Акропол ГСМ, СЭМ-анализ

Для цитирования

Худайкулов Р.М., Аралов Д.Э. Результаты лабораторных исследований укрепления грунта земляного полотна с помощью модификатора // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 1. С. 84–93. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-1-84-93>

Худайкулов Рашидбек Мансуржонович, PhD., профессор кафедры изыскания и проектирование автомобильных дорог, Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Республика Узбекистан; ORCID: 0009-0008-0133-2361; E-mail: Rashidbek_19_87@mail.ru

Аралов Дилшод Эргаш угли, аспирант кафедры изыскания и проектирование автомобильных дорог, Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Республика Узбекистан; ORCID: 0009-0003-1707-1788; E-mail: dilshod.aralov.96@mail.ru

© Худайкулов Р.М., Аралов Д.Э., 2024



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Results of Laboratory Studies of Strengthening Subgrade Soil with Modifier

Rashidbek M. Hudaykulov^{ID}, Dilshod E. Aralov^{ID}✉

Tashkent State Transport University, Tashkent, Republic of Uzbekistan

✉ dilshod.aralov.96@mail.ru

Article history

Received: October 6, 2023

Revised: January 12, 2024

Accepted: January 16, 2024

Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors' contribution

Undivided co-authorship.

Abstract. Current modern trends in road construction are the increase in traffic intensity and the carrying capacity of motor transport, as well as the expansion of the road network, including local roads. These trends put forward the task of not only increasing the durability of road structures, but also the use of local materials and soils in the construction of highways. Several methods have been developed to strengthen the soils of the road base. A variety of surfactants, modifiers and additives are also produced to strengthen the roadbed. Many of them have not shown their effectiveness in practice. Therefore, there is a need for plenty laboratory and field studies on this topic. Laboratory studies were carried out to investigate the effect of the modifier on the roadbed soil. The type of soil and its maximum density were determined at optimal humidity. Based on this, cement and a modifier were introduced into the soil composition, density and compressive strength were determined. The results of a scanning electron microscope (SEM) were obtained to study the effect of the modifier on the roadbed soil. Laboratory studies and SEM-analysis have shown that the addition of a modifier to the soil leads to an increase in its maximum density, a significant increase in compressive strength and that the modifier serves to improve the binding properties by forming a crystalline bond with cement.

Keywords: highway, soil, strength, maximum density, Portland cement, modifier, Akropol GSM, SEM analysis

For citation

Hudaykulov R.M., Aralov D.E. Results of laboratory studies of strengthening subgrade soil with modifier. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(1):84–93. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-1-84-93>

1. Введение

В настоящее время в результате увеличения количества большегрузных автомобилей увеличиваются и нагрузки на автомобильные дороги. В результате до истечения срока службы автомобильных дорог возникают различные деформации. Кроме того, дефицит сырья, используемого для основания дороги, и транспортные затраты на транспортировку материалов приводят к увеличению общей стоимости дорожного строительства [1–4]. Поэтому в местах, где наблюдается дефицит местных каменных материалов, актуальным является вопрос использования грунта, армированного вяжущими материалами. В качестве технического решения с целью повышения прочности местных грунтов рассматривается проведение стабилизирующих работ путем внесения в грунт земляного полотна дороги различных добавок и модификаторов [5–9]. Как показали результаты многолетних исследований дорожных институтов, а также практический опыт проектирования и строительства денежные и материальные затраты могут быть значительно снижены, если для устройства дорожных одежд вместо каменных материалов применять местные грунты [10–12].

В настоящее время широко используются органические вяжущие для укрепления грунтов, но в связи с удорожанием нефти и нефтепродуктов, а также трудностями разработки нефти в Узбекистане, использование органических вяжущих как основных веществ для укрепления грунтов становится невыгодным. В современных условиях настоятельно необходимы новые эффективные технологии и более дешевые материалы, обеспечивающие высокое качество дорожных работ, новые методы улучшения грунтов.

Rashidbek M. Hudaykulov, PhD, professor, Department of Research and Design of Automobile Roads, Tashkent State Transport University, Tashkent, Republic of Uzbekistan; ORCID: 0009-0008-0133-2361; E-mail: Rashidbek_19_87@mail.ru

Dilshod E. Aralov, PhD student, Department of Research and Design of Automobile Roads, Tashkent State Transport University, Tashkent, Republic of Uzbekistan; ORCID: 0009-0003-1707-1788; E-mail: dilshod.aralov.96@mail.ru

2. Методы и материалы

В ходе исследовательских работ грунт был взят с территории города Ташкента. Для определения типа грунта в лабораторных условиях по межгосударственному стандарту ГОСТ 25100-2011¹ сначала определяли его влажность в пределах текучести и набухания (табл. 1), а на основании этого определяли число пластичности.

Таблица 1 / Table 1

Показатели грунта в зависимости от влажности / Soil indicators depending on humidity

Влажность на границе текучести / Humidity at the yield point			Влажность на границе раскатывания / Humidity at the rolling limit		
Масса увлажненного грунта, г / Mass of moistened soil, g	Масса сухого, г / Weight of dry soil, g	Влажность, W_T % / Humidity, W_T %	Масса увлажненного грунта, г / Mass of moistened soil, g	Масса сухого, г / Weight of dry soil, g	Влажность, W_p % / Humidity, W_p %
126,3	103,2	22,3	28,0	24,0	16,6

Число пластичности: $I_p = W_T - W_p = 5,7$

Затем определяли зернистость грунта по межгосударственному стандарту ГОСТ 12536-2014².

Таблица 2 / Table 2

Содержание фракций грунта / Content of soil fractions

Наименование грунта / Soil name	Содержание фракций грунта, %, размеры, мм / Content of soil fractions, %, dimensions, mm								
	Более 10 / More than 10	10–5	5–2	2–1	1–0,5	0,5–0,25	0,25–0,1	0,1–0,05	Менее 0,05 / Less than 0.05
Супесь пылеватая / Silt sandy loam	–	–	0,23	0,34	1,35	2,52	3,31	4,42	87,83

Установлено, что тип грунта, использованный в лабораторных условиях, — супесь пылеватая.

После этого определяли максимальную плотность грунта при оптимальной влажности по межгосударственному стандарту ГОСТ 22733-2016³.

При определении максимальной плотности грунта исходная влажность составляла 6 %, а затем для испытаний была увеличена до 3 %. Полученные результаты представлены в табл. 3.

На основе приведенной таблицы был составлен график максимальной плотности грунта при оптимальной влажности (рис. 1).

Как видно из рис. 1, при влажности $W = 14$ % имеет максимальную плотность $\rho = 1,83$ г/см³.

В настоящее время разработано много поверхностно-активных веществ (модификаторов) для использования на автомобильных дорогах развитых стран, многие из которых также не дали эффекта на практике. По этой причине были проведены экспериментальные испытания в лабораторных условиях применения модификатора Акропол ГСМ [13, 14], разработанного зарубежными странами и широко используемого на практике, на земляном полотне.

¹ ГОСТ 25100-2011. Грунты. Классификация. М.: Стандартинформ, 2018. 45 с.

² ГОСТ 12536-2014. Грунты. Методы лабораторного определения гранулометрического (зернового) и микроагрегатного состава. М.: Стандартинформ, 2015. 19 с.

³ ГОСТ 22733-2016. Грунты. Метод лабораторного определения максимальной плотности. М.: Стандартинформ, 2016. 12 с.

Плотности испытуемого грунта / Densities of the tested soil

№	Масса увлажненного грунта, г / Mass of moistened soil, g	Плотность увлажненного грунта, г/см ³ / Density of moistened soil, g/cm ³	Бюкс-1 масса увлажненного грунта, г / Cup-1 mass of moistened soil, g	Бюкс-2 масса сухого грунта, г / Cup-2 mass of dry soil, g	Влажность, W, % / Humidity, W, %	Плотность грунта в сухом состоянии, г/см ³ / Dry soil density, g/cm ³
1	1738	1,74	46	43	6,97	1,62
2	1878	1,88	56	51	9,80	1,71
3	2022	2,02	50	45	11,11	1,82
4	2102	2,10	55	48	14,58	1,83
5	2080	2,08	65	56	16,07	1,79
6	2022	2,02	55	46	19,56	1,69

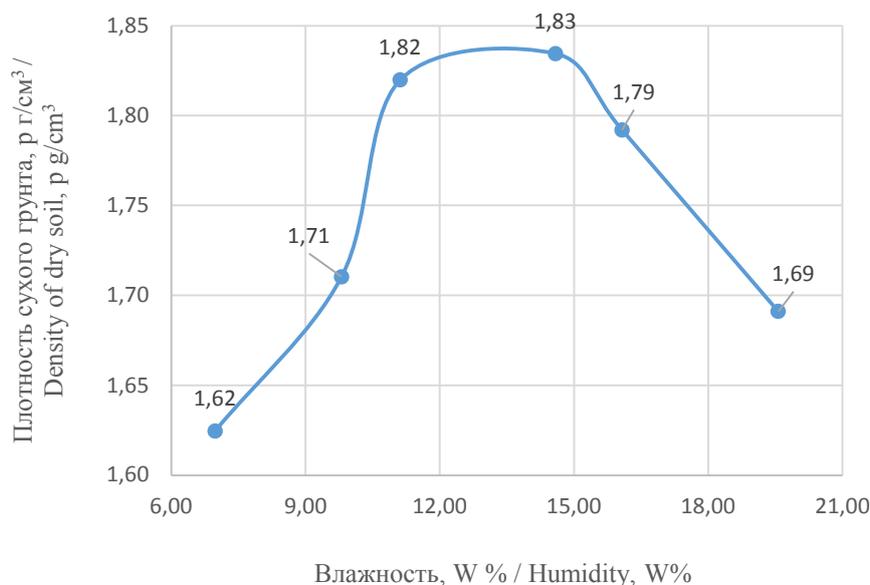


Рис. 1. График максимальной плотности грунта при оптимальной влажности

Источник: выполнено авторами

Figure 1. Graph of maximum soil density at optimal humidity

Source: made by the authors

Образцы подготовили для проведения исследовательских работ с использованием модификатора. Изготовление образцов выполняли по межгосударственному стандарту ГОСТ 23558-94⁴, аналогично схеме, показанной на рис. 2. Были получены образцы портландцемента марки М400 грунта в количестве 4, 6, 8 и 10 %, модификатора Акропол ГСМ в количестве 0,10, 0,12, 0,14, 0,16 % по отношению к полной массе, а также с помощью пресса, смешанного с водой в количестве 14 % для достижения оптимальной влажности. Портландцемент является одним из самых распространенных универсальных и дешевых минеральных вяжущих, применяемых для укрепления грунтов.

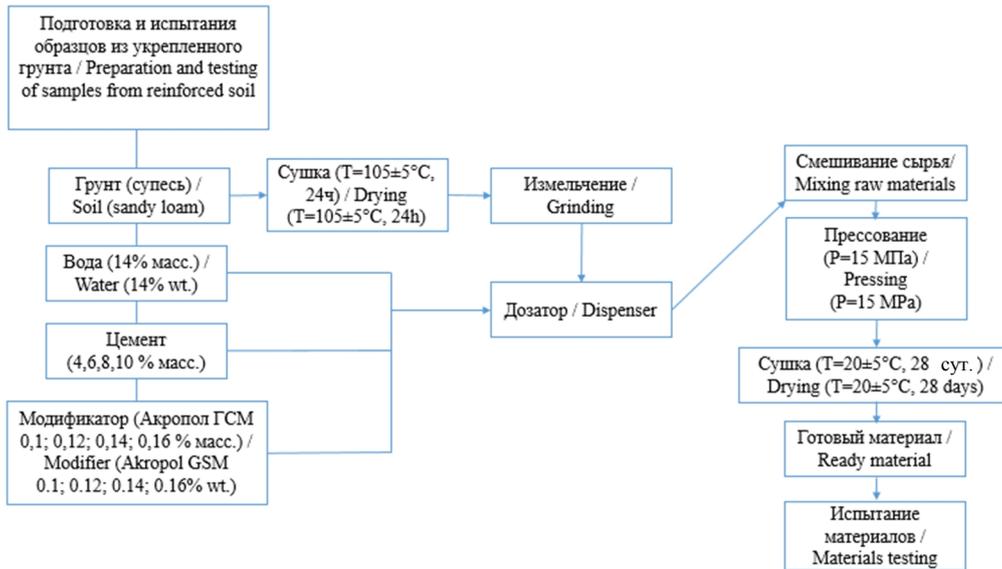


Рис. 2. Технологическая схема подготовки и испытания образцов армированного грунта
 Источник: выполнено авторами

Figure 2. Technological scheme for the preparation and testing of reinforced soil samples
 Source: made by the authors

3. Результаты и обсуждение

Образцы сушили в течение 28 суток и определяли максимальные плотности (табл. 4).

Готовые образцы проверяли на прочность на сжатие с помощью современного пресса Universal Test Machine. Результаты отображаются на компьютерном графике (рис. 3).

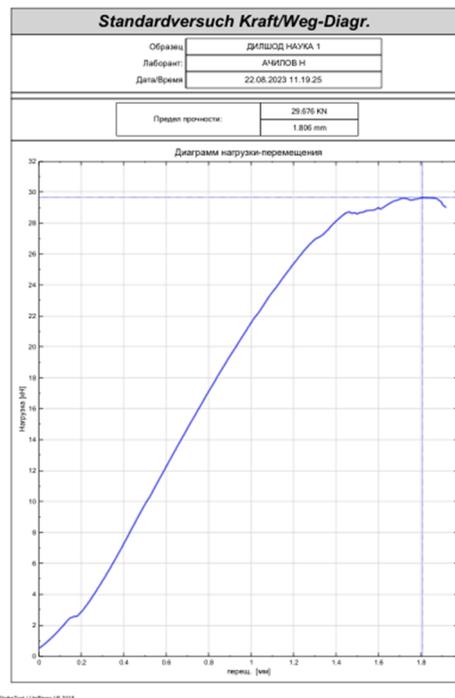


Рис. 3. Результаты, полученные в графической форме от пресса Universal Test Machine
 Источник: выполнено авторами

Figure 3. Results obtained in graphical form from the Universal Test Machine
 Source: made by the authors

Показатели плотности испытываемого грунта

Материал	Акропол ГСМ — 0 %		Акропол ГСМ — 0,10 %		Акропол ГСМ — 0,12 %		Акропол ГСМ — 0,14 %		Акропол ГСМ — 0,16 %	
	Плотность во влажном состоянии, ρ , г/см ³	Плотность в сухом состоянии, ρ , г/см ³	Плотность во влажном состоянии, ρ , г/см ³	Плотность в сухом состоянии, ρ , г/см ³	Плотность во влажном состоянии, ρ , г/см ³	Плотность в сухом состоянии, ρ , г/см ³	Плотность во влажном состоянии, ρ , г/см ³	Плотность в сухом состоянии, ρ , г/см ³	Плотность во влажном состоянии, ρ , г/см ³	Плотность в сухом состоянии, ρ , г/см ³
Грунт	2,08	1,86	—	—	—	—	—	—	—	—
Грунт + 4 % цемент	2,10	1,88	2,10	1,89	2,11	1,90	2,12	1,90	2,10	1,88
Грунт + 6 % цемент	2,10	1,88	2,10	1,88	2,10	1,89	2,12	1,90	2,11	1,89
Грунт + 8 % цемент	2,11	1,89	2,11	1,90	2,12	1,91	2,11	1,89	2,12	1,90
Грунт + 10 % цемент	2,11	1,89	2,10	1,89	2,11	1,90	2,12	1,90	2,12	1,91

Density indicators of the tested soil

Material	Akropol GSM — 0 %		Akropol GSM — 0,10 %		Akropol GSM — 0,12 %		Akropol GSM — 0,14 %		Akropol GSM — 0,16 %	
	Density in wet state, ρ , g/cm ³	Dry density, ρ , g/cm ³	Density in wet state, ρ , g/cm ³	Dry density, ρ , g/cm ³	Density in wet state, ρ , g/cm ³	Dry density, ρ , g/cm ³	Density in wet state, ρ , g/cm ³	Dry density, ρ , g/cm ³	Density in wet state, ρ , g/cm ³	Dry density, ρ , g/cm ³
Soil	2.08	1.86	—	—	—	—	—	—	—	—
Soil + 4 % cement	2.10	1.88	2.10	1.89	2.11	1.90	2.12	1.90	2.10	1.88
Soil + 6 % cement	2.10	1.88	2.10	1.88	2.10	1.89	2.12	1.90	2.11	1.89
Soil + 8 % cement	2.11	1.89	2.11	1.90	2.12	1.91	2.11	1.89	2.12	1.90
Soil + 10 % cement	2.11	1.89	2.10	1.89	2.11	1.90	2.12	1.90	2.12	1.91

По результатам исследования показатель прочности грунта на сжатие в сухом состоянии составил 3,6 МПа. Показатели при добавлении в него цемента и модификатора изображены на графике (рис. 4).

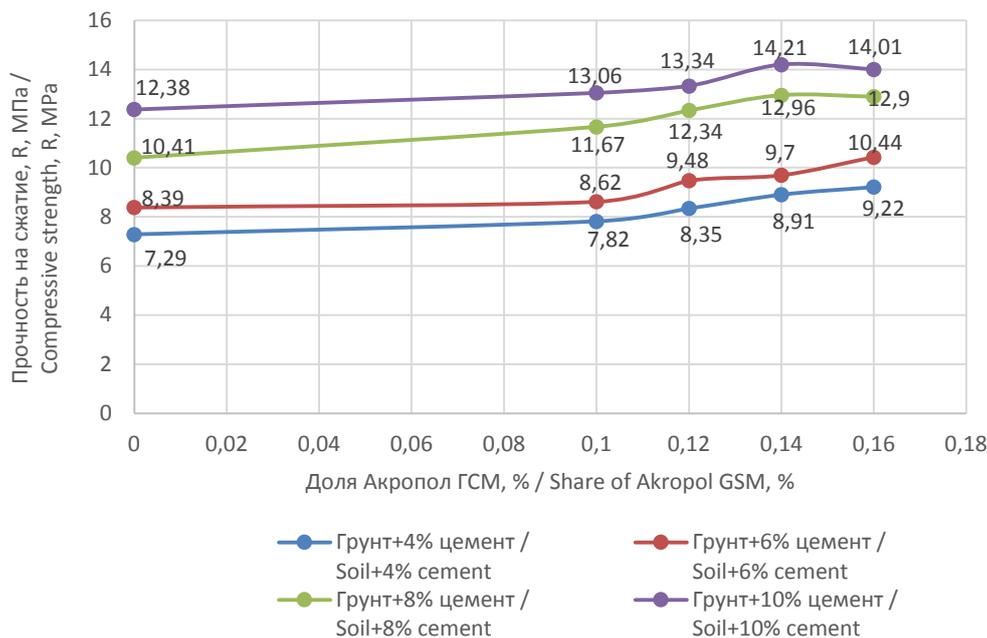


Рис. 4. График изменения прочности при сжатии с добавлением модификатора к укрепленному грунту
Источник: выполнено авторами

Figure 4. Graph of changes in compressive strength with the addition of a modifier to reinforced soil
Source: made by the authors

Проведенные лабораторные исследования показали, что добавление цемента и модификатора в грунт значительно увеличивает прочность грунта на сжатие. Согласно данным, например, прочность на сжатие при добавлении в грунт 8 % цемента составила 10,41 МПа, тогда как Акропол ГСМ показал более высокий результат при добавлении 0,14 %, то есть 12,96 МПа. Это указывает на увеличение консистенции на 24 %. Аналогичным образом, в то время как прочность на сжатие составляла 12,38 МПа при добавлении в грунт 10 % цемента, Акропол ГСМ показал более высокий результат при добавлении 0,14 %, что составляет 14,21 МПа. Это указывает на увеличение консистенции на 15 %. Мы видим, что те же показатели также увеличиваются при добавлении 4 и 6 % цемента.

Грунт и укрепленный грунт изучались с помощью сканирующего электронного микроскопа (СЭМ), который сканирует структурное состояние образцов.

С помощью СЭМ изучаются структурные изменения грунтов, а также содержащиеся в них химические элементы. Многие ученые проводят исследования и разработки в области СЭМ-анализа [15–20].

С помощью СЭМ образцы фотографировали на расстоянии 10 μm (увеличение $\times 2000$) и сравнивали. Результаты изменения показаны на фотографиях и в табл. 5.

Результаты СЭМ-анализа показали, что, хотя заполнители грунта стояли в рассеянном состоянии на изображении, на котором был отсканирован сам грунт, при добавлении цемента они выглядели в сколотом состоянии. Под действием цемента и модификатора мы можем увидеть кристаллические связи и скалообразное состояние вокруг заполнителя грунта. Из табл. 5 можно сделать вывод, что кристаллические связи служат для увеличения максимальной плотности и упругости грунта, увеличивая его прочность.

4. Заключение

1. Лабораторные исследования и СЭМ-анализа показали, что добавление модификатора на грунт приводит к увеличению его максимальной плотности, значительному увеличению прочности на сжатие и что модификатор служит для улучшения свойств связывания, образуя кристаллическую связь с цементом.

Фотографии анализа СЭМ / Photos of SEM analysis

Материал / Material	Изображение сделано СЭМ / Image taken by SEM	Химические элементы в образцах, полученных методом СЭМ / Chemical elements in samples obtained by SEM
Грунт / Soil		
Грунт + 4 % цемент / Soil+4% cement		
Грунт + 4 % цемент + 0,14 % Акропол GSM / Soil + 4 % cement + 0,14 % Akropol GSM		

2. Применение стабилизационных работ на земляном полотне дает возможность уменьшить объем земляных работ, сокращает расход перевозимого песчано-гравийного материала, обеспечивает устойчивость откоса дорожного полотна, уменьшает неровностей просадки и увеличивает срок службы автомобильной дороги.

Список литературы

1. Худайкулов Р.М., Салимова Б.Д., Аралов Д.Э. Стабилизатор грунта // Дорожное строительство и его инженерное обеспечение : материалы III Международной научно-технической конференции. Минск : БНТУ, 2022. С. 26–28.
2. Махмудова Д.А. Исследование водно-теплового режима земляного полотна автомобильных дорог // Universum: Технические науки. 2021. № 5–2 (86). С. 83–86. EDN: ZOZDSM
3. Махмудова Д.А. Результаты исследования влажности грунтов земляного полотна автомобильных дорог // Вестник Кыргызского государственного университета строительства, транспорта и архитектуры им. Н. Исанова. 2016. № 1 (51). С. 103–106. EDN VURNYJ
4. Hudaykuov R.M., Salimova B.D., Aralov D.E. Avtomobil yo'llarining yo'l poyi gruntlarini mustahkamlashda innovatsion materiallarni qo'llashning samaradorligi // Texnika va texnologiyalar rivojining istiqbollari: muammolar va yechimlar mavzusidagi Xalqaro ilmiy-amaliy konferentsiya (1-To'plam). 2023. Vol. 1. No. 1.
5. Худайкулов Р.М., Мирзаев Т.Л. Применение стабилизаторов для улучшения прочности грунтового основания автомобильных дорог // Транспортные сооружения. 2019. Т. 6. № 1. <https://doi.org/10.15862/14SAT5119>
6. Егоров Г.В., Андреева А.В., Буренина О.Н. Укрепление местных грунтов стабилизатором при строительстве автомобильных дорог в условиях Севера // Вестник Северо-Восточного Федерального университета имени М.К. Аммосова. 2013. Т. 10. № 4. С. 41–45. EDN: RURDCP
7. Брехман А.И., Вдовин Е.А., Мавлиев Л.Ф. Модификация укрепленных грунтов при строительстве сельских автомобильных дорог // Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. 2010. № 2 (14). С. 313–318. EDN: NUHSYH
8. John R. Bowman P.E. Efficacy of road bond end condor as soil stabilizers // Final Report ~ Fhwa-Ok-13-06. University of Oklahoma, 2013. No. 2242. 110 p. URL: <https://rosap.ntl.bts.gov/view/dot/31441> (дата обращения: 11.09.2023).
9. Чудинов С.А. Повышение эффективности укрепления грунтов портландцементом со стабилизирующей добавкой // Современные проблемы науки и образования. 2014. №. 5. С. 163–163. EDN: SZVKCD
10. Nigitha D., Prabhanjan N. Efficiency of cement and lime in stabilizing the black cotton soil // Materials Today: Proceedings. 2022. Vol. 68. Part 5. P. 1588–1593. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2022.07.286>
11. Prusinski J.R., Bhattacharja S. Effectiveness of Portland Cement and Lime in Stabilizing Clay Soils // Transportation Research Record. 1999. Vol. 1652. Issue 1. P. 215–227. <https://doi.org/10.3141/1652-28>
12. Solihu H. Cement Soil Stabilization as an Improvement Technique for Rail Track Subgrade, and Highway Subbase and Base Courses: A Review // Journal of Civil & Environmental Engineering. 2020. Vol. 10. No. 3. <https://doi.org/10.37421/jcde.2020.10.344>
13. Дмитриева Т.В., Куцына Н.П. Применение стабилизаторов в дорожном строительстве для укрепления грунтов Белгородской области // Наука и инновации в строительстве: сборник докладов Международной научно-практической конференции (к 165-летию со дня рождения В.Г. Шухова), Белгород, 17 апреля 2018 года. Белгород. 2018. С. 356–361. EDN: VQZGKQ
14. Дмитриева Т.В., Маркова И.Ю., Строкова В.В., Куцына Н.П. Эффективность стабилизаторов различного состава при укреплении грунтов минеральным вяжущим // Строительные материалы и изделия. 2020. Т. 3. № 1. С. 30–38. <https://doi.org/10.34031/2618-7183-2020-3-1-30-38>
15. Yuan B., Chen W., Zhao J., Yang F., Luo Q., Chen T. The Effect of Organic and Inorganic Modifiers on the Physical Properties of Granite Residual Soil // Hindawi Advances in Materials Science and Engineering. 2022. Vol. 2022. <https://doi.org/10.1155/2022/9542258>
16. Gupta D., Kumar A. Strength characterization of cement stabilized and fiber reinforced clay-pond ash mixes // International Journal of Geosynthetics and Ground Engineering. 2016. Vol. 2. No. 4. <https://doi.org/10.1007/s40891-016-0069-z>
17. Kapogianni E., Sakellariou M., Laue J., Springman S. Investigation of the mechanical behaviour of the interface between soil and reinforcement, via experimental and numerical modelling // Procedia Engineering. 2016. Vol. 143. P. 419–426. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.06.053>
18. Namjoo A.M., Jafari K., Toufigh V. Effect of particlesize of sand and surface properties of reinforcement on sand geosynthetics and sand-carbon fiber polymer interface shear behavior // Transportation Geotechnics. 2020. Vol. 24. <https://doi.org/10.1016/j.trgeo.2020.100403>
19. Madhusudhan B.N., Baudet B.A., Ferreira P.M.V., Sammonds P. Performance of fiber reinforcement in completely decomposed granite // Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. 2017. Vol. 143. No. 8. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0001716](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0001716)
20. Čalkovský M.E.M. Material Contrast by Scanning Electron Microscopy and Low-Energy Scanning Transmission Electron Microscopy // Zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.), Dissertation. 2022.

References

1. Hudaykulov R.M., Salimova B.D., Aralov D.E. Soil stabilizer. *Road construction and its engineering support: proceedings of the III International Scientific and Technical Conference*. Minsk: BNTU, 2022:26–28. (In Russ.)
2. Makhmudova D.A. Study water-thermal regime of earth linen of automobile roads. *Universum: Technical Sciences*. 2021;5–2(86):83–86. (In Russ.) EDN: ZOZDSM
3. Makhmudova D.A. Results of a study of soil moisture in road subgrades. *Bulletin of the Kyrgyz State University of Construction, Transport and Architecture named after. N. Isanova*. 2016;1(51):103–106. (In Russ.) EDN VURNYJ
4. Hudaykulov R.M., Salimova B.D., Aralov D.E. Effectiveness of the use of innovative materials in the strengthening of highway subgrades. *International Scientific-Practical Conference on Technical and Technological Development Prospects: Problems and Solutions (Collection 1)*. 2023. Vol. 1, no. 1.
5. Hudaykulov R.M., Mirzayev T.L. The use of stabilizers to improve the strength of the soil foundation of roads. *Russian journal of transport engineering*. 2019;6(1). (In Russ.) <https://doi.org/10.15862/14SATS119>
6. Egorov G.V., Andreeva A.V., Burenina O.N. Improved soil with use of the stabilizer for roads building in conditions of the North. *Vestnik of the M.K. Ammosov North-Eastern Federal University*. 2013;10(4):41–45. (In Russ.) EDN: RURDCP
7. Brekhman A.I., Vdovin E.A., Mavliev L.F. Updating of staked priming coats at building of rural highways. *News of the Kazan State University of Architecture and Engineering*. 2010;2(14):313–318. (In Russ.) EDN: NUHSYH
8. John R. Bowman P.E. *Efficacy of road bond end condor as soil stabilizers*. Final Report ~ Fhwa-Ok-13-06. University of Oklahoma, 2013;2242. Available from: <https://rosap.nrl.bts.gov/view/dot/31441> (accessed: 11.09.2023).
9. Chudinov S.A. Increase productivity soil reinforcement of portland cement with a stabilizing additive. *Modern problems of science and education*. 2014;5:163–163. (In Russ.) EDN: SZVKCD
10. Nigitha D., Prabhanjan N. Efficiency of cement and lime in stabilizing the black cotton soil. *Materials Today: Proceedings*. 2022;68(5):1588–1593. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2022.07.286>
11. Prusinski J.R., Bhattacharja S. Effectiveness of portland cement and lime in stabilizing clay soils. *Transportation Research Record*. 1999;1652(1):215–227. <https://doi.org/10.3141/1652-28>
12. Solihu H. Cement Soil Stabilization as an Improvement Technique for Rail Track Subgrade, and Highway Subbase and Base Courses: A Review. *Journal of Civil & Environmental Engineering*. 2020;10:3. <https://doi.org/10.37421/jcde.2020.10.344>
13. Dmitrieva T.V., Kutsyna N.P. Application of stabilizers in road construction to strengthen soils in the Belgorod region. *Science and innovation in construction: Collection of reports of the International Scientific and Practical Conference (on the 165th anniversary of the birth of V.G. Shukhov)*, Belgorod, April 17, 2018. Belgorod. 2018:356–361. (In Russ.) EDN: VQZGKQ
14. Dmitrieva T.V., Markova I.Yu., Strokova V.V., Kutsyna N.P. Efficiency of stabilizers of various composition for strengthening the soil with a mineral binder. *Construction materials and products*. 2020;3(1):30–38. (In Russ.) <https://doi.org/10.34031/2618-7183-2020-3-1-30-38>
15. Yuan B., Chen W., Zhao J., Yang F., Luo Q., Chen T. The Effect of Organic and Inorganic Modifiers on the Physical Properties of Granite Residual Soil. *Hindawi Advances in Materials Science and Engineering*. 2022;2022:9542258. <https://doi.org/10.1155/2022/9542258>
16. Gupta D., Kumar A. Strength characterization of cement stabilized and fiber reinforced clay-pond ash mixes. *International Journal of Geosynthetics and Ground Engineering*. 2016;2:32. <https://doi.org/10.1007/s40891-016-0069-z>
17. Kapogianni E., Sakellariou M., Laue J., Springman S. Investigation of the mechanical behaviour of the interface between soil and reinforcement, via experimental and numerical modeling. *Procedia Engineering*. 2016;143:419–426. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.06.053>
18. Namjoo A.M., Jafari K., Toufigh V. Effect of particlesize of sand and surface properties of reinforcement on sand geosynthetics and sand-carbon fiber polymer interface shear behavior. *Transportation Geotechnics*. 2020;24:100403. <https://doi.org/10.1016/j.trgeo.2020.100403>
19. Madhusudhan B.N., Baudet B.A., Ferreira P.M.V., Sammonds P. Performance of fiber reinforcement in completely decomposed granite. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. 2017;143(8):04017038. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0001716](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0001716)
20. Čalkovský M.E.M. Material Contrast by Scanning Electron Microscopy and Low-Energy Scanning Transmission Electron Microscopy. *Zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)*, Dissertation. 2022.

