

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА ИНЖЕНЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ

2022 Том 18 № 4

DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-4

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (открытый доступ)

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал
Издается с 2005 г.

Свидетельство о регистрации СМИ ПИ № ФС 77-19706 от 13 апреля 2005 г.

выдано Федеральной службой по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране наследия
Учредитель: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»

ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online)

Периодичность: 6 выпусков в год.

Языки: русский, английский.

Журнал индексируют: РИНЦ, RSCI, Cyberleninka, DOAJ, EBSCOhost, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, Dimensions.

Включен в Перечень ведущих научных журналов и изданий ВАК при Минобрнауки России по группе научных специальностей 2.1.1. Строительные конструкции, здания и сооружения (технические науки), 2.1.2. Основания и фундаменты, подземные сооружения (технические науки), 2.1.9. Строительная механика (технические науки).

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал «*Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*» знакомит читателей с достижениями отечественных и зарубежных ученых в области геометрии пространственных конструкций, сопротивления материалов, строительной механики, теории упругости и расчета строительных и машиностроительных конструкций, освещает вопросы научно-технического прогресса в строительстве и машиностроении, публикует аналитические обзоры по теме журнала.

Сайт журнала содержит полную информацию о журнале, его редакционной политике и этических принципах, требования к подготовке и условия публикации статей, а также полные выпуски журнала с 2008 г. (в рамках политики свободного доступа).

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Рынкoвская М.И., канд. техн. наук, РУДН, Москва, Россия

ЗАМЕСТИТЕЛЬ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

Ерофеев В.Т., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., МГУ им. Н.П. Огарева, Саранск, Россия

ОТВЕТСТВЕННЫЙ РЕДАКТОР

Мамиева И.А., РУДН, Москва, Россия

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ:

Аганов В.П., д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Андреев В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Ванин В.В., д-р техн. наук, проф., КПИ им. Игоря Сикорского, Киев, Украина

Варум У., д-р философии, проф., Университет Порту, Порту, Португалия

Войццкий З., проф., Вроцлавский научно-технический университет, Вроцлав, Польша

Евкин А., д-р техн. наук, проф., независимый исследователь, Торонто, Канада

Зверев Е.М., д-р техн. наук, проф., ИПМ РАН, Москва, Россия

Иванов С.П., д-р техн. наук, проф., ПГТУ (ВолгаТех), Йошкар-Ола, Россия

Карпенко Н.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИИСФ РААСН, Москва, Россия

Какоби С., д-р философии, проф., Технологический университет ПЕТРОНАС, Перак, Малайзия

Колчунов В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ЮЗГУ, Курск, Россия

Красич С., канд. техн. наук, Нишский университет, Ниш, Сербия

Лисичкин С.Е., д-р техн. наук, ООО «ИЦСКТЭ», Москва, Россия

Ляхович Л.С., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ТГАСУ, Томск, Россия

Магуле Ф., проф., Высшая инженерная школа «Централь Стюпелек», Университет Париж-Сакли, Париж, Франция

Мендонка П., д-р философии, Архитектурная школа, Университет Минью, Брага, Португалия

Санжаровский Р.С., д-р техн. наук, проф., ЕНУ им. Гумилева, Астана, Казахстан

Сантос Р., исследователь, Национальная лаборатория строительной техники, Лиссабон, Португалия

Травуш В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ЭНПИ, Москва, Россия

Якупов Н.М., чл.-корр. РИА, д-р техн. наук, проф., ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

СОДЕРЖАНИЕ

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

- Ерофеев В.Т.* Основы теории технологии получения, расчета физико-механических свойств и показателей химико-биологического сопротивления каркасных строительных композитов 283
- Колчунов В.И., Бушова О.Б.* Деформирование железобетонных каркасов многоэтажных зданий в запредельных состояниях при особых воздействиях 297
- Юрьев С.В.* Анализ данных натурных наблюдений за деформациями основания и полными осадками бетонной плотины Богучанской ГЭС 307
- Ахтямова Л.Ш., Языев Б.М., Чекурненко А.С., Сабитов Л.С.* Оптимизация формы трехгранных решетчатых опор по критерию устойчивости 317

ДИНАМИКА КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ

- Савин С.Ю., Федорова Н.В.* Сопоставление методов расчета несущей системы на внезапный отказ одного из ее элементов 329

АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ

- Gebre T.H., Galishnikova V.V., Lebed E.V.* Experimental and numerical investigation of thin-walled I-section beam under bending and torsion (Экспериментальное и численное исследование тонкостенных балок двутаврового сечения при изгибе и кручении) 341
- Пятикрестовский К.П., Федорова Н.В., Колчунов В.И.* Научно-творческое наследие Георгия Александровича Гениева 351
- Aleshina O.O., Ivanov V.N., Cajamarca-Zuniga D.* Comparative analysis of the stress state of an equal slope shell by analytical and numerical methods (Сравнительный анализ напряженного состояния оболочки одинакового ската аналитическим и численными методами) 375

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМ ОБОЛОЧЕК

- Мамиева И.А.* Линейчатые алгебраические поверхности с главным каркасом из трех суперэллипсов 387

Редактор Ю.А. Заикина
Дизайн обложки: Ю.Н. Ефремова
Компьютерная верстка: Ю.А. Заикина

Адрес редакции:

Российский университет дружбы народов
Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; тел./факс: +7 (495) 955-08-28; e-mail: stmj@rudn.ru; i_mamieva@mail.ru

Подписано в печать 21.11.2022. Выход в свет 28.11.2022. Формат 60×84/8.

Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 13,48. Тираж 250 экз. Заказ № 923. Цена свободная.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»
Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

Отпечатано в типографии ИПК РУДН

Российская Федерация, 115419, Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

© Российский университет дружбы народов, 2022
© Бондарева А.В., фото на обложке
(ММДЦ «Москва-Сити», Москва, Россия), 2022

STRUCTURAL MECHANICS OF ENGINEERING CONSTRUCTIONS AND BUILDINGS

2022 VOLUME 18 No. 4

DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-4

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (Open Access)

Founded in 2005

by Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)

ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online)

Published 6 times a year.

Languages: Russian, English.

Indexed by RSCI, Russian Index of Science Citation, Cyberleninka, DOAJ, EBSCOhost, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, Dimensions.

The journal has been included in the list of the leading review journals and editions of the Highest Certification Committee of Ministry of Education and Science of Russian Federation in which the basic results of PhD and Doctoral Theses are to be published.

Review-and-analytic and scientific-and-technical peer-reviewed journal "Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings" shows the readers round the achievements of Russian and foreign scientists in the area of geometry of spatial structures, strength of materials, structural mechanics, theory of elasticity and analysis of building and machine-building structures, illuminates the problems of scientific-and-technic progress in building and machine-building, publishes analytic reviews on the aims and scope of the journal.

The journal website contains full information about the journal, editorial policy and ethics, requirements for the preparation and publication of the articles, etc., as well as full-text issues of the journal since 2008 (Open Access).

EDITORIAL BOARD

EDITOR-IN-CHIEF

Marina I. Rynkovskaya, PhD of Technical Science, RUDN University, Moscow, Russia

ASSISTANT EDITOR-IN-CHIEF

Vladimir T. Erofeev, member of the RAACS, DSc, Professor, Ogarev Mordovia State University, Saransk, Russia

MANAGING EDITOR

Iraida A. Mamieva, RUDN University, Moscow, Russia

MEMBERS OF EDITORIAL BOARD:

Vladimir P. Agapov, DSc, Professor, NRU MGSU, Moscow, Russia

Vladimir I. Andreev, chairman, member of the RAACS, DSc, Professor, NRU MGSU, Moscow, Russia

Sergey P. Ivanov, DSc, Professor, VSUT (Volga Tech), Yoshkar-Ola, Russia

Saeid Kakooei, PhD, senior lecturer, Universiti Teknologi PETRONAS, Seri Iskandar, Malaysia

Nikolay I. Karpenko, member of the RAACS, DSc, Professor, NIIF RAACS, Moscow, Russia

Vitaliy I. Kolchunov, member of the RAACS, DSc, Professor, SWSU, Kursk, Russia

Sonja Krasic, PhD of Technical Science, University of Nis, Nis, Serbia

Sergey E. Lisichkin, DSc, Scientific Research Institute of Energy Structures, Moscow, Russia

Leonid S. Lyakhovich, member of the RAACS, DSc, Professor, TSUAB, Tomsk, Russia

Fredéric Magoulès, DSc, Professor, Centrale Supélec, Université Paris-Saclay, Paris, France

Paulo Mendonca, Associate Professor, Architecture School, University of Minho, Braga, Portugal

Rudolf S. Sanjarovskiy, DSc, Professor, L.N. Gumilyov ENU, Astana, Kazakhstan

Ricardo Santos, PhD in Civil Engineering, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisbon, Portugal

Vladimir I. Travush, member of the RAACS, DSc, Professor, ENPI, Moscow, Russia

Vladimir V. Vanin, DSc, Professor, NTUU KPI, Kiev, Ukraine

Humberto Varum, Full Professor, University of Porto, Porto, Portugal

Zbigniew Wójcicki, Professor, Wrocław University of Science and Technology, Wrocław, Poland

Nukh M. Yakupov, corresponding member of the Russian Academy of Engineering, DSc, Professor, IME of FIC KazanSC of RAS, Russia

Alex Yevkin, DSc, Professor, independent scientist, Toronto, Canada

Evgeniy M. Zveryaev, DSc, Professor, KIAM RAS, Moscow, Russia

CONTENTS

ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

- Erofeev V.T.* Fundamentals of technology theory of production, calculation physical and mechanical properties and indicators chemical and biological properties of frame building composites 283
- Kolchunov V.I., Bushova O.B.* Deformation of reinforced concrete frames of multistorey buildings in extreme conditions under special influences..... 297
- Yuriev S.V.* Analysis of the field studies of the foundation deformations and total draft of the Boguchansk HPP concrete dam 307
- Akhtyamova L.Sh., Yazyev B.M., Chepurnenko A.S., Sabitov L.S.* Trihedral lattice supports geometry optimization according to the stability criterion 317

DYNAMICS OF STRUCTURES AND BUILDINGS

- Savin S.Yu., Fedorova N.V.* Comparison of methods for analysis of structural systems under sudden removal of a member 329

ANALYTICAL AND NUMERICAL METHODS

OF ANALYSIS OF STRUCTURES

- Gebre T.H., Galishnikova V.V., Lebed E.V.* Experimental and numerical investigation of thin-walled I-section beam under bending and torsion 341
- Pyatikrestovskiy K.P., Fedorova N.V., Kolchunov V.I.* Scientific and creative heritage of Georgy Aleksandrovich Geniev 351
- Aleshina O.O., Ivanov V.N., Cajamarca-Zuniga D.* Comparative analysis of the stress state of an equal slope shell by analytical and numerical methods 375

GEOMETRICAL MODELING OF SHELL FORMS

- Mamieva I.A.* Ruled algebraic surfaces with a main frame from three superellipses 387

Copy Editor Iu.A. Zaikina
Graphic Designer Iu.N. Efremova
Layout Designer Iu.A. Zaikina

Address of the Editorial Board:

Peoples' Friendship University of Russia
6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; tel./fax: +7 (495) 955-08-28; e-mail: stmj@rudn.ru; i_mamieva@mail.ru

Printing run 250 copies. Open price

Peoples' Friendship University of Russia
6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation

Printed at Publishing House of RUDN University
3 Ordzhonikidze St, Moscow, 115419, Russian Federation

© Peoples' Friendship University of Russia, 2022
© Bondareva A.V., photo on the cover of the journal
(International Business Center "Moscow-City," Moscow, Russia), 2022

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-4-283-296

УДК 691.3

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Основы теории технологии получения, расчета физико-механических свойств и показателей химико-биологического сопротивления каркасных строительных композитов

В.Т. Ерофеев 

Национальный исследовательский Мордовский государственный университет имени Н.П. Огарева, Саранск, Российская Федерация

✉ vlalmo@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 12 мая 2022 г.

Доработана: 24 июля 2022 г.

Принята к публикации: 27 июля 2022 г.

Аннотация. Энергосбережение, эксплуатационная надежность зданий и сооружений различного назначения определяется долговечностью применяемых при их возведении строительных материалов и изделий. К настоящему времени на основе полиструктурной теории разработаны каркасные строительные композиты. Каркасная технология изготовления строительных изделий заключается в предварительном изготовлении каркасов из крупнопористых смесей с последующим заполнением пустот в отвердевшем каркасе матрицей – пластифицированным связующим, тонкодисперсной или мелкозернистой композицией, при этом каркасы и матрица могут быть сформированы на различных связующих. Данная технология дает возможность получать строительные материалы и изделия с сочетанием самых различных и даже несовместимых вяжущих с заранее заданным комплексом свойств, то есть открывает путь к направленному материаловедению. Представлены результаты теоретических исследований и расчета технологических и физико-механических свойств каркасных композиционных строительных материалов. Выявлены закономерности структурообразования каркасных композитов на уровне формирования каркасов и матриц, а также при их объединении. Установлено, что процесс пропитки каркаса матрицей подчиняется закономерностям движения свобододисперсных или связнодисперсных систем. Получены формулы для расчета структурных напряжений в твердеющих каркасных композитах. С феноменологических позиций получены аналитические зависимости для расчета коэффициента теплопроводности изделий. Для моделей из упорядоченно расположенных заполнителей получены выражения для расчета модуля упругости и показана кинетика процессов разрушения каркасных композитов при их нагружении. Установлены теоретические зависимости для вычисления коэффициента диффузии в каркасных композитах от основных структурообразующих факторов.

Ключевые слова: строительные композиционные материалы, композиты каркасной структуры, каркас, матрица, закономерности структурообразования, наполнители, заполнители, вязкость матриц, структурные напряжения, физико-механические свойства, прочность, теплопроводность, механика разрушения, долговечность

Для цитирования

Ерофеев В.Т. Основы теории технологии получения, расчета физико-механических свойств и показателей химико-биологического сопротивления каркасных строительных композитов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 4. С. 283–296. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-283-296>

Ерофеев Владимир Трофимович, доктор технических наук, профессор, академик РААСН, директор Института архитектуры и строительства, заведующий кафедрой строительных материалов и технологий, директор НИИ «Материаловедение», Национальный исследовательский Мордовский государственный университет имени Н.П. Огарева, Российская Федерация, 430005, Саранск, ул. Большевикская, д. 68; ORCID: 0000-0001-8407-8144, Scopus Author ID: 56662851300, ResearcherID: A-7827-2017, eLIBRARY SPIN-код: 4425-5045; vlalmo@mail.ru

© Ерофеев В.Т., 2022



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Fundamentals of technology theory of production, calculation physical and mechanical properties and indicators chemical and biological properties of frame building composites

Vladimir T. Erofeev 

National Research Ogarev Mordovia State University, Saransk, Russian Federation

✉ vlalmo@mail.ru

Article history

Received: May 12, 2022

Revised: July 24, 2022

Accepted: July 27, 2022

Abstract. Energy saving, operational reliability of buildings and structures for various purposes is determined by the durability of building materials and products used in their construction. To date, frame building composites have been developed on the basis of polystructural theory. The frame technology for the manufacture of building products consists in the preliminary manufacture of frames from coarse-pored mixtures, followed by filling voids in the hardened frame with a matrix-plasticized binder, fine-dispersed or fine-grained composition, while the frames and matrix can be formed on various binders. This technology makes it possible to obtain building materials and products with a combination of the most diverse and even incompatible binders with a predetermined set of properties, i.e. opens the way to directional materials science. The paper presents the results of theoretical research and calculation of the technological physical and mechanical properties of frame composite building materials. The regularities of the structure formation of frame composites at the level of the formation of frames and matrices, as well as when they are combined, are revealed. It is established that the process of impregnating the frame with a matrix obeys the laws of motion of freely dispersed or connected dispersed systems. Formulas for calculating structural stresses in hardening frame composites are derived. Analytical dependences for calculating the thermal conductivity coefficient of products are obtained from phenomenological positions. Expressions for the calculation of the modulus of elasticity are obtained for models of ordered aggregates and the kinetics of the processes of destruction of frame composites under their loading is shown. Theoretical dependences for calculating the diffusion coefficient in frame composites on the main structure-forming factors are established.

Keywords: building composite materials, frame structure composites, frame, matrix, patterns of structure formation, filler, filling material, matrix viscosity, structural stresses, physical properties, mechanical properties, strength, thermal conductivity, fracture mechanics, durability

For citation

Erofeev V.T. Fundamentals of technology theory of production, calculation physical and mechanical properties and indicators chemical and biological properties of frame building composites. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(4):283–296. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-283-296>

Введение

Создание новых строительных материалов и изделий, обеспечивающих улучшение их эксплуатационных показателей, повышение эффективности, снижение материалоемкости, стоимости и трудоемкости изготовления, является основной задачей в области строительного материаловедения.

Радикальным способом повышения долговечности композиционных материалов и изделий является применение композитов на полимерном вяжущем. Так, к настоящему времени широкое применение в строительной отрасли находят полимербетоны на основе синтетических связующих [1–3], композиционные конструкционные материалы [4–10], добавочные полимерные композиты к цементным и другим бетонам и композитам [11–14].

Перспективным направлением дальнейшего развития строительных композитов представляется получение и внедрение материалов каркасной структуры. Это показано в работах авторов при исследовании каркасных композитов на полимерных связующих, стеклощелочных вяжущих, растворимого стекла [15–18], а также композитов с организованной макроструктурой на основе синтетических смол [19; 20].

Технология их изготовления включает предварительное создание оптимальных смесей наполнителей и склеивание зерен друг с другом с последующим заполнением пустот полученного каркаса матри-

Vladimir T. Erofeev, Doctor of Technical Sciences, Professor, Academician of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Director of the Institute of Architecture and Construction Engineering, Head of the Chair of Building Materials and Technologies, Director of the Research Institute "Materials Science," National Research Ogarev Mordovia State University, 68 Bolshevistskaya St, Saransk, 430005, Russian Federation; ORCID: 0000-0001-8407-8144, Scopus Author ID: 56662851300, ResearcherID: A-7827-2017, eLIBRARY SPIN-code: 4425-5045; vlalmo@mail.ru

цей. Это позволяет получать высоконаполненные каркасные композиты, облегчается их изготовление и укладка, появляется возможность создавать на их основе материалы с заданными свойствами и изделия различного назначения. Установлено повышение физико-технических свойств каркасных композитов по сравнению с композитами обычной структуры: прочность при сжатии и растяжении выше в 1,2 раза; ударная прочность – в 1,5–3,5 раза. При этом усадочные деформации снижаются в 5–7 раз, температурные деформации – в 2,2 раза, а ползучесть – в 1,2 раза. Показано резкое повышение ударной прочности (более чем в 3 раза) каркасных композитов, армированных дисперсной арматурой [20].

В связи с развитием вычислительной техники резко возросла роль математического моделирования как средства изучения явлений и процессов в жидких, газовых, пластичных средах, твердых телах, в том числе в бетонах и других композиционных материалах (КМ). Усилия теоретиков сосредоточены на расчетах механических и некоторых физико-химических свойств композитов.

Теоретические исследования многих поколений ученых и инженеров заложили основы проектирования конструкций и их элементов с учетом обеспечения их прочностных и деформативных характеристик. Принятые методы расчета дают возможность оценить состояние элементов конструкции, при котором произойдет их разрушение или когда деформации превзойдут их допустимую величину. В этой связи важным является процесс получения численных значений прочности и характеристик деформирования разных материалов при различных внешних воздействиях. Возможность теоретического подхода к исследованию процесса деформирования твердых тел связана с необходимостью принятия некоторой модели этих тел.

Цель исследования состояла в разработке теоретических предпосылок создания каркасных композитов с улучшенными показателями структуры и физико-технических свойств.

Задачи исследований:

- обосновать методы теоретического изучения композиционных строительных материалов каркасной структуры;
- изучить процессы структурообразования и структуры каркасных композитов;
- структурные напряжения в каркасных композитах;
- поведение каркасных композитов при действии внешних нагрузок;
- химико-биологическое сопротивление каркасных композитов;
- получить математическую зависимость для оценки термического сопротивления каркасных композитов.

Материалы и методы

Структура каркасного композита представляет собой совокупность соприкасающихся, склеенных друг с другом зерен крупного заполнителя или волокон, пустоты между которыми заполнены дисперсной средой – матрицей. Физико-технические свойства каркасных композитов предопределяются: структурой клея каркаса, заполнителей и матрицы; особенностями взаимодействия на границах «заполнитель – клей каркаса» и «каркас – матрица»; характером геометрической упаковки заполнителей в каркасе.

Базовыми методами для проведения теоретических исследований каркасных композитов служили: полиструктурная теория композиционных материалов; законы и явления гидродинамики и гидростатики; закономерности движения свободнодисперсных и связнодисперсных систем; метод конечных элементов; метод обобщенной проводимости; теория химического сопротивления композитов.

Теоретические предпосылки создания каркасных композитов с улучшенными показателями структуры и физико-технических свойств

Теория структурообразования каркасных композитов

В научном материаловедении в последние годы утверждается концепция, согласно которой конечные свойства материалов определяются их структурой. Проблемы управления деформированием структуры (от нано- до макроуровня) композиционных материалов в настоящее время являются приоритетными. Структуры, создаваемые на масштабных уровнях от нано до макро, обеспечивают основные свойства материалов. С этой целью в механике материалов для представительного объема композита часто используются сферические модели ячейки (эффективные и структурные).

Установлены закономерности структурообразования каркасных композитов. Основными показателями, определяющими качество структуры каркаса, служат пропускная способность, позволяющая за-

полнить поровое пространство связующим, и адгезия связующего (матрицы) к вяжущему каркаса. Пропускная способность каркаса определяется из соотношения размеров заполнителей каркаса и связующего, а также вязкостью последнего [20].

Предложено оптимальное соотношение размеров наполнителей матрицы и наполнителей каркаса находить из выражения

$$r = 0,14\sqrt{R^2 + 0,9(R + \delta_{к.с})^2}, \quad (1)$$

где r и R – радиусы наполнителя и заполнителя; $\delta_{к.с} = V_k/S$ – толщина пленки связующего на зернах каркаса; V_k – объем клея каркасной смеси; S – суммарная поверхность заполнителей.

Размеры зерен и их удельная поверхность рассчитываются по формулам

$$d_{ср} = \sqrt[3]{6m / (\pi\rho_s)} \text{ или } d_{ср} = \sqrt{d_1 d_2} \text{ (частиц одной фракции);}$$

$$d_{\text{с}} = \sum_{i=1}^N x_i d_{\text{с}i} \lim_{x \rightarrow \infty} \text{(смеси наполнителей); } S_{\text{уд}} = (6 / \rho_s) \sum (\varphi_{\text{ч}i} x_i / d_i), \quad (2)$$

где m и ρ_s – масса и плотность частиц; d_1, d_2 – линейные размеры отверстий сит, между которыми задержались частицы; N – число фракций; $d_{\text{с}i}$ – средние диаметры зерен; x_i – массовые доли отдельных фракций.

Реологические свойства ненаполненных пропиточных композиций и композиций с наполнителями рассчитываются по уравнениям Ньютона, Бингама – Шведова и Кулона:

$$\tau = \eta_0 (dQ/dx), \quad \tau = \eta + \eta_m (dQ/dx) \text{ и } \tau = \sigma \text{tg}(\varphi) + \eta_m (dQ/dx), \quad (3)$$

где (dQ/dx) – градиент скорости сдвига; σ – нормальное напряжение; φ – угол внутреннего трения.

Процесс пропитки каркаса полимерными связующими следует законам движения жидкости в канале круглого сечения. По реологическим параметрам пропиточные матрицы разделяются на бесструктурные (вязкие) и структурированные (вязкопластические).

Уравнение гидравлической проницаемости каркаса вязкими матрицами в результате преобразования известного соотношения Пуазейля получено в виде

$$\eta_{\text{в}} = \frac{\pi \Delta P \Pi [(\sqrt{3}R^2 - 0,5\pi(R + \delta_{к})^2 / \pi)]^2}{8Ql[1 + 0,274(1 - \Pi)]}, \quad (4)$$

где $\eta_{\text{в}}$ – вязкость жидкости; ΔP – капиллярное давление; Π – пористость каркаса; Q – расход жидкости; l – длина капилляра.

Структурные и технологические параметры процесса пропитки вязкопластическими матрицами находятся из уравнения, полученного при преобразовании соотношения Букингема – Рейнера:

$$\eta_{\text{с}} = \eta_{\text{в}} \left\{ 1 - \frac{8\tau_{\text{T}}l}{3\Delta P \sqrt{[\sqrt{3}R^2 - 0,5\pi(R + \delta_{к})^2] / \pi}} + \frac{1}{3} \left[\frac{2\tau_{\text{T}}l}{\Delta P \sqrt{[\sqrt{3}R^2 - 0,5\pi(R + \delta_{к})^2] / \pi}} \right]^4 \right\}, \quad (5)$$

где $\eta_{\text{с}}$ – структурная вязкость; τ_{T} – предельное напряжение сдвига.

К пропиточным композициям, содержащим наполнители, необходимо предъявлять требования нерасслаиваемости. Наполнители должны находиться в связующем во взвешенном состоянии. Для выполнения этого требования пропиточная композиция должна при введении наполнителя приобретать структуру, обладающую некоторой прочностью. В случае если плотность наполнителя больше плотности

вяжущего, частицы первого будут оседать. Вяжущее препятствует движению, и в нем возникают касательные напряжения:

$$\tau = m / F, \quad (6)$$

где m – масса частицы в связующем; F – площадь поверхности частицы.

Сила сопротивления связующего движению частиц наполнителя вниз, приходящаяся на единицу площади, есть статическое напряжение сдвига Θ . Принимая частицы наполнителя шарообразной формы диаметром d , определим массу частицы в связующем:

$$m = \frac{\pi d^3}{6} (\gamma_r - \gamma_c), \quad (7)$$

где γ_r, γ_c – плотности наполнителя и связующего соответственно.

Площадь поверхности частицы шарообразной формы равна

$$F = \pi d^2. \quad (8)$$

Тогда формула (6) после подстановки выражений (7) и (8) будет иметь вид

$$\tau = \Theta = \frac{d}{6} (\gamma_r - \gamma_c). \quad (9)$$

В реальных условиях для предупреждения осаждения напряжения на поверхности частицы при ее движении должны превосходить статическое напряжение сдвига, что учитывается коэффициентом κ . Его значение зависит от размера частиц и с ростом их диаметра увеличивается. При диаметре частицы до 2 мм $\kappa = 2,5-3$. Учитывая это, из выражения (9) получим предельный размер частицы, не оседающей в связующем:

$$d = 6\kappa\Theta / (\gamma_r - \gamma_c). \quad (10)$$

При заполнении пустот каркаса термопластами необходимо предотвращать застывание расплава во время пропитки. Согласно закону сохранения энергии и результатам экспериментальных исследований механизма течения в литниковых каналах расплав не охлаждается при течении со скоростью не ниже

$$v_0 = 0,06(t_p - t_\phi) / \tau_0, \quad (11)$$

где t_p и t_ϕ – температуры расплава и поверхности канала соответственно; τ_0 – напряжение сдвига у стенки канала.

Структурные напряжения в каркасных композитах

Композитам оптимальной структуры соответствуют бездефектные системы, в которых до минимума сведена величина структурных напряжений.

Известно, что в процессе отверждения бетонов происходит усадка матрицы. Развитию усадочных деформаций препятствует наполнитель. Вследствие этого в матрице возникают напряжения, называемые структурными, так как они появляются в процессе формирования структуры бетонов. Величина структурных напряжений зависит от усадки матрицы, степени ее наполнения, жесткости наполнителей, модуля упругости матрицы, режима отверждения композита.

Для анализа зависимости усадочных напряжений от свойств элементов структуры бетона предложена простая расчетная модель, которую можно применить и при качественной оценке усадочных напряжений в каркасных композитах (рис. 1). Предполагаем, что каркасные композиты, как и обычные, состоят из наполнителей цилиндрической формы и матрицы. Их отличительной особенностью является то, что в этих бетонах матрица с наполнителями взаимодействует через клеевую прослойку каркаса. Поэтому для бетонов данного типа рассматриваем задачу о напряженном состоянии цилиндра из жесткого сердечника с двухслойным покрытием (рис. 2).

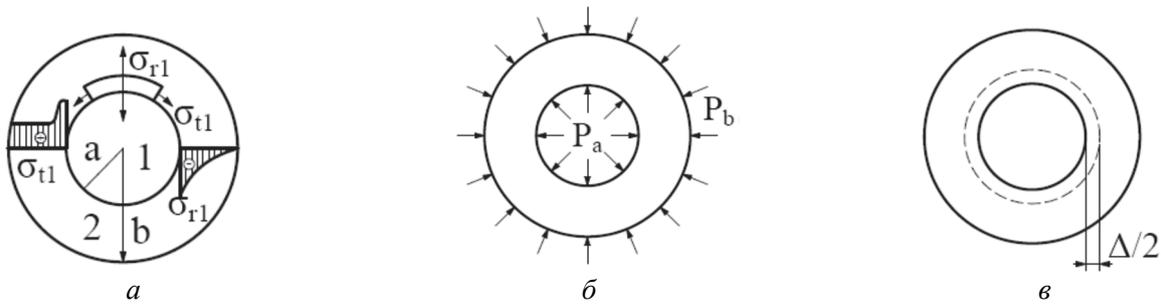


Рис. 1. Структурный элемент композита обычной структуры:
a – расчетная модель: 1 – наполнитель, 2 – матрица; *б* – расчетная схема; *в* – перемещения от усадки
Figure 1. Structural element of a regular structure composite:
a – theoretical model: 1 – filler, 2 – matrix; *б* – structural design; *в* – shifts from shrinkage

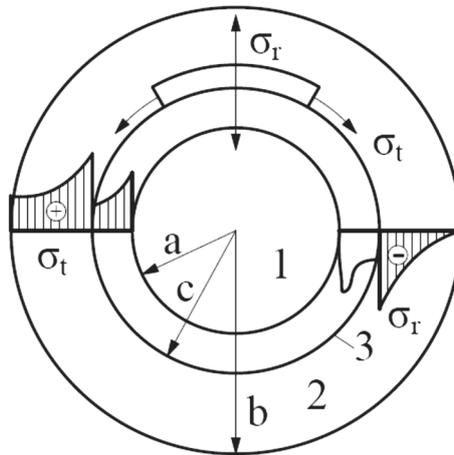


Рис. 2. Структурный элемент композита каркасной структуры:
 1 – наполнитель; 2 – матрица; 3 – клеевой слой
Figure 2. Structural element of a framed composite:
 1 – filler; 2 – matrix; 3 – glue layer

Получены аналитические выражения для расчета структурных напряжений в твердеющих каркасных композитах, определяющие особенности формирования структуры композитов и пригодные для управления процессами структурообразования и получения каркасных материалов с оптимальным комплексом свойств. По полученным формулам получены графические зависимости (рис. 3).

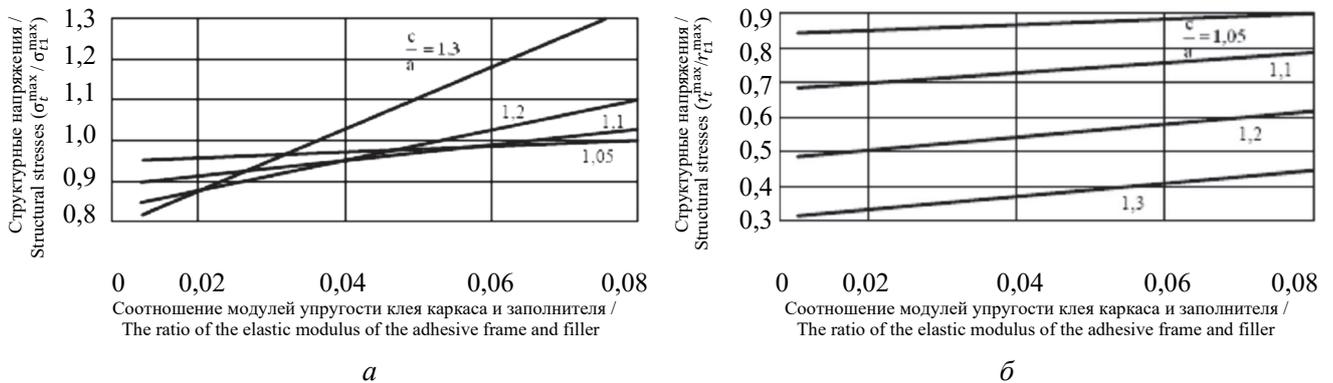


Рис. 3. Изменение структурных напряжений в матрице каркасного композита от толщины клеевого слоя каркаса (c/a) и соотношения модулей упругости клея каркаса E_3 и наполнителя E_1 :

Figure 3. The change in structural stresses in the matrix of the frame composite from the thickness of the adhesive layer of the frame (c/a) and the ratio of the elastic modulus of the glue of the frame E_3 and the filler E_1 :
a – окружных; *б* – радиальных
a – circumferential; *б* – radial

Из графиков видно, что структурные напряжения значительно снижаются упругим клеем каркаса, при этом оптимальное соотношение модулей упругости клея каркаса и заполнителей при постоянной жесткости матрицы находится в пределах от 0,01 до 0,04.

Исследование поведения каркасных композитов при действии внешних нагрузок

Теоретически и экспериментально изучено поведение каркасных композитов при действии внешней нагрузки. Поведение композиционных материалов при воздействии внешней нагрузки во многом определяется напряженно-деформированным состоянием (НДС) в его структурных элементах. Так как компоненты композиционных строительных материалов (КСМ) имеют различные упругопрочностные свойства, нагрузка, приложенная к композиту, распределяется по объему неравномерно. В структуре материала при значительной неоднородности возникают области с концентрацией напряжений, и в них зарождаются микротрещины. Изучив влияние структурообразующих факторов на НДС, можно установить, при каких характеристиках компонентов концентрация напряжений в структуре будет минимальной. Используя эти данные при проектировании состава композитов, можно полнее использовать работу всех его компонентов и улучшить эксплуатационные свойства.

С целью выяснения влияния структурных факторов на напряженно-деформированное состояние КСМ при действии внешней нагрузки целесообразно использовать методы конечных элементов. В них рассматриваются плоские и объемные расчетные модели [21]. Бетоны обычно моделируются плоской расчетной моделью с одним включением [22–27]. При проведении расчетов модель разбивается на определенное число элементов конечных размеров, чаще всего треугольной или четырехугольной формы. В пределах этих элементов сначала определяют деформации, а затем по закону Гука и напряжения, которые представляются в виде коэффициентов концентрации напряжений, выражающих отношение максимальных напряжений к интенсивности внешней сжимающей условной нагрузки, определяемой как отношение суммарной внешней узловых силы к длине модели.

Расчетная модель, составленная для изучения НДС каркасных композитов, показана на рис. 4. Она разбивалась на 172 элемента треугольной формы. Ее загрузка производилась сжимающей нагрузкой по верхней грани в узлах. Для каркасных композитов важным является выяснение влияния на НДС соотношения жесткостей заполнителя, клея каркаса и матрицы, формы заполнителя и толщины клея на его зернах.

При оптимизации структурных показателей клея каркаса отношение толщины пленки связующего к диаметру заполнителя варьировалось в пределах от 0,05 до 0,1, а соотношение модулей упругости клея каркаса и заполнителя изменялось от 0 до 0,75.

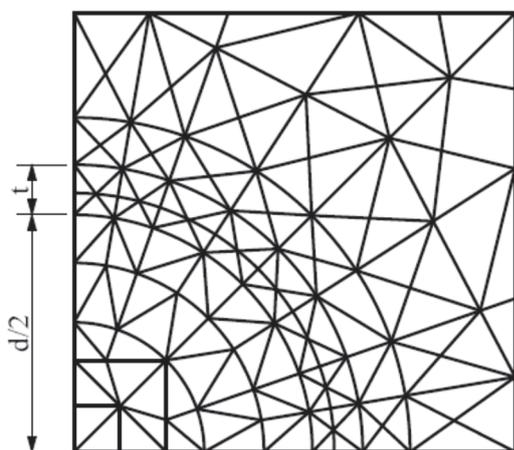


Рис. 4. Разбивка модели каркасного композита на треугольные элементы

Figure 4. Breakdown of the frame composite model into triangular elements

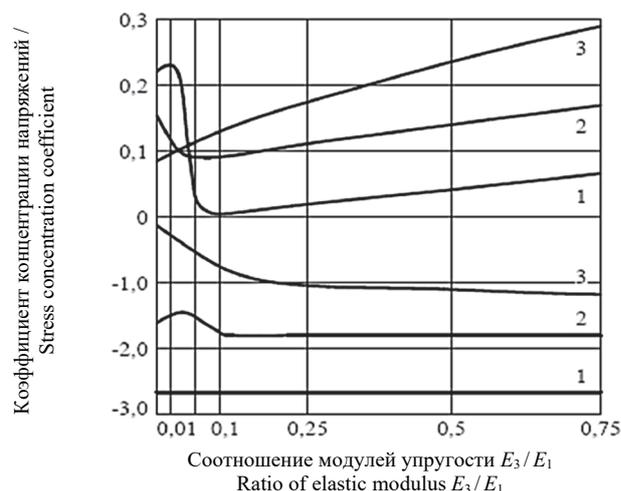


Рис. 5. Распределение максимальных напряжений в каркасном композите в зависимости от соотношения модулей упругости клея и заполнителя при соотношении модулей упругости матрицы и заполнителя $E_3/E_1 = 0,5$:

1 – в матрице; 2 – в заполнителе; 3 – в клее

Figure 5. Distribution of maximum stresses in the frame composite depending on the ratio of the elastic modulus of the adhesive and the filler with the ratio of the elastic modulus of the matrix and the filler $E_3/E_1 = 0,5$:

1 – in the matrix; 2 – in the filler; 3 – in the glue

Для изучения напряженного состояния композита каркасной структуры возьмем семь уровней отношений модулей упругости клея к наполнителю: 0; 0,01; 0,05; 0,1; 0,25; 0,5; 0,75. Нулевому уровню соответствуют напряжения в композите обычной структуры, без клеевой пленки на наполнителе.

Установлено, что изменение концентрации растягивающих напряжений происходит в больших пределах. В матрице, например, коэффициент концентрации растягивающих напряжений изменяется от 0,01 при $E_3 / E_1 = 0,1$ до 0,25 при $E_3 / E_1 = 0,01$. Сжимающие напряжения при этом изменяются незначительно. В наполнителе растягивающие напряжения уменьшаются с увеличением E_3 / E_1 до величины 0,05. При соотношении модулей упругости более 0,05 напряжения в наполнителе возрастают (рис. 5).

Влияние формы наполнителя на внутренние напряжения

Influence of the filler shape on internal stresses

Форма наполнителя	Условные напряжения в матрице	
	Растяжение	Сжатие
Диск	1	1
16-угольник	1,16	1,02
8-угольник	1,58	1,26
Ромб	2,17	1,37

Placeholder form	Conditional stresses in the matrix	
	Stretching	Compression
Disk	1	1
16-square	1,16	1,02
8-square	1,58	1,26
Rhomb	2,17	1,37

Форма зерен реального наполнителя может отличаться от сферы, поэтому были исследованы модели с различной формой включений. Отношение их объемов к общему объему модели принималось равным 0,24. Отклонение от круговой формы наполнителя приводит к увеличению концентрации напряжений (таблица). Наиболее значительный ее рост по отношению к круговой форме наблюдается в моделях с включением ромбических структур, ориентированных большой осью в сторону направления действия внешней нагрузки.

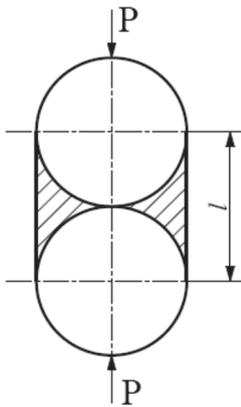


Рис. 6. Модель для расчета механических характеристик
Figure 6. A model for calculating mechanical characteristics

Анализ напряженного состояния каркасного композита позволил определить его оптимальную структуру, в которой структурные напряжения существенно снижаются клеевым слоем. С данной точки зрения наиболее рационально следующее соотношение модулей упругости наполнителя, матрицы и клея: 1:0,3 – 0,5:0,05 – 0,1; причем желательно иметь клей каркаса с повышенными значениями прочности на растяжение. Это достигается, например, путем дисперсного армирования клея каркаса.

Модель каркасного композита рассматриваем как двухкомпонентную систему из наполнителей и матрицы. Зерна наполнителя в композите находятся в непосредственном контакте, а объем матрицы равен объему пустот наполнителей. Заменяем реальную систему моделью с регулярно расположенными наполнителями (рис. 6).

Расстояния между центрами наполнителей, расположенных вдоль вертикали и горизонтали, в начальном состоянии принимаем одинаковыми. При приложении сжимающих нагрузок расстояние между центрами двух соприкасающихся зерен уменьшится на величину δ , что будет определяться процессами деформирования в зоне контакта при сопряжении частиц (δ_1) и вдавливания их в матрицу (δ_2).

Для моделей, состоящих из регулярно расположенных наполнителей, получены формулы для расчета модуля упругости при статическом и динамическом нагружении:

$$E = \frac{Pl}{\pi R^2 \left[\frac{\delta h (1 + \beta^{3/2})}{2\beta} - \frac{(1 - \mu_2)P}{2E_2 R} \right]}; \quad E_{\text{прив}}^{\text{дин}} = \frac{Pl}{\pi R^2 [x + f(E_1 E_2)]}, \quad (12)$$

где P – нагрузка; l – расстояние между центрами контактирующих наполнителей; δh – деформация по Герцу; β – коэффициент сжатия эпюры, зависящий от параметров шероховатости и сжимающей нагрузки; E_2 и μ_2 – модуль Юнга и коэффициент Пуассона матрицы соответственно; $x = \delta - \delta_0$ (здесь δ – сближение между центрами соприкасающихся зерен при приложении нагрузки; δ_0 – сближение в точке статического равновесия).

Термическое сопротивление каркасных композитов

Широко распространенным методом теоретического исследования теплопроводности композиционных материалов является метод обобщенной проводимости, позволяющий применить для расчета основные соотношения электростатики и электродинамики. При описании процесса теплопроводности по методу обобщенной проводимости используют континуальную физическую модель. В континуальных моделях отдельные компоненты материала рассматриваются в виде сплошной среды (континуума) и на основании феноменологического анализа процесса переноса устанавливается зависимость коэффициента переноса от структуры смеси, от коэффициентов переноса отдельных компонентов и от их концентрации.

Структуру каркасного композита отнесем к системам с взаимопроникающими компонентами. Контактующие частицы и матрица между заполнителями образуют непрерывную протяженность заполнителей и матрицы во всех направлениях.

Рассмотрим модель, состоящую из цепочно-связанных в направлении теплового потока заполнителей в матрице (рис. 7).

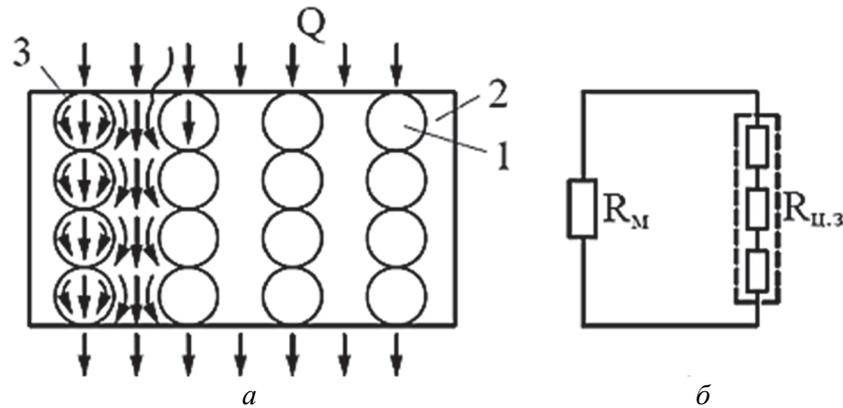


Рис. 7. Модель для расчета теплопроводности каркасных композиционных материалов:

a – элементарная ячейка; *б* – схема составляющих термического сопротивления модели;

1 – заполнитель; 2 – матрица; 3 – линии теплового потока через контактирующие заполнители; 4 – линии теплового потока по матрице

Figure 7. A model for calculating thermal conductivity of frame composite materials:

a – an elementary cell; *b* – a diagram of the components of the thermal resistance of the model;

1 – filler; 2 – matrix; 3 – lines of heat flow through contacting fillers; 4 – lines of heat flow through the matrix

С феноменологических позиций с использованием континуальной модели получены аналитические зависимости для расчета термического сопротивления изделий из каркасных композитов:

$$R_k = [100\pi d^2 / (6F_{\text{обр}}\rho_1)] \{ [\delta_1\rho_1 / 100\lambda_{\text{гр}}] + \{ 1 - (1,45/d)[2P_1d(1-\mu_1) / E_1]^{1/3} \} \times \\ \times F_3 / \{ 2,9\lambda_{\text{тр}}[2P_1d(1-\mu_1) / E_1]^{1/3} \} + \{ 100\pi d^2 / [6F_{\text{обр}}(100-\rho_1)] \} \times \{ \delta_1(1-\rho_1/100) / \lambda_m + \\ + [1 - (1-0,25\pi)^{1/2}] \times F_m / \{ 2d\lambda_m[1-0,25\pi] / 0,25\pi \}^{1/2} \} \}, \quad (13)$$

где d – диаметр заполнителя; $F_{\text{обр}}$ и δ_1 – площадь сечения и толщина образца; ρ_1 – объемная концентрация заполнителя; $\lambda_{\text{гр}}$ и λ_m – коэффициенты теплопроводности гранул заполнителя и матрицы; P_1 – контактное усилие, вызываемое внутренними напряжениями в композите; E_1 и μ_1 – модуль Юнга и коэффициент Пуассона матрицы соответственно; $F_m = \pi b_m^2/4$ и $F_3 = \pi a_m^2/4$ – площади сечения матрицы и заполнителей (здесь a_m и b_m – диаметры условного цилиндрического сечения матрицы в узком и широком проходе соответственно (между четырьмя и восемью шарообразными заполнителями)).

Значения теплопроводностей заполнителей и ненаполненных матричных композиций являются справочными данными. Для расчета теплопроводности наполненных матричных композитов следует пользоваться известными соотношениями. Например, теплопроводность полимерных композиций с мелкодисперсными наполнителями в [28] предлагается определять по формулам Эйкена:

$$\lambda_m = \frac{2\lambda_c - \lambda_n - 2\gamma_n(\lambda_c - \lambda_n)}{2\lambda_c - \lambda_n - 2\gamma_n(\lambda_c - \lambda_n)} \quad \text{при } \lambda_n < \lambda_c; \quad (14)$$

$$\lambda_m = \frac{1+2\gamma_n}{1-\gamma_n} \lambda_c \quad \text{при } \lambda_n > \lambda_c, \quad (15)$$

где λ_m , λ_c , λ_n – теплопроводность наполненной композиции (матрицы), связующего и наполнителя соответственно; γ_n – объемное содержание наполнителя.

Химико-биологическое сопротивление каркасных композитов

Сформулированы предложения по построению количественной теории химического и биологического сопротивления каркасных композитов. В каркасных композитах, составленных на плотных (непроницаемых) заполнителях, твердый скелет из заполнителей (каркас) тормозит скорость переноса вещества через матрицу, находящуюся в его пустотах. Замедление диффузии обусловлено удлинением пути диффузионного потока вследствие огибания непроницаемых зерен. Получены теоретические зависимости коэффициента диффузии в каркасных композитах от основных структурообразующих факторов. Эффективный коэффициент диффузии каркасного композита предложено подсчитывать по формуле

$$D = \frac{D_m}{1 + 0,274(1 - \Pi)}, \quad (16)$$

где Π – пористость каркаса; $D_m = \sqrt{\frac{a}{r}} D_1$ – эффективный коэффициент диффузии пропиточной матрицы; a – расстояние между наполнителями; r – радиус частиц наполнителя; D_1 – коэффициент диффузии связующего.

Расстояние между наполнителями определяется по формуле

$$a = \left\{ \left[\frac{\pi(m_c/\rho_c + m_n/\rho_n)}{6m_n/\rho_n} \right]^{1/3} - 1 \right\} d, \quad (17)$$

где m_c и m_n – массы связующего и наполнителя соответственно; ρ_c и ρ_n – плотности связующего и наполнителя соответственно; d – диаметр наполнителя.

Практическое значение имеют теоретические и экспериментальные исследования поведения строительных материалов при воздействии биологических сред в оптимальных для роста микроорганизмов условиях, когда происходит максимальное выделение продуктов метаболизма (ферментов) и более быстрая деградация материалов. Уравнение биосинтеза ферментов на полимерных субстратах, согласно [29], имеет следующий вид

$$\dot{E} = X\mu_E - \{[E]_s + 0,1[E]_a\}J_n, \quad (18)$$

где X – биомасса микроорганизмов в единице объема; μ_E – удельная скорость биосинтеза; $[E]_s$ – равновесная концентрация ферментов в среде, то есть не связанная с субстратом; $[E]_a$ – концентрация адсорбированных субстратом ферментов; J_n – удельная скорость инактивации ферментов.

Рост микроорганизмов подчиняется следующему уравнению [30]:

$$X = \bar{X}(\mu_x - A_x), \quad (19)$$

где X – предельная критическая биомасса; μ_x и A_x – удельные скорости роста биомассы и отмирания клеток соответственно.

Величина согласно [31] определяется при комбинировании уравнений баланса ферментов и изотермы адсорбции Лангмюра:

$$[E] = [E]_a + [E]_s; \quad (20)$$

$$\frac{[E]_a}{E_1} = \frac{S[E]_s}{K_E + [E]_s}, \quad (21)$$

где E – общая концентрация фермента; E_1 – величина предельной адсорбции; S – площадь поверхности субстрата; K_E – константа адсорбции фермента.

Подстановка $[E]_a$ из (20) в (21) приводит к квадратному уравнению, решение которого дает

$$[E]_a = 0,5 \{b - (b^2 - 4E_1S[E])\}^{0,5}, \quad (22)$$

где $b = E_1S + K_E + [E]$.

Координата фронта диффузии продуктов метаболизма в композит может быть оценена по формуле

$$a = k(\zeta)\sqrt{Dt}. \quad (23)$$

В случае же, если некоторые компоненты материала являются источниками питания, то в уравнение необходимо вводить коэффициенты n и k_1 , характеризующие концентрацию веществ, усваиваемых микроорганизмами, и константу скорости взаимодействия веществ с ними соответственно:

$$a = k(\zeta)\sqrt{Dt / nk_1}. \quad (24)$$

Деграционные процессы в цементных бетонах при коррозии второго вида могут сопровождаться образованием в поверхностных слоях материала продуктов разрушения в виде труднорастворимых соединений, обладающих малой прочностью [30], которые затрудняют доступ агрессивной среды во внутренние слои материала и тем самым снижают интенсивность коррозионных процессов. При таком механизме на начальном этапе коррозии, когда слой еще не образовался, ее интенсивность определяется скоростью химических реакций – процесс находится в кинетической области, на втором же этапе, по мере роста слоя продуктов коррозии, ее интенсивность определяется диффузией агрессивной жидкости через прородированный слой к еще не поврежденному – процесс переходит в диффузионную область.

Для цементных композитов при таком механизме деграции глубина повреждения определяется по уравнению Таммана:

$$a = \sqrt{D^* C_0 \Xi t}, \quad (25)$$

где D^* – эффективный коэффициент диффузии агрессивной среды через слой продуктов коррозии; C_0 – концентрация агрессивного вещества; $\Xi = mM_{CaO} / nM_{кисл}$ – химический эквивалент, представляющий собой соотношение масс оксида кальция и кислоты, вступающих во взаимодействие; m и n – стехиометрические коэффициенты; t – время.

Наряду с диффузионными механизмами деграции при воздействии продуктов метаболизма микроорганизмов возможна реализация чисто гетерогенного механизма разрушения.

Скорость биокоррозии при гетерогенном механизме деграции экспериментально можно оценить по формуле

$$V = \frac{P_1 - P_2}{St}, \quad (26)$$

где P_1 и P_2 – масса образца до и после испытаний соответственно; S – площадь всей поверхности образца.

Разработаны методы прогнозирования и работоспособности композитов каркасной структуры в агрессивных средах.

Согласно теории химического сопротивления композитов, чтобы установить деграцию композиционных материалов, необходимо определить координату фронта переносимой (диффундирующей или фильтрующей) жидкости и изменение прочностных и упругопластических характеристик композита по сечению.

Заключение

1. Показана перспективность применения в строительстве каркасных строительных композитов, технология изготовления которых включает предварительное создание оптимальных смесей заполнителей и склеивания зерен друг с другом с последующим заполнением пустот полученного каркаса матрицей.

2. Специфическая структура каркасных композитов и своеобразная технология их изготовления позволяют создавать на их основе материалы с заданными свойствами и изделия различного назначения.

3. Установлены закономерности структурообразования каркасных композитов на уровне формирования каркасов и матриц, а также при их объединении.

4. Предложены формулы для расчета количественного содержания составляющих компонентов каркасных композитов. Показано, что процесс пропитки каркаса матрицей подчиняется закономерностям движения свобододисперсных или связнодисперсных систем.

5. Получены аналитические выражения для расчета структурных напряжений в твердеющих каркасных композитах, пригодные для получения материалов с оптимальным комплексом свойств.

6. Методом конечных элементов исследовано влияние основных структурных и механических показателей композитов на их напряженно-деформированное состояние.

7. С феноменологических позиций с использованием континуальной модели получены аналитические зависимости для расчета коэффициента теплопроводности изделий из композитов сплошного и слоистого поперечного сечения.

8. Для моделей, состоящих из упорядоченно расположенных заполнителей получены формулы для расчета модуля упругости и показана кинетика процессов разрушения каркасных композитов при их нагружении.

9. Сформулированы предложения по построению количественной теории химического сопротивления каркасных композитов. Получены теоретические зависимости коэффициента диффузии в каркасных композитах от основных структурообразующих факторов.

Список литературы

1. *Erofeev V.T., Smirnov V.F., Myshkin A.V.* The study of species composition of the mycoflora, selected surface samples poliferation composites in humid maritime climate // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2019. Vol. 698. No. 2. Article 022082. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/698/2/022082>
2. *Ma P.-C., Mo S.-Y., Tang B.-Z., Kim J.-K.* Dispersion, interfacial interaction and re-agglomeration of functionalized carbon nanotubes in epoxy composites // Carbon. 2010. Vol. 48. No. 6. Pp. 1824–1834. <https://doi.org/10.1016/j.carbon.2010.01.028>
3. *Erofeev V., Smirnov V., Myshkin A.* The study of polyester-acrylate composite's stability in the humid maritime operating conditions // Materials Today. 2019. Vol. 19. Pp. 2255–2257. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2019.07.547>
4. *Shen H.-S.* Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates in thermal environments // Composite Structures. 2009. Vol. 91. No. 1. Pp. 9–19. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2009.04.026>
5. *Zhu P., Lei Z.X., Liew K.M.* Static and free vibration analyses of carbon nanotube-reinforced composite plates using finite element method with first order shear deformation plate theory // Composite Structures. 2012. Vol. 94. No. 4. Pp. 1450–1460. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2011.11.010>
6. *Erofeev V., Shafigullin L., Bobrishev A.* investigation of noise – vibration-absorbing polymer composites used in construction // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. Vol. 463. No. 4. Article 042034. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/463/4/042034>
7. *Song M., Kitipornchai S., Yang J.* Free and forced vibrations of functionally graded polymer composite plates reinforced with graphenenanoplatelets // Composite Structures. 2017. Vol. 159. Pp. 579–588. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.09.070>
8. *Zhang L.W., Lei Z.X., Liew K.M., Yu J.L.* Static and dynamic of carbon nanotube reinforced functionally graded cylindrical panels // Composite Structures. 2014. Vol. 111. No. 1. Pp. 205–212. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2013.12.035>
9. *Yas M.H., Samadi N.* Free vibrations and buckling analysis of carbon nanotube-reinforced composite Timoshenko beams on elastic foundation // International Journal of Pressure Vessels and Piping. 2012. Vol. 98. Pp. 119–128.
10. *Erofeev V., Dergunova A., Piksaikina A., Bogatov A., Kablov E., Startsev O., Matvievskiy A.* The effectiveness of materials different with regard to increasing the durability // MATEC Web of Conferences. 2016. Vol. 73. Article 04021. <https://doi.org/10.1051/mateconf/20167304021>
11. *Erofeev V., Bobryshev A., Shafigullin L., Zubarev P., Lakhno A., Darovskikh I., Tretiakov I.* Building heat-insulating materials based on the products of the transesterification of polyethylene terephthalate and dibutyltin dilaurate // Procedia Engineering. 2016. Vol. 165. Pp. 1455–1459. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.11.879>
12. *Erofeev V., Bobryshev A., Lakhno A., Shafigullin L., Khalilov I., Sibgatullin K., Igtisamov R.* Theoretical evaluation of rheological state of sand cement composite systems with polyoxyethylene additive using topological dynamics concept // Solid State Phenomena. 2016. Vol. 871. Pp. 96–103. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.871.96>

13. Shen H.-S., Xiang Y., Lin F. Nonlinear vibration of functionally graded graphene-reinforced composite laminated plates in thermal environments // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2017. Vol. 319. Pp. 175–193. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2017.02.029>
14. Ni Y., Chen L., Teng K., Shi J., Qian X., Xu Z., Tian X., Hu C., Ma M. Superior mechanical properties of epoxy composites reinforced by 3D interconnected graphene skeleton // *ACS Applied Materials and Interfaces*. 2015. Vol. 7. No. 21. Pp. 11583–11591. <https://doi.org/10.1021/acsami.5b02552>
15. Erofeev V. Frame construction composites for buildings and structures in aggressive environments // *Procedia Engineering*. 2016. Vol. 165. Pp. 1444–1447. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.11.877>
16. Montazeri A., Montazeri N. Viscoelastic and mechanical properties of multi walled carbon nanotube/epoxy composites with different nanotube content // *Materials and Design*. 2011. Vol. 32. No. 4. Pp. 2301–2307. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2010.11.003>
17. Malekzadeh P., Zarei A.R. Free vibration of quadrilateral laminated plates with carbon nanotube reinforced composite layers // *Thin-Walled Structures*. 2014. Vol. 82. Pp. 221–232. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2014.04.016>
18. Ke L.-L., Yang J., Kitipornchai S. Dynamic stability of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beams // *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 2013. Vol. 20. No. 1. Pp. 28–37. <https://doi.org/10.1080/15376494.2011.581412>
19. Rahmanian S., Suraya A.R., Shazed M.A., Zahari R., Zainudin E.S. Mechanical characterization of epoxy composite with multiscale reinforcements: carbon nanotubes and short carbon fibers // *Materials and Design*. 2014. Vol. 60. Pp. 34–40. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2014.03.039>
20. Ерофеев В.Т. Каркасные строительные композиты: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. М., 1993. 52 с.
21. Зенкевич Д.Г. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 541 с.
22. Гусев Б.В., Зазимко В.Г., Нетеса Н.И. Исследование напряженно-деформированного состояния компози- тов с использованием метода конечных элементов // *Известия вузов. Серия: Строительство и архитектура*. 1981. № 8. С. 13–16.
23. Дементьев А.Г., Тараканов О.Г. Структура и свойства пенопластов. М.: Химия, 1983. 176 с.
24. Зазимко В.Г. Оптимизация свойств строительных материалов. М.: Транспорт, 1981. 103 с.
25. Ломакин Е.В., Гаспарян Г.О. О средах, чувствительных к виду напряженного состояния // *Нелинейные модели и задачи механики деформируемого твердого тела*. М., 1984. С. 59–76.
26. Сергеев С.М., Беккер В.А., Безаелев В.В. Моделирование напряженного состояния растворной части во- круг гранул крупного заполнителя бетона при действии на него внешней сжимающей нагрузки // *Известия вузов. Серия: Строительство и архитектура*. 1982. № 5. С. 21–25.
27. Фудзии Т., Дзако М. Механика разрушения композиционных материалов. М.: Мир, 1982. 232 с.
28. Попов В.М. Теплообмен через соединения на клеях. М.: Энергия, 1974. 303 с.
29. Мануковский Н.С., Абросов Н.С., Косолапова Л.П. Кинетика биоконверсии лигноцеллюлоз. Новосибирск: Наука, Сибирское отделение, 1990. 112 с.
30. Первушин Ю.В., Бобров О.Г. Моделирование кинетики обрастания микроорганизмами полимерных мате- риалов // *Пластические массы*. 1990. № 8. С. 69–71.
31. Гусаков А.В., Синуцин А.П., Клесов А.А. Математическая модель ферментативного гидролиза целлюлозы препаратом гриба *Trichoderma longibrachiatum* в реакторе периодического действия // *Прикладная биохимия и мик- робиология*. 1986. Т. 22. Вып. 1. С. 59–69.

References

1. Erofeev V.T., Smirnov V.F., Myshkin A.V. The study of species composition of the mycoflora, selected surface samples poliferation composites in humid maritime climate. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2019;698(2):022082. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/698/2/022082>
2. Ma P.-C., Mo S.-Y., Tang B.-Z., Kim J.-K. Dispersion, interfacial interaction and re-agglomeration of functiona- lized carbon nanotubes in epoxy composites. *Carbon*. 2010;48(6):1824–1834. <https://doi.org/10.1016/j.carbon.2010.01.028>
3. Erofeev V., Smirnov V., Myshkin A. The study of polyester-acrylate composite's stability in the humid maritime operating conditions. *Materials Today*. 2019;19:2255–2257. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2019.07.547>
4. Shen H.-S. Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates in thermal en- vironments. *Composite Structures*. 2009;91(1):9–19. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2009.04.026>
5. Zhu P., Lei Z.X., Liew K.M. Static and free vibration analyses of carbon nanotube-reinforced composite plates using finite element method with first order shear deformation plate theory. *Composite Structures*. 2012;94(4):1450–1460. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2011.11.010>
6. Erofeev V., Shafigullin L., Bobrishev A. Investigation of noise – vibration-absorbing polymer composites used in construction. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2018;463(4):042034. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/463/4/042034>
7. Song M., Kitipornchai S., Yang J. Free and forced vibrations of functionally graded polymer composite plates reinforced with graphenenanoplatelets. *Composite Structures*. 2017;159:579–588. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.09.070>

8. Zhang L.W., Lei Z.X., Liew K.M., Yu J.L. Static and dynamic of carbon nanotube reinforced functionally graded cylindrical panels. *Composite Structures*. 2014;111(1):205–212. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2013.12.035>
9. Yas M.H., Samadi N. Free vibrations and buckling analysis of carbon nanotube-reinforced composite Timoshenko beams on elastic foundation. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2012;98:119–128.
10. Erofeev V., Dergunova A., Piksaikina A., Bogatov A., Kablov E., Startsev O., Matvievskiy A. The effectiveness of materials different with regard to increasing the durability. *MATEC Web of Conferences*. 2016;73:04021. <https://doi.org/10.1051/mateconf/20167304021>
11. Erofeev V., Bobryshev A., Shafigullin L., Zubarev P., Lakhno A., Darovskikh I., Tretiakov I. Building heat-insulating materials based on the products of the transesterification of polyethylene terephthalate and dibutyltin dilaurate. *Procedia Engineering*. 2016;165:1455–1459. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.11.879>
12. Erofeev V., Bobryshev A., Lakhno A., Shafigullin L., Khalilov I., Sibgatullin K., Igtisamov R. Theoretical evaluation of rheological state of sand cement composite systems with polyoxyethylene additive using topological dynamics concept. *Solid State Phenomena*. 2016;871:96–103. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.871.96>
13. Shen H.-S., Xiang Y., Lin F. Nonlinear vibration of functionally graded graphene-reinforced composite laminated plates in thermal environments. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2017;319:175–193. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2017.02.029>
14. Ni Y., Chen L., Teng K., Shi J., Qian X., Xu Z., Tian X., Hu C., Ma M. Superior mechanical properties of epoxy composites reinforced by 3D interconnected graphene skeleton. *ACS Applied Materials and Interfaces*. 2015;7(21):11583–11591. <https://doi.org/10.1021/acsami.5b02552>
15. Erofeev V. Frame construction composites for buildings and structures in aggressive environments. *Procedia Engineering*. 2016;165:1444–1447. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.11.877>
16. Montazeri A., Montazeri N. Viscoelastic and mechanical properties of multi walled carbon nanotube/epoxy composites with different nanotube content. *Materials and Design*. 2011;32(4):2301–2307. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2010.11.003>
17. Malekzadeh P., Zarei A.R. Free vibration of quadrilateral laminated plates with carbon nanotube reinforced composite layers. *Thin-Walled Structures*. 2014;82:221–232. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2014.04.016>
18. Ke L.-L., Yang J., Kitipornchai S. Dynamic stability of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beams. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 2013;20(1):28–37. <https://doi.org/10.1080/15376494.2011.581412>
19. Rahmanian S., Suraya A.R., Shazed M.A., Zahari R., Zainudin E.S. Mechanical characterization of epoxy composite with multiscale reinforcements: carbon nanotubes and short carbon fibers. *Materials and Design*. 2014;60:34–40. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2014.03.039>
20. Erofeev V.T. *Frame building composites* (abstract of the dissertation of the Doctor of Technical Sciences). Moscow: 1993. (In Russ.)
21. Zenkevich D.G. *Finite element method in engineering*. Moscow: Mir Publ.; 1975. (In Russ.)
22. Gusev B.V., Zazimko V.G., Netesa N.I. Investigation of the stress-strain state of composites using the finite element method. *News of Higher Educational Institutions. Series: Construction and Architecture*. 1981;(8):13–16. (In Russ.)
23. Dementiev A.G., Tarakanov O.G. *Structure and properties of foams*. Moscow: Khimiya Publ.; 1983. (In Russ.)
24. Zazimko V.G. *Optimization of the properties of building materials*. Moscow: Transport Publ.; 1981. (In Russ.)
25. Lomakin E.V., Gasparyan G.O. On media sensitive to the type of stress state. *Nelinejnye Modeli i Zadachi Mekhaniki Deformiruemogo Tverdogo Tela*. Moscow; 1984. p. 59–76. (In Russ.)
26. Sergeev S.M., Becker V.A., Bezaev V.V. Modeling of the stress state of the mortar part in the circle of granules of a large aggregate of concrete under the action of an external compressive load on it. *Izvestiya Vuzov. Seriya: Stroitel'stvo i Arkhitektura*. 1982;(5):21–25. (In Russ.)
27. Fujii T., Dzako M. *Mechanics of destruction of composite materials*. Moscow: Mir Publ.; 1982. (In Russ.)
28. Popov V.M. *Heat transfer through joints on adhesives*. Moscow: Energiya Publ.; 1974. (In Russ.)
29. Manukovsky N.S., Abrosov N.S., Kosolapova L.P. *Kinetics of bioconversion of lignocelluloses*. Novosibirsk: Nauka Publ.; 1990. (In Russ.)
30. Pervushin Yu.V., Bobrov O.G. Modeling of the kinetics of microbial fouling of polymer materials. *Plasticheskie Massy*. 1990;(8):69–71. (In Russ.)
31. Gusakov A.V., Sinitin A.P., Klesov A.A. Mathematical model of enzymatic hydrolysis of cellulose with preparation of the fungus *Trichoderma longibrachiatum* in a batch reactor. *Prikladnaya Biokhimiya i Mikrobiologiya*. 1986;22(1):59–69. (In Russ.)



DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-4-297-306
 УДК 24.012.045

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Деформирование железобетонных каркасов многоэтажных зданий в запредельных состояниях при особых воздействиях

В.И. Колчунов^{1,2} , О.Б. Бушова¹  

¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация

²Юго-Западный государственный университет, Курск, Российская Федерация

 bushova96@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 21 марта 2022 г.

Доработана: 14 июля 2022 г.

Принята к публикации: 20 июля 2022 г.

Для цитирования

Колчунов В.И., Бушова О.Б. Деформирование железобетонных каркасов многоэтажных зданий в запредельных состояниях при особых воздействиях // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 4. С. 297–306. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-297-306>

Аннотация. С целью повышения пластичности при разрушении по наклонным сечениям и защиты от прогрессирующего обрушения железобетонных каркасов многоэтажных зданий предложен вариант перекрестного армирования ригелей в таких каркасах. Приведены результаты численного исследования железобетонного каркаса многоэтажного здания при особом воздействии в виде внезапного гипотетического удаления из работы одной из колонн. Моделирование деформирования каркаса выполнено в трех вариантах: каркас всего здания в стержневой постановке, фрагмент здания в зоне удаления колонны и фрагмент зоны возможного локального разрушения, примыкающей к удаляемой колонне с применением объемных конечных элементов. Полученные результаты показали эффективность предложенного варианта перекрестного армирования ригелей для защиты многоэтажного каркасного здания от прогрессирующего обрушения, а также эффективность использования предложенного варианта уровневых моделей для расчета параметров статико-динамического деформирования каркасов многоэтажных зданий при рассматриваемых особых воздействиях.

Ключевые слова: железобетонный каркас, здание, прогрессирующее обрушение, армирование, наклонные стержни

Колчунов Виталий Иванович, действительный член Российской академии архитектуры и строительных наук, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой уникальных зданий и сооружений, факультет строительства и архитектуры, Юго-Западный государственный университет, Российская Федерация, 305040, Курск, ул. 50 лет Октября, д. 94; профессор кафедры железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Российская Федерация 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26; ORCID: 0000-0001-5290-3429, Scopus Author ID: 57219004839, eLIBRARY SPIN-код: 4512-6499; asiorel@mail.ru

Бушова Олеся Борисовна, аспирант, кафедра железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Российская Федерация 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26; ORCID 0000-0001-8748-5933, eLIBRARY SPIN-код: 4054-3941; bushova96@mail.ru

© Колчунов В.И., Бушова О.Б., 2022



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Deformation of reinforced concrete frames of multi-storey buildings in extreme conditions under special influences

Vitaly I. Kolchunov^{1,2} , Olesya B. Bushova¹  

¹Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow, Russian Federation

²Southwest State University, Kursk, Russian Federation

 bushova96@mail.ru

Article history

Received: March 21, 2022

Revised: July 14, 2022

Accepted: July 20, 2022

For citation

Kolchunov V.I., Bushova O.B. Deformation of reinforced concrete frames of multi-storey buildings in extreme conditions under special influences. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(4):297–306. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-297-306>

Abstract. In order to increase plasticity during destruction along inclined sections and to protect against progressive collapse of reinforced concrete frames of multi-storey buildings, a variant of cross reinforcement of crossbars in such frames is proposed. The results of a numerical study of the reinforced concrete frame of a multi-storey building with a special impact in the form of an extraordinary hypothetical removal from the work of one of the columns are presented. The modeling of the deformation of the frame is carried out in three versions: the frame of the entire building in the rod setting, a fragment of the building in the column removal zone and a fragment of crossbars adjacent to the column being removed using volumetric finite elements. The obtained results showed the effectiveness of the proposed variant of cross-reinforcement of crossbars to protect a multi-storey frame building from progressive collapse, as well as the effectiveness of using the proposed variant of three-level models for calculating the parameters of static-dynamic deformation of the carcasses of multi-storey buildings under the considered special impacts.

Keywords: reinforced concrete frame, building, progressive collapse, reinforcement, inclined rods

Введение

Несмотря на значительное в последние годы улучшение конструктивных систем каркасов зданий и сооружений их катастрофические структурные отказы в условиях постоянно возрастающих видов природных и техногенных воздействий остаются печальной реальностью [1–4]. Постоянно увеличивающиеся виды и интенсивность таких воздействий требуют совершенствования конструктивных решений, обеспечивающих защиту от них.

Внезапное изменение конструктивной системы зданий вследствие разрушения несущей опоры (колонны) ведет к прогрессирующему обрушению здания и, как результату, аварии и даже потери человеческих жизней. Данная проблема, судя по все увеличивающемуся потоку публикаций, до сих пор имеет острый характер.

На основе новых теоретических и экспериментальных отечественных [1–9] и зарубежных [10–15] научных исследований в настоящее время предложены различные способы защиты зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения при внезапном выключении из работы одной из несущих конструкций. Известны решения, в которых предлагается: увеличить сечения конструктивных элементов несущих систем каркасов зданий [1; 16]; установить в ригелях непрерывное двойное верхнее и нижнее рабочее армирование [1; 16]; использовать дополнительно косвенное армирование элементов [4]; устанавливать предварительно напряженную арматуру, расположенную в двух уровнях [5; 17]; обеспечить надежную, с учетом перераспределения силовых потоков, анкеровку арматуры в узлах соединения ригелей с колоннами [18] и др. Однако способы защиты железобетонных каркасов зданий от прогрессирующего обруше-

Vitaly I. Kolchunov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Full Member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Head of the Department of Unique Buildings and Structures, Faculty of Construction and Architecture, Southwest State University; 94 50 Let Oktyabrya St, Kursk, 305040, Russian Federation; Professor of the Department of Reinforced Concrete and Stone Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), 26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; ORCID: 0000-0001-5290-3429, Scopus Author ID: 57219004839; eLIBRARY SPIN-code: 4512-6499; asiorel@mail.ru

Olesya B. Bushova, postgraduate student, Department of Reinforced Concrete and Stone Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), 26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; ORCID 0000-0001-8748-5933, eLIBRARY SPIN-code: 4054-3941; bushova96@mail.ru

ния по наклонным сечениям, остаются недостаточно изученными. В то же время разрушение по наклонным сечениям носит хрупкий характер, что создает дополнительную опасность при внезапном изменении силовых потоков в сооружении.

В связи с этим целями работы стали: 1) исследование статико-динамического деформирования железобетонных каркасов многоэтажных зданий с разрушением по наклонным сечениям ригелей; 2) разработка предложений по их защите от прогрессирующего обрушения. В соответствии с данными целями были сформулированы и решены следующие задачи:

- предложен вариант армирования приопорных зон ригелей многоэтажной рамы, повышающий их пластичность при разрушении по наклонным сечениям;
- разработан алгоритм расчета с уровневыми расчетными схемами для исследования статико-динамического деформирования рассматриваемых конструктивных систем;
- проведены численные исследования и выполнена оценка эффективности перекрестного армирования приопорных зон ригелей для повышения защиты каркасов многоэтажных зданий от прогрессирующего обрушения.

Материалы и методы

В [19] на простейшей модели железобетонной рамы показана целесообразность перекрестного армирования приопорных зон ригелей по отношению к традиционно используемой схеме армирования поперечными стержнями. Предложенный вариант перекрестного армирования существенно повышает силовое сопротивление ригелей рамы при внезапном запроектом воздействии в виде выключения одной из несущих колонн, когда происходит перераспределение усилий, меняется знак внутренних усилий на отдельных участках ригелей и принятый на основании проектного расчета традиционный вариант армирования в виде поперечных или односторонних наклонных стержней становится неэффективным. В связи с этим в работе предложен вариант схемы армирования приопорных зон ригелей железобетонных каркасов многоэтажных зданий, который позволяет в конструктивно нелинейных системах при изменении силовых потоков обеспечивать их защиту от прогрессирующего обрушения. Представлен вариант схемы перекрестного армирования приопорных зон таких конструктивных систем и проведены численные исследования по оценке эффективности данного варианта схемы армирования.

Предлагаемая схема конструктивного решения монолитного железобетонного каркаса и схема армирования приопорной зоны показаны на рис. 1 и 2. Перекрытия выполнены в виде монолитных ребристых плит, опертых по контуру на монолитные железобетонные ригели. Продольное армирование ригелей принято двойной арматурой в верхней и нижней зонах сечения. Поперечное армирование выполнено двусторонними перекрестными наклонными стержнями (рис. 2).

В соответствии с требованиями действующих российских и американских норм¹ в качестве особого запроектом воздействия рассмотрен случай удаления из конструктивной системы здания крайней колонны первого этажа (см. удаляемый элемент на рис. 1, б). Рассмотрено три варианта моделирования каркаса многоэтажного здания.

В первом варианте расчета моделирование каркаса всего здания выполнялось стержневыми конечными элементами, армирование задавалось с помощью назначения типов заданного армирования. Суммарная равномерно распределенная нагрузка на диск перекрытия составляла 8 кН/м^2 .

Во втором варианте производился расчет подконструкции в виде фрагмента первого каркаса здания с использованием для этого фрагмента объемных конечных элементов с детальной прорисовкой армирования конструктивных элементов. К рассматриваемой подконструкции дополнительно прикладывались усилия, полученные по первому варианту расчета каркаса всего здания, и соответствующим способом моделировались граничные условия.

В третьем варианте расчет производился аналогично, с использованием подконструкции в виде одноэтажного фрагмента из объемных элементов, но размеры этой подконструкции определялись установленными нормами² – в рассматриваемом случае пролетами, примыкающими к удаляемой колонне. Соответственно моделировалось на контуре подконструкции действие усилий, полученных из расчета всего каркаса здания, и граничные условия.

¹ СП 385.1325800.2018. Защита зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения. М.: Стандартинформ, 2018; GSA. Alternate path analysis & design guidelines for progressive collapse resistance. Washington, 2016. 203 p.

² СП 385.1325800.2018. Защита зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения. М.: Стандартинформ, 2018.

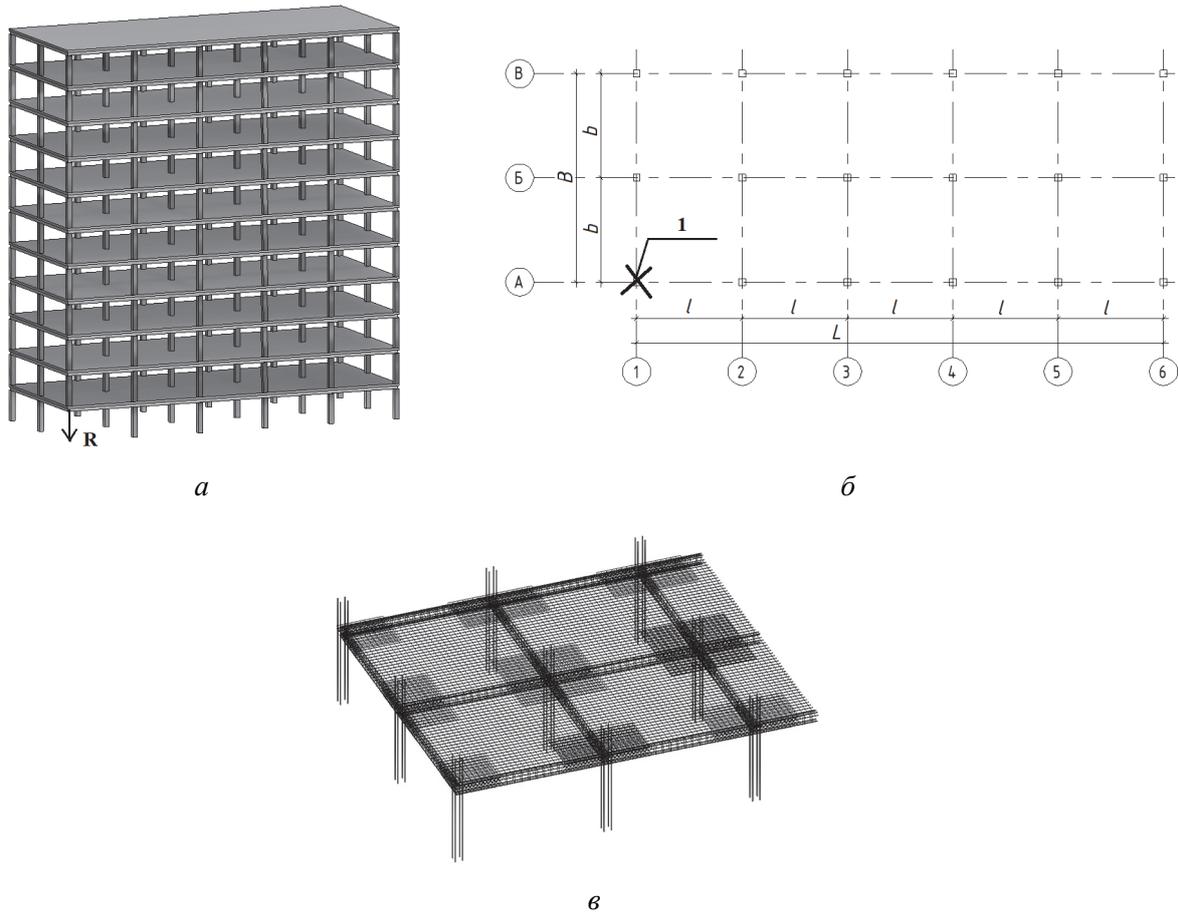


Рис. 1. Конструктивная схема здания:

a – общий вид каркаса; *б* – план здания с удаляемой колонной 1; *в* – схема армирования перекрытия

Figure 1. Structural scheme of the building:

a – general view of the frame; *б* – building plan with column 1 to be removed; *в* – floor reinforcement scheme

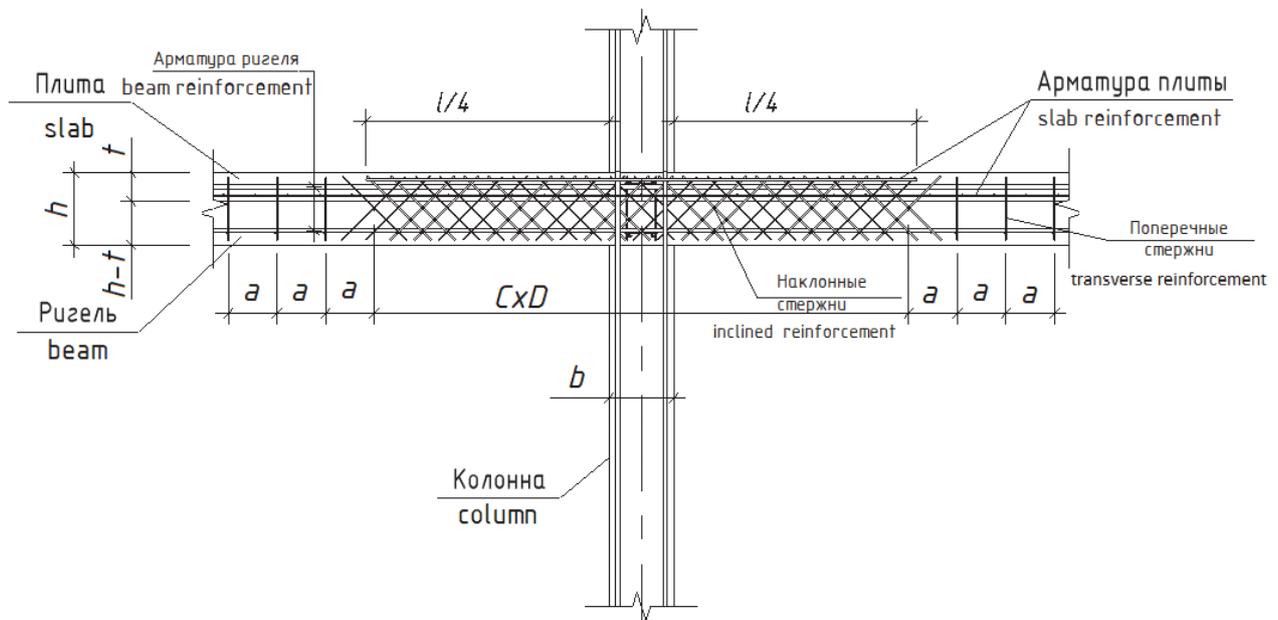


Рис. 2. Схема армирования приопорной зоны ригеля двухсторонними перекрестными наклонными арматурными стержнями

Figure 2. Scheme of reinforcement of the support area of the crossbar with double-sided cross inclined reinforcing rods

Все три варианта расчета проводились в два этапа. На первом этапе в ПК ЛИРА производился расчет конструктивной системы здания на заданную эксплуатационную нагрузку и определялось напряженно-деформированное состояние в элементах всей конструктивной системы по так называемой первичной схеме расчета³ (до выключения колонны). На втором этапе производился расчет по вторичной расчетной схеме – при приложении эксплуатационной нагрузки и особого воздействия в виде внезапного удаления из каркаса здания крайней правой стойки первого этажа.

Результаты и обсуждение

По результатам расчета получены характерные картины перемещений по первичной и вторичной расчетным схемам (табл. 1 и рис. 3).

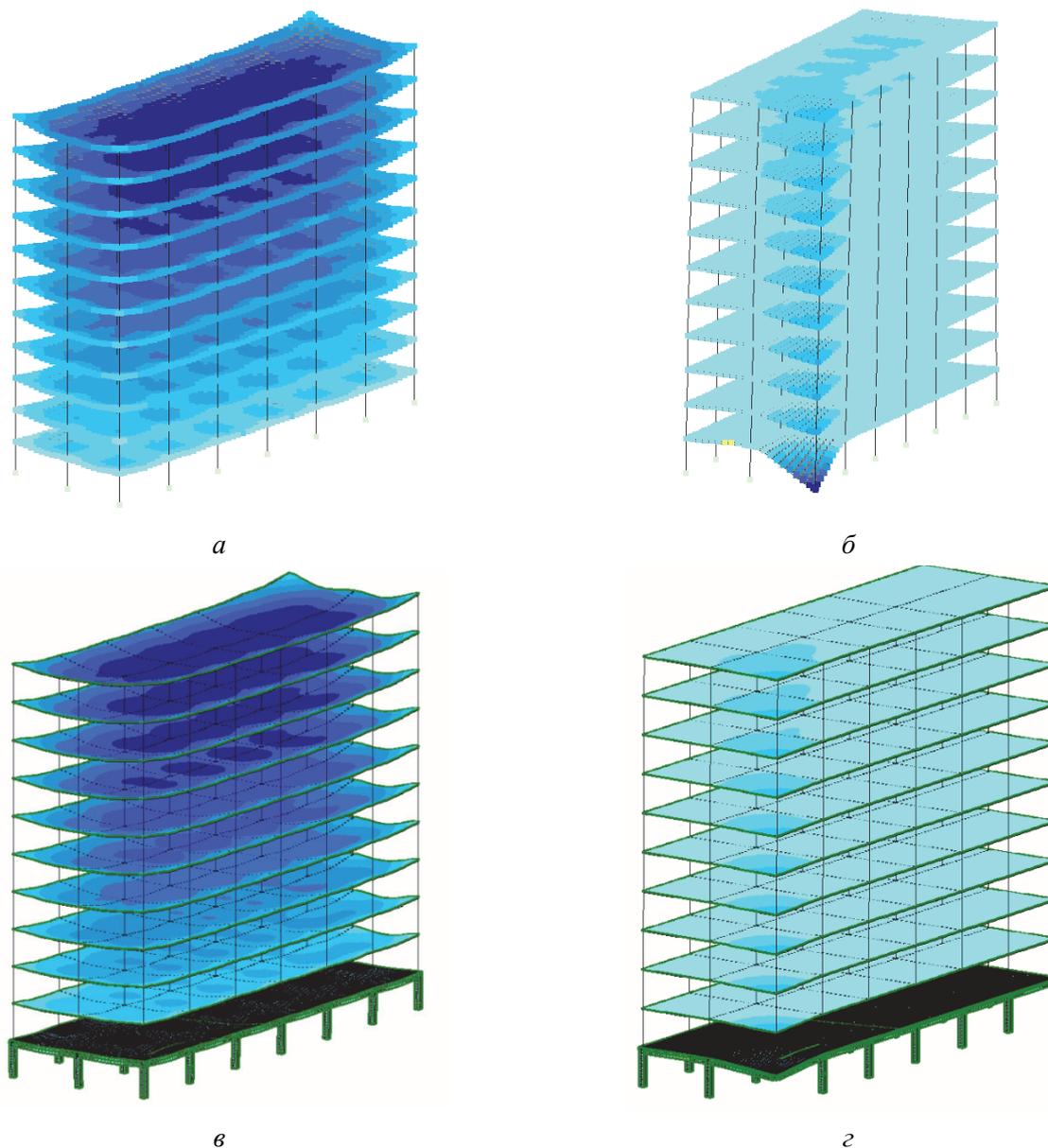


Рис. 3. Мозаика перемещения элементов каркаса здания при расчете по первому (*а, б*) и второму (*в, з*) вариантам моделирования каркаса здания до (*а, в*) и после (*б, з*) выключения опоры
Figure 3. Mosaic of moving elements of the building frame when calculating the first (*а, б*) and second (*в, з*) variations of modeling the building frame before (*а, в*) and after (*б, з*) turning off the support

³ СП 385.1325800.2018. Защита зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения. М.: Стандартинформ, 2018.

Таблица 1

Прогибы по первому, второму и третьему варианту расчета

Вариант расчета и расчетная схема		Максимальные прогибы центра ригеля, примыкающего к удаляемой колонне, мм	Прогиб ригеля над удаляемой колонной, мм
Первый вариант расчета	Первичная расчетная схема	3,33	86,1
	Вторичная расчетная схема		
Второй вариант расчета	Первичная расчетная схема	3,39	87,6
	Вторичная расчетная схема		
Третий вариант расчета	Первичная расчетная схема	3,37	86,7
	Вторичная расчетная схема		

Table 1

Deflections according to the first, second and third calculation options

Calculation option and calculation scheme		Maximum deflections of the center of the crossbar adjacent to the removed column, mm	Deflection of the crossbar over the column to be removed, mm
The first calculation option	Primary settlement scheme	3.33	86.1
	Secondary settlement scheme		
The second calculation option	Primary settlement scheme	3.39	87.6
	Secondary settlement scheme		
The third calculation option	Primary settlement scheme	3.37	86.7
	Secondary settlement scheme		

Из приведенных в табл. 1 максимальных значений перемещений перекрытия над первым этажом, полученным при расчете по первому (a , b) и второму (e , z) вариантам моделирования каркаса здания до и после особого воздействия, следует, что предложенный вариант моделирования всего здания стержневыми конечными элементами, с использованием объемных конечных элементов и детальной прорисовкой армирования конструктивных элементов только для подконструкции в виде одноэтажного фрагмента каркаса здания, включающего и зону возможного локального разрушения, практически не снижает точность определения перемещений в зоне, примыкающей к удаляемой колонне. Отсюда можно сделать вывод о возможности и эффективности комбинированного моделирования нелинейно деформируемых железобетонных каркасов многоэтажных и высотных зданий при их расчете на живучесть методом конечных элементов с использованием подконструкций, позволяющих значительно снизить время и объем вычислений.

Расчет по третьему варианту моделирования подконструкции каркаса здания с использованием подконструкции в виде одноэтажного фрагмента из объемных элементов, но с размерами этой подконструкции в плане ограниченной пролетами, примыкающими к удаляемой колонне, позволило детализировать напряженно-деформированное состояние в бетоне, продольной и поперечной арматуре ригелей каркаса в зоне возможного локального разрушения (зоне примыкающей к удаляемой колонне). Приведены характерные картины распределения перемещений (рис. 4) продольных напряжений в сжатом бетоне при опорных зон ригеля, картины трещин (рис. 5), напряжения в наиболее напряженных продольных и наклонных стержнях ригеля нижнего этажа каркаса здания (рис. 6). Количественные значения результатов этого расчета даны в табл. 2.

Из анализа полученных продольных напряжений в наиболее напряженных зонах ригеля фрагмента можно видеть, что после особого воздействия качественно меняется картина напряженного состояния в рассматриваемой зоне.

Особый интерес представляют картины напряженного состояния в продольной и поперечной арматуре в наиболее напряженной приопорной зоне ригеля фрагмента конструктивной системы в плане ограниченной пролетами, примыкающими к удаляемой колонне. Как видно из рис. 6, после особого воздействия и изменения знака момента в рассматриваемом конструктивном элементе напряженное состояние в продольной и поперечной арматуре качественно меняется. В то же время предложенный вариант поперечного армирования двусторонними перекрестными наклонными стержнями обеспечивает деформационные критерии особого предельного состояния, установленные⁴ и для прогибов, и для предельных деформаций бетона и арматуры (см. табл. 2).

⁴ СП 385.1325800.2018. Защита зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения. М.: Стандартинформ, 2018.



Рис. 4. Мозаика перемещения здания по третьему варианту расчета:
a – первичная схема нагружения; *б* – вторичная схема нагружения
Figure 4. Mosaic of building movement according to the third calculation option:
a – primary loading scheme; *б* – secondary loading scheme

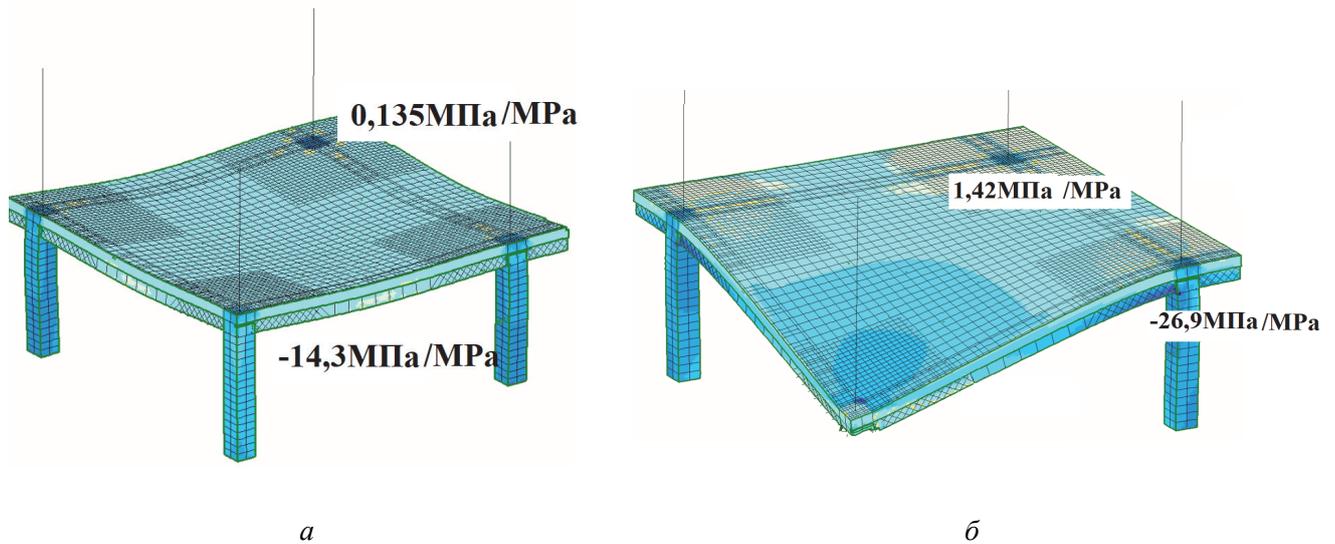


Рис. 5. Картина напряженного состояния в бетоне в приопорных узлах при расчете:
a – по первичной схеме нагружения; *б* – по вторичной схеме нагружений
Figure 5. The picture of the stress state in concrete in the supporting nodes when calculating according to:
a – the primary loading scheme; *б* – the secondary loading scheme

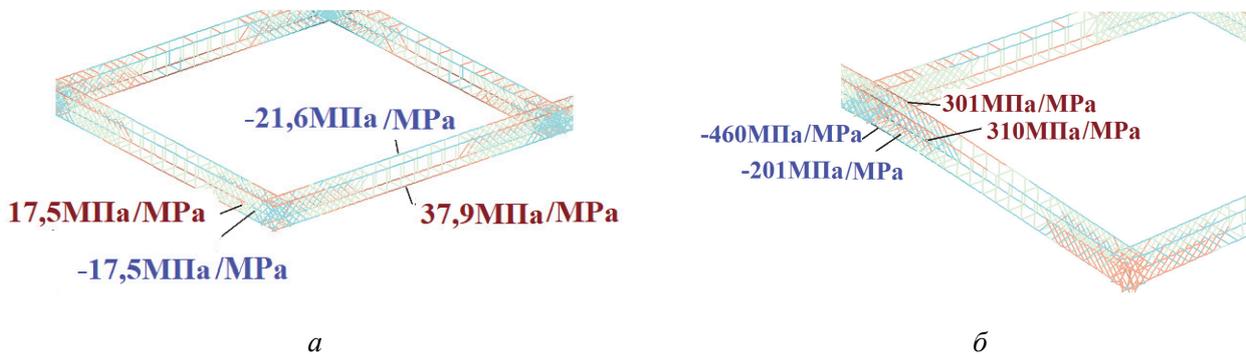


Рис. 6. Напряжения в наиболее напряженных поперечных и продольных арматурных стержнях ригеля нижнего этажа каркаса здания при расчете:
a – по первичной схеме; *б* – по вторичной схеме
Figure 6. Stresses in the most stressed transverse and longitudinal reinforcing bars of the crossbar of the lower floor of the building frame when calculated according to:
a – the primary scheme; *б* – the secondary scheme

Таблица 2

**Максимальные прогибы, напряжения и деформации в бетоне и арматуре ригеля
до и после удаления угловой колонны**

Наименование	Комбинированная расчетная модель (вариант 3)	
	Первичная расчетная схема	Вторичная расчетная схема
Максимальные прогибы, мм	3,37	86,7
Максимальные напряжения в сжатом бетоне, МПа	–14,3	–26,6
Максимальные напряжения в наклонных стержнях, МПа	17,5	–110
	–17,5	470
Относительные деформации в наклонных стержнях	0,0001	0,00055
	0,0001	0,00235
Максимальные напряжения в продольных стержнях, МПа	Верхняя арматура –37,9	Верхняя арматура –183
	Нижняя арматура –21,6	Нижняя арматура –273
Относительные деформации в продольных стержнях	0,00019	0,001
	0,0001	0,00136

Table 2

**Maximum deflections, stresses and deformations in concrete and crossbar reinforcement
before and after removal of the corner column**

Designation	Combined calculation model (option 3)	
	Primary settlement scheme	Secondary settlement scheme
Maximum deflections, mm	3.37	86.7
Maximum stresses in compressed concrete, MPa	–14.3	–26.6
Maximum stresses in inclined reinforcement, MPa	17.5	–110
	–17.5	470
Relative deformations in inclined reinforcement	0.0001	0.00055
	0.0001	0.00235
Maximum stresses in longitudinal reinforcement, MPa	Upper reinforcement –37.9	Upper reinforcement –183
	Lower reinforcement –21.6	Lower reinforcement –273
Relative deformations in longitudinal reinforcement	0.00019	0.001
	0.0001	0.00136

Заключение

Предложена схема перекрестного армирования ригелей железобетонных каркасов многоэтажных зданий, обеспечивающая сопротивление конструктивной системы железобетонного каркаса многоэтажного здания при особом воздействии, вызванным удалением одной из несущих конструкций первого этажа.

На основе проведенного численного анализа деформирования железобетонных рамных систем многоэтажного каркаса здания по трем различным вариантам расчетных схем установлена возможность и эффективность комбинированного моделирования нелинейно деформируемых каркасов при их расчете на живучесть методом конечных элементов с использованием подконструкций, позволяющих значительно снизить время и объем вычислений.

Численным анализом деформирования железобетонных рамных систем многоэтажного каркаса здания с предложенной схемой армирования приопорных зон ригелей показана целесообразность использования такой схемы армирования для защиты от прогрессирующего обрушения при особых и аварийных воздействиях.

Список литературы

1. Алмазов В.О., Као Зуи Кхой. Динамика прогрессирующего разрушения монолитных многоэтажных каркасов. М.: Изд-во АСВ, 2013. 128 с.
2. Fialkoa S.Yu., Kabantsevb O.V., Perelmuter A.V. Elasto-plastic progressive collapse analysis based on the integration of the equations of motion // Magazine of Civil Engineering. 2021. Vol. 102. No. 2. Article 10214. <https://doi.org/10.34910/MCE.102.14>

3. Кодыш Э.Н., Трекин Н.Н., Чесноков Д.А. Защита многоэтажных зданий от прогрессирующего обрушения // Промышленное и гражданское строительство. 2016. № 6. С. 8–13.
4. Федорова Н.В., Фан Д.К., Нгуен Т.Ч. Экспериментальные исследования живучести железобетонных рам с ригелями, усиленными косвенным армированием // Строительство и реконструкция. 2020. № 1 (87). С. 92–100. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2020-87-1-92-100>
5. Ильющенко Т.А., Колчунов В.И., Федоров С.С. Трещиностойкость преднапряженных железобетонных рамно-стержневых конструкций при особых воздействиях // Строительство и реконструкция. 2021. № 1 (93). С. 74–84. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2021-93-1-74-84>
6. Федорова Н.В., Кореньков П.А., Ву Н.Т. Методика экспериментальных исследований деформирования монолитных железобетонных каркасов зданий при аварийных воздействиях // Строительство и реконструкция. 2018. № 4 (78). С. 42–52.
7. Кодыш Э.Н. Проектирование защиты зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения с учетом возникновения особого предельного состояния // Промышленное и гражданское строительство. 2018. № 10. С. 95–101.
8. Kolcunov V.I., Tuyen V.N., Korenkov P.A. Deformation and failure of a monolithic reinforced concrete frame under accidental actions // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. Vol. 753. Article 032037. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/753/3/032037>
9. Fedorova N.V., Ngoc V.T. Deformation and failure of monolithic reinforced concrete frames under special actions // Journal of Physics: Conference Series. 2019. Vol. 1425. Article 012033. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1425/1/012033>
10. Adam J.M., Parisi F., Sagaseta J., Lu X. Research and practice on progressive collapse and robustness of building structures in the 21st century // Engineering Structures. 2018. Vol. 173. Pp. 122–149. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.06.082>
11. Yu J., Tan K.H. Experimental and numerical investigation on progressive collapse resistance of reinforced concrete beam column sub-assemblages // Engineering Structures. 2013. Vol. 55. Pp. 90–106.
12. Deng X.-F., Liang S.-L., Fu F., Qian K. Effects of high-strength concrete on progressive collapse resistance of reinforced concrete frame // Journal of Structural Engineering. 2020. Vol. 146. Issue 6. Article 04020078. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)st.1943-541x.0002628](https://doi.org/10.1061/(asce)st.1943-541x.0002628)
13. Xuan W., Wang L., Liu C., Xing G., Zhang L., Chen H. Experimental and theoretical investigations on progressive collapse resistance of the concrete-filled square steel tubular column and steel beam frame under the middle column failure scenario // Shock and Vibration. 2019. Vol. 2019. Article 2354931. <https://doi.org/10.1155/2019/2354931>
14. Alogla K., Weekes L., Augustus-Nelson L. Theoretical assessment of progressive collapse capacity of reinforced concrete structures // Magazine of Concrete Research. 2017. Vol. 69. No. 3. Pp. 145–162.
15. Shan S., Li Sh., Xu Sh., Xie L. Experimental study on the progressive collapse performance of RC frames with infill walls // Engineering Structures. 2016. Vol. 111. Pp. 80–92. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.12.010>
16. Ву Нгок Туен. Исследование живучести железобетонной конструктивно нелинейной рамно-стержневой системы каркаса многоэтажного здания в динамической постановке // Строительство и реконструкция. 2020. Т. 90. № 4. С. 73–84.
17. Федорова Н.В., Халина Т.А. Исследование динамических догрузений в железобетонных конструктивных системах при внезапных структурных перестройках // Промышленное и гражданское строительство. 2017. № 8. С. 32–36.
18. Бондаренко В.М., Колчунов В.И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. М.: Изд-во АСВ, 2004. 472 с.
19. Колчунов В.И., Бушова О.Б., Кореньков П.А. Деформирование и разрушение железобетонных рам с ригелями, армированными наклонными стержнями, при особых воздействиях // Строительство и реконструкция. 2022. № 1. С. 18–28.

References

1. Almazov V.O., Kao Zui Khoi. *Dynamics of progressive destruction of monolithic multi-storey frames*. Moscow: ASV Publ.; 2013. (In Russ.)
2. Fialkoa S.Yu., Kabantsev O.V., Perelmuter A.V. Elasto-plastic progressive collapse analysis based on the integration of the equations of motion. *Civil Engineering Journal*. 2021;102(2):10214. <https://doi.org/10.34910/MCE.102.14>
3. Kodysh E.N., Trekin N.N., Chesnokov D.A. Protection of multi-storey buildings from progressive collapse. *Industrial and Civil Construction*. 2016;(6):8–13. (In Russ.)
4. Fedorova N.V., Fan D.K., Nguyen T.Ch. Experimental studies of the survivability of reinforced concrete frames with rigs reinforced with indirect reinforcement. *Construction and Reconstruction*. 2020;(1):92–100. (In Russ.) <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2020-87-1-92-100>
5. Ilyushenko T.A., Kolchunov V.I., Fedorov S.S. Crack resistance of prestressed reinforced concrete frame-rod structures under special influences. *Construction and Reconstruction*. 2021;(1):74–84. (In Russ.) <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2021-93-1-74-84>
6. Fedorova N.V., Korenkov P.A., Wu N.T. Methodology of experimental studies of deformation of monolithic reinforced concrete frames of buildings under emergency impacts. *Construction and Reconstruction*. 2018;(4):42–52. (In Russ.)

7. Kodysh E.N. Designing the protection of buildings and structures from progressive collapse, taking into account the occurrence of a special limit condition. *Industrial and Civil Construction*. 2018;(10):95–101. (In Russ.)
8. Kolkunov V.I., Tuyen V.N., Korenkov P.A. Deformation and destruction of a monolithic reinforced concrete frame under accidental impacts. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020;753:032037. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/753/3/032037>
9. Fedorova N.V., Ngok V.T. Deformation and destruction of monolithic reinforced concrete frames under special impacts. *Physical Journal: A Series of Conferences*. 2019:1425:012033. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1425/1/012033>
10. Adam J.M., Parisi F., Sagaseta J., Lu H. Research and practice of progressive destruction and strength of building structures in the 21st century. *Engineering Structures*. 2018;173:122–149. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.06.082>
11. Yu. J., Tan K.Kh. Experimental and numerical research resistance to gradual destruction of nodes of reinforced concrete beam columns. *Engineering Structures*. 2013;55:90–106.
12. Deng H.-F., Liang S.-L., Fu F., Qian K. The influence of high-strength concrete on the stability of a reinforced concrete frame to gradual destruction. *Journal of Construction Engineering*. 2020;146(6):04020078. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)st.1943-541x.0002628](https://doi.org/10.1061/(asce)st.1943-541x.0002628)
13. Xuan W., Wang L., Liu K., Xing G., Zhang L., Chen H. Experimental and theoretical studies of resistance to gradual destruction of a square steel tubular column filled with concrete and a steel beam frame under the scenario of destruction of the middle column. *Shock and Vibration*. 2019;2019:2354931. <https://doi.org/10.1155/2019/2354931>
14. Alogla K., Weeks L., Augustus-Nelson L. Theoretical assessment of the ability of reinforced concrete structures to progressive destruction. *Journal of Concrete Research*. 2017;69(3):145–162.
15. Shan S., Li Sh., Xu Sh., Xie L. Experimental study of the characteristics of progressive destruction of RC frames with filling walls. *Engineering Structures*. 2016;111:80–92. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.12.010>
16. Wu Ngoc Tuen. Study of the survivability of a structurally nonlinear reinforced concrete frame-rod frame system of a multi-storey building in a dynamic formulation. *Construction and Reconstruction*. 2020; 90(4):73–84. (In Russ.)
17. Fedorova N.V., Khalina T.A. Investigation of dynamic overloads in reinforced concrete structural systems during emergency structural alterations. *Industrial and Civil Construction*. 2017;(8):32–36. (In Russ.)
18. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. *Computational models of the strength resistance of reinforced concrete*. Moscow: ASV Publ.; 2004. (In Russ.)
19. Kolchunov V.I., Bushova O.B., Korenkov P.A. Deformation and destruction of reinforced concrete frames with crossbars reinforced with inclined rods, under special influences. *Construction and Reconstruction*. 2022;(1):18–28. (In Russ.)



DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-4-307-316
УДК 627.824

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Анализ данных натуральных наблюдений за деформациями основания и полными осадками бетонной плотины Богучанской ГЭС

С.В. Юрьев

АО «Институт „Гидропроект“, Москва, Российская Федерация

✉ yuriev@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 25 мая 2022 г.
Доработана: 17 августа 2022 г.
Принята к публикации: 17 августа 2022 г.

Для цитирования

Юрьев С.В. Анализ данных натуральных наблюдений за деформациями основания и полными осадками бетонной плотины Богучанской ГЭС // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 4. С. 307–316. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-307-316>

Аннотация. Представлены результаты анализа данных комплексных натуральных исследований вертикальных деформаций приконтактного слоя скального основания и полных осадок секций бетонной плотины Богучанской ГЭС в целях определения состояния контакта подошвы бетонной плотины со скальным основанием. Цель исследования заключается в контроле состояния контакта подошвы бетонной плотины с основанием посредством анализа комплекса натуральных наблюдений за вертикальными деформациями приконтактной зоны основания секций бетонной плотины и полными осадками секций бетонной плотины для обоснования устойчивости секций бетонной плотины. В целях контроля вертикальных деформаций приконтактной зоны скального основания установлена струнная контрольно-измерительная аппаратура (датчики перемещений ПЛПС-10). Полные осадки секций бетонной плотины измеряются с помощью потолочных марок, установленных в цементационной галерее. Анализ натуральных данных о полных осадках секций бетонной плотины и вертикальных деформациях приконтактного участка скального основания показал, что контактный шов между подошвой секций бетонной плотины и основанием находится в условиях вертикального сжатия. Результаты анализа имеющихся данных комплексных исследований вертикальных деформаций приконтактного слоя скального основания и полных осадок секций бетонной плотины позволили обосновать устойчивость секций бетонной плотины.

Ключевые слова: бетонная плотина, скальное основание, приконтактная зона, контрольно-измерительные приборы, данные, натурные наблюдения, полные осадки, вертикальные деформации, устойчивость, секции, бетонная плотина

Analysis of the field studies of the foundation deformations and total draft of the Boguchansk HPP concrete dam

Sergey V. Yuriev

Institute “Hydroproject,” JSC, Moscow, Russian Federation

✉ yuriev@mail.ru

Article history

Received: May 25, 2022
Revised: August 17, 2022
Accepted: August 17, 2022

Abstract. The results of data analysis from complex field studies of vertical deformations of the rock base near-contact layer and full settling Boguchanskaya HPP concrete dam sections in order to determine the state of contact of the foot of the concrete dam with the rock base are presented. The purpose of the study is to

Юрьев Сергей Владимирович, заместитель главного инженера, АО «Институт „Гидропроект“, Российская Федерация, 125993, Москва, Волоколамское шоссе, д. 2; ORCID: 0000-0002-2609-2711; yuriev@mail.ru

Sergey V. Yuriev, Deputy Chief Engineer, Institute “Hydroproject,” JSC, 2 Volokolamskoye Shosse, Moscow, 125993, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-2609-2711; yuriev@mail.ru

© Юрьев С.В., 2022



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

For citation

Yuriev S.V. Analysis of the field studies of the foundation deformations and total draft of the Boguchansk HPP concrete dam. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(4):307–316. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-307-316>

control the state of the contact of the concrete dam foot with the foundation based on the analysis of a set of field studies of the vertical deformations of the near-contact zone of the foundation of the concrete dam sections and the total draft of the sections of the concrete dam to justify the stability of the concrete dam sections. In order to control the vertical deformations of the near-contact zone of the rock foundation, string control and measuring equipment (displacement sensors PLPS-10) was installed. The total draft of the concrete dam sections is measured by means of ceiling marks installed in the grout gallery. Analysis of the field data on total drafts of concrete dam sections and vertical deformations of the near-contact section of the rock foundation showed that the contact joint between the foot of the concrete dam sections and the foundation is in vertical compression. The results of the analysis of the available data of complex studies of vertical deformations of the near-contact layer of the rock foundation and the total draft of the concrete dam sections made it possible to substantiate the stability of the concrete dam sections.

Keywords: concrete dam, rock foundation, near-contact zone, instrumentation, field observation data, total draft, vertical deformations, stability, concrete dam, sections

Введение

Богучанская ГЭС проектной мощностью 3000 МВт расположена в Красноярском крае на р. Ангаре, составляя четвертую (нижнюю ступень) Ангарского каскада ГЭС.

Напорный фронт Богучанской ГЭС имеет общую протяженность 2670,5 м и образован бетонной гравитационной и каменно-набросной плотинами. Бетонная плотина имеет протяженность 809,3 м и наибольшую высоту 96 м [1–3].

Район строительства Богучанской ГЭС характеризуется суровыми климатическими условиями, при которых температурные перепады в течение года могут превышать 90 °С. Строительство основных сооружений началось в 1979 г., наполнение водохранилища до отметки первой очереди (185 м) происходило с апреля 2012 г. В середине 2015 г. уровень воды в верхнем бьефе достиг проектной отметки 208,00 м. В декабре 2017 г. Богучанская ГЭС была введена в промышленную эксплуатацию после завершения строительно-монтажных работ [4].

Методы

Натурные наблюдения за состоянием основания бетонной плотины (в том числе вертикальных деформаций приконтактного слоя и полных осадок бетонной плотины) выполняются по приборам дистанционной струнной контрольно-измерительной аппаратуры (КИА), установленным в основании I и III столбов секций бетонной плотины, а также геодезической КИА (установленным в цементационной галерее верхних столбов секций бетонной плотины). При этом учтен отечественный и зарубежный опыт натурных наблюдений¹ [5; 6].

Вертикальные деформации приконтактного слоя основания бетонной плотины на глубину 2 и 5 м измеряются струнными датчиками перемещений ПЛПС-10 с удлинителями, заложенными в скважинах скального массива перед укладкой бетона в секции плотины.

Полные осадки секций бетонной плотины измеряются на основе геодезических марок, установленных в цементационной галерее (по две марки в каждой секции).

Со стороны верховой и низовой граней плотины приборы ПЛДС-10 размещены в секциях 12, 21, 28, 31, 34, которые называются створными. В остальных секциях закладная дистанционная КИА устанавливалась только со стороны верховой грани плотины (то есть в основании I столба).

В качестве примера на рис. 1 представлено размещение указанной струнной и геодезической КИА в основании секции 12 бетонной плотины Богучанской ГЭС.

Натурные наблюдения за основанием бетонной плотины включают измерения значений диагностических показателей состояния основания бетонной плотины.

Согласно Декларации безопасности ГЭС Богучанской ГЭС, в состав диагностических показателей состояния бетонной плотины Богучанской ГЭС входят количественные диагностические показатели

¹ ICOLD. Bulletin 188. Incident database. 2019.

напряженно-деформированного состояния (НДС) системы «бетонная плотина – основание», в том числе состояние контактного шва «бетон – скала» (по дистанционным щелемерам ПЛПС с базой 2 и 5 м в основании) (отсутствие раскрытия). При этом критерий К1 соответствует переходу от сжатия контактного шва к растяжению ($K1 \geq 0$), а критерий К2 не назначается.

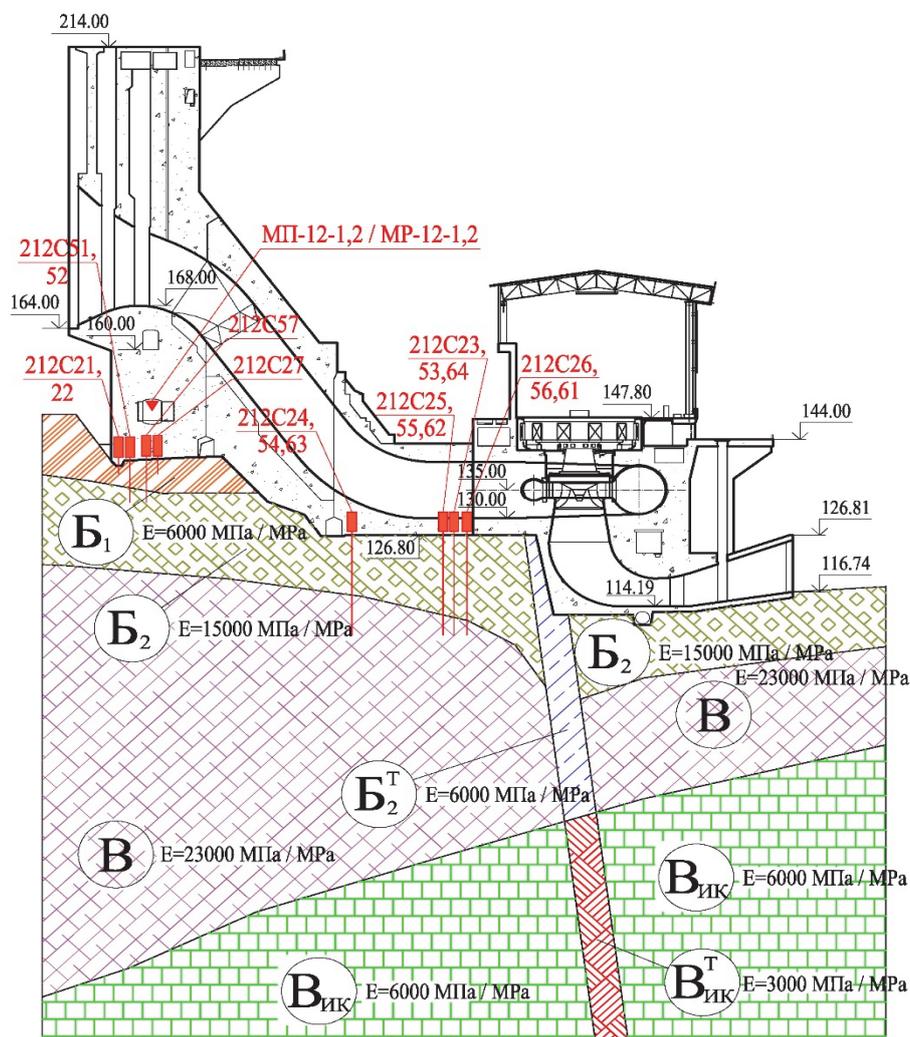


Рис. 1. Размещение струнной и геодезической КИА в основании секции 12 бетонной плотины
Figure 1. String and geodetic instrumentation placement at the base of the section 12 of the concrete dam

Также имеются критерии безопасности, касающиеся полной осадки створных секций бетонной плотины.

Таким образом, на основе анализа данных комплекса натуральных наблюдений осуществляется контроль устойчивости бетонной плотины, так как устойчивость обеспечивается при воздействии вертикальных сжимающих напряжений на контакте подошвы плотины с основанием, то есть имеют место вертикальные деформации сжатия (в особенности в верхней части плотины), что также обосновано значительным объемом исследований состояния контакта бетонных плотин со скальными основаниями [7–17].

Результаты

Анализ данных натуральных наблюдений за вертикальными деформациями приконтактной зоны скального основания показал, что наибольшие деформации сжатия сформировались к началу наполнения водохранилища (в 2012 г.). На первом этапе водохранилище наполнялось до промежуточного уровня 185 м. Под действием взвешивающего влияния воды, наполняющей водохранилище (при уменьшении давления секций бетонной плотины на основание), вертикальные деформации сжатия приконтактной зоны осно-

вания стали уменьшаться. При этом возникло опасение, что в процессе дальнейшего подъема уровня воды в водохранилище до проектной отметки 208 м (к середине 2015 г.) уменьшение сжимающих деформаций может достигнуть такого уровня, что произойдет нарушение контакта подошвы бетонной плотины с основанием (раскрытие контактного шва). При проникновении воды в контактный шов «бетон – скала» могло возникнуть вертикальное усилие на подошву секций бетонной плотины от действия противодействия воды, направленное вверх².

При раскрытии же контактного шва «бетон – скала», сопровождающимся действием противодействия воды в раскрывшемся шве, направленном вверх, устойчивость бетонной плотины могла не обеспечиваться, так как снижается сопротивление контакта «бетон – скала» сдвигу при снижении его обжатия.

Тем не менее данные натурных наблюдений в период подъема водохранилища до проектной отметки (208 м) показали, что все установленные в основании приборы фиксировали деформации вертикального сжатия приконтактной области. При этом с 2016 г. наметилась стабилизация вертикальных деформаций приконтактной области основания.

Вертикальные деформации двухметровой приконтактной зоны основания створных секций 12, 21, 28, 31, 34 к октябрю 2021 г. составили –2,45...–7,02 мм; пятиметровой приконтактной зоны основания –2,69...–8,17 мм.

Результаты натурных наблюдений за вертикальными деформациями двух- и пятиметровых зон основания представлены в табл. 1.

Таблица 1 / Table 1

Значения вертикальных деформаций двух- и пятиметровых приконтактных зон основания в характерные периоды времени, мм
The vertical deformations values of the two- and five-meter near-contact zones of the base in characteristic periods of time, mm

Секции Sections	№ прибора ПЛПС Instrumentation No.	23.09.2012	11.01.2016	23.09.2019	11.10.2021	База прибора, м Instrument base, m
12	212c21	–5,68	–5,28	–5,24	–5,22	2
21	221c21	–6,23	–5,98	–5,91	–5,90	2
21	221c22	–6,61	–6,44	–6,45	–6,47	2
21	221c23	–7,48	–7,02	–7,02	–7,02	2
28	228c21	–5,56	–4,13	–4,20	–4,26	2
28	228c23	–3,46	–2,45	–2,42	–2,45	2
28	228c24	–3,67	–3,66	–3,66	–3,66	2
31	231c22	–3,31	–3,30	–3,28	–3,28	2
34	234c22	–5,99	–5,34	–5,26	–5,25	2
34	234c23	–6,91	–6,47	–6,45	–6,49	2
12	212c51	–8,15	–8,03	–8,03	–8,03	5
12	212c57	–6,05	–6,08	–6,08	–6,09	5
21	221c51	–8,19	–8,18	–8,18	–8,17	5
28	228c52	–2,72	–2,69	–2,69	–2,69	5
28	228c53	–3,72	–2,80	–2,74	–2,79	5
31	231c52	–7,47	–7,40	–7,28	–7,25	5
34	234c51	–5,98	–5,77	–5,71	–5,68	5

На рис. 2–6 приведены графики вертикальных деформаций двух- и пятиметровых приконтактных зон скального основания секций 12, 21, 28, 31, 34.

² СП 23.13330.2018. Основания гидротехнических сооружений. Актуализированная редакция СНиП 2.02.02-85. М.: Стандартинформ. 2019. 96 с.; СП 40.13330.2012. Плотины бетонные и железобетонные. Актуализированная редакция СНиП 2.06.06-85. М.: ФАУ «ФЦС». 2012. 65 с.

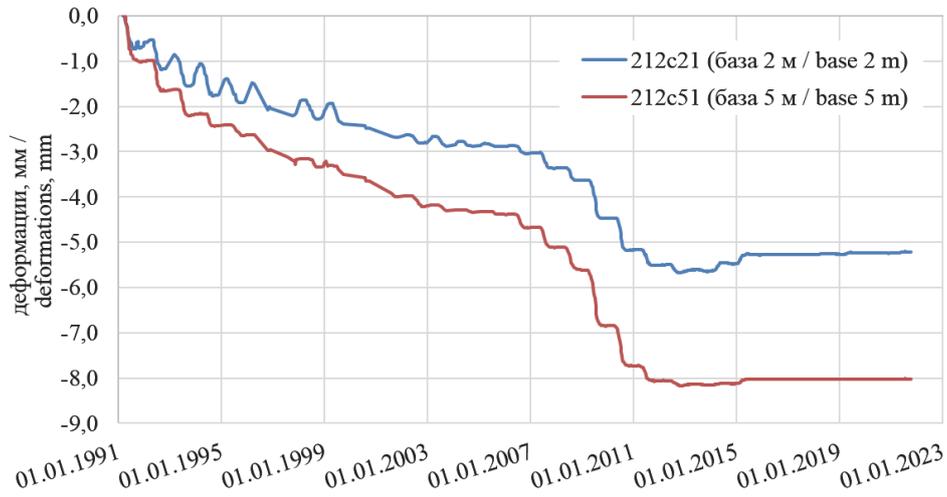


Рис. 2. Вертикальные деформации приконтактной зоны основания секции 12
Figure 2. Vertical deformations of the near-contact zone of the base of section 12

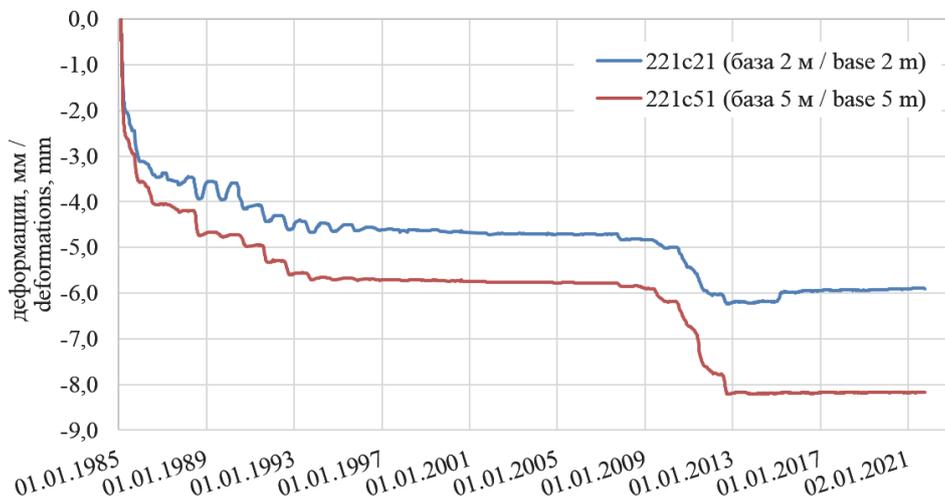


Рис. 3. Вертикальные деформации приконтактной зоны основания секции 21
Figure 3. Vertical deformations of the near-contact zone of the base of section 21

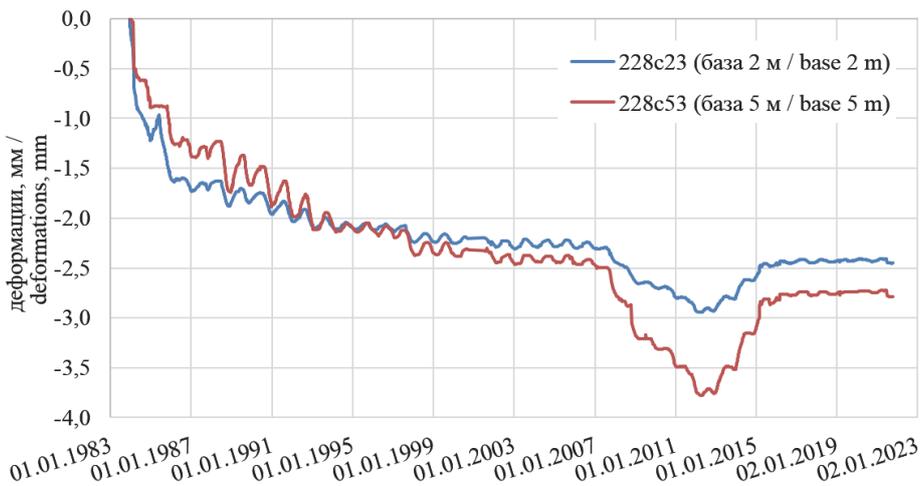


Рис. 4. Вертикальные деформации приконтактной зоны основания секции 28
Figure 4. Vertical deformations of the near-contact zone of the base of section 28

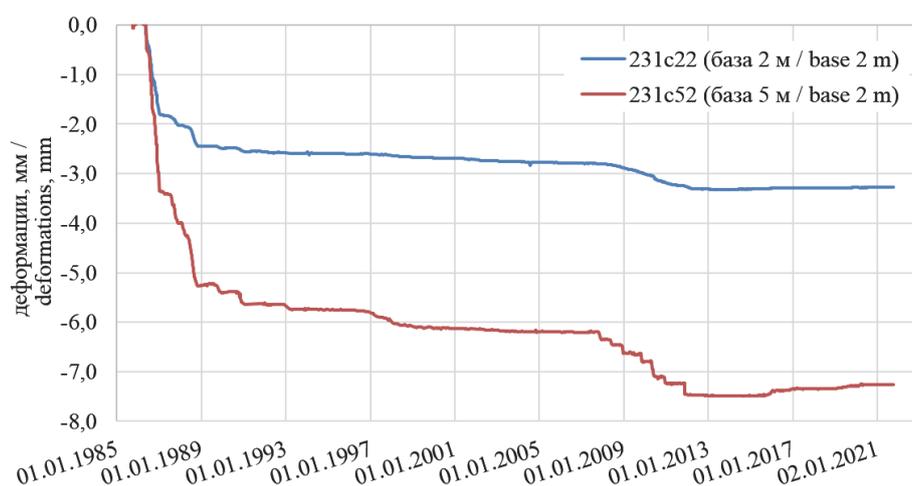


Рис. 5. Вертикальные деформации приконтактной зоны основания секции 31
Figure 5. Vertical deformations of the near-contact zone of the base of section 31

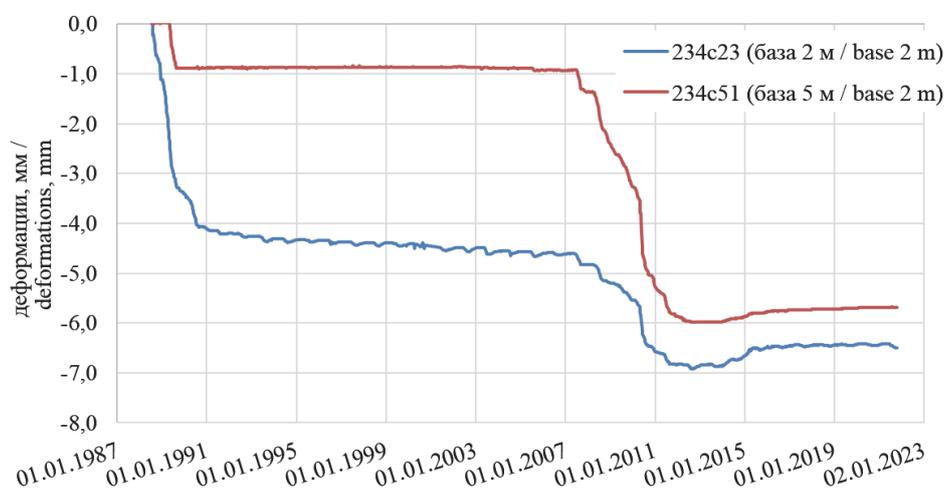


Рис. 6. Вертикальные деформации приконтактной зоны основания секции 34
Figure 6. Vertical deformations of the near-contact zone of the base of section 34

Из представленных графиков следует, что в период интенсивной достройки секций бетонной плотины (2007–2012 гг.) отмечался рост вертикальных деформаций приконтактного слоя скального основания бетонной плотины.

Как отмечалось ранее, величина полной осадки секций бетонной плотины контролируется на основе геодезических марок, установленных в цементационной галерее.

В табл. 2 приведены полные значения осадок створных секций (12, 21, 28, 31, 34) бетонной плотины.

Как показал анализ данных, приведенных в табл. 2, максимальная полная осадка створных секций бетонной плотины составила 55,3 мм (для секции 28 при $K_1 = 70$ мм, $K_2 = 80$ мм), что не превышает критерийные значения.

На рис. 7–11 приведены графики полных осадок (мм) секций 12, 21, 28, 31, 34 бетонной плотины.

Из представленных графиков (рис. 7–11) следует, что в период наполнения водохранилища (2012–2015 гг.) происходил интенсивный рост осадки секций бетонной плотины вследствие возрастающего давления воды в водохранилище на основание. Вместе с тем увеличение полной осадки секций бетонной плотины свидетельствует о передаче вертикальной нагрузки от веса секций плотины на основание (то есть отмечался полный контакт подошвы секций плотины с основанием).

Таким образом, в настоящее время при проектной отметке воды в водохранилище 208,0 м долирты основания со стороны верховой грани бетонной плотины остаются в состоянии вертикального сжатия, контактный шов «бетон – скала» остается закрытым и, следовательно, устойчивость плотины обеспечивается.

Таблица 2 / Table 2

Значения полных осадок секций бетонной плотины по показаниям геодезических марок в характерные периоды времени, мм
 The values of the total settlements of the concrete dam sections according to the geodetic marks indications
 in characteristic periods of time, mm

Секции Sections	№ прибора Instrumentation No.	Сентябрь / September 2012	Февраль / February 2016	Октябрь / October 2019	Декабрь / December 2021
12	МП 12-1	-18,1	-33,1	-34,9	-35,5
12	МП 12-2	-19,8	-35,0	-37,6	-38,1
21	МП 21-1	-26,8	-45,4	-47,2	-47,6
21	МП 21-2	-28,4	-46,7	-48,6	-49,1
28	МП 28-1	-33,3	-52,3	-54,1	-54,5
28	МП 28-2	-33,6	-52,2	-54,9	-55,3
31	МП 31-1	-28,9	-46,1	-48,1	-48,5
31	МП 31-2	-33,2	-50,0	-52,1	-52,5
34	МП 34-1	-12,4	-28,4	-30,6	-30,8

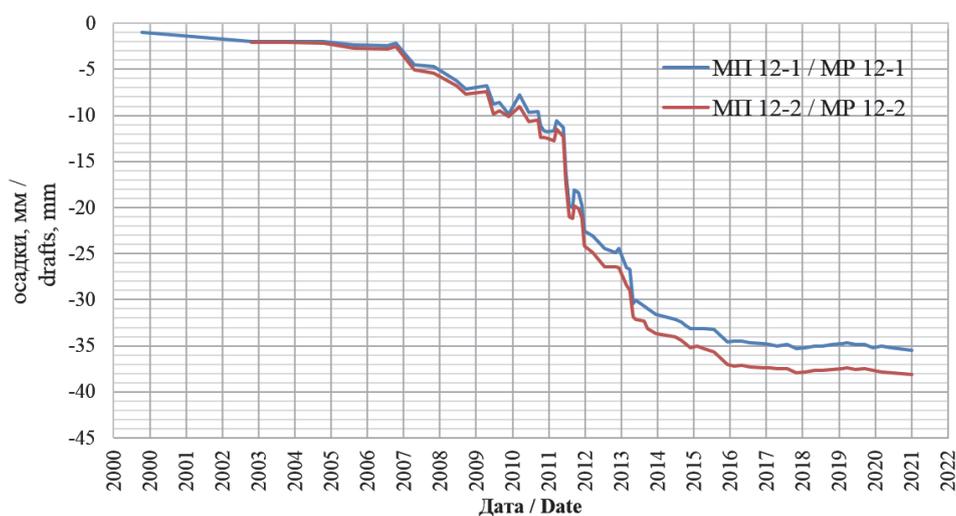


Рис. 7. Графики полных осадок секции 12
 Figure 7. Graphs of total draft of section 12

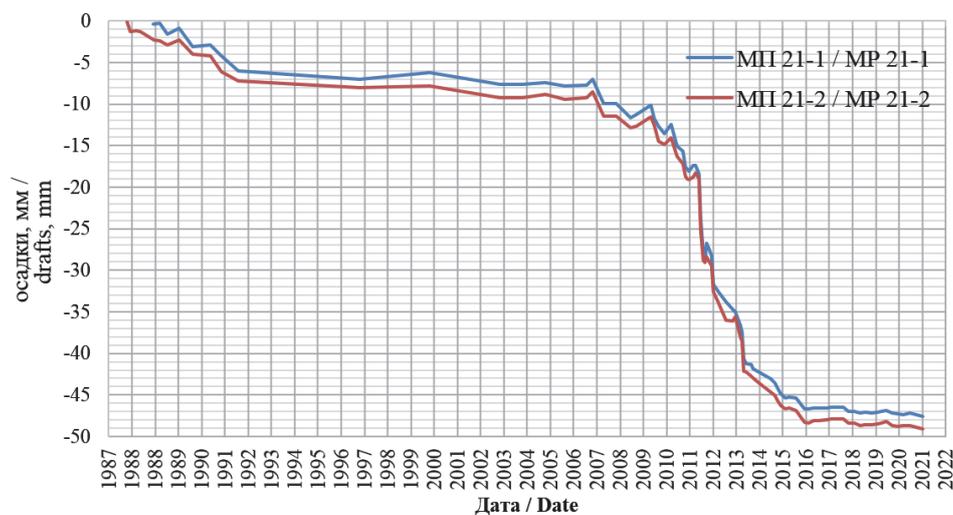


Рис. 8. Графики полных осадок секции 21
 Figure 8. Graphs of total draft of section 21

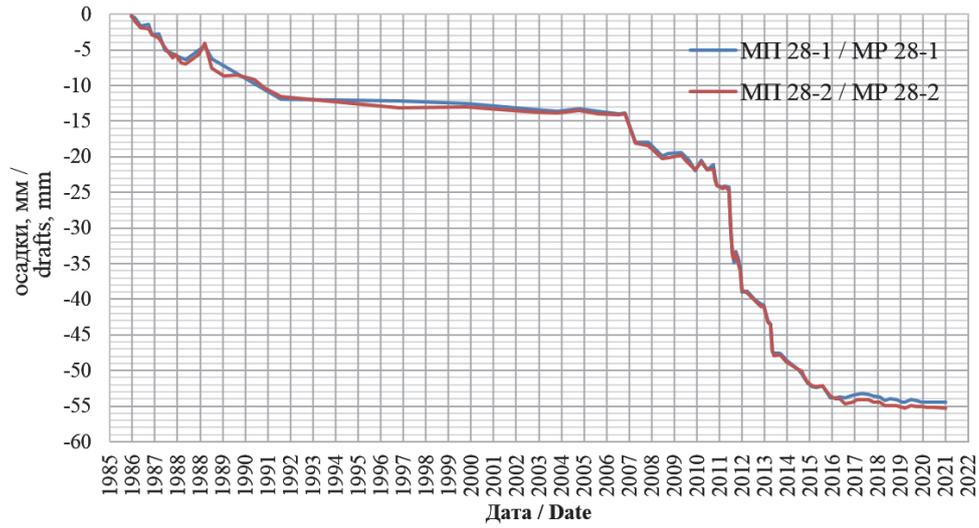


Рис. 9. Графики полных осадок секции 28
Figure 9. Graphs of total draft of section 28

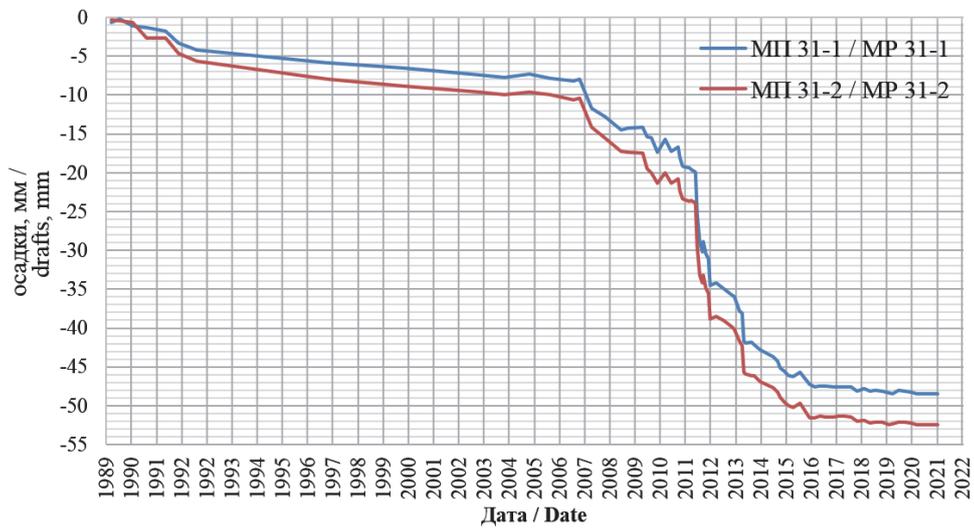


Рис. 10. Графики полных осадок секции 31
Figure 10. Graphs of total draft of section 31

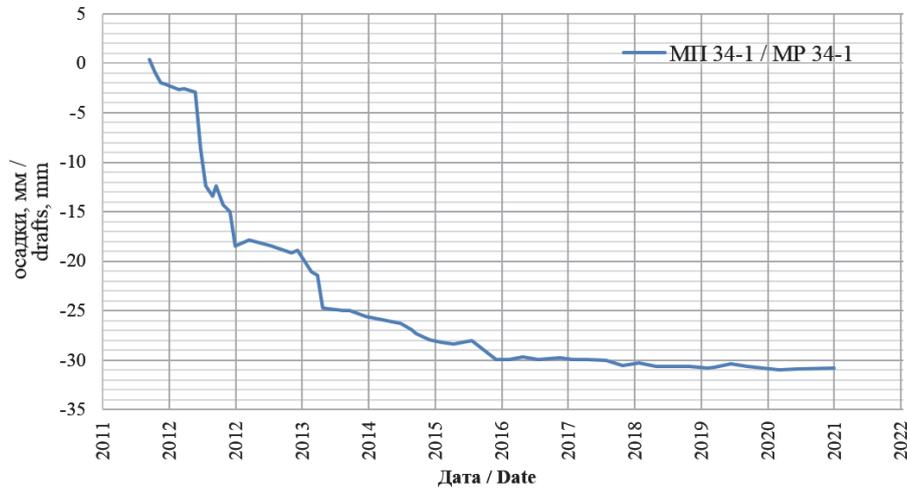


Рис. 11. График полной осадки секции 34
Figure 11. Graphs of total draft of section 34

Заключение

Анализ данных натуральных наблюдений за вертикальными деформациями приконтактного слоя скального основания показал, что наибольшие деформации (–7,48 мм по прибору 221с23 для двухметровой зоны; –8,19 мм по прибору 221с51 для пятиметровой зоны) зафиксированы в 2012 г. перед наполнением водохранилища.

При наполнении водохранилища происходило уменьшение деформаций сжатия приконтактного слоя скального основания. Так, при наполнении водохранилища до проектной отметки 208 м существовало опасение по поводу уменьшения вертикального сжатия контактного шва «бетон – скала», ввиду выталкивающего действия воды, что могло привести к снижению сопротивления контактного шва сдвигу и снижению устойчивости секций бетонной плотины.

Тем не менее к октябрю 2021 г. вертикальные деформации двухметровой приконтактной зоны основания створных секций 12, 21, 28, 31, 34 составили –2,45...–7,02 мм; пятиметровой приконтактной зоны основания –2,69...–8,17 мм. То есть контактный шов «бетон – скала» оставался полностью сжатым и удовлетворял требованиям критериев безопасности.

Вместе с тем данные геодезических наблюдений свидетельствуют, что в период наполнения водохранилища (2012–2015 гг.) и в последующий период полная осадка секций бетонной плотины увеличивалась, что говорит о вертикальной нагрузке от веса секций плотины на основание (то есть отмечался полный контакт подошвы секций плотины с основанием). При этом максимальная величина полной осадки створных секций бетонной плотины составила 55,3 мм (для секции 28 при $K_1 = 70$ мм, $K_2 = 80$ мм), что не превышает критериальные значения.

Таким образом, на основе анализа данных комплексных натуральных наблюдений обоснована устойчивость секций бетонной плотины Богучанской ГЭС.

Список литературы / References

1. Kalustyan E.S. *Geomechanics in dam engineering*. Moscow: Energoatomizdat Publ.; 2008. (In Russ.)
Калустян Э.С. Геомеханика в плотиностроении. М.: Энергоатомиздат, 2008. 224 с.
2. Vavilova V.K., Yuriev S.V. Ensuring the reliability of Boguchanskaya HPP concrete dam based on the control of the contact joint state from the upper face side. *Scientific and Technical Journal on Construction and Architecture*. 2013;(7):157–167. (In Russ.)
Вавилова В.К., Юрьев С.В. Обеспечение надежности бетонной плотины Богучанской ГЭС на основе контроля состояния контактного шва со стороны верховой грани // Научно-технический журнал по строительству и архитектуре. 2013. № 7. С. 157–167.
3. Yuriev S.V. The state of the concrete dam foundation according to field observations in harsh climatic conditions. *Monitoring of Natural and Technogenic Processes During Mining: Collection of Reports of the All-Russian Scientific and Technical Conference with International Participation*. St. Petersburg; 2013. p. 312–318. (In Russ.)
Юрьев С.В. Состояние основания бетонной плотины по данным натуральных наблюдений в суровых климатических условиях // Мониторинг природных и техногенных процессов при ведении горных работ: сборник докладов Всероссийской научно-технической конференции с международным участием. СПб., 2013. С. 312–318.
4. Lisichkin S.E., Rubin O.D., Yuriev S.V. Status control of the near-contact zone of the base of a concrete dam on the basis of the field observation data. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2019;(4):74–81. (In Russ.)
Лисичкин С.Е., Рубин О.Д., Юрьев С.В. Контроль состояния приконтактной зоны основания бетонной плотины на основе данных натуральных наблюдений // Известия вузов. Строительство. 2019. № 4 (724). С. 74–81.
5. Wang Sh., Gu Ch., Bao T. Safety Monitoring Index of high concrete gravity dam based on failure mechanism of instability. *Mathematical Problems in Engineering*. 2013. Article 732325. <https://doi.org/10.1155/2013/732325>
6. Pekhtin V.A., Volinchikov A.N., Mgalobelov Yu.B., Yuriev S.V. Estimation of concrete and rock-fill dam's reliability of Boguchany HPP before first reservoir impoundment. *25th Congress ICOLD*. Stavanger; 2015. p. 265–267.
Пехтин В.А., Волынчиков А.Н., Мгалобелов Ю.Б., Юрьев С.В. Оценка надежности бетонной и каменно-набросной плотин Богучанской ГЭС перед первым наполнением водохранилища до проектной отметки // 25-й Конгресс по большим плотинам. Ставангер, 2015. С. 265–267.
7. Renaud S., Saichi T., Bouaanani N. Roughness Effects on the Shear strength of concrete and rock joints in dams based on experimental data. *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 2019;52:3867–3888.
8. Pereira R., Lopes Batista A., Neves L.C., Lemos J.V. Deduction of ultimate equilibrium limit states for concrete gravity dams keyed into rock mass foundations based on large displacement analysis. *Structures*. 2022;38:1180–1190.
9. Chen S., Gu C., Lin C. Multi-kernel optimized relevance vector machine for probabilistic prediction of concrete dam displacement. *Engineering with Computers*. 2021;37:1943–1959.

10. Li W., Wu W., Zhang J. Numerical stability analysis of the dam foundation under complex geological conditions at great depth: a case study of Kala Hydropower Station, China. *Frontiers in Physics*. 2000;9:808840. <https://doi.org/10.3389/fphy.2021.808840>
11. Dong W., Song S., Zhang B., Yang D. SIF-based fracture criterion of rock-concrete interface and its application to the prediction of cracking paths in gravity dam. *Engineering Fracture Mechanics*. 2019;221:106686. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2019.106686>
12. Bista D., Sas G., Johansson F., Lia L. Roughness influence of location of large-scale asperity on shear strength of concrete-rock interface under eccentric load. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*. 2020;12(3):449–460.
13. Sowab D., Carbajal C., Breul P., Peyras L., Rivard P., Bacconnet C., Ballivy G. Modeling the spatial variability of the shear strength of discontinuities of rock masses: application to a dam rock mass. *Engineering Geology*. 2017;220:133–143. <https://doi.org/10.1016/J.ENGGEOL.2017.01.023>
14. Coubard G., Deveze G., Vergniault C., Zammout G., Laugier F., Peyras L., Carvajal C., Bost M., Rajot J., Rivard P., Ballivy G., Sow D., Rullière A., Breul P., Bacconnet C., Quirion M. Best estimation of mechanical properties at the concrete-to-rock interface and at the discontinuities of rock foundations for gravity dams. *26th International Congress on Large Dams, 4–6 July 2018, Vienna, Austria*. Vienna; 2018. Article 4597. <https://doi.org/10.1201/9780429465086-148>
15. Saichi T., Renaud S., Bouaanani N. Progressive Approach to account for large-scale roughness of concrete – rock interface in practical stability analyses for dam safety evaluation. *International Journal of Geomechanics*. 2022;22(8). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GM.1943-5622.0002468](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0002468)
16. Farinha M.L.B., Azevedo N.M., Candeias M. Small displacement coupled analysis of concrete gravity dam foundations: static and dynamic conditions. *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 2017;50:439–464. <https://doi.org/10.3390/geotechnics2010006>
17. Farinha M.L.B., Azevedo N.M., Leitão N.A., Rocha de Almeida J., Oliveira S. Sliding stability assessment of concrete dams using a 3D discontinuum hydromechanical model following a discrete crack approach. *Geotechnics*. 2022;2(1):133–157. <https://doi.org/10.3390/geotechnics2010006>



DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-4-317-328
 УДК 624.04

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Оптимизация формы трехгранных решетчатых опор по критерию устойчивости

Л.Ш. Ахтямова¹ , Б.М. Языев^{1,2} , А.С. Чепурненко^{1,2}  , Л.С. Сабитов^{2,3} 

¹Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Российская Федерация

²Казанский федеральный университет, Казань, Российская Федерация

³Казанский государственный энергетический университет, Казань, Российская Федерация

 anton_chepurnenk@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 25 мая 2022 г.

Доработана: 30 июля 2022 г.

Принята к публикации: 5 августа 2022 г.

Аннотация. Предлагается методика оптимизации трехгранных решетчатых башенных сооружений из условия максимума критической нагрузки. Рассматриваются башни с поперечным сечением элементов в виде круглых труб. Нагрузка представлена горизонтальной сосредоточенной силой на вершине башни, моделирующей работу ветроэнергетической установки. Вводится ограничение на постоянство массы сооружения. В качестве варьируемых параметров выступают ширина башни, которая меняется по высоте, высоты панелей, внешние диаметры поперечного сечения поясов и решетки. Решение задачи нелинейной оптимизации выполняется численно в среде MATLAB при помощи пакетов Optimization Toolbox и Global Optimization Toolbox. В качестве начального приближения принимается башня постоянной ширины. Вычисление критической нагрузки выполняется методом конечных элементов в линейной постановке путем решения проблемы собственных значений. Для решения задачи нелинейной оптимизации используется метод внутренней точки, метод шаблонного поиска и генетический алгоритм. Производится сравнение эффективности перечисленных методов. Установлено, что наибольшей эффективностью обладает метод внутренней точки. Критическая нагрузка для оптимальной башни по сравнению с башней постоянной ширины при той же массе возросла в 2,3 раза.

Ключевые слова: трехгранные решетчатые опоры, оптимизация, устойчивость, метод конечных элементов, критическая нагрузка

Для цитирования

Ахтямова Л.Ш., Языев Б.М., Чепурненко А.С., Сабитов Л.С. Оптимизация формы трехгранных решетчатых опор по критерию устойчивости // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 4. С. 317–328. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-317-328>

Ахтямова Лейсан Шамильевна, аспирант, кафедра сопротивления материалов, Донской государственный технический университет, Российская Федерация, 344000, Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, д. 1; ORCID: 0000-0003-0480-9811, eLIBRARY SPIN-код: 6733-6979; leisan21@gmail.com

Языев Батыр Меретович, доктор технических наук, профессор кафедры сопротивления материалов, Донской государственный технический университет, Российская Федерация, 344000, Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, д. 1; главный научный сотрудник, Институт дизайна и пространственных искусств, Казанский федеральный университет, Российская Федерация, 420008, Казань, ул. Кремлевская, д. 18; ORCID: 0000-0002-9133-8546, eLIBRARY SPIN-код: 7149-7981; anton_chepurnenk@mail.ru

Чепурненко Антон Сергеевич, доктор технических наук, профессор кафедры сопротивления материалов, Донской государственный технический университет, Российская Федерация, 344000, Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, д. 1; главный научный сотрудник, Институт дизайна и пространственных искусств, Казанский федеральный университет, Российская Федерация, 420008, Казань, ул. Кремлевская, д. 18; ORCID: 0000-0002-9133-8546, eLIBRARY SPIN-код: 7149-7981; anton_chepurnenk@mail.ru

Сабитов Линар Салихзанович, доктор технических наук, профессор кафедры «Конструктивно-дизайнерское проектирование», Казанский федеральный университет, Российская Федерация, 420008, респ. Татарстан, Казань, ул. Кремлевская, 18; профессор кафедры «Энергообеспечение предприятий, строительство зданий и сооружений», Казанский государственный энергетический университет, Российская Федерация, 420066, Казань, ул. Красносельская, д. 51; ORCID: 0000-0001-7381-9752, eLIBRARY SPIN-код: 9261-1374; sabitov-kgasu@mail.ru

© Ахтямова Л.Ш., Языев Б.М., Чепурненко А.С., Сабитов Л.С., 2022



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Trihedral lattice supports geometry optimization according to the stability criterion

Leysan Sh. Akhtyamova¹, Batyr M. Yazyev^{1,2}, Anton S. Chepurnenko^{1,2}✉, Linar S. Sabitov^{2,3}

¹Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

²Kazan Federal University, Kazan, Russian Federation

³Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russian Federation

✉ anton_chepurnenk@mail.ru

Article history

Received: May 25, 2022

Revised: July 30, 2022

Accepted: August 5, 2022

For citation

Akhtyamova L.Sh., Yazyev B.M., Chepurnenko A.S., Sabitov L.S. Trihedral lattice supports geometry optimization according to the stability criterion. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(4):317–328. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-317-328>

Abstract. The study proposes a technique for optimizing trihedral lattice tower structures from the condition of maximum critical load. Towers with a cross section of elements in the form of round pipes are considered. The load is represented by a horizontal concentrated force at the upper end of the tower, simulating the operation of a wind turbine. A constraint on the constancy of the mass of the structure is introduced. The variable parameters are the width of the tower, which varies in height, the height of the panels, the external diameters of the cross-section of the chords and lattice. The solution of the nonlinear optimization problem is performed in the MATLAB environment using the Optimization Toolbox and Global Optimization Toolbox packages. A tower of constant width is taken as the initial approximation. The calculation of the critical load is performed by the finite element method in a linear formulation by solving the eigenvalue problem. To solve the nonlinear optimization problem, the interior point method, the pattern search method and the genetic algorithm are used. The efficiency of the listed methods is compared. It has been found that the interior point method is the most efficient. The critical load for the optimal tower compared to the tower of constant width with the same mass increased by 2.3 times.

Keywords: trihedral lattice supports, optimization, stability, finite element method, critical load

Введение

Решетчатые башенные сооружения широко применяются в практике возведения стальных опор линий электропередач [1–5], опор ветрогенераторов [6–10], опор для размещения светосигнального оборудования [11]. При этом опоры с трехгранным поперечным сечением являются более экономичными, чем четырехгранные [12; 13]. В [14–16] показывается, что экономическая эффективность башенных сооружений существенно зависит от их геометрии, а также формы и размеров поперечного сечения элементов. В [17] выполняется оптимизация таких геометрических параметров башни, как угол наклона решетки и ее ширина. При этом ширина башни по высоте остается постоянной, однако целесообразно ее уменьшение к вершине. В [18] производится поиск оптимальной формы поперечного сечения поясов трехгранной решетчатой башни, но не затрагиваются вопросы оптимизации геометрии самой башни. Целью настоящей работы является разработка методики оптимизации трехгранных решетчатых опор, в которой в качестве варьируемых величин будут выступать геометрические параметры сооружения, включая его ширину и высоту панелей, а также размеры поперечных сечений элементов.

Материалы и методы

Рассматривается трехгранная решетчатая башня, ширина которой меняется по высоте (рис. 1). Поперечное сечение элементов поясов и решетки – круглые трубы. В качестве варьируемых параметров выступают ширины B_i , а также наружные диаметры поперечного сечения поясов D_p , наклонных элементов ре-

Leysan Sh. Akhtyamova, postgraduate student, Department of Strength of Materials, Don State Technical University, 1 Ploshchad' Gagarina, Rostov-on-Don, 344000, Russian Federation; ORCID: 0000-0003-0480-9811, eLIBRARY SPIN-code: 6733-6979; leisan21@gmail.com

Batyr M. Yazyev, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Strength of Materials, Don State Technical University, 1 Ploshchad' Gagarina, Rostov-on-Don, 344000, Russia Federation; chief researcher, Institute of Design and Spatial Arts, Kazan Federal University, 18 Kremlevskaya St, Kazan, 420008, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-5205-1446, eLIBRARY SPIN-code: 5970-5350; ps62@yandex.ru

Anton S. Chepurnenko, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Strength of Materials, Don State Technical University, 1 Ploshchad' Gagarina, Rostov-on-Don, 344000, Russian Federation; chief researcher, Institute of Design and Spatial Arts, Kazan Federal University, 18 Kremlevskaya St, Kazan, 420008, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-9133-8546, eLIBRARY SPIN-code: 7149-7981; an-ton_chepurnenk@mail.ru

Linar S. Sabitov, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Structural Design, Kazan Federal University, 18 Kremlevskaya St, Kazan, 420008, Russian Federation; Professor of the Department "Energy Supply of Enterprises, Construction of Buildings and Structures," Kazan State Power Engineering University, 51 Krasnoselskaya St, Kazan, 420066, Russian Federation; ORCID: 0000-0001-7381-9752, eLIBRARY SPIN-code: 9261-1374; sabitov-kgasu@mail.ru

сетки D_r и горизонтальных элементов решетки D_h . Вводится ограничение на постоянство массы. Высота всей опоры постоянна и равна H , количество панелей также постоянно и равно n , высота каждой панели H_i варьируется, но вводится ограничение $\sum H_i = H$. Нагрузка представлена горизонтальной сосредоточенной силой на вершине башни, которая моделирует расположенную наверху ветроэнергетическую установку. Направление силы F определяется углом α . Задача оптимизации решается при фиксированном α . Закрепление узлов башни в основании – шарнирно-неподвижное. В качестве целевой функции выступает величина критической нагрузки F , которая должна достигнуть максимума при неизменной массе сооружения.

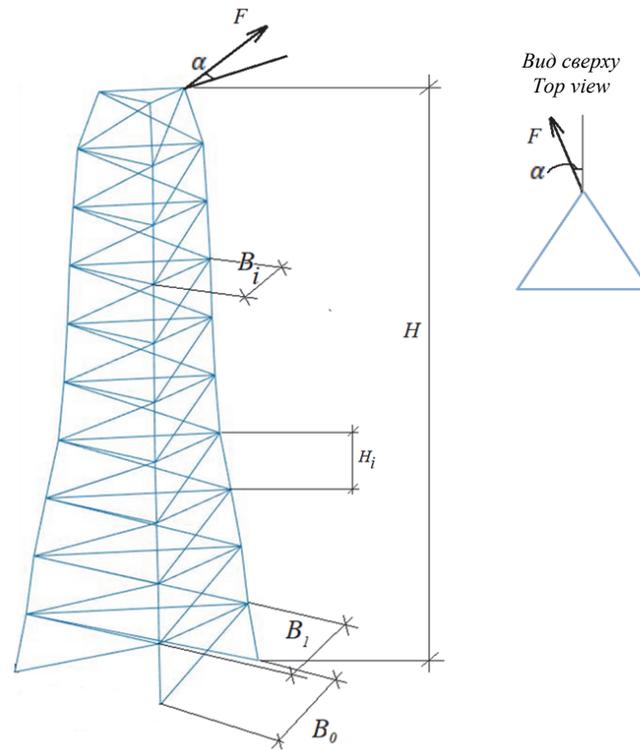


Рис. 1. Расчетная схема башни
Figure 1. Calculation scheme of the tower

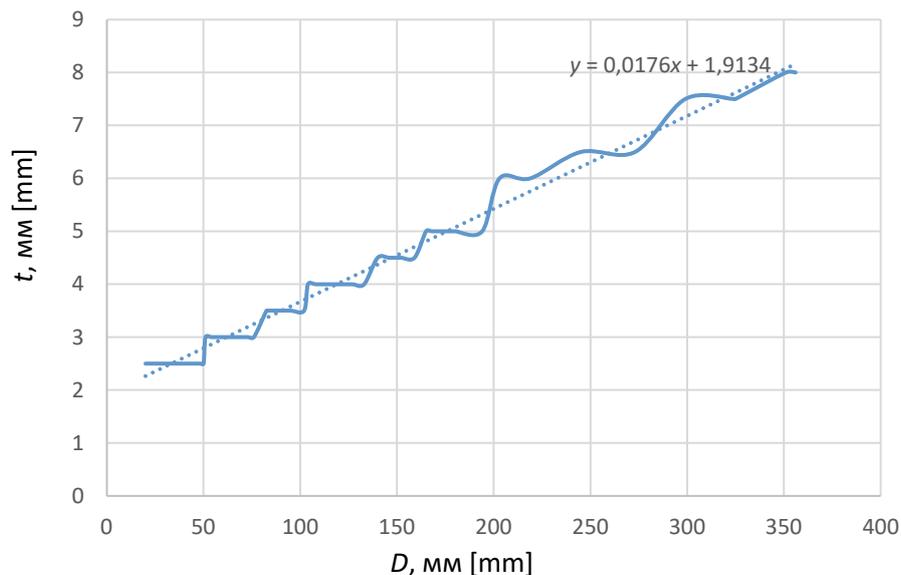


Рис. 2. Зависимость минимальной толщины стенки круглой трубы от наружного диаметра в соответствии с ГОСТ 8732–78
Figure 2. Dependence of the minimum wall thickness of a round pipe on the outer diameter in accordance with GOST 8732–78

где $\sin \beta = \frac{(z_2 - z_1)}{l}$, $\sin \alpha = \frac{y_2 - y_1}{\sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}}$, γ – угол чистого вращения (угол между осями y' и y

или z' и z при совпадении осей x и x'), (x_1, y_1, z_1) и (x_2, y_2, z_2) – координаты узлов конечного элемента.

При определении критической нагрузки каждый стержень башни разбивается по длине на десять конечных элементов.

Для решения задач нелинейной оптимизации нами использованы модули Optimization Toolbox и Global Optimization Toolbox среды MATLAB. В пакете Optimization Toolbox применяется функция *fmincon*, которая находит локальный минимум нелинейной целевой функции нескольких переменных $f(x)$ с ограничениями:

$$\begin{cases} c(x) \leq 0; \\ ceq(x) = 0; \\ A \cdot x \leq b; \\ Aeq \cdot x = beq; \\ lb \leq x \leq ub, \end{cases} \quad (6)$$

где x – вектор, содержащий варьируемые параметры; A и Aeq представляют собой матрицы; $c(x)$ и $ceq(x)$ – нелинейные функции нескольких переменных, возвращающие скаляр; lb и ub – нижние и верхние границы для варьируемых переменных соответственно.

Функция *fmincon* позволяет выбирать один из нескольких доступных алгоритмов решения задачи нелинейной оптимизации. Нами используется метод внутренней точки, с которым подробно можно ознакомиться в [19].

Алгоритмы, заложенные в Optimization Toolbox, позволяют найти локальный минимум в бассейне притяжения, которому принадлежит начальная точка поиска¹. Если целевая функция имеет несколько локальных минимумов, то для нахождения глобального минимума необходимо найти начальную точку в бассейне притяжения глобального минимума. Для этого используются заложенные в Global Optimization Toolbox функции, генерирующие случайные начальные точки в пределах границ lb и ub .

Большинство методов нелинейной оптимизации, включая метод внутренней точки, используют для поиска оптимальной точки информацию о градиенте целевой функции либо о ее частных производных высших порядков.

Существуют методы оптимизации, не требующие вычисления градиента. Нами применяются два таких метода – метод шаблонного поиска и генетический алгоритм.

Суть метода шаблонного поиска состоит в следующем: формируется набор точек вокруг текущей точки, называемый сетью и ищется такая точка, в которой значение ниже, чем в текущей точке. Сеть формируется путем сложения координат текущей точки с произведением набора векторов, называемого шаблоном, на скаляр, называемый размером сети. Если алгоритм находит точку, в которой значение целевой функции лучше, чем в текущей, она становится текущей на следующем шаге. Набор векторов (шаблон) может быть фиксированным либо случайно генерируемым. Подробно выбор шаблона описывается в [20]. В пакете Global Optimization Toolbox этот метод реализован в функции *patternsearch*.

Метод шаблонного поиска, как и большинство классических методов, на каждой итерации генерирует единственную точку. Генетический алгоритм в отличие от классических подходов создает совокупность точек на каждой итерации. Лучшая точка в популяции приближается к оптимальному решению. Данный алгоритм использует четыре основных типа правил на каждом этапе для создания следующего поколения из текущей популяции: наследование, отбор, скрещивание и мутации, имитируя естественный отбор в природе. Подробное описание алгоритма и примеры его использования в задачах оптимизации строительных конструкций представлены в [21–23]. В пакете Global Optimization Toolbox этот метод реализован в функции *ga*.

Результаты и обсуждение

В качестве начального приближения нами принималась башня постоянной ширины $B = 5$ м с одинаковыми высотами панелей $H_i = 4$ м общей высотой $H = 40$ м. Поперечное сечение поясов в начальном приближении – круглые трубы с наружным диаметром 127 мм, решетка – круглые трубы с наружным

¹ MathWorks. *Local vs. Global Optima*. Available from: <https://www.mathworks.com/help/optim/ug/local-vs-global-optima.html> (accessed: 31.07.2022).

диаметром 76 мм. Толщины стенок, вычисленные по формуле на рис. 2: 4,1 и 3,3 мм соответственно. Угол α , определяющий направление сосредоточенной силы, принимался равным нулю. Критическая нагрузка для такой конструкции составила 53,2 кН. Форма потери устойчивости приведена на рис. 4. Из представленного рисунка видно, что для башни постоянной ширины потеря устойчивости происходит в наиболее нагруженных сжатых элементах пояса.

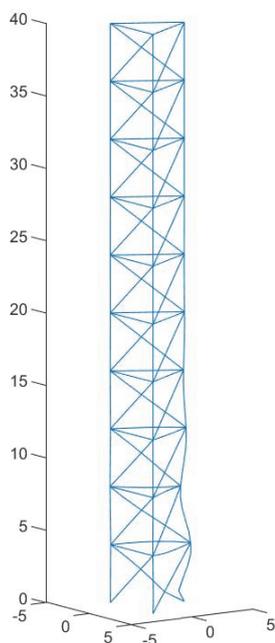


Рис. 4. Форма потери устойчивости башни постоянной ширины, полученная в авторской программе
Figure 4. The buckling form of a tower of constant width, obtained in the author's program

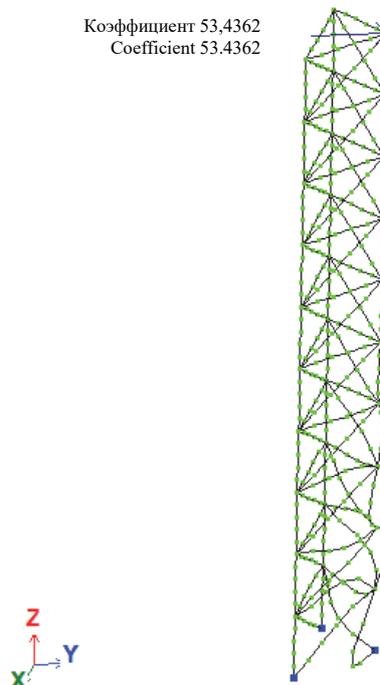


Рис. 5. Форма потери устойчивости башни постоянной ширины, полученная в ПК ЛИРА-САПР
Figure 5. The buckling form of the tower of constant width, obtained in the LIRA-SAPR software

Для контроля правильности вычисления критической нагрузки в разработанной авторами программе модель башни экспортировалась в программный комплекс ЛИРА-САПР. Для передачи в ПК ЛИРА автоматически генерировался текстовый файл с исходными данными в принятом для данного расчетного комплекса формате. При расчете в ПК ЛИРА-САПР критическая нагрузка составила 53,4 кН, что незначительно отличается от авторского решения (рис. 5).

Верхние и нижние границы ub и lb для варьируемых параметров при решении задачи оптимизации представлены в таблице. При проектировании реальных конструкций верхняя граница параметров B_i может быть ограничена площадью участка, на котором размещается сооружение, а нижняя граница – располагаемым наверху оборудованием. Для параметров H_i приняты такие же границы, как и для B_i . Диаметры поперечных сечений, как правило, ограничены существующим сортаментом и ассортиментом продукции ближайших производителей труб.

Верхние и нижние границы варьируемых параметров при решении задачи оптимизации
Upper and lower bounds of variable parameters in solving an optimization problem

Параметр Parameter	B_i , м [m]	H_i , м [m]	D_p , м [m]	D_r , м [m]	D_h , м [m]
lb	0,5	0,5	0,05	0,05	0,05
ub	10	10	0,3	0,3	0,3

Полученная в результате решения задачи методом внутренней точки оптимальная форма башни приведена на рис. 6. Диаметр труб поясов составил 148 мм, наклонных элементов решетки – 74,1 мм, горизонтальных элементов решетки – 62,8 мм. Соответствующие толщины стенок, вычисленные по фор-

муле, приведенной на рис. 2: 4,5; 3,2 и 3 мм. Критическая нагрузка по сравнению с башней постоянной ширины возросла до 123 кН, то есть в 2,3 раза. Форма потери устойчивости для оптимальной башни показана на рис. 7. Полученное решение экспортировалось в программный комплекс ЛИРА-САПР. При расчете в ПК ЛИРА-САПР критическая нагрузка составила 122,8 кН, что незначительно отличается от авторского решения. Форма потери устойчивости в ПК ЛИРА-САПР с увеличенным масштабом перемещений приведена на рис. 8. Из данного рисунка видно, что в оптимальном варианте, в отличие от базового, потеря устойчивости происходит одновременно во всех сжатых элементах.

При проектировании реальной конструкции наружные диаметры труб можно принять равными 146, 76 и 63,5 мм, а толщины стенок 4,5; 3 и 3 мм соответственно.

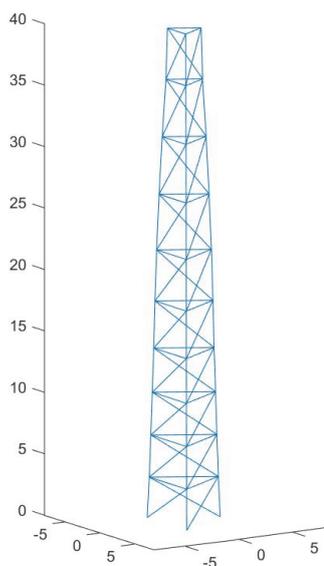


Рис. 6. Оптимальная форма башни, полученная на основе метода внутренней точки
Figure 6. Optimal tower shape based on the interior point method

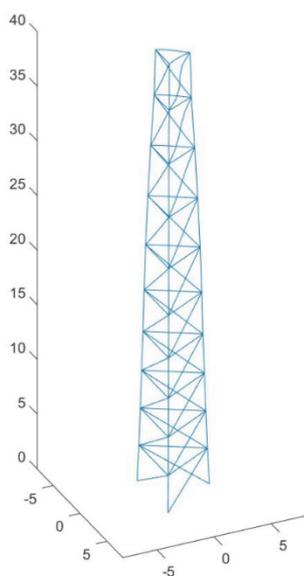


Рис. 7. Форма потери устойчивости оптимальной башни, полученная в авторской программе
Figure 7. The form of stability loss of the optimal tower, obtained in the author's program

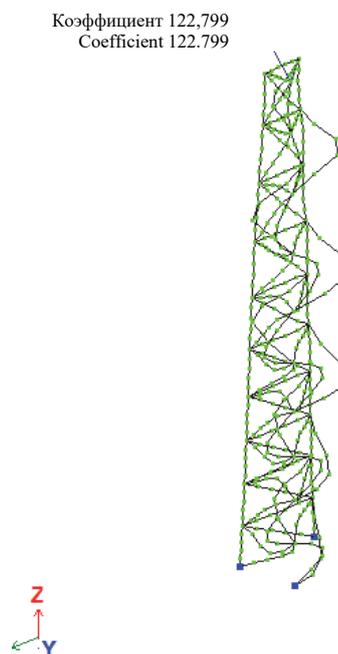
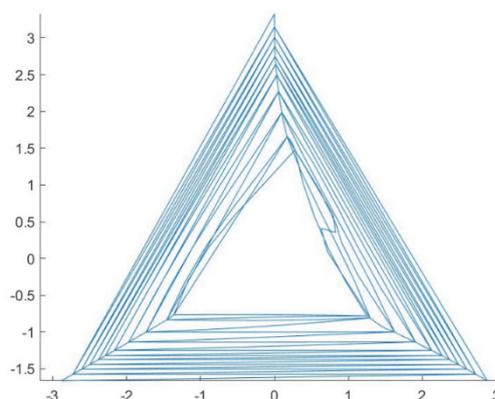


Рис. 8. Форма потери устойчивости оптимальной башни, полученная в ПК ЛИРА-САПР
Figure 8. The form of stability loss of the optimal tower obtained in the LIRA-SAPR software



При решении с применением метода шаблонного поиска и генетического алгоритма учитывалось дискретное изменение толщины стенки труб в зависимости от диаметра по сортаменту, то есть представленная на рис. 2 формула не использовалась. В начальной точке поиска поперечное сечение поясов принималось в виде круглых труб наружным диаметром 127 мм и толщиной стенки 4 мм, поперечное сечение решетки – круглые трубы наружным диаметром 76 мм и толщиной стенки 3 мм. Критическая нагрузка для такой башни – 51,3 кН.

Полученная в результате решения задачи методом шаблонного поиска оптимальная форма башни приведена на рис. 9. Эта форма несколько отличается от представленной на рис. 6. Для поясов оптимальный диаметр труб оказался равным 131 мм, для наклонных элементов решетки – 76 мм и для горизонтальных элементов решетки – 68 мм. Толщины стенок: 4, 3 и 3 мм соответственно. Критическая нагрузка при этом составила 103 кН, что примерно в 2 раза выше по сравнению с начальной точкой поиска. Форма потери устойчивости приведена на рис. 10. Из данного графика видно, что потеря устойчивости происходит во всех сжатых элементах поясов и отдельных элементах решетки. В целом метод шаблонного поиска в данной задаче оказался менее эффективным, чем метод внутренней точки. Генетический алгоритм проявил себя еще хуже, критическая нагрузка по сравнению с башней постоянной ширины возросла всего на 24 %. Форма башни, полученная на основе генетического алгоритма, приведена на рис. 11.

Аналогичные результаты по эффективности метода шаблонного поиска и генетического алгоритма получены нами ранее при оптимизации трехгранных решетчатых опор с линейно меняющейся по высоте шириной с использованием критериев минимума потенциальной энергии деформации, минимума перемещения и максимума первой частоты собственных колебаний в [24]. Также в [24] показано, что изменение угла α , определяющего направление сосредоточенной силы, несущественно влияет на получаемую оптимальную форму сооружения.

Отметим, что в полученных решениях не вводилось ограничение на гибкость элементов, и для некоторых раскосов гибкость превышает предельную по СП 16.13330.2017. Данная задача решалась также с учетом ограничения на гибкость. В СП 16.13330.2017 величина предельной гибкости зависит от степени нагруженности элементов $\alpha = N / (\varphi A R_y \gamma_c)$. Поскольку нами расчет первоначально выполняется на действие единичной силы, а критическая нагрузка затем определяется из решения проблемы собственных значений, определить заранее фактическую величину продольной силы в каждом из элементов не представляется возможным. Поэтому для элементов пояса предельная гибкость принималась равной 120, а для элементов решетки – 150.

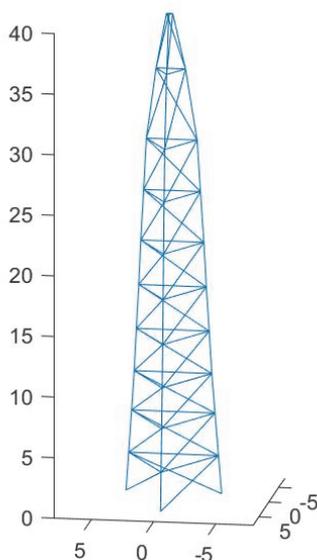


Рис. 9. Оптимальная форма башни, полученная методом шаблонного поиска

Figure 9. Optimal tower shape obtained by pattern search method

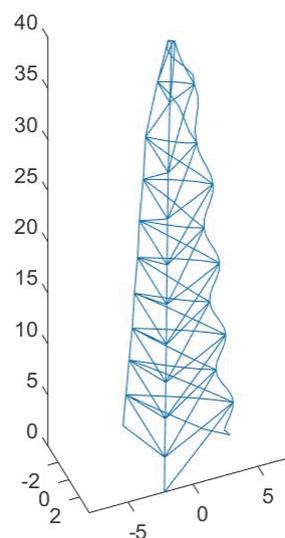


Рис. 10. Форма потери устойчивости для башни, приведенной на рис. 9

Figure 10. The buckling shape for the tower shown in Figure 9

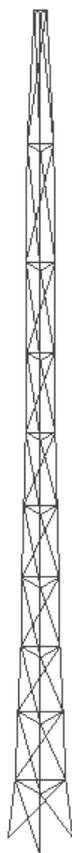


Рис. 11. Форма башни, полученная при помощи генетического алгоритма
Figure 11. The shape of the tower, obtained using a genetic algorithm

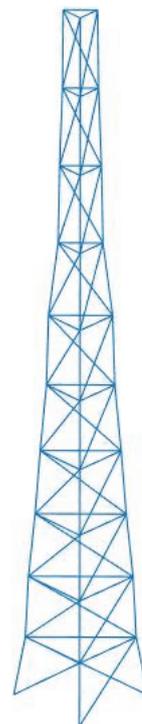


Рис. 12. Оптимальная форма башни, полученная с учетом ограничения на гибкость элементов
Figure 12. The optimal shape of the tower, obtained taking into account the limitation on the slenderness of the elements

Форма башни, полученная с учетом ограничения на гибкость, приведена на рис. 12. Диаметр поперечного сечения поясов при этом оказался равным 137 мм, раскосов – 120 мм и горизонтальных элементов решетки – 106 мм. Данная башня имеет ту же массу, что и конструкция в начальном приближении. Критическая нагрузка составила 53,2 кН, что совпадает с результатом в начальном приближении. Однако для начального приближения не выполнялось условие по гибкости элементов: гибкость раскосов составляла 249, что существенно больше допустимой по действующим нормам. После оптимизации при сохранении массы за счет изменения размеров поперечных сечений и параметров B_i , H_i максимальная гибкость раскосов снизилась до 111.

Заключение

Разработана методика оптимизации трехгранных решетчатых башен переменного профиля с поперечным сечением элементов в виде круглых труб по критерию максимума критической нагрузки при постоянной массе. Выполнена оптимизация опоры под ветроэнергетическую установку. В рассмотренном примере по сравнению с башней постоянной ширины той же массы удалось повысить критическую нагрузку в 2,3 раза. Потеря устойчивости в оптимальной конструкции происходит одновременно во всех сжатых элементах. Сравнение эффективности трех методов оптимизации – метода внутренней точки, метода шаблонного поиска и генетического алгоритма – показало, что первый из них имеет наибольшую эффективность.

Отметим, что в настоящей статье решение задачи оптимизации по критерию устойчивости выполнялось без учета нагрузки от собственного веса элементов. Для опор ветроэнергетических установок основной вклад в потерю устойчивости вносит нагрузка от ветрогенератора, а вклад собственного веса элементов не столь существенен. В дальнейших исследованиях мы планируем учесть и нагрузку от собственного веса.

Список литературы / References

1. Shu Q., Huang Z., Yuan G., Ma W., Ye S., Zhou J. Impact of wind loads on the resistance capacity of the transmission tower subjected to ground surface deformations. *Thin-Walled Structures*. 2018;131:619–630. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2018.07.020>
2. Yuan G., Yang B., Huang Z., Tan X. Experimental study on the stability of the transmission tower with hybrid slab foundation. *Engineering Structures*. 2018;162:151–165. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.01.066>
3. Xie Q., Zhang J. Experimental study on failure modes and retrofitting method of latticed transmission tower. *Engineering Structures*. 2021;226:111365. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111365>
4. Tian L., Pan H., Ma R., Zhang L., Liu Z. Full-scale test and numerical failure analysis of a latticed steel tubular transmission tower. *Engineering Structures*. 2020;208:109919. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109919>
5. Singh V.K., Gautam A.K. Study on evaluation of angle connection for transmission towers. *International Conference on Advances in Structural Mechanics and Applications*. Cham: Springer; 2022. p. 353–363. https://doi.org/10.1007/978-3-031-04793-0_27
6. Axisa R., Muscat M., Sant T., Farrugia R.N. Structural assessment of a lattice tower for a small, multi-bladed wind turbine. *International Journal of Energy and Environmental Engineering*. 2017;8(4):343–358. <https://doi.org/10.1007/s40095-017-0239-3>
7. Zwick D., Muskulus M., Moe G. Iterative optimization approach for the design of full-height lattice towers for offshore wind turbines. *Energy Procedia*. 2012;24:297–304. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2012.06.112>
8. Chew K.H., Tai K., Ng E.Y.K., Muskulus M. Optimization of offshore wind turbine support structures using an analytical gradient-based method. *Energy Procedia*. 2015;80:100–107. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2015.11.412>
9. Das A. Modelling and analysis of lattice towers for wind turbines. *International Journal of Science and Research*. 2015;4(4):999–1003.
10. Stavridou N., Koltsakis E., Baniotopoulos C. Structural analysis and optimal design of steel lattice wind turbine towers. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings*. 2019;172(8):564–579. <https://doi.org/10.1680/jstbu.18.00074>
11. Badertdinov I.R., Kuznetsov I.L., Sabitov L.S. Development and study of lattice trihedral supports. In: Laskov N.N. (ed.) *Effective Building Structures: Theory and Practice: Collection of Articles of the XIV International Scientific and Technical Conference*. Penza; 2014. p. 15–17. (In Russ.)
Бадертдинов И.Р., Кузнецов И.Л., Сабитов Л.С. Разработка и исследование решетчатых трехгранных опор // Эффективные строительные конструкции: теория и практика: сборник статей XIV Международной научно-технической конференции / под ред. Н.Н. Ласькова. Пенза, 2014. С. 15–17.
12. Zolotukhin S.N., Kalashnikova E.Yu. Analysis of the constructive form of radio relay antenna supports. *Scientific Bulletin of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering: Materials of the Interregional Scientific-Practical Conference "High Technologies in Ecology."* 2011;1:34–38. (In Russ.)
Золотухин С.Н., Калашиникова Е.Ю. Анализ конструктивной формы антенных опор радиорелейной связи // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Материалы межрегиональной научно-практической конференции «Высокие технологии в экологии». 2011. № 1. С. 34–38.
13. Gorokhov E.V., Vasylev V.N., Alekhin A.M., Yagmur A.A. Analysis of the constructive form of radio relay antenna supports. *Metall Constructions*. 2010;16(1):41–50. (In Russ.)
Горохов Е.В., Васылев В.Н., Алёхин А.М., Ягмур А.А. Анализ конструктивной формы антенных опор радиорелейной связи // Металлические конструкции. 2010. Т. 16. № 1. С. 41–50.
14. Feng R.Q., Liu F.C., Xu W.J., Ma M., Liu Y. Topology optimization method of lattice structures based on a genetic algorithm. *International Journal of Steel Structures*. 2016;16(3):743–753.
15. Jovašević S., Mohammadi M.R.S., Rebelo C., Pavlović M., Veljković M. New lattice-tubular tower for onshore WEC. Part 1. Structural optimization. *Procedia Engineering*. 2017;199:3236–3241.
16. Fu J.Y., Wu B.G., Wu J.R., Deng T., Pi Y.L., Xie Z.N. Wind resistant size optimization of geometrically nonlinear lattice structures using a modified optimality criterion method. *Engineering Structures*. 2018;173:573–588.
17. Badertdinov I.R., Kuznetsov I.L., Kashapov N.F., Gilmanshin I.R., Sabitov L.S. Optimal geometrical parameters of trihedral steel support's cross section. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2018;412(1):012005. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/412/1/012005>
18. Chepurnenko A.S., Sabitov L.S., Yazyev B.M., Galimyanova G.R., Akhtyamova L.Sh. Trihedral lattice towers with optimal cross-sectional shape. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2021;1083(1):012012. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/1083/1/012012>
19. Byrd R.H., Hribar M.E., Nocedal J. An interior point algorithm for large-scale nonlinear programming. *SIAM Journal on Optimization*. 1999;9(4):877–900. <https://doi.org/10.1137/S1052623497325107>
20. Kolda T.G., Lewis R.M., Torczon V. *A generating set direct search augmented Lagrangian algorithm for optimization with a combination of general and linear constraints*. Technical Report SAND2006-5315. Sandia National Laboratories; 2006. <https://doi.org/10.2172/893121>

21. Serpik I.N. Optimization of reinforced concrete frames taking into account the multivariance of loading. *Construction and Reconstruction*. 2012;39(1):33–39. (In Russ.)

Серпик И.Н. Оптимизация железобетонных рам с учетом многовариантности нагружения // *Строительство и реконструкция*. 2012. Т. 39. № 1. С. 33–39.

22. Alekseytsev A.V., Serpik I.N. Optimization of flat farms based on genetic search and iterative triangulation procedure. *Construction and Reconstruction*. 2011;(2):3. (In Russ.)

Алексейцев А.В., Серпик И.Н. Оптимизация плоских ферм на основе генетического поиска и итеративной процедуры триангуляции // *Строительство и реконструкция*. 2011. № 2. С. 3.

23. Serpik I.N., Leletko A.A., Alekseytsev A.V. Evolutionary synthesis of metal flat frames in the case of bearing capacity assessment using the limit equilibrium method. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2007;(8):4–9. (In Russ.)

Серпик И.Н., Лелетко А.А., Алексейцев А.В. Эволюционный синтез металлических плоских рам в случае оценки несущей способности по методу предельного равновесия // *Известия высших учебных заведений. Строительство*. 2007. № 8. С. 4–9.

24. Akhtyamova L.Sh., Chepurnenko A.S., Rozen M.N., Al-Wali E. Trihedral lattice towers geometry optimization. *E3S Web of Conferences*. 2021;281:01024. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202128101024>

ДИНАМИКА КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ DYNAMICS OF STRUCTURES AND BUILDINGS

DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-4-329-340
УДК 624.012

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Сопоставление методов расчета несущей системы на внезапный отказ одного из ее элементов

С.Ю. Савин , Н.В. Федорова 

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация

✉ suwin@yandex.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 14 мая 2022 г.

Доработана: 17 августа 2022 г.

Принята к публикации: 20 августа 2022 г.

Для цитирования

Савин С.Ю., Федорова Н.В. Сопоставление методов расчета несущей системы на внезапный отказ одного из ее элементов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 4. С. 329–340. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-329-340>

Аннотация. Приведены итоги сопоставительного анализа различных подходов, расчетных моделей, методов расчетного анализа нагруженной конструктивной системы, а также полученных результатов такого расчета на внезапный отказ одного из несущих элементов. Показано, что методы расчета, рекомендованные российскими и зарубежными нормами, построены на одинаковой методологической основе, а рекомендованные варианты выбора вторичных расчетных схем в статической, квазистатической и динамической постановках имеют разную сложность, но дают достаточно близкие, приемлемые для практических расчетов результаты. Некоторые различия результатов связаны с различными подходами к учету времени перераспределения реакции удаляемого элемента, то есть, по существу, с режимом выключения из конструктивной системы удаляемого элемента. Обсуждается вопрос о критериях особого предельного состояния. Показана целесообразность включения в нормативный документ дополнительного критерия для учета возможности потери устойчивости элементов конструктивной системы при особых воздействиях и, соответственно, положений по защите конструктивных систем от исчерпания несущей способности, связанного с потерей устойчивости. В качестве такого критерия может быть принято достижение точки предельного равновесия на диаграмме «продольная сила – поперечный прогиб».

Ключевые слова: прогрессирующее обрушение, расчетная модель, динамический расчет, квазистатический расчет, динамическое догружение, физическая нелинейность, геометрическая нелинейность, устойчивость

Савин Сергей Юрьевич, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Российская Федерация, 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26; ORCID: 0000-0002-6697-3388, Scopus Author ID: 57052453700, ResearcherID: M-8375-2016, eLIBRARY SPIN-код: 1301-4838; suwin@yandex.ru
Федорова Наталья Витальевна, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой архитектурно-строительного проектирования, директор филиала в г. Мытищи, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Российская Федерация, 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26; ORCID: 0000-0002-5392-9150, Scopus Author ID: 57196437054, ResearcherID: O-8119-2015, eLIBRARY SPIN-код: 3365-8320; fedorovanv@mgsu.ru

© Савин С.Ю., Федорова Н.В., 2022



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Comparison of methods for analysis of structural systems under sudden removal of a member

Sergey Yu. Savin  , Natalia V. Fedorova 

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow, Russian Federation

 suwin@yandex.ru

Article history

Received: May 14, 2022

Revised: August 17, 2022

Accepted: August 20, 2022

For citation

Savin S.Yu., Fedorova N.V. Comparison of methods for analysis of structural systems under sudden removal of a member. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(4):329–340. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-329-340>

Abstract. The paper provides the conclusions of a comparative analysis of various approaches, design models, methods for analysis of a loaded structural system and the results of such analysis for a sudden failure of a structural member. It shows that the analysis methods recommended by Russian and foreign standards are based on the same methodology. And the recommended options for choosing secondary design schemes in static, quasi-static and dynamic formulations have different complexity, however, give results which are close enough and acceptable for practical purposes. Some differences in the results are associated with different approaches to consider the reaction redistribution time for the removed structural member, i.e., in essence, with the mode of failure of this member. The issue of criteria for a special limiting state is also discussed. The authors present the expediency of including an additional criterion in regulatory documents that considers the second-order effects on the buckling of the structural elements under accidental impacts and, accordingly, provisions for protecting structural systems against the exhaustion of the bearing capacity due to the loss of stability. As such criterion, the achievement of the limiting equilibrium point on the diagram “axial force vs. transverse deflection” can be adopted.

Keywords: progressive collapse, design model, dynamic analysis, quasi-static analysis, dynamic loading, material nonlinearity, second-order analysis, buckling

Введение

Дискуссии по проблеме прогрессирующего обрушения на страницах российских и зарубежных научно-технических журналов вот уже на протяжении более двух десятилетий не ослабевают. Дискуссионными остаются как подходы к постановке самих задач, так и к методам их решения. Неоднозначно сегодня специалистами воспринимаются и статьи Федерального закона РФ № 384-ФЗ¹, относящиеся к этой проблеме, в особенности ст. 16, п. 6 – о необходимости расчета с исключением одной из несущих конструкций. Ст. 5, ч. 2 противоречит ст. 6, ч. 3. В связи с этим в некоторых публикациях, например в [1], а также специалистами некоторых проектных организаций и особенно инвесторами предлагается исключить из Федерального закона № 384-ФЗ, ст. 6 слова «...а также непосредственно после отказа одной из несущих конструкций». При этом даются ссылки (порой голословно) на зарубежный опыт, на возможность защиты другими способами, на значительный рост стоимости и даже на невозможность выполнить требования этой статьи закона. Как результат, в СП 385.1325800.2018², в пособии «Проектирование мероприятий по защите зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения»³, в используемых и сертифицированных сегодня программных комплексах (например, ПК ЛИРА-САПР [2], ПК SCAD Office [3]) для расчета строительных конструкций рекомендованы и рассматриваются различные способы расчета защиты зданий и сооружений

Sergey Yu. Savin, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), 26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-6697-3388, Scopus Author ID: 57052453700, ResearcherID: M-8375-2016, eLIBRARY SPIN-code: 1301-4838; suwin@yandex.ru

Natalia V. Fedorova, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Architectural and Construction Design, Director of the Branch in Mytishchi, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), 26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-5392-9150, Scopus Author ID: 57196437054, ResearcherID: O-8119-2015, eLIBRARY SPIN-code: 3365-8320; fedorovaNV@mgsu.ru

¹ Федеральный закон «Технический регламент о безопасности зданий и сооружений» № 384-ФЗ от 30.12.2009 г. (ред. от 02.07.2013). М., 2009.

² СП 385.1325800.2018. Защита зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения. Правила проектирования. Основные положения. М.: Минстрой России, Стандартинформ, 2018.

³ Проектирование мероприятий по защите зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения: методическое пособие. М.: Министерство строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации, 2018. 158 с.

от прогрессирующего обрушения и по-разному учитывается динамический характер удаления одной из несущих конструкций. Например, в одних случаях предусматривается введение в расчет коэффициента динамичности [4; 5], в других предлагается прямой динамический расчет [6; 7], в третьих при удалении из конструктивной системы одной из конструкций предлагается простое изменение расчетной схемы путем уменьшения ее статической неопределенности без учета динамического воздействия от удаления конструкции [8]. Интересны в этом отношении методики проведения и результаты экспериментальных исследований живучести конструктивных систем при выключении одного из несущих элементов [9–17]. В ряде экспериментальных исследований моделировалось внезапное выключение несущего элемента конструктивной системы путем его подрыва [11] или с использованием устройств с индуцируемой геометрической изменчивостью [13–16], в других нагружение выполнялось с использованием гидравлических домкратов [9; 10; 17] и др., причем в последнем случае скорость изменения давления в гидравлическом прессе, как правило, соответствовала статическим испытаниям.

В предлагаемой статье приведены результаты сопоставительного анализа различных подходов, расчетных моделей и различных методов расчета нагруженной несущей системы на внезапный отказ одного из элементов этой системы.

Метод

Сначала рассмотрим простейшую статически неопределимую неразрезную балку из линейно упругого материала с пролетами по 6 м и постоянной по длине жесткостью EJ , нагруженную равномерно распределенной нагрузкой с интенсивностью $q = 10$ кН/м (рис. 1, а).

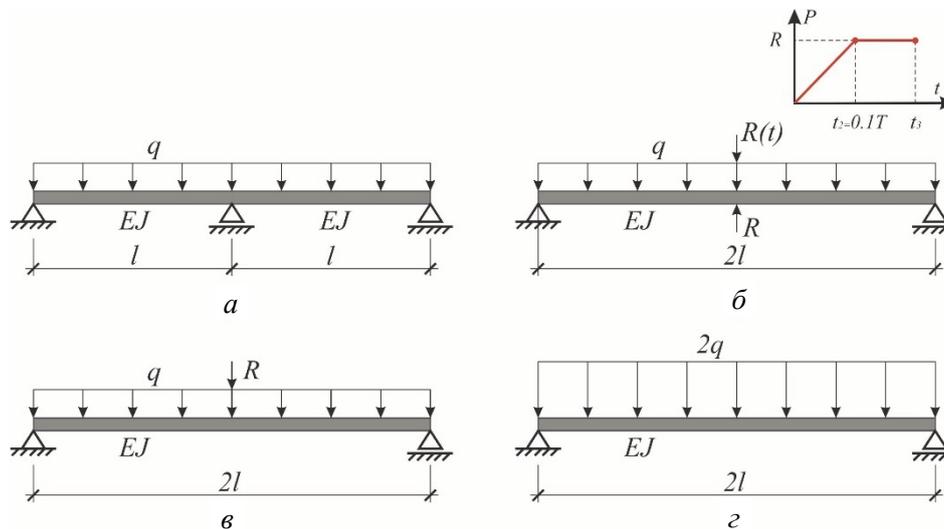


Рис. 1. Расчетные схемы и результаты расчета балки:

а – для статического расчета при нормальном режиме эксплуатации; б – для прямого динамического расчета при выключении средней опоры с перераспределением реакции за время $t_2 = 0.1T = 0.043$ с; в – для квазистатического расчета на мгновенное выключение средней опоры при моделировании динамического эффекта реакцией отброшенной связи с обратным знаком; г – для квазистатического расчета на мгновенное выключение средней опоры при моделировании динамического эффекта умножением нагрузки на коэффициент динамичности $k_d = 2$

Figure 1. Design schemes and analysis results for the beam:

а – static analysis for normal operation mode; б – linear dynamic analysis for middle support removal scenario when reaction decreases up 0 during the time $t_2 = 0.1T = 0.043$ s; в – linear quasi-static pull-down analysis for instantaneous removal of the middle support; г – linear quasi-static push-down analysis for the instantaneous removal of the middle support ($k_d = 2$)

Выполним оценку усилий в анализируемой балке на этапе нормальной эксплуатации и при внезапном выключении из работы средней опоры, рассматривая три метода моделирования такого начального локального разрушения: а) прямой динамический метод в линейной постановке без учета демпфирования (рис. 1, б) при задании времени перераспределения реакции отброшенной связи $t_2 = 0,1T$, где T – период собственных колебаний по нижней форме, соответствующей предполагаемому деформированному состоянию конструкции после начального локального разрушения⁴; б) квазистатический метод в линейной

⁴ UFC 4-023-03. Design of buildings to resist progressive collapse. 2016; GSA-2013. Alternate path analysis & design guidelines for progressive collapse resistance. 2013.

постановке с моделированием динамического эффекта статическим эквивалентом в виде реакции отброшенной связи, приложенной с обратным знаком (рис. 1, *в*), следуя подходу из методического пособия⁵, а также [18; 19]; *в*) квазистатический метод в линейной постановке с моделированием динамического эффекта путем умножения нагрузки на коэффициент динамичности $k_d = 2$ (рис. 1, *з*), следуя UFC 4-023-03⁶.

Для расчета в динамической постановке предварительно был выполнен модальный анализ однопролетной балки (без промежуточной опоры), на основании которого по первой форме колебаний назначено время перераспределения реакции выключаемой связи $t_2 = 0,1T = 0,043$ с.

Для целей сопоставления рассмотрим также расчет на прогрессирующее обрушение железобетонной рамы пятиэтажного здания (рис. 2, *а*). Для простоты и большей наглядности при моделировании не рассматривается пространственная работа рамы в составе каркаса.

Пролеты поперечной рамы в осях – 6 м, высота этажей – 3,3 м. Конструкции рам выполнены из бетона класса В30. Размеры поперечных сечений колонн приняты 300×300 мм (рис. 2, *б*), ригелей – 300×450 мм (рис. 2, *в*, *з*). В качестве продольной рабочей принята арматура А500, для хомутов – А240. Параметры армирования подобраны с учетом конструктивных требований СП 63.13330 по результатам расчета на основное сочетание нагрузок по СП 20.13330, включающее постоянные и длительные нагрузки, кратковременные нагрузки на перекрытия с нормативным значением 1,5 кН/м², снеговую нагрузку с нормативным значением 1,5 кН/м², ветровую нагрузку для ветрового района I, типа местности А.

В качестве аварийной расчетной ситуации рассматривался внезапный отказ колонны первого этажа в осях В-1 (рис. 2, *а*). Оценка динамических догрузений рамы выполнялась в линейной и нелинейной динамической постановке, а также в линейной и нелинейной постановке с использованием квазистатического метода в двух вариантах, изложенных выше. При этом статический эквивалент динамической нагрузки принимался с учетом диссипации энергии колебаний за счет развития пластических деформаций. В квазистатическом расчете, при котором динамический эффект моделируется приложением реакции отброшенной связи с обратным знаком, эффект диссипации энергии учитывался путем умножения реакции отбрасываемой связи на выражение $(k_d - 1)$, где k_d – коэффициент динамичности. Во втором случае на коэффициент динамичности k_d умножались нагрузки, приложенные к перекрытиям и покрытию над выключаемым элементом. При этом в обоих случаях коэффициент динамичности k_d подбирался из условия получения лучшей сходимости результатов квазистатического расчета с результатами нелинейного динамического расчета.

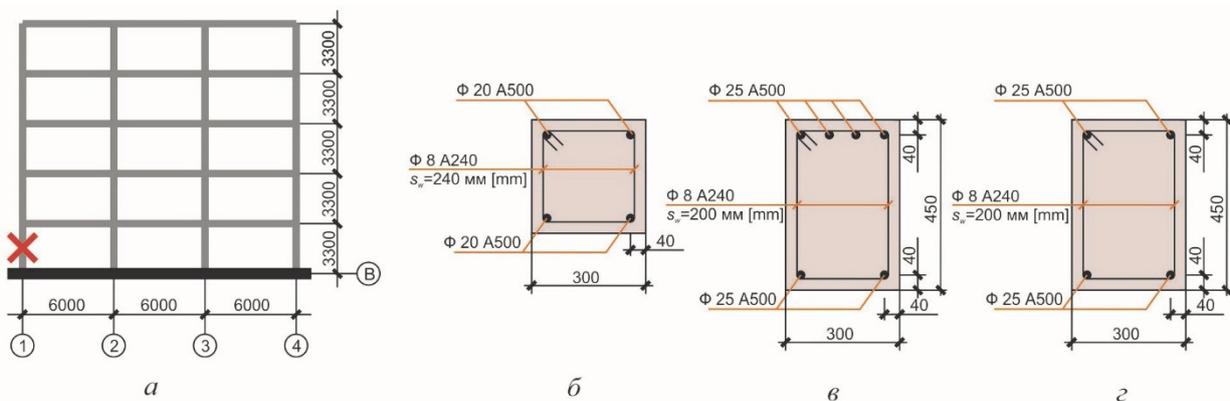


Рис. 2. Железобетонная рама 5-этажного здания:

а – первичная расчетная схема; *б* – поперечное сечение и схема армирования колонн; *в* – то же для приопорных участков ригелей; *з* – то же для ригелей в середине пролета

Figure 2. Reinforced concrete 5-storey frame:

а – primary design scheme; *б* – column cross-section and reinforcement scheme; *в* – the same for a girder end cross-section; *з* – the same for a girder middle cross-section

На основании предварительно выполненного модального анализа для железобетонной рамы (рис. 2, *а*) найден период собственных колебаний для нижней формы, наиболее похожей на предполагаемое дефор-

⁵ Проектирование мероприятий по защите зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения: методическое пособие. М.: Министерство строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации, 2018. 158 с.

⁶ UFC 4-023-03. Design of buildings to resist progressive collapse. 2016; GSA-2013. Alternate path analysis & design guidelines for progressive collapse resistance. 2013.

мированное состояние рамы после выключения крайней колонны в осях В-1 на первом этаже $T = 0,97$ с. По аналогии с расчетом конструкции балки на основании этих данных принято время перераспределения реакции выключаемого элемента $t_2 = 0,1T = 0,097$ с.

Результаты и обсуждение

По результатам расчетов получены эпюры изгибающих моментов и поперечных сил для балки на стадии нормальной эксплуатации и после внезапного выключения промежуточной опоры (рис. 3), для прямого динамического расчета они соответствуют моменту времени $t = 0,16$ с от начала запроектного воздействия.

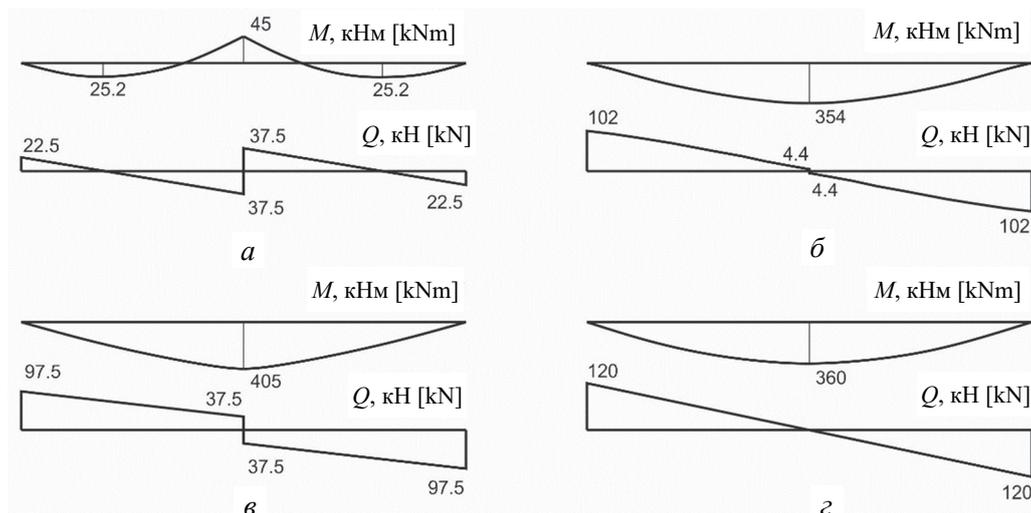


Рис. 3. Результаты расчета балки:

a – для статического расчета при нормальном режиме эксплуатации; *б* – для прямого динамического расчета при выключении средней опоры с перераспределением реакции за время $t_2 = 0,1T = 0,043$ с; *в* – для квазистатического расчета на мгновенное выключение средней опоры при моделировании динамического эффекта реакцией отброшенной связи с обратным знаком, *з* – для квазистатического расчета на мгновенное выключение средней опоры при моделировании динамического эффекта умножением нагрузки на коэффициент динамичности $k_d = 2$

Figure 3. Analysis results for the beam:

a – static analysis of statically loaded beam under normal operation; *б* – linear time-history dynamic analysis of the beam under middle support removal scenario for reaction redistribution time $t_2 = 0.1T = 0.043$ s; *в* – linear quasi-static pull-down analysis of the beam under middle support instantaneous removal scenario at dynamic amplification factor $k_d = 2$; *з* – linear quasi-static push-down analysis of the beam under middle support instantaneous removal scenario at dynamic amplification factor $k_d = 2$

Анализ полученных результатов показывает, что метод квазистатического расчета, при котором динамический эффект моделируется приложением реакции отброшенной связи с обратным знаком, для рассмотренной выше балочной конструкции (рис. 3, *в*) дает значение максимального изгибающего момента в пролете на 14,4 % больше (в запас прочности), чем по результатам динамического расчета (рис. 3, *б*). Поперечные силы в пролете (в сечении с приложенной реакцией отброшенной связи с обратным знаком) оказались в 8 раз больше, чем по результатам динамического расчета, однако при этом они соответствуют значениям поперечных сил по первичной расчетной схеме. Таким образом, отмеченное превышение по поперечной силе в сечениях над выключаемой связью (элементом) не приводит к необходимости дополнительных конструктивных мероприятий по усилению данного сечения, поскольку такие усилия должны быть учтены при проектировании на основные сочетания нагрузок. Для крайних опор значения поперечных сил по рассматриваемому квазистатическому подходу оказались на 4,4 % меньше, чем по динамическому расчету, что оценивается не в запас прочности.

Квазистатический расчет, при котором динамический эффект моделируется путем умножения нагрузки на коэффициент динамичности, равный 2 (рис. 3, *з*), дает максимальный изгибающий момент в пролете балки на 1,7 % больше по сравнению с прямым динамическим расчетом с конечным временем перераспределения реакции отброшенной связи. При этом для поперечных сил наблюдается превышение на 17,6 % в крайних опорах. В середине пролета по квазистатическому методу в рамках данного подхода ожидаемо поперечная сила равна нулю.

Сопоставление результатов решения динамической задачи во временной области при задании конечного времени перераспределения реакции в удаляемой связи (конструкции) $t_2 = 0,1T$ с результатами квазистатического расчета на мгновенное выключение связи показало, что усилия в элементах конструктивной системы меняются незначительно при времени удаления элемента от 0 до $0,1T$. Следовательно, значение времени удаления элемента, равное $0,1T$, может рассматриваться в качестве граничного значения для случаев практически «мгновенного» выключения элементов.

По результатам расчетов железобетонной рамы определены усилия во вторичной расчетной схеме с учетом динамических догрузок вследствие внезапного выключения крайней колонны первого этажа в осях В-1. Результаты расчетов, выполненных в линейной постановке для динамического и квазистатических методов, приведены в виде эпюр M , Q , N на рис. 4. Для расчетов в нелинейной постановке результаты представлены на рис. 5.

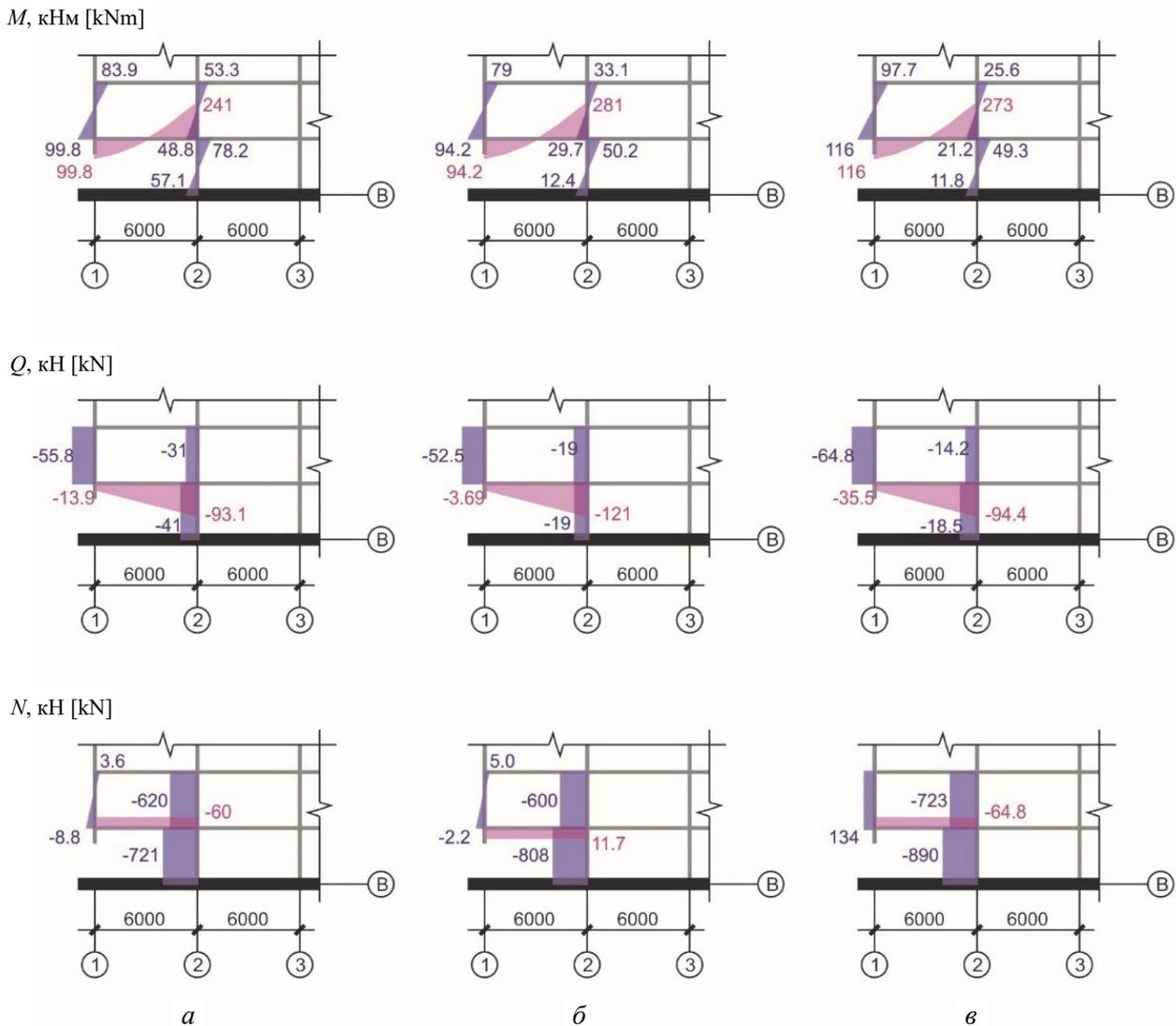


Рис. 4. Результаты расчета железобетонной рамы на прогрессирующее обрушение в линейной постановке:

a – динамический расчет; *б* – квазистатический расчет при моделировании динамического воздействия умножением нагрузки на перекрытия и покрытие над выключаемым элементом на коэффициент динамичности $k_d = 2$;

в – квазистатический расчет при моделировании динамического воздействия реакцией отброшенной связи, приложенной с обратным знаком

Figure 4. Numerical results for progressive collapse behavior of reinforced concrete frame under outer column removal:

a – linear time-history dynamic analysis; *б* – linear quasi-static push-down analysis at dynamic amplification factor $k_d = 2$;

в – linear quasi-static pull-down analysis (removed support reaction multiplied by 1)

Из анализа эпюр усилий, представленных на рис. 4 и 5, видно, что учет физической нелинейности ожидаемо приводит к снижению динамических догрузок на элементы рассматриваемой рамы. Количе-

ственное сближение результатов нелинейных квазистатических расчетов с данными нелинейного динамического расчета достигается при коэффициенте динамичности $k_d = 1,25$, что совпадает с экспериментальными данными для двухэтажной полномасштабной модели железобетонного каркаса с плоскими перекрытиями, подверженного особому воздействию в виде внезапного выключения угловой колонны [12].

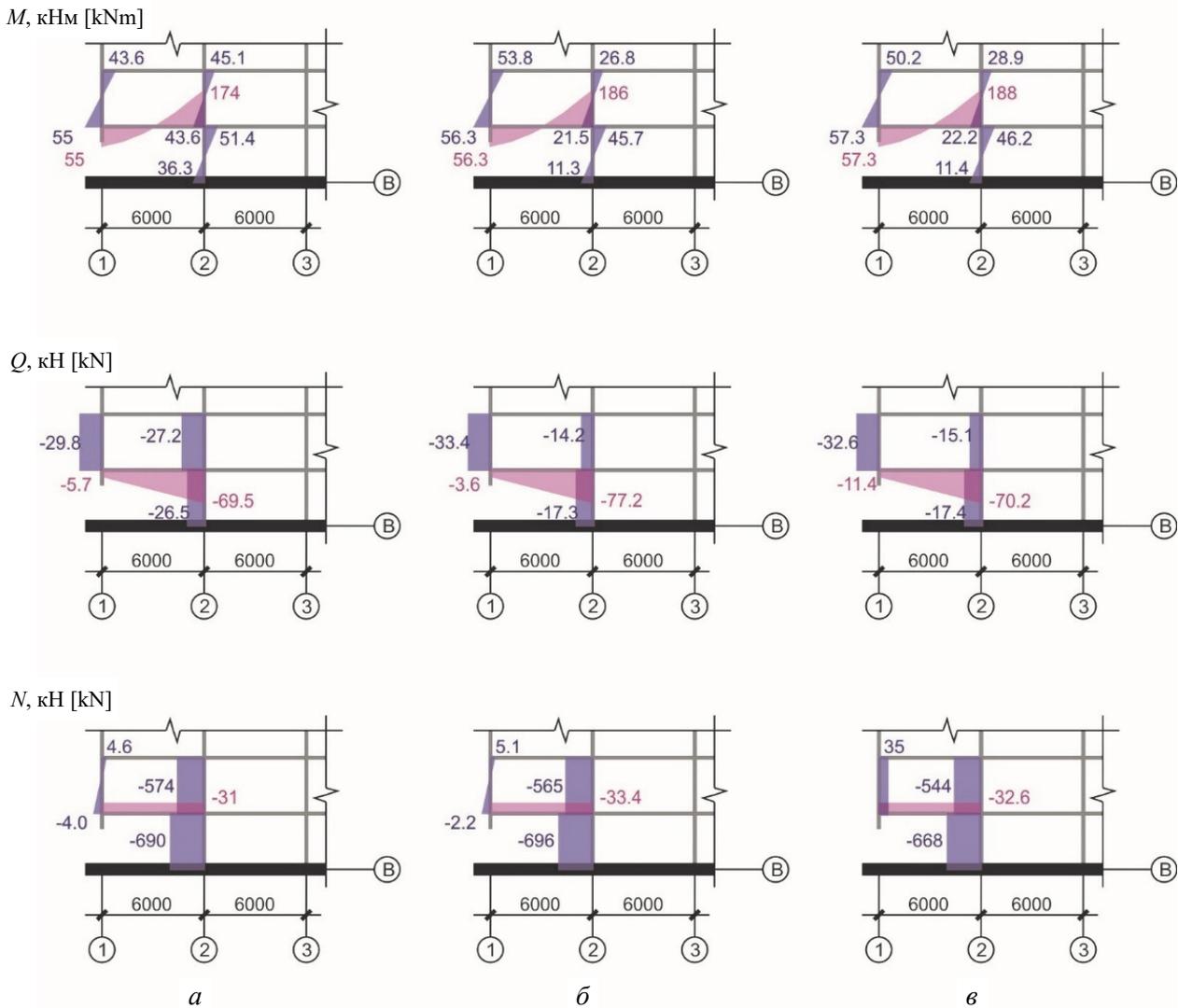


Рис. 5. Результаты расчета железобетонной рамы на прогрессирующее обрушение в нелинейной постановке:

a – динамический расчет; *б* – квазистатический расчет при моделировании динамического воздействия

умножением нагрузки на перекрытия и покрытие над выключаемым элементом на коэффициент динамичности $k_d = 1,25$;

в – квазистатический расчет при моделировании динамического воздействия приложением 0,25 реакции отброшенной связи с обратным знаком

Figure 5. Numerical results for progressive collapse behavior of reinforced concrete frame under outer column removal:

a – nonlinear time-history dynamic analysis; *б* – nonlinear quasi-static push-down analysis at dynamic amplification factor $k_d = 1.25$;

в – nonlinear quasi-static pull-down analysis (removed support reaction multiplied by 0.25)

Так же как и для конструкции балки, время приложения воздействия за $t_2 = 0,1T$ при выполнении динамического расчета в линейной постановке дает качественно и количественно близкие результаты с результатами квазистатических расчетов по двум рассмотренным подходам на мгновенный сценарий выключения несущего элемента. При этом наблюдается превышение значений усилий практически для всех элементов рамы для результатов квазистатических расчетов по сравнению с динамическим. Особенности квазистатических подходов, выявленные при расчетном анализе балочной конструкции, наблюдаются и для рамы: приложение реакции отброшенной связи дает наибольшее превышение непосредственно над удаленным из конструктивной системы элементом, а умножение нагрузки на коэффициент динамичности – в опорных сечениях вторичной расчетной схемы. Однако для колонны второго этажа в осях В-2 наблюдается иная картина. Для нее значения M , Q , N , полученные динамическим расчетом,

оказались в 1,5–2 раза больше, чем по данным квазистатических расчетов. Аналогичная картина наблюдается и при сравнении результатов расчетов в физически нелинейной постановке. Такое расхождение может быть обусловлено неучетом перераспределения поперечной силы и изгибающего момента в квазистатическом расчете, в то время как при выполнении динамических расчетов в линейной и нелинейной постановках это явление учитывалось. В связи с этим дополнительно рассмотрим особенности сопротивления внецентренно сжатым железобетонным элементам при их догрузении вследствие перераспределения силовых потоков после возникновения в конструктивной системе начального локального разрушения.

Рассмотрим три Г-образные железобетонные рамы с коротким ригелем (рис. 6) и стойками разной длины: 4, 8 и 10 м. Такая конструкция рамы, с одной стороны, была выбрана для простоты анализа результатов, с другой – для возможности учета эффекта разгрузки стоек при их деформировании. Коэффициенты расчетных длин стоек вычислены для первых форм потери устойчивости, полученных путем решения задачи устойчивости в постановке Эйлера в ПК ЛИРА-САПР. Гибкость стоек вычислялась на основе принятых значений расчетных длин и составила: 10,4; 20,5; 25,5 соответственно. По концевым сечениям стоек и ригелей приняты следующие граничные условия: нижний конец стойки жестко защемлен; верхний конец стойки образует рамный узел с ригелем (податливая заделка); правый конец ригеля закреплен от вертикального смещения и поворота, при этом допускает горизонтальное смещение.

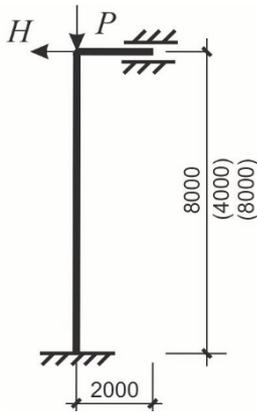


Рис. 6. Расчетная схема стоек Г-образных рам
Figure 6. Design scheme of G-frames

Материалы стойки: бетон класса В30, арматура – 4Ф16 А500, установленная в углах сечения на расстоянии 30 мм от граней сечения. Для расчета приняты нормативные значения параметров прочности и деформативности. Размер поперечного сечения стойки 400×400 мм, ригеля – 400×600 мм (ширина × высота). Для бетона принята экспоненциальная аппроксимация двухлинейных диаграмм, для стали – двухлинейная диаграмма деформирования. При расчете учитывалась физическая и геометрическая нелинейность.

Из результатов расчета рамы со стойками различной гибкости на однократное нагружение (рис. 7) следует, что потеря устойчивости стойки рамы, при определенной ее гибкости, может наступить раньше исчерпания прочности ее сечений. Можно также видеть (рис. 8) картину интенсивного роста прогиба стойки с гибкостью $\lambda_h = 25,5$ после достижения точки предельного равновесия и снижение продольных усилий при нарастающих прогибах.

В связи с этим при расчете живучести конструктивных систем с внецентренно сжатыми железобетонными элементами с гибкостью $\lambda_h > 20$ следует учитывать эффекты, вызванные геометрической нелинейностью их деформирования. При этом в качестве критерия исчерпания несущей способности можно принимать достижение точки предельного равновесия на диаграмме «продольная сила – поперечный прогиб».

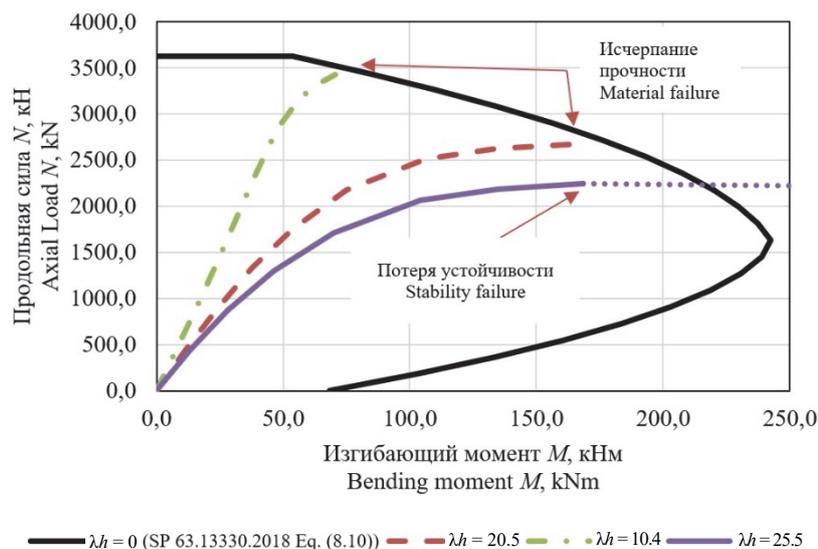


Рис. 7. Результаты расчета Г-образной рамы со стойками различной гибкости на статическое однократное нагружение
Figure 7. Results of inelastic second-order analysis of G-frames under single static loading

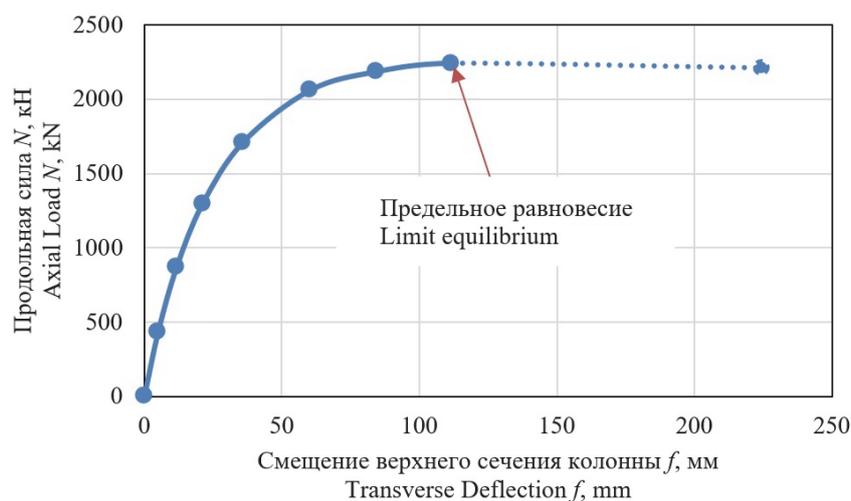


Рис. 8. Диаграмма «продольная сила – характерный прогиб» для стойки гибкостью $\lambda_h = 25,5$
Figure 8. Diagram of “axial load vs. transverse deflection” for the column of slenderness ratio $\lambda_h = 25.5$

Выполненный расчетный анализ конструктивных систем и их элементов при особом воздействии в виде внезапного отказа одного из элементов системы, проведенный по рекомендованным нормативным документом СП 385.132580 расчетным схемам, в статической, квазистатической и динамической постановках с учетом и без учета физической и геометрической нелинейности, показал корректность и приемлемость использования этих методов для практических расчетов для защиты зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения.

Следует заметить, что в некоторых замечаниях, поступивших от научных и проектных организаций на СП 385.132580, и в отдельных публикациях, например в [1], высказаны опасения о том, что при буквальном соблюдении требования федерального закона № 384-ФЗ и СП 385.132580 о рассмотрении при расчете отказа одной из несущих конструкций реальное проектирование некоторых объектов становится невозможным и не позволяет проектировщикам предлагать современные, надежные, в том числе уникальные технические решения. С этим утверждением сложно согласиться, так как для вновь проектируемых конструкций выполнение этого требования определяется принятием соответствующей именно новой, более прогрессивной и наиболее безопасной топологии конструктивных систем, чем, собственно, и определяется уникальность сооружения. Сложнее обстоит дело с выполнением этих требований при реконструкции уже эксплуатируемых объектов. Однако и здесь, как было показано в [20] на примере реконструкции складчатого большепролетного покрытия ангара в аэропорту «Жуляны» г. Киева, решение может быть найдено.

Еще один важный вопрос, касающийся анализа положений российских⁷ и зарубежных норм⁸ по защите от прогрессирующего обрушения, – вопрос о критериях особого предельного состояния. В нормативных документах четко прописаны критерии, обусловленные исчерпанием прочности сечений или ограничения предельной деформативности элементов конструктивной системы и связанной с этим ее геометрической изменчивости. В то же время в ряде случаев, в особенности при расчете реконструируемых объектов, может возникнуть ситуация «запуска» процесса геометрической изменчивости и, соответственно, прогрессирующего обрушения конструктивной системы вследствие потери устойчивости отдельных ее элементов. Это может случиться по разным причинам: износ и повреждение сжатых и внецентренно сжатых элементов конструктивной системы, увеличение эксцентриситетов приложения усилий в этих элементах от ползучести или вследствие их коррозии при нелинейном длительном деформировании и др. В связи с этим, по-видимому, в СП 385.132580 целесообразно было бы включить критерии для учета возможности потери устойчивости. В качестве таких критериев, например для железобетонных элементов, может быть принята предельная гибкость или достижение точки предельного равно-

⁷ Проектирование мероприятий по защите зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения: методическое пособие. М.: Министерство строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации, 2018. 158 с.

⁸ UFC 4-023-03. Design of buildings to resist progressive collapse. 2016; GSA-2013. Alternate path analysis & design guidelines for progressive collapse resistance. 2013.

весия на диаграмме «продольная сила – поперечный прогиб». Тем более что в п. 5.6 СП 385.1325800 указывается, что «...проверку несущей способности по прочности и устойчивости элементов конструктивной системы по вторичной расчетной схеме следует проводить по методикам соответствующих сводов правил на проектирование с учетом характеристик материалов и критериев особого предельного состояния». В зарубежных нормах⁹ отмечается необходимость учета возможности потери устойчивости при продольном изгибе. При этом применительно к железобетонным несущим элементам в ACI 318-19¹⁰ указывает на гибкость $\lambda = 22$ ($\lambda_h = 6,3$) в качестве минимального значения, при котором требуется учет эффектов, вызванных геометрической нелинейностью деформирования, для внецентренно сжатых элементов, допускающих горизонтальное смещение концевых сечений относительно друг друга. В ACI 318-19 вводится ограничение на проектирование внецентренно сжатых элементов, для которых отношение изгибающего момента от поперечного изгиба к моменту, вызванному продольным изгибом, превышает 1,4. По аналогии с СП 63.13330.2018 нормы ACI 318-19 допускают замену расчета в геометрически нелинейной постановке увеличением расчетных изгибающих моментов, однако применительно к такому случаю отсутствуют указания по учету снижения предельной нагрузки на элемент, выявленной, например, в [21].

Заключение

Расчетный анализ конструктивных статически неопределимых систем на особое воздействие – внезапный отказ одного из элементов системы – проведенный по рекомендованным нормативным документам СП 385.132580 расчетным схемам в статической, квазистатической и динамической постановках показал корректность и приемлемость использования этих методов для практических расчетов по защите зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения.

Для повышения защиты зданий и сооружений от особых воздействий в алгоритм расчетного анализа, наряду с принятыми в российских и зарубежных нормативных документах критериями исчерпания прочности сечений или ограничения предельной деформативности элементов в запредельных состояниях, целесообразно включить дополнительные критерии, определяющие возможность потери устойчивости элементов конструктивной системы.

Список литературы

1. Еремеев П.Г. Методы проектирования на прогрессирующее обрушение: гармонизация российских и международных нормативных документов // Промышленное и гражданское строительство. 2022. № 4. С. 23–28. <https://doi.org/10.33622/0869-7019.2022.04.23-28>
2. Барабаш М.С. Моделирование жизненного цикла конструкций высотных зданий с учетом сопротивляемости прогрессирующему разрушению // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2013. Т. 9. № 4. С. 101–106.
3. Перельмутер А.В., Криксунов Э.З., Мосина Н.В. Реализация расчета монолитных жилых зданий на прогрессирующее (лавинообразное) обрушение в среде вычислительного комплекса “SCAD Office” // Инженерно-строительный журнал. 2009. Т. 4. № 2. С. 13–18.
4. Алмазов В.О., Као З.К. Динамика прогрессирующего разрушения монолитных многоэтажных каркасов. М.: Изд-во АСВ, 2014. 128 с.
5. Алмазов В.О., Плотников А.И., Расторгуев Б.С. Проблемы сопротивления зданий прогрессирующему разрушению // Вестник МГСУ. 2011. № 2–1. С. 16–20.
6. Belostotsky A.M., Karpenko N.I., Akimov P.I., Sidorov V.N., Karpenko S.N., Petrov A.N., Kayukov T.B., Kharitonov V.A. About development of methods of analysis and assessment of vulnerability of spatial plate-shell reinforced concrete structures with allowance for physical non-linearities, crack formation and induced anisotropy // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2018. Vol. 14. No. 2. Pp. 30–47. <https://doi.org/10.22337/2587-9618-2018-14-2-30-47>
7. Travush V.I., Gordon V.A., Kolchunov V.I., Leontiev Y.V. Dynamic effects in the beam on an elastic foundation caused by the sudden transformation of supporting conditions // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2018. Vol. 14. No. 4. Pp. 27–47. <https://doi.org/10.22337/2587-9618-2018-14-4-27-47>
8. Кодыш Э.Н., Трекин Н.Н., Чесноков Д.А. Защита многоэтажных зданий от прогрессирующего обрушения // Промышленное и гражданское строительство. 2016. № 6. С. 8–13.

⁹ UFC 4-023-03. Design of buildings to resist progressive collapse. 2016; GSA-2013. Alternate path analysis & design guidelines for progressive collapse resistance. 2013.

¹⁰ ACI 318-19. Building code requirements for structural concrete and commentary. 2019.

9. Li S., Shan S., Zhai C., Xie L. Experimental and numerical study on progressive collapse process of RC frames with full-height infill walls // *Engineering Failure Analysis*. 2016. Vol. 59. Pp. 57–68. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2015.11.020>
10. Yu J., Tan K.-H. Experimental and numerical investigation on progressive collapse resistance of reinforced concrete beam column sub-assemblages // *Engineering Structures*. 2013. Vol. 55. Pp. 90–106. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2011.08.040>
11. Sasani M., Sagioglu S. Progressive collapse resistance of Hotel San Diego // *Journal of Structural Engineering*. 2008. Vol. 134. No. 3. Pp. 478–488. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2008\)134:3\(478\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2008)134:3(478))
12. Adam J.M., Buitrago M., Bertolesi E., Sagasetta J., Moragues J.J. Dynamic performance of a real-scale reinforced concrete building test under a corner-column failure scenario // *Engineering Structures*. 2020. Vol. 210. Article 110414. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110414>
13. Федорова Н.В., Кореньков П.А. Статико-динамическое деформирование монолитных железобетонных каркасов зданий в предельных и запредельных состояниях // *Строительство и реконструкция*. 2016. Т. 68. № 6. С. 90–100.
14. Fedorova N.V., Ngoc V.T. Deformation and failure of monolithic reinforced concrete frames under special actions // *Journal of Physics: Conference Series*. 2019. Vol. 1425. No. 1. Article 012033. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1425/1/012033>
15. Ильющенко Т.А., Колчунов В.И., Федоров С.С. Трещиностойкость преднапряженных железобетонных рамно-стержневых конструкций при особых воздействиях // *Строительство и реконструкция*. 2021. Т. 93. № 1. С. 74–84. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2021-93-1-74-84>
16. Гениев Г.А., Клюева Н.В. Экспериментально-теоретические исследования неразрезных балок при аварийном выключении из работы отдельных элементов // *Известия высших учебных заведений. Строительство*. 2000. Т. 502. № 10. С. 21–26.
17. Wang T., Chen Q., Zhao H., Zhang L. Experimental study on progressive collapse performance of frame with specially shaped columns subjected to middle column removal // *Shock and Vibration*. 2016. Vol. 2016. Pp. 1–13. <https://doi.org/10.1155/2016/7956189>
18. Гениев Г.А., Колчунов В.И., Клюева Н.В., Никулин А.И., Пятикрестовский К.П. Прочность и деформативность железобетонных конструкций при запроектных воздействиях. М.: Изд-во АСВ, 2004. 216 с.
19. Колчунов В.И., Клюева Н.В., Андросова Н.Б., Бухтиярова А.С. Живучесть зданий и сооружений при запроектных воздействиях. М.: Изд-во АСВ, 2014. 208 р.
20. Колчунов В.И., Скорук Л.Н. Техническое решение по реконструкции складчатого покрытия ангара аэропорта «Жуляны» в Киеве // *Промышленное и гражданское строительство*. 2013. № 5. С. 22–25.
21. Abdelazim W., Mohamed H.M., Benmokrane B. Inelastic second-order analysis for slender GFRP-reinforced concrete columns: experimental investigations and theoretical study // *Journal of Composites for Construction*. 2020. Vol. 24. No. 3. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)cc.1943-5614.0001019](https://doi.org/10.1061/(asce)cc.1943-5614.0001019)

References

1. Eremeev P.G. Design methods for progressive collapse: harmonization of Russian and international regulatory documents. *Industrial and Civil Engineering*. 2022;(4):23–28. (In Russ.) <https://doi.org/10.33622/0869-7019.2022.04.23-28>
2. Barabash M.S. Modeling the life cycle high-rise buildings structures in view resistance progressive destruction. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2013;9(4):101–106. (In Russ.)
3. Perelmuter A.V., Kriksunov E.Z., Mosina N.V. Implementation of the calculation of monolithic residential buildings for progressive (avalanche) collapse in the environment of the computer complex “SCAD Office”. *Magazine of Civil Engineering*. 2009;4(2):13–18. (In Russ.)
4. Almazov V.O., Kao Z.K. Dynamics of progressive destruction of monolithic multi-storey frames. Moscow: ASV Publ.; 2014. (In Russ.)
5. Almazov V.O., Plotnikov A.I., Rastorguev B.S. Problems of buildings resistance to progressive collapse. *Vestnik MGSU*. 2011;(2–1):16–20. (In Russ.)
6. Belostotsky A.M., Karpenko N.I., Akimov P.I., Sidorov V.N., Karpenko S.N., Petrov A.N., Kaytukov T.B., Kharitonov V.A. About development of methods of analysis and assessment of vulnerability of spatial plate-shell reinforced concrete structures with allowance for physical non-linearities, crack formation and induced anisotropy. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2018;14(2):30–47. <https://doi.org/10.22337/2587-9618-2018-14-2-30-47>
7. Travush V.I., Gordon V.A., Kolchunov V.I., Leontiev Y.V. Dynamic effects in the beam on an elastic foundation caused by the sudden transformation of supporting conditions. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2018;14(4):27–47. <https://doi.org/10.22337/2587-9618-2018-14-4-27-47>
8. Kodysh E.N., Trekin N.N., Chesnokov D.A. Protection of multistory buildings from progressing collapse. *Industrial and Civil Engineering*. 2016;(6):8–13. (In Russ.)
9. Li S., Shan S., Zhai C., Xie L. Experimental and numerical study on progressive collapse process of RC frames with full-height infill walls. *Engineering Failure Analysis*. 2016;59:57–68. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2015.11.020>
10. Yu J., Tan K.-H. Experimental and numerical investigation on progressive collapse resistance of reinforced concrete beam column sub-assemblages. *Engineering Structures*. 2013;55:90–106. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2011.08.040>

11. Sasani M., Sagioglu S. Progressive collapse resistance of Hotel San Diego. *Journal of Structural Engineering*. 2008;134(3):478–488. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2008\)134:3\(478\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2008)134:3(478))
12. Adam J.M., Buitrago M., Bertolesi E., Sagaseta J., Moragues J.J. Dynamic performance of a real-scale reinforced concrete building test under a corner-column failure scenario. *Engineering Structures*. 2020;210:110414. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110414>
13. Fedorova N.V., Korenkov P.A. Static and dynamic deformation of monolithic reinforced concrete frame building in ultimate limit and beyond limits states. *Building and Reconstruction*. 2016;68(6):90–100. (In Russ.)
14. Fedorova N.V., Ngoc V.T. Deformation and failure of monolithic reinforced concrete frames under special actions. *Journal of Physics: Conference Series*. 2019;1425(1):012033. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1425/1/012033>
15. Ilyushchenko T.A., Kolchunov V.I., Fedorov S.S. Crack resistance of prestressed reinforced concrete frame structure systems under special impact. *Building and Reconstruction*. 2021;93(1):74–84. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2021-93-1-74-84>
16. Geniev G.A., Klyueva N.V. Experimental and theoretical investigations of uncut beams during emergency disconnecting individual elements from operation. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2000;502(10):21–26. (In Russ.)
17. Wang T., Chen Q., Zhao H., Zhang L. Experimental study on progressive collapse performance of frame with specially shaped columns subjected to middle column removal. *Shock and Vibration*. 2016;2016:1–13. <https://doi.org/10.1155/2016/7956189>
18. Geniev G.A., Kolchunov V.I., Klyueva N.V., Nikulin A.I., Pyatikrestovsky K.P. *Strength and deformability of reinforced concrete structures under beyond-design impacts*. Moscow: ASV Publ.; 2004. (In Russ.)
19. Kolchunov V.I., Klyueva N.V., Androsova N.B., Bukhtiyarova A.S. *Resistance of building and structures to un-designed actions*. Moscow: ASV Publ.; 2014. (In Russ.)
20. Kolchunov V.I., Skoruk L.N. Technical conception for reconstruction of a folded roof of a hangar of the “Zhuliany” airport in Kiev. *Industrial and Civil Engineering*. 2013;(5):22–25. (In Russ.)
21. Abdelazim W., Mohamed H.M., Benmokrane B. Inelastic second-order analysis for slender GFRP-reinforced concrete columns: experimental investigations and theoretical study. *Journal of Composites for Construction*. 2020;24(3). [https://doi.org/10.1061/\(asce\)cc.1943-5614.0001019](https://doi.org/10.1061/(asce)cc.1943-5614.0001019)



АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ ANALYTICAL AND NUMERICAL METHODS OF ANALYSIS OF STRUCTURES

DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-4-341-350

UDC 624.04

RESEARCH ARTICLE / НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Experimental and numerical investigation of thin-walled I-section beam under bending and torsion

Tesfaldet H. Gebre¹  , Vera V. Galishnikova² , Evgeny V. Lebed² 

¹Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russian Federation

²Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow, Russian Federation

 tesfaldethg@gmail.com

Article history

Received: April 12, 2022

Revised: August 21, 2022

Accepted: August 23, 2022

Abstract. The aim of the research – to investigate the behavior of thin-walled beam I-section loaded with bending and torsion using theoretical, numerical, and experimental approaches. In this paper, the main criteria for consideration of the different methods of analysis is the geometric characteristic of the section. The results obtained by the finite element method, the numerical method, as well as experimental data are compared. The analysis by finite element method by considering an additional degree of freedom at a node to include the restrained torsion and the dimension of the stiffness matrix is thus 14×14 . The results of the calculation according to this theory are compared with the numerical solution obtained using finite element software, and with the results of the experiment. The I-beam section subject to bending with torsion is considered. The deformations, strain, and stress distributions of open thin-walled structures subjected to bending and torsion are presented using experimental methods. The comparative results for the angle of twisting, deformations, and normal stresses in the frame element subjected to combined loading are displayed graphically. To evaluate the results, a theoretical, numerical, and experimental investigation of I-beam behavior under bending and restrained torsion was carried out. As a result of the comparison, it was revealed that the results obtained according to the refined theory proposed by the authors have good convergence with experimental data and are also quite close to the values obtained using commercial software.

Keywords: experimental study, thin-walled sections, finite element method, combined loading, torsion, bending, warping torsion

For citation

Gebre T.H., Galishnikova V.V., Lebed E.V. Experimental and numerical investigation of thin-walled I-section beam under bending and torsion. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(4): 341–350. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-341-350>

Tesfaldet H. Gebre, research assistant, Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-7168-5786, Scopus Author ID: 57212348775, eLIBRARY SPIN-code: 2587-8700; tesfaldethg@gmail.com

Vera V. Galishnikova, Dr.Sc., Professor, Vice-Rector, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Professor, Department of Civil Engineering, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; ORCID: 0000-0003-2493-7255, Scopus Author ID: 55303553900, eLIBRARY SPIN-code: 2765-7069; galishni@yandex.ru

Evgeny V. Lebed, Candidate of Technical Science, Associate Professor of the Department of Metal and Wooden Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), 26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; ORCID: 0000-0003-3926-8701, Scopus Author ID: 57197822677, eLIBRARY SPIN-code: 5297-2700; evglebed@mail.ru

© Gebre T.H., Galishnikova V.V., Lebed E.V., 2022



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Экспериментальное и численное исследование тонкостенных балок двутаврового сечения при изгибе и кручении

Т.Х. Гебре¹ , В.В. Галишникова² , Е.В. Лебедь² 

¹Российский университет дружбы народов, Москва, Российская Федерация

²Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация

✉ tesfaldethg@gmail.com

История статьи

Поступила в редакцию: 12 апреля 2022 г.

Доработана: 21 августа 2022 г.

Принята к публикации: 23 августа 2022 г.

Аннотация. Цель работы – исследовать поведение тонкостенной балки I сечения, нагруженной изгибом и кручением, используя теоретические, численные и экспериментальные подходы. В данной работе основным критерием для рассмотрения различных методов анализа является геометрическая характеристика сечения. Сравниваются результаты, полученные методом конечных элементов, численным методом, а также экспериментальные данные. При анализе методом конечных элементов учитывается дополнительная степень свободы в узле для включения повторно деформированного кручения, таким образом, размерность матрицы жесткости составляет 14×14 . Результаты расчета по данной теории сравниваются с численным решением, полученным с помощью программы конечных элементов, и с результатами эксперимента. Рассматривается двутавровое сечение балки, подверженной изгибу с кручением. Представлены деформации, напряжения и распределения напряжений открытых тонкостенных конструкций, подверженных изгибу и кручению, с использованием экспериментальных методов. Сравнительные результаты для угла закручивания, деформаций и нормальных напряжений в элементе рамы, подвергнутом комбинированному нагружению, отображены графически. Для оценки полученных результатов проведено теоретико-калькуляционное, численное и экспериментальное исследование поведения двутавровой балки при изгибе и ограниченном кручении. Выявлено, что результаты, полученные в соответствии с предложенной авторами уточненной теорией, имеют хорошую сходимость с экспериментальными данными и достаточно близки к значениям, полученным с помощью коммерческого программного обеспечения.

Ключевые слова: экспериментальное исследование, тонкостенные профили, метод конечных элементов, комбинированная нагрузка, кручение, изгиб, деформирующее кручение

Для цитирования

Gebre T.H., Galishnikova V.V., Lebed E.V. Experimental and numerical investigation of thin-walled I-section beam under bending and torsion // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2022. Т. 18. № 4. С. 341–350. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-341-350>

Introduction

Thin-walled steel beams used in various engineering structures can be assembled to withstand a combined loading situation of bending and torsion. They are well-known for their high strength, high flexibility, ductility, quick construction, and effective space partitioning. Various challenges in the use of thin-walled structures emerge on a routine basis, and numerous studies are called upon to provide proper solution. Steel beams with thin-walled sections are one of the suggested possible solutions in such scenarios because they are commonly used in various fields of engineering. When a thin-walled section is subjected to a combined load, they are ineffective at resisting, and it leads to reduce the capacity of the beam. Consequently, proper experimental and numerical bearing strength analysis is required to assess it, especially for open sections such as I-profiles. Bending results in strain and shear force in common construction practice, but in thin walled sections, normal stresses

Гебре Тесфалдет Хадгембес, ассистент, департамент строительства, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; ORCID: 0000-0002-7168-5786, Scopus Author ID: 57212348775, eLIBRARY SPIN-код: 2587-8700; tesfaldethg@gmail.com

Галишникова Вера Владимировна, доктор технических наук, профессор, проректор, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, профессор департамента строительства, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26; ORCID: 0000-0003-2493-7255, Scopus Author ID: 55303553900, eLIBRARY SPIN-код: 2765-7069; galishni@yandex.ru

Лебедь Евгений Васильевич, кандидат технических наук, доцент, кафедра металлических и деревянных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Российская Федерация, 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26; ORCID: 0000-0003-3926-8701, Scopus Author ID: 57197822677, eLIBRARY SPIN-код: 5297-2700; evglebed@mail.ru

determine the bearing capacity of the beam because they are the sum of longitudinal force acting, bending moments of two planes, and bimoment [1; 2]. Considering the analysis of beams loaded for bending and torsion by considering its plastic deformations allows for a reduction in steel usage when compared the analysis with the elastic range [3]. Considering the plastic deformations in the analysis allows increasing the bearing capacity of profile [4; 5]. The significance of elastic behavior is commonly used in experimental studies to assess the behavior of thin-walled structures subjected with the combined loading.

There are different studies which accounts only the elastic behavior of the steel element [6–10]. In summary, basic structural analysis relies on the well-known Euler – Bernoulli and Vlasov beam theories, which predict displacements and stresses in the frame element [11]. Occasionally, those theories overlook the shear deformation effect for long span members [12]. Numerical and experimental investigations of thin-walled structures subjected to bending and torsion revealed that it is dependent on section properties and that non-uniform torsion is influenced by moments [13]. Various studies use section properties as a primary criterion for analyzing finite element methods of thin-walled sections with restrained torsion [14–19]. Typically, section properties were used as a benchmark for predicting the behavior of open and closed thin-walled sections in those studies [20]. Various commercial programs usually consider six degrees of freedom at each node of a member element of a 3D frame, neglecting warping effects, as a common approach [12; 21–24]. When the finite element analysis for torsion only considers Saint-Venant torsion, the analysis may overlook the torsion in the members, tends to result in an unconservative design. Numerous scholars attempted to overcome this inconsistency by developing a 14×14 stiffness matrix that does include warping due to torsion as an additional degree of freedom at each node of a thin-walled section [25–30]. In addition, there are new findings in finite element methods analysis using quadratic and linear approximations methods to develop the stiffness matrixes [31].

A theoretical, numerical, and experimental investigation of I-beam behavior under bending and restrained torsion should be carried out in this study. As various authors have studied, it is acknowledged that the load carrying capacity of an I-section tends to increase as the action of combined loading increases. This study provides an analysis of the theoretical, experimental, and numerical calculations that use the section property as the primary criterion for implementing the theoretical method. The angle of twisting, normal stresses value from bending, and warping torsion are compared using theoretical, experimental, and numerical calculations. Based on the study's findings, the parameters of test specimens and the productive solution of beam angle of twisting, normal stresses for I-sections were calculated.

Method

To incorporate the warping behavior into the study, a bar element of length L with an I-cross section beam is considered. At each node of the element, a seventh degree of freedom is added to the well-known six DOFs of the classical three-dimensional frame element to account for warping torsion. In the local coordinate system, the nodal displacement and load vector are shown below:

$$\mathbf{v}_e = \begin{bmatrix} v_{1A} & v_{2A} & v_{3A} & \beta_{1A} & \beta_{2A} & \beta_{3A} & \beta_{1,1A} & v_{1B} & v_{2B} & v_{3B} & \beta_{1B} & \beta_{2B} & \beta_{3B} & \beta_{1,1B} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{q}_m = \begin{bmatrix} n_{1A} & n_{2A} & n_{3A} & m_{1A} & m_{2A} & m_{3A} & m_{\omega A} & n_{1B} & n_{2B} & n_{3B} & m_{1B} & m_{2B} & m_{3B} & m_{\omega B} \end{bmatrix}^T$$

The stiffness matrix as it is known, the relationship between the generalized force vector q_m and the generalized displacement vector v_m is established by the stiffness matrix K_m of the element.

$$\mathbf{q}_m = \mathbf{K}_m \mathbf{v}_m. \tag{1}$$

The design diagram of the structure under test, which includes a cantilever thin-walled section beam under bending and torsion as shown Figure 1. The beam is subjected to a load acting in the vertical plane with eccentricity relative to the longitudinal axis, causing the beam to experience torsional and bending moments at the same time. To validate the theoretical calculation of the behavior of a thin-walled section with restrained torsion of an I-beam section with a length of 500 mm, a height of 100 mm, a flange thickness of 5.7 mm, a flange width of 55 mm, and a web thickness of 4.5 mm as shown in Figure 1. A cantilever I-profile is subjected to a combined

loading which are torsional moment M_T or a point load F with lever arm e is applied at the free end as shown in Figure 1. The material properties of the prismatic cantilever steel beam are as follows: Young modulus $E = 200$ GPa, Poisson ratio $\nu = 0.3$, and shear modulus $G = E/(2(1+\nu)) = 76.92$ GPa. The maximum applied concentrated force is applied gradually, and its magnitude is 91.893 kg including its self-weight.

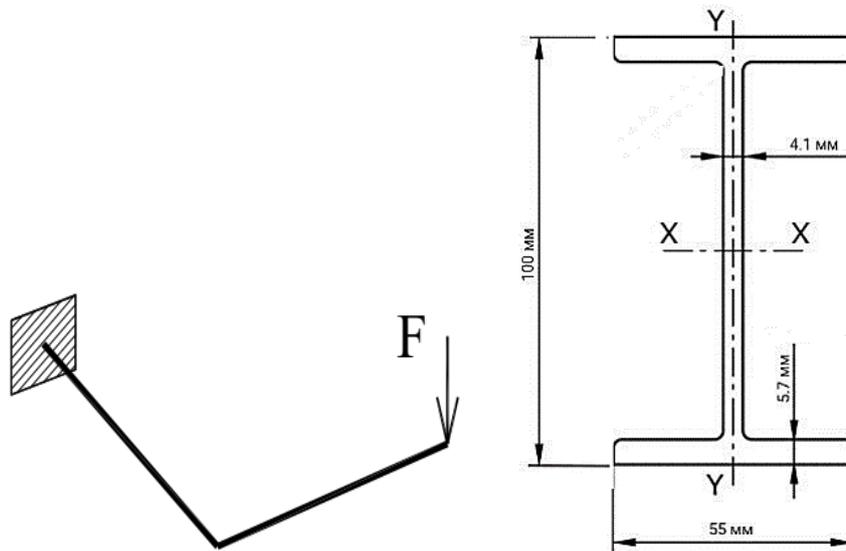


Figure 1. Geometry, boundary conditions, loading and cross-section of the beam

Experimental test set-up and instrumentation: the strain is measured using eight LVDT sensors, four of which are placed at the fixed end and four at the free end of the specimen as shown in Figure 2. At the top of the section, two LVDTs are used, and similarly, at the bottom of the section, two LVDTs are installed in both the fixed and endplates. Eight LVDTs sensors are used, of which four LVDTs are placed at fixed end and four of them are placed at the free end of the specimen used to measure the strain. Two LVDTs are used at the top of the section and similarly two LVDTs are placed at the bottom of the section in both the fixed and endplates.

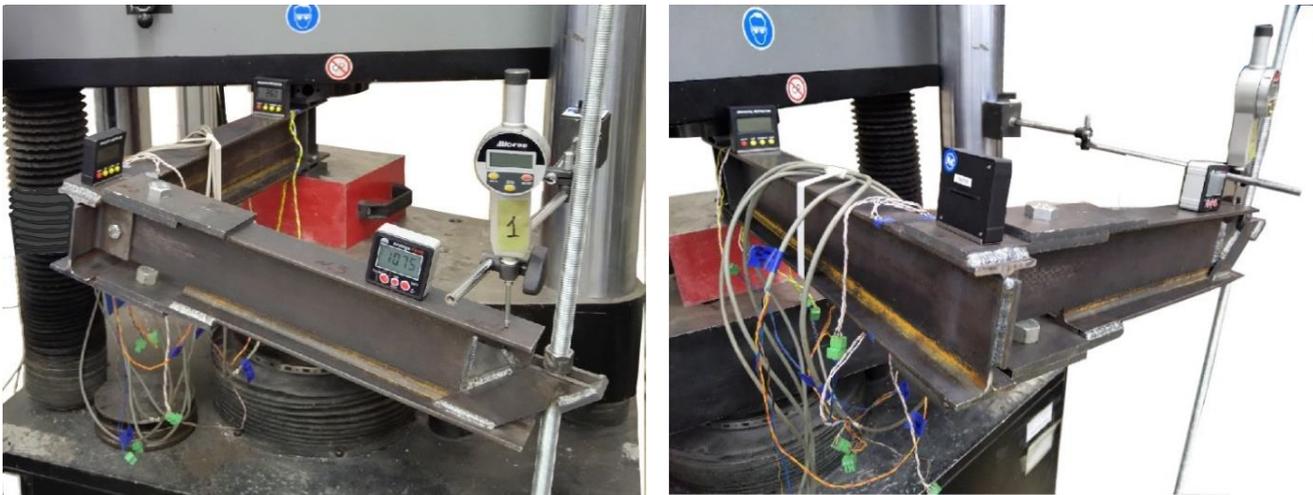


Figure 2. The specimen alignment, with measuring systems, and combined loading test stand (photos by Tesfaldet H. Gebre)

The specimen is adjusted for creating warping restraints at one end and free at the other end as shown in Figure 2. The specimen is carefully placed on the test setup on the fixing plate so that the required loading can be applied. The test setup and instrumentation adopted is shown in Figure 2. Three angular rotation measurement devices are used to measure the angle of twisting in three different axes as shown in Figure 2.

Result and discussion

The member variables are collected in member displacement vector V_m and member load vector q_m and the matrices are arranged correspondingly in member stiffness matrix k_m .

$$\mathbf{K}_m =$$

k_1							k_2							
	k_3				k_4			k_6					k_4	
		k_9		k_{10}					k_{12}			k_{10}		
			k_{T1}			k_{T2}				k_{T3}				k_{T4}
		k_{10}		k_{11}					k_{13}			k_{14}		
	k_4				k_5			k_7					k_8	
			k_{T5}			k_{T6}				k_{T7}				k_{T8}
k_2							k_1							
	k_6				k_7			k_3					k_7	
		k_{12}		k_{13}					k_9			k_{13}		
			k_{T9}			k_{T10}				k_{T11}				k_{T12}
		k_{10}		k_{14}					k_{13}			k_{11}		
	k_4				k_5		k_7						k_8	
			k_{T13}			k_{T14}				k_{T15}				k_{T16}

The nonzero elements of the stiffness matrix for the 3D finite element calculation of beam element with restraint torsion are given below:

$$\mathbf{K}_1 = \frac{EA}{a} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \\ k_2 & k_1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\mathbf{K}_2 = \frac{EJ_2}{a^3} \begin{bmatrix} 12 & 6a & -12 & 6a \\ 6a & 4a^2 & -6a & 2a^2 \\ -12 & -6a & 12 & -6a \\ 6a & 2a^2 & -6a & 4a^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_3 & k_4 & k_6 & k_4 \\ k_4 & k_5 & k_7 & k_8 \\ k_6 & k_7 & k_3 & k_7 \\ k_4 & k_8 & k_7 & k_5 \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\mathbf{K}_3 = \frac{EJ_3}{a^3} \begin{bmatrix} 12 & -6a & -12 & -6a \\ -6a & 4a^2 & 6a & 2a^2 \\ -12 & 6a & 12 & 6a \\ -6a & 2a^2 & 6a & 4a^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_9 & k_{10} & k_{12} & k_{10} \\ k_{10} & k_{11} & k_{13} & k_{14} \\ k_{12} & k_{13} & k_9 & k_{13} \\ k_{10} & k_{14} & k_{13} & k_{11} \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$\mathbf{K}_T = \frac{EC_\omega}{a^3} \begin{bmatrix} k_{T1} & k_{T2} & k_{T3} & k_{T4} \\ k_{T2} & k_{T6} & k_{T7} & k_{T8} \\ k_{T3} & k_{T7} & k_{T11} & k_{T12} \\ k_{T4} & k_{T8} & k_{T12} & k_{T16} \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$K_{T1} = K_{T11} = S * \theta \sinh \theta, \quad K_{T6} = K_{T16} = S \left(\cosh \theta - \frac{\sinh \theta}{\theta} \right) a^2;$$

$$K_{T2} = K_{T4} = S(\cosh \theta - 1)a, \quad K_{T8} = S \left(\frac{\sinh \theta}{\theta} - 1 \right) a^2;$$

$$S = \left(\frac{\theta^2}{Q} \right), \quad Q = 2(1 - \cosh \theta) + \theta \sinh \theta, \quad K_{T3} = -K_{T1}, \quad K_{T7} = K_{T12} = -K_{T2}.$$

Experiments were used to obtain the deformation, angle of twisting, strain data, and stress of the corresponding points. The distributions of the experiment's results based on the applied loading conditions are given below. The graphs are the comparison between applied loading, angle of twisting and load application point displacement for the three experimental trials as shown in Figures 3–5.

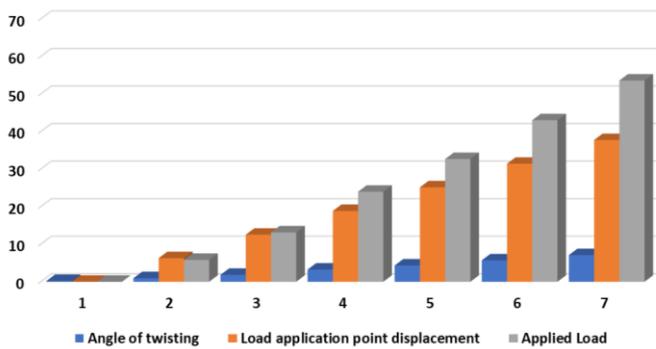


Figure 3. The distribution of the first experiment's results of applied loading, angle of twisting and load application point displacement

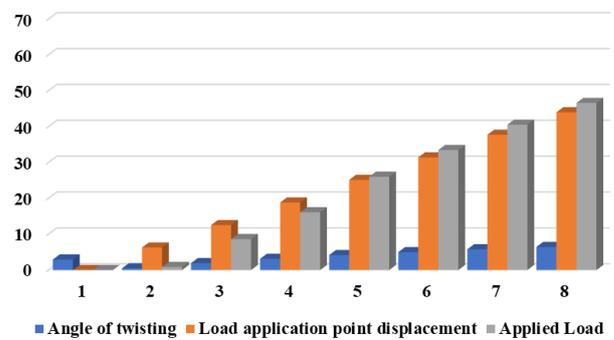


Figure 4. The distribution of the second experiment's results of applied loading, angle of twisting and load application point displacement

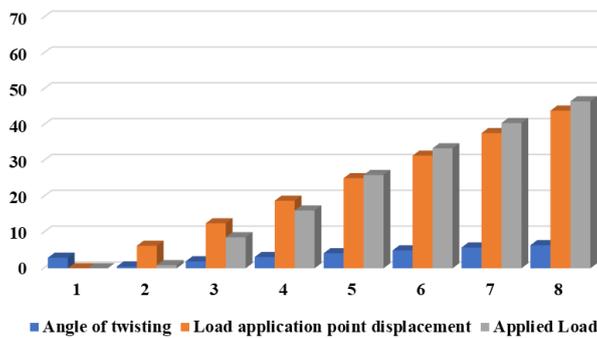


Figure 5. The distribution of the third experiment's results of applied loading, angle of twisting and load application point displacement

During the loading process, the angle of twisting, strain and deflection of beam end-span section were measured. Graphs of strains and stress vs the lever arm deformation which is measured experimentally as shown in Figure 6.

As a result of the three tests, the twist angles of the beams were measured and graphically expressed as twist angles vs load, as shown in Figure 7.

Furthermore, using the three-dimensional finite element (FE) model of the thin-walled bar with an open cross-section developed in the ANSYS environment, we compared the experimental data with both theoretical calculations and numerical simulations, as shown in Figure 8. ANSYS finite element software was also used to model the beam. Ansys simulations with beam 189 elements were performed, with an additional degree of free-

dom considered. A computer program for analysis is created based on the proposed finite element analysis. An illustration of the accuracy of the presented method is demonstrated by comparing using experiment and finite element software. The comparison of various results is presented graphically. A concentrated torque and point load are applied to the shear centre of the wall at the free end.

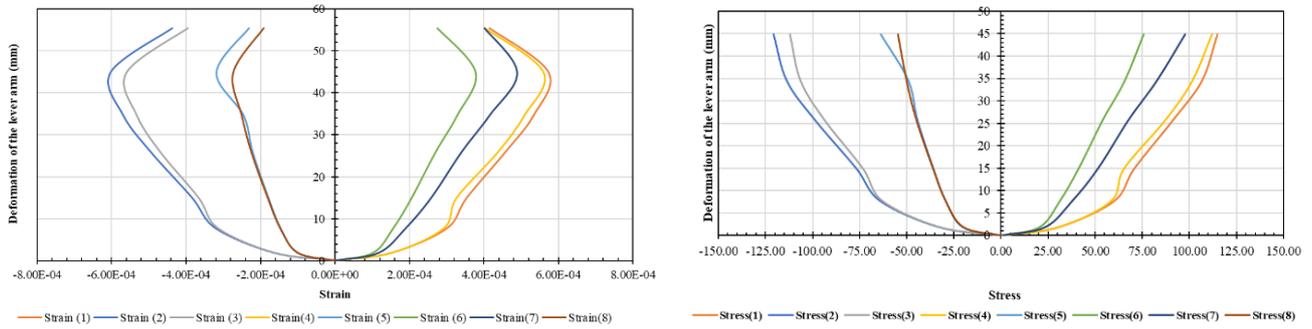


Figure 6. The strains and stress, MPa vs the lever arm deformation measured experimentally

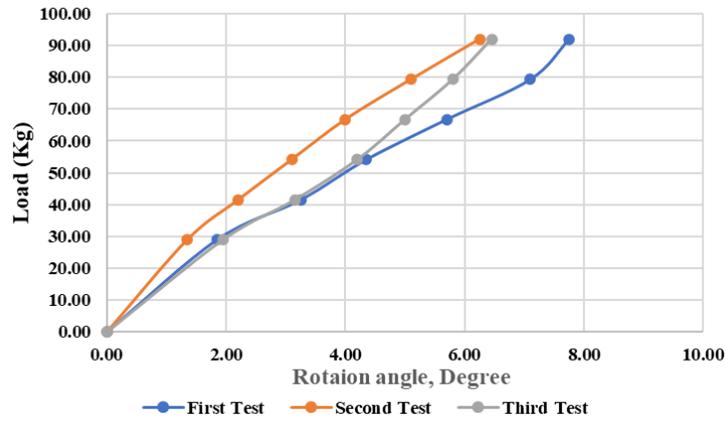


Figure 7. Applied load vs twisting angle relationships for the three tests

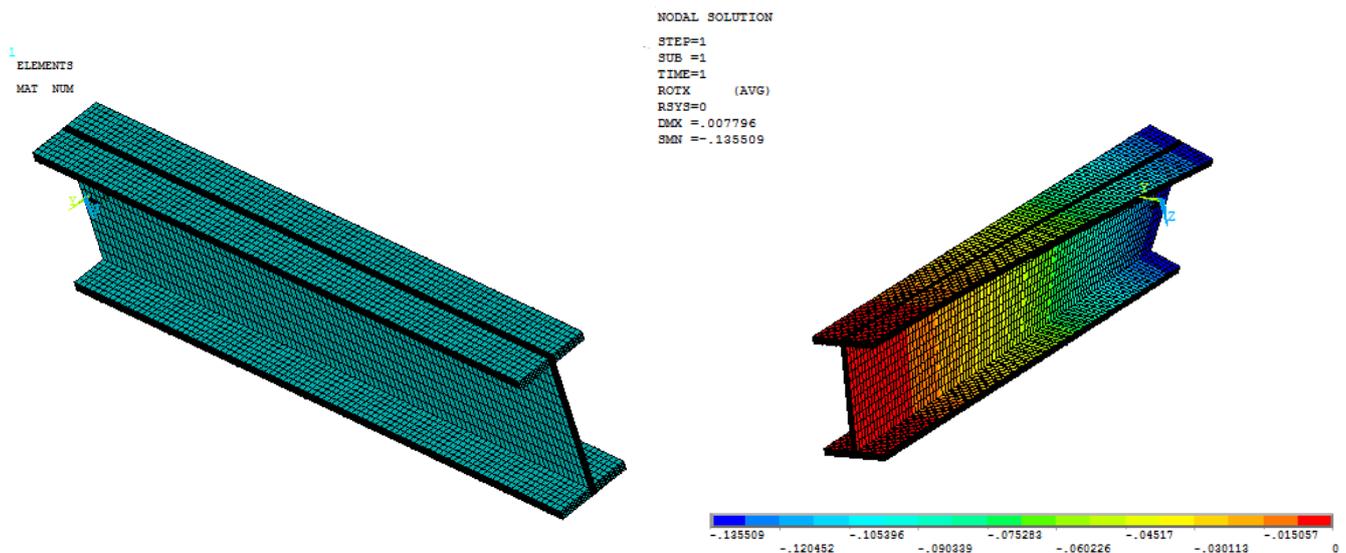


Figure 8. Open thin-walled section beam model and angle of twisting

Figure 9 depicts the percentage differences of the experimental tests in comparison to the results of the current theory and numerical results. The load-angle dependencies and their correlations for the theoretical, experimental, and numerical results are presented graphically as shown in Figure 9.

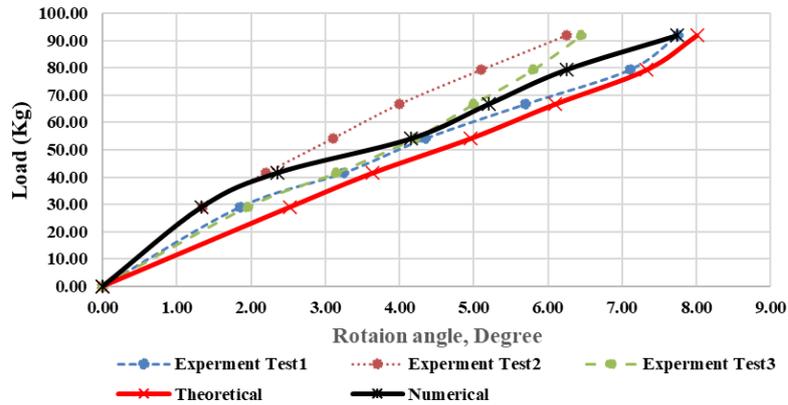


Figure 9. Load vs. angle of twisting of the three experimental tests, current theory, and numerical results

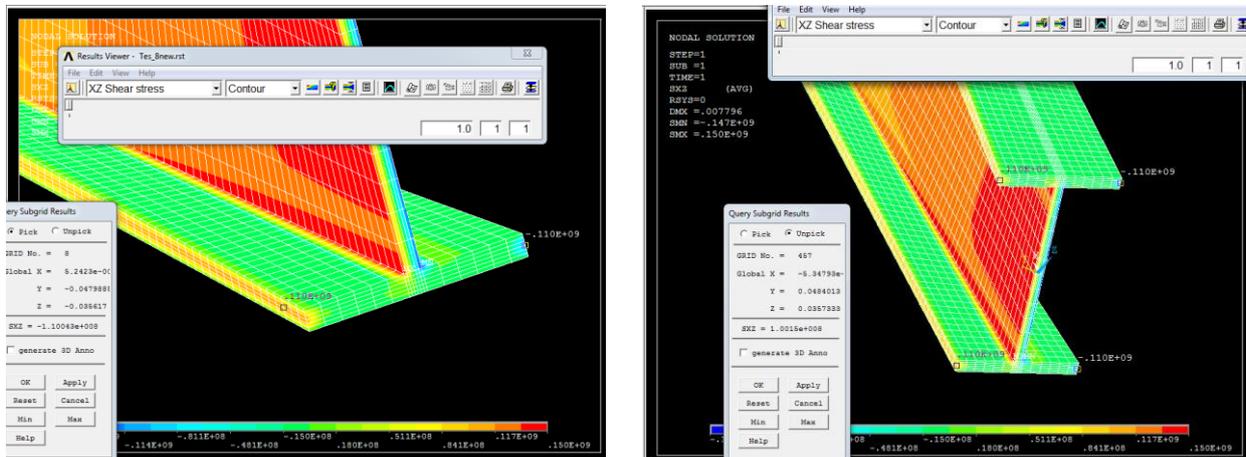


Figure 10. The section's normal stress distribution values using Ansys

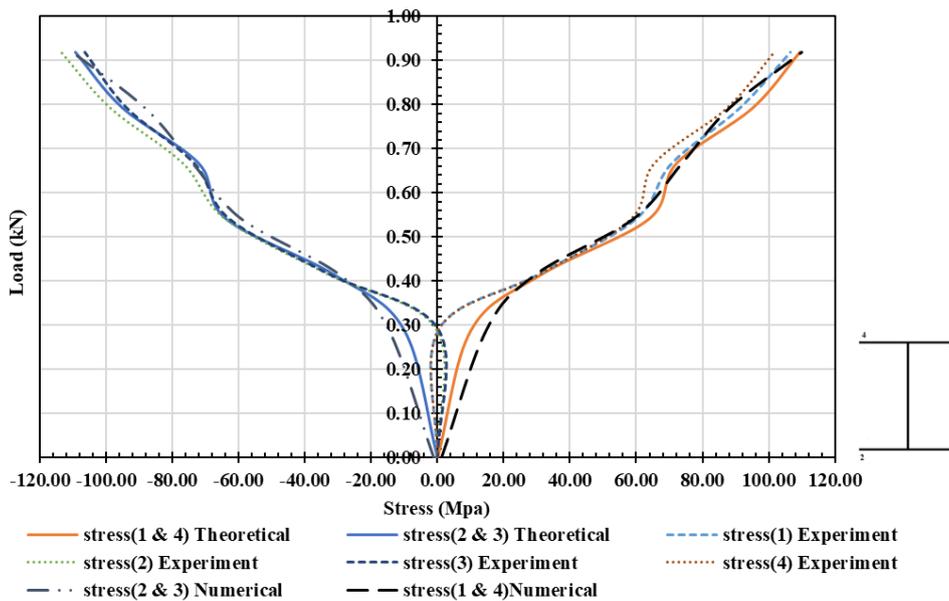


Figure 11. The stresses vs loads results by experimental, theoretical, and numerical

The obtained results are displayed for the predefined points on the cross section which is considered during the experiment. For typical beams, the stress concentrations at the sensor's locations of the I-beam thin-walled section are shown in throughout the span with the applied combined load as shown in Figure 10.

The graphical expression of the variation in stresses with increasing applied loads as determined by experimental, theoretical, and numerical calculations as shown in Figure 10.

Refereeing Figure 11 of the theoretical, numerical, and experimental normal-stress distribution graphs is practically identical to each other. The relative deviation between the three results is estimated to be between 2.5 and 3.5%

Conclusion

The following conclusions could be drawn based on the experimental results and analysis of the I-shape thin-walled steel beams under combined bending and torsion loads.

- The simple geometric properties of the section are used to generate the stiffness matrix for thin-walled beam sections with restrained torsion. By considering an additional degree of freedom at each node, the trigonometric and approximation solutions of an interpolation function are used to express the 14×14 DOFs stiffness matrix for non-uniform torsion.

- The stiffness matrix for 3D thin-walled sections subjected to combined loading is presented, making advanced structural analysis bar elements more convenient. This stiffness matrix is more applicable for open thin-walled sections because the value of characteristics number for open section is very small compared to the closed thin-walled sections.

- An investigation was carried out between the theoretical, experimental, and numerical results of an I-beam section under the combined loading conditions of bending and torsion. The behavior of experimental specimens has confirmed that beams in bending, and torsion have significant reserves of bearing capacity when compared to steel work at the elastic stage.

- As the experiment is conducted within the elastic range, the rotation angles for the three methods are nearly identical. In addition to the experiment results, numerical calculations are commonly used as a comparison in engineering design procedures because they allow for the use of a wider range of parameters engineering design procedure of beams under combined loading.

- Experimental, theoretical, and numerical investigations of I-beam profile beams section is carried out. The behavior of experimental specimens was analyzed, and it was discovered that beams in bending, and torsion have similar results to theoretical results within the elastic stage of steel work. The bearing capacity of the spaceman is determined by the distribution of normal stresses in the experiment for the I-beam with restrained torsion. When compared to each other, the rotation angles begin to increase smoothly based on the applied loading and they are similar.

References

1. Pavlenko A.D., Rybakov V.A., Pikht A.V., Mikhailov E.S. Non-uniform torsion of thin-walled open-section multi-span beams. *Magazine of Civil Engineering*. 2016;67(7):55–69. <https://doi.org/10.5862/MCE.67.6>
2. Mysore R., Kissinger R. Finite element analysis of thin-walled beams subjected to torsion. *In 30th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*. 2012. <https://doi.org/10.2514/6.1989-1176>
3. Tusnin A.R., Prokic M. Experimental research of I-beams under bending and torsion actions. *Magazine of Civil Engineering*. 2015;53(1). <https://doi.org/10.5862/MCE.53.3>
4. Vatin N.I., Sinelnikov A.S. Strength and durability of thin-walled cross-sections. In: Jármai K., Farkas J. (eds.) *Design, Fabrication and Economy of Metal Structures*. Berlin, Heidelberg: Springer; 2013. https://doi.org/10.1007/978-3-642-36691-8_25
5. Tusnin A.R., Prokic M. Selection of parameters for I-beam experimental model subjected to bending and torsion. *Procedia Engineering*. 2015;111:789–796. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.07.146>
6. Bischoff M., Bletzinger K.-U., Wall W.A., Ramm E. Models and finite elements for thin-walled structures. *Encyclopedia of Computational Mechanics*. 2004. <https://doi.org/10.1002/0470091355.ecm026>
7. Saadé K., Espion B., Warzée G. Non-uniform torsional behavior and stability of thin-walled elastic beams with arbitrary cross sections. *Thin-Walled Structures*. 2004;42(6):857–881. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2003.12.003>
8. Iu C.K., Chen W.F., Chan S.L., Ma T.W. Direct second-order elastic analysis for steel frame design. *KSCE Journal of Civil Engineering*. 2008;12(6):379–389. <https://doi.org/10.1007/s12205-008-0379-3>

9. Jin S., Li Z., Huang F., Gan D., Cheng R., Deng G. Constrained shell finite element method for elastic buckling analysis of thin-walled members. *Thin-Walled Structures*. 2019;145:106409. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2019.106409>
10. Banić D., Turkalj G., Brnić J. Finite element stress analysis of elastic beams under non-uniform torsion. *Transactions of Famen*. 2016;40(2):71–82. <https://doi.org/10.21278/TOF.40206>
11. Vlasov V.Z. *Thin-walled elastic beams*. Virginia: National Technical Information Service; 1984. 493 p.
12. Wu L., Mohareb M. Finite element formulation for shear deformable thin-walled beams. *Canadian Journal of Civil Engineering*. 2011;38(4):383–392. <https://doi.org/10.1139/L11-007>
13. Aalberg A. *An experimental study of beam-columns subjected to combined torsion, bending, and axial actions*. Trondheim; 1995.
14. Gebre T.H., Galishnikova V.V. The impact of section properties on thin walled beam sections with restrained torsion. *Journal of Physics: Conference Series*. 2020;1687(1):012020. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1687/1/012020>
15. Galishnikova V., Gebre T.H. The behaviour of thin-walled beam with restrained torsion. *Magazine of Civil Engineering*. 2022;110(2). <https://doi.org/10.34910/MCE.110.9>
16. Silvestre N., Camotim D. Second-order generalised beam theory for arbitrary orthotropic materials. *Thin-Walled Structures*. 2002;40(9):91–820. [https://doi.org/10.1016/S0263-8231\(02\)00026-5](https://doi.org/10.1016/S0263-8231(02)00026-5)
17. Gebre T., Galishnikova V., Lebed E., Tupikova E., Awadh Z. Finite element analysis of 3D thin-walled beam with restrained torsion. *Lecture Notes in Civil Engineering*. 2022;282:359–369. https://doi.org/10.1007/978-3-031-10853-2_34
18. Bernardo D. New finite element for analysis of thin-walled structures. *Journal of Structural Engineering*. 2011;137(10):1153–1167. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)st.1943-541x.0000372](https://doi.org/10.1061/(asce)st.1943-541x.0000372)
19. Lopez R.D.E.F. *A 3D finite beam element for the modelling of composite wind turbine wings* (Master of Science Thesis). Stockholm; 2013.
20. Gebre T., Galishnikova V., Tupikova E. Warping behavior of open and closed thin-walled sections with restrained torsion. *Engineering Letters*. 2022;30(1):1–8.
21. Cambrono-Barrientos F., Díaz-del-Valle J., Martínez-Martínez J.A. Beam element for thin-walled beams with torsion, distortion, and shear lag. *Engineering Structures*. 2017;43:571–588. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.04.020>
22. Nguyen P.C., Kim S.E. An advanced analysis method for three-dimensional steel frames with semi-rigid connections. *Finite Elements in Analysis and Design*. 2014;80:23–32. <https://doi.org/10.1016/j.finel.2013.11.004>
23. Galishnikova V.V., Gebre T.H., Tupikova E.M., Niazmand M.A. The design guide for space frames with or without warping restraint at nodes. *AIP Conference Proceedings*. 2022;2559(050016). <https://doi.org/10.1063/5.0099013>
24. Robertson I.N., Knapp R.H. *Toward advanced analysis in steel frame design*. Hawaii; 2003.
25. Tusnín A. Finite element for calculation of structures made of thin-walled open profile rods. *Procedia Engineering*. 2016;150:1673–1679. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.07.149>
26. Mohri F., Eddinari A., Damil N., Potier Ferry M. A beam finite element for non-linear analyses of thin-walled elements. *Thin-Walled Structures*. 2008;46(7–9):981–990. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2008.01.028>
27. Gunnlaugsson G.A., Pedersen P.T. A finite element formulation for beams with thin walled cross-sections. *Computers and Structures*. 1982;15(6):691–699. [https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(82\)80011-4](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(82)80011-4)
28. Chen H.H., Lin W.Y., Hsiao K.M. Co-rotational finite element formulation for thin-walled beams with generic open section. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2006;195(19–22):2334–2370.
29. Kugler S., Fotiu P., Murín J. On the access to transverse shear stiffnesses and to stiffness quantities for non-uniform warping torsion in FGM beam structures. *Strojnický Casopis*. 2019;69(2):27–56. <https://doi.org/10.2478/scjme-2019-0016>
30. Lalin V., Rybakov V., Sergey A. The finite elements for design of frame of thin-walled beams. *Applied Mechanics and Materials*. 2014;578–579:858–863. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.578-579.858>
31. Lalin V.V., Rybakov V.A., Ivanov S.S., Azarov A.A. Mixed finite-element method in V.I. Slivker's semi-shear thin-walled bar theory. *Magazine of Civil Engineering*. 2019;89(5):79–93.



DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-4-351-374
 УДК 624.04

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Научно-творческое наследие Георгия Александровича Гениева

К.П. Пятикрестовский¹ , Н.В. Федорова¹ , В.И. Колчунов^{1,2}  

¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация

²Юго-Западный государственный университет, Курск, Российская Федерация

 asiorel@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 22 марта 2022 г.

Доработана: 17 июня 2022 г.

Принята к публикации: 22 июня 2022 г.

Для цитирования

Пятикрестовский К.П., Федорова Н.В., Колчунов В.И. Научно-творческое наследие Георгия Александровича Гениева // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 4. С. 351–374. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-351-374>

Аннотация. Приведен анализ научных публикаций одного из наиболее ярких представителей замечательной плеяды советских и российских ученых второй половины XX в., создателя известной научной школы в области механики сплошной среды, строительной механики, теории упругости и ползучести, теории движения сыпучей среды Г.А. Гениева. Научные публикации автора систематизированы по направлениям исследований и охватывают более чем 50-летний период его научного творчества. Анализ охватывает его исследования начиная с кандидатской диссертации по несущей способности внецентренно сжатых стержней из упругопластических материалов до докторской диссертации по динамике сыпучей среды, защищенной им в 28 лет, раскрывает многогранный талант этого крупного ученого. Проведенный анализ опирается на метод формализованного описания фактов, определяющих современное развитие научных исследований в рассматриваемой области, сопоставления и систематизации исследуемых фактов.

Ключевые слова: теоретические исследования, механика сплошных сред, теория упругости, пластичность, ползучесть

Пятикрестовский Константин Пантелеевич, доктор технических наук, профессор кафедры металлических и деревянных конструкций, Институт промышленного и гражданского строительства, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Российская Федерация 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26; ORCID: 0000-0002-4431-3899, eLIBRARY SPIN-код: 7983-5656; stroymex@list.ru

Федорова Наталья Витальевна, доктор технических наук, профессор, советник РААСН, заведующая кафедрой архитектурно-строительного проектирования, директор филиала в г. Мытищи, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Российская Федерация, 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26; ORCID: 0000-0002-5392-9150, Scopus Author ID: 57196437054, eLIBRARY SPIN-код: 3365-8320; fedorovanv@mgsu.ru

Колчунов Виталий Иванович, доктор технических наук, профессор, действительный член Российской академии архитектуры и строительных наук, заведующий кафедрой уникальных зданий и сооружений, факультет строительства и архитектуры, Юго-Западный государственный университет, Российская Федерация, 305040, Курск, ул. 50 лет Октября, д. 94; профессор кафедры железобетонных и каменных конструкций, Институт промышленного и гражданского строительства, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Российская Федерация, 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26; ORCID: 0000-0001-5290-3429, Scopus Author ID: 57219004839, eLIBRARY SPIN-код: 4512-6499; asiorel@mail.ru

© Пятикрестовский К.П., Федорова Н.В., Колчунов В.И., 2022



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Scientific and creative heritage of Georgy Aleksandrovich Geniev

Konstantin P. Pyatikrestovsky¹, Nataliya V. Fedorova¹, Vitaly I. Kolchunov^{1,2}✉

¹Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow, Russian Federation

²South-West State University, Kursk, Russian Federation

✉ asiorel@mail.ru

Article history

Received: March 22, 2022

Revised: June 17, 2022

Accepted: June 22, 2022

For citation

Pyatikrestovsky K.P., Fedorova N.V., Kolchunov V.I. Scientific and creative heritage of Georgy Aleksandrovich Geniev. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(4):351–374. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-351-374>

Abstract. G.A. Geniev, the founder of a scientific school in the field of continuum mechanics, structural mechanics, the theory of elasticity and creep, and the theory of the movement of a granular medium, is presented in an analysis of publications from the galaxy of remarkable Soviet and Russian scientists of the second half of the twentieth century. The author's scientific publications are systematized by research areas, and cover more than 50 years of his scientific work. The analysis covers his research from his PhD thesis on the load-carrying capacity of eccentrically compressed rods made of elastoplastic materials to his doctoral dissertation on the dynamics of bulk media, revealing this major scientist's multifaceted talent. The analysis of G.A. Geniev's scientific publications is based on the method of formalized description of the facts that determine the current development of scientific research in the field under consideration, comparison, and systematization of the facts under study.

Keywords: theoretical studies, continuum mechanics, theory of elasticity, plasticity, creep

Введение

В последние два-три десятилетия численные методы и цифровые технологии стали превалирующими в исследованиях и проектировании зданий и сооружений, что отодвинуло на второй план концепции и методологию комплексных физических явлений в сложных и ответственных сооружениях при постоянно возрастающих видах воздействий на них. Это не может не сказаться на надежности проектирования строительных конструкций и уводит исследователя от глубинного понимания процессов их деформирования и разрушения при таких воздействиях. Особенно пагубно сегодня это отражается на подготовке новых поколений инженеров, когда студент, не получив четкого понимания игры сил в сооружении, пытается проводить расчеты с использованием компьютерных технологий. В этой связи знакомство молодых ученых, инженеров с научно-творческим наследием одного из наиболее ярких ученых в области механики сплошной среды, строительной механики, теории упругости и ползучести, теории движения сыпучей среды, доктором технических наук, членом-корреспондентом РААСН, создателем известной научной школы Георгием Александровичем Гениевым, 95-летие со дня рождения которого отмечается в этом году, представляется важным и своевременным (рис. 1).

Анализ теоретических исследований Г.А. Гениева показывает насколько многогранны и разносторонни были научные интересы Георгия Александровича при всей нестандартности, глубине и новизне проводимых им исследований. Не утратили своей актуальности созданная Г.А. Гениевым теория прочности и пластичности бетона, железобетона и других материалов, теория сыпучих и сплошных сред, теория

Konstantin P. Pyatikrestovsky, Dr.Sc., Professor of the Department of Metal and Wooden Structures, Institute of Industrial and Civil Engineering, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), 26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-4431-3899, eLIBRARY SPIN-code: 7983-5656; stroyemx@list.ru

Nataliya V. Fedorova, D.Sc. in Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Architectural and Construction Design, Director of the branch in Mytishchi, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), 26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-5392-9150, Scopus Author ID: 57196437054, eLIBRARY SPIN-code: 3365-8320; fedorovanv@mgsu.ru

Vitaly I. Kolchunov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Full Member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Head of the Department of Unique Buildings and Structures, Faculty of Construction and Architecture, Southwest State University, 94 50 Let Oktyabrya St, Kursk, 305040, Russian Federation; Professor of the Department of Reinforced Concrete and Stone Structures, Institute of Industrial and Civil Engineering, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), 26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; ORCID: 0000-0001-5290-3429, Scopus Author ID: 57219004839, eLIBRARY SPIN-code: 4512-6499; asiorel@mail.ru

распространения трехмерных волн деформаций в неупругих средах, динамические задачи движения жидкостей и газов в трубопроводах, задачи по поперечной устойчивости замкнутых цилиндрических оболочек, исследования по теории прочности и пластичности кирпичной кладки и других анизотропных материалов и др. Им проведен ряд оригинальных исследований теории теплопроводности и оптимизации различных процессов и конструкций. Ученики и последователи научной школы Георгия Александровича успешно продолжают его дело и во всех отношениях стараются быть достойными своего учителя.

Анализ научных исследований Г.А. Гениева

Георгий Александрович Гениев является одним из наиболее ярких представителей замечательной плеяды советских и российских ученых второй половины XX в. в области теории сооружений строительной механики, механики железобетона и механики грунтов. Научная деятельность Георгия Александровича началась в 1948 г., когда он после окончания Московского инженерно-строительного института пришел в лабораторию расчета сооружений ЦНИИСК имени В.А. Кучеренко с подготовленным для поступления в аспирантуру рефератом на тему «Интегрирование дифференциального уравнения упругой линии углов закручивания тонкостенных стержней».

Его настольной книгой в этот период стал «Курс теории упругости» М.М. Филоненко-Бородича. В ней он детально разобрал все выкладки до полного овладения приемами расчетов. Итогом работы в аспирантуре стала защита кандидатской диссертации на тему «Теоретическое исследование несущей способности внецентренно сжатых стержней из упругоэластического материала, не работающего на растяжение».

Первыми его работами в начале 1950-х гг. стали исследования внецентренно сжатых стержней, в том числе гибких железобетонных и армокаменных колонн как стержней из упругоэластического материала, не работающего на растяжение, а также железобетонных колонн с жесткой арматурой и др.

Материалы своей кандидатской диссертации Г.А. Гениев развил затем в ряде теоретических исследований по внецентренному сжатию стержней из нелинейного упругоэластического материала [1; 2], не работающего на сжатие, по расчету связей составных металлических сжато-изогнутых стержней [3; 4]; по исследованию несущей способности внецентренно сжатых железобетонных колонн с жесткой арматурой [5] и др.

С 1954 г. Георгием Александровичем был начат новый большой цикл исследований, которым он посвятил много лет. Прежде всего, это работы по теории движения сыпучей среды [6–11], перешедшие затем в новые задачи динамики сыпучей среды и теорию пластичности [12–35]. С ними оказались связаны задачи об условиях прочности бетона и железобетона [36–42], задачи по исследованию и разработке критериев прочности различных материалов, характеризующихся нелинейной работой под нагрузкой [43–48].

В последние 10–15 лет своей плодотворной научной деятельности Г.А. Гениев начал цикл теоретических исследований, связанных с проблемой безопасности сооружений при особых и аварийных воздействиях, заложив новое направление в строительной механике – основы теории живучести физически и конструктивно нелинейных систем зданий и сооружений при так называемых запроектных воздействиях [49–55], которые вместе с другими работами наших крупных ученых легли в основу исследований по обеспечению конструктивной (механической) безопасности зданий и сооружений в запредельных состояниях и по предотвращению прогрессирующего обрушения при выходе из строя одного или нескольких элементов с уменьшением степени статической неопределимости системы.



Рис. 1. К 95-летию Г.А. Гениева, НИУ МГСУ, январь 2022 г. (фото из программы научно-практического семинара, посвященного 95-летию Г.А. Гениева)

Figure 1. To the 95th anniversary of G.A. Geniev, NRU MGSU, January 2022 (photo from the program of a scientific and practical seminar dedicated to the 95th anniversary of G.A. Geniev)

Следует отметить, что тема исследований сыпучей среды прошла красной нитью через всю его научную жизнь [56–78]. Как сам он говорил в ответ на некоторые упреки в том, что он занимается изучением статике и динамики сыпучих сред, будучи сотрудником Института строительных конструкций, а не оснований и фундаментов, многие зависимости и созданный им математический аппарат чрезвычайно легко переносятся на конструктивные системы из любых материалов. Эти исследования легли в основу его докторской диссертации «Вопросы динамики сыпучей среды», написанной в 1955 г., когда ему было только 28 лет.

При написании докторской диссертации Г.А. Гениев опирался на фундаментальные и сегодня труды в области статике и динамики сыпучей среды В.В. Соколовского, А.Ю. Ишлинского, М.С. Бернштейна, А.Г. Иммермана, В.Г. Березанцева, гидромеханики Н.Е. Кочина и др., на результаты экспериментальных исследований оснований М.В. Малышева и математическую теорию пластичности С.Г. Михлина. Показательно, что список литературы в диссертации включал всего 13 источников, что свидетельствует о новизне задачи и исключительно самостоятельном подходе автора к ее решению.

Одновременно с задачами динамики сыпучей среды Г.А. Гениев в этот же период занимался и другими вопросами строительной механики как руководитель диссертаций аспирантов, например исследованиями устойчивости пологих и замкнутых цилиндрических оболочек [79–84], задачами расчета пневмоконструкций [85–87].

Результаты этих исследований Георгий Александрович обнаружил в 1954 г., выступив на нескольких крупных и наиболее известных в то время научных форумах: конференции по исследованию прочности, пластичности и ползучести строительных материалов в ЦНИПС (ныне ЦНИИСК имени В.А. Кучеренко), на совещании по теории упругости, теории пластичности и теоретическим вопросам строительной механики в Институте механики АН СССР и МГУ имени М.В. Ломоносова.

С 1960 г. Георгием Александровичем начинается новый большой цикл работ по исследованиям прочности различных материалов. Эти исследования были опубликованы в журнале «Строительная механика и расчет сооружений» в статье «К вопросу о теоретическом определении динамических диаграмм работы материалов» и др. Наряду с продолжением исследований по динамике сыпучих тел, в этот же период начали появляться работы по взаимодействию деформирующихся оснований с покрытиями и другими конструкциями подземных сооружений, а также работы о действии жесткого штампа на бетонное основание, публикации по расчету пневмоконструкций из мягких материалов и по решению задачи о действии давления в цилиндрической полости бетонного массива или в толстостенной трубе [88].

В рамках цикла работ по теории прочности материалов начата разработка теории прочности бетона и других материалов с различным сопротивлением растяжению – сжатию. В 1962 г. в журнале «Бетон и железобетон» опубликована работа «К обоснованию условия прочности бетона» [89] совместно с аспирантом В.Н. Киссюком. А в 1963 г. опубликована статья в сборнике «Исследования по расчету оболочек, стержней и массивных конструкций» по разработке теории прочности бетона и других материалов с различным сопротивлением растяжению – сжатию. До конца шестидесятых годов продолжалась разработка статике и динамики сплошных сред, но одновременно шла уже достаточно глубокая проработка теории сопротивления бетона и железобетона. Например, в 1966 г. совместно с аспирантом Г.А. Тюпиным опубликованы две статьи по теории упругости железобетона при наличии трещин и без них.

В этот же период (1964–1965 гг.) Г.А. Гениевым опубликованы две статьи, посвященные теории пневмооболочек, а в 1966 г. – статья «Прочность и деформативность конструкций с применением пластмасс» [90] в коллективе авторов.

К концу 1960-х гг. была в основном сформирована и приобрела глубокую конкретику деформационная теория пластичности бетона, получившая отражение в книге «Исследование прочности конструкций из неупругих материалов» в виде двух глав «Вопросы прочности и деформативности грунтовых сред» и «Вопросы прочности массивных конструкций из бетона и каменных материалов» [91; 92].

Одновременно продолжалось совершенствование теории пластичности на основе математического аппарата, применявшегося в механике грунтов.

Начало 1970-х гг. стало очень плодотворным в исследовательской деятельности Георгия Александровича и главное в разработке теории пластичности бетона и железобетона во всех ее аспектах. В этот период опубликованы две новые теоретические статьи: «Динамическая задача теории малых упругопластических деформаций» и «Об уравнениях линий скольжения плоской деформации идеально пластической среды» [93; 94] и связанная с ними статья «Некоторые вопросы теории пластичности железобетона» совместно с аспирантом Г.А. Тюпиным [95], а также три статьи в сборнике «Строительные конструк-

ции»: «О закономерностях распространения волн деформаций в бетоне» [96], «Обобщенная плоская задача для деформационной теории пластичности бетона» [97] и «О построении фронта двухмерных волн в предварительно напряженно упругопластической среде» [98].

Дальнейшие исследования по теории пластичности с обобщением их на системы из хрупких материалов и материалов с конструктивными особенностями (ячеистые бетоны, связные грунты, каменная кладка и др.) продолжались вплоть до 1980 г. К этому времени в работах Г.А. Гениева сформировались четкая концепция и обоснованные представления о построении критериев прочности различных материалов на единой методологической основе, в том числе и для материалов, имеющих отмеченные особенности. К наиболее важным работам того периода можно отнести следующие.

Совместно с М.И. Эстриным в 1972 г. вышла монография «Динамика пластической и сыпучей сред» [99] и в этом же году в сборнике «Вопросы расчета строительных конструкций» ЦНИИСК вышла статья «Пространственная задача теории предельного напряженного состояния бетона» [100]. В 1973 г. в журнале «Строительная механика и расчет сооружений» № 1 и 5 вышли две большие статьи совместно с В.С. Лейтесом по вопросам деформации идеально пластической и идеально сыпучей сред [101; 102].

В 1974 г. в книге «Теория и методы расчета строительных конструкций» опубликована теоретическая статья «Вопросы динамики физически нелинейных сплошных сред» [103] и там же статья «О нелинейном представлении условия прочности бетона» [104]. В этом же году вышла фундаментальная монография Г.А. Гениева в соавторстве с В.Н. Киссюком и Г.А. Тюпиным «Теория пластичности бетона и железобетона» [105] и была опубликована работа «Оценка несущей способности систем из хрупких материалов на основе теории затвердевающих сред» [106].

Во второй половине 1970-х гг. вышли в свет ряд новых интересных работ теоретического характера. Так, в 1975 г. в журнале «Известия АН СССР. Механика твердого тела» опубликована статья о некоторых закономерностях распространения трехмерных волн деформаций в неупругих средах, в 1976 г. в сборнике «Исследования по теории сооружений» [107] вышла статья «Пространственная задача теории пластического течения при условии пластичности общего вида», а в 1977 г. появилась публикация «Об уравнениях трехмерной задачи статики сыпучей среды вне концепции полной пластичности» в сборнике «Исследования по теории сооружений» [108]. В 1978 г. в соавторстве с В.Н. Киссюком, И.И. Левиным и Г.А. Никоновой [109] вышла в свет новая монография по теории прочности бетонов – «Прочность легких и ячеистых бетонов при сложных напряженных состояниях» и появилась статья «Теоретическое обоснование критерия прочности асбестоцемента» [110]. А в 1979 г. в развитие тематики критериев прочности материалов и статья «О критерии прочности каменной кладки при плоском напряженном состоянии» [111].

В эти же годы Г.А. Гениев уже задумывается над решением других актуальных задач строительной механики и теории упругости. В результате появились две довольно интересные статьи в этих областях знаний: «О принципе эквиградиентности и его применении к оптимизационным задачам устойчивости стержневых систем» [112] и «Вариант волновой теории теплопроводности твердых тел» [113].

Начало 1980-х гг. в творчестве Г.А. Гениева характеризовалось продолжением исследований по теории прочности материалов. Была опубликована статья «О критериях прочности древесины при плоском напряженном состоянии» [114] и монография «Вопросы механики неупругих тел» [115] (совместно с В.С. Лейтесом), а также продолжилась работа по термодинамике – «Об основных физических зависимостях нестационарной термодинамики» [116]. Развивалась и совершенствовалась теория пластичности материалов. В журнале «Строительная механика и расчет сооружений» опубликованы две новые статьи: «Плоская деформация анизотропной идеально пластической среды» [117] и «О сравнительной оценке условий прочности реальных грунтов» [118].

Фундаментальные исследования по теории пластичности различных материалов привели автора к созданию теорий прочности бетона, древесины, каменной кладки и др., а механика сплошных сред продолжала развиваться в сторону усложнения и уточнения расчетных моделей. Отметим лишь некоторые характерные работы 1980–1990-х гг., публикации которых осуществлены в основном в журнале «Строительная механика и расчет сооружений» и сборниках трудов ЦНИИСК имени В.А. Кучеренко. В 1983 г. опубликована статья «Об уравнениях движения и некоторых задачах для совмещенной модели сплошной среды с переменной вязкостью» [119], а в 1994 г. – статья «Уравнения установившихся движений анизотропной идеально пластической среды при плоской деформации» [120]. Из названий этих работ видно направление исследований, приведенных в них, – это уточнение расчетных моделей с введением в эти модели ранее не учитываемых факторов. В 1995 г. совместно с аспирантом А.Н. Вороновым опубликована

ликована статья «О критерии прочности ортотропного материала типа каменной кладки при плоском напряженном состоянии» [121]. Ряд идей, положенных в основу названных работ, нашли свое воплощение в практических приложениях, например в статье «Поперечная устойчивость замкнутых цилиндрических оболочек при движении в них потока идеального газа» [122] и аналогичной по названию статье [123] при движении в них идеальной жидкости. Эта тема нашла продолжение в дальнейших исследованиях Г.А. Гениева. Так, в 1986 г. в соавторстве с Р.В. Гоголадзе появилась статья «Установившееся ламинарное движение несжимаемой баровязкой среды по цилиндрическим и призматическим трубам» в сборнике «Механика сплошных сред» [124].

Теория пластичности обобщенно и наиболее полно представлена в 1987 г. в статьях «Определяющие уравнения и функционалы в теории течения для расширенного класса неупругих сред» [125] и «Физические зависимости и определяющие уравнения для бароупругой среды» [126].

Ряд интересных публикаций, связанных с новой ветвью теории упругости, Г.А. Гениевым были опубликованы совместно с С.Ю. Калашниковым: «О построении уравнений плоской задачи инкрементальной теории упругости» [127]; «Полярносимметричная задача инкрементальной теории упругости» [128], «Об учете влияния неоднородности напряженного состояния на переход материала в пластическое состояние» [129] и др.

На основе идей, изложенных в статьях Г.А. Гениева [122; 123], были решены динамические задачи движения жидкостей и газов в трубопроводах, которые нашли затем отражение в опубликованных им статьях совместно с А.И. Зубковым [125; 130]: «Спектр резонансных частот гибких трубопроводов при взаимодействии их с жидкостью» [131], «Вынужденные колебания замкнутых цилиндрических оболочек при движении в них пульсирующего потока идеальной жидкости (газа)» [132; 133], «О некоторых вопросах гидроупругости гибких сосудов» [134].

Особое место в научной деятельности Г.А. Гениева занимали работы, связанные с исследованием прочности анизотропных материалов при сложных напряженных состояниях. Поставленные им задачи и начатые теоретические исследования в этой области определили затем целое научное направление, которое успешно разрабатывалось как самим Георгием Александровичем, так и его многочисленными учениками и последователями. Пожалуй, первой из упомянутого цикла исследований явилась работа «Теоретическое обоснование критерия прочности асбестоцемента» [110], опубликованная в 1978 г., где изложены основные гипотезы и методология подхода к построению критериев прочности анизотропных материалов, одним из которых является асбестоцемент. Далее следовали основополагающие работы: «О критерии прочности каменной кладки при плоском напряженном состоянии» [111] и «О критериях прочности древесины при плоском напряженном состоянии» [114]. Отличительными особенностями этих работ стало введение в рассмотрение основанной на экспериментальных данных гипотезы о наличии трех независимых механизмов разрушения анизотропных материалов (от отрыва, смятия, сдвига)¹, а также обоснование и использование математического выражения зависимости предела прочности материала от угла наклона к волокнам при одноосном растяжении, обобщающее имевшиеся в то время экспериментальные данные. В результате анализа экстремальных значений функций автором получены аналитические выражения для критериев прочности материалов в случае плоского напряженного состояния для трех названных механизмов разрушения.

В дальнейших исследованиях Г.А. Гениева и его учеников развивалось это направление теории прочности, связанное с исследованиями прочности анизотропных материалов. Так, в [117], рассмотрена задача о плоской деформации анизотропной идеально пластической среды, в [135], решена задача статики и кинематики анизотропной пластической среды при сопротивлении отрыву, в [136; 137] приведены решения динамических задач для анизотропной сжимаемой пластической среды при сопротивлении ее сдвигу и отрыву. Особая ценность рассматриваемых моделей видится в том, что эти модели могут быть легко экстраполированы для описания поведения различных конструкционных материалов, в частности таких широко распространенных строительных материалов, как древесина, каменная кладка, различного рода пластики, армированные высокопрочными волокнами. Примером служит то, что Г.А. Гениевым совместно с его учениками разработана техническая теория нелинейного деформирования каменной кладки при плоском напряженном состоянии [138], а также критерии прочности каменной кладки как ортотропного материала при плоском напряженном состоянии (1985 г.).

¹ Ранее, еще в 1950-х гг., эта идея для изотропных материалов была использована в схеме критерия Давиденко – Фридмана.

В целях практического использования разработанной теории большое внимание Георгием Александровичем уделялось ее экспериментальному обоснованию. Этому посвящен ряд его работ, в числе которых «О критериях прочности древесины и их экспериментальном обосновании» [139], «Критерии прочности анизотропных материалов, учитывающие различные механизмы разрушения» [140]. В этих публикациях приведено сопоставление теоретических данных и результатов, полученных экспериментальным путем при испытании образцов древесины и каменной кладки при плоском напряженном состоянии и различных комбинациях растягивающих и сжимающих напряжений. Показано вполне удовлетворительное согласование теории и экспериментальных данных. Теоретические зависимости, построенные для плоского напряженного состояния, в дальнейшем были обобщены автором и на случай объемного напряженного состояния. Кроме того, для практической реализации критериев прочности различных материалов Г.А. Гениевым построен линеаризованный вариант этих критериев как для идеально пластического материала, так и для материала, обладающего внутренним трением.

Важной особенностью научных публикаций Георгия Александровича было чрезвычайно ясное изложению материала о результатах того или иного исследования. Приводимые им решение задач почти всегда сопровождалось подробными и понятными широкому кругу специалистов числовыми примерами. Сложные задачи он старался решить физической и геометрической интерпретацией полученных результатов. Из уравнений, определяющих то или иное новое решение Г.А. Гениева, следовало, что в случае предельного перехода они превращались в известные теоретические зависимости как частный случай.

Например, условие сопротивления материала, обладающего внутренним трением, сдвигу при трехосном напряженном состоянии, геометрически Георгий Александрович интерпретировал в виде шестигранной пирамиды, равно наклоненной к осям координат. При переходе же к идеально пластическому материалу, то есть когда коэффициент внутреннего трения равен нулю, пирамида превращается в призму, также равно наклоненную к осям координат. Упрощая дальше, при переходе от анизотропного материала к изотропному призма превращается в цилиндр, что полностью соответствует критерию прочности Мизеса.

Обобщающей публикацией по исследованию критериев прочности анизотропных материалов при статическом воздействии нагрузки в детерминированной постановке стала книга, написанная Г.А. Гениевым и его учениками А.С. Курбатовым и Ф.А. Самедовым, «Вопросы прочности и пластичности анизотропных материалов» [141].

Дальнейшие исследования прочности и пластичности анизотропных материалов получили развитие в работах «Вероятностные аспекты теории прочности анизотропных материалов» [142], «О критериях длительной прочности анизотропных материалов» [143], «Несущая способность анизотропных оснований сооружений с переменным сцеплением и внутренним трением» [144], «О влиянии продолжительности действия нагрузки на прочность материалов» [145] и др. Методология, принятая автором в этих работах, позволила расширить исследовательские горизонты рассматриваемой теории, включая постановки и решения рассматриваемых задач для различных состояний материалов и конструкций.

В представленном анализе научных работ Г.А. Гениева мы акцентировали и уделили внимание только одному из направлений многогранных научных исследований Г.А. Гениева – разработке теории прочности анизотропных материалов. В то же время, знакомясь с его научными исследованиями, трудно найти какую-либо область механики сплошной среды, находящуюся вне научных интересов Георгия Александровича. Его работы отличаются содержательным и цельным характером, начиная от принимаемых в исследовании гипотез и заканчивая полученным результатом. В качестве примера можно привести следующее. Когда в процессе решения задачи получались зависимости, имеющие несимметричную форму или не инвариантные к преобразованиям координат, то к полученным выражениям автор относился с особой тщательностью. Он многократно проверял и перепроверял их путем решения ряда числовых примеров. Тем, кому посчастливилось проводить с ним исследования и готовить совместные публикации, чувствовали за собой также большую ответственность, когда представляли Георгию Александровичу полученные результаты. Очень не хотелось, чтобы были обнаружены какие-то ошибки, хотя свои замечания Георгий Александрович всегда высказывал настолько деликатно, что нельзя было понять замечание это или пожелание. Работы Г.А. Гениева можно сравнить с творениями талантливого зодчего, который глубоко чувствует характер застройки старого города и все свои творения органично вписывает в него.

Георгий Александрович тонко чувствовал возможные новые направления в исследуемых им областях научных знаний. В 1992 г. он опубликовал статью «Об оценке динамических эффектов в стержневых системах из хрупких материалов» [146], которая, как оказалось, стала основой целого направления исследований в строительной механике и теории сооружений – живучесть зданий и сооружений и их за-

щита от прогрессирующего обрушения. Здесь исследовалось поведение статически неопределимых конструкций при внезапном выходе из строя одного (или нескольких) наиболее напряженных элементов. При этом, что характерно, достаточно строгий расчет проводится без привлечения сложных зависимостей динамики сооружений.

В том же году статьей «Зависимость прочности бетона от времени» [147] Г.А. Гениевым начат новый цикл работ по теоретическим исследованиям длительной и динамической прочности упругопластических тел, который сегодня продолжается в трудах его многочисленных учеников. Отметим некоторые наиболее значительные работы этого направления: «Практический метод расчета длительной прочности бетона» [148], «Вопросы длительной [149] и динамической [150] прочности анизотропных материалов» [143], «Расчет пространственных конструкций на статические и динамические запроектные воздействия» [151], «К оценке резерва несущей способности железобетонных статически неопределимых стержневых систем после запроектных воздействий» [152], «Вопросы длительной и динамической прочности анизотропных конструкционных материалов» [153], «Расчет физически и конструктивно нелинейных пластинчато-стержневых пространственных конструкций в запредельных состояниях» [50]; «Вопросы длительной прочности сборных железобетонных оболочек» [154].

Уместно обратить внимание еще на два цикла оригинальных работ, стоящих, на первый взгляд, отдельно в ряду работ Г.А. Гениева и проходящих под общим направлением теории сыпучих и сплошных сред.

Первый цикл – теория теплопроводности – открывается статьями «Вариант волновой теории теплопроводности твердых тел» [113; 155]. Затем был опубликован целый ряд работ этого цикла, среди которых «Об основных физических зависимостях нестационарной термодинамики» [116], «О некоторых зависимостях между теплофизическими характеристиками тел, анизотропных по своим теплофизическим свойствам» [156], «Некоторые вопросы теории теплопроводности термически анизотропных материалов» [157], «О вариационном принципе и определяющем функционале в теории теплопроводности твердых тел» [158], «О некоторых зависимостях между теплофизическими характеристиками анизотропных тел» [159], «Тепловой баланс в волновой теории теплопроводности термически анизотропных тел» [160]. Две последние работы, написанные Георгием Александровичем, опубликованы посмертно.

Второй цикл исследований – вопросы оптимизации различных технологических процессов и конструкций. Сюда можно отнести такие работы, как «Вопросы оптимизации структуры неконтактных людских потоков» [161], «О применении прямых методов математического анализа в задачах оптимизации характеристик надежности комбинированных строительных конструкций» [162], «Вопросы оптимизации расхода материалов в многоэлементных системах с позиций минимальной вероятности их отказа» [163], «О применении прямого метода вероятностного анализа к задачам оптимизации многопролетных балок с позиций минимальной вероятности их отказа» [52] (соавторы В.И. Колчунов, А.Н. Дегтярь).

Отдельно следует отметить ряд исследований, посвященных прикладным задачам строительной механики. Сюда можно отнести работы, выполненные в 2002–2004 гг. и опубликованные в виде серии статей о циклической прочности бетона, стали и дерева при различных диапазонах и скоростях нагружения, статьи о несущей способности стальных, железобетонных и деревянных конструкций при повторных нагружениях, в том числе тина сейсмических, а также статьи об устойчивости стальных и железобетонных элементов при циклических нагружениях. Данные работы выполнены в соавторстве с Г.В. Мамаевой и К.П. Пятикрестовским [164–171]. При этом использованы экспериментальные результаты, полученные Г.В. Мамаевой (Беченовой) и другими авторами.

Значительные исследования проведены Г.А. Гениевым в 2003–2005 гг. с коллективом соавторов (В.И. Колчуновым, Н.В. Ключевой (Федоровой) и К.П. Пятикрестовским) по разработке критерия прочности льда для сложного напряженного состояния, а также исследованиям прочности ледовых массивов при плоской деформации и плоском напряженном состоянии, исследованиям ползучести льда [159; 160; 172–174]. Результаты этих исследований представляют сегодня большой интерес в связи с реализацией научных программ и проектов по проблеме изучения и освоения Российской Арктики.

Многие аспиранты Г.А. Гениева впоследствии, при его активной поддержке – консультациях и неофициальном руководстве, стали докторами наук (рис. 2). Однако он никогда не упоминал об этом. В частности, в сотрудничестве с М.М. Алиевым Гениевым подготовлены две работы – «Несущая способность анизотропных оснований сооружений с переменным сцеплением и внутренним трением» [144] и «Расчет несущей способности анизотропных оснований сооружений» [175].



a



b

Рис. 2. Встречи с Г.А. Гениевым во время общего собрания РААСН:

a – Казань, 2003 г. (слева направо: Г.А. Гениев, Б.С. Соколов, В.И. Колчунов, Н.В. Федорова);

b – Нижний Новгород, 2002 г. (слева направо: В.И. Колчунов, Н.И. Карпенко, Г.А. Гениев)

Figure 2. Meetings with G.A. Geniev during the general meeting of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences:

a – Kazan, 2003 (from left to right: G.A. Geniev, B.S. Sokolov, V.I. Kolchunov, N.V. Fedorova);

b – Nizhny Novgorod, 2002 (from left to right: V.I. Kolchunov, N.I. Karpenko, G.A. Geniev)

В последние годы под влиянием своей активной деятельности в РААСН и при поддержке многочисленных единомышленников в доброжелательном коллективе кафедры строительных конструкций Орловского государственного технического университета (ныне Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева) Г.А. Гениев выполнил много прикладных и теоретических работ с сотрудниками и аспирантами этого вуза – В.И. Колчуновым, Н.В. Федоровой, Е.Д. Воробьевым, А.Н. Дегтярем, А.И. Никулиным, Н.Е. Степашовым, Е.В. Осовских и др. Среди этих работ «Некоторые вопросы теории фильтрации анизотропных сред ортогональными главными осями проницаемости» [176] совместно с В.И. Колчуновым, «К оценке резерва несущей способности железобетонных статически неопределимых стержневых систем после запроектных воздействий» [152] совместно с Н.В. Ключевой (Федоровой) и ряд других работ с ее участием [50; 53; 55; 152; 177–179], вплоть до и после защиты ею кандидатской диссертации под руководством Г.А. Гениева, а затем и при работе над докторской по теме «Основы теории живучести железобетонных конструктивных систем при запроектных воздействиях», определившейся при консультативной поддержке Георгия Александровича. Ряд прикладных исследований выполнен Г.А. Гениевым в составе коллектива авторов под руководством В.И. Колчунова по разработке и развитию методов расчета крупноразмерных железобетонных труб многоцелевого назначения [166; 180–186].

Талант Георгия Александровича был многогранен. Являясь блестящим ученым, учеником А.Р. Ржаницина, он писал стихи, прекрасно их декламировал. Многие, кто встречался с ним в первый раз, были поражены его артистическим мастерством. Например, прочтение им поэмы Сергея Есенина «Черный человек» запомнилось всем, кому довелось хоть раз услышать его. При этом в повседневной жизни он всегда оставался деликатнейшим и скромнейшим человеком. Он никогда не уклонялся от участия в общественных работах, свойственных советскому образу жизни, когда научных работников нередко привлекали к уборке урожая на колхозных полях, погрузке, разгрузке вагонов и переборке овощей и фруктов на овощной базе, на очистку прилегающей к институту территории от мусора или снега и льда.

Он внимательно относился к своим коллегам в институте ЦНИИСК имени В.А. Кучеренко, помнил даты рождения многих сотрудников, особенно своих сверстников или подчиненных, всегда поддерживал продвижение своих сотрудников по службе, при этом «оставаясь в тени» сам. Он находил теплые слова поздравления и нередко делал это в стихотворной форме. Никогда ни о чем не просил руководство института для себя, хотя очень ценил признание, особенно в научной сфере. Ему присвоили почетное звание заслуженного деятеля науки РФ лишь незадолго до смерти, а ведь он был достоин этого звания по крайней мере лет тридцать назад. Георгий Александрович дорожил избранием в члены-корреспонденты Российской академии архитектуры и строительных наук, хотя по мнению многих ее членов, несомненно, был достоин стать ее действительным членом. Он был искренне благодарен дирекции института за

предоставление ему личного кабинета, где он мог спокойно работать и излагать на бумаге те научные мысли, которые не оставляли его и в нерабочее время. Нельзя не отметить, что вся его научная жизнь, начиная с поступления в аспирантуру в 1948 г. и до самых последних дней жизни, была связана с единственной организацией – ЦНИИСК имени В.А. Кучеренко, где он проработал 56 полных лет. Надо также сказать, что в последние годы своей жизни, несмотря ни на что, несмотря на фактический упадок научной деятельности в стране, он ежегодно публиковывал по 8–10 научных статей, причем каждая из них содержала принципиально новые результаты.

Научно-творческое наследие Г.А. Гениева, полученные им результаты теоретических и экспериментальных исследований нашли и находят все более широкое применение при проектировании и расчете ответственных гражданских и промышленных зданий и сооружений, а также сооружений специального назначения. Он участвовал в проведении проверочных расчетов основания и фундамента Останкинской телевизионной башни в Москве, в оценке прочности покрытия Большой спортивной арены в Лужниках, работал в составе комиссии РААСН по научному сопровождению работ по восстановлению храма Христа Спасителя и ряде других уникальных зданий и сооружений.

Обладая огромным научным авторитетом в области механики различных материалов и конструкций, он никогда не навязывал коллеге, собеседнику своего мнения при обсуждении того или иного научного вопроса. В работе со своими учениками и аспирантами он выбирал стиль сотрудничества. Он деликатно высказывал свое мнение, всегда выслушивал мнение собеседника, если не соглашался, то аргументированно возражал. Такой стиль работы ко многому обязывал. Каждый, кто работал с Георгием Александровичем, старался проявить свои лучшие качества и знания. Такой стиль сотрудничества с коллегами, учениками и аспирантами, безусловно, способствовал достижению научных результатов. Он создал неформальную, известную в стране и за рубежом научную школу. Его ученики – кандидаты и доктора наук – работают во многих регионах страны и в странах зарубежья. Работая в тех областях, где работал Георгий Александрович, или в других, смежных областях, они гордятся, что являются учениками Г.А. Гениева, продолжают его дело и во всех отношениях стараются быть достойными своего учителя.

Заключение

Приведенный анализ наиболее значимых публикаций Г.А. Гениева показывает, что полученные в них результаты чрезвычайно актуальны и сегодня для развития современных теоретических и прикладных исследований в рассмотренных научных направлениях. Безопасность строительных конструкций, зданий и сооружений не может быть обеспечена без учета связи вновь создаваемых расчетных моделей и развития методов расчета, в особенности численных и численно-аналитических, с фундаментальными основами механики твердого деформируемого тела, динамики сооружений, теории упругости, прочности и пластичности материалов и другими базовыми положениями деформирования и разрушения материалов, конструкций и конструктивных систем, в том числе и с использованием оригинальных аналитических решений, полученных в научных трудах Георгия Александровича Гениева и его научной школы.

Список литературы

1. *Гениев Г.А.* Внецентренное сжатие стержней из упругопластического материала, не работающего на растяжение // Вопросы безопасности и прочности строительных конструкций. М.: Госстройиздат, 1952. С. 18–51.
2. *Гениев Г.А.* Исследование несущей способности внецентренно сжатых гибких железобетонных и армокаменных колонн // Исследования по строительной механике. М.: Госстройиздат, 1954.
3. *Гениев Г.А.* Расчет связей составных металлических сжато-изогнутых стержней // Вопросы безопасности и прочности строительных конструкций. М.: Госстройиздат, 1952.
4. *Гениев Г.А.* К вопросу исследования устойчивости плоских упругоопертых шарнирных цепей // Исследования по строительной механике. М.: Госстройиздат, 1954.
5. *Гениев Г.А.* Исследование несущей способности внецентренно сжатых железобетонных колонн с жесткой арматурой // Исследования по строительной механике. М.: Госстройиздат, 1954.
6. *Гениев Г.А.* Некоторые вопросы теории движения сыпучей среды // Тезисы докладов на совещании по теории упругости. М. – Л.: Изд-во Академии наук СССР, 1954.
7. *Гениев Г.А.* Теория установившегося движения сыпучей среды // Исследование прочности, пластичности. М.: Госстройиздат, 1955. 289 с.
8. *Гениев Г.А.* Некоторые вопросы распространения волн сжатия в грунтах // Исследования по вопросам теории пластичности и прочности. М.: Госстройиздат, 1958.

9. *Гениев Г.А.* Вопросы динамики сыпучей среды // Илин. 1958. № 2. С. 122.
10. *Гениев Г.А.* О движении вязкосыпучей среды // Вопросы теории пластичности и прочности строительных конструкций. М.: Госстройиздат, 1961.
11. *Гениев Г.А.* К вопросу о методах решения динамических задач теории пластичности // Исследования по строительной механике. М.: Госстройиздат, 1962.
12. *Гениев Г.А.* К вопросу об условиях пластичности // Исследования по вопросам строительной механики и теории пластичности. М.: Госстройиздат, 1956.
13. *Гениев Г.А.* Некоторые вопросы динамики вязкопластических сред // Исследования по вопросам теории пластичности и прочности. М.: Госстройиздат, 1958.
14. *Гениев Г.А.* Некоторые вопросы динамики сжимаемых пластических сред в условиях двумерных движений: доклад на I Всесоюзном съезде по механике. М.: Изд-во Академии наук СССР, 1960.
15. *Гениев Г.А.* Некоторые вопросы распространения двумерных волн в сжимаемых пластических средах // Вопросы теории пластичности и прочности строительных конструкций. М.: Госстройиздат, 1961.
16. *Гениев Г.А.* К вопросу об условии пластичности железобетона // Расчет тонкостенных пространственных конструкций. М.: Стройиздат, 1964.
17. *Гениев Г.А., Тюпин Г.А.* Некоторые вопросы теории упругости и пластичности железобетона при наличии трещин // Новые методы расчета строительных конструкций. М.: Стройиздат, 1968.
18. *Гениев Г.А.* Вариант деформационной теории пластичности бетона // Бетон и железобетон. 1969. № 2. С. 18.
19. *Гениев Г.А.* Об одном варианте деформационной теории пластичности бетона // Строительные конструкции. Расчет сооружений / ЦНИИСК имени Кучеренко. М., 1969. Вып. 1.
20. *Гениев Г.А.* К вопросу о деформационной теории пластичности сыпучей среды // Строительная механика и расчет сооружений. 1971. № 4. С. 8.
21. *Гениев Г.А., Должиков И.Л.* Вопросы ползучести жестко упругопластической среды // Новые методы расчета строительных конструкций. М.: Издательство литературы по строительству, 1971.
22. *Гениев Г.А., Аликов Ю.А.* Плоская задача для деформационной теории пластичности железобетона // Исследования по строительным конструкциям / ЦНИИСК имени Кучеренко. М., 1971. Вып. 19.
23. *Гениев Г.А., Лейтес В.С.* Интегралы уравнений линий скольжения плоской деформации идеально пластической среды // Строительная механика и расчет сооружений. 1972. № 1.
24. *Гениев Г.А., Лейтес В.С.* О системе разрешающих дифференциальных уравнений в пространственной задаче несжимаемой идеально пластической среды // Теория и методы расчета сооружений / ЦНИИСК имени Кучеренко. М., 1972. Вып. 23.
25. *Гениев Г.А.* Об учете фактора времени в рамках деформационной теории пластичности бетона // Теория и методы расчета сооружений / ЦНИИСК имени Кучеренко. М., 1972. Вып. 23.
26. *Гениев Г.А.* Об уравнениях пространственной задачи теории течения при условии пластичности общего вида // Тезисы докладов на VI Всесоюзной конференции по прочности и пластичности. М., 1975.
27. *Гениев Г.А., Лейтес В.С.* Некоторые вопросы статики идеально пластической среды // Исследования по теории сооружений. М., 1975. Вып. 21.
28. *Гениев Г.А., Лейтес В.С.* Напряженно-деформированное состояние идеально пластичной пластинки с круговым отверстием // Теоретические исследования в области строительной механики пространственных систем / ЦНИИСК имени Кучеренко. М.: Стройиздат, 1976.
29. *Гениев Г.А.* О некоторых соотношениях между инвариантами в теории течения при условии пластичности общего вида // Строительная механика и расчет сооружений. 1978. № 2. С. 43–44.
30. *Гениев Г.А., Калашиников С.Ю.* О построении инкрементальных условий пластичности. М., 1984. Деп. в ВНИИИС 16.02.1984, № 4817.
31. *Гениев Г.А., Вульфсон С.З.* Осесимметричная задача для вязкопластической среды // Исследования по теории и методам расчета строительных конструкций / ЦНИИСК имени Кучеренко. М., 1984.
32. *Гениев Г.А., Калашиников С.Ю.* Влияние градиентов напряжений, геометрии и масштабов сечений на переход изгибаемых элементов в пластическое состояние // Исследования по строительной механике / ЦНИИСК имени Кучеренко. М., 1985. С. 5–12.
33. *Гениев Г.А., Самедов Ф.А.* Осесимметричная деформация трансверсально-изотропной идеально пластической среды // Исследования по строительной механике и надежности конструкций: сборник научных трудов / ЦНИИСК имени Кучеренко. М., 1986.
34. *Гениев Г.А.* Теория трехмерных отрывных течений ортотропной идеально пластической среды // Строительная механика и расчет сооружений. 1991. № 1. С. 3–8.
35. *Гениев Г.А.* Квазистатическая задача плоских установившихся течений анизотропной вязкопластической среды // Строительная механика и расчет сооружений. 1992. № 4. С. 3–9.

36. *Гениев Г.А.* К вопросу об условиях прочности бетона // Исследования по вопросам теории пластичности и прочности. М.: Госстройиздат, 1958.
37. *Гениев Г.А., Киссюк В.Н.* К обоснованию условия прочности бетонов // Бетон и железобетон. 1962. № 12. С. 553.
38. *Гениев Г.А., Киссюк В.Н.* К вопросу обобщения теории прочности бетона // Бетон и железобетон. 1965. № 2. С. 16–29.
39. *Гениев Г.А., Аликова Н.М.* Вариант условия прочности бетона // Теоретические исследования в области строительных систем / ЦНИИСК имени Кучеренко. М.: Стройиздат, 1976.
40. *Гениев Г.А., Ерхов М.И.* Теория прочности строительных материалов и сооружений // Обзор состояния и применения в строительстве методов строительной механики / ЦНИИСК имени Кучеренко. М., 1976.
41. *Гениев Г.А., Карпенко Н.И., Лукаша Л.К., Яшин А.В.* Состояние и перспективы применения теорий прочности бетона и железобетона в практических расчетах плоскостных и массивных конструкций, в том числе с учетом образования и развития трещин // Тезисы доклада на IX Всесоюзной конференции по бетону и железобетону. М.: Стройиздат, 1983.
42. *Гениев Г.А.* Метод определения динамических пределов прочности бетона // Бетон и железобетон. 1997. № 4.
43. *Гениев Г.А., Курбатов А.С.* Построение критериев прочности анизотропных материалов с учетом различных механизмов разрушения // Прочность материалов при сложном напряженном состоянии: тезисы докладов III Всесоюзного симпозиума. Киев: ОНТИ ИПП АН УССР, 1989.
44. *Гениев Г.А.* Вариант теории трехмерных отрывных течений изотропной идеально пластической среды // Строительная механика и расчет сооружений. 1989. № 6. С. 16–19.
45. *Гениев Г.А., Курбатов А.С.* О предельном сопротивлении анизотропных материалов сдвигу при трехосном напряженном состоянии // Строительная механика и расчет сооружений. 1991. № 3. С. 3–7.
46. *Гениев Г.А., Пятикрестовский К.П.* Метод определения динамической прочности упругопластических тел // Промышленность стройматериалов и стройиндустрия, энерго- и ресурсосбережение в условиях рыночных отношений. Белгород, 1997. Ч. 6–7.
47. *Гениев Г.А.* Теория сооружений. Прочность, пластичность и устойчивость стержневых систем // Строительство. 1997.
48. *Гениев Г.А.* Практический метод расчета длительной прочности хрупких и пластичных материалов при статических воздействиях // Строительство. 1998. № 3.
49. *Гениев Г.А.* О динамических эффектах в стержневых системах из физически нелинейных хрупких материалов // Промышленное и гражданское строительство. 1999. № 9. С. 23–24.
50. *Гениев Г.А., Клюева Н.В.* Расчет физически и конструктивно нелинейных пластинчато-стержневых пространственных конструкций в запредельных состояниях // Компьютерное моделирование и проектирование пространственных конструкций. М., 2001.
51. *Гениев Г.А., Колчунов В.И., Дегтярь А.Н.* О применении прямого метода вероятностного анализа к задачам оптимизации характеристик надежности железобетонных многопролетных балок при мгновенном отказе отдельных конструктивных элементов // Сборник научных трудов Центрального регионального отделения РАССН. М., 2002. Вып. 1. С. 3–8.
52. *Гениев Г.А., Колчунов В.И., Дегтярь А.Н.* Вопросы оптимизации характеристик надежности железобетонных многопролетных балок с позиции минимальности их отказа // Новые энергосберегающие архитектурно-конструктивные решения жилых и гражданских зданий. Орел, 2003. С. 163–166.
53. *Гениев Г.А., Клюева Н.В., Колчунов В.И.* Расчет динамических воздействий в составных сталежелезобетонных пространственных покрытиях при их локальном разрушении // Ресурсо- и энергосбережения как мотивация творчества в архитектурно-строительном процессе. М. – Казань, 2003. С. 459–461.
54. *Гениев Г.А., Колчунов В.И., Воробьев Е.Д.* Силовое сопротивление режимному нагружению изгибаемого железобетонного элемента // Вестник Отделения строительных наук. М., 2004. Вып. 8. С. 143–146.
55. *Гениев Г.А., Колчунов В.И., Клюева Н.В., Никулин А.И., Пятикрестовский К.П.* Прочность и деформативность железобетонных конструкций при запроектных воздействиях. М.: Изд-во АСВ, 2004. 216 с.
56. *Гениев Г.А.* К вопросу о взаимодействии плоских волн в грунтах с гибкими покрытиями подземных сооружений // Вопросы теории пластичности и прочности строительных конструкций. М.: Госстройиздат, 1961.
57. *Гениев Г.А.* О влиянии податливости оснований на их динамические характеристики // Исследования по расчету оболочек, стержней и массивных конструкций. М.: Госстройиздат, 1963.
58. *Гениев Г.А.* Об одном варианте теории сыпучей среды // Строительная механика и расчет сооружений. 1965. № 6. С. 23.
59. *Гениев Г.А.* К вопросу о постановке смешанной задачи теории упругости и статики сыпучей среды // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1966. № 5. С. 5–7.
60. *Гениев Г.А.* Вопросы движения вязко-сыпучей среды // Строительная механика. М.: Стройиздат, 1966.
61. *Гениев Г.А.* К вопросу обобщения условия предельного равновесия сыпучей среды // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1968. № 2. С. 1–2.

62. *Гениев Г.А.* Полярно-симметричная смешанная задача теории упругости и предельного равновесия сыпучей среды // Новые методы расчета строительных конструкций. М.: Стройиздат, 1968.
63. *Гениев Г.А., Должиков И.Л.* К определению границ жестких, упругих и пластических областей в сыпучей среде // Строительная механика и расчет сооружений. 1968. № 5.
64. *Гениев Г.А., Балхавдаров Х.А.* Осесимметричная задача динамики для связной сжимаемой сыпучей среды // Научные исследования и технический прогресс на горных предприятиях. Л.: Наука, 1972.
65. *Гениев Г.А., Балхавдаров Х.А.* Об одном варианте характеристик уравнений состояния сыпучей среды в осесимметричной квазидинамической задаче // Разработка рудных месторождений. Апатиты: Изд-во Кольского филиала АН СССР, 1973.
66. *Гениев Г.А.* Практический метод определения перемещений земной поверхности, вызванных подземными выработками // Строительная механика и расчет сооружений. 1977. № 3. С. 15.
67. *Гениев Г.А.* Вариант условия прочности для связных грунтов и горных пород // Исследования напряженного и деформированного состояния строительных конструкций / ЦНИИСК имени Кучеренко. М.: Стройиздат, 1977.
68. *Гениев Г.А.* Пространственная задача о напряженно-деформированном состоянии грунтовых массивов // Строительная механика и расчет сооружений. 1978. № 6. С. 6–11.
69. *Гениев Г.А., Лейтес В.С.* Предельное состояние идеально сыпучего клина в условиях плоской деформации // Исследования по теории и методах расчета строительных конструкций / ЦНИИСК имени Кучеренко. М.: Стройиздат, 1982.
70. *Гениев Г.А., Блюмкин В.Я.* Осесимметричная задача о деформированном состоянии грунтовых массивов при подземных выработках. М., 1986. Деп. в ВНИИИС.
71. *Гениев Г.А.* Плоская деформация анизотропной сыпучей среды // Строительная механика и расчет сооружений. 1986. № 5. С. 33–35.
72. *Гениев Г.А.* Об основных уравнениях статики и кинематики анизотропной сыпучей среды // Исследования по прочности и надежности строительных конструкций: сборник научных трудов ЦНИИСК имени В.А. Кучеренко. М., 1988. С. 4–13.
73. *Гениев Г.А., Кердиковили В.К.* Определение давления грунтовой засыпки на трубы, уложенные в траншеи с вертикальными стенками. М., 1988. Деп. в ВНИИИС, № 9812.
74. *Гениев Г.А.* Аналитическое описание процессов виброуплотнения бетонных смесей, моделируемых вязкоупругой средой // Известия высших учебных заведений. Строительство. 1999. № 6. С. 28–32.
75. *Гениев Г.А.* Оценка влияния характеристик упругости и вязкости грунта на интенсивность поверхностного проявления сдвигового сейсмического воздействия // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1999. № 6. С. 8–11.
76. *Гениев Г.А.* Экспериментальная оценка реологических характеристик грунтов с акселерационной вязкостью для задач сейсмологии // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2000. № 1. С. 36–38.
77. *Гениев Г.А., Мамаева Г.В.* Распространение сейсмического движения в двухслойных грунтовых средах с различными физическими свойствами // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2000. № 6. С. 21–23.
78. *Гениев Г.А.* О влиянии разрыхления грунта на смещение поверхности над подземными незакрепленными выработками // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2000. № 6. С. 2–5.
79. *Гениев Г.А., Чаусов Н.С.* Некоторые вопросы нелинейной теории устойчивости пологих металлических оболочек. М.: Госстройиздат, 1954.
80. *Гениев Г.А., Чаусов Н.С.* Экспериментальное исследование устойчивости пологих металлических оболочек // Исследования по вопросам строительной механики и теории пластичности. М.: Госстройиздат, 1956.
81. *Гениев Г.А.* О формах потери устойчивости «муфта» и «спазм» гибких цилиндрических оболочек при внутреннем потоке жидкости или газа // Аннотации докладов на VI Всесоюзном съезде по теоретической и прикладной механике. Ташкент: Фан, 1986.
82. *Гениев Г.А., Зубков А.Н.* Радиальные колебания цилиндрических оболочек при движении в них потока идеальной жидкости // Строительная механика и расчет сооружений. 1987. № 3. С. 40–43.
83. *Гениев Г.А.* Давление внутреннего потока вязкой жидкости на круговую оболочку со слабо меняющимся радиусом сечения // Строительная механика и расчет сооружений. 1988. № 4. С. 18–21.
84. *Гениев Г.А.* Устойчивость форм равновесия замкнутых цилиндрических оболочек при винтовом движении в них потока идеальной жидкости // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2000. № 6. С. 25–30.
85. *Гениев Г.А.* Некоторые задачи расчета пневмоконструкций из мягких материалов // Исследования по строительной механике. М.: Госстройиздат, 1962.
86. *Гениев Г.А.* Вопросы теории пневматических оболочек // Труды IV Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластичности. Ереван: Изд-во АН Ар. ССР, 1964.
87. *Гениев Г.А.* Об одном необходимом условии в теории безмоментных пневмооболочек // Строительная механика и расчет сооружений. 1965. № 3.
88. *Гениев Г.А.* Задача о действии давления в цилиндрической полости бетонного массива или в толстостенной трубе // Исследования по расчету оболочек, стержней и массивных конструкций. М.: Госстройиздат, 1963.

89. *Гениев Г.А., Киссюк В.Н.* К обоснованию условия прочности материалов, обладающих различным сопротивлением растяжению – сжатию // Исследования по расчету оболочек, стержней и массивных конструкций. М.: Госстройиздат, 1963
90. *Гениев Г.А.* Прочность и деформативность конструкций с применением пластмасс. М.: Издательство литературы по строительству, 1966.
91. *Гениев Г.А.* Вопросы прочности и деформативности грунтовых сред // Исследование прочности конструкций из неупругих материалов. М., 1969. Вып. 4.
92. *Гениев Г.А., Киссюк В.Н.* Вопросы прочности массивных конструкций из бетона и каменных материалов // Исследование прочности конструкций из неупругих материалов. М., 1969. Вып. 4.
93. *Гениев Г.А.* Динамическая задача теории малых упругопластических деформаций // Строительная механика и расчет сооружений. 1970. № 6.
94. *Гениев Г.А.* Об уравнениях линий скольжения плоской деформации идеально пластической среды // Строительные конструкции. Расчет сооружений. М., 1970. Вып. 8.
95. *Гениев Г.А., Тюпин Г.А.* Некоторые вопросы теории пластичности железобетона // Строительные конструкции. Расчет сооружений. М., 1970. Вып. 8.
96. *Гениев Г.А.* О закономерностях распространения волн деформаций в бетоне // Теория и расчет сооружений / ЦНИИСК имени Кучеренко. М., 1970. Вып. 13. С. 12–18.
97. *Гениев Г.А.* Обобщенная плоская задача для деформационной теории пластичности бетона // Строительные конструкции. Расчет сооружений. М., 1970. Вып. 13.
98. *Гениев Г.А., Аксентян Г.А.* О построении фронта двумерных волн в предварительно напряженной упругопластической среде // Строительные конструкции. Расчет сооружений. М., 1970. Вып. 13.
99. *Гениев Г.А., Эстри М.И.* Динамика пластической и сыпучей сред. М.: Стройиздат, 1972. 216 с.
100. *Гениев Г.А.* Пространственная задача теории предельного напряженного состояния бетона // Вопросы расчета строительных конструкций / ЦНИИСК имени Кучеренко. М., 1972. Вып. 22.
101. *Гениев Г.А., Лейтес В.С.* Некоторые вопросы осесимметричной деформации идеально пластической среды // Строительная механика и расчет сооружений. 1973. № 1.
102. *Гениев Г.А., Лейтес В.С.* Решение уравнений линий скольжения плоской деформации идеально сыпучей среды // Строительная механика и расчет сооружений. 1973. № 5.
103. *Гениев Г.А.* Вопросы динамики физически нелинейных сплошных сред // Теория и методы расчета строительных конструкций / ЦНИИСК имени Кучеренко. М.: Стройиздат, 1974. Вып. 35.
104. *Гениев Г.А.* О линейном представлении условия прочности бетона // Теория и методы расчета строительных конструкций / ЦНИИСК имени Кучеренко. М.: Стройиздат, 1974.
105. *Гениев Г.А., Киссюк В.И., Тюпин Г.А.* Теория пластичности бетона и железобетона. М.: Стройиздат, 1974. 316 с.
106. *Гениев Г.А.* Оценка несущей способности систем из хрупких материалов на основе теории затвердевающих сред // Расчет строительных конструкций / ЦНИИСК имени Кучеренко. М.: Стройиздат, 1974. Вып. 36.
107. *Гениев Г.А.* Пространственная задача теории пластического течения при условии пластичности общего вида // Исследования по теории сооружений. М.: Стройиздат, 1976. Вып. 22.
108. *Гениев Г.А.* Об уравнениях трехмерной задачи статики сыпучей среды вне концепции полной пластичности // Исследования по теории сооружений. М.: Стройиздат, 1977. Вып. 23.
109. *Гениев Г.А., Киссюк В.Н., Левин Н.И., Никонова Г.А.* Прочность легких и ячеистых бетонов при сложных напряженных состояниях. М.: Стройиздат, 1978.
110. *Гениев Г.А.* Теоретическое обоснование критерия прочности асбестоцемента // Экспериментальные и теоретические исследования легких конструкций из асбестоцемента и древесины. М.: Стройиздат, 1978.
111. *Гениев Г.А.* О критерии прочности каменной кладки при плоском напряженном состоянии // Строительная механика и расчет сооружений. 1979. № 2. С. 7–11.
112. *Гениев Г.А.* О принципе эквиградиентности и его применении к оптимизационным задачам устойчивости стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений. 1979. № 6. С. 8–13.
113. *Гениев Г.А.* Вариант волновой теории теплопроводности твердых тел // Исследования по теории сооружений. М.: Стройиздат, 1980. Вып. 24.
114. *Гениев Г.А.* О критериях прочности древесины при плоском напряженном состоянии // Строительная механика и расчет сооружений. 1981. № 3. С. 15–20.
115. *Гениев Г.А., Лейтес В.С.* Вопросы механики неупругих тел. М.: Стройиздат, 1981. 160 с.
116. *Гениев Г.А.* Об основных физических зависимостях нестационарной термодинамики // Исследования по строительной механике и методах расчета / ЦНИИСК имени Кучеренко. М., 1981.
117. *Гениев Г.А.* Плоская деформация анизотропной идеально пластической среды // Строительная механика и расчет сооружений. 1982. № 3. С. 14–18.
118. *Гениев Г.А.* О сравнительной оценке условий прочности реальных грунтов // Исследования по теории и методам расчета строительных конструкций / ЦНИИСК имени Кучеренко. М.: Стройиздат, 1982.

119. *Гениев Г.А.* Об уравнениях движения и некоторых задачах для совмещенной модели сплошной среды с переменной вязкостью // *Строительная механика и расчет сооружений.* 1983. № 5. С. 28–32.
120. *Гениев Г.А.* Уравнения установившихся движений анизотропной идеально пластической среды при плоской деформации // *Исследования по расчету строительных конструкций и надежности сооружений: сборник научных трудов / ЦНИИСК имени В.А. Кучеренко.* М., 1984.
121. *Гениев Г.А., Воронов А.Н.* О критериях прочности ортотропного материала типа каменной кладки при плоском напряженном состоянии // *Исследования и методы расчета строительных конструкций / ЦНИИСК имени Кучеренко.* М., 1985.
122. *Гениев Г.А.* Поперечная устойчивость замкнутых цилиндрических оболочек при движении в них потока идеального газа // *Строительная механика и расчет сооружений.* 1986. № 4. С. 36–39.
123. *Гениев Г.А.* Поперечная устойчивость замкнутых цилиндрических оболочек при движении в них потока идеальной жидкости // *Строительная механика и расчет сооружений.* 1986. № 1. С. 42–44.
124. *Гениев Г.А., Гоголадзе Р.В.* Установившееся ламинарное движение несжимаемой баровязкой среды по цилиндрическим и призматическим трубам // *Механика сплошных сред.* 1986. № 6. С. 132–139.
125. *Гениев Г.А.* Определяющие уравнения и функционалы в теории течения для расширенного класса неупругих сред // *Строительная механика и расчет сооружений.* 1987. № 1. С. 63–65.
126. *Гениев Г.А.* Физические зависимости и определяющие уравнения для бароупругой среды // *Строительная механика и расчет сооружений.* 1987. № 6. С. 20–22.
127. *Гениев Г.А., Калашиников С.Ю.* О построении уравнений плоской задачи инкрементальной теории упругости // *Исследования по строительной механике и надежности конструкций: сборник научных трудов / ЦНИИСК имени В.А. Кучеренко.* М., 1986. С. 4–13.
128. *Гениев Г.А., Блюмкин В.Я.* Деформированное состояние грунтовых массивов над подземными выработками в условиях осесимметричной и плоской задач // *Исследования по строительной механике и надежности конструкций: сборник научных трудов.* М., 1987. С. 4–12.
129. *Гениев Г.А., Калашиников С.Ю.* Об учете влияния неоднородности напряженного состояния на переход материала в пластическое состояние // *Строительная механика и расчет сооружений.* 1988. № 6. С. 12–15.
130. *Гениев Г.А., Зубков А.Н.* Влияние переменной присоединенной массы жидкости на радиальные колебания цилиндрических оболочек // *Исследования и методы расчета строительных конструкций и сооружений: сборник научных трудов ЦНИИСК имени В.А. Кучеренко.* М., 1988. С. 4–13.
131. *Гениев Г.А., Зубков А.Н.* Спектр резонансных частот гибких трубопроводов при взаимодействии их с жидкостью // *Исследования по прочности и надежности строительных конструкций: сборник научных трудов ЦНИИСК имени В.А. Кучеренко.* М., 1988. С. 65–72.
132. *Гениев Г.А., Зубков А.Н.* Вынужденные колебания замкнутых цилиндрических оболочек при движении в них пульсирующего потока идеальной жидкости // *Прочность и надежность сооружений / ЦНИИСК имени Кучеренко.* М., 1989.
133. *Гениев Г.А., Зубков А.Н.* Нелинейные радиальные колебания цилиндрических оболочек при внутреннем потоке идеального газа // *Динамика сооружений / ЦНИИСК имени Кучеренко.* М., 1990.
134. *Гениев Г.А., Зубков А.Н.* О некоторых вопросах гидроупругости гибких сосудов // *Строительная механика и расчет сооружений.* 1990. № 5. С. 47–52.
135. *Гениев Г.А.* Об уравнениях статики и кинематики анизотропной пластической среды при сопротивлении отрыву // *Строительная механика и расчет сооружений.* 1983. № 2. С. 14–18.
136. *Гениев Г.А.* Об уравнениях динамики анизотропной сжимаемой пластической среды при сопротивлении сдвигу // *Строительная механика и расчет сооружений.* 1984. № 3. С. 31–35.
137. *Гениев Г.А.* Об уравнениях динамики анизотропной сжимаемой пластической среды при сопротивлении отрыву // *Строительная механика и расчет сооружений.* 1985. № 5. С. 29–33.
138. *Гениев Г.А., Воронов А.Н.* Техническая теория нелинейного деформирования каменной кладки при плоском напряженном состоянии // *Исследования по теории и методам расчета строительных конструкций / ЦНИИСК имени Кучеренко.* М., 1984.
139. *Гениев Г.А., Езепов Г.Г.* О критериях прочности древесины и их экспериментальном обосновании. М., 1887. Вып. 2. Деп. в ВНИИИС.
140. *Гениев Г.А., Курбатов А.С.* Критерии прочности анизотропных материалов, учитывающие различные механизмы разрушения // *Проблемы прочности.* 1991. № 12.
141. *Гениев Г.А., Курбатов А.С., Самедов Ф.А.* Вопросы прочности и пластичности анизотропных материалов. М.: Интербук, 1992. 187 с.
142. *Гениев Г.А.* Вероятностные аспекты теории прочности анизотропных материалов // *Вестник Отделения строительных наук РААСН.* М., 1996. Вып. 1.
143. *Гениев Г.А.* О критериях длительной прочности анизотропных материалов // *Строительство.* 1997. № 9.
144. *Гениев Г.А., Алиев М.М., Миннахметов Р.Г.* Несущая способность анизотропных оснований сооружений с переменным сцеплением и внутренним трением // *Сборник трудов Альметьевского нефтяного института.* Альметьевск, 1999.

145. *Гениев Г.А., Курбатов А.С.* О влиянии продолжительности действия нагрузки на прочность материала // Бетон и железобетон. 1996. № 4. С. 19–22.
146. *Гениев Г.А.* Об оценке динамических эффектов в стержневых системах из хрупких материалов // Бетон и железобетон. 1992. № 9. С. 25–27.
147. *Гениев Г.А.* Зависимость прочности бетона от времени // Бетон и железобетон. 1993. № 1. С. 15–17.
148. *Гениев Г.А.* Практический метод расчета длительной прочности бетона // Бетон и железобетон. 1995. № 4. С. 25–27.
149. *Гениев Г.А., Фунтов Е.Б.* Расчет длительной прочности связных грунтов // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1994. № 3. С. 6–10.
150. *Гениев Г.А.* Вопросы динамической прочности связных грунтов // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1997. № 4.
151. *Гениев Г.А., Пятикрестовский К.П., Лебедева И.В.* Расчет пространственных конструкций на статические и динамические запроектные воздействия: доклад на международном конгрессе МКПК-98. М., 1998. С. 274–282.
152. *Гениев Г.А., Клюева Н.В.* К оценке резерва несущей способности железобетонных статических неопределимых стержневых систем после запроектных воздействий // Критические технологии в строительстве. М.: МГСУ, 1998. С. 60–67.
153. *Гениев Г.А., Пятикрестовский К.П.* Вопросы длительной и динамической прочности анизотропных конструкционных материалов / ЦНИИСК имени Кучеренко. М., 2000. 38 с.
154. *Гениев Г.А., Пятикрестовский К.П.* Вопросы длительной прочности сборных железобетонных оболочек // Архитектура оболочек и прочностной расчет тонкостенных строительных и машиностроительных конструкций сложной формы: тезисы докладов международной научной конференции (Москва, 4–8 июня 2001 г.). М.: Изд-во РУДН, 2001. С. 70–78.
155. *Гениев Г.А.* Вариант волновой теории теплопроводности // Исследования по теории и методам расчета строительных конструкций / ЦНИИСК имени Кучеренко. М.: Стройиздат, 1982.
156. *Гениев Г.А.* О некоторых зависимостях между теплофизическими характеристиками тел, анизотропных по своим теплофизическим свойствам // Проблемы строительной теплофизики систем обеспечения микроклимата и энергосбережения в зданиях. М., 2000. С. 271–274.
157. *Гениев Г.А.* Некоторые вопросы теории теплопроводности термически анизотропных материалов // Качество, безопасность, энерго- и ресурсосбережение в промышленности строительных материалов на пороге XXI в.: сб. докл. междунар. науч.-практич. конф.: в 8 ч. Ч. 3. Белгород: Изд-во БелТТАСМ, 2000. С. 50–54.
158. *Гениев Г.А.* О вариационном принципе и определяющем функционале в теории теплопроводности твердых тел // Актуальные проблемы строительной теплофизики. М., 2002. С. 228–230.
159. *Гениев Г.А., Пятикрестовский К.П.* Осесимметричная задача о предельном напряженном состоянии ледового массива с внутренней цилиндрической полостью // Строительная механика и расчет сооружений. 2018. № 1 (276). С. 8–11.
160. *Гениев Г.А., Пятикрестовский К.П., Колчунов В.И., Клюева Н.В.* Общее решение задачи теории предельного состояния льда при плоской деформации // Строительная механика и расчет сооружений. 2005. № 1. С. 40–45.
161. *Гениев Г.А.* Вопросы оптимизации структуры неконтактных людских потоков // Промышленное и гражданское строительство. 1997. № 2.
162. *Гениев Г.А.* О применении прямых методов математического анализа в задачах оптимизации характеристик надежности комбинированных строительных конструкций // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2000. № 1. С. 16–21.
163. *Гениев Г.А.* Вопросы оптимизации расхода материалов в многоэлементных системах с позиций минимальной вероятности их отказа // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2002. № 2. С. 17–22.
164. *Гениев Г.А., Мамаева Г.В., Пятикрестовский К.П.* О физическом моделировании процессов деформирования бетона при циклическом нагружении // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2002. № 1. С. 23–26.
165. *Гениев Г.А., Мамаева Г.В., Пятикрестовский К.П.* Циклическая прочность бетона при различных диапазонах и скоростях нагружения // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2002. № 2. С. 31–33.
166. *Geniev G.A.* Transverse stability of closed cylindrical shells when the flow of an ideal liquid moves in them // *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1986. No. 1. Pp. 42–44.
167. *Гениев Г.А., Мамаева Г.В., Пятикрестовский К.П.* Несущая способность стальных и железобетонных элементов при повторных нагружениях типа сейсмических // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2002. № 5. С. 17–21.
168. *Гениев Г.А., Мамаева Г.В., Пятикрестовский К.П.* Устойчивость сжатых стальных элементов при циклических нагружениях // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2003. № 3. С. 15–17.
169. *Гениев Г.А., Мамаева Г.В., Пятикрестовский К.П.* Устойчивость сжатых железобетонных элементов при циклических нагружениях типа сейсмических // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2003. № 5. С. 10–12.

170. Гениев Г.А., Пятикрестовский К.П. Определение локальной устойчивости элементов сетчатых железобетонных оболочек при циклических нагружениях // *Пространственные конструкции из различных материалов: сборник тезисов докладов юбилейной научной сессии*. М., 2003.
171. Гениев Г.А., Мамаева Г.В., Пятикрестовский К.П. Моделирование процесса деформирования и расчет прочности деревянных элементов при циклических нагружениях // *Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений*. 2004. № 3. С. 11–14.
172. Гениев Г.А., Пятикрестовский К.П., Колчунов В.И., Клюева Н.В. Критерий прочности льда для сложного напряженного состояния // *Известия высших учебных заведений. Строительство*. 2003. № 11. С. 20–23.
173. Гениев Г.А., Колчунов В.И., Клюева Н.В., Пятикрестовский К.П. Прочность ледовых массивов при плоской деформации // *Проблемы обеспечения безопасности строительного фонда России*. Курск, 2004. С. 62–70.
174. Гениев Г.А., Колчунов В.И., Клюева Н.В., Пятикрестовский К.И. Прочность ледовых массивов при плоском напряженном состоянии // *Известия высших учебных заведений. Строительство*. 2004. № 9 (549). С. 15–20.
175. Гениев Г.А., Алиев М.М. Расчет несущей способности анизотропных оснований сооружений // *Известия высших учебных заведений. Строительство*. 2001. № 6. С. 18–22.
176. Гениев Г.А., Колчунов В.И. Некоторые вопросы теории фильтрации анизотропных сред с ортогональными главными осями проницаемости // *Вестник Отделения строительных наук РААСН*. 2001. Вып. 4. С. 139–142.
177. Гениев Г.А., Клюева Н.В., Колчунов В.И. Определение кривизн в железобетонных элементах стержневых систем при динамических эффектах // *Теоретические основы строительства: сборник докладов российско-польского семинара (Москва, Варшава, 1–28 февраля 1999 г.)*. М., 1999. С. 47–54.
178. Гениев Г.А., Клюева Н.В. Экспериментально-теоретические исследования неразрезных балок при аварийном выключении из работы отдельных элементов // *Известия высших учебных заведений. Строительство*. 2000. № 10 (502). С. 21–26.
179. Гениев Г.А., Воробьев Е.Д., Клюева Н.В. Прочность изгибаемого железобетонного элемента по нормальному сечению при мгновенном силовом воздействии // *Сборник научных трудов Центрального регионального отделения РААСН*. М., 2002. Вып. 2. С. 2–8.
180. Гениев Г.А., Степашов Н.Е. Напряженное состояние грунтовой засыпки в траншеях с наклонными стенками // *Качество, безопасность, энерго- и ресурсосбережение в промышленности строительных материалов на пороге XXI в.: сб. докл. междунар. науч.-практич. конф.: в 8 ч. Ч. 3*. Белгород: Изд-во БелГТАСМ, 2000. С. 55–62.
181. Гениев Г.А., Степашов Н.Е., Колчунов В.И., Никулин А.Н. Пространственные конструкции крупноразмерных железобетонных труб многоцелевого назначения // *Перспективы развития новых технологий в строительстве Республики Беларусь*. Брест, 2001.
182. Гениев Г.А., Степашов Н.Е., Колчунов В.И., Никулин А.И. Пространственные конструкции крупноразмерных железобетонных труб многоцелевого назначения // *Компьютерное моделирование и проектирование пространственных конструкций*. М., 2001.
183. Гениев Г.А., Степашов Н.Е., Колчунов В.В., Оссовских Е.В. Натурные исследования крупноразмерной железобетонной трубы многоцелевого назначения // *Сборник научных трудов Центрального регионального отделения РААСН*. М., 2002. Вып. 1. С. 55–60.
184. Гениев Г.А., Степашов Н.Е., Колчунов В.И., Никулин А.И., Оссовских Е.В. Безнапорные овалоидальные железобетонные трубы многоцелевого назначения // *Строительные материалы, оборудование, технологии XXI в.* 2002. № 10. С. 16–17.
185. Гениев Г.А., Колчунов В.И., Никулин А.И. Эффективные конструктивно-технологические решения и методы расчеты овалоидальных железобетонных труб // *Пространственные конструкции из различных материалов: сборник тезисов докладов юбилейной научной сессии*. М., 2003. С. 9–10.
186. Гениев Г.А., Колчунов В.И., Никулин А.И. Прочность и трещиностойкость крупноразмерных тонкостенных железобетонных труб для подземных трубопроводов // *Пространственные конструкции зданий и сооружений*. М.: Деятка Принт, 2004. Вып. 9. С. 230–239.

References

1. Geniev G.A. Eccentric compression of rods made of an elastic-plastic material that does not work for health. *Issues of Safety and Strength of Building Structures*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1952. (In Russ.)
2. Geniev G.A. Study of the bearing capacity of eccentrically compressed flexible reinforced concrete and reinforced masonry columns. *Structural Mechanics Research*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1954. (In Russ.)
3. Geniev G.A. Calculation of bonds of composite metal compressed-bent rods. *Issues of Safety and Strength of Building Structures*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1952. (In Russ.)
4. Geniev G.A. On the issue of studying the stability of flat elastically supported hinged chains. *Structural Mechanics Research*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1954. (In Russ.)
5. Geniev G.A. Study of the bearing capacity of eccentrically compressed reinforced concrete columns with rigid reinforcement. *Structural Mechanics Research*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1954. (In Russ.)

6. Geniev G.A. Some questions of the theory of motion of a granular medium. *Abstracts of Reports at a Meeting on the Theory of Elasticity*. Moscow: Izdatel'stvo Akademii Nauk SSSR Publ.; 1954. (In Russ.)
7. Geniev G.A. Theory of the steady motion of a granular medium. *Study of Strength, Plasticity*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1955. (In Russ.)
8. Geniev G.A. Some issues of propagation of compression waves in soils. *Research on the Theory of Plasticity and Strength*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1958. (In Russ.)
9. Geniev G.A. *Questions of the dynamics of a granular medium*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1958. (In Russ.)
10. Geniev G.A. On the motion of a viscous medium. *Questions of the Theory of Plasticity and Strength of Building Structures*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1961. (In Russ.)
11. Geniev G.A. On the question of methods for solving dynamic problems of the theory of plasticity. *Studies in Structural Mechanics*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1962. (In Russ.)
12. Geniev G.A. On the question of plasticity conditions. *Research on Structural Mechanics and the Theory of Plasticity*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1956. (In Russ.)
13. Geniev G.A. Some questions of the dynamics of viscoplastic media. *Research on the Theory of Plasticity and Strength*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1958. (In Russ.)
14. Geniev G.A. Some questions of the dynamics of compressible plastic media under conditions of two-dimensional motions. *I All-Union Congress on Mechanics*. Moscow: Izdatel'stvo Akademii Nauk SSSR Publ.; 1960. (In Russ.)
15. Geniev G.A. Some questions of the propagation of two-dimensional waves in compressible plastic media. *Problems of the Theory of Plasticity and Strength of Building Structures*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1961. (In Russ.)
16. Geniev G.A. To the question of the condition of plasticity of reinforced concrete. *Calculation of Thin-Walled Spatial Structures*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1964. (In Russ.)
17. Geniev G.A., Tyupin G.A. Some questions of the theory of elasticity and plasticity of reinforced concrete in the presence of cracks. *New Methods for Calculating Building Structures*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1968. (In Russ.)
18. Geniev G.A. Variant of the deformation theory of plasticity of concrete. *Concrete and Reinforced Concrete*. 1969;(2):18. (In Russ.)
19. Geniev G.A. On one version of the deformation theory of plasticity of concrete. *Building Construction. Calculation of Structures*. 1969;(1). (In Russ.)
20. Geniev G.A. On the question of the deformation theory of plasticity of a granular medium. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1971;(4). (In Russ.)
21. Geniev G.A., Dolzhikov I.L. Issues of creep in a rigid elastic-plastic medium. *New Methods for Calculating Building Structures*. Moscow: Izdatel'stvo Literaturny po Stroitel'stvu Publ.; 1971 (In Russ.)
22. Geniev G.A., Alikov Yu.A. A plane problem for the deformation theory of plasticity of reinforced concrete. *Research on Building Structures*. 1971;(19). (In Russ.)
23. Geniev G.A., Lejtes V.S. Integrals of the equations of plane strain slip lines for an ideally plastic medium. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1972;(1). (In Russ.)
24. Geniev G.A., Lejtes V.S. On the system of resolving differential equations in the spatial problem of an incompressible ideally plastic medium. *Theory and Methods for Calculating Structures*. 1972;(23). (In Russ.)
25. Geniev G.A. On taking into account the time factor in the framework of the deformation theory of plasticity of concrete. *Theory and Methods for Calculating Structures*. 1972;(23). (In Russ.)
26. Geniev G.A. On the equations of the spatial problem of the theory of flow under the condition of plasticity of a general form. *Abstracts of Reports at the VI All-Union Conference on Strength and Plasticity*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1975. (In Russ.)
27. Geniev G.A., Lejtes V.S. Some questions of the statics of an ideally plastic medium. *Studies in the Theory of Structures*. 1975;(21). (In Russ.)
28. Geniev G.A., Lejtes V.S. Stress-strain state of an ideally plastic plate with a circular hole. *Theoretical Research in the Field of Structural Mechanics of Spatial Systems*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1976. (In Russ.)
29. Geniev G.A. On some relations between invariants in the theory of flow under the condition of plasticity of a general form. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1978;(2):43–44. (In Russ.)
30. Geniev G.A., Kalashnikov S.Yu. On the construction of incremental plasticity conditions. *Bibliographic Index of Deposited Manuscripts*. Moscow.; 1984. Deposited in VNIIS 16 February 1984, No. 4817. (In Russ.)
31. Geniev G.A., Vulfson S.Z. Axisymmetric problem for a viscoplastic medium. *Research on the Theory and Methods of Calculation of Building Structures*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1984. (In Russ.)
32. Geniev G.A., Kalashnikov S.Yu. Influence of stress gradients, geometry and scales of sections on the transition of bending elements to the plastic state. *Studies in Structural Mechanics*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1985. (In Russ.)
33. Geniev G.A., Samedov F.A. Axisymmetric deformation of a transversally isotropic ideally plastic medium. *Studies in Structural Mechanics and Reliability of Structures*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1986. (In Russ.)
34. Geniev G.A. Theory of three-dimensional separated flows of an orthotropic ideally plastic medium. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1991;(1):3–8. (In Russ.)
35. Geniev G.A. Quasi-static problem of plane steady flows of an anisotropic viscous-plastic medium. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1992;(4):3–9. (In Russ.)

36. Geniev G.A. On the issue of concrete strength conditions. *Research on the Theory of Plasticity and Strength*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1958. (In Russ.)
37. Geniev G.A., Kissyuk V.N. To substantiate the conditions for the strength of concrete. *Concrete and Reinforced Concrete*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1962. (In Russ.)
38. Geniev G.A., Kissyuk V.N. To the question of generalization of the theory of concrete strength. *Concrete and Reinforced Concrete*. 1965;(2):16–29. (In Russ.)
39. Geniev G.A., Alikova N.M. A variant of the concrete strength condition. *Theoretical Research in the Field of Building Systems*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1976. (In Russ.)
40. Geniev G.A., Erkhov M.I. Theory of strength of building materials and structures. *Review of the State and Application of Structural Mechanics Methods in Construction*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1976. (In Russ.)
41. Geniev G.A., Karpenko N.I., Luksha L.K., Yashin A.V. State and prospects for the application of theories of the strength of concrete and reinforced concrete in practical calculations of planar and massive structures, including taking into account the formation and development of cracks. *Abstracts of the Report at the IX All-Union Conference on Concrete and Reinforced Concrete*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1983. (In Russ.)
42. Geniev G.A. Method for determining the dynamic tensile strength of concrete. *Concrete and Reinforced Concrete*. 1997;(4). (In Russ.)
43. Geniev G.A., Kurbatov A.S. Construction of strength criteria for anisotropic materials taking into account various failure mechanisms. *Strength of Materials under Complex Stress State: Abstracts of the III All-Union Symposium*. Kiev: ONTI IPP AN USSR Publ.; 1989. (In Russ.)
44. Geniev G.A. Version of the theory of three-dimensional separated flows of an isotropic ideally plastic medium. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1989;(6):16–19. (In Russ.)
45. Geniev G.A., Kurbatov A.S. On the Ultimate shear resistance of anisotropic materials in a triaxial stress state. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1991;(3):3–7. (In Russ.)
46. Geniev G.A., Pyatikrestovskij K.P. Method for determining the dynamic strength of elastoplastic bodies. *Industry of Building Materials and Construction Industry, Energy and Resource Saving in Market Relations* (parts 6–7). Belgorod.; 1997. (In Russ.)
47. Geniev G.A. Theory of structures. Strength, plasticity and stability of rod systems. *Construction*. 1997. (In Russ.)
48. Geniev G.A. A practical method for calculating the long-term strength of brittle and ductile materials under static effects. *Construction*. 1998;(3). (In Russ.)
49. Geniev G.A. On dynamic effects in rod systems made of physically nonlinear brittle materials. *Industrial and Civil Engineering*. 1999;(9):23–24. (In Russ.)
50. Geniev G.A., Klyueva N.V. Calculation of physically and structurally nonlinear plate-rod spatial structures in transcendental states. *Computer Modeling and Design of Spatial Structures*. Moscow; 2001. (In Russ.)
51. Geniev G.A., Kolchunov V.I., Degtyar A.N. On the application of the direct method of probabilistic analysis to the problems of optimizing the reliability characteristics of reinforced concrete multi-span beams in case of instantaneous failure of individual structural elements. *Collection of Scientific Papers of the Central Regional Branch of the RAASN*. 2002;(1):3–8. (In Russ.)
52. Geniev G.A., Kolchunov V.I., Degtyar A.N. Issues of optimizing the reliability characteristics of reinforced concrete multi-span beams from the standpoint of their minimal failure. *New Energy-Saving Architectural and Structural Solutions for Residential and Civil Buildings*. Orel; 2003. p. 163–166. (In Russ.)
53. Geniev G.A., Klyueva N.V., Kolchunov V.I. Calculation of dynamic actions in composite steel-reinforced concrete spatial coatings during their local destruction. *Resource and Energy Saving as a Motivation for Creativity in the Architectural and Construction Process*. Moscow, Kazan; 2003. p. 459–461. (In Russ.)
54. Geniev G.A., Kolchunov V.I., Vorobev E.D. Force resistance to modal loading of a curved reinforced concrete element. *Bulletin of the Department of Building Sciences*. 2004;(8):143–146. (In Russ.)
55. Geniev G.A., Kolchunov V.I., Klyueva N.V., Nikulin A.I., Pyatikrestovskij K.P. *Strength and deformability of reinforced concrete structures under non-design impacts*. Moscow: ASV Publ.; 2004. (In Russ.)
56. Geniev G.A. To the question of the interaction of plane waves in soils with flexible coatings of underground structures. *Questions of the Theory of Plasticity and Strength of Building Structures*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1961. (In Russ.)
57. Geniev G.A. On the influence of compliance of bases on their dynamic characteristics. *Research on the Calculation of Shells, Rods and Massive Structures*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1963. (In Russ.)
58. Geniev G.A. On one version of the theory of granular medium. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1966;(6):000–000. (In Russ.)
59. Geniev G.A. On the question of setting a mixed problem of the theory of elasticity and statics of a granular medium. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 1966;(5):000–000. (In Russ.)
60. Geniev G.A. Issues of the movement of a viscous-flowing medium. *Structural Mechanics*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1966. (In Russ.)
61. Geniev G.A. On the issue of generalization of the limit equilibrium condition for a granular medium. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 1968;(2). (In Russ.)

62. Geniev G.A. Polar-symmetric mixed problem of the theory of elasticity and limit equilibrium of a granular medium. *New Methods for Calculating Building Structures*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1968. (In Russ.)
63. Geniev G.A., Dolzhikov I.L. On the determination of the boundaries of rigid, elastic and plastic regions in a granular medium. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1968;(5). (In Russ.)
64. Geniev G.A., Balhavdarov Kh.A. Axisymmetric problem of dynamics for a coherent compressible granular medium. *Scientific Research and Technical Progress at Mining Enterprises*. Leningrad: Nauka Publ.; 1972. (In Russ.)
65. Geniev G.A., Balhavdarov Kh.A. On one version of the characteristics of the equations of state of a granular medium in an axisymmetric quasi-dynamic problem. *Development of Ore Deposits*. Apatity: Izdatel'stvo Kol'skogo Filiala AN SSSR Publ.; 1973. (In Russ.)
66. Geniev G.A. Practical method for determining ground movements caused by underground workings. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1977;(3):15. (In Russ.)
67. Geniev G.A. A variant of the strength condition for cohesive soils and rocks. *Studies of the Stressed and Deformed State of Building Structures*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1977. (In Russ.)
68. Geniev G.A. Spatial problem of the stress-strain state of soil massifs. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1978;(6):6–11. (In Russ.)
69. Geniev G.A., Lejtes V.S. Limiting state of an ideally free-flowing wedge under conditions of plane deformation. *Research on the Theory and Methods of Calculation of Building Structures*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1982. (In Russ.)
70. Geniev G.A., Blyumkin V.Ya. *Axisymmetric problem of the deformed state of soil massifs in underground workings*. Moscow; 1986. Deposited in VNIIS. (In Russ.)
71. Geniev G.A. Plane deformation of an anisotropic granular medium. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1986;(5):33–35. (In Russ.)
72. Geniev G.A. On the basic equations of statics and kinematics of an anisotropic granular medium. *Research on the Strength and Reliability of Building Structures*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1988. (In Russ.)
73. Geniev G.A., Kerdikoshvili V.K. Determination of backfill pressure on pipes laid in trenches with vertical walls. Moscow; 1988. Deposited in VNIIS, No. 9812. (In Russ.)
74. Geniev G.A. Analytical description of the processes of vibrocompaction of concrete mixtures, modeled by a viscoelastic medium. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 1999;(6):28–32. (In Russ.)
75. Geniev G.A. Evaluation of the influence of the characteristics of elasticity and viscosity of the soil on the intensification of the surface manifestation of shear seismic impact. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 1999;(6):8–11. (In Russ.)
76. Geniev G.A. Experimental evaluation of rheological characteristics of soils with acceleration viscosity for seismological problems. *Seismic-Resistant Construction. Building Safety*. 2000;(1):36–38. (In Russ.)
77. Geniev G.A., Mamaeva G.V. Propagation of seismic motion in two-layer soil media with different physical properties. *Seismic-Resistant Construction. Building Safety*. 2000;(6):21–23. (In Russ.)
78. Geniev G.A. On the influence of soil loosening on the displacement of the surface above underground loose workings. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2000;(6):2–5. (In Russ.)
79. Geniev G.A., Chausov N.S. *Some questions of the nonlinear theory of stability of shallow metal shells*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1954. (In Russ.)
80. Geniev G.A., Chausov N.S. Experimental study of the stability of shallow metal shells. *Research on Structural Mechanics and the Theory of Plasticity*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1956. (In Russ.)
81. Geniev G.A. On the forms of buckling “coupling” and “spasm” of flexible cylindrical shells with an internal flow of liquid or gas. *Abstracts of Reports at the VI All-Union Congress on Theoretical and Applied Mechanics*. Tashkent: Fan; 1986. (In Russ.)
82. Geniev G.A., Zubkov A.N. Radial vibrations of cylindrical shells during the movement of an ideal fluid flow in them. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1987;(3):40–43. (In Russ.)
83. Geniev G.A. Pressure of an internal flow of a viscous fluid on a circular shell with a slightly varying cross-sectional radius. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1988;(4):18–21. (In Russ.)
84. Geniev G.A. Stability of equilibrium forms of closed cylindrical shells during helical motion of an ideal fluid flow in them. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2000;(6):25–30. (In Russ.)
85. Geniev G.A. Some problems of calculation of pneumostructures from soft materials. *Studies in Structural Mechanics*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1962. (In Russ.)
86. Geniev G.A. Questions of the theory of pneumatic shells. *Proceedings of the IV All-Union Conference on the Theory of Shells and Plasticity*. Yerevan: Izdatel'stvo AN Ar. SSR Publ.; 1964. (In Russ.)
87. Geniev G.A. On one necessary condition in the theory of momentless pneumoshells. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1965;(3). (In Russ.)
88. Geniev G.A. The problem of the action of pressure in a cylindrical cavity of a concrete mass or in a thick-walled pipe. *Research on the Calculation of Shells, Rods and Massive Structures*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1963. (In Russ.)
89. Geniev G.A., Kissyuk V.N. On the substantiation of the strength conditions for materials with different tensile-compression resistance. *Research on the Calculation of Shells, Rods and Massive Structures*. Moscow: Gosstrojizdat.; 1963. (In Russ.)

90. Geniev G.A. *Strength and deformability of structures using plastics*. Moscow: Izdatel'stvo Literaturny po Stroitel'stvu Publ.; 1966. (In Russ.)
91. Geniev G.A. Issues of strength and deformability of soil media. *Study of the Strength of Structures Made of Inelastic Materials*. 1969;(4). (In Russ.)
92. Geniev G.A., Kissyuk V.N. Issues of the strength of massive structures made of concrete and stone materials. *Study of the Strength of Structures Made of Inelastic Materials*. 1969;(4). (In Russ.)
93. Geniev G.A. Dynamic problem of the theory of small elastic-plastic deformations. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1970;(6). (In Russ.)
94. Geniev G.A. On the equations of slip lines of plane deformation of an ideally plastic medium. *Building Construction. Calculation of Structures*. 1970;(8). (In Russ.)
95. Geniev G.A., Tyupin G.A. Some questions of the theory of plasticity of reinforced concrete. *Building Construction. Calculation of Structures*. 1970;(8). (In Russ.)
96. Geniev G.A. On the laws of propagation of deformation waves in concrete. *Theory and Calculation of Structures*. 1970;13:12–18. (In Russ.)
97. Geniev G.A. Generalized plane problem for the deformation theory of plasticity of concrete. *Building Construction. Calculation of Structures*. 1970;(13). (In Russ.)
98. Geniev G.A., Aksentyan G.A. On the construction of a two-dimensional will front in a prestressed elastoplastic medium. *Building Construction. Calculation of Structures*. 1970;(13). (In Russ.)
99. Geniev G.A., Ehstri M.I. *Dynamics of plastic and granular media*. Moscow: Stroyizdat Publ.; 1972. (In Russ.)
100. Geniev G.A. Spatial problem of the theory of the ultimate stress state of concrete. *Issues of Calculation of Building Structures*. 1972;(22). (In Russ.)
101. Geniev G.A., Lejtes V.S. Some issues of axisymmetric deformation of an ideally plastic medium. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1973;(1). (In Russ.)
102. Geniev G.A., Lejtes V.S. Solving the equations of slip lines of plane deformations of n ideally granular medium. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1973;(5). (In Russ.)
103. Geniev G.A. Questions of the dynamics of physically nonlinear continuous media. *Theory and Methods of Calculation of Building Structures*. 1974;(35). (In Russ.)
104. Geniev G.A. On the linear representation of the concrete strength condition. *Theory and Methods of Calculation of Building Structures*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1974. (In Russ.)
105. Geniev G.A., Kissyuk V.N., Tyupin G.A. *Theory of plasticity of concrete and reinforced concrete*. Moscow: Stroiizdat Publ.; 1974. (In Russ.)
106. Geniev G.A. Evaluation of the bearing capacity of systems of brittle materials based on the theory of solidifying media. *Calculation of Building Structures*. 1974;(36). (In Russ.)
107. Geniev G.A. Spatial problem of the theory of plastic flow under the condition of plasticity of a general form. *Studies in the Theory of Structures*. 1976;(22). (In Russ.)
108. Geniev G.A. On the equations of a three-dimensional problem of statics of a granular medium outside the concept of complete plasticity. *Studies in the Theory of Structures*. 1977;(23). (In Russ.)
109. Geniev G.A., Kisyuk V.N., Levin N.I., Nikonova G.A. *Strength of Lightweight and Cellular Concrete Under Complex Stress Conditions*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1978. (In Russ.)
110. Geniev G.A. Theoretical substantiation of the strength criterion of asbestos cement. *Experimental and Theoretical Studies of Light Structures Made of Asbestos Cement and Wood*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1978. (In Russ.)
111. Geniev G.A. On the strength criterion of masonry under plane stress. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1979;(2). (In Russ.)
112. Geniev G.A. On the principle of equigradientity and its application to optimization problems of the stability of rod systems. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1979;(6). (In Russ.)
113. Geniev G.A. A variant of the wave theory of thermal conductivity of solids. *Studies in the Theory of Structures*. 1980;(24). (In Russ.)
114. Geniev G.A. On the criteria for the strength of wood in a plane stress state. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1981;(3). (In Russ.)
115. Geniev G.A., Lejtes V.S. *Questions of the mechanics of inelastic bodies*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1981. (In Russ.)
116. Geniev G.A. On the main physical dependencies of non-stationary thermodynamics. *Studies in Structural Mechanics and Calculation Methods*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1981. (In Russ.)
117. Geniev G.A. Plane deformation of an anisotropic ideally plastic medium. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1982;(3). (In Russ.)
118. Geniev G.A. On the comparative assessment of the strength conditions of real soils. *Research on the Theory and Methods of Calculation of Building Structures*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1982. (In Russ.)
119. Geniev G.A. On equations of motion and some problems for a coupled model of a continuous medium with variable viscosity. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1983;(5). (In Russ.)
120. Geniev G.A. Equations of steady motions of an anisotropic ideally plastic medium under plane deformation. *Issledovaniya po Raschetu Stroitel'nyh Konstrukcij i Nadezhnosti Sooruzhenij*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1984. (In Russ.)

121. Geniev G.A., Voronov A.N. On the strength criteria of an orthotropic material such as masonry under a plane stress state. *Research and Methods of Calculation of Building Structures*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1985. (In Russ.)
122. Geniev G.A. Transverse stability of closed cylindrical shells during the movement of an ideal gas flow in them. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1986;(4):36–39. (In Russ.)
123. Geniev G.A. Transverse stability of closed cylindrical shells during the flow of an ideal fluid in them. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1986;(1). (In Russ.)
124. Geniev G.A., Gogoladze R.V. Steady-state laminar motion of an incompressible pressure-viscous medium in cylindrical and prismatic tubes. *Continuum Mechanics*. 1986;(6):132–139. (In Russ.)
125. Geniev G.A. Constitutive equations and functionals in flow theory for an extended class of inelastic media. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1987;(1):63–65. (In Russ.)
126. Geniev G.A. Physical dependencies and constitutive equations for a baroelastic medium. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1987;(6):20–22. (In Russ.)
127. Geniev G.A., Kalashnikov S.Yu. On the construction of the equations of a plane problem of the incremental theory of elasticity. *Studies in Structural Mechanics and Reliability of Structures*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1986. (In Russ.)
128. Geniev G.A., Blyumkin V.Ya. Physical dependencies and constitutive equations for a baroelastic medium deformed state of soil massifs above underground workings in conditions of axisymmetric and flat problems. *Studies in Structural Mechanics and Reliability of Structures*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1987. p. 4–12. (In Russ.)
129. Geniev G.A., Kalashnikov S.YU. On taking into account the influence of the inhomogeneity of the stress state on the transition of the material to the plastic state. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1988;(6):12–15. (In Russ.)
130. Geniev G.A., Zubkov A.N. Influence of the variable added fluid mass on the radial vibrations of cylindrical shells. *Research and Methods for Calculating Building Structures and Structures*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1988. (In Russ.)
131. Geniev G.A., Zubkov A.N. The spectrum of resonant frequencies of flexible pipelines during their interaction with liquid. *Research on the Strength and Reliability of Building Structures*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1988. (In Russ.)
132. Geniev G.A., Zubkov A.N. Forced vibrations of closed cylindrical shells during the movement of a pulsating flow of an ideal fluid in them. *Strength and Reliability of Structures*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1989. (In Russ.)
133. Geniev G.A., Zubkov A.N. Nonlinear radial oscillations of cylindrical shells with an internal flow of an ideal gas. *Dynamics of Structures*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1990. (In Russ.)
134. Geniev G.A., Zubkov A.N. On some issues of hydroelasticity of flexible vessels. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1990;(5):47–52. (In Russ.)
135. Geniev G.A. On the equations of statics and kinematics of an anisotropic plastic medium with tear resistance. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1983;(2). (In Russ.)
136. Geniev G.A. On the equations of dynamics of an anisotropic compressible plastic medium with shear resistance. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1984;(3). (In Russ.)
137. Geniev G.A. On the equations of dynamics of an anisotropic compressible plastic medium with tear resistance. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1985;(5):29–33. (In Russ.)
138. Geniev G.A., Voronov A.N. Technical theory of non-linear deformation of masonry under plane stress state. *Research on Theory and Methods of Calculation of Building Structures*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1984. (In Russ.)
139. Geniev G.A., Ezepev G.G. *On the criteria for the strength of wood and their experimental justification*. Deposited in VNIIS. 1987;(2). (In Russ.)
140. Geniev G.A., Kurbatov A.S. Strength criteria for anisotropic materials taking into account different fracture mechanisms. *Problems of Strength*. 1991;(12). (In Russ.)
141. Geniev G.A., Kurbatov A.S., Samedov F.A. *Issues of strength and plasticity of anisotropic materials*. Moscow: Interbuk Publ.; 1992. (In Russ.)
142. Geniev G.A. Probabilistic aspects of the theory of strength of anisotropic materials. *Bulletin of the Department of Building Sciences RAASN*. 1996;(1). (In Russ.)
143. Geniev G.A. On criteria for long-term strength of anisotropic materials. *Construction*. 1997;(9). (In Russ.)
144. Geniev G.A., Aliev M.M., Minnakhmetov R.G. Bearing capacity of anisotropic foundations of structures with variable adhesion and internal friction. *Proceedings of the Almet'yevsk Oil Institute*. Almet'yevsk; 1999. (In Russ.)
145. Geniev G.A., Kurbatov A.S. On the influence of the duration of the load on the strength of the material. *Concrete and Reinforced Concrete*. 1996;(4):19–22. (In Russ.)
146. Geniev G.A. On the evaluation of dynamic effects in bar systems made of brittle materials. *Concrete and Reinforced Concrete*. 1992;(9):25–27. (In Russ.)
147. Geniev G.A. Dependence of concrete strength on time. *Concrete and Reinforced Concrete*. 1993;(1):15–17. (In Russ.)
148. Geniev G.A. Practical method for calculating the long-term strength of concrete. *Concrete and Reinforced Concrete*. 1995;(4):25–27. (In Russ.)
149. Geniev G.A., Funtov E.B. Calculation of the long-term strength of cohesive soils. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 1994;(3):6–10. (In Russ.)
150. Geniev G.A. Issues of dynamic strength of cohesive soils. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 1997;(4). (In Russ.)

151. Geniev G.A., Pyatikrestovskij K.P., Lebedeva I.V. Calculation of spatial structures for static and dynamic beyond-design impacts. *Report at the International Congress MKPK-98*. Moscow; 1998. p. 274–282. (In Russ.)
152. Geniev G.A., Klyueva N.V. On the assessment of the reserve of the bearing capacity of reinforced concrete static indeterminate rod systems after beyond design impacts. *Critical Technologies in Construction*. Moscow: MGSU; 1998. p. 60–67. (In Russ.)
153. Geniev G.A., Pyatikrestovskij K.P. *Issues of long-term and dynamic strength of anisotropic structural materials*. Moscow; 2000. (In Russ.)
154. Geniev G.A., Pyatikrestovskij K.P. Issues of long-term strength of prefabricated reinforced concrete shells. *Architecture of Shells and Strength Calculation of Thin-Walled Building and Machine-Building Structures of Complex Shape: Abstracts of Reports of the International Scientific Conference (Moscow, 4–8 June 2001)*. Moscow: RUDN University; 2001. p. 70–78. (In Russ.)
155. Geniev G.A. Version of the wave theory of heat conduction. *Research on the Theory and Methods of Calculation of Building Structures*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1982. (In Russ.)
156. Geniev G.A. On some dependencies between the thermophysical characteristics of bodies that are anisotropic in their thermophysical properties. *Problems of Building Thermal Physics of Microclimate and Energy Saving Systems in Buildings*. Moscow; 2000. p. 271–274 (In Russ.)
157. Geniev G.A. Some questions of the theory of thermal conductivity of thermally anisotropic materials. *Quality, Safety, Energy and Resource Saving in The Building Materials Industry on the Threshold of the 21st Century: Collection of Reports of the International Scientific and Practical Conference (part 3)*. Belgorod: Belgtasm Publ.; 2000. p. 50–54. (In Russ.)
158. Geniev G.A. On the variational principle and the defining functional in the theory of thermal conductivity of solids. *Actual Problems of Building Thermal Physics*. 2002;(2):228–230. (In Russ.)
159. Geniev G.A., Pyatikrestovsky K.P. Axisymmetric problem of the ultimate stress state of an ice mass with an internal cylindrical cavity. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2018;(1):8–11. (In Russ.)
160. Geniev G.A., Pyatikrestovskij K.P., Kolchunov V.I., Klyueva N.V. General solution of the problem of the theory of the limiting state of ice under plane deformation. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2005;(1):40–45. (In Russ.)
161. Geniev G.A. Issues of optimizing the structure of non-contact human flows. *Industrial and Civil Engineering*. 1997;(2). (In Russ.)
162. Geniev G.A. On the application of direct methods of mathematical analysis in the problems of optimizing the reliability characteristics of combined building structures. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2000;(1):16–21. (In Russ.)
163. Geniev G.A. Issues of optimizing the consumption of materials in multi-element systems from the standpoint of the minimum probability of their failure. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2002;(2):17–22. (In Russ.)
164. Geniev G.A., Mamaeva G.V., Pyatikrestovskij K.P. On the physical modeling of concrete deformation processes under cyclic loading. *Seismic-Resistant Construction. Building Safety*. 2002;(1):23–26. (In Russ.)
165. Geniev G.A., Mamaeva G.V., Pyatikrestovskij K.P. Cyclic strength of concrete at various ranges and loading rates. *Seismic-Resistant Construction. Building Safety*. 2002;(2):31–33. (In Russ.)
166. Geniev G.A. Transverse stability of closed cylindrical shells when the flow of an ideal liquid moves in them. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1986;(1):42–44.
167. Geniev G.A., Mamaeva G.V., Pyatikrestovskij K.P. Bearing capacity of steel and reinforced concrete elements under seismic repeated loading. *Seismic-Resistant Construction. Building Safety*. 2002;(5):17–21. (In Russ.)
168. Geniev G.A., Mamaeva G.V., Pyatikrestovskij K.P. Stability of compressed steel members under cyclic loading. *Seismic-Resistant Construction. Building Safety*. 2003;(3):15–17. (In Russ.)
169. Geniev G.A., Mamaeva G.V., Pyatikrestovskij K.P. Stability of compressed reinforced concrete elements under seismic cyclic loads. *Seismic-Resistant Construction. Building Safety*. 2003;(5):10–12. (In Russ.)
170. Geniev G.A., Pyatikrestovskij K.P. Determination of local stability of elements of mesh reinforced concrete shells under cyclic loading. *Spatial Structures Made of Various Materials: Collection of Abstracts of Reports of the Anniversary Scientific Session*. Moscow; 2003. (In Russ.)
171. Geniev G.A., Mamaeva G.V., Pyatikrestovskij K.P. Modeling of the deformation process and calculation of the strength of wooden elements under cyclic loading. *Seismic-Resistant Construction. Building Safety*. 2004;(3):11–14. (In Russ.)
172. Geniev G.A., Pyatikrestovskij K.P., Kolchunov V.I., Klyueva N.V. Ice strength criterion for a complex stress state. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2003;(11):20–23. (In Russ.)
173. Geniev G.A., Kolchunov V.I., Klyueva N.V., Pyatikrestovskij K.P. The strength of ice massifs under plane deformation. *Problems of Ensuring the Safety of the Construction Fund of Russia*. Kursk; 2004. p. 62–70. (In Russ.)
174. Geniev G.A., Kolchunov V.I., Klyueva N.V., Pyatikrestovskij K.P. Strength of ice massifs under plane stress. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2004;(9):15–20. (In Russ.)
175. Geniev G.A., Aliev M.M. Calculation of the bearing capacity of anisotropic foundations of structures. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2001;(6):18–22. (In Russ.)

176. Geniev G.A., Kolchunov V.I. Some questions of the theory of filtration of anisotropic media with orthogonal principal axes of permeability. *Bulletin of the Department of Building Sciences RAASN*. 2001;(4):139–142. (In Russ.)
177. Geniev G.A., Klyueva N.V., Kolchunov V.I. Determination of curvatures in reinforced concrete elements of bar systems under dynamic effects. *Theoretical Foundations of Construction: Collection of Reports of the Russian-Polish Seminar (Moscow, Warsaw, 1–28 February 1999)*. Moscow; 1999. p. 47–54. (In Russ.)
178. Geniev G.A., Klyueva N.V. Experimental and theoretical studies of continuous beams in case of emergency shutdown of individual elements from operation. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2000;(10):21–26. (In Russ.)
179. Geniev G.A., Vorobev E.D., Klyueva N.V. Strength of a bent reinforced concrete element along a normal section under instantaneous force action. *Collection of Scientific Papers of the Central Regional Branch of the RAASN*. 2002;(2):2–8. (In Russ.)
180. Geniev G.A., Stepashov N.E. Stress state of soil backfill in trenches with inclined walls. *Quality, Safety, Energy and Resource Saving in The Building Materials Industry on the Threshold of the 21st Century: Collection of Reports of the International Scientific and Practical Conference (part 3)*. Belgorod: Belgtasm Publ.; 2000. p. 55–62. (In Russ.)
181. Geniev G.A., Stepashov N.E., Kolchunov V.I., Nikulin A.N. Spatial structures of large-sized multi-purpose reinforced concrete. *Prospects for the Development of New Technologies in the Construction of the Republic of Belarus*. Brest; 2001. (In Russ.)
182. Geniev G.A., Stepashov N.E., Kolchunov V.I., Nikulin A.N. Spatial structures of large-sized multi-purpose reinforced concrete pipes. *Computer Modeling and Design of Spatial Structures*. Moscow; 2001. (In Russ.)
183. Geniev G.A., Stepashov N.E., Kolchunov V.V., Ossovskikh E.V. Field studies of a large-sized multi-purpose reinforced concrete pipe. *Collection of Scientific Papers of the Central Regional Branch of the RAASN*. 2002;(1):55–60. (In Russ.)
184. Geniev G.A., Stepashov N.E., Kolchunov V.I., Nikulin A.I., Ossovskikh E.V. Multi-purpose non-pressure ovaloid reinforced concrete pipes. *Construction Materials, Equipment, Technologies of the 21st Century*. 2002;(10):16–17. (In Russ.)
185. Geniev G.A., Kolchunov V.I., Nikulin A.I. Effective design and technological solutions and calculation methods for ovaloid reinforced concrete pipes. *Spatial Structures Made of Various Materials: Collection of Abstracts of Reports of the Anniversary Scientific Session*. Moscow; 2003. p. 9–10. (In Russ.)
186. Geniev G.A., Kolchunov V.I., Nikulin A.I. Strength and crack resistance of large-sized thin-walled reinforced concrete pipes for underground pipelines. *Spatial Structures of Buildings and Structures*. 2004;(9):230–239. (In Russ.)



DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-4-375-386
UDC 69:624.074:624.012.4

RESEARCH ARTICLE / НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Comparative analysis of the stress state of an equal slope shell by analytical and numerical methods

Olga O. Aleshina¹ , Vyacheslav N. Ivanov¹ , David Cajamarca-Zuniga² 

¹Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russian Federation

²Catholic University of Cuenca, Cuenca, Republic of Ecuador

✉ xiaofeng@yandex.ru

Article history

Received: June 29, 2022

Revised: August 20, 2022

Accepted: August 21, 2022

For citation

Aleshina O.O., Ivanov V.N., Cajamarca-Zuniga D. Comparative analysis of the stress state of an equal slope shell by analytical and numerical methods. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022; 18(4):375–386. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-375-386>

Abstract. Works on the study of the stress-strain state of the shell of an equal slope with an ellipse at the base have not been widely performed. The present paper is a part of a series of articles on the analysis of the geometry and stress state of torse of an equal slope with a directrix ellipse by various methods under different loads and support conditions. The derivation of the differential equations of equilibrium of the momentless theory of shells for determining internal forces in the torse with a directrix ellipse under the action of internal pressure is presented. The analytical results are compared with results obtained by the finite element method (FEM) and the variational difference method (VDM). The advantages and disadvantages of three calculation methods are determined, and it is established that VDM results are more accurate compared to FEM, but FEM-based software is a more powerful tool to perform the structural analysis.

Keywords: thin shell theory, analytical method, momentless state, torse shell, surface of equal slope, finite element method, variational-difference method, SCAD Office, computing system, Mathcad system

Сравнительный анализ напряженного состояния оболочки одинакового ската аналитическим и численными методами

О.О. Алёшина¹ , В.Н. Иванов¹ , Д. Кахамарка-Сунига² 

¹Российский университет дружбы народов, Москва, Российская Федерация

²Католический университет города Куэнки, Куэнка, Республика Эквадор

✉ xiaofeng@yandex.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 29 июня 2022 г.

Доработана: 20 августа 2022 г.

Принята к публикации: 21 августа 2022 г.

Аннотация. Исследование напряженно-деформированного состояния оболочки одинакового ската с эллипсом в основании не получило широкого распространения. Настоящая работа является частью серии статей, посвященных анализу геометрии и напряженного состояния торсов одинакового

Olga O. Aleshina, PhD, Assistant, Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; ORCID: 0000-0001-8832-6790, Scopus Author ID: 6506458086, eLIBRARY SPIN-code: 8550-4986; xiaofeng@yandex.ru

Vyacheslav N. Ivanov, Doctor of Technical Sciences, Professor-Tutor, Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; ORCID: 0000-0003-4023-156X, Scopus Author ID: 57193384761, eLIBRARY SPIN-code: 3110-9909; i.v.ivn@mail.ru

David Cajamarca-Zuniga, Docent of the Department of Civil Engineering, Catholic University of Cuenca, Ave Las Americas & Humboldt, Cuenca, 010101, Republic of Ecuador; ORCID: 0000-0001-8796-4635, Scopus Author ID: 57251506300, WoS ResearcherID: AAO-8887-2020, eLIBRARY SPIN-code: 6178-4383; cajamarca.zuniga@gmail.com

Алёшина Ольга Олеговна, кандидат технических наук, ассистент, департамент строительства, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; ORCID: 0000-0001-8832-6790, Scopus Author ID: 6506458086, eLIBRARY SPIN-код: 8550-4986; xiaofeng@yandex.ru

Иванов Вячеслав Николаевич, доктор технических наук, профессор-консультант, департамент строительства, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; ORCID: 0000-0003-4023-156X, Scopus Author ID: 57193384761, eLIBRARY SPIN-код: 3110-9909; i.v.ivn@mail.ru

Кажамарка-Сунига Давид, доцент департамента строительства, Католический университет города Куэнки, Республика Эквадор, 010101, Куэнка, Ave Las Americas & Humboldt; ORCID: 0000-0001-8796-4635, Scopus ID: 57251506300, WoS ResearcherID: AAO-8887-2020, eLIBRARY SPIN-код: 6178-4383; cajamarca.zuniga@gmail.com

© Aleshina O.O., Ivanov V.N., Cajamarca-Zuniga D., 2022

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>



Для цитирования

Aleshina O.O., Ivanov V.N., Cajamarca-Zuniga D. Comparative analysis of the stress state of an equal slope shell by analytical and numerical methods // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 4. С. 375–386. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-375-386>

ската с направляющим эллипсом различными методами при различных нагрузках и условиях опирания. Представлен вывод дифференциальных уравнений равновесия безмоментной теории оболочек для определения внутренних сил в торсе с направляющим эллипсом под действием внутреннего давления. Аналитические результаты сравниваются с результатами, полученными методом конечных элементов (МКЭ) и вариационно-разностным методом (ВРМ). Определены преимущества и недостатки трех методов расчета и установлено, что результаты ВРМ точнее по сравнению с МКЭ, но программное обеспечение на основе МКЭ является более мощным инструментом для выполнения расчета конструкции.

Ключевые слова: теория тонких оболочек, аналитическое решение, безмоментное состояние, торсовая оболочка, поверхность одинакового ската, метод конечных элементов, вариационно-разностный метод, вычислительный комплекс, SCAD Office, система Mathcad

Introduction

The present paper is one more of a series of research articles on the study of the geometry and stress-strain state of torsos of equal slope with a directrix ellipse by various methods of analysis under different loads and support conditions. To date, the authors have reviewed, analyzed, and drawn conclusions on the tensional state of the torse under the action of a linear uniformly distributed load directed along the generatrix at the upper edge of the shell [1], uniformly distributed load on the middle surface along straight generatrices [2], and the shell self-weight [3]. The works [1–3] study the problem with simple (movable) supports of the ellipse at the base. The article [4] considers a rigid (fixed) support under the action of self-weight of the torse. A new structure in the shape of a torse of an equal slope is proposed in [5], and new results in geometric studies are shown in [6; 7].

The development of modern technologies and innovative structural design and construction methods is impossible without scientifically based methods of analysis, and research of mathematical and experimental models [8–10]. Along with numerical methods, there are also analytical methods for structures analysis, which engineers use, due to their complexity, only for a narrow class of thin-walled structures and elements [11].

The finite element method (FEM) is a numerical method for calculating the stress-strain state (SSS) of various types of structures. Due to the variety of finite element types and the possibility of modifying their sizes and shapes, this method has undeniable advantages for the analysis of structures of complex shapes, with holes or with stress concentration zones. The paper [12] proposes a method of shell design using triangular finite elements to increase the accuracy of the solutions. The work [13] reports an algorithm developed for strength analysis of large span thin-walled structures in the geometric nonlinear formulation. However, the FEM in comparison with the variational-difference method (VDM) does not consider the external and internal geometry for the determination of the stress-strain state of thin-shell spatial structures of complex shapes with rapidly changing geometrical characteristics [14].

The variational-difference method [15–17], also known as finite-difference energy method (FDEM) [15; 18–20], also belongs to the numerical calculation methods [21]. The VDM allows to consider the geometric parameters of the middle surface of shells for a more accurate determination of the SSS of the thin-shell structures. The history of VDM development begins with Courant's proposal in 1943 [15; 22; 23]. Houbolt in 1958 [18; 24], Griffin and Varga in 1963 [24; 25], Bushnell in 1973, and Brush and Almroth in 1975 [26] continued the development of this method. In the early 2000s Professor V.N. Ivanov and his PhD students developed SHELLVRM, a computer software based on the VDM for determining the SSS of certain types of plates and shells with middle surfaces described by analytical equations [14; 21; 27].

In 2015, Krivoschapko and Ivanov published the encyclopedia [28], where described over 600 analytical surfaces. Among an extensive variety of analytical surfaces, the torse shells of equal slope have a distinctive characteristic of unfolding onto a plane without folds [27]. This class of surfaces is used in many areas of industry [29; 30].

Method

Torse shell of equal slope with an ellipse at the base

A straight line moving in the normal plane of a flat directrix curve with a constant angle of inclination to the normal plane of the directrix forms a ruled surface of equal slope. The torse surface of equal slope with an ellipse at the base (Figure 1) is formed when the ellipse is set as a flat directrix curve. The basic properties of

the surfaces of an equal slope are described in [11; 27]. These surfaces are surfaces of zero Gaussian curvature ($K = 0$) and also belong to the Monge surfaces [27].

The directrix ellipse is defined by parametric equations [11]:

$$x = x(v) = a \cos v, y = y(v) = b \sin v. \quad (1)$$

The parameters a and b are the dimensions of the semi-axes of the directrix ellipse, and the parameter v is within $0 \leq v \leq 2\pi$.

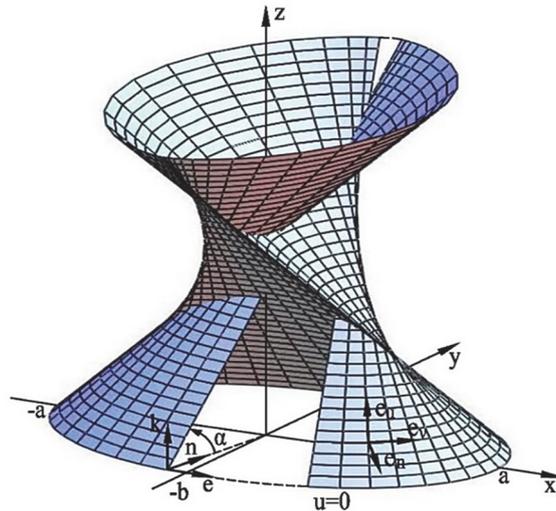


Figure 1. Torse shell of equal slope with an ellipse at the base

The parametric equations of the torse of equal slope with an ellipse at the base are [11]

$$\begin{aligned} x = x(u, v) &= a \cos v - \frac{ub \cos \alpha \cos v}{\sqrt{a^2 \sin^2 v + b^2 \cos^2 v}}; \\ y = y(u, v) &= b \sin v - \frac{ua \cos \alpha \sin v}{\sqrt{a^2 \sin^2 v + b^2 \cos^2 v}}; \\ z = z(u) &= u \sin \alpha. \end{aligned} \quad (2)$$

The coefficients of the basic quadratic forms of this surface and its main curvatures are [11]

$$\begin{aligned} A = 1; \quad B = \mu^{1/2} - u \frac{\beta}{\mu}; \quad F = 0; \quad L = M = 0; \\ N = B \frac{ab \sin \alpha}{\mu}; \quad k_1 = k_u = 0; \quad k_2 = k_v = \frac{ab \sin \alpha}{\mu B}, \end{aligned} \quad (3)$$

where $\mu = \mu(v) = a^2 \sin^2 v + b^2 \cos^2 v$; $\beta = ab \cos \alpha$.

In this research the momentless theory (MLT) of shell analysis, the variational-difference method and the finite element method are applied to study a thin torse of equal slope with a directrix ellipse under the action of a uniformly distributed load $q = 1 \text{ kN/m}^2$ directed along the normal to the middle surface of the torse (internal pressure) (Figure 2). Consider the torse with the following geometric parameters $a = 3 \text{ m}$, $b = 2 \text{ m}$, $\alpha = 60^\circ$ and $u = 2 \text{ m}$. Boundary condition at the level $u = 0 \text{ m}$ is simple (movable) support and free edge is at the level $u = 2 \text{ m}$.

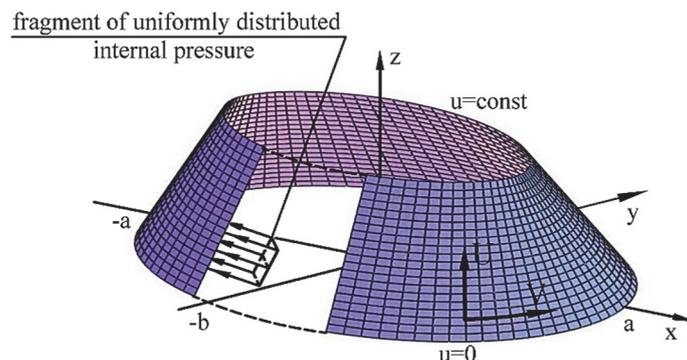


Figure 2. Torse under the action of internal distributed surface load

To determine the parameters of the stress state of the torse (Figure 2) the momentless theory of shell analysis, the SHELLVRM program based on the VDM and the SCAD Office software based on the FEM are used.

Differential equations of equilibrium of a momentless torse shell

To determine the normal and tangential forces under the action of a uniformly distributed load acting in the direction normal to the middle surface of the torse (Figure 2), we obtain differential equations of equilibrium of the momentless theory in orthogonal curvilinear curvature lines [11]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial u}(BN_u) - \frac{\partial B}{\partial u}N_v + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial v}(A^2S) + ABX &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial v}(AN_v) - \frac{\partial A}{\partial v}N_u + \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial u}(B^2S) + ABY &= 0; \\ \frac{N_v}{R_v} + \frac{N_u}{R_u} - Z &= 0. \end{aligned} \tag{4}$$

For this type of applied load on the studied torse of equal slope (Figure 2), we have $X = Y = 0$ and $Z = q$. The differential equations of equilibrium (4) are simplified as follows:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial u}(BN_u) - \frac{\partial B}{\partial u}N_v + \frac{\partial S}{\partial v} &= 0; \\ \frac{\partial N_v}{\partial v} + \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial u}(B^2S) &= 0; \\ \frac{N_v}{R_v} - Z &= 0. \end{aligned} \tag{5}$$

The forces S, N_u are equal to zero, i.e. $S = 0$ and $N_u = 0$ at the level $u = 2$ m.

From the third differential equation of the system (5) we obtain an expression for the normal force N_v :

$$N_v = \frac{q}{\tan \alpha} \left(\frac{\mu^2}{\beta} - u \right). \tag{6}$$

From the second differential equation of system (5) we obtain the expression for the tangential force S :

$$S = \frac{1}{B^2} \left[- \int B(u, v) \frac{\partial N_v}{\partial v} du + X_1(v) \right]. \tag{7}$$

Here $X_1(v)$ is an arbitrary function of integration.

$$\frac{\partial N_v}{\partial v} = \frac{3q}{2 \sin \alpha} \varphi \mu^{\frac{1}{2}} \sin 2v; \quad \varphi = \frac{(a^2 - b^2)}{ab}; \quad (8)$$

$$\int B(u, v) du = u\mu^{\frac{1}{2}} - \frac{u^2 B}{2\mu} = \frac{u}{2} \left(B(u, v) + \mu^{\frac{1}{2}} \right) = \frac{\mu}{2\beta} (\mu - B^2(u, v)). \quad (9)$$

The arbitrary function of integration $X_1(v)$ under the boundary condition at the upper edge $S = 0$ at $u = \eta = 2$ m must be equal to

$$X_1(v) = \frac{3q}{4 \sin \alpha} \varphi \sin 2v \left(2\eta\mu - \eta^2\beta\mu^{-\frac{1}{2}} \right). \quad (10)$$

Equation (7) for obtaining values of the tangential forces S taking into account the value of the arbitrary integration function $X_1(v)$ takes the following form:

$$S = -\frac{1}{B^2(u, v)} \frac{3q}{4 \sin \alpha} \varphi \sin 2v \left[\mu^{\frac{5}{2}}\beta^{-1} - 2\eta\mu + \eta^2\beta\mu^{-\frac{1}{2}} - B^2(u, v)\mu^{\frac{3}{2}}\beta^{-1} \right]. \quad (11)$$

From the first equation of the system (5) we obtain an expression for the normal force N_u :

$$N_u = \frac{1}{B(u, v)} \left[\int \left(\frac{\partial B(u, v)}{\partial u} N_v - \frac{\partial S}{\partial v} \right) du + X_2(v) \right]. \quad (12)$$

Here $X_2(v)$ is an arbitrary function of integration.

Performing the integration by parts of the terms of expression (12) we have

$$\int \frac{\partial B(u, v)}{\partial u} N_v du = -\frac{q}{\tan \alpha} \frac{\mu}{2\beta} (\mu - B^2(u, v)). \quad (13)$$

$$\int \frac{\partial S}{\partial v} du = \frac{3q\varphi}{4\beta \sin \alpha} \left[2 \cos 2v \left(\frac{1}{B(u, v)} \xi_1(v) + u\mu^{\frac{3}{2}} \right) + \sin^2 2v \frac{(a^2 - b^2)}{2} \left(\frac{1}{B^2(u, v)} \xi_2(v) + \frac{1}{B(u, v)} \xi_3(v) + 3u\mu^{\frac{1}{2}} \right) \right], \quad (14)$$

where

$$\begin{aligned} \xi_1(v) &= - \left[\frac{\mu^{\frac{7}{2}}}{\beta} - 2\mu^2\eta + \mu^{\frac{1}{2}}\eta^2\beta \right]; \\ \xi_2(v) &= - \left[6\mu^{\frac{3}{2}}\eta - \frac{3\mu^3}{\beta} - 3\eta^2\beta \right]; \\ \xi_3(v) &= - \left[\frac{9\mu^{\frac{5}{2}}}{\beta} - 12\mu\eta + \frac{3\eta^2\beta}{\mu^{\frac{1}{2}}} \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

The arbitrary function of integration $X_2(v)$ under the boundary condition $N_u = 0$ at the upper edge $u = 2$ m must be equal to

$$\begin{aligned}
 X_2(v) = & \frac{q}{\operatorname{tg} \alpha} \frac{\mu}{2\beta} (\mu - B^2(\eta, v)) + \frac{3q\varphi}{4\beta \sin \alpha} \left[2 \cos 2v \left(\frac{1}{B(\eta, v)} \xi_1(v) + \eta \mu^{\frac{3}{2}} \right) + \right. \\
 & \left. + \sin^2 2v \frac{(a^2 - b^2)}{2} \left(\frac{1}{B(\eta, v)^2} \xi_2(v) + \frac{1}{B(\eta, v)} \xi_3(v) + 3\eta \mu^{\frac{1}{2}} \right) \right].
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

Taking into account the value (16) of the arbitrary integration function $X_2(v)$, the equation (12) for calculating the values of normal forces N_u takes the form

$$\begin{aligned}
 N_u = & \frac{1}{B(u, v)} \left\{ \frac{q}{\operatorname{tg} \alpha} \frac{\mu}{2\beta} (B^2(u, v) - B^2(\eta, v)) + \right. \\
 & + \frac{3q\varphi}{4\beta \sin \alpha} \left[2 \cos 2v \left(\xi_1(v) \left(\frac{1}{B(\eta, v)} - \frac{1}{B(u, v)} \right) + \mu^{\frac{3}{2}}(\eta - u) \right) + \right. \\
 & + \sin^2 2v \frac{(a^2 - b^2)}{2} \left(\xi_2(v) \left(\frac{1}{B^2(\eta, v)} - \frac{1}{B^2(u, v)} \right) + \right. \\
 & \left. \left. \left. + \xi_3(v) \left(\frac{1}{B(\eta, v)} - \frac{1}{B(u, v)} \right) + 3\mu^{\frac{1}{2}}(\eta - u) \right) \right] \right\}.
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

To find results of forces N_v (6), S (11) and N_u (17), we use the software Mathcad.

Stress state investigation of the torse by the FEM and the VDM

For the first analysis, the SCAD Office computing complex is used. Figure 2 shows the computational model of the torse with approximation of the middle surface by quadrangular plane elements with maximum side size of 0.228 m.

For the second analysis, the program SHELLVRM is used. This program also allows us to implement the conditions for the momentless state of the shell and the grid is similar to the grid in SCAD.

Results and discussion

The results of the analytical analysis (MLT) are compared with the results of two numerical analysis (by FEM and VDM) for 11 cross-sections (Figure 3).

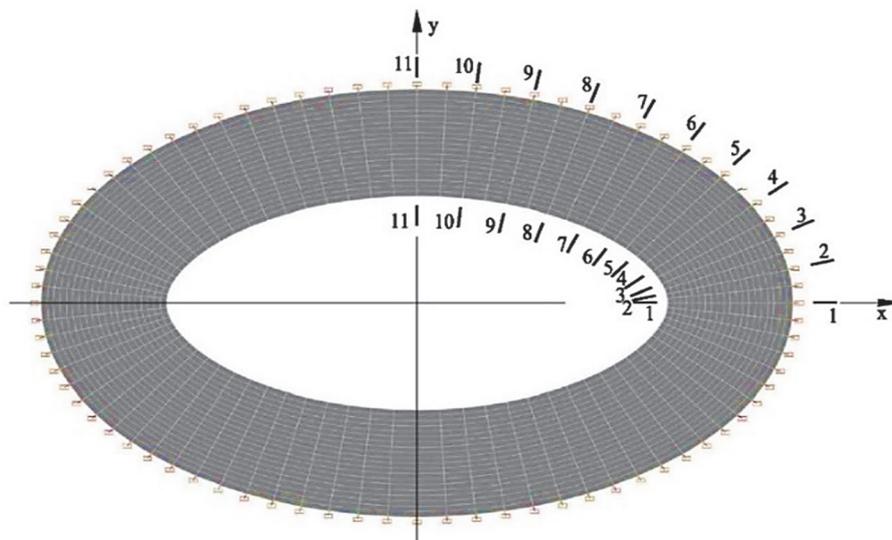


Figure 3. Cross-sections of the torse to compare the results

The maximum deviations of the results of normal force N_v by MLT from the results by FEM and VDM in section 1-1 are 26.7% (Figure 4), in section 2-2 – 21.7%, in section 3-3 – 28.3%, in section 4-4 – 34.7%, in section 5-5 – 22.4%, in section 6-6 – 9.7% (Figure 5), in section 7-7 – 2.6%, in section 8-8 – 2.8%, in section 9-9 – 4.1%, in section 10-10 – 4.5% and in section 11-11 – 4.7%. It should be noted that the maximum deviations are in the nodes with coordinates $u = 0$ m, $u = 1.8$ m and $u = 2$ m, in other nodes the deviations do not exceed 5.7%.

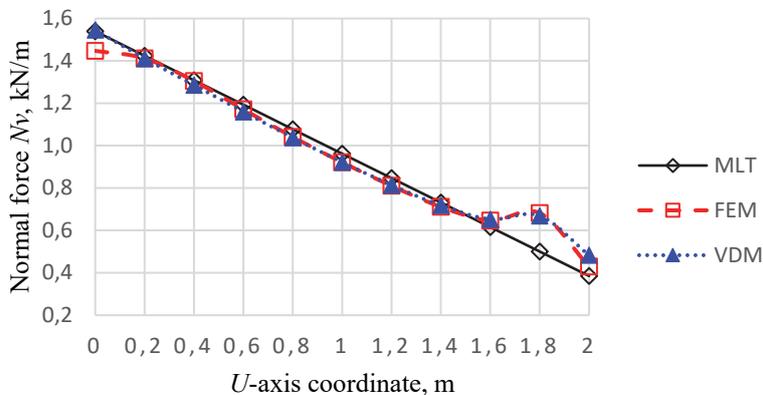


Figure 4. Comparison of numerical results for normal force N_v in section 1-1

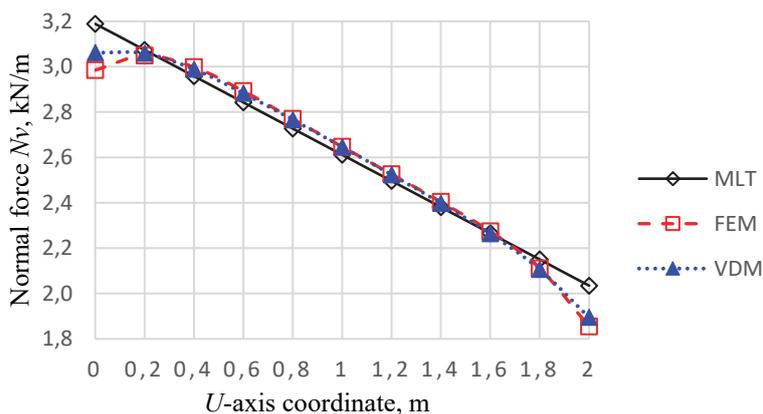


Figure 5. Comparison of numerical results for normal force N_v in section 6-6

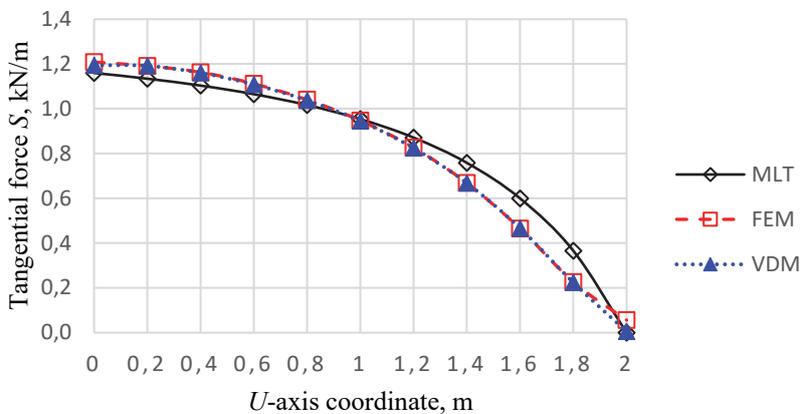


Figure 6. Comparison of numerical results for tangential force S in section 3-3

The values of the tangential force S in sections 1-1 and 11-11 are equal to zero by all calculation methods. The maximum deviations of the results of the tangential force S by MLT from the results by FEM and VDM in the nodes with coordinates $u = 1.4$ m, $u = 1.6$ m and $u = 1.8$ m are 112.4% in section 2-2, 62.9% – in section 3-3 (Figure 6), 23.4% – in section 4-4. In the remaining nodes of sections 2-2, 3-3 and 4-4, the deviations do not exceed 9.0%. The maximum deviations in section 5-5 are 3.2%, 7.4% – in section 6-6, 9.1% – in section 7-7, 7.7% – in section 8-8, 5.6% – in section 9-9 (Figure 7) and in section 10-10 the maximum deviations are 4.1%.

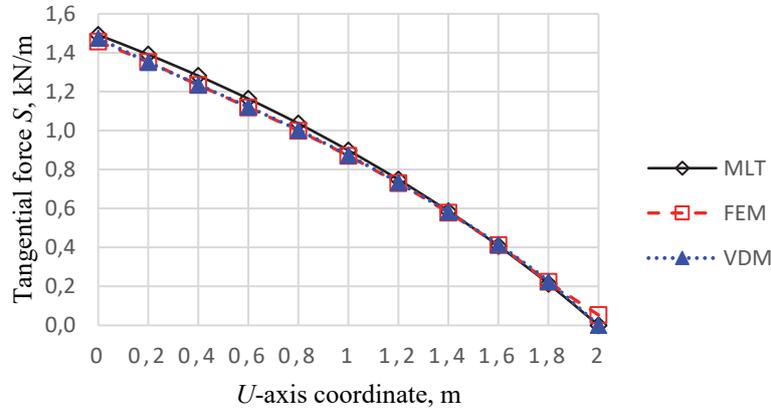


Figure 7. Comparison of numerical results for tangential force S in section 9-9

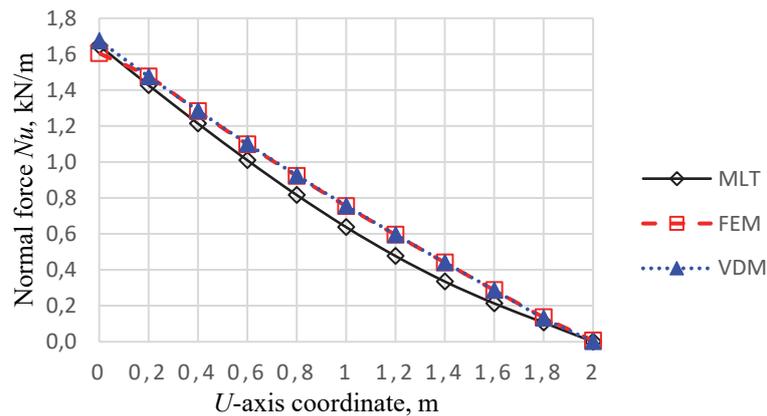


Figure 8. Comparison of numerical results for normal force N_u in section 5-5

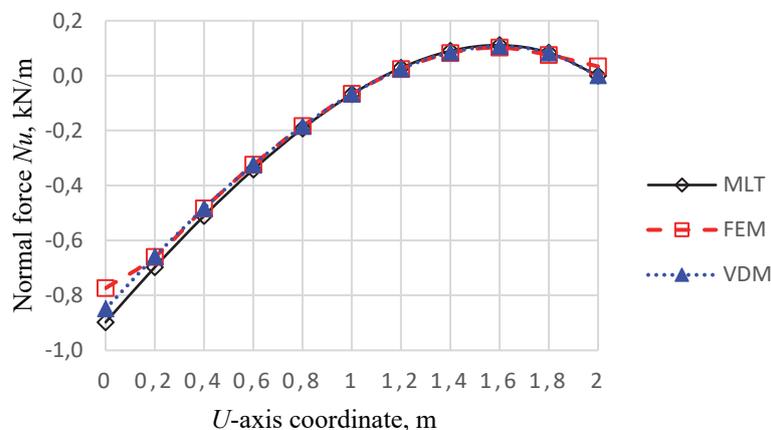


Figure 9. Comparison of numerical results for normal force N_u in section 11-11

The maximum deviations of the results of the normal force N_u by MLT from the results by FEM and VDM are 59.0% in section 1-1, 27.1% – in section 2-2, 23.1% – in section 3-3, 32.7% – in section 4-4, 25.8% – in section 5-5 (Figure 8), 10.8% – in section 6-6, 11.1% – in section 7-7, 37.6% – in section 8-8, 33.1% – in section 9-9, 27.1% – in section 10-10, and 18.6% – in section 11-11 (Figure 9). The concentration of the greatest deviations is in the upper zone of the shell in sections 1-1 – 5-5 at the nodes with coordinates $u = 1.40$ m, $u = 1.60$ m and $u = 1.80$ m. Also, in sections 8-8 – 11-11, the maximum deviations of the results appear in the regions of the transition from the stretched into the compressed zone of the shell.

The general stress state of the torse shell under the action of internal pressure is shown in Figures 10–12. All the contour graphs are obtained in the SCAD Office software.

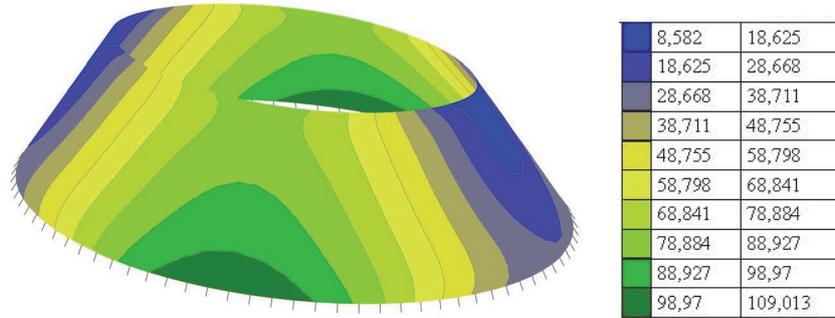


Figure 10. Normal stress $\sigma(N_v)$ by FEM, kN/m²

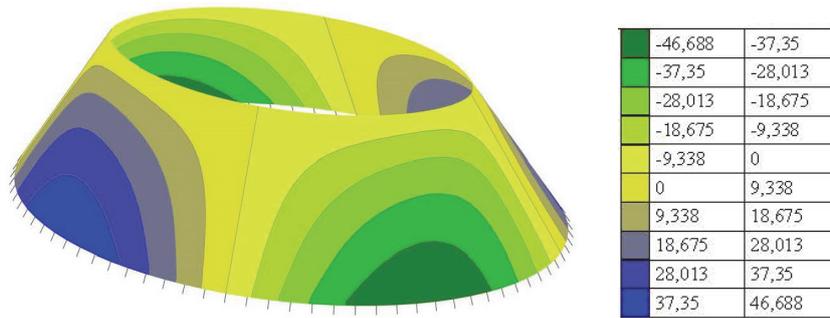


Figure 11. Tangential stress $\tau(S)$ by FEM, kN/m²

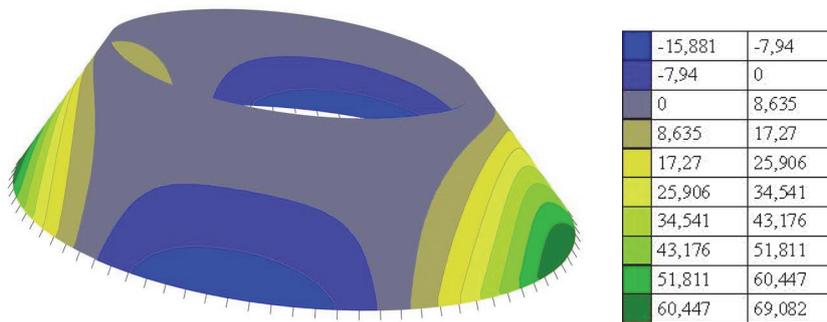


Figure 12. Normal stress $\sigma(N_u)$ by FEM, kN/m²

Comparison of the obtained forces by different analysis methods shows good convergence. The largest deviations of the values of the normal forces N_v , N_u and tangential force S are localized at the nodes with coordinates $u = 0.00$ m, $u = 1.80$ m and $u = 2.00$ m. Deviations of the results at the nodes with coordinates $u = 0$ m can be explained by the fact that in the momentless theory only the boundary condition at the upper edge of the torse ($u = 2$ m) is considered.

Analytical results of the forces N_u and S under the action of uniform internal pressure at the nodes of all sections with coordinate $u = 2.00$ m should be $N_u = 0$ and $S = 0$, which is confirmed by the rules of strength of materials. However, the values of forces N_u and S of FEM and VDM are different from zero, at the same time, the results of VDM are more accurate as compared to FEM.

The greatest deviations of the values of normal forces N_v along curvilinear directrices and N_u along straight generatrices are concentrated in the upper free edge of the torse in sections from 1-1 to 6-6. Similar results have been obtained in [2–4]. When analyzing the geometry of the middle surface of the torse, we see that this region of the shell has the greatest change in the radius of curvature along the curvilinear directrices. As is known, a smooth change in the geometry of the middle surface is one of the conditions for the application of the momentless theory. The momentless theory allows us to take into account only normal and tangential forces, and transverse forces and moments also affect the overall picture of the stress-strain state. Moreover, the correct choice of the finite element size (mesh) affects the accuracy of analysis using FEM and VDM [15]. It is noted that comparison of the results of VDM and FEM analysis for identical meshes shows similar accuracy, and in some cases VDM gives even more accurate results [14]. Thus, the influence of middle surface geometry and choice of finite element dimensions (mesh) are topics for further investigation of the stress-strain state of a class of torse shells of equal slope.

Conclusion

The application of the analytical method to solve the problem of determining the internal forces in the torse under the action of internal pressure turned out to be a labor-intensive task. Comparison of the results of the analytical method with two numerical methods (FEM and VDM) shows good convergence, indicating that the derived differential equations of equilibrium and expressions for determining the numerical values of forces N_u , N_v and S are correct. The SHELLVRM and SCAD programs simplify this task. However, the SHELLVRM program is not distributed, and it is difficult to implement the momentless condition of shell in SCAD. In this paper, when choosing a method for solving the problem, the preference is the SCAD program, which is most universal for solving a research problem.

The values of normal forces N_u and N_v indicate that this torse shell of equal slope with ellipse at the base works mainly in stretching. Taking into account the results of the stress state of torse and the properties of this class of surfaces to be unfolded on the plane without folds and breaks, it can help distribute this class of shells for the design of various buildings and structures among architects and designers.

References

1. Ivanov V.N., Alyoshina O.O. Comparative analysis of the stress-strain state's parameters of equal slope shell with the director ellipse using three calculation methods. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2020;(3):37–46. (In Russ.) <https://doi.org/10.37538/0039-2383.2020.3.37.46>
2. Aleshina O.O., Ivanov V.N., Cajamarca-Zuniga D. Stress state analysis of an equal slope shell under uniformly distributed tangential load by different methods. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2021;17(1):51–62. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-1-51-62>
3. Aleshina O.O., Ivanov V.N., Grinko E.A. Investigation of the equal slope shell stress state by analytical and two numerical methods. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2020;(6):2–13. (In Russ.) <https://doi.org/10.37538/0039-2383.2020.6.2.13>
4. Ivanov V.N., Alyoshina O.O. Comparative analysis of the results of determining the parameters of the stress-strain state of equal slope shell. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2019;15(5):374–383. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-5-374-383>
5. Aleshina O.O. New investigation of the stress-strain state of the torso-shaped awning. *International Conference Scientific Research of the SCO Countries: Synergy and Integration*. Beijing: Infinity; 2020. p. 130–136. <https://doi.org/10.34660/INF.2020.26.58262>
6. Aleshina O.O. Studies of geometry and calculation of torso shells of an equal slope. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2019;(3):63–70. (In Russ.)
7. Alyoshina O.O. Definition of the law of setting closed curves torso shells of the equal slope. *Engineering Systems – 2020: Proceedings of the Scientific and Practical Conference with International Participation (Moscow, 14–16 October 2020)* (vol. 1). Moscow; 2020. p. 22–30. (In Russ.)
8. Zhou F.-X. A constant slope surface and its application. *2022 3rd International Conference on Geology, Mapping and Remote Sensing*. IEEE; 2022. p. 78–81. <https://doi.org/10.1109/ICGMRS55602.2022.9849334>
9. Krivoschapko S.N., Timoshin M.A. Static analysis of a torse shell of equal slope with a director ellipse. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2008;(1):3–10. (In Russ.)

10. Hu Jian-guo, Chen Yue-ping. Mathematical model of the identical slope surface. *Wuhan University Journal of Natural Sciences*. 2002;7:54–58. <https://doi.org/10.1007/BF02830014>
11. Krivoshapko S.N. *Geometry of ruled surfaces with cuspidal edge and linear theory of analysis of torse shells*. Moscow; 2009. (In Russ.)
12. Klochkov Y.V., Vakhinina O.V., Kiseleva T.A. Calculation of thin shells on the basis of the triangular final element with the correcting Lagrange's coefficients. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2015;(5):55–59. (In Russ.)
13. Klochkov Y.V., Nikolaev A.P., Ishchanov T.R., Andreev A.S., Klochkov M.Y. Accounting for geometric nonlinearity in finite element strength calculations of thin-walled shell-type structures. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(1):31–37. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-1-31-37>
13. Ivanov V.N. *Fundamentals of the finite element method and the variational-difference method*. Moscow: RUDN University; 2008. (In Russ.)
15. Maksimyuk V.A., Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S. Variational finite-difference methods in linear and non-linear problems of the deformation of metallic and composite shells. *International Applied Mechanics*. 2012;48(6):613–687. <https://doi.org/10.1007/s10778-012-0544-8>
16. Govind P.L. Complicated features and their solution in analysis of thin shell and plate structures. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018;14(6):509–515. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-6-509-515>
17. Ivanov V.N., Rynkovskaya M.I. Analysis of thin walled wavy shell of Monge type surface with parabola and sinusoid curves by variational-difference method. *MATEC Web of Conferences, Shanghai, 21–23 October 2016*. 2017;95:12007. <https://doi.org/10.1051/mateconf/20179512007>
18. Barve V.D., Dey S.S. Isoparametric finite difference energy method for plate bending problems. *Computers and Structures*. 1983;17(3):459–465. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(83\)90137-2](https://doi.org/10.1016/0045-7949(83)90137-2)
19. Bushnell D., Almroth B.O., Brogan F. Finite-difference energy method for nonlinear shell analysis. *Computers and Structures*. 1971;1(3):361–387. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(71\)90020-4](https://doi.org/10.1016/0045-7949(71)90020-4)
20. Ihlenburg F.F. Plate bending analysis with variational finite difference methods on general grid. *Computers and Structures*. 1993;48(1):141–151. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(93\)90465-P](https://doi.org/10.1016/0045-7949(93)90465-P)
21. Ivanov V.N., Krivoshapko S.N. *Analytical methods for calculating shells of non-canonical form*. Moscow; 2010. (In Russ.)
22. Courant R. Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations. *Bulletin of the American Mathematical Society*. 1943;49(1):1–23.
23. Mikhlin S.G. Variational-difference approximation. *Journal of Soviet Mathematics*. 1978;10(5):661–787. <https://doi.org/10.1007/BF01083968>
24. Zhong H., Yu T. A weak form quadrature element method for plane elasticity problems. *Applied Mathematical Modelling*. 2009;33(10):3801–3814. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2008.12.007>
25. Griffin D.S., Varga R.S. Numerical solution of plane elasticity problems. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*. 1963;11(4):1046–1062.
26. Brush D.O., Almroth B.O. *Buckling of bars, plates, and shells*. New York: McGraw-Hill; 1975.
27. Ivanov V.N., Lamichane G.P. Compound space constructions. *Engineering Systems – 2020: Proceedings of the Scientific and Practical Conference with International Participation (Moscow, 14–16 October 2020)* (vol. 1). Moscow; 2020. p. 31–39. (In Russ.)
28. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. *Encyclopedia of analytical surfaces*. Springer; 2015.
29. Krivoshapko S.N. Perspectives and Advantages of tangential developable surfaces in modeling machine-building and building designs. *Bulletin of Civil Engineers*. 2019;16(1):20–30. (In Russ.) <https://doi.org/10.23968/1999-5571-2019-16-1-20-30>
30. Krivoshapko S.N. The application, geometrical and strength researches of torse shells: the review of works published after 2008. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2018;(2):19–25. (In Russ.)

Список литературы

1. Иванов В.Н., Алешина О.О. Сравнительный анализ параметров напряженно-деформированного состояния торса с направляющим эллипсом с помощью трех методов расчета // Строительная механика и расчет сооружений. 2020. № 3 (290). С. 37–46. <https://doi.org/10.37538/0039-2383.2020.3.37.46>
2. Aleshina O.O., Ivanov V.N., Cajamarca-Zuniga D. Stress state analysis of an equal slope shell under uniformly distributed tangential load by different methods // *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2021. Vol. 17. No. 1. Pp. 51–62. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-1-51-62>
3. Алешина О.О., Иванов В.Н., Гринько Е.А. Исследование напряженного состояния торсовой оболочки одинакового ската аналитическим и численными методами // Строительная механика и расчет сооружений. 2020. № 6 (293). С. 2–13. <https://doi.org/10.37538/0039-2383.2020.6.2.13>
4. Иванов В.Н., Алешина О.О. Сравнительный анализ результатов определения параметров напряженно-деформированного состояния оболочки одинакового ската с направляющим эллипсом в основании // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 5. С. 374–383. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-5-374-383>

5. *Aleshina O.O.* New investigation of the stress-strain state of the torso-shaped awning // International Conference Scientific Research of the SCO Countries: Synergy and Integration. Beijing: Infinity, 2020. Pp. 130–136. <https://doi.org/10.34660/INF.2020.26.58262>
6. *Алешина О.О.* Исследования по геометрии и расчету торсовых оболочек одинакового ската // Строительная механика и расчет сооружений. 2019. № 3 (284). С. 63–70.
7. *Алешина О.О.* Определение закона задания замкнутых кривых торсовых оболочек одинакового ската // Инженерные системы – 2020: труды научно-практической конференции с международным участием, посвященной 60-летию Российского университета дружбы народов (Москва, 14–16 октября 2020 г.): в 2 т. Т. 1. М., 2020. С. 22–30.
8. *Zhou F.-X.* A constant slope surface and its application // 2022 3rd International Conference on Geology, Mapping and Remote Sensing. IEEE, 2022. Pp. 78–81. <https://doi.org/10.1109/ICGMRS55602.2022.9849334>
9. *Кривошапко С.Н., Тимошин М.А.* Статический расчет торсовой оболочки одинакового ската с направляющим эллипсом // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2008. № 1. С. 3–10.
10. *Hu Jian-guo, Chen Yue-ping.* Mathematical model of the identical slope surface // Wuhan University Journal of Natural Sciences. 2002. Vol. 7. Pp. 54–58. <https://doi.org/10.1007/BF02830014>
11. *Кривошапко С.Н.* Геометрия линейчатых поверхностей с ребром возврата и линейная теория расчета торсовых оболочек. М.: РУДН, 2009. 358 с.
12. *Клочков Ю.В., Вахнина О.В., Киселева Т.А.* Расчет тонких оболочек на основе треугольного конечного элемента с корректирующими множителями Лагранжа // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. № 5. С. 55–59.
13. *Клочков Ю.В., Николаев А.П., Ищанов Т.Р., Андреев А.С., Клочков М.Ю.* Учет геометрической нелинейности в конечно-элементных прочностных расчетах тонкостенных конструкций типа оболочек // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 1. С. 31–37. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-1-31-37>
14. *Иванов В.Н.* Основы метода конечных элементов и вариационно-разностного метода. М.: РУДН, 2008. 168 с.
15. *Maksymyuk V.A., Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S.* Variational finite-difference methods in linear and nonlinear problems of the deformation of metallic and composite shells // International Applied Mechanics. 2012. Vol. 48. No. 6. Pp. 613–687. <https://doi.org/10.1007/s10778-012-0544-8>
16. *Govind P.L.* Complicated features and their solution in analysis of thin shell and plate structures // Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings. 2018. Vol. 14. No. 6. Pp. 509–515. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-6-509-515>
17. *Ivanov V.N., Rynkovskaya M.I.* Analysis of thin walled wavy shell of Monge type surface with parabola and sinusoid curves by variational-difference method // MATEC Web of Conferences, Shanghai, 21–23 October 2016. 2017. Vol. 95. Article 12007. <https://doi.org/10.1051/mateconf/20179512007>
18. *Barve V.D., Dey S.S.* Isoparametric finite difference energy method for plate bending problems // Computers and Structures. 1983. Vol. 17. Issue 3. Pp. 459–465. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(83\)90137-2](https://doi.org/10.1016/0045-7949(83)90137-2)
19. *Bushnell D., Almroth B.O., Brogan F.* Finite-difference energy method for nonlinear shell analysis // Computers and Structures. 1971. Vol. 1. Issue 3. Pp. 361–387. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(71\)90020-4](https://doi.org/10.1016/0045-7949(71)90020-4)
20. *Ihlenburg F.F.* Plate bending analysis with variational finite difference methods on general grid // Computers and Structures. 1993. Vol. 48. Issue 1. Pp. 141–151. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(93\)90465-P](https://doi.org/10.1016/0045-7949(93)90465-P)
21. *Иванов В.Н., Кривошапко С.Н.* Аналитические методы расчета оболочек неканонической формы. М.: РУДН, 2010. 542 с.
22. *Courant R.* Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations // Bulletin of the American Mathematical Society. 1943. Vol. 49. Issue 1. Pp. 1–23.
23. *Mikhlin S.G.* Variational-difference approximation // Journal of Soviet Mathematics. 1978. Vol. 10. Issue 5. Pp. 661–787. <https://doi.org/10.1007/BF01083968>
24. *Zhong H., Yu T.* A weak form quadrature element method for plane elasticity problems // Applied Mathematical Modelling. 2009. Vol. 33. Issue 10. Pp. 3801–3814. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2008.12.007>
25. *Griffin D.S., Varga R.S.* Numerical solution of plane elasticity problems // Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics. 1963. Vol. 11. Issue 4. Pp. 1046–1062.
26. *Brush D.O., Almroth B.O.* Buckling of bars, plates, and shells. New York: McGraw-Hill, 1975. 379 p.
27. *Иванов В.Н., Ламичхане Г.П.* Комбинированные пространственные конструкции // Инженерные системы – 2020: труды научно-практической конференции с международным участием, посвященной 60-летию Российского университета дружбы народов (Москва, 14–16 октября 2020 г.): в 2 т. Т. 1. М., 2020. С. 31–39.
28. *Krivoshapko S.N., Ivanov V.N.* Encyclopedia of analytical surfaces. Springer, 2015.
29. *Кривошапко С.Н.* Перспективы и преимущества торсовых поверхностей при моделировании машиностроительных и строительных конструкций // Вестник гражданских инженеров. 2019. № 1 (72). С. 20–30. <https://doi.org/10.23968/1999-5571-2019-16-1-20-30>
30. *Кривошапко С.Н.* Применение, геометрические и прочностные исследования торсовых оболочек: обзор работ, опубликованных после 2008 г. // Строительная механика и расчет сооружений. 2018. № 2 (277). С. 19–25.



ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМ ОБОЛОЧЕК GEOMETRICAL MODELING OF SHELL FORMS

DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-4-387-395
 УДК 514.74:514.8:539.3:72.01:624.074.4:539.41

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Линейчатые алгебраические поверхности с главным каркасом из трех суперэллипсов

И.А. Мамиева 

Российский университет дружбы народов, Москва, Российская Федерация

i_mamieva@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 11 апреля 2022 г.
 Доработана: 8 июля 2022 г.
 Принята к публикации: 15 июля 2022 г.

Для цитирования

Мамиева И.А. Линейчатые алгебраические поверхности с главным каркасом из трех суперэллипсов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 4. С. 387–395. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-387-395>

Аннотация. Показана возможность преобразования алгебраических поверхностей с главным каркасом из трех суперэллипсов общего вида в линейчатые поверхности нескольких видов. Для этого необходимо взять один, два или все три суперэллипса в форме ромба, то есть в явных алгебраических уравнениях соответствующих суперэллипсов принять показатели степеней равными единице. Проиллюстрировано, что, взяв один и тот же главный каркас их трех плоских кривых, лежащих в главных координатных плоскостях, можно построить три алгебраические поверхности разных порядков. Соответственно, можно ввести в практику бесконечное число линейчатых поверхностей с предварительно заданным главным каркасом из трех суперэллипсов, некоторые из которых принимаются в виде прямых линий. В результате получаются пятнадцать форм, то есть пять троек линейчатых алгебраических поверхностей с главным каркасом из трех суперэллипсов, которые описываются тремя явными уравнениями или тремя системами параметрических уравнений. Эти поверхности включают в себя многогранник на ромбическом плане, некоторые виды цилиндров и коноидов и линейчатые поверхности, не описанные ранее в научной литературе. Все поверхности визуализированы на конкретных примерах. Ранее А.В. Коротичем введена в обращение новая группа поверхностей, названная линейчатыми квазимногогранниками из коноидов. Некоторые из представленных в исследовании линейчатых алгебраических поверхностей могут быть включены в эту группу линейчатых квазимногогранников.

Ключевые слова: суперэллипс, алгебраическая поверхность, линейчатая поверхность, цилиндр, главный каркас поверхности

Мамиева Ираида Ахсарбеговна, ассистент, департамент строительства, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; ORCID: 0000-0002-7798-7187, eLIBRARY SPIN-код: 3632-0177; i_mamieva@mail.ru

© Мамиева И.А., 2022



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Ruled algebraic surfaces with a main frame from three superellipses

Iraida A. Mamieva 

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russian Federation

✉ i_mamieva@mail.ru

Article history

Received: April 11, 2022

Revised: July 8, 2022

Accepted: July 15, 2022

Abstract. An opportunity of conversion of algebraic surfaces with a main frame from three superellipses of general type into ruled surfaces of several views is shown. It is necessary to take one, two, or all of three superellipses in the form of a rhombus, i.e. it is necessary to assume exponents in explicit algebraic equations of suitable superellipses equal to one. It was illustrated that having taken one and the same main frame from three plane curves lying in the main coordinate planes, one can construct three algebraic surfaces of different orders. So, it is possible to introduce into practice great number of ruled surfaces with the preliminary given main frame from three superellipses. Some of them must be in the form of straight lines. As a result, fifteen shapes, i.e. five threes of ruled algebraic surfaces with a main frame from three superellipses were obtained with the help of three explicit equations or with the help of three systems of parametric equations. These surfaces contain a polyhedron on given rhombus plane, some types of cylindroids and conoids, and ruled surfaces not described in scientific literature before. All surfaces were visualized for concrete examples. Earlier, Professor A.V. Korotich introduced into practice a new group of surfaces which he called “Ruled quasipolyhedrons from conoids.” Some of the ruled algebraic surfaces presented in this paper can be put in this group of ruled quasipolyhedrons.

Keywords: superellipse, algebraic surface, ruled surface, cylindroid, main frame of surface

For citation

Mamieva I.A. Ruled algebraic surfaces with a main frame from three superellipses. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(4):387–395. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-387-395>

Введение

Алгебраические поверхности с заданным главным каркасом из трех плоских кривых в основном используются на начальной стадии проектирования судовых поверхностей [1]. В [2; 3] в качестве плоских кривых главного каркаса предложено брать суперэллипсы [4], что значительно расширило число форм для судовых поверхностей, задаваемых одной формулой. В [5] и [6] впервые предложено применить поверхности с главным каркасом из суперэллипсов для формообразования строительных оболочек.

Учитывая, что косые линейчатые поверхности находят довольно широкое применение в архитектуре и строительстве [7], рассмотрим возможности преобразования алгебраических поверхностей с главным каркасом из трех суперэллипсов общего вида в линейчатые поверхности нескольких видов.

Предположим, что плоские кривые главного каркаса рассматриваемых поверхностей заданы в виде [8]:
– кривой 1 (ватерлиния в судостроении), расположенной в плоскости $z = 0$:

$$|y|^r = W^r \left(1 - \frac{|x|^t}{L^t}\right); \quad (1)$$

– кривой 2 (мидельшпангоут в судостроении), расположенной в плоскости $x = 0$:

$$|z|^n = T^n \left(1 - \frac{|y|^m}{W^m}\right); \quad (2)$$

– кривой 3 (килевая линия в судостроении), расположенной в плоскости $y = 0$:

$$|z|^s = T^s \left(1 - \frac{|x|^k}{L^k}\right), \quad (3)$$

где для выпуклых кривых $r, t, n, m, s, k > 1$; для вогнутых кривых $r, t, n, m, s, k < 1$.

Iraida I. Mamieva, Assistant, Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-7798-7187, eLIBRARY SPIN-code: 3632-0177; i_mamieva@mail.ru

Если принять $r = t = 1, n = m = 1, s = k = 1$, то кривые (1)–(3) вырождаются в прямые линии.

Используя методику, изложенную в [1–3], можно получить явные уравнения трех алгебраических поверхностей с одним и тем же главным каркасом (1)–(3):

– с образующим семейством сечений $x = \text{const}$:

$$|z| = T(1 - |x|^k/L^k)^{1/s} [1 - |y/W|^m / (1 - |x/L|^t)^{m/r}]^{1/n}; \quad (4)$$

– с образующим семейством сечений $y = \text{const}$:

$$|z| = T(1 - |y|^m/W^m)^{1/n} [1 - |x/L|^k / (1 - |y/W|^r)^{k/t}]^{1/s}; \quad (5)$$

– с образующим семейством сечений $z = \text{const}$:

$$|y| = W(1 - |z|^n/T^n)^{1/m} [1 - |x/L|^t / (1 - |z/T|^s)^{t/k}]^{1/r}, \quad (6)$$

где $-L \leq x \leq L; -W \leq y \leq W; 0 \leq z \leq T$.

Явные уравнения поверхностей (4)–(6) можно перевести в параметрическую форму задания:

$$x = x(u) = \pm uL, \quad y = y(u, v) = vW[1 - u^t]^{1/r}, \quad z = z(u, v) = T[1 - u^k]^{1/s} [1 - |v|^m]^{1/n}; \quad (4a)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u^t]^{1/t}, \quad y = y(u) = \pm uW, \quad z = z(u) = T[1 - u^m]^{1/n} [1 - |v|^k]^{1/s}; \quad (5a)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u^s]^{1/k}, \quad y = y(u, v) = \pm W[1 - u^n]^{1/m} [1 - |v|^t]^{1/r}, \quad z = z(u) = uT, \quad (6a)$$

где $0 \leq u \leq 1; -1 \leq v \leq 1; u, v$ – безразмерные параметры.

Линейчатые поверхности как частный случай поверхностей с тремя суперэллипсами

Во всех случаях построения реальных поверхностей будем принимать $L = 5$ м, $W = 3$ м, $T = 5$ м по умолчанию. Следовательно, поверхности имеют длину, вдоль оси x равную $2L = 10$ м, ширину, вдоль оси y равную $2W = 6$ м и стрелу подъема $T = 5$ м.

Случай 1. Пусть все кривые (1)–(3) являются прямыми, то есть $r = t = n = m = s = k = 1$. В этом случае поверхности (4)–(6) будут тождественны:

$$z = T(1 - |x|/L - |y|/W). \quad (7)$$

Параметрические уравнения (4a)–(6a) принимают вид

$$x = x(u) = \pm uL, \quad y = y(u, v) = vW[1 - u], \quad z = z(u, v) = T[1 - u] [1 - |v|] \quad (\text{рис. 1, а}); \quad (8)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u], \quad y = y(u) = \pm uW, \quad z = z(u, v) = T[1 - u][1 - |v|] \quad (\text{рис. 1, б}); \quad (9)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u], \quad y = y(u, v) = \pm W[1 - u] [1 - |v|], \quad z = z(u) = uT \quad (\text{рис. 1, в}). \quad (10)$$

На рис. 1 показаны три тождественные поверхности, но с разными криволинейными координатами u, v .

Представленные на рис. 1 многогранники войдут в отдельную группу поверхностей из класса «Многогранники» [8; 9].

Случай 2. Пусть суперэллипс (1) вырождается в ромб, то есть $r = t = 1$, а кривые (2), (3) остаются без изменений, тогда имеем три поверхности на плоском ромбическом плане:

$$z = T(1 - |x|^k/L^k)^{1/s} [1 - |y/W|^m / (1 - |x/L|^m)^{1/n}]; \quad (11)$$

$$z = T(1 - |y|^m/W^m)^{1/n} [1 - |x/L|^k / (1 - |y/W|^k)]^{1/s}; \quad (12)$$

$$|y| = W(1 - z^n/T^n)^{1/m} [1 - |x/L| / (1 - z^s/T^s)]^{1/k}. \quad (13)$$

Параметрические уравнения (4а)–(6а) принимают вид

$$x = x(u) = \pm uL, \quad y = y(u, v) = vW[1 - u], \quad z = z(u, v) = T[1 - u^k]^{1/s} [1 - |v|^m]^{1/n} \text{ (рис. 2, а);} \quad (11а)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u], \quad y = y(u) = \pm uW, \quad z = z(u) = T[1 - u^m]^{1/n} [1 - |v|^k]^{1/s} \text{ (рис. 2, б);} \quad (12а)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u^s]^{1/k}, \quad y = y(u, v) = \pm W[1 - u^n]^{1/m} [1 - |v|], \quad z = z(u) = uT \text{ (рис. 2, в).} \quad (13а)$$

На рис. 2 показаны три поверхности с $n = m = 2, s = k = 2/3$ с одинаковым главным каркасом из суперэллипсов.

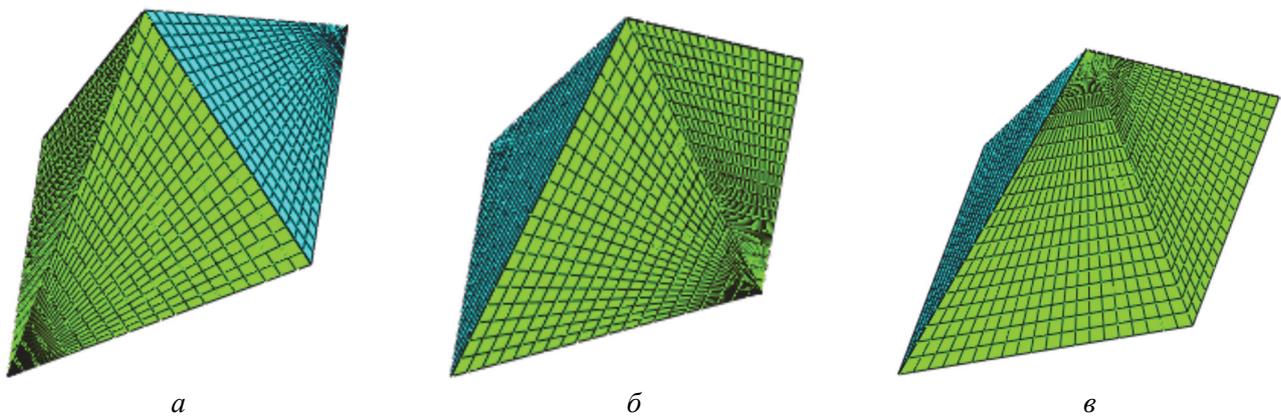


Рис. 1. Случай 1: многогранники с четырьмя треугольными фрагментами плоскости и ромбом в основании
Figure 1. The first case: the polyhedrons with four triangular fragments of plane and on the rhombic base

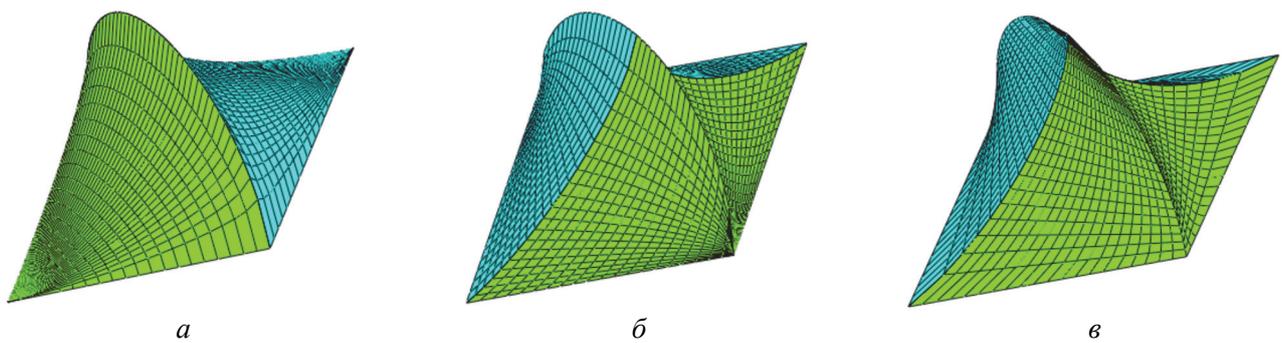


Рис. 2. Случай 2: поверхности на плоском ромбическом плане
Figure 2. The second case: surfaces on a plane rhombic base

Случай 3. Пусть суперэллипс (1) вырождается в ромб, то есть $r = t = 1$, суперэллипс (2) вырождается в прямые линии, то есть $n = m = 1$, а кривая (3) остается без изменений, тогда имеем три поверхности на плоском ромбическом плане:

$$|z| = T(1 - |x|^k/L^k)^{1/s} [1 - |y/W| / (1 - |x/L|)]; \quad (14)$$

$$|z| = T(1 - |y|/W)[1 - |x/L|^k/(1 - |y/W|)^k]^{1/s}; \quad (15)$$

$$|y| = W(1 - z/T)[1 - |x/L|/(1 - z^s/T^s)^{1/k}]. \quad (16)$$

Явные уравнения поверхностей (14)–(16) можно перевести в параметрическую форму задания:

$$x = x(u) = \pm uL, \quad y = y(u, v) = vW[1 - u], \quad z = z(u, v) = T[1 - u^k]^{1/s}[1 - |v|] \quad (\text{рис. 3, а}); \quad (14a)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u], \quad y = y(u) = \pm uW, \quad z = z(u) = T[1 - u][1 - |v|^k]^{1/s} \quad (\text{рис. 3, б}); \quad (15a)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u^s]^{1/k}, \quad y = y(u, v) = \pm W[1 - u][1 - |v|], \quad z = z(u) = uT \quad (\text{рис. 3, в}). \quad (16a)$$

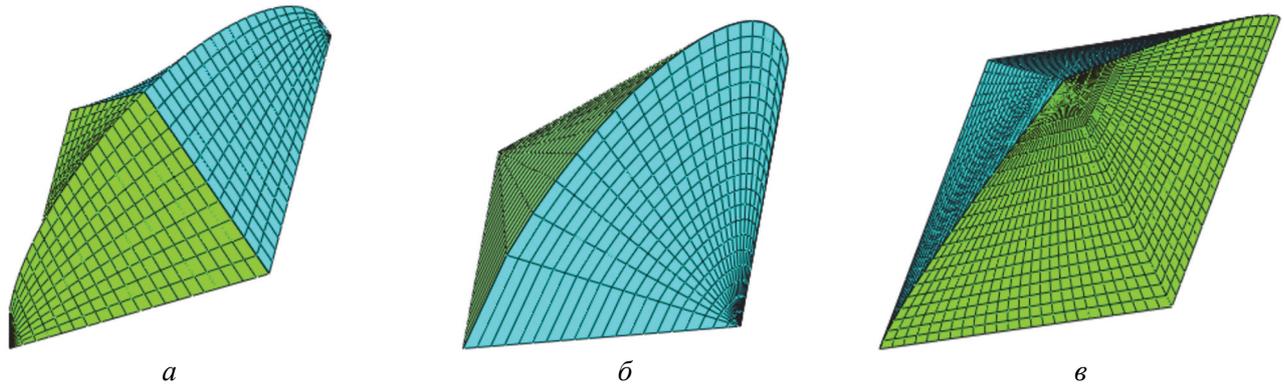


Рис. 3. Случай 3: поверхности на плоском ромбическом плане
Figure 3. The third case: surfaces on a plane rhombic base

На рис. 3 показаны три поверхности с $s = k = 2$ и с одинаковым главным каркасом из суперэллипсов. Очевидно, что поверхности (14) и (16) являются цилиндрами [10].

Случай 4. Пусть суперэллипс, расположенный в плоскости xOy , задан в виде (1), а два других суперэллипса главного каркаса вырождаются в прямые линии, то есть $n = m = s = k = 1$, тогда имеем три поверхности на овальном плане:

$$z = T(1 - |x|/L)[1 - |y/W|/(1 - |x/L|^t)^{1/r}]; \quad (17)$$

$$z = T(1 - |y/W|)[1 - |x/L|/(1 - |y/W|^r)^{1/t}]; \quad (18)$$

$$|y| = W(1 - z/T)[1 - |x/L|^t/(1 - z/T)^t]^{1/r}, \quad (19)$$

где $-L \leq x \leq L$; $-W \leq y \leq W$; $0 \leq z \leq T$.

Явные уравнения поверхностей (17)–(19) можно перевести в параметрическую форму задания:

$$x = x(u) = \pm uL, \quad y = y(u, v) = vW[1 - u^t]^{1/r}, \quad z = z(u, v) = T[1 - u][1 - |v|] \quad (\text{рис. 4, а}); \quad (17a)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u^t]^{1/t}, \quad y = y(u) = \pm uW, \quad z = z(u) = T[1 - u][1 - |v|] \quad (\text{рис. 4, б}); \quad (18a)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u], \quad y = y(u, v) = \pm W[1 - u][1 - |v|^t]^{1/r}, \quad z = z(u) = uT \quad (\text{рис. 4, в}). \quad (19a)$$

На рис. 4 показаны три поверхности с $r = t = 4$, но с одинаковым главным каркасом. Очевидно, что поверхности (17) и (18) являются цилиндрами.

Случай 5. Пусть два суперэллипса заданы в виде (1) и (3), а суперэллипс (2) вырождаются в прямые линии, то есть $n = m = 1$, тогда имеем три поверхности на овальном плане:

– с образующим семейством сечений $x = \text{const}$:

$$z = T(1 - |x|^k/L^k)^{1/s} [1 - |y/W|/(1 - |x/L|^t)^{1/r}]; \quad (20)$$

– с образующим семейством сечений $y = \text{const}$:

$$z = T(1 - |y/W|) [1 - |x/L|^k/(1 - |y/W|^r)^{k/t}]^{1/s}; \quad (21)$$

– с образующим семейством сечений $z = \text{const}$:

$$|y| = W(1 - z/T) [1 - |x/L|^t/(1 - z^s/T^s)^{t/k}]^{1/r}, \quad (22)$$

где $-L \leq x \leq L$; $-W \leq y \leq W$; $0 \leq z \leq T$.

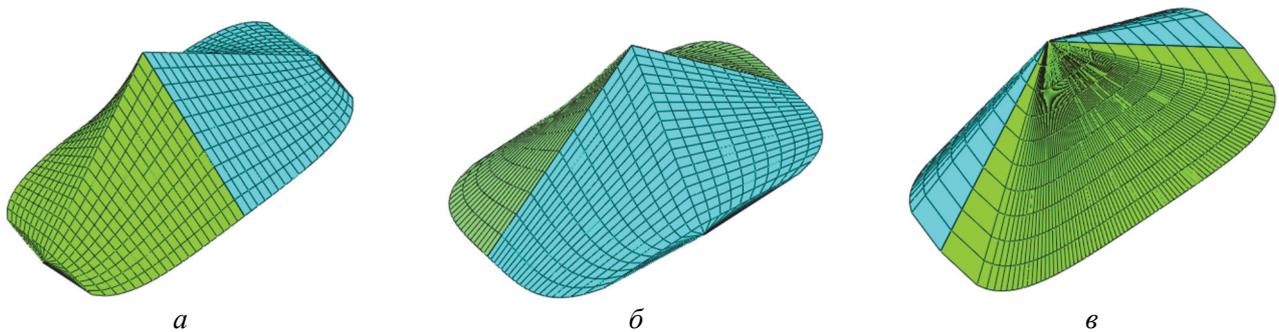


Рис. 4. Случай 4: поверхности на плоском овальном плане
Figure 4. The fourth case: surfaces on a plane oval base

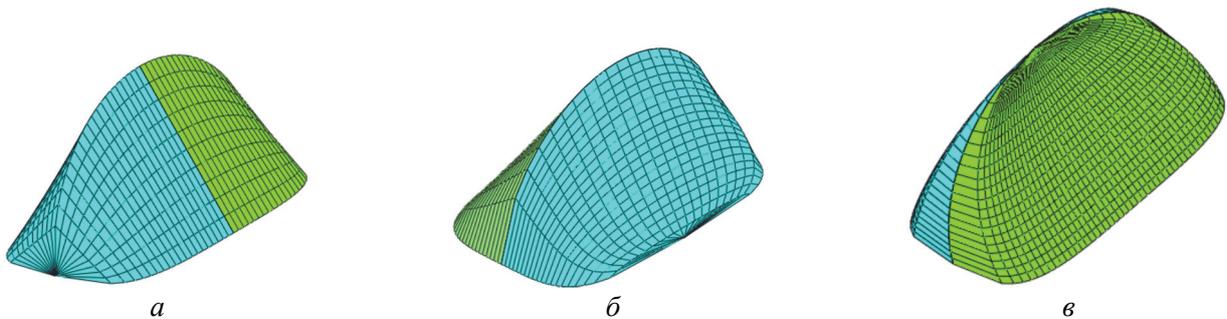


Рис. 5. Случай 5: поверхности на плоском овальном плане
Figure 5. The fifth case: surfaces on a plane oval base

Явные уравнения поверхностей (20)–(22) можно перевести в параметрическую форму задания:

$$x = x(u) = \pm uL, \quad y = y(u, v) = vW[1 - u^t]^{1/r}, \quad z = z(u, v) = T[1 - u^k]^{1/s} [1 - |v|] \quad (\text{рис. 5, а}); \quad (20a)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u^t]^{1/t}, \quad y = y(u) = \pm uW, \quad z = z(u) = T[1 - u] [1 - |v|^k]^{1/s} \quad (\text{рис. 5, б}); \quad (21a)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u^s]^{1/k}, \quad y = y(u, v) = \pm W[1 - u] [1 - |v|^t]^{1/r}, \quad z = z(u) = uT \quad (\text{рис. 5, в}), \quad (22a)$$

где $0 \leq u \leq 1$; $-1 \leq v \leq 1$; u, v – безразмерные параметры.

На рис. 5 показаны три поверхности с $r = t = 4$, $s = k = 2$, но с одинаковым главным каркасом. Очевидно, что поверхность (20) является цилиндром [11].

Линейчатые поверхности, входящие в группу 5, могут найти применение в висячих покрытиях – *пилоновых арочно-вантовых покрытиях*. Так называют висячую систему, которая поддерживается вантами, подвешенными к системе пилонов – арок. При этом как пилоны, так и ванты, поддерживающие покрытие, расположены выше него, то есть на ванты не укладываются ограждающие элементы покрытия. Примером таких сооружений стал стадион Durban's Moses Mabhida Stadium (г. Дурбан, Южная Африка), построенный к Чемпионату мира по футболу 2010 г. (рис. 6). Ведущий архитектор – Герхард Ле Ру (Gerhard le Roux). Тентовое укрытие для зрителей подвешивается к единственной арке – пилону при помощи вант, организованных в сетчатую структуру¹.



Рис. 6. Стадион в г. Дурбан, Южная Африка
Figure 6. Stadium in Durban, South Africa

(URL: <http://www.wandahennig.com/2012/10/the-man-who-built-durbans-moses-mabhida-stadium/> (дата обращения: 22.04.2022))

Результаты

Выше описаны и визуализированы пять случаев образования линейчатых поверхностей с главным каркасом из трех суперэллипсов. Это возможно, если взять в формулах одного, двух или трех суперэллипсов (1)–(3) показатели степеней, равные единице. В этом случае соответствующие суперэллипсы превращаются в ромбы. Наличие в формулах (1)–(3) большого числа констант дает возможность получить неограниченное количество линейчатых поверхностей.

Количество форм поверхностей можно еще больше увеличить, если в формулах (1)–(22) принимать $r \neq t$, $n \neq m$, $s \neq k$, то есть рассматривать не суперэллипсы в качестве кривых главного каркаса, а плоские произвольные алгебраические кривые. Например, в случае 5 можно взять $r = t = 4$, но $s = 1$, а $k = 2$, то есть за кривую (3) принять квадратную параболу. В этом случае формула (20а) опишет поверхность, изображенную на рис. 7.

Все приведенные формулы получены из уравнений (4)–(6) при соответствующих заданных константах. Уравнения некоторых поверхностей с меньшим числом констант могут быть получены из уравнений поверхностей с большим числом констант. Например, принимая в уравнениях (20)–(22) $s = k = 1$, получим уравнения других поверхностей (17)–(19).

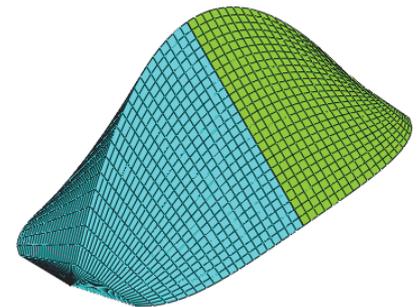


Рис. 7. Цилиндройд на плоском овальном плане, образованный движением прямой линии по параболе и опорному овалу параллельно плоскости yOz
Figure 7. A cylindroid on the plane oval base formed by a moving straight line along the parabola and the base oval parallel to the yOz plane

¹ Hennig W. The man who built Durban's Moses Mabhida Stadium. 2012. URL: <http://www.wandahennig.com/2012/10/the-man-who-built-durbans-moses-mabhida-stadium/> (accessed: 22.04.2022).

Рассматриваемые поверхности пока не вошли ни в один из известных классов [12; 13]. После изучения предложенных линейчатых поверхностей можно сделать вывод: они входят в класс «Поверхности переноса» [14] в подкласс «Велароидальные поверхности» на плоском плане [15], в группу «Линейчатые алгебраические поверхности с главным каркасом из трех суперэллипсов» на плоском овальном или ромбическом плане. Или, следуя исследованиям А.В. Коротича [16], некоторые из рассмотренных линейчатых поверхностей с плоскостью параллелизма можно выделить в новый тип линейчатых квазимногогранников [17] из коноидов.

Заключение

Показано, как с помощью трех явных уравнений (4)–(6) или с помощью параметрических уравнений (4а)–(6а) можно построить бесконечное число линейчатых поверхностей, предварительно задав главный каркас из трех суперэллипсов. Линейчатые поверхности отрицательной гауссовой кривизны (косые линейчатые поверхности) находят широкое применение в архитектуре и машиностроении. Приведенная в статье методика построения линейчатых поверхностей на основе поверхностей с главным каркасом из суперэллипсов может быть применена в сооружениях, выполненных в современных архитектурных стилях, таких как этноархитектура, нелинейная, генеративная, или эволюционная архитектура.

Список литературы

1. *Кривошапко С.Н., Иванов В.Н.* Алгебраические поверхности для рациональных судовых корпусов // *Технология машиностроения*. 2022. № 3. С. 17–24. <https://doi.org/10.34641/TM.2022.237.3.016>
2. *Krivoshapko S.N.* Tangential developable and hydrodynamic surfaces for early stage of ship shape design // *Ships and Offshore Structures*. 2022. Pp. 1–9. <https://doi.org/10.1080/17445302.2022.2062165>
3. *Кривошапко С.Н., Алёшина О.О., Иванов В.Н.* Статический расчет оболочки, очерченной по поверхности с главным каркасом из трех заданных суперэллипсов // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2022. № 6. С. 18–27. <http://doi.org/10.37538/0039-2383.2022.6.18.27>
4. *Страинов С.В.* Велароидальные оболочки и оболочки велароидального типа // *Геометрия и графика*. 2022. Т. 10. № 2. С. 11–19. <https://doi.org/10.12737/2308-4898-2022-10-2-11-19>
5. *Мамиева И.А.* Аналитические поверхности для параметрической архитектуры в современных зданиях и сооружениях // *Academia. Архитектура и строительство*. 2020. № 1. С. 150–165.
6. *Karnevich V.V.* Hydrodynamic surfaces with midship section in the form of the Lamé curves // *Вестник Российского университета дружбы народов*. Серия: Инженерные исследования. 2021. Т. 22. № 4. С. 323–328. <https://doi.org/10.22363/2312-8143-2021-22-4-323-328>
7. *Кривошапко С.Н.* Алгебраические судовые поверхности с каркасом из трех плоских кривых в координатных плоскостях // *Вестник Российского университета дружбы народов*. Серия: Инженерные исследования. 2022. Т. 23. № 3. С. 214–220. <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2022-23-3-214-220>
8. *Никитенко О.П.* Моделирование гранных структур на основе плоских полипаркетов // *Прикладная геометрия и инженерная графика*. Киев, 1991. Вып. 51. С. 52–55.
9. *Weisstein E.W.* Superellipse // *Wolfram MathWorld*. URL: <https://mathworld.wolfram.com/Superellipse.html> (accessed: 22.04.2022).
10. *Gil-oulbé M., Qbaily J.* Geometric modeling and linear static analysis of thin shells in the form of cylindroids // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2018. Т. 14. № 6. С. 502–508. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-6-502-508>
11. *Mamieva I.A., Gbaguidi-Aisse G.L.* Influence of the geometrical researches of rare type surfaces on design of new and unique structures // *Строительство и реконструкция*. 2019. № 5 (85). С. 23–34. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2019-85-5-23-34>
12. *Гринько Е.А.* Классификация аналитических поверхностей применительно к параметрической архитектуре и машиностроению // *Вестник Российского университета дружбы народов*. Серия: Инженерные исследования. 2018. Т. 19. № 4. С. 438–456. <https://doi.org/10.22363/2312-8143-2018-19-4-438-456>
13. *Берестова С.А., Мисюра Н.Е., Митюшов Е.А.* Геометрия самонесущих покрытий на прямоугольном плане // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2017. № 4. С. 15–18. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2017-4-15-18>
14. *Страинов С.В., Рынковская М.И.* К вопросу о классификации аналитических поверхностей // *Геометрия и графика*. 2022. Т. 10. № 1. С. 36–43. <https://doi.org/10.12737/2308-4898-2022-10-1-36-43>
15. *Tocariu L.* Stages in the study of cylindroid surfaces // *The SORGING Journal*. 2007. Vol. 2. Issue 1. Pp. 37–40.
16. *Коротич А.В.* Дизайн новых типов линейчатых квазимногогранников из коноидов // *Дизайн и технологии*. 2021. № 82 (124). С. 129–135.

17. Коротич А.В. Новые архитектурные формы линейчатых квазимногогранников // Архитектон: известия вузов. 2015. № 50. С. 31–46.

References

1. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. Algebraic surfaces for rational ship hulls. *Tehnologiya Mashinostroeniya*. 2022;(3):17–24. (In Russ.) <https://doi.org/10.34641/TM.2022.237.3.016>
2. Krivoshapko S.N. Tangential developable and hydrodynamic surfaces for early stage of ship shape design. *Ships and Offshore Structures*. 2022. p. 1–9. <https://doi.org/10.1080/17445302.2022.2062165>
3. Krivoshapko S.N., Aleshina O.O., Ivanov V.N. Static analysis of shells with middle surfaces containing the main frame from three given superellipses. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2022;(6):18–27. (In Russ.) <http://doi.org/10.37538/0039-2383.2022.6.18.27>
4. Strashnov S.V. Velaroidal shells and shells of the velaroidal type. *Geometry and Graphics*. 2022;10(2):11–19. (In Russ.) <https://doi.org/10.12737/2308-4898-2022-10-2-11-19>
5. Mamieva I.A. Analytical surfaces for parametrical architecture in contemporary buildings and structures. *Academia. Architecture and Construction*. 2020;(1):150–165. (In Russ.)
6. Karnevich V.V. Hydrodynamic surfaces with midship section in the form of the Lamé curves. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2021;22(4):323–328. <https://doi.org/10.22363/2312-8143-2021-22-4-323-328>
7. Krivoshapko S.N. Algebraic ship hull surfaces with a main frame from three plane curves in coordinate planes. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2022;23(3):214–220. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2022-23-3-214-220>
8. Nikitenko O.P. Modelling cut structures on a base of plane polyparquets. *Prikladnaya Geometriya i Inzhenernaya Grafika*. 1991;51:52–55.
9. Weisstein E.W. Superellipse. *Wolfram MathWorld*. Available from: <https://mathworld.wolfram.com/Superellipse.html> (accessed: 22.04.2022).
10. Gil-oulbé M., Qbaily J. Geometric modeling and linear static analysis of thin shells in the form of cylindroids. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018;14(6):502–508. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-6-502-508>
11. Mamieva I.A., Gbaguidi-Aisse G.L. Influence of the geometrical researches of rare type surfaces on design of new and unique structures. *Building and Reconstruction*. 2019;(5):23–34. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2019-85-5-23-34>
12. Grinko E.A. Classification of analytical surfaces as applied to parametrical architecture and machine building. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2018;19(4):438–456. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/2312-8143-2018-19-4-438-456>
13. Berestova S., Misyura N., Mityushov E. Geometry of self-bearing covering on rectangular plan. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2017;(4):15–18. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2017-4-15-18>
14. Strashnov S., Rynkovskaya M. To the question of the classification for analytical surfaces. *Geometry and Graphics*. 2022;10(1):36–43. <https://doi.org/10.12737/2308-4898-2022-10-1-36-43>
15. Tocariu L. Stages in the study of cylindroid surfaces. *The SORGING Journal*. 2007;2(1):37–40.
16. Korotich A.V. Design of a new types of linear quasi-polyhedrons from conoids. *Dizain i Tekhnologii*. 2021;(82):129–135. (In Russ.)
17. Korotich A.V. New architectural forms of ruled quasipolyhedrons. *Architecton: Proceedings of Higher Education*. 2015;(50):31–46. (In Russ.)