

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА ИНЖЕНЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ

2022 Том 18 № 1

DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-1

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (открытый доступ)

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал
Издается с 2005 г.

Свидетельство о регистрации СМИ ПИ № ФС 77-19706 от 13 апреля 2005 г.

выдано Федеральной службой по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране наследия

Учредитель: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»

ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online)

Периодичность: 6 выпусков в год.

Языки: русский, английский.

Журнал индексируют: РИНЦ, RSCI, Cyberleninka, DOAJ, EBSCOhost, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, Dimensions.

Включен в Перечень ведущих научных журналов и изданий ВАК при Минобрнауки России по группе научных специальностей 05.23.01 – Строительные конструкции, здания и сооружения, 05.23.02 – Основания и фундаменты, подземные сооружения, 05.23.17 – Строительная механика.

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал «*Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*» знакомит читателей с достижениями отечественных и зарубежных ученых в области геометрии пространственных конструкций, сопротивления материалов, строительной механики, теории упругости и расчета строительных и машиностроительных конструкций, освещает вопросы научно-технического прогресса в строительстве и машиностроении, публикует аналитические обзоры по теме журнала.

Сайт журнала содержит полную информацию о журнале, его редакционной политике и этических принципах, требования к подготовке и условия публикации статей, а также полные выпуски журнала с 2008 г. (в рамках политики свободного доступа).

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Рычкова М.И., канд. техн. наук, РУДН, Москва, Россия

ЗАМЕСТИТЕЛИ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

Ерофеев В.Т., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., МГУ им. Н.П. Огарева, Саранск, Россия

ОТВЕТСТВЕННЫЙ РЕДАКТОР

Мамиева И.А., РУДН, Москва, Россия

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ:

Азапов В.П., д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Андреев В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Баженов В.А., акад. НАПН, д-р техн. наук, проф., КНУСА, Киев, Украина

Ванин В.В., д-р техн. наук, проф., КПИ им. Игоря Сикорского, Киев, Украина

Варум У., д-р философии, проф., Университет Порту, Порту, Португалия

Войццкий З., проф., Вроцлавский научно-технический университет, Вроцлав, Польша

Евкин А., д-р техн. наук, проф., независимый исследователь, Торонто, Канада

Зверев Е.М., д-р техн. наук, проф., ИПМ РАН, Москва, Россия

Иванов С.П., д-р техн. наук, проф., ПГТУ (ВолгаТех), Йошкар-Ола, Россия

Карпенко Н.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИИСФ РААСН, Москва, Россия

Какоби С., д-р философии, проф., Технологический университет ПЕТРОНАС, Перак, Малайзия

Колчунов В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ЮЗГУ, Курск, Россия

Красич С., канд. техн. наук, Нишский университет, Ниш, Сербия

Лисичкин С.Е., д-р техн. наук, ООО «ИЦСКТЭ», Москва, Россия

Ляхович Л.С., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ТГАСУ, Томск, Россия

Магуле Ф., проф., Высшая инженерная школа «Централь Стопелек», Университет Париж-Сакли, Париж, Франция

Мендонка П., д-р философии, Архитектурная школа, Университет Минью, Брага, Португалия

Санжаровский Р.С., д-р техн. наук, проф., ЕНУ им. Гумилева, Астана, Казахстан

Сантос Р., исследователь, Национальная лаборатория строительной техники, Лиссабон, Португалия

Травуш В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ЭНПИ, Москва, Россия

Якупов Н.М., чл.-корр. РИА, д-р техн. наук, проф., ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

СОДЕРЖАНИЕ

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Иванов С.П. Выпучивание физически нелинейных пластин под действием динамических сдвигающих нагрузок 3

Осовских О.Е., Осовских Е.В., Травуш В.И. Определение параметров живучести железобетонной пространственной рамы, работающей в условиях сложного напряженного состояния 11

Ларионов Е.А., Рычкова М.И., Гринько Е.А. Реологические уравнения состояния бетона и релаксация напряжений 22

Хусаинов Д.М., Салимов А.Ф., Хабибулина А.Г. Способ усиления арочных зданий с недостаточной несущей способностью опор для восприятия распора 35

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Зылев В.Б., Платнов П.О. Модели, эквивалентные по демпфированию, в экспериментах по определению параметров внутреннего трения в материалах 45

Galishnikova V.V., Elroba S.M., Dayoub N., Sakna A. Use of natural compounds as a nutrition for bacteria in self-healing mortar (Использование природных соединений в качестве питания бактерий в самовосстанавливающихся рамах) 54

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМ ОБОЛОЧЕК

Алборова Л.А., Страинов С.В. Поверхности конгруэнтных сечений маятникового типа на цилиндрах с образующими суперэллипсами 64

АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ

Петров Д.В., Юдов А.Г., Доценко В.В., Жабунина О.Ю., Калатуров Е.В., Натыйчик Н.М., Абрамов А.В., Никульшин М.В. Памятная стена на локальной сферической опоре: проектно-конструкторские решения, расчетное обоснование 73

Редактор Ю.А. Заикина

Дизайн обложки: Ю.Н. Ефремова

Компьютерная верстка: Ю.А. Заикина

Адрес редакции:

Российский университет дружбы народов
Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; тел./факс: +7 (495) 955-08-28; e-mail: stmj@rudn.ru; i_mamiyeva@mail.ru

Подписано в печать 11.05.2022. Выход в свет 18.05.2022. Формат 60×84/8.

Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 10,23. Тираж 250 экз. Заказ № 24. Цена свободная.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»
Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

Отпечатано в типографии ИПК РУДН
Российская Федерация, 115419, Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

STRUCTURAL MECHANICS OF ENGINEERING CONSTRUCTIONS AND BUILDINGS

2022 VOLUME 18 No. 1

DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-1

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (Open Access)

Founded in 2005

by Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)

ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online)

Published 6 times a year.

Languages: Russian, English.

Indexed by RSCI, Russian Index of Science Citation, Cyberleninka, DOAJ, EBSCOhost, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, Dimensions.

The journal has been included in the list of the leading review journals and editions of the Highest Certification Committee of Ministry of Education and Science of Russian Federation in which the basic results of PhD and Doctoral Theses are to be published.

Review-and-analytic and scientific-and-technical peer-reviewed journal "Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings" shows the readers round the achievements of Russian and foreign scientists in the area of geometry of spatial structures, strength of materials, structural mechanics, theory of elasticity and analysis of building and machine-building structures, illumines the problems of scientific-and-technic progress in building and machine-building, publishes analytic reviews on the aims and scope of the journal.

The journal website contains full information about the journal, editorial policy and ethics, requirements for the preparation and publication of the articles, etc., as well as full-text issues of the journal since 2008 (Open Access).

EDITORIAL BOARD

EDITOR-IN-CHIEF

Marina I. Rynkovskaya, PhD of Technical Science, RUDN University, Moscow, Russia

ASSISTANT EDITORS-IN-CHIEF

Vladimir T. Erofeev, member of the RAACS, DSc, Professor, Ogarev Mordovia State University, Saransk, Russia

MANAGING EDITOR

Iraida A. Mamieva, RUDN University, Moscow, Russia

MEMBERS OF EDITORIAL BOARD:

Vladimir P. Agapov, DSc, Professor, NRU MGSU, Moscow, Russia

Vladimir I. Andreev, chairman, member of the RAACS, DSc, Professor, NRU MGSU, Moscow, Russia

Viktor A. Bazhenov, member of the NAES of Ukraine, DSc, Professor, KNUCA, Kiev, Ukraine

Sergey P. Ivanov, DSc, Professor, VSUT (Volga Tech), Yoshkar-Ola, Russia

Saeid Kakooei, PhD, senior lecturer, Universiti Teknologi PETRONAS, Seri Iskandar, Malaysia

Nikolay I. Karpenko, member of the RAACS, DSc, Professor, NIISF RAACS, Moscow, Russia

Vitaliy I. Kolchunov, member of the RAACS, DSc, Professor, SWSU, Kursk, Russia

Sonja Krasic, PhD of Technical Science, University of Nis, Nis, Serbia

Sergey E. Lisichkin, DSc, Scientific Research Institute of Energy Structures, Moscow, Russia

Leonid S. Lyakhovich, member of the RAACS, DSc, Professor, TSUAB, Tomsk, Russia

Fredéric Magoulès, DSc, Professor, Centrale Supélec, Université Paris-Saclay, Paris, France

Paulo Mendonca, Associate Professor, Architecture School, University of Minho, Braga, Portugal

Rudolf S. Sanjarovskiy, DSc, Professor, L.N. Gumilyov ENU, Astana, Kazakhstan

Ricardo Santos, PhD in Civil Engineering, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisbon, Portugal

Vladimir I. Travush, member of the RAACS, DSc, Professor, ENPI, Moscow, Russia

Vladimir V. Vanin, DSc, Professor, NTUU KPI, Kiev, Ukraine

Humberto Varum, Full Professor, University of Porto, Porto, Portugal

Zbigniew Wójcicki, Professor, Wrocław University of Science and Technology, Wrocław, Poland

Nukh M. Yakupov, corresponding member of the Russian Academy of Engineering, DSc, Professor, IME of FIC KazanSC of RAS, Russia

Alex Yevkin, DSc, Professor, independent scientist, Toronto, Canada

Evgeniy M. Zveryaev, DSc, Professor, KIAM RAS, Moscow, Russia

CONTENTS

ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

Ivanov S.P. Bulking of physically nonlinear plates under the action of dynamic shearing loads 3

Osovskikh O.E., Osovskikh E.V., Travush V.I. Determination of the survivability parameters of a reinforced concrete spatial frame operating under conditions of a complex stress state 11

Larionov E.A., Rynkovskaya M.I., Grinko E.A. Rheological equations of concrete state and relaxation of stress 22

Khusainov D.M., Salimov A.F., Khabibulina A.G. An analysis of annular plate in curvilinear non-orthogonal coordinates with the help of equations of a shell theory 35

EXPERIMENTAL RESEARCH

Zylev V.B., Platnov P.O. Models equivalent in damping in experiments for determining the parameters of internal friction in materials 45

Galishnikova V.V., Elroba S.M., Dayoub N., Sakna A. Use of natural compounds as a nutrition for bacteria in self-healing mortar 54

GEOMETRICAL MODELING OF SHELL FORMS

Alborova L.A., Strashnov S.V. Surfaces of congruent sections of pendulum type on cylinders with generatrix superellipses 64

ANALYTICAL AND NUMERICAL METHODS

OF ANALYSIS OF STRUCTURES

Petrov D.V., Yudov A.G., Dotsenko V.V., Zhabunina O.Yu., Kalaturov E.V., Natynchik N.M., Abramov A.V., Nikulshin M.V. Memorial stele on a compact spherical support: design-and-engineering solutions, design-basis justification 73

Copy Editor Iu.A. Zaikina

Graphic Designer Iu.N. Efremova

Layout Designer Iu.A. Zaikina

Address of the Editorial Board:

Peoples' Friendship University of Russia

6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; tel./fax: +7 (495) 955-08-28; e-mail: stmj@rudn.ru; i_mamieva@mail.ru

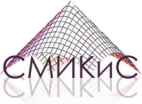
Printing run 250 copies. Open price

Peoples' Friendship University of Russia

6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation

Printed at Publishing House of RUDN University

3 Ordzhonikidze St, Moscow, 115419, Russian Federation



РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-1-3-10
УДК 539.376

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Выпучивание физически нелинейных пластин под действием динамических сдвигающих нагрузок

С.П. Иванов

Поволжский государственный технологический университет, Йошкар-Ола, Российская Федерация
Марийский государственный университет, Йошкар-Ола, Российская Федерация

✉ IvanovSP@volgatech.net

История статьи

Поступила в редакцию: 12 ноября 2021 г.

Доработана: 21 января 2022 г.

Принята к публикации: 11 февраля 2022 г.

Для цитирования

Иванов С.П. Выпучивание физически нелинейных пластин под действием динамических сдвигающих нагрузок // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 1. С. 3–10. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-1-3-10>

Аннотация. Исследование устойчивости пластин при сдвиге под действием динамических нагрузок – одна из важных проблем строительной механики. Пластины находят широкое применение в строительстве, машино-, судо- и авиастроении. Представлена методика расчета пластин на выпучивание при сдвиге с учетом физической нелинейности материала. Рассматривается пластина под действием сдвигающей динамической нагрузки по краям. В основу расчета положены гипотезы Кирхгофа – Лява и гипотеза о нелинейно упругом теле. Материал пластины принимается физически нелинейным. Диаграмма деформирования аппроксимируется в виде кубического полинома. Прогиб точек пластины определяется в виде разложений Власова – Канторовича. Основные нелинейные дифференциальные уравнения выводятся с использованием энергетического метода. Для получения разрешающих уравнений выпучивания пластины используются уравнения Лагранжа. На основе разработанной методики выполнен расчет на устойчивость физически нелинейной квадратной пластины под действием сдвигающей динамической нагрузки. Края пластины опираются шарнирно. Конечная система нелинейных дифференциальных уравнений интегрируется численно методом Рунге – Кутты. По результатам расчетов построены графики зависимости относительной величины прогиба центральной точки пластины от динамического коэффициента Кд (с учетом и без учета физической нелинейности материала). Изучено влияние степени физической нелинейности материала и параметра скорости изменения сдвигающей нагрузки на критерии динамической устойчивости квадратной пластины.

Ключевые слова: динамическая устойчивость, пластина, физическая нелинейность, сдвигающая нагрузка, метод Власова – Канторовича

Иванов Сергей Павлович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой сопротивления материалов и прикладной механики, Поволжский государственный технологический университет, Российская Федерация, 424000, Йошкар-Ола, пл. Ленина, д. 3; профессор кафедры электромеханики, Марийский государственный университет, Российская Федерация, 424000, Йошкар-Ола, пл. Ленина, д. 1; ORCID: 0000-0002-5206-9574, eLIBRARY SPIN-код: 5963-6739; IvanovSP@volgatech.net

© Иванов С.П., 2022



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Bulking of physically nonlinear plates under the action of dynamic shearing loads

Sergey P. Ivanov 

Volga State University of Technology, Yoshkar-Ola, Russian Federation

Mari State University, Yoshkar-Ola, Russian Federation

✉ IvanovSP@volgatech.net

Article history

Received: November 12, 2021

Revised: January 21, 2022

Accepted: February 11, 2022

Abstract. The study of the stability of plates under shear under the action of dynamic loads is one of the important problems of structural mechanics. The plates are widely used in construction, mechanical engineering, shipbuilding and aircraft building. The paper presents a method for calculating plates for shear buckling, taking into account the physical nonlinearity of the material. A plate is considered under the action of a shearing dynamic load along the edges. The calculation is based on the Kirchhoff – Love hypotheses and the hypothesis of a nonlinear elastic body. The plate material is assumed to be physically nonlinear. The deformation diagram is approximated as a cubic polynomial. The deflection of the plate points is determined in the form of Vlasov – Kantorovich expansions. Basic non-linear differential equations are derived using the energy method. Lagrange’s equations are used to obtain the resolving equations for plate buckling. On the basis of the developed technique, a calculation was made for the stability of a physically nonlinear square plate under the action of a shear dynamic load. The edges of the plate are hinged. The finite system of nonlinear differential equations is integrated numerically by the Runge – Kutta method. Based on the results of calculations, plots of the dependence of the relative value of the deflection of the central point of the plate on the dynamic coefficient K_d (with and without taking into account the physical nonlinearity of the material) are plotted. The influence of the degree of physical nonlinearity of the material, the parameter of the rate of change of the shear load on the criteria for the dynamic stability of a square plate is studied.

Keywords: dynamic stability, plate, physical non-linearity, shear load, Vlasov – Kantorovich method

For citation

Ivanov S.P. Bulking of physically nonlinear plates under the action of dynamic shearing loads. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(1):3–10. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-1-3-10>

Введение

Исследования, связанные с выпучиванием пластин под действием динамических сдвигающих нагрузок, являются актуальными. При наличии нелинейных диаграмм деформирования материалов необходимо учитывать влияние физической нелинейности на динамическое выпучивание пластин. Такие явления могут возникать в панелях обшивок летательных аппаратов при прохождении акустической волны, в судовых конструкциях от воздействия волн, в строительных конструкциях под действием сейсмических нагрузок.

Большое количество публикаций посвящено расчету пластин и пластинчатых систем в статической и динамической постановках. В монографиях А.С. Вольмира [1; 2] рассматривались вопросы устойчивости и колебаний пластин и оболочек. В работе В.З. Власова [3] в линейной постановке были выполнены исследования устойчивости пластинчатых систем и пластин различной формы. В монографии П.А. Лукаша [4] в геометрически и физически нелинейной постановке исследованы пластины и оболочки. Результаты расчетов на устойчивость и колебания пластин и пластинчатых систем (типа призматических оболочек) с учетом физической и геометрической нелинейности ранее были представлены в [5–7]. Вопросам устойчивости пластин и оболочек в статической и динамической постановках (в том числе с учетом нелинейности) посвящены современные научные публикации в отечественных [8–12] и зарубежных журналах [13–19].

Целью работы является разработка методики расчета на выпучивание пластины под действием динамической сдвигающей нагрузки по краям пластины с учетом физической нелинейности материала.

Sergey P. Ivanov, Doctor of Science, Professor, Head of the Department of Strength of Materials and Applied Mechanics, Volga State University of Technology, 3 Ploshchad’ Lenina, Yoshkar-Ola, 424000, Russian Federation; Professor of the Department of Electromechanics, Mari State University, 1 Ploshchad’ Lenina, Yoshkar-Ola, 424000, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-5206-9574, eLIBRARY SPIN-code: 5963-6739; IvanovSP@volgatech.net

Постановка задачи

Представим диаграмму деформирования материала пластины – зависимость между интенсивностями напряжений σ_i и деформаций e_i – в виде полинома:

$$\sigma_i = Ee_i - E_1 e_i^3, \quad (1)$$

где E и E_1 – постоянные, которые определяются из экспериментальных данных [5].

Интенсивность деформаций e_i выразим через составляющие деформации $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ в направлениях осей x, y и z соответственно:

$$e_i = \frac{1}{\sqrt{2}(1+\nu)} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + \frac{3}{2} \varepsilon_{xy}^2}. \quad (2)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$\varepsilon_x = -zw_{xx}; \quad \varepsilon_y = -zw_{yy}; \quad \varepsilon_{xy} = -2zw_{xy}; \quad w_{xx} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \quad w_{yy} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \quad w_{xy} = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y},$$

где $w = w(x, y, t)$ – функция прогиба пластины (t – время).

Учитывая гипотезы Кирхгофа – Лява ($\sigma_z = 0, \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$), выражаем объемную деформацию θ и деформацию ε_z в направлении оси z через ε_x и ε_y :

$$\theta = \frac{1-2\nu}{1-\nu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y), \quad (3)$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu}{1-\nu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y). \quad (4)$$

Методы

Для решения задачи (вывода конечных уравнений) используем энергетический метод. Запишем удельную энергию Φ изменения объема и формы [4]:

$$\Phi = \frac{1}{2} K \theta^2 + \frac{2}{3} \int_0^{e_i} (1+\nu) \sigma_i de_i, \quad (5)$$

где $K = E / [3(1-2\nu)]$ – модуль объемного сжатия; ν – коэффициент Пуассона.

Определим работу A , отнесенную к единице площади поверхности пластины,

$$A = \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \Phi dz, \quad (6)$$

где δ – толщина пластины.

Составим полную энергию L деформирования (состоит из потенциальной Π и кинетической T энергий) под действием по краям пластины динамической сдвигающей нагрузки $S(t)$ (рис. 1):

$$L = \Pi + T, \quad (7)$$

$$\Pi = \iint [A - S(t)w_x w_y + qw] dx dy, \quad (8)$$

$$T = \frac{1}{2} \iint \frac{\rho \delta}{g} (w_t)^2 dx dy. \quad (9)$$

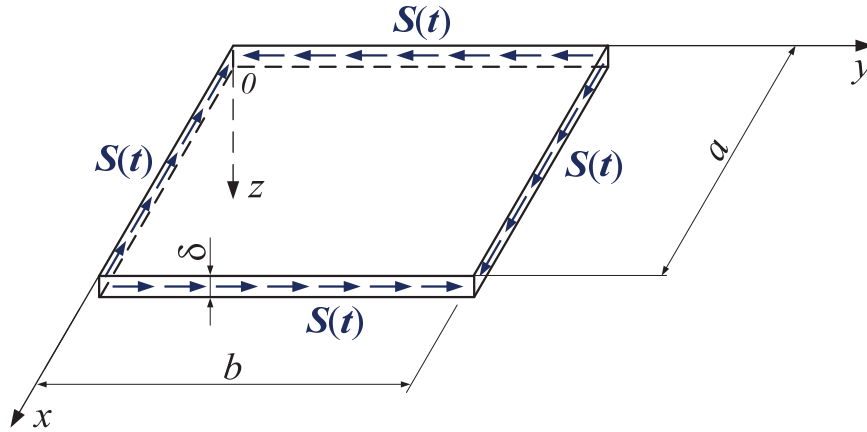


Рис. 1. Пластина под действием динамической сдвигающей нагрузки $S(t)$
Figure 1. The plate under the action of dynamic shearing load $S(t)$

В уравнениях (8), (9) индексы при w показывают частные производные по указанным переменным, g – ускорение свободного падения, ρ – объемный вес материала, q – поперечная нагрузка, которая вводится для учета начального несовершенства пластины.

Для того чтобы получить конечные уравнения, представим прогибы в виде ряда [3]:

$$w(x, y, t) = \sum_i W_i(t) f_i(x, y); \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (10)$$

Здесь $W_i(t)$ – обобщенные перемещения, зависящие только от времени t . Координатные функции $f_i(x, y)$ выбираются по виду деформированного состояния пластины.

Подставляя (10) в (9), выразим полную энергию L через $W_i(t)$ и ее производные по времени t . Двойные интегралы от функций $f_i(x, y)$ дают коэффициенты линейных и нелинейных частей уравнения. Определим экстремальное значение L , используя уравнение Лагранжа:

$$\frac{\partial L}{\partial W_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial W_{i,t}} = 0, \quad (11)$$

где $W_{i,t} = dW_i/dt$.

Раскрывая (11), получим уравнения колебательного движения точек пластины под действием динамической сдвигающей нагрузки:

$$\sum_i \left[a_{ji} - 2b_{ji} + c_{ji} - \frac{S(t)r_{ji}}{D} \right] W_i - \frac{\rho}{gD} \sum_i d_{ji} W_{i,t} - G_j = \Phi_j^{\text{нел}}. \quad (12)$$

Правая часть уравнения (12) учитывает физическую нелинейность пластины и представлена в [5]. Коэффициенты левой части уравнения имеют вид

$$a_{ji} = \iint_{y,x} f_{i,xx} f_{j,xx} dx dy; \quad b_{ji} = \iint_{y,x} f_{i,xy} f_{j,xy} dx dy; \quad c_{ji} = \iint_{y,x} f_{i,yy} f_{j,yy} dx dy;$$

$$r_{ji} = \int \int_y f_{i,x} f_{j,y} dx dy; \quad d_{ji} = \int \int_y f_i f_j dx dy. \quad (13)$$

Здесь приняты обозначения производных: $f_{i,xx} = \frac{\partial^2 f_i}{\partial x^2}$, $f_{i,yy} = \frac{\partial^2 f_i}{\partial y^2}$, ...

Пример реализации задачи

В качестве примера рассмотрена квадратная в плане пластина со стороной a , толщиной $\delta = 0,05a$, коэффициент Пуассона $\nu = 0,32$. Пусть на пластину по краям действуют динамические сдвигающие нагрузки $S(t)$ (рис. 1), изменяющиеся по закону:

$$S(t) = kt, \quad (14)$$

где k – коэффициент, показывающий скорость изменения нагрузки.

Принимаем, что пластина опирается по краям шарнирно. Функцию прогиба по (10) запишем в виде

$$w(x, y, t) = W_1(t)f_1(x, y) + W_2(t)f_2(x, y), \quad (15)$$

где

$$f_1(x, y) = \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a}; \quad f_2(x, y) = \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{a}.$$

Введем следующие обозначения:

$$t^* = \frac{S(t)}{S_{кр}} = \frac{kt}{S_{кр}}; \quad \xi_1 = \frac{W_1}{\delta}; \quad \xi_2 = \frac{W_2}{\delta}; \quad S_{кр} = 9,34 \frac{\pi^2 D}{a^2 \delta}; \quad S^* = 3,56 \frac{\pi^2 k^2 g}{\rho \delta S_{кр}},$$

где $S_{кр}$ – статическая критическая нагрузка при сдвиге.

После некоторых преобразований с учетом принятых обозначений и уравнения (15) система уравнений (12) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \xi_1}{dt^{*2}} &= S^* [1,264 \xi_1 + t^* \xi_2 - 0,63 \delta^5 \frac{E_1}{E} (K_1 \xi_1^3 + K_2 \xi_1 \xi_2^2)]; \\ \frac{d^2 \xi_2}{dt^{*2}} &= S^* [1,264 \xi_2 + t^* \xi_1 - 0,63 \delta^5 \frac{E_1}{E} (K_3 \xi_2^3 + K_4 \xi_1^2 \xi_2)]. \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь коэффициенты K_1 – K_4 нелинейной части уравнений определяются подобно коэффициентам (13).

Результаты

Интегрируются нелинейные дифференциальные уравнения (16) численным методом Рунге – Кутты с помощью программы, составленной на языке Фортран IV. По результатам расчета в безразмерных параметрах построены графики зависимости обобщенной величины прогиба ξ_1 от обобщенной величины динамической сдвигающей нагрузки t^* (рис. 2). Изменение величины ξ_2 идентично изменению ξ_1 , поэто-

му на рис. 2 графики $\xi_2 - t^*$ не представлены. Кривые 1 и 4 построены по линейной теории, 3 и 5 – с учетом физической нелинейности при следующих степенях физической нелинейности: $E_1/E = 10^4$, кривая 2 – при $E_1/E = 10^3$. Графики зависимости, построенные по линейной теории, совпадают с результатами расчета, полученными в [2].

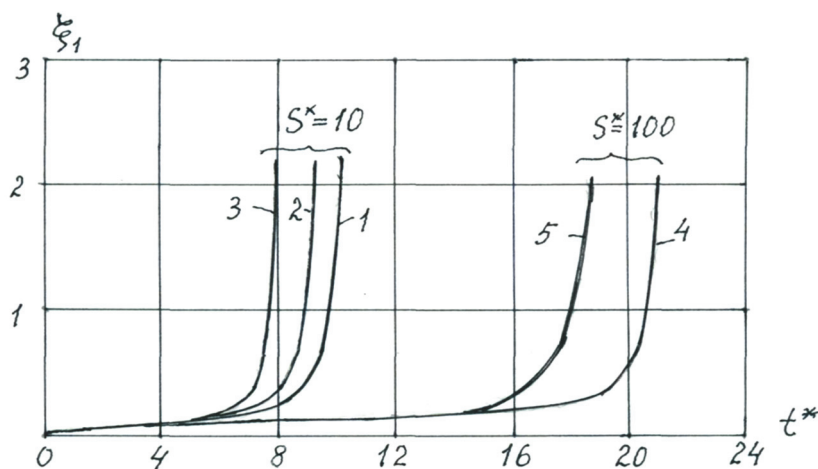


Рис. 2. Графики зависимости параметра выпучивания ξ_1 от величины t^*
Figure 2. Graphs of the dependence of the buckling parameter ξ_1 on the value of t^*

Заключение

При увеличении скорости нагружения S^* динамическая критическая сдвигающая нагрузка значительно превышает статическую критическую нагрузку с учетом и без учета физической нелинейности (см. величину t^*).

Учет физической нелинейности значительно снижает величину t^* (см. кривые 1 и 3 на рис. 2).

Если считать t^* за «динамический коэффициент» $K_{\text{дин}}$, то его значение сильно зависит от скорости нагружения S^* .

Выпучивание пластины происходит по диагонали с образованием одного гофра, согласно заданным функциям $f_1(x, y)$ и $f_2(x, y)$, что подтверждается экспериментально [2]. При быстром изменении нагрузки выпучивание может происходить с образованием нескольких гофров и этому вопросу будут посвящены дальнейшие исследования.

Список литературы

1. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967. 984 с.
2. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластин и оболочек. М.: Наука, 1972. 432 с.
3. Власов В.З. Тонкостенные пространственные системы. М.: Госстройиздат, 1958. 502 с.
4. Лукаш П.А. Основы нелинейной строительной механики. М.: Стройиздат, 1978. 204 с.
5. Иванов С.П., Иванова А.С. Приложение вариационного метода В.З. Власова к решению нелинейных задач пластинчатых систем: монография. Йошкар-Ола: ПГТУ, 2015. 248 с.
6. Иванов С.П., Иванов О.Г., Иванова А.С. Устойчивость пластин под действием сдвигающих нагрузок // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 6. С. 68–73.
7. Иванов С.П., Иванова А.С., Иванов О.Г. Устойчивость геометрически нелинейных пластинчатых систем под действием динамических нагрузок // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 3. С. 219–225. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-219-225>
8. Трушин С.И., Журавлева Т.А., Сысоева Е.В. Динамическая потеря устойчивости нелинейно-деформируемых сетчатых пластин из композиционного материала с различными конфигурациями решетки // Научное обозрение. 2016. № 4. С. 44–51.
9. Колмогоров Г.Л., Мельникова Т.Е., Азина Е.О. Применение метода Бубнова – Галеркина для оценки устойчивости анизотропных пластин // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 4. С. 29–33. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2017-4-29-33>

10. Мануйлов Г.А., Косицын С.Б., Грудцына И.Е. Численный анализ устойчивости подкрепленных пластин с некротными критическими нагрузками // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2020. Т. 16. № 1. С. 54–61. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-1-54-61>
11. Мануйлов Г.А., Косицын С.Б., Грудцына И.Е. Геометрически нелинейный расчет на устойчивость подкрепленной пластины с учетом взаимодействия собственных форм выпучивания // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2021. Т. 17. № 1. С. 3–18. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-1-3-18>
12. Медведский А.Л., Мартыросов М.И., Хомченко А.В., Дедова Д.В. Численный анализ поведения трехслойной панели с сотовым наполнителем при наличии дефектов под действием динамической нагрузки // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2021. Т. 17. № 4. С. 357–365. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-4-357-365>
13. Breslavsky I.D., Amabili M., Legrand M. Physically and geometrically non-linear vibrations of thin rectangular plates // *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2014. Vol. 58. Pp. 30–40. <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2013.08.009>
14. Vescovini R., Dozio L. Exact refined buckling solutions for laminated plates under uniaxial and biaxial loads // *Composite Structures*. 2015. Vol. 127. Pp. 356–368. <https://doi.org/10.1080/15376494.2015.1059528>
15. Nazarimofrad E., Barkhordar A. Buckling analysis of orthotropic rectangular plate resting on Pasternak elastic foundation under biaxial in-plane loading // *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 2016. Vol. 23. No. 10. Pp. 1144–1148. <https://doi.org/10.1080/15376494.2015.1059528>
16. Srividhya S., Raghu P., Rajagopal A., Reddy J.N. Nonlocal nonlinear analysis of functionally graded plates using third-order shear deformation theory // *International Journal of Engineering Science*. 2018. Vol. 125. Pp. 1–22. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2017.12.006>
17. Ruocco E., Reddy J.N. A closed-form solution for buckling analysis of orthotropic Reddy plates and prismatic plate structures // *Composites Part B: Engineering*. 2019. Vol. 169. Pp. 258–273. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2019.03.015>
18. Shiva K., Raghu P., Rajagopal A., Reddy J.N. Nonlocal buckling analysis of laminated composite plates considering surface stress effects // *Composite Structures*. 2019. Vol. 226. 111216. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.111216>
19. Pagani A., Daneshkhan E., Xu X., Carrera E. Evaluation of geometrically nonlinear terms in the large-deflection and post-buckling analysis of isotropic rectangular plates // *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2020. Vol. 121. 103461. <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2020.103461>

References

1. Volmir A.S. *Stability of deformable systems*. Moscow: Nauka Publ.; 1967. (In Russ.)
2. Volmir A.S. *Non-linear dynamic of plats and shells*. Moscow: Nauka Publ.; 1972. (In Russ.)
3. Vlasov V.Z. *Thin-walled spatial systems*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1958. (In Russ.)
4. Lukash P.A. *Fundamentals of nonlinear structural mechanics*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1978. (In Russ.)
5. Ivanov S.P., Ivanova A.S. *Application of V.Z. Vlasov's variational method to solving nonlinear problems of plate systems*. Yoshkar-Ola: PGTU Publ.; 2015. (In Russ.)
6. Ivanov S.P., Ivanov O.G., Ivanova A.S. The stability of plates under the action of shearing loads. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2017;(6):68–73. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2017-6-68-73>
7. Ivanov S.P., Ivanova A.S., Ivanov O.G. The stability of geometrically nonlinear plate systems under the action of dynamic loads. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(3):219–225. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-219-225>
8. Trushin S.I., Zhuravleva T.A., Sysoeva E.V. Dynamic buckling of nonlinearly deformable reticulate plates from composite material with different lattice configurations. *Scientific Review*. 2016;(4):44–51. (In Russ.)
9. Kolmogorov G.L., Melnikova T.E., Azina E.O. Application of the Bubnov – Galerkin method for assessment of stability of non-isotropic plates. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2017;(4):29–33. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2017-4-29-33>
10. Manuylov G.A., Kositsyn S.B., Grudtsyna I.E. Numerical analysis of stability of the stiffened plates subjected aliquant critical loads. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(1):54–61. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-1-54-61>
11. Manuylov G.A., Kositsyn S.B., Grudtsyna I.E. Geometrically nonlinear analysis of the stability of the stiffened plate taking into account the interaction of eigenforms of buckling. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2021;17(1):3–18. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-1-3-18>

12. Medvedskiy A.L., Martirosov M.I., Khomchenko A.V., Dedova D.V. Numerical analysis of the behavior of a three-layer honeycomb panel with interlayer defects under action of dynamic load. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2021;17(4):357–365. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-4-357-365>
13. Breslavsky I.D., Amabili M., Legrand M. Physically and geometrically non-linear vibrations of thin rectangular plates. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2014;58:30–40. <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2013.08.009>
14. Vescovini R., Dozio L. Exact refined buckling solutions for laminated plates under uniaxial and biaxial loads. *Composite Structures*. 2015;127:356–368. <https://doi.org/10.1080/15376494.2015.1059528>
15. Nazarimofrad E., Barkhordar A. Buckling analysis of orthotropic rectangular plate resting on Pasternak elastic foundation under biaxial in-plane loading. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 2016;23(10):1144–1148. <https://doi.org/10.1080/15376494.2015.1059528>
16. Srividhya S., Raghu P., Rajagopal A., Reddy J.N. Nonlocal nonlinear analysis of functionally graded plates using third-order shear deformation theory. *International Journal of Engineering Science*. 2018;125:1–22. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2017.12.006>
17. Ruocco E., Reddy J.N. A closed-form solution for buckling analysis of orthotropic Reddy plates and prismatic plate structures. *Composites Part B: Engineering*. 2019;169:258–273. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2019.03.015>
18. Shiva K., Raghu P., Rajagopal A., Reddy J.N. Nonlocal buckling analysis of laminated composite plates considering surface stress effects. *Composite Structures*. 2019;226:111216. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.111216>
19. Pagani A., Daneshkhah E., Xu X., Carrera E. Evaluation of geometrically nonlinear terms in the large-deflection and post-buckling analysis of isotropic rectangular plates. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2020;121:103461. <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2020.103461>



DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-1-11-21
 УДК 624.075

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Определение параметров живучести железобетонной пространственной рамы, работающей в условиях сложного напряженного состояния

О.Е. Осовских , Е.В. Осовских , В.И. Травуш 

Юго-Западный государственный университет, Курск, Российская Федерация
 ✉ olga.-osa@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 22 декабря 2021 г.
 Доработана: 12 февраля 2022 г.
 Принята к публикации: 25 февраля 2022 г.

Для цитирования

Осовских О.Е., Осовских Е.В., Травуш В.И.
 Определение параметров живучести железобетонной пространственной рамы, работающей в условиях сложного напряженного состояния // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 1. С. 11–21.
<http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-1-11-21>

Аннотация. Регламентируемый нормами расчет на устойчивость против прогрессирующего обрушения в динамической постановке содержит общие рекомендации о возможности учета податливости основания и включения в расчетную модель несущих элементов без определения границ их применимости. Приведено сопоставление результатов экспериментальных исследований и численного анализа железобетонной опытной конструкции пространственной рамы – фрагмента каркаса многоэтажного здания в предельных и запредельных состояниях. Установлены особенности деформирования конструктивной системы до и после запроектного воздействия, вызывающего ее внезапную структурную перестройку. Численные исследования выполнены с учетом и без учета податливости основания, а также включения или не включения в расчет несущих элементов. Получено удовлетворительное совпадение данных экспериментальных исследований с результатами динамического расчета. В качестве одного из вариантов расчетной модели принята модифицированная схема, составной частью которой являются элементы расчетной модели второго уровня – фрагмент рамы, смоделированный объемными и плоскими конечными элементами. Установлено, что результаты динамического расчета опытного фрагмента согласуются с опытными данными только при учете элементов нагрузочного устройства и реальных граничных условий, включая деформируемое основание.

Ключевые слова: железобетон, пространственная рама, составное сечение, деформации, трещинообразование, параметры живучести, динамический расчет

Осовских Ольга Евгеньевна, аспирант, кафедра уникальных зданий и сооружений, Юго-Западный государственный университет, Российская Федерация, 305040, Курск, ул. 50 лет Октября, д. 94; ORCID: 0000-0003-0764-2359, eLIBRARY SPIN-код: 4826-0597; olga.-osa@mail.ru

Осовских Евгений Васильевич, кандидат технических наук, доцент кафедры уникальных зданий и сооружений, Юго-Западный государственный университет, Российская Федерация, 305040, Курск, ул. 50 лет Октября, д. 94; ORCID: 0000-0001-6308-0085, eLIBRARY SPIN-код: 8864-7465; jane_wasp@mail.ru

Травуш Владимир Ильич, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры уникальных зданий и сооружений, Юго-Западный государственный университет, Российская Федерация, 305040, Курск, ул. 50 лет Октября, д. 94; ORCID: 0000-0003-1991-7233, eLIBRARY SPIN-код: 6462-2331; travush@mail.ru

© Осовских О.Е., Осовских Е.В., Травуш В.И., 2022



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Determination of the survivability parameters of a reinforced concrete spatial frame operating under conditions of a complex stress state

Olga E. Osovskikh , Evgeny V. Osovskikh , Vladimir I. Travush 

Southwest State University, Kursk, Russian Federation

✉ olga.-osa@mail.ru

Article history

Received: December 22, 2021

Revised: February 12, 2022

Accepted: February 25, 2022

For citation

Osovskikh O.E., Osovskikh E.V., Travush V.I. Determination of the survivability parameters of a reinforced concrete spatial frame operating under conditions of a complex stress state. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(1): 11–21. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-1-11-21>

Abstract. The calculation for stability against progressive collapse in a dynamic setting, regulated by the norms, contains general recommendations on the possibility of taking into account a pliable foundation and including non-load-bearing elements in the calculation model without determining the limits of their applicability. The results of experimental studies and numerical analysis of a reinforced concrete experimental design of a spatial frame – a fragment of the frame of a multi-storey building in limiting and transcendental states are compared. The features of deformation of the structural system before and after the beyond-design impact, which causes its sudden structural restructuring, are established. Numerical studies were performed with and without considering the pliable foundation, as well as including or not including non-load-bearing elements in the calculation. Satisfactory agreement between the data of experimental studies and the results of dynamic calculation has been obtained. As one of the variants of the calculation model, a modified scheme was adopted, the constituent part of which are the elements of the calculation model of the second level – a fragment of the frame, modeled by volumetric and flat finite elements. It has been established that the results of the dynamic calculation of the experimental fragment are consistent with the experimental data only when taking into account the elements of the load device and real boundary conditions, including the deformable base.

Keywords: reinforced concrete, spatial frame, composite section, deformations, cracking, survivability parameters, dynamic calculation

Введение

В соответствии с требованиями федерального закона¹ и положениями свода правил² должна производиться расчетная проверка зданий и сооружений на устойчивость против прогрессирующего обрушения вследствие предполагаемого начального разрушения, приводящего к изменению конструктивной системы. Такой расчет по особому предельному состоянию, связанному с внезапным удалением одного из несущих элементов, следует выполнять квазистатическим или динамическим методом по пространственным расчетным схемам.

Расчет квазистатическим методом является продолжением проектного расчета и, как правило, использует уже разработанную на стадии проектирования расчетную схему здания. Для этого в первичной расчетной схеме формируется особая комбинация нагрузок³, вычисляется реакция в удаляемой связи, которая затем и учитывается во вторичной расчетной схеме с удаленным элементом как дополнительная нагрузка, взятая с обратным знаком. В силу относительной простоты метод пользуется популярностью, однако корректный результат можно получить только в тех случаях, когда форма движения системы в

Olga E. Osovskikh, postgraduate student, Department of Unique Buildings and Structures, Southwest State University, 94 50 Let Oktyabrya St, Kursk, 305040, Russian Federation; ORCID: 0000-0003-0764-2359, eLIBRARY SPIN-code: 4826-0597; olga.-osa@mail.ru

Evgeny V. Osovskikh, Candidate of Technical Sciences, Docent of the Department of Unique Buildings and Structures, Southwest State University, 94 50 Let Oktyabrya St, Kursk, 305040, Russian Federation; ORCID: 0000-0001-6308-0085, eLIBRARY SPIN-code: 8864-7465; jane_wasp@mail.ru

Vladimir I. Travush, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Unique Buildings and Structures, Southwest State University, 94 50 Let Oktyabrya St, Kursk, 305040, Russian Federation; ORCID: 0000-0003-1991-7233, eLIBRARY SPIN-code: 6462-2331; travush@mail.ru

¹ Федеральный закон № 384 «Технический регламент о безопасности зданий и сооружений». М., 2010.

² СП 385.1325800.2018. Защита зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения. Правила проектирования. Основные положения (с Изменением № 1) М.: Минстрой России, 2019.

³ СП 20.13330.2016. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85* (с Изменениями № 1, 2). Свод правил от 3 декабря 2016 г. М., 2017; СП 296.1325800.2017. Здания и сооружения. Особые воздействия (с Изменением № 1). М., 2018.

результате запроектного воздействия будет близка к форме ее статического равновесия без удаленного элемента. По этой причине в общем случае необходимо проверить динамическое поведение системы.

Расчет в динамической постановке более сложен, в то же время требования свода правил⁴ и пояснения методических рекомендаций [1] носят достаточно общий характер и одновременно предполагают высокую квалификацию исполнителей расчета. При этом ряд рекомендаций относительно учета или возможности неучета податливости основания, желательности дополнительного включения в схему несущих элементов, назначения параметров демпфирования, назначения в расчете времени иницирующего воздействия и некоторые другие непосредственным образом влияют на результаты расчета и должны быть конкретизированы.

Требования к выполнению подобных расчетов есть и за рубежом. Так, следует отметить действующий с 2009 г. документ⁵, содержащий указания по выполнению подобных расчетов квазистатическим или динамическим методом. Расчет предполагает применение упрощенной пространственной схемы с использованием коэффициентов динамичности. Расчетные формулы выведены эмпирически А. Маккеем, К. Маршаном и Д. Стивенсом [2; 3]. Позднее они были уточнены в работах М. Лю [4], М. Цая [5; 6], Х. Саффари и Дж. Машхади [7] и др. Предлагаемые в указанных нормах методы расчета не содержат обязательного требования включать в расчетную модель второстепенные элементы, а конструкции с дополнительными раскосами, связями, аутригерами и т. п. не рассматриваются. В [8; 9] отмечено, что квазистатический анализ не обеспечивает достаточную точность, а иногда даже не гарантирует консервативного решения. Поэтому нелинейный динамический анализ остается очень важной задачей, которая изучается многими исследователями [10–14].

Малое количество верифицированных тестовых примеров при многообразии реальных объектов, подлежащих обязательной расчетной проверке, обуславливает необходимость проведения дополнительных экспериментально-теоретических исследований для оценки воздействия различных параметров, влияющих на результаты расчетов и рекомендаций по их выполнению.

Экспериментальные исследования

В развитие исследований [15] в испытательной лаборатории Юго-Западный государственный университет разработан и испытан опытный образец фрагмента пространственной железобетонной рамы, работающей в условиях сложного напряженного состояния [16]. Цель исследований – изучение особенностей деформирования, трещинообразования и разрушения элементов конструктивной системы при их сложном сопротивлении в запредельных состояниях, вызванных внезапным выключением вертикального несущего элемента (стойки).

Пространственная рама образована двумя перпендикулярно расположенными плоскими рамами А и Б с пролетами 240 и 180 см соответственно, пересекающимися по вертикальным осям симметрии. Ригели меньшего пролета сплошного сечения выполнены из бетона В35, размер – 14×6 см, ригели большего пролета составного сечения – из бетона В25/В35 с таким же размером, армирование выполнено пространственными каркасами из арматуры класса А240 диаметром 6 мм. В месте пересечения ригелей установлена специально сконструированная вертикальная опора (стойка), оснащенная электронным динамометром для контроля опорной реакции. Конструкция стойки в процессе испытаний может быть медленно или внезапно выведена (удалена) в заданный момент времени.

Испытания на первом этапе проведены в стадии до образования трещин по разным схемам нагружения с медленным и внезапным удалением опоры, а затем, на втором этапе, по одной из этих схем до разрушения вследствие внезапного удаления опоры при действии полной эксплуатационной нагрузки и при наличии трещин.

Схема испытательной установки, размещение механических, электромеханических приборов и тензорезисторов приведены на рис. 1. Для фиксации быстропротекающих процессов часть тензорезисторов, установленных на арматурных стержнях, была подключена к многоканальному анализатору спектра ZET 017-T8. Амплитудное значение вертикального перемещения центральной точки рамы в процессе внезапного удаления опоры дополнительно фиксировалось механическим штангенциркулем.

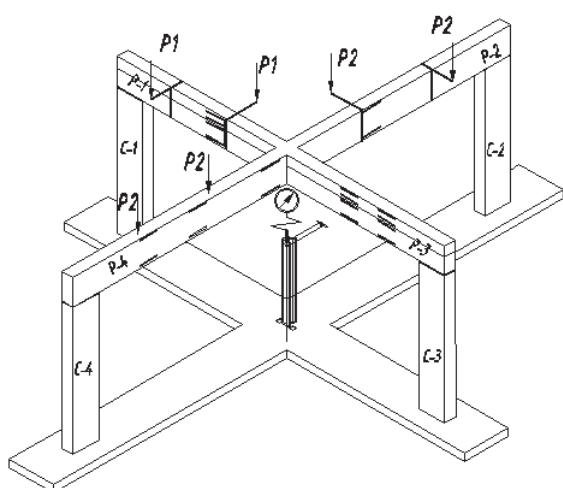
В результате проведенных экспериментальных исследований получены новые данные о напряженно-деформированном состоянии до и после перестройки системы, определены время динамического воздействия от удаления связи до достижения амплитудного значения усилий и перемещений, деформации в характерных сечениях, периоды колебаний и параметры их затухания для различных схем нагружения.

⁴ СП 385.1325800.2018. Защита зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения. Правила проектирования. Основные положения (с Изменением № 1) М.: Минстрой России, 2019.

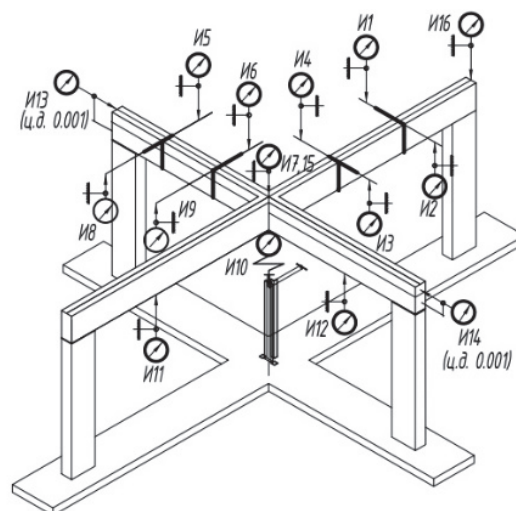
⁵ UFC 4-023-03. Design of buildings to resist progressive collapse with change 1/2009.



a



б



в

Рис. 1. Схема испытаний рамы:
a – нагрузочное устройство; *б* – тензорезисторы; *в* – механические приборы

Figure 1. Frame test scheme:
a – load device; *б* – strain gauges; *в* – mechanical devices

Численные исследования

Как показано в [9; 17], в общем случае расчетные модели статического и динамического расчета одной и той же конструкции могут существенно отличаться. В связи с этим в расчетах были учтены характерные особенности рассчитываемого фрагмента – наличие несущих конструкций нагрузочного устройства и податливого основания. Вторичная расчетная модель с удаленной центральной стойкой показана на рис. 2, *a* и включает деформируемое основание (пол), стальную опорную раму, нагрузочное устройство и рассчитываемую конструкцию.

В процессе выполнения статических и динамических расчетов варьировали наличие/отсутствие части элементов нагрузочного устройства, а также характеристики деформируемого основания. Так, взамен отброшенной части нагрузочного устройства учитывалась передаваемая от них реакция в виде сосредоточенных сил, а на узлы деформируемого основания накладывались вертикальные связи.

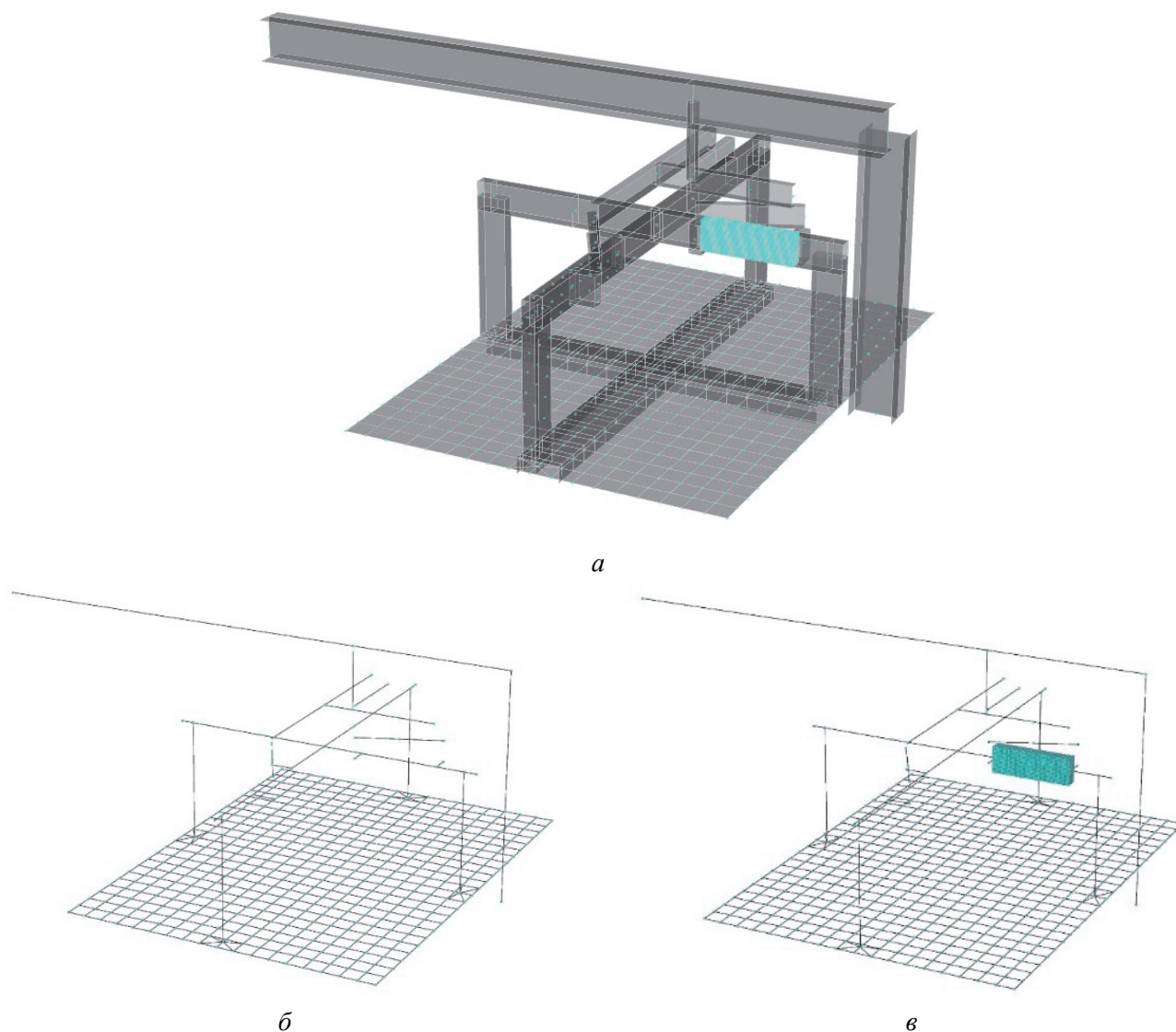


Рис. 2. Вторичная расчетная модель рамы:
a – общий вид; *б* – простая схема; *в* – модифицированная схема
Figure 2. Secondary calculation model of the frame:
a – general view; *б* – simple scheme; *в* – modified scheme

Динамический расчет рассматриваемой конструктивной системы выполнен в режиме прямого интегрирования уравнений движения по методике, приведенной в методическом пособии⁶ и в [9; 17]. Вначале по первичной расчетной схеме, включающей центральную стойку и заданные нагрузки особого предельного состояния, было вычислено усилие от статически приложенной нагрузки в удаляемом элементе. Далее, во вторичной схеме с удаленным элементом сформировано три нагружения. Первое нагружение включало заданные внешние нагрузки и вычисленную реакцию удаленного элемента (с обратным знаком) так, что система находилась в состоянии равновесия. Второе нагружение включало одну силу, численно равную реакции в удаленной связи. Третье – динамическое – нагружение определяло параметры численного интегрирования уравнений движения системы. Расчетная процедура описывала поведение конструкции в течение 4 с с интервалами по 0,01 с. За первые 0,1 с прикладывалась эксплуатационная нагрузка вместе с вычисленной реакцией удаленной опоры. После стабилизации системы на отметке 2,00 с в течение 0,06 с реакция удаленной связи компенсировалась силой из второго нагружения, что эквивалентно удалению связи за указанные 0,06 с. Результаты расчетов в сопоставлении с опытными данными приведены на рис. 3, начало шкалы времени перенесено на момент выключения связи.

⁶ UFC 4-023-03. Design of buildings to resist progressive collapse with change 1/2009.

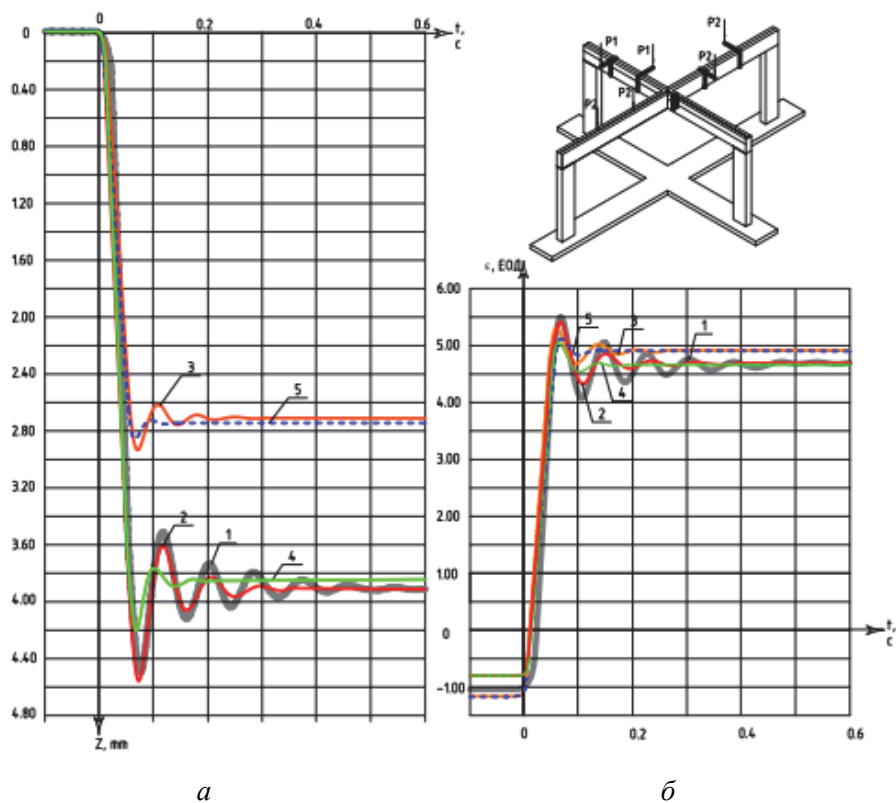


Рис. 3. Результаты численных и экспериментальных исследований опытного фрагмента:
a – вертикальные перемещения центральной точки; *б* – относительные деформации в отмеченном сечении; 1 – опытное значение;
 2 – расчет с учетом всех параметров; 3 – то же, с нагрузочным устройством и жестким основанием;
 4 – то же, без нагрузочного устройства и с податливым основанием; 5 – то же, без нагрузочного устройства и на жестком основании

Figure 3. Results of numerical and experimental studies of the experimental fragment:
a – vertical displacements of the central point; *б* – relative deformations in the marked section; 1 – experimental value;
 2 – calculation taking into account all parameters; 3 – the same, with a load device and a rigid base;
 4 – the same, without a load device and with a pliable base; 5 – the same, without a load device and on a rigid base

Результаты и обсуждение

Анализ полученных материалов исследований позволяет отметить следующее.

Результаты статических расчетов несколько различаются только при варьировании податливости основания, что объясняется перераспределением усилий между элементами статически неопределимой системы, при этом реакция в удаляемой опоре не меняется.

Результаты динамических расчетов (рис. 3) заметно различаются по всем рассмотренным случаям. Перемещения и относительные деформации, полученные с учетом влияния нагрузочного устройства и податливости основания (кривая 2) хорошо согласуются с опытными данными (кривая 1) в части периодов колебаний, а также амплитудных и установившихся значений величин. Неучет податливости основания (кривая 3) снижает амплитудные значения расчетных величин по отношению к установившимся значениям и сокращает период колебаний. Тот же эффект, но выраженный в большей степени (кривая 4) наблюдается при замене нагрузочного устройства передаваемыми от него реактивными силами. Наконец, неучет наличия и нагрузочного устройства, и податливости основания (кривая 5) в 1,5 раза занижает периоды колебаний и амплитудные значения расчетных величин. В схемах без нагрузочного устройства (кривые 4 и 5) амплитудные значения достигались раньше по времени и быстрее затухали. Подробные данные приведены в табл. 1.

В [16; 18] предлагается для детального исследования НДС отдельных элементов использовать двухуровневую расчетную схему, когда из общего расчета может быть выделен малый фрагмент для более подробного анализа с учетом усилий, действующих на этот элемент со стороны отброшенных конструкций. Усилия при этом принимаются по результатам статического или динамического расчета для фиксированного набора усилий.

Таблица 1

Сопоставление опытных данных и результатов численных исследований

№ п/п	Приращение деформаций, ЕОД			Перемещения, мм			Период, с
	$\Delta\varepsilon_{\max}$	$\Delta\varepsilon$	$\frac{\Delta\varepsilon_{\max}}{\Delta\varepsilon}$	Δz_{\max}	Δz	$\frac{\Delta z_{\max}}{\Delta z}$	
1	6,6	5,75	1,15	4,5	3,95	1,16	0,09
2	6,3	5,55	1,13	4,55	3,95	1,15	0,10
3	6,5	6,07	1,07	2,90	2,70	1,07	0,08
4	5,75	5,40	1,06	4,20	3,85	1,09	0,07
5	6,30	6,20	1,03	2,85	2,70	1,05	0,06

Table 1

Comparison of experimental data and results of numerical studies

No	Increment deformations, $\times 10^{-5}$			Movements, mm			Period, sec
	$\Delta\varepsilon_{\max}$	$\Delta\varepsilon$	$\frac{\Delta\varepsilon_{\max}}{\Delta\varepsilon}$	Δz_{\max}	Δz	$\frac{\Delta z_{\max}}{\Delta z}$	
1	6.6	5.75	1.15	4.5	3.95	1.16	0.09
2	6.3	5.55	1.13	4.55	3.95	1.15	0.10
3	6.5	6.07	1.07	2.90	2.70	1.07	0.08
4	5.75	5.40	1.06	4.20	3.85	1.09	0.07
5	6.30	6.20	1.03	2.85	2.70	1.05	0.06

В развитие указанного алгоритма предлагаются модифицированная первичная, а затем и вторичная расчетная модель, в которой часть стержневых элементов в зоне, подлежащей детальному анализу, заменяется специально разработанной объемной моделью с контактными пластинами на месте соединения объемного тела с пространственной стержневой моделью. Такой расчетный прием в ряде случаев позволяет для получения интересующих результатов избежать необходимости переноса разрозненных данных НДС системы из схемы первого уровня в схему второго уровня.

Статический и динамический расчет опытного фрагмента (рис. 2, а) выполнен с использованием простой (б) и модифицированной (в) вторичной расчетной схемы с учетом наличия нагрузочного устройства и деформируемого основания, в которой объемными элементами смоделирован участок сплошного ригеля, работающий на кручение с изгибом. Результаты расчета по обеим схемам согласуются между собой и с опытными данными⁷.

Расчетные сечения 1 и 2 выбраны на сплошном ригеле в местах наклейки датчиков: 1 – в точке пересечения ригелей, 2 – на участке кручения с изгибом. На рис. 4 показаны относительные деформации на уровне арматурных стержней в сечении 1 для нагрузки 1,84 кН (собственный вес рамы + вес рычага без корзины) по исходной стержневой схеме (а) и по стержневой схеме (б), модифицированной объемными элементами. Расчетный период колебаний по обеим схемам после удаления связи составил 0,086 с (опытное значение – 0,09 с).

Объемными элементами могут быть заменены те части стержневой расчетной модели, которые требуют углубленного анализа. В качестве примера рассмотрена пространственная рама, образованная железобетонными колоннами 300×300 мм, ригелями 300×500 мм и сборными перекрытиями размером 200 мм (условно не показаны), класс бетона В30. Заданная нагрузка в целом соответствует уровню эксплуатационных нагрузок для зданий рассматриваемого типа. Моделирование выполнено в двух вариантах: как пространственная пластинчато-стержневая конструкция (рис. 5, а) и как та же конструкция, модифицированная вставкой из объемных элементов (рис. 5, б). На границах стержневых и объемных элементов предусмотрены переходные элементы-пластины (рис. 5, в). Для особой комбинации нагрузок определены формы и вычислены периоды собственных колебаний. В частности, для 10-й формы колебаний, сходной с деформированной схемой рамы с удаленным вертикальным элементом, получен период колебаний 0,145 с, время выключения опоры принимаем равным 0,015 с.

⁷ Осовских О.Е. Программа для обработки тензометрических данных динамических испытаний. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2021616294, 20.04.2021. Заявка № 2021615148 от 13.04.2021 г.

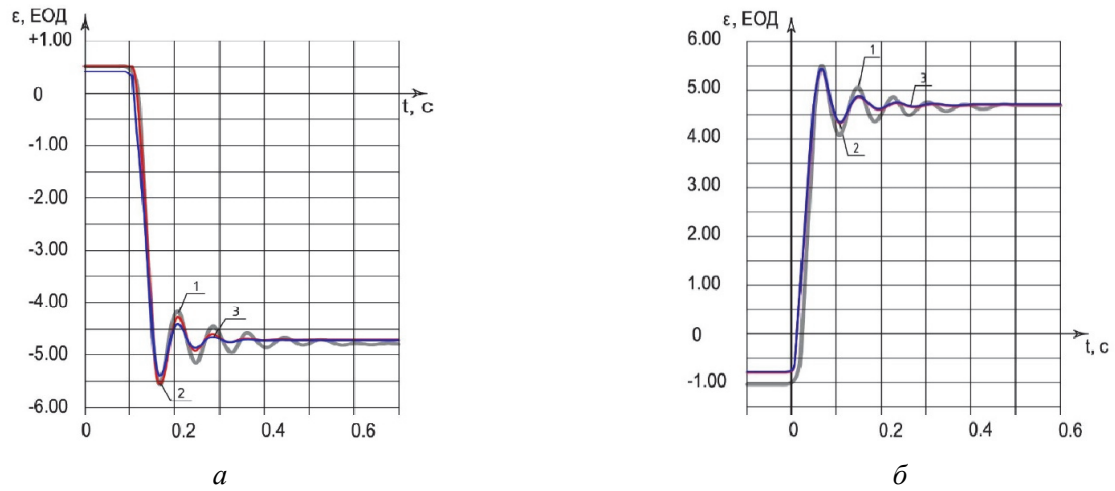


Рис. 4. Результаты численных и экспериментальных исследований опытного фрагмента с использованием простой и модифицированной расчетной схемы:

а – относительные деформации в сечении 1; *б* – то же, в сечении 2;

1 – опытное значение; 2 – расчет по простой схеме; 3 – то же, по модифицированной схеме

Figure 4. Results of numerical and experimental studies of the experimental fragment using a simple and modified calculation scheme:

а – relative deformations in section 1; *б* – the same, in section 2;

1 – experimental value; 2 – calculation according to a simple scheme; 3 – the same, according to a modified scheme

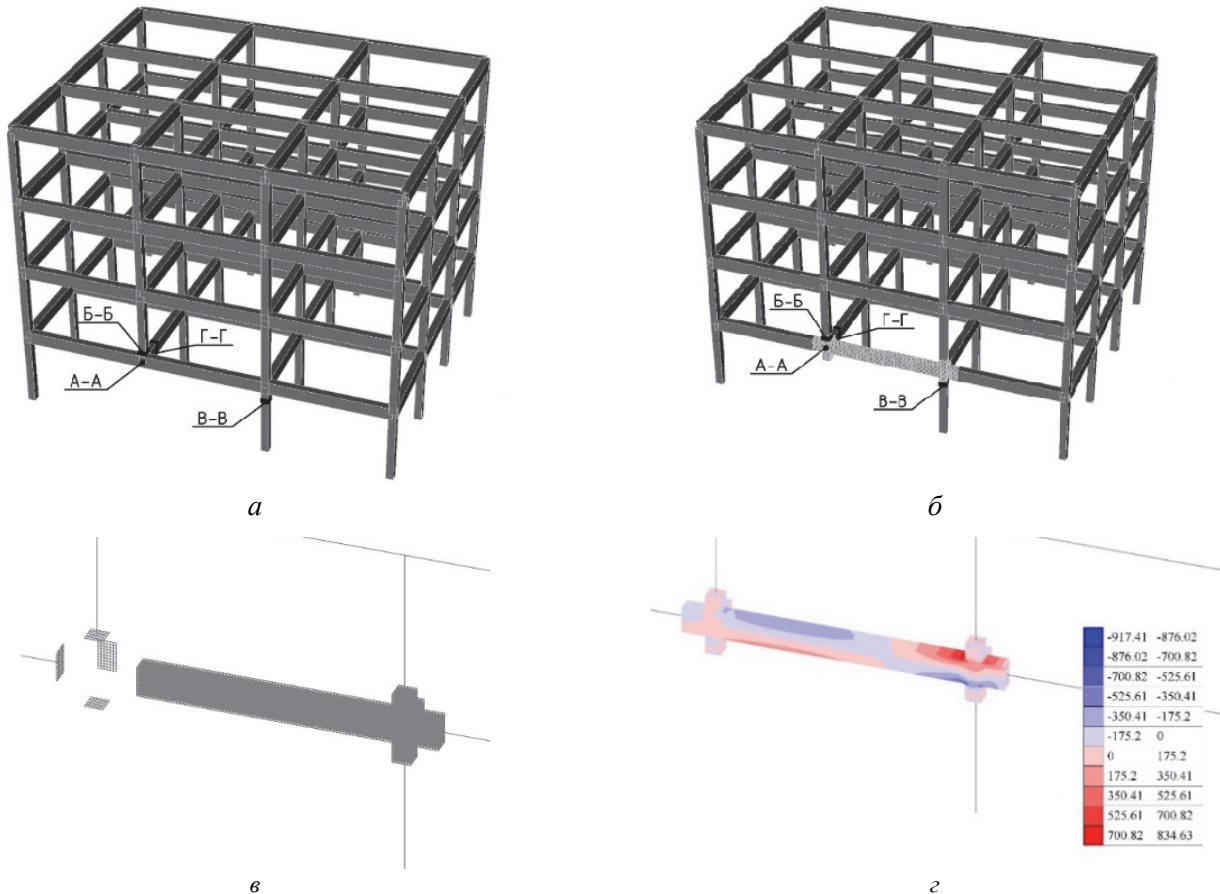


Рис. 5. Расчетная модель многоэтажной рамы:

а – стержневая вторичная схема; *б* – модифицированная вторичная схема;

в – схема моделирования фрагмента рамы объемными элементами; *г* – нормальные напряжения S_x в объемных элементах

Figure 5. Calculation model of a multi-storey frame:

а – rod secondary scheme; *б* – modified secondary scheme;

в – scheme for modeling a frame fragment by volumetric elements; *г* – normal stresses S_x in volumetric elements

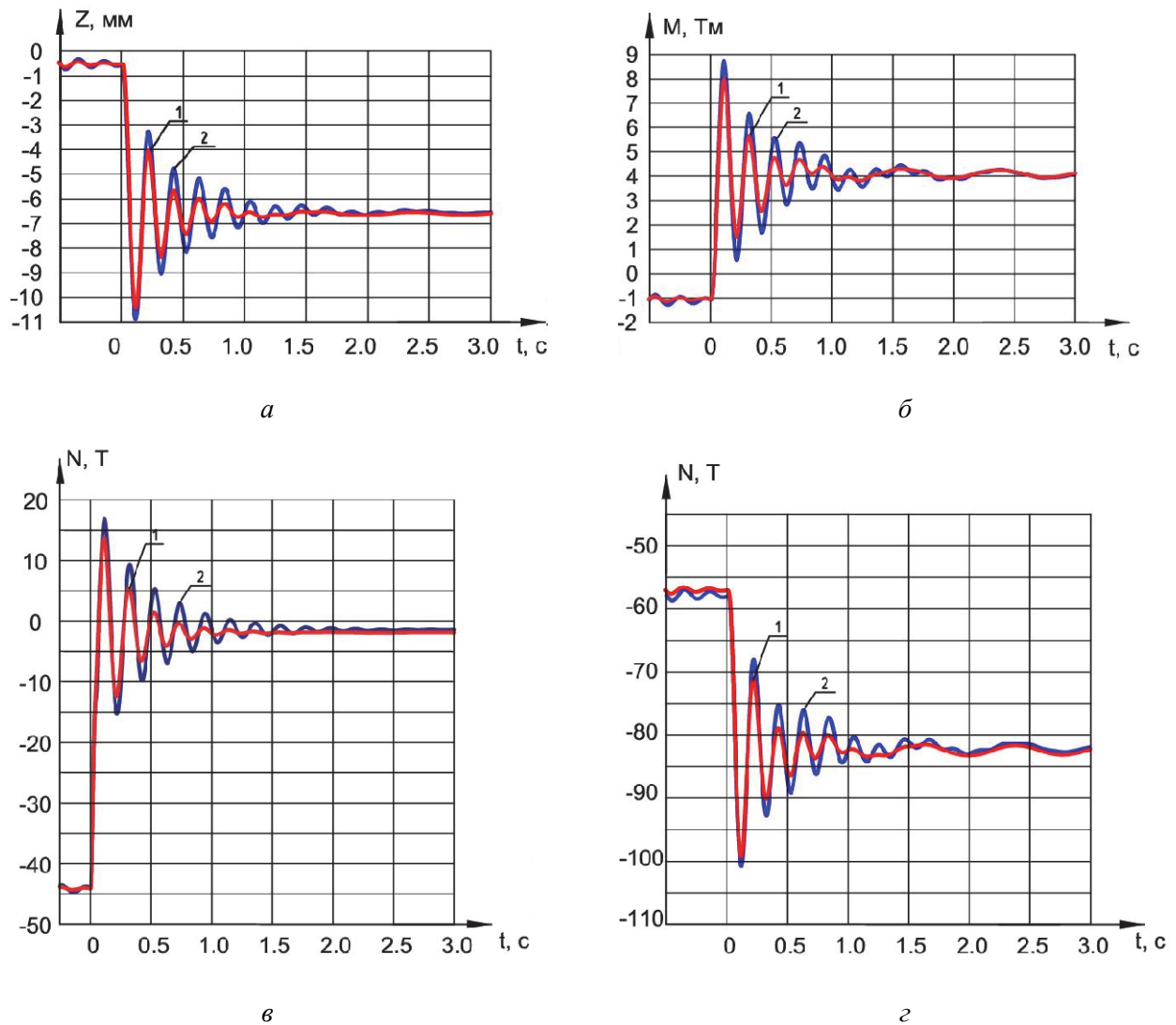


Рис. 6. Результаты численных исследований опытного фрагмента:
 а – вертикальные перемещения над удаленной опорой в сечении А–А; б – изгибающий момент в сечении Б–Б;
 в – продольная сила в сечении В–В; г – продольная сила в сечении Г–Г; 1 – простая стержневая модель; 2 – модифицированная модель

Figure 6. Results of numerical studies of the experimental fragment:
 а – vertical displacements over the remote support in section А–А; б – bending moment in section Б–Б;
 в – longitudinal force in the section В–В; г – longitudinal force in the section Г–Г; 1 – simple rod model; 2 – modified model

Таблица 2

Сопоставление результатов численных исследований стержневой и модифицированной моделей здания

Параметр	Сечение	Δ_{\max}	Δ	Δ_{\max}/Δ	%	Период, с
Z, мм	А–А	9,58	5,98	1,60	-7,5	0,21
		10,30	5,94	1,73	–	0,21
M, Тм	А–А	9,16	5,18	1,77	-4,3	0,21
		9,27	5,20	1,85	–	0,21
N, Т	В–В	60,66	42,00	1,44	-6,7	0,21
		56,58	41,87	1,35	–	0,21
N, Т	Г–Г	41,97	23,08	1,82	-7,1	0,21
		39,32	23,08	1,70	–	0,21

Примечание. Числитель – модифицированная стержневая модель, знаменатель – простая стержневая модель.

Comparison of the results of numerical studies of the rod and modified building models

Parameter	Cross section	Δ_{max}	Δ	Δ_{max}/Δ	%	Period, sec
Z, mm	A–A	9.58	5.98	1.60	–7.5	0.21
		10.30	5.94	1.73	–	0.21
M, Tm	A–A	9.16	5.18	1.77	–4.3	0.21
		9.27	5.20	1.85	–	0.21
N, T	B–B	60.66	42.00	1.44	–6.7	0.21
		56.58	41.87	1.35	–	0.21
N, T	Г–Г	41.97	23.08	1.82	–7.1	0.21
		39.32	23.08	1.70	–	0.21

Note. Numerator – modified rod model, denominator – simple rod model.

На рис. 6 и в табл. 2 приведены результаты расчета по простой и модифицированной расчетным моделям. Получено полное качественное соответствие прогибов (a), продольных сил (σ , ε) и изгибающих моментов (σ) в расчетных сечениях, при этом амплитудные значения названных величин для модифицированной модели на 4,3–7,5 % превышают соответствующие значения для простой стержневой модели, что оставляет поле для продолжения исследований.

Заключение

Проведены экспериментальные исследования и получены опытные значения параметров живучести (НДС, периоды колебаний, параметры демпфирования) фрагмента железобетонной рамы в упругой стадии (до образования трещин) и в упругопластической стадии работы конструкции (эксплуатационная нагрузка) при внезапном выключении центральной стойки.

Выполнено сопоставление результатов численных исследований с опытными данными о времени от момента выключения несущего элемента рамы (стойки) до достижения амплитудных значений параметров, изменений во времени частот и форм колебаний характерных сечений, амплитудных значений перемещений центральной точки рамы при внезапном выключении центральной стойки.

Установлено, что результаты динамического расчета опытного фрагмента согласуются с опытными данными только при учете элементов нагрузочного устройства и реальных граничных условий, включая деформируемое основание.

Предложен алгоритм построения разноуровневых схем при решении задач проектирования железобетонных каркасов жилых, гражданских и производственных зданий.

Список литературы / References

1. Kolchunov V.I., Emelyanov S.G., Kolchunov V.I., Savin S.Yu., Fedorova N.V., Travush V.I., Kelasev N.G., Kodyshev E.N., Trekin N.N., Shapiro G.I., Novikova M.Yu., Shapiro A.G., Belostotskii A.M., Pavlov A.S., Korenkov P.A. Design of measures to protect buildings and structures from progressive collapse: guidance manual. Moscow; 2018.

Колчунов В.И., Емельянов С.Г., Колчунов В.И., Савин С.Ю., Федорова Н.В., Травуш В.И., Келасьев Н.Г., Кодышев Э.Н., Трекин Н.Н., Шапиро Г.И., Новикова М.Ю., Шапиро А.Г., Белостоцкий А.М., Павлов А.С., Кореньков П.А. Проектирование мероприятий по защите зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения: методическое пособие. М., 2018.

2. Marchand K., McKay A., Stevens D. *Development and application of linear and nonlinear static approaches in UFC 4-023-03*. Structures Congress, Austin, Texas, April 30 – May 2, 2009. Austin; 2009.

3. McKay A. *Alternate path method in progressive collapse analysis: variation of dynamic and non-linear load increase factors: thesis presented to the graduate faculty of The University of Texas at San Antonio*. San Antonio; 2008.

4. Li Y., Lu X., Guan H., Ye L. An energy-based assessment on dynamic amplification factor for linear static analysis in progressive collapse design of ductile RC frame structures. *Advances in Structural Engineering*. 2014;17(8):1217–1226.

5. Tsai M.H. Assessment of analytical load and dynamic increase factors for progressive collapse analysis of building frames. *Advances in Structural Engineering*. 2012;15(1):41–54.

6. Liu M. A new dynamic increase factor for nonlinear static alternate path analysis of building frames against progressive collapse. *Engineering Structures*. 2013;48:666–673.

7. Saffari H., Mashhadi J. Assessment of dynamic increase factor for progressive collapse analysis of RC structures. *Engineering Failure Analysis*. 2018;84:300–310.
8. Marjanishvili S., Agnew E. Comparison of various procedures for progressive collapse analysis. *Journal of Performance of Constructed Facilities*. 2006;20(4):365–374.
9. Perelmutter A.V., Kabantsev O.V. About the problem of analysis resistance bearing systems in failure of a structural element. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2018;14(3):103–113.
10. Fialko S.Yu., Kabantsev O.V., Perelmutter A.V. Elasto-plastic progressive collapse analysis based on the integration of the equations of motion. *Magazine of Civil Engineering*. 2021;2(102):10214.
11. Yu J., Rinder T., Stolz A., Tan K.-H. Dynamic progressive collapse of an RC assemblage induced by contact detonation. *Journal of Structural Engineering*. 2014;140(6):04014014.
12. Pham A., Tan K., Yu J. Numerical investigations on static and dynamic responses of reinforced concrete sub-assemblages under progressive collapse. *Engineering Structures*. 2016;10:1016–1028.
13. Tian L.-M., Wei J.-P., Hao J.-P., Wang X.-T. Dynamic analysis method for the progressive collapse of long-span spatial grid. *Steel and Composite Structures*. 2017;23(4):435–444.
14. Wang T., Zhang L., Zhao H., Chen Q. Analysis on dynamic response of reinforced concrete frame for resisting progressive collapse. *The Open Construction & Building Technology Journal*. 2019;13:27–38.
15. Travush V.I., Fedorova N.V. Survivability of structural systems of buildings with special effects. *Magazine of Civil Engineering*. 2018;5(81):73–80.
16. Osovskikh O.E. Experimental studies of a fragment of a reinforced concrete frame of a multi-storey building under complex stress state. *Construction and Reconstruction*. 2021;5(97):62–73. (In Russ.)
Осовских О.Е. Экспериментальные исследования фрагмента железобетонного каркаса многоэтажного здания при сложном напряженном состоянии // Строительство и реконструкция. 2021. Т. 5. № 97. С. 62–73.
17. Kabantsev O.V., Perelmutter A.V. On the methods of analysis of the resistance of load-bearing systems in failure modes of a structural element. In: Tamrazyan A.G. (ed.) *Loleitovskie Readings – 150. Modern Methods for Calculating Reinforced Concrete and Stone Structures for Limiting States: Collection of Reports of the International Scientific and Practical Conference Dedicated to the 150th Anniversary of the Birth of Professor, Author of the Methodology for Calculating Reinforced Concrete Structures According to the Stage of Destruction, Founder of the Soviet Scientific School of the Theory of Reinforced Concrete, Founder and First Head of the Department of Reinforced Concrete Structures of the Moscow Civil Engineering Institute (MISI) A.F. Loleita*. Moscow: MISI-MGSU Publ.; 2018. p. 132–137. (In Russ.)
Кабанцев О.В., Перельмутер А.В. О методах анализа сопротивления несущих систем в режимах отказа конструктивного элемента // Лолейтовские чтения – 150. Современные методы расчета железобетонных и каменных конструкций по предельным состояниям: сборник докладов Международной научно-практической конференции, посвященной 150-летию со дня рождения профессора, автора методики расчета железобетонных конструкций по стадии разрушения, основоположника советской научной школы теории железобетона, основателя и первого заведующего кафедрой железобетонных конструкций Московского инженерно-строительного института (МИСИ) А.Ф. Лолейта / под ред. А.Г. Тамразяна. М.: Изд-во МИСИ-МГСУ, 2018. С. 132–137.
18. Alkadi S.A., Fedorova N.V., Osovskiyh O.E. Analysis of reinforced concrete space frame deformation with composite sections elements. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2018;456:012033. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/456/1/012033>

DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-1-22-34
УДК 624.012:691.328.004.12

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Реологические уравнения состояния бетона и релаксация напряжений

Е.А. Ларионов^{ID}, М.И. Рынковская^{ID}, Е.А. Гринько^{ID}✉

Российский университет дружбы народов, Москва, Российская Федерация
✉ grinko-ea@rudn.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 10 ноября 2021 г.
Доработана: 15 января 2022 г.
Принята к публикации: 10 февраля 2022 г.

Для цитирования

Ларионов Е.А., Рынковская М.И., Гринько Е.А. Реологические уравнения состояния бетона и релаксация напряжений // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 1. С. 22–34. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-1-22-34>

Аннотация. Рассматриваются некоторые подходы к выводу реологических уравнений механического состояния бетона и в нелинейной постановке обосновывается принцип наложения частичных деформаций. В линейной теории ползучести этот принцип известен как принцип суперпозиции Л. Больцмана на частичных деформаций ползучести. Концепция прочностной структуры конструктивного материала является основой для обоснования приводимых в работе утверждений. Статистическое распределение прочности фракций, образующих в объединении конструктивный элемент, позволяет вывод нелинейных уравнений состояния. При этом разбираются так называемые структурные напряжения способных к силовому сопротивлению фракций. Обоснование в нелинейной постановке принципа наложения частичных деформаций означает модификацию принципа суперпозиции Л. Больцмана и его применимость в том числе при нелинейной зависимости деформаций от расчетных напряжений. Устанавливается, что нелинейное относительно расчетных напряжений интегральное уравнение состояния является линейным относительно структурных напряжений. Именно это обстоятельство позволяет его сведение к простому линейному дифференциальному уравнению, что, в частности, упрощает решение релаксационных задач. Эти задачи тесно связаны с расчетом конструкций на долгосрочную безопасность. Существенным моментом в обсуждаемых вопросах выступает наличие единой функции старения бетона, определяющей динамику его механических параметров – модуля упругости и меры ползучести.

Ключевые слова: ползучесть, деформация, релаксация, нелинейность, принцип наложения, уравнение состояния, статистические распределения

Ларионов Евгений Алексеевич, доктор технических наук, профессор департамента строительства, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; ORCID: 0000-0002-4906-5919, Scopus ID: 57195228824, eLIBRARY AuthorID: 365207; evgenylarionov39@yandex.ru

Рынковская Марина Игоревна, кандидат технических наук, доцент, директор департамента строительства, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; ORCID: 0000-0003-2206-2563, eLIBRARY SPIN-код: 9184-7432; rynkovskaya-mi@rudn.ru

Гринько Елена Алексеевна, заведующая лабораторией сопротивления материалов, департамент строительства, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; ORCID: 0000-0002-0459-8359, eLIBRARY SPIN-код: 5360-7164; grinko-ea@rudn.ru

© Ларионов Е.А., Рынковская М.И., Гринько Е.А., 2022



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Rheological equations of concrete state and relaxation of stress

Evgeny A. Larionov^{ID}, Marina I. Rynkovskaya^{ID}, Elena A. Grinko^{ID}✉

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russian Federation

✉ grinko-ea@rudn.ru

Article history

Received: November 10, 2021

Revised: January 15, 2022

Accepted: February 10, 2022

Abstract. Some approaches to the derivation of rheological equations of the mechanical state of concrete are considered and the principle of superposition of fraction deformations is justified in a nonlinear statement. In linear creep theory, this principle is known as L. Boltzmann's superposition principle of fraction creep deformations. The concept of the strength structure of the constructive material is the basis for substantiating the statements given in this work. The statistical distribution of the strength of the fractions forming a structural element in the union allows the derivation of nonlinear equations of state. At the same time, the so-called structural stresses of fractions that capable to force resistance are considered. The overlay principle of fraction deformations in non-linear statement is justified. This means the modification of L. Boltzmann's principle of superposition allowing its applicability also under the nonlinear dependence of deformations on stresses. It is established that the integral equation of state, which is nonlinear with respect to calculated stresses, is linear with respect to structural stresses. It is this circumstance that permits its reduction to a simple linear differential equation, which, in particular, simplifies the solution of relaxation problems. These problems are closely related to the calculation of structures for long-term safety.

Keywords: creep, deformation, relaxation, nonlinearity, overlay principle, equation of state, statistical distribution

For citation

Larionov E.A., Rynkovskaya M.I., Grinko E.A. Rheological equations of concrete state and relaxation of stress. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(1):22–34. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-1-22-34>

Введение

Теории ползучести посвящено большое количество работ. Среди значимых для дальнейшего изложения отметим [1–8]. Одним из основных положений этой теории являются уравнения механического состояния бетона, которые выводятся на основе принципа наложения деформаций. Они заключаются в суммировании в некоторый момент времени t частичных приращений упругих $\Delta\varepsilon_y(t, \tau_i)$ и запаздывающих $\Delta\varepsilon_n(t, \tau_i)$ деформаций от частичных приращений напряжений $\Delta\sigma(\tau_i)$ в предыдущие моменты времени. Это означает, что результат действия последних учитывается в момент времени t . Если деформации $\Delta\varepsilon_y(t, \tau_i)$ ($\Delta\varepsilon_n(t, \tau_i)$) взаимонезависимы, то приращение напряжения

$$\Delta\sigma(t, t_0) = \Delta\sigma(t) - \Delta\sigma(t_0) = \sum_{i=1}^n \Delta\sigma(t, \tau_i) \quad (1)$$

порождает приращение упругой деформации

$$\Delta\varepsilon_y(t, t_0) = \sum_{i=1}^n \Delta\varepsilon_y(t, \tau_i) \quad (2)$$

и приращение деформации ползучести

$$\Delta\varepsilon_n(t, t_0) = \sum_{i=1}^n \Delta\varepsilon_n(t, \tau_i). \quad (3)$$

Evgeny A. Larionov, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Construction, Academy of Engineering, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-4906-5919, Scopus ID: 57195228824, eLIBRARY AuthorID: 365207; evgenylarionov39@yandex.ru

Marina I. Rynkovskaya, PhD, Docent, Director of the Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; ORCID: 0000-0003-2206-2563, eLIBRARY SPIN-code: 9184-7432; rynkovskaya-mi@rudn.ru

Elena A. Grinko, Head of the Materials Resistance Laboratory, Department of Construction, Academy of Engineering, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-0459-8359, eLIBRARY SPIN-code: 5360-7164; grinko-ea@rudn.ru

В момент t напряжению $\Delta\sigma(\tau_i)$ вследствие эволюции модуля упругости $E(\tau_i)$ отвечает деформация

$$\Delta\varepsilon_y(t, \tau_i) = \frac{\Delta\sigma(\tau_i)}{E(t)}.$$

Согласно (1) и (2) получим соотношение

$$\Delta\varepsilon_y(t, t_0) = \frac{\Delta\sigma(t, t_0)}{E(t)} = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta\sigma(\tau_i)}{E(t)} = \sum_{i=1}^n \Delta\varepsilon_y(t, \tau_i), \quad (4)$$

реализующее наложение частичных упругих деформаций $\Delta\varepsilon_y(t, \tau_i)$. В дальнейшем используется мера ползучести в форме

$$C(t, \tau) = C(\infty, 28)\theta(\tau)f(t - \tau). \quad (5)$$

Здесь $C(\infty, 28)$ – предельная мера ползучести, $\theta(\tau)$ – функция старения, отражающая изменение деформативных свойств бетона во времени, а

$$f(t - \tau) = 1 - e^{-\gamma_1(t-\tau)}$$

функция накопления деформаций ползучести. Согласно Л. Больцману [1] при $\theta(\tau) = 1$ деформации $\Delta\varepsilon_n(t, \tau_i) = C(t, \tau_i)\Delta\sigma(\tau_i)$ взаимонезависимы, каждая из них зависит лишь от приращения напряжения $\Delta\sigma(\tau_i)$ и его продолжительности $t - \tau_i$ и не зависит от остальных приращений $\Delta\sigma(\tau_j)$ и $t - \tau_j$ при $i \neq j$. Тем самым

$$\varepsilon_n(t, t_0) = \sum_{i=1}^n C(t, \tau_i)\Delta\sigma(\tau_i). \quad (6)$$

Переходя к пределу при $n \rightarrow \infty$ и $\Delta\tau_i \rightarrow 0$, получим

$$\Delta\varepsilon_n(t, t_0) = \int_{t_0}^t C(t, \tau)d\sigma(\tau), \quad (7)$$

а интегрируя по частям с учетом $C(t, t) = 0$

$$\Delta\varepsilon_n(t, t_0) = -C(t, t_0)\sigma(t_0) - \int_{t_0}^t \sigma(\tau) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \quad (8)$$

Добавляя порождаемую напряжением $\sigma(t_0)$ деформацию ползучести $C(t, t_0)\sigma(t_0)$ и упругую деформацию $\frac{\sigma(t)}{E(t)}$, получим линейное уравнение механического состояния для нестарееющего материала при основном нагружении

$$\varepsilon(t, t_0) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} - \int_{t_0}^t \sigma(\tau) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \quad (9)$$

Линейное уравнение состояния

Основной причиной старения бетона являются физико-химические процессы, в результате которых меняются во времени показатели прочности $R(\tau)$, упругости $E(\tau)$ и меры ползучести $C(t, \tau)$. В современных феноменологических теориях ползучести эти изменения учитываются разными для этих показателей функциями старения типа $\theta(\tau)$. Основываясь на экспериментальных данных [9], в [10] установлена их общность и выявлена ее структура:

$$\theta(\tau) = \frac{R(28)}{R(\tau)} = \frac{C(t, \tau)}{C(\infty, 28)f(t-\tau)}. \quad (10)$$

При простейшем нагружении деформация ползучести

$$\varepsilon_n(t, \tau) = C(\infty, 28)\theta(\tau)f(t - \tau)\sigma(\tau).$$

Обозначим

$$C_0(t, \tau) = C(\infty, 28)f(t - \tau) \quad \text{и} \quad \widehat{\sigma}(\tau) = \theta(\tau)\sigma(\tau). \quad (11)$$

С учетом (10)

$$\widehat{\sigma}(\tau) = \frac{R(28)}{R(\tau)}\sigma(\tau) = R(28)\eta(\tau), \quad (12)$$

где $\eta(\tau)$ – уровень напряжений.

Приращению уровня напряжения $\Delta\eta(\tau_i)$ соответствует приращение деформаций ползучести в момент наблюдения t

$$\varepsilon_n(t, \tau_i) = C_0(t, \tau_i)\Delta\widehat{\sigma}(\tau_i). \quad (13)$$

Поскольку в линейной постановке приращение $\Delta\varepsilon_n(t, \tau_i)$ зависит лишь от величины $\Delta\widehat{\sigma}(\tau_i)$ и длительности $t - \tau_i$, то

$$\Delta\varepsilon_n(t, t_0) = \sum_{i=1}^n C_0(t, \tau_i)\Delta\widehat{\sigma}(\tau_i), \quad (14)$$

а переходя к пределу, получим

$$\Delta\varepsilon_n(t, t_0) = \int_{t_0}^t C_0(t, \tau)d\widehat{\sigma}(\tau). \quad (15)$$

Поскольку

$$d\widehat{\sigma}(\tau) = \theta(\tau)d\sigma(\tau) + \sigma(\tau)\dot{\theta}(\tau)d\tau,$$

то

$$\Delta\varepsilon_n(t, t_0) = \int_{t_0}^t C(t, \tau)d\sigma(\tau) + \int_{t_0}^t C_0(t, \tau)\sigma(\tau)\dot{\theta}(\tau)d\tau. \quad (16)$$

Взяв первый интеграл по частям с учетом $C_0(t, t) = 0$, получим

$$\Delta\varepsilon_n(t, t_0) = -C(t, t_0)\sigma(t_0) - \int_{t_0}^t \sigma(\tau)\frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau}d\tau + \int_{t_0}^t C_0(t, \tau)\sigma(\tau)\dot{\theta}(\tau)d\tau. \quad (17)$$

Учитывая

$$\int_{t_0}^t \sigma(\tau)\frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau}d\tau = \int_{t_0}^t \theta(\tau)\sigma(\tau)\frac{\partial C_0(t, \tau)}{\partial \tau}d\tau + \int_{t_0}^t C_0(t, \tau)\sigma(\tau)\dot{\theta}(\tau)d\tau,$$

имеем

$$\Delta\varepsilon_n(t, t_0) = -C(t, t_0)\sigma(t_0) - \int_{t_0}^t \theta(\tau)\sigma(\tau)\frac{\partial C_0(t, \tau)}{\partial \tau}d\tau, \quad (18)$$

добавляя начальную деформацию $C(t, t_0)\sigma(t_0)$, получаем уравнение для деформации ползучести:

$$\varepsilon_n(t, t_0) = - \int_{t_0}^t \theta(\tau)\sigma(\tau)\frac{\partial C_0(t, \tau)}{\partial \tau}d\tau. \quad (19)$$

Уравнение состояния в линейной постановке

$$\varepsilon(t, t_0) = \varepsilon_y(t) + \varepsilon_n(t, t_0) \quad (20)$$

содержит упругую деформацию $\varepsilon_y(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)}$ и

$$\varepsilon_y(t) = \varepsilon_y(t_0) + \Delta\varepsilon_y(t, t_0), \quad (21)$$

где приращение $\Delta\varepsilon_y(t, t_0)$ согласно (4) является наложением в момент t частичных приращений $\Delta\varepsilon_y(t, \tau_i)$.

Наложением частичных приращений $\Delta\varepsilon(t, \tau_i) = \Delta\varepsilon_y(t, \tau_i) + \Delta\varepsilon_n(t, \tau_i)$, отвечающих приращениям напряжений, получим линейное уравнение состояния стареющего материала при одноосном нагружении

$$\varepsilon(t, t_0) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} - \int_{t_0}^t \theta(\tau)\sigma(\tau) \frac{\partial C_0(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \quad (22)$$

Замечание 1. Равенство (19) можно получить и с помощью полного дифференциала деформации $\varepsilon_n(t, \tau) = C(t, \tau)\sigma(\tau)$:

$$d[C(t, \tau)\sigma(\tau)] = C(t, \tau)d\sigma(\tau) + \sigma(\tau) \left[\frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau + \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial t} dt \right]. \quad (23)$$

Поскольку

$$\int_{t_0}^t C(t, \tau)d\sigma(\tau) = -C(t, t_0)\sigma(t_0) - \int_{t_0}^t \sigma(\tau) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau \quad \text{и} \quad \frac{\partial f(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau = -\frac{\partial f(t, \tau)}{\partial t} dt,$$

то при интегрировании (23) получим

$$\Delta\varepsilon_n(t, t_0) = -C(t, t_0)\sigma(t_0) - \int_{t_0}^t \theta(\tau)\sigma(\tau) \frac{\partial C_0(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau,$$

а добавлением деформации $C(t, t_0)\sigma(t_0)$ равенство (19).

Приращение упругих деформаций

$$\Delta\varepsilon_y(t, t_0) = \int_{t_0}^t d\varepsilon_y(\tau) = \varepsilon_y(t) - \varepsilon_y(t_0), \quad (24)$$

а добавляя деформацию $\varepsilon_y(t_0)$, получим $\varepsilon_y(t, t_0) = \varepsilon_y(t)$.

В [12] уравнение (22) предлагается выводить с помощью полного дифференциала порожденной простым нагружением деформации $\varepsilon(t, \tau)$, представленной в виде

$$\varepsilon(t, \tau) = \frac{\sigma(\tau)}{E(\tau)} + C(t, \tau)\sigma(\tau). \quad (25)$$

Действительно, $d\varepsilon(t, \tau) = d\varepsilon_y(\tau) + d[C(t, \tau)\sigma(\tau)]$, поэтому согласно замечанию 1 и (24) добавлением деформации $\varepsilon_y(t_0) + C(t, t_0)\sigma(t_0)$ получим уравнение (22).

Таким образом, предлагаемый способ представляет другой подход для вывода уравнения состояния и, по существу, формально реализует принцип наложения частичных деформаций. Отметим, что этот подход не связан с ключевой в принципе суперпозиции взаимонезависимостью частичных приращений и отражает реальное свойство деформирования.

Наряду с равенством (25), деформация $\varepsilon(t, \tau)$ представляется в виде [2–4]

$$\varepsilon(t, \tau) = \frac{\sigma(\tau)}{E(t)} + C^*(t, \tau)\sigma(\tau). \quad (26)$$

Согласно (25) и (26)

$$C^*(t, \tau) = C(t, \tau) + \frac{1}{E(\tau)} - \frac{1}{E(t)}. \quad (27)$$

Это означает, что эволюция модуля $E(\tau)$ отнесена к мере ползучести. В результате при мере $C^*(t, \tau)$ и $E(\tau) = \text{const}$ материал полагается нестареющим (идеальным), поэтому согласно (9) и (27)

$$\varepsilon(t, t_0) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} - \int_{t_0}^t \sigma(\tau) \frac{\partial C^*(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau; \quad (28)$$

$$\varepsilon(t, t_0) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} - \int_{t_0}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{1}{E(\tau)} d\tau - \int_{t_0}^t \sigma(\tau) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \quad (29)$$

Замечание 2. Из сравнения равенств (28) и (29) явствует, что вид уравнения состояния определяется выбором мер $C^*(t, \tau)$ и $C(t, \tau)$ [14]. Следует подчеркнуть, что прибавление к определяемой равенством (25) мере задаваемой равенством $C_E(t, \tau) = \frac{1}{E(\tau)} - \frac{1}{E(t)}$ меры эволюции $E(\tau)$ служит в [3; 4] для представления уравнения состояния в виде (28) по аналогии с известным уравнением идеального материала.

Эволюция $E(\tau)$ вызывает изменение упругой деформации на величину $J = \int_{t_0}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{1}{E(\tau)} d\tau$ упругого последствия и тем самым

$$\varepsilon_y(t) - \varepsilon_y(t_0) = \int_{t_0}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{1}{E(\tau)} d\tau. \quad (30)$$

Равенствам (25), (26) соответствуют уравнения (28), (29) и

$$\varepsilon(t, t_0) = \varepsilon_y(t_0) + \varepsilon_n(t, t_0); \quad (31)$$

$$\varepsilon(t, t_0) = \varepsilon_y(t) + \varepsilon_n^*(t, t_0). \quad (32)$$

С учетом (30) имеем

$$\varepsilon(t, t_0) = \varepsilon_y(t) - \int_{t_0}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{1}{E(\tau)} d\tau + \varepsilon_n(t, t_0), \quad (33)$$

и согласно (31)–(33) уменьшение деформации $\varepsilon_n^*(t, t_0)$ на величину J компенсируется прибавлением к $\varepsilon_y(t)$ величины $-J$. В результате этой операции получим уравнение

$$\varepsilon(t, t_0) = \varepsilon_y(t_0) - \int_{t_0}^t \sigma(\tau) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau,$$

эквивалентное (29).

В [12] как основной закон линейной ползучести приводится уравнение [15]

$$\varepsilon(t, t_0) = \delta(t, t_0)\sigma(t_0) + \int_{t_0}^t \delta(t, \tau)d\sigma(\tau), \quad (34)$$

где $\delta(t, \tau) = \frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau)$.

Интегрированием по частям уравнение сводится к (29). Полагая в нем слагаемое $-J$ лишним, авторы [12] утверждают, что «принцип наложения является основополагающей ошибкой в теории ползучести». К наличию этого необходимого при мере $C(t, \tau) = C^*(t, \tau) + \frac{1}{E(t)} - \frac{1}{E(\tau)}$ слагаемого принцип не имеет отношения. На графике функции $\varepsilon_y(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)}$ (рис. 1 [12]) прямая $\varepsilon_y(t) = \frac{\sigma_0}{E(t_0)}$ интерпретируется результатом применения принципа наложения, а согласно уравнению (34) при $\sigma(\tau) = \sigma_0$ получается

$$\varepsilon(t, t_0) = \frac{\sigma_0}{E(t_0)} + \left[C^*(t, \tau) + \frac{1}{E(t)} - \frac{1}{E(t_0)} \right] \sigma_0 = \frac{\sigma_0}{E(t)} + C^*(t, \tau)\sigma_0.$$

Это означает, что противопоставляемая этому принципу кривая $\varepsilon_y(t) = \frac{\sigma_0}{E(t)}$ получается как раз наложением в момент t частичных деформаций $\Delta\varepsilon_y(t, \tau_i) = \frac{\Delta\sigma(\tau_i)}{E(t)}$; $\sum_{i=1}^n \frac{\Delta\sigma(\tau_i)}{E(t)} = \sigma_0$; $\tau_i < \tau_{i+1}$; $0 \leq i < n - 1$.

Согласно (5) и (27) имеет место равенство

$$C\theta(t)f(t - \tau) = C^*f(t - \tau) + \frac{1}{E(t)} - \frac{1}{E(\tau)}. \quad (35)$$

При $\tau = 28$ сут. (для бетона) полагают $\theta(28) = 1$. Принимая $f(t - \tau) = 1 - e^{-\gamma(t-\tau)}$, получим

$$C[1 - e^{-\gamma(t-\tau)}] = C^*[1 - e^{-\gamma(t-\tau)}] + \frac{1}{E(t)} - \frac{1}{E(\tau)},$$

переходом к пределу $t \rightarrow \infty$ соотношение между C и C^*

$$C = C^* + \frac{1}{E(\infty)} - \frac{1}{E(28)}. \quad (36)$$

Замечание 3. Мультипликативная форма меры ползучести $C(t, \tau) = C\theta(t)f(t - \tau)$, непосредственно учитывающая влияние старения на упругую и запаздывающую деформации, в отличие от ее вида $C(t, \tau) = C^*(t, \tau) + \frac{1}{E(t)} - \frac{1}{E(\tau)}$, является естественной. Она более удобна в приложениях, к тому же, соответствуя уравнению (22) (без лишнего, по мнению авторов [12], слагаемого J), исключает некорректное заявление об ошибочности принципа наложения.

Уравнения состояния в нелинейной постановке

Линейные уравнения состояния не учитывают экспериментально наблюдаемую нелинейность диаграмм $\sigma - \varepsilon$ и, как впервые отметил А.А. Гвоздев, не пригодны для теории железобетона. Принимая линейную зависимость мгновенных деформаций от напряжений, он полагал запаздывающие деформации нелинейными и состоящими из двух компонент: линейной и нелинейной, возникающей в результате структурных повреждений. Уравнение состояния в двухкомпонентной теории ползучести представлено в виде [16]

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} + \frac{R(t)}{E(t)} \int_{\tau_1}^t S(\tau)K(t, \tau)d\tau + \int_0^{\max S} f(S)F[T(S, t)]dS, \quad (37)$$

где $\max S$ – максимальное значение уровня напряжений, достигнутое к моменту времени t ; $R(t)$ – прочность; T – суммарная длительность действия этого уровня к моменту времени t ; $K(t, \tau)$ – ядро ползучести, определяющее линейную компоненту деформации ползучести.

В отличие от линейной, нелинейная компонента деформации ползучести не подчиняется принципу наложения.

В.М. Бондаренко [1] полагал зависимость мгновенных деформаций от напряжений также нелинейной и в соответствии с этим вывел следующее нелинейное уравнение состояния:

$$\varepsilon(t, t_0) = \frac{S_m[\sigma(t)]}{E(t)} - \int_{t_0}^t S_n[\sigma(\tau)] \frac{\partial C^*(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau, \quad (38)$$

где $S_m[\sigma(t)]$ и $S_n[\sigma(\tau)]$ – нелинейные функции напряжений мгновенной и запаздывающей деформаций. В [13] и [17] приведено без вывода (ссылаясь на нелинейные диаграммы Еврокода) уравнение состояния

$$\varepsilon(t, t_0) = f_2[\sigma(t)] - \int_{t_0}^t f_1[\varepsilon_m(\tau)] \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau, \quad (39)$$

где $\sigma(\tau) = f_1[\varepsilon_m(\tau)]$ и $\varepsilon_m(\tau) = f_2[\sigma(\tau)]$ представляют прямую и обратную функции нелинейной диаграммы $\sigma - \varepsilon$.

Согласно (39) в уравнении состояния наряду с нелинейной зависимостью от напряжений $\varepsilon_m(\tau)$ деформация ползучести $\varepsilon_n(t, \tau)$ полагается линейной.

Замечание 4. Уравнение (39) сводится к линейному дифференциальному уравнению [13], согласно решению которого гипотеза линейной ползучести приводит к уменьшению оценок деформаций в расчетах на долгосрочную безопасность сооружений.

В статистической теории прочности расчетная модель структуры бетона представляется набором частиц (зерен), соединенных неравновесными связями, прочность которых является случайной величиной. Прочность связей существенно ниже прочности зерен, и накопление повреждений в бетоне рассматривается как процесс постепенного разрушения этих связей. Данная модель поведения бетона восходит к Вейбулу [18] и получила развитие в [19–21]. Полагается, что связи деформируются линейно, модули деформаций у них одинаковы, поэтому диаграмма деформирования бетона линейна в процессе нагружения.

Нелинейность деформаций от нагрузки $N(\tau)$, наблюдаемая в экспериментах, связывается с постепенным разрушением более слабых связей и перераспределением нагружения на целые в момент τ более сильные связи. Это вызывает уменьшение способной к силовому сопротивлению площади нормального сечения $A(\tau)$ и рост напряжения в оставшихся связях. Диаграммы получаются нелинейными, поскольку при их построении используются напряжения, найденные по площади сечения A :

$$\sigma(\tau) = \frac{N(\tau)}{A}. \quad (40)$$

Нормальное напряжение

$$\sigma_c(\tau) = \frac{N(\tau)}{A(\tau)} \quad (41)$$

названо структурным, а усредненное напряжение $\sigma(\tau)$, вычисленное в предположении работоспособности всей площади, – расчетным [22; 23]. Согласно (40) и (41)

$$\sigma_c(\tau) = \frac{A}{A(\tau)} \sigma(\tau) = S_0(\tau) \sigma(\tau). \quad (42)$$

Функция $S_0(\tau) = \frac{A}{A(\tau)}$, учитывающая разрушение связей, есть функция напряжений [2].

Например, в форме П.И. Васильева [11]

$$S_0(\tau) = 1 + v \left[\frac{\sigma(\tau)}{R(\tau)} \right]^m, \quad (43)$$

где v и m – эмпирические параметры.

Перераспределение напряжений, порождающее нелинейность деформаций, вызывает взаимозависимость последних от частичных приращений напряжений $\Delta\sigma(\tau_i)$, потому что эффект каждого догружения $\Delta\sigma(\tau_i)$ в момент t определяется площадью $A(\tau_i)$, зависящей от всех догружений $\Delta\sigma(\tau_j)$; $j \leq i$.

Уравнение состояния представляет НДС целых на промежутке $[t_0, t]$ звеньев, образующих часть V_t элемента V .

Рассмотрим часть V_t элемента V , состоящую из целых звеньев в момент t .

Под действием неубывающего нагружения часть V_t в момент t уменьшается до V_t , образованной совокупностью оставшихся целых звеньев. Деформации частей V_t и V_t под действием $\sigma_c(\tau)$ совпадают. Приращения $\Delta\sigma_c(\tau_i)$ не разрушают звенья V_t , и именно это влечет независимость величины

$$\Delta\varepsilon_n(t, \tau_i) = C_0(t, \tau_i) \Delta\sigma_c(\tau_i) \quad (44)$$

от остальных приращений $\Delta\sigma_c(\tau_j)$; $j \neq i$, а потому

$$\Delta\varepsilon_n(t, t_0) = \sum_{i=1}^n C_0(t, \tau_i) \Delta\sigma_c(\tau_i). \quad (45)$$

Соотношение (45) является аналогом принципа наложения Л. Больцмана в нелинейной постановке. С помощью приведенных в линейной постановке построений уравнение нестареющего материала в нелинейной постановке [24; 25]

$$\varepsilon(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t)}{E(t)} - \int_{t_0}^t \sigma_c(\tau) \frac{\partial C_0(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau; \quad (46)$$

$$\varepsilon(t, t_0) = \frac{S_0(t)\sigma(t)}{E(t)} - \int_{t_0}^t S_0(\tau)\sigma(\tau) \frac{\partial C_0(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \quad (47)$$

Для стареющего материала рассматриваем частичные приращения

$$\Delta \varepsilon_{\Pi}(t, \tau_i) = C_0(t, \tau_i) \Delta \tilde{\sigma}_c(\tau_i);$$

$$\tilde{\sigma}_c(\tau_i) = \theta(\tau_i)\sigma_c(\tau_i) = R(28)\eta_c(\tau_i),$$

где $\eta(\tau_i)$ – уровень структурного напряжения.

Повторением построений в линейной постановке выводим уравнение состояния для стареющего материала

$$\varepsilon(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t)}{E(t)} - \int_{t_0}^t \theta(\tau)\sigma_c(\tau) \frac{\partial C_0(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \quad (48)$$

Упругая деформация в нелинейной постановке

$$\varepsilon_y(t) = \frac{\sigma_c(t)}{E(t)} = \frac{S_0(t)\sigma(t)}{E(t)} = \frac{[1+\alpha(t)]\sigma(t)}{E(t)} = \frac{\sigma(t)}{E(t)} + \frac{\alpha(t)\sigma(t)}{E(t)},$$

где $\alpha(t) = v \left[\frac{\sigma(\tau)}{R(\tau)} \right]^m$.

Из (37) вытекает, что нелинейная часть $\varepsilon_{yH}(t)$ деформации $\varepsilon_y(t)$ должна соответствовать последнему слагаемому в его правой части.

Поскольку за малый промежуток времени $t - t_0$ величина $\Delta \varepsilon_{\Pi}(t, t_0) = \int_{t_0}^t \sigma(\tau) \frac{\partial C_{H}(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau$ также мала, то предположение, что отмеченное слагаемое представляет кратковременную ползучесть, влечет допущение, что $C(t, t) \neq 0$, и тем самым принятие $k < 1$ в функции $f(t - \tau)$. На самом деле начальный всплеск практически реализуется за счет деформации $\varepsilon_{MH}(t_0) = \alpha(t_0) \frac{\sigma(t_0)}{E(t_0)}$, отвечающей приросту напряжения $\sigma(\tau)$ на целых звеньях бетонного элемента.

Замечание 6. Соотнесение в [16] деформации $\varepsilon_{yH}(t)$ в разряд деформации ползучести отмечено в [12].

Релаксационные задачи

Расчет железобетонных конструкций связан с определением напряжений в бетоне и арматуре по известным в них деформациям и приводит к необходимости решения релаксационных задач [16]. Перераспределение напряжений между бетоном и арматурой значительно влияет на их напряженно-деформированное состояние.

Стандартным методом решения релаксационных задач является определение ядра релаксации, сопряженное с медленно сходящимся рядом. Применение преобразования Лапласа в сочетании с методом малого параметра трудоемко [16]. В данной работе задача релаксации напряжений в бетоне решается сведением интегрального уравнения состояния к линейному обыкновенному дифференциальному уравнению первого порядка. При этом существенно, что в линейной и нелинейной постановках структура уравнения одинакова. Кроме того, из соотношения $C(t, \tau) = \frac{\varphi(t, \tau)}{E(t)}$, где $\varphi(t, \tau) = E(28)C_0(t, \tau)$ – характеристика ползучести без учета старения, следует равенство

$$C(t, \tau) = \frac{E(28)}{E(\tau)} C_0(t, \tau).$$

Это позволяет определить общую функцию старения для мгновенных и запаздывающих деформаций:

$$\theta(\tau) = \frac{E(28)}{E(\tau)} = \frac{C(t, \tau)}{C_0(t, \tau)}. \quad (49)$$

Согласно (22) при $C_0(t, \tau) = C(\infty, 28)[1 - e^{-\gamma(t-\tau)}]$

$$\varepsilon(t, t_0) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} + \gamma C(\infty, 28) E(28) \int_{t_0}^t \frac{\sigma(\tau)}{E(\tau)} e^{-\gamma(t-\tau)} d\tau.$$

Обозначим $\varepsilon_y(\tau) = \frac{\sigma(\tau)}{E(\tau)}$ и, учитывая, что предельная характеристика ползучести $\varphi = C(\infty, 28)E(28)$, получим

$$\varepsilon(t, t_0) = \varepsilon_y(t) + \gamma\varphi e^{-\gamma t} \int_{t_0}^t \varepsilon_y(\tau) e^{\gamma\tau} d\tau. \quad (50)$$

Сведем интегральное уравнение состояния в дифференциальную форму. Умножим правую и левую части (49) на $e^{\gamma t}$:

$$e^{\gamma t} \varepsilon(t, t_0) = e^{\gamma t} \varepsilon_y(t) + \gamma\varphi \int_{t_0}^t \varepsilon_y(\tau) e^{\gamma\tau} d\tau \quad (51)$$

и продифференцируем (50) по t с учетом $\frac{d}{dt} \int_{t_0}^t f(\tau) d\tau = f(t)$. Получим

$$e^{\gamma t} [\dot{\varepsilon}(t) + \gamma\varepsilon(t)] = e^{\gamma t} [\dot{\varepsilon}_y(t) + \gamma\varepsilon_y(t)] + \gamma\varphi e^{\gamma t} \varepsilon_y(t).$$

Или

$$\dot{\varepsilon}_y(t) + b\varepsilon_y(t) = \dot{\varepsilon}(t) + \gamma\varepsilon(t); b = \gamma(1 + \varphi). \quad (52)$$

Общим решением однородного уравнения $\dot{\varepsilon}_y(t) + b\varepsilon_y(t) = 0$ является $\varepsilon_{y0}(t) = Ce^{-bt}$, а общее решение (51) находим методом вариации произвольной постоянной, представляя его в виде $\varepsilon_y(t) = C(t)e^{-bt}$ и подставляя его в (51), получим

$$\dot{C}(t)e^{-bt} - bC(t)e^{-bt} + bC(t)e^{-bt} = \varphi_0(t);$$

$$\varphi_0(t) = \dot{\varepsilon}(t) + \gamma\varepsilon(t); \dot{C}(t)e^{-bt} = \varphi_0(t) \text{ и } C(t) = \int e^{bt} \varphi_0(t) dt = \Phi_0(t) + C.$$

Тем самым общее решение (51)

$$\varepsilon_y(t) = Ce^{-bt} + e^{-bt}\Phi_0(t) = Ce^{-bt} + \Phi(t); \Phi(t) = e^{-bt}\Phi_0(t). \quad (53)$$

Согласно (50) имеем $\varepsilon(t_0) = \varepsilon_y(t_0)$ и $\varepsilon(t_0) = \Phi(t_0) + Ce^{-bt_0}$, откуда $C = [\varepsilon(t_0) - \Phi(t_0)]e^{bt_0}$.

Итак,

$$\varepsilon_y(t) = [\varepsilon(t_0) - \Phi(t_0)]e^{-b(t-t_0)} + \Phi(t); \quad (54)$$

$$\sigma(t) = E(t)[\varepsilon(t_0) - \Phi(t_0)]e^{-b(t-t_0)} + E(t)\Phi(t). \quad (55)$$

В нелинейной постановке уравнение (48) с помощью проведенных для уравнения (22) операций также сводится к уравнению (51), поэтому

$$\sigma_c(t) = E(t)[\varepsilon(t_0) - \Phi(t_0)]e^{-b(t-t_0)} + E(t)\Phi(t). \quad (56)$$

По найденному формулой (55) структурному напряжению $\sigma_c^*(t)$ искомое расчетное напряжение $\sigma^*(t)$ определяется решением уравнения

$$S_0[\sigma(t)]\sigma(t) = \sigma^*(t). \quad (57)$$

Рассмотрим модельные случаи деформаций.

1. $\varepsilon(\tau) = \varepsilon_0$.

Имеем $\varepsilon_{\text{уч}}(t) = \frac{\gamma\varepsilon_0}{b} = \frac{\varepsilon_0}{1+\varphi}$ и согласно (54)

$$\sigma(t) = \frac{E(t)\varepsilon_0\varphi e^{-\gamma(1+\varphi)(t-t_0)}}{1+\varphi} + \frac{E(t)\varepsilon_0}{1+\varphi}. \quad (58)$$

2. $\varepsilon(t) = V(t - t_0)$.

При $\varphi_0(t) = V(1 + \gamma(t - t_0))$ частное решение уравнения (51) ищем в виде

$$\varepsilon_{\text{уч}}(t) = M(t - t_0) + N,$$

поэтому

$$bM(t - t_0) + M + bN = V\gamma(t - t_0) + V; \quad bM = V\gamma; \quad M = \frac{V}{1+\varphi}; \quad M + bN = V;$$

$$N = \frac{V-M}{b} = \frac{V\varphi}{\gamma(1+\varphi)^2}.$$

Тем самым

$$\varepsilon_{\text{уч}}(t) = \frac{V(t-t_0)}{1+\varphi} + \frac{V\varphi}{\gamma(1+\varphi)^2}$$

и

$$\sigma(t) = -\left[\frac{E(t)V\varphi}{\gamma(1+\varphi)^2}\right] e^{-\gamma(1+\varphi)(t-t_0)} + \frac{E(t)V(t-t_0)}{1+\varphi} + \frac{E(t)V\varphi}{\gamma(1+\varphi)^2}. \quad (59)$$

В нелинейной постановке равенствами (57), (58) определяются структурные напряжения, а расчетные напряжения – решением уравнения (56).

Заключение

На основе концепции прочностной структуры бетона, статистического распределения прочности его фракций модифицируется известный в линейной теории ползучести принцип суперпозиции Л. Больцмана. С опорой на данную модификацию выводится нелинейное уравнение механического состояния материала.

Нелинейная зависимость деформаций от напряжений является следствием разброса прочности связей.

Принцип наложения сформулирован Л. Больцманом для идеального нестареющего материала. При учете старения этот принцип реализуется относительно приращений расчетных и структурных напряжений.

Список литературы

1. Boltzmann L.E. Zur Theorie der Elastischen Nachwirkung // Wiener. 1874. Ver. 10. Pp. 275–306.
2. Бондаренко В.М., Бондаренко С.В. Инженерные методы нелинейной теории железобетона. М.: Стройиздат, 1982. 287 с.
3. Александровский С.В., Васильев П.И. Экспериментальные исследования ползучести бетона // Ползучесть и усадка бетона и железобетонных конструкций. М.: Стройиздат, 1976. С. 97–152.
4. Арутюнян Н.Х. Ползучесть стареющих материалов // Механика твердого тела. 1967. № 6. 200 с.
5. Арутюнян Н.Х., Колмановский В.Б. Теория ползучести неоднородных тел. М.: Наука, 1983. 336 с.
6. Гвоздев А.А. Замечание о нелинейной ползучести бетона при одноосном сжатии // Известия АН СССР. МТТ. 1972. № 5. С. 33.
7. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.
8. Ржаницын А.Р. Теория ползучести. М.: Стройиздат, 1968. 419 с.
9. Александровский С.В., Соломонов В.В. Зависимость деформаций ползучести бетона от начального уровня напряжений // Межотраслевые вопросы строительства. Отечественный опыт: реферативный сборник. М., 1972. Вып. 6. С. 6–12.

10. Назаренко В.Г. Развитие основ теории расчета железобетонных конструкций с учетом особенностей рожимного нагружения: дис. ... д-ра техн. наук, М., 1988. 367 с.
11. Васильев П.И. К вопросу выбора феноменологической теории ползучести бетона // Ползучесть строительных материалов и конструкций. М.: ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко, 1964. С. 106–114.
12. Санжаровский Р.С., Тер-Эммануильян Т.Н., Манченко М.М. Принцип наложения как основополагающая ошибка теории ползучести и стандартов по железобетону // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 2. С. 92–104. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-2-92-104>
13. Санжаровский Р.С., Манченко М.М. Ползучесть бетона и его мгновенная нелинейность деформирования в расчетах конструкций и сооружений // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. № 2. С. 33–40.
14. Назаренко В.Г., Звездов А.И., Ларионов Е.А., Квасников А. Некоторые аспекты теории ползучести бетона // Журнал бетон и железобетон. 2021. № 1 (603). С. 40–43.
15. Ciorino M.A. Analysis structural effects time-dependent behavior of concrete an internationally harmonized format // Plenary Papers of All-Russian (International) Conference on Concrete and and Reinforced Concrete. 2014. Vol. 7. Pp. 338–350.
16. Галустов К.З. Нелинейная теория ползучести и расчет железобетонных конструкций. М.: Физматлит, 2006. 248 с.
17. Санжаровский Р.С. Нелинейная наследственная теория ползучести // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2014. № 1. С. 63–68.
18. Wiebull W. A statistical representation of fatigue failures in solids // Trsan. Roy. Inst. Techn. 1949. No 27. 51 p.
19. Холмянский М.М. Бетон и железобетон: деформативность и прочность. М.: Стройиздат, 1997. 576 с.
20. Болотин В.В. Некоторые вопросы теории хрупкого разрушения // Расчеты на прочность. 1962. Вып. 8. С. 36–52.
21. Харлаб В.Д. Обобщение вейбулловской статистической теории хрупкого разрушения // Механика стержневых систем и сплошных сред. 1987. № 11. С. 150–152.
22. Бондаренко В.М., Ларионов Е.А. Принцип наложения деформаций при структурных повреждениях элементов конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2011. № 2. С. 16–22.
23. Ларионов Е.А., Римшин В.И., Жданова Т.В. Принцип наложения деформаций в теории ползучести // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 6. С. 483–496. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-6-483-496>
24. Ларионов Е.А., Ларионов А.Е. К теории нелинейной ползучести // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 2. С. 58–65.
25. Ларионов Е.А., Ларионов А.Е. К теории нелинейной ползучести // Строительная механика и расчет сооружений. 2017. № 4. С. 35–39.
26. Василькова Н.Т., Башкатова М.Е., Ларионов Е.А. Релаксация напряжений при осевом нагружении железобетонного бруса // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. № 1. С. 24–29.
27. Larionov E., Zveryaev E. Stress relaxation of construction elements // MATEC. Web of Conferences. 2017. No. 117. 00101.
28. Persoz B. Le principe de superposition de Boltzmann // Cahier groupe Franc, etudes rheol. 1957. Vol. 2. No. 1. Pp. 126–151.
29. Sanjarovsky R.S., Ter-Emmnilyan T.N., Manchenko M.M. Insolvent nays of development of the modern theory of reinforced concrete // Structural Mechanics of Engineering Construction and Buildings. 2018. Vol. 14. No. 5. Pp. 379–389. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-5-379-389>

References

1. Boltzmann L.E. Zur Theorie der Elastischen Nachwirkung. *Sitzungsberichte Kaiserliche Akademie Wissenhaft Wien Mathematische-Naturwissenhaft*. 1874;70:275–306.
2. Bondarenko V.M., Bondarenko S.V. *Engineering methods of the nonlinear theory of reinforced concrete*. Moscow: Stroyizdat Publ.; 1982. (In Russ.)
3. Aleksandrovskii S.V., Vasilev P.I. Experimental study of creep of concrete. *Creep and Shrinkage of Concrete and Reinforced Concrete Structures*. Moscow: Stroiizdat Publ.; 1976. p. 97–152. (In Russ.)
4. Arutyunyan N.Kh. Creep of aging materials. *Mechanics of Solids*. 1967;6:200. (In Russ.)
5. Arutyunyan N.H., Kolmanovskii V.B. *Theory of creep of inhomogeneous bodies*. Moscow: Nauka Publ.; 1983. (In Russ.)
6. Gvozdev A.A. Remark on the nonlinear theory of concrete creep under uniaxial compression. *Izvestiya AN SSSR, MTT*. 1972;(5):33. (In Russ.)
7. Rabotnov Yu.N. *Creep of construction elements*. Moscow: Nauka Publ.; 1966. (In Russ.)
8. Rzhantsyn A.R. *The creep theory*. Moscow; 1968. (In Russ.)

9. Aleksandrovskii S.V., Solomonov V.V. Dependence of creep deformations of concrete on the initial level of stress. *Intersectoral Issues of Construction. Domestic Experience: an Abstract Collection*. 1972;(6):6–12. (In Russ.)
10. Nazarenko V.G. *Development of the fundamentals of the theory of calculation of reinforced concrete structures taking into account the peculiarities of regime loading* (dissertation of the Doctor of Technical Sciences). Moscow; 1988. (In Russ.)
11. Vasilyev P.I. On the question of choosing a phenomenological theory of concrete creep. *Creep of Building Materials and Structures*. Moscow; 1964. p. 106–114. (In Russ.)
12. Sanjarovskii R.S., Ter-Emmanulyan T.N., Manchenko M.M. Superposition principle as the fundamental error of the creep theory and standards of the reinforced concrete. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018;14(2):92–104. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-2-92-104>
13. Sanzarovsky R.S., Manchenko M.M. The creep of concrete and its instantaneous nonlinearity of deformation in the structural calculations. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2015;(2):33–40. (In Russ.)
14. Nazarenko V.G., Zvezdov A.I., Larionov E.A., Kvasnikov A.A. Some aspects of the concrete creep theory. *Concrete and Reinforced Concrete Magazine*. 2021;(1(603)):40–43. (In Russ.)
15. Ciorino M.A. Analysis structural effects time-dependent behavior of concrete an internationally harmonized format. *Plenary Papers of All-Russian (International) Conference on Concrete and Reinforced Concrete*. 2014;7:338–350.
16. Galustov K.Z. *Nonlinear theory of concrete creep and calculation of reinforced concrete structures*. Moscow: Fizmatlit Publ.; 2006. (In Russ.)
17. Sanjarovskii R.S. Non-linear hereditary creep theory. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2014;(1):63–68. (In Russ.)
18. Wiebull W. A statistical representation of fatigue failures in solids. *Trsan. Roy. Inst. Techn.* 1949;27:51.
19. Kholmyanskiy M.M. *Concrete and reinforced concrete: deformability and strength*. Moscow: Stroyizdat Publ.; 1997. (In Russ.)
20. Bolotin V.V. Some questions of the theory of brittle fracture. *Strength Calculations*. 1962;(8):36–52 p. (In Russ.)
21. Kharlab V.D. Generalization of the Weibull statistical theory of brittle fracture. *Mekhanika Sterzhnevyykh Sistem i Sploshnykh Sred*. 1987;(11):150–152.
22. Bondarenko V.M., Larionov E.A. Strains superposition principle when construction elements have structural damages. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2011;(2):16–22. (In Russ.)
23. Larionov E.A., Rimshin V.I., Zhdanova T.V. Principle of the overlay deformations in the theory of creep. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2019;15(6):483–496. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-6-483-496>
24. Larionov E.A., Larionov A.E. Nonlinear creep theory. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2015;(2):58–65. (In Russ.)
25. Larionov E.A., Larionov A.E. The theory of nonlinear creep of materials. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2017;(4):35–39. (In Russ.)
26. Vasilkova N.T., Bashcatova M.E., Larionov E.A. Stress relaxation of reinforced concrete beam under axial load. *Structural Mechanics of Engineering Construction and Buildings*. 2012;(1):24–29.
27. Larionov E., Zveryaev E. Stress relaxation of construction elements. *MATEC. Web of Conferences*. 2017;117:00101.
28. Persoz B. Le principe de superposition de Boltzmann. *Cahier groupe Franc, etudes rheol.* 1957;2(1):126–151.
29. Sanjarovsky R.S., Ter-Emmnylyan T.N., Manchenko M.M. Insolvent nays of development of the modern theory of reinforced concrete. *Structural Mechanics of Engineering Construction and Buildings*. 2018;14(5):379–389. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-5-379-389>

DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-1-35-44
УДК 624.019:624.072

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Способ усиления арочных зданий с недостаточной несущей способностью опор для восприятия распора

Д.М. Хусаинов , А.Ф. Салимов , А.Г. Хабибулина  

Казанский государственный архитектурно-строительный университет, Казань, Российская Федерация
✉ blago2000@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 16 января 2022 г.

Доработана: 21 февраля 2022 г.

Принята к публикации: 27 февраля 2022 г.

Для цитирования

Хусаинов Д.М., Салимов А.Ф., Хабибулина А.Г. Способ усиления арочных зданий с недостаточной несущей способностью опор для восприятия распора // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 1. С. 35–44. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-1-35-44>

Аннотация. Предлагается новый способ усиления арочных зданий с недостаточной несущей способностью опор для восприятия распора. Он может быть реализован в условиях архитектурно-конструктивных решений зданий с наличием зон, препятствующих традиционному размещению затяжек. В литературе отсутствуют результаты исследований по этой проблеме. На примере бескаркасного арочного здания с недостаточной несущей способностью опор для восприятия распора рассмотрено применение предлагаемого метода усиления с приведением двух вариантов анкеровки опор арочного здания затяжками, устанавливаемыми для восприятия распора к полузаглубленным и заглубленным якорям-анкерам. Для изучаемого арочного здания проведены теоретические исследования по определению величины преднапряжения в устанавливаемых затяжках, при которой обеспечивается несущая способность арочного здания для варианта несимметричной снеговой расчетной нагрузки. Значимость полученных результатов для строительной отрасли состоит в том, что впервые представлен способ усиления арочных зданий с недостаточной несущей способностью опор для восприятия распора. Данный способ усиления несущей способности конструкций и опор арочных зданий является эффективным, обладающим новизной и может применяться в условиях архитектурно-конструктивных решений зданий с наличием зон, препятствующих традиционному размещению затяжек.

Ключевые слова: арочное здание, распор, опора, затяжка, анкер, бескаркасное арочное здание, преднапряжение

Хусаинов Дамир Миннигалеевич, кандидат технических наук, доцент кафедры металлических конструкций и испытания сооружений, Казанский государственный архитектурно-строительный университет, Российская Федерация, 420043, Казань, ул. Зеленая, д. 1; ORCID: 0000-0002-1671-7546, Scopus Author ID: 57197715432, eLIBRARY SPIN-код: 1006-2308; xdmt@mail.ru

Салимов Айдар Фатыхович, кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры металлических конструкций и испытания сооружений, Казанский государственный архитектурно-строительный университет, Российская Федерация, 420043, Казань, ул. Зеленая, д. 1; ORCID: 0000-0003-0295-576X, Scopus Author ID: 57218826383; salimovaf1962@mail.ru

Хабибулина Альбина Гомеровна, кандидат экономических наук, доцент кафедры архитектуры, Казанский государственный архитектурно-строительный университет, Российская Федерация, 420043, Казань, ул. Зеленая, д. 1; ORCID: 0000-0003-2928-2884, Scopus Author ID: 57224865507, eLIBRARY SPIN-код: 4604-9947; blago2000@mail.ru

© Хусаинов Д.М., Салимов А.Ф., Хабибулина А.Г., 2022




This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

A method for strengthening arched buildings with insufficient bearing capacity of supports for the perception of the strut

Damir M. Khusainov , Aydar F. Salimov , Albina G. Khabibulina  

Kazan State University of Architecture and Engineering, Kazan, Russian Federation

 blago2000@mail.ru

Article history

Received: January 16, 2022

Revised: February 21, 2022

Accepted: February 27, 2022

For citation

Khusainov D.M., Salimov A.F., Khabibulina A.G. A method for strengthening arched buildings with insufficient bearing capacity of supports for the perception of the strut. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(1):35–44. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-1-35-44>

Abstract. A new way to strengthen arched buildings with insufficient bearing capacity of the supports for the perception of the strut is proposed. That method can be implemented in the conditions of architectural and structural solutions of buildings with the presence of zones which prevent the traditional placement of puffs. There are no research results on this problem in the literature. On the example of a frameless arched building with insufficient bearing capacity of the supports for the perception of the strut, the application of the anticipated reinforcement method is considered with the reduction of two options for anchoring the supports of the arched building with puffs installed for the perception of the strut to semi-buried and sunken ground anchor. For the arched building under consideration, theoretical studies were carried out to determine the prestress value in the installed puffs, at which the load-bearing capacity of the arched building is provided for the variant of the asymmetric snow design load. The significance of the obtained results for the construction industry is that for the first time a method of strengthening arched buildings with insufficient bearing capacity of supports for the perception of the strut is suggested. The projected method of reinforcement is an effective, novel way to increase the load-bearing capacity of structures and supports of arched buildings and can be used in the conditions of architectural and structural solutions of buildings with the presence of zones that prevent the traditional placement of puffs.

Keywords: arched building, strut, support, tightening, anchor, frameless arched building, prestressing

Введение

Одними из широко распространенных конструктивных систем в строительстве являются арочные конструкции. Спектр их применения необычайно широк и включает в себя объемно-планировочные решения как небольших зданий сельскохозяйственных предприятий и малого бизнеса, так и каркасов большепролетных зданиях спортивного или общественного назначения [1–6]. Отличительными особенностями арочных зданий являются возможность быстрого возведения, небольшая масса конструкций, низкая стоимость строительства и необходимость учета при проектировании опор арочных зданий воздействия распорных опорных реакций [7–11]. Проблему восприятия распорных усилий и уменьшения расхода материалов на устройство опор в арочных зданиях решают установкой затяжек между опорами арок [12–19]. Установка затяжек в арочных сооружениях влечет сложности в виде необходимости их скрытой установки в конструкции полов здания, обязательности их преднапряжения при больших размерах пролетов для сохранения рабочего состояния, невозможности традиционной установки затяжек между опорами арок при расположении между ними инженерных коммуникаций, технологических объектов здания.

Damir M. Khusainov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Departments of Metal Construction and Testing of Structures, Kazan State University of Architecture and Engineering, 1 Zelenaya St, Kazan, 1420043, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-1671-7546, Scopus Author ID: 57197715432, eLIBRARY SPIN-code: 1006-2308; xdmt@mail.ru

Aydar F. Salimov, Candidate of Technical Sciences, senior lecturer of the Departments of Metal Construction and Testing of Structures, Kazan State University of Architecture and Engineering, 1 Zelenaya St, Kazan, 1420043, Russian Federation; ORCID: 0000-0003-0295-576X, Scopus Author ID: 57218826383; salimovaf1962@mail.ru

Albina G. Khabibulina, Candidate of Economical Sciences, Associate Professor of the Department of Architecture, Kazan State University of Architecture and Engineering, 1 Zelenaya St, Kazan, 1420043, Russian Federation; ORCID: 0000-0003-2928-2884, Scopus Author ID: 57224865507, eLIBRARY SPIN-code: 4604-9947; blago2000@mail.ru

Поэтому при больших пролетах арочные здания часто проектируются без применения затяжек [20–24], что приводит к недостаточной несущей способности их опор из-за погрешностей в процессе проектирования или отклонений от проектных решений, допускаемых из-за ошибок при выполнении и низкого качества строительно-монтажных работ при устройстве фундаментов зданий. Для арочных зданий с недостаточной несущей способностью опор применение затяжек для их усиления – один из наиболее эффективных, но часто трудно конструктивно реализуемых способов усиления. В данной работе рассматриваются способы усиления арочных зданий с нетрадиционными способами установки затяжек с использованием специальных анкерных устройств, позволяющие решить проблемы их установки.

Материалы и методы

В строительных конструкциях зданий арочные конструкции нашли широкое применение в качестве конструкций покрытия, где затяжки, расположенные над помещениями, являются обязательным элементом, воспринимающим распор. При больших пролетах покрытий естественно применение подвесок, соединяющих арки покрытия и затяжки. При этом расположенные выше эксплуатационных зон зданий затяжки с подвесками «не мешают» функционированию зданий. При возведении арочных зданий, в которых арки опираются непосредственно на фундамент и при этом обеспечивается совмещение функций арочного ограждения как стенового ограждения и покрытия, устройство затяжек при больших пролетах представляет собой сложную инженерную задачу, требующую решения при проектировании здания. Такое решение должно учитывать включение в работу затяжек без применения подвесок при больших пролетах арок, обеспечение долговечности затяжек, которые необходимо размещать ниже уровня пола. Одним из способов включения затяжек в работу при большой длине является их преднапряжение, а для обеспечения рабочего состояния затяжек в полах зданий приходится делать технологические каналы между опорами каждой из арок здания для их размещения. Зачастую решение подобных инженерных задач сталкивается с массой ограничений. Например, при необходимости укладки внутри здания технологических объектов, имеющих габариты ниже уровня пола и исключающих размещение затяжек между опорами арок каркаса. Отсутствие затяжек между арками, как правило, всегда приводит к перерасходу материалов на изготовление опор здания. Для некоторых легких арочных зданий, например бескаркасных [25–26], выполненных из профнастила, совмещающего как ограждающие, так и несущие функции, применение затяжек является одним из обязательных условий их применения при достаточно больших пролетах в районах со значительной снеговой нагрузкой. В Казанском государственном архитектурно-строительном университете предложены конструктивные решения (рис. 1–3), представляющие собой арочное здание, включающее арки, опертые на противоположные с каждой стороны опоры в грунте, между которыми выполнены стержневые затяжки и ограждающие конструкции по аркам. При этом затяжки, выполненные в виде стержневых элементов, соединяют каждую опору с полузаглубленными и заглубленными якорями, расположенными внутри здания, а именно вблизи опор с каждой стороны здания.

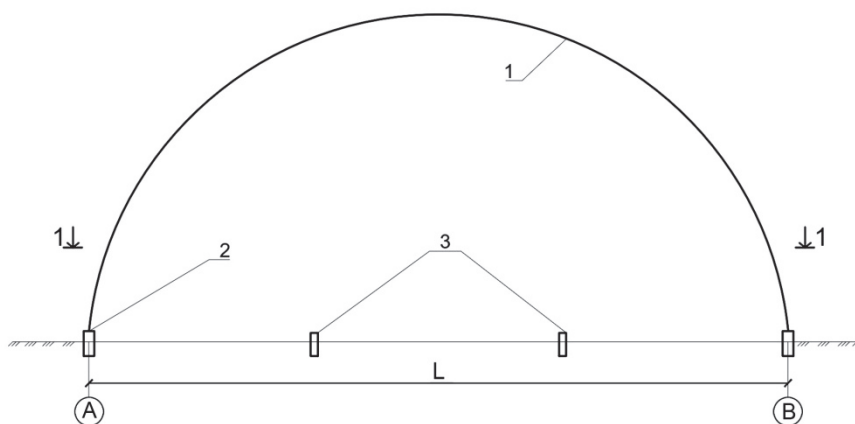


Рис. 1. Поперечный разрез арочного здания (1) пролетом L с опорами (2) и анкерными устройствами (3), полузаглубленными в пол арочного здания

Figure 1. Cross section of an arched building (1) with a span L with supports (2) and anchoring devices (3), half-buried in the floor of an arched building

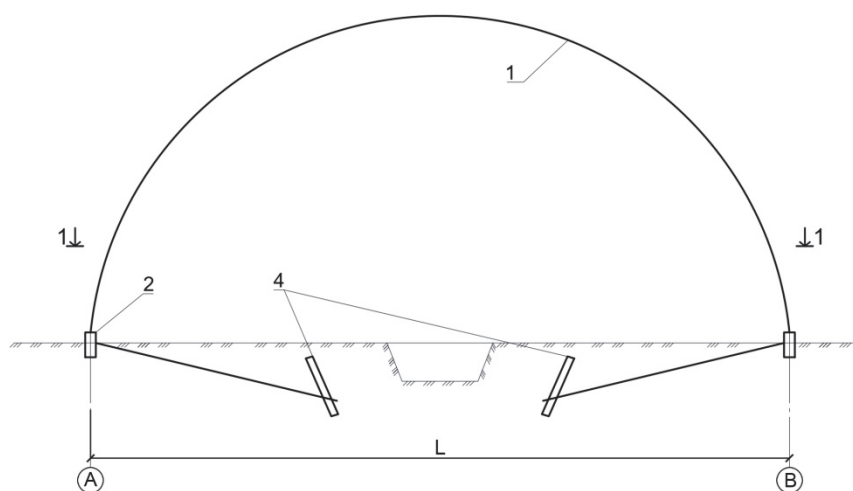


Рис. 2. Поперечный разрез арочного здания (1) пролетом L с опорами (2) и заглубленными анкерными устройствами в виде якорей (4)
Figure 2. Cross section of an arched building (1) with span L with supports (2) and buried anchor devices in the form of anchors (4)

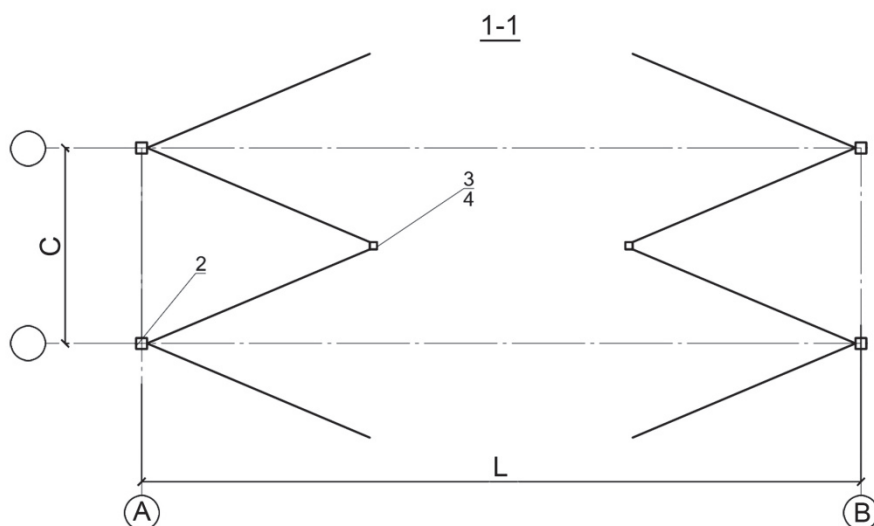


Рис. 3. Расположение анкерных устройств в виде полузаглубленных анкеров (3) или заглубленных анкеров (4) между арками в плане здания и опорами (2)
Figure 3. Location of anchor devices in the form of half-buried anchors (3) or buried anchors (4) between the arches in the plan of the building and the supports (2)

Новизна предложенных конструктивных решений арок с опорами с анкерными затяжками (рис. 1–3) подтверждена патентом РФ¹.

Результаты и обсуждение

Предложенные конструктивные решения устройства опор арок с креплением их к якорям удобно использовать при усилении арочных зданий. Возможность применения предложенных конструктивных решений при усилении арочных зданий рассмотрим на примере арочного здания, построенного в Казани.

Арочный ангар возведен в 2018 г. Это здание длиной 72 м, пролетом 21 м. Ангар рассчитан на расчетную снеговую нагрузку в 240 кг/м^2 , однопролетный, бескаркасный. Материал несущих конструкций покрытия – сталь 08пс (ГОСТ 14918–80). Конструктивные и проектные решения арочного здания приведены на рис. 4–6.

¹ Пат. 2725375 Российская Федерация. Арочное здание / Кузнецов И.Л., Хусаинов Д.М., Гайнетдинов Р.Г. № 2019133640; заявл. 22.10.2019; опубл. 03.09.2020, Бюл. № 25. 7 с.



Рис. 4. Бескаркасный арочный ангар пролетом 21 м (фото Д.М. Хусаинова)
Figure 4. Frameless arched hangar with a span of 21 m in Kazan (photo by D.M. Khusainov)



Рис. 5. Анкерные стойки сечением из квадратной трубы $80 \times 80 \times 5$ мм с шагом 1,9 м (фото Д.М. Хусаинова)
Figure 5. Anchoring pillar with a section of a square pipe $80 \times 80 \times 5$ mm with a step of 1.9 m (photo by D.M. Khusainov)



Рис. 6. Ленточный ростверк фундамента здания высотой 0,5 м (фото Д.М. Хусаинова)
Figure 6. Capping beam of the building foundation with a height of 0.5 m (photo by D.M. Khusainov)

Выполним проверку несущей способности фундамента арочного здания на действие величины распора, который возникает от действия расчетного сочетания нагрузок, состоящего из снеговой и постоянной нагрузок. Также оценим прочность элементов анкеровки фундамента здания в сваях из квадратной трубы $80 \times 80 \times 5$ мм, установленной с шагом 1,9 м. Момент от распора в элементе по результатам расчетов равен $M = 1,62$ тм

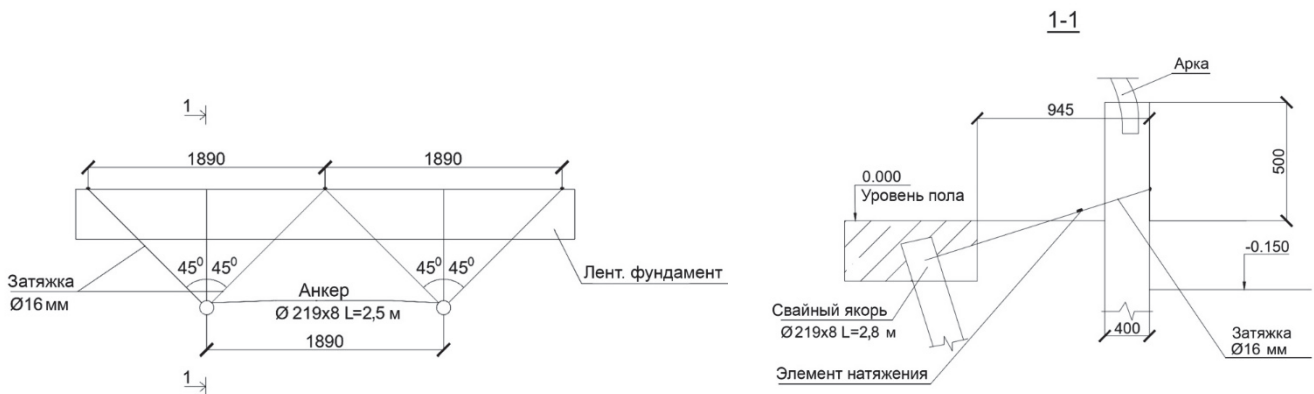


Рис. 7. Вариант 1. Установка затяжек в ленточном фундаменте арочного здания со свайными стальными анкерами

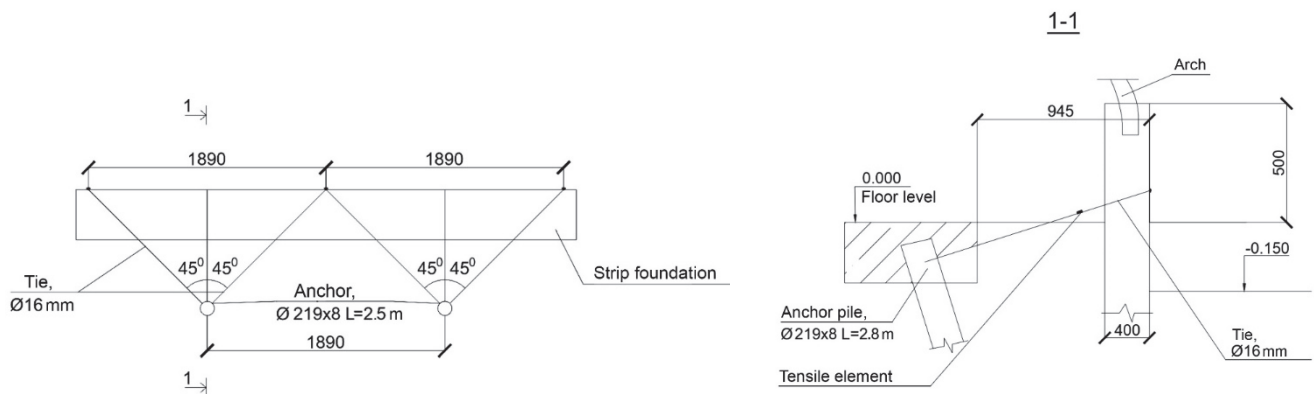


Figure 7. Method 1. Installation of tie-beams in the strip foundation of an arched building with steel pile anchors

Проверку прочности для материала стали класса С245 выполним по формуле

$$M/W_x = 162\,000 / 35,3 = 4589 \text{ кг/см}^2 \geq R_y \gamma_c = 2400 \text{ кг/см}^2, \quad (1)$$

где $W_x = 35,3 \text{ см}^3$ – момент сопротивления квадратной трубы.

Вывод: прочность анкерных элементов фундамента недостаточна для восприятия расчетной величины распора от расчетной нагрузки.

Коэффициент использования сечения анкерных стоек свай ленточного ростверка составляет

$$K_{и} = 4306 / 2400 = 1,79.$$

С целью усиления ленточного ростверка для данного арочного здания разработаны варианты усиления фундаментов с применением затяжек с анкерами: вариант 1 (рис. 7) и вариант 2 (рис. 8).

Анкера затяжек в варианте 1 выполняются из труб сечением $\text{Ø}219 \times 8 \text{ мм}$, которые на 2,5 м забиваются в грунт и располагаются вдоль ленточного фундамента, их шаг определяется анкерующей способностью свайного якоря.

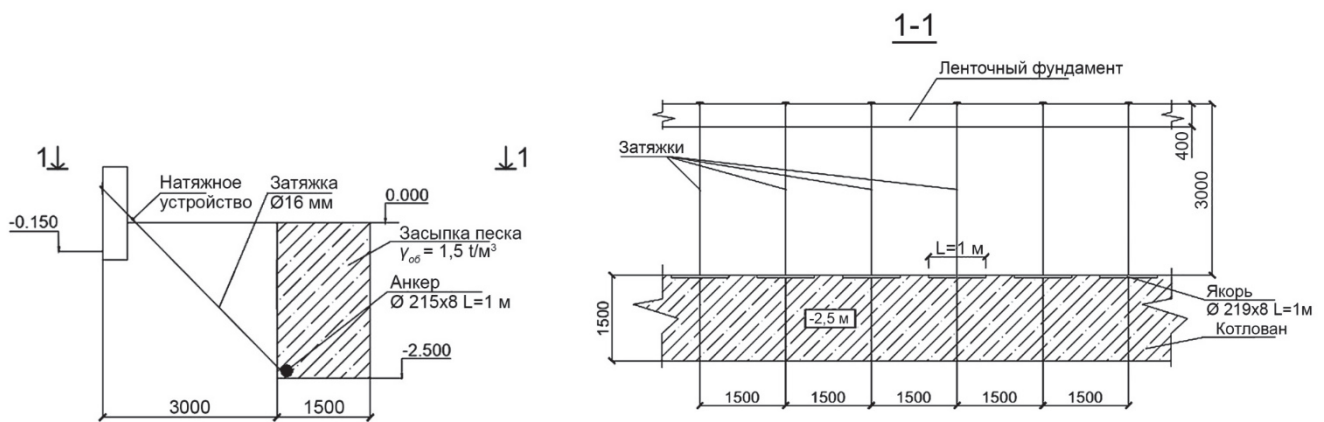


Рис. 8. Вариант 2. Установка затяжек в ленточном фундаменте арочного здания с заглубленными стальными анкерами

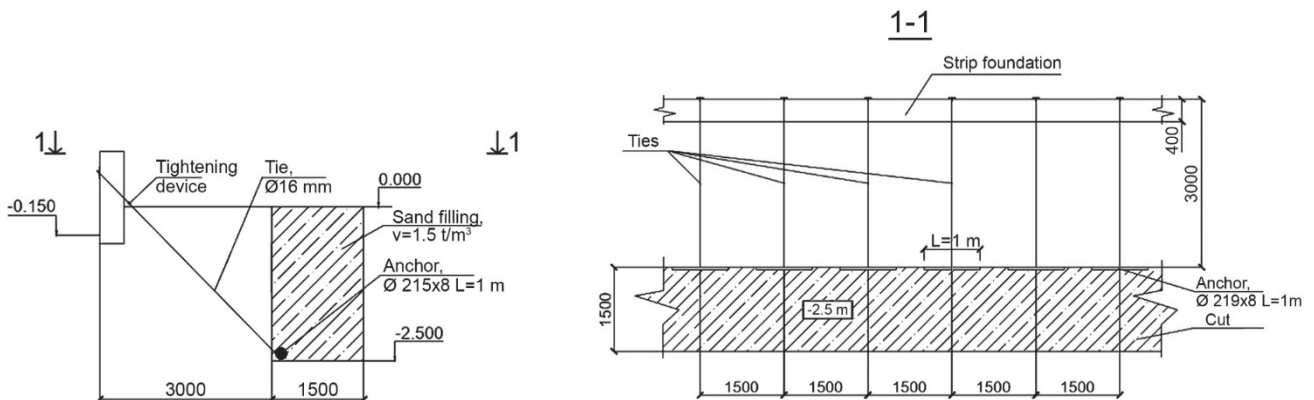


Figure 8. Method 2. Installation of tie-beams in the strip foundation of an arched building with steel pile anchors

Затяжки в варианте 2 анкеровки устанавливаются с шагом 1,5 м с анкеровкой к заглубленным якорям длиной 1 м и сечением из трубы $\text{Ø}219 \times 8 \text{ мм}$. Анкера помещаются в заранее выкопанную траншею шириной 1,5 м, глубиной 2,5 м. Траншея после установки якорей засыпается песком с объемным весом не менее $1,5 \text{ т/м}^3$.

Применение анкерных затяжек в арочных зданиях возможно и в случаях необходимости усиления несущих элементов арочных зданий путем изменения их расчетных схем за счет введения преднапряжения устанавливаемых затяжек.

Рассмотрим возможность усиления арочного бескаркасного здания, не обладающего достаточной несущей способностью. Приведем расчет несущих конструкций арочного здания на проектные нагрузки, включающие в себя снеговую нагрузку величиной 240 кг/м^2 (расчетная снеговая нагрузка для Казани в 2017–2018 гг.).

Геометрические характеристики профиля бескаркасного здания определялись по результатам фактических замеров. Основным элементом арки стал холодногнутый профиль из оцинкованного стального листа толщиной $1,2 \text{ мм}$ и высотой 123 мм . Материал профиля – сталь 08пс (ГОСТ 14918–80), по данным владельца здания.

Несущую способность арочного покрытия из холодногнутого профиля в расчетном сечении для расчетного сочетания нагрузок, включающих в себя постоянную нагрузку и снеговую нагрузку с ее расположением на двух сторонах пролета здания, определим на совместное действие осевой силы и изгибающего момента по формуле

$$N/A + M/W_y = 9800 / 14,31 + 78\,900 / 58,6 = 2031 \text{ кг/см}^2 \leq R_y \gamma_c = 2300 \text{ кг/см}^2, \quad (2)$$

где $A = 14,31 \text{ см}^2$ и $W_y = 586 \text{ см}^3$ – площадь сечения и момент сопротивления нетто полосы арочного покрытия шириной $0,6 \text{ м}$ соответственно; $R_y = 2300 \text{ кг/см}^2$ – расчетное сопротивление по пределу текучести 08пс по ГОСТ 14918–80; N, M – осевая сила и момент в расчетном сечении арочного покрытия.

Вывод: несущая способность арочного покрытия при данном расчетном сочетании нагрузок обеспечивается.

Несущую способность арочного покрытия из холодногнутого профиля в расчетном сечении для расчетного сочетания нагрузок, включающих в себя постоянную нагрузку и снеговую нагрузку с односторонним ее расположением на пролете здания, определим на совместное действие осевой силы и изгибающего момента по формуле

$$N/A + M/W_y = 6500 / 14,31 + 129\,000 / 58,6 = 2655 \text{ кг/см}^2 > R_y \gamma_c = 2300 \text{ кг/см}^2, \quad (3)$$

где $A = 14,31 \text{ см}^2$ и $W_y = 586 \text{ см}^3$ – площадь сечения и момент сопротивления нетто полосы арочного покрытия шириной $0,6 \text{ м}$ соответственно; $R_y = 2300 \text{ кг/см}^2$ – расчетное сопротивление по пределу текучести 08пс по ГОСТ 14918–80; N, M – осевая сила и момент в расчетном сечении арочного покрытия.

Вывод: при расчетном сочетании нагрузок, когда снег располагается только на одной стороне пролета, несущая способность здания не обеспечивается.

При проектировании арочного бескаркасного здания не учтена возможность расположения расчетной снеговой нагрузки только на одной стороне пролета и, соответственно, не выявлена недостаточная несущая способность арочного здания.

Рассмотрим возможность использования затяжек с преднапряжением для усиления арочного покрытия. Предусматривается применение затяжек с анкерровкой к заглубленным якорям (рис. 7–8). Для этого в расчетную схему арочного покрытия вводим затяжки, крепящиеся к якорям, и задаем в них предварительное натяжение.

По результатам проведенных численных исследований для измененной расчетной схемы арочного покрытия с затяжками установлено, что оптимальное распределения расчетных изгибающих моментов достигается при усилении преднапряжения устанавливаемых затяжек арочного покрытия величиной 440 кг .

Несущую способность арочного покрытия из холодногнутого профиля в расчетном сечении (для РСН2) определим на совместное действие осевой силы и изгибающего момента по формуле

$$N/A + M/W_y = 840 / 14,31 + 125\,336 / 58,6 = 2197 \text{ кг/см} < R_y \gamma_c = 2300 \text{ кг/см}^2, \quad (4)$$

где $A = 14,31 \text{ см}^2$ и $W_y = 586 \text{ см}^3$ – площадь сечения и момент сопротивления нетто полосы арочного покрытия шириной $0,6 \text{ м}$ соответственно; $R_y = 2300 \text{ кг/см}^2$ – расчетное сопротивление по пределу текучести 08пс по ГОСТ 14918–80; N, M – осевая сила и момент в расчетном сечении арочного покрытия.

Вывод: при расчетном сочетании нагрузок, когда снег располагается только на одной стороне пролета, несущая способность здания при усилении преднапряжения в затяжке с креплением ее к якорям величиной 440 кг обеспечивается.

Данный пример применения анкерных затяжек с анкерровкой их к якорям для усиления конструкций арочных зданий показывает одну из областей использования предлагаемых затяжек опор арочных зданий с креплением их к анкерам-якорям. Для рассматриваемого реализованного арочного здания, обладающего недостаточной несущей способностью из-за ошибок в проектировании, установка усиливающих затяжек для опор арочного покрытия по схемам, приведенным на рис. 7 и 8, может быть оптимальным вариантом его усиления.

Заключение

На основании проведенных исследований можно сделать вывод о том, что применение для опор арочных зданий затяжек, крепящихся с одной стороны к опорам, а с другой стороны – к анкерам-якорям, является эффективным, обладающим новизной способом повышения несущей способности покрытий и фундаментов арочных зданий в условиях архитектурно-конструктивных решений зданий с наличием зон, препятствующих традиционному размещению затяжек.

Список литературы / References

1. Sheidaii M.R., Bayrami S., Babaei M. Collapse behavior of single-layer space barrel vaults under non-uniform support settlements. *International Journal of Steel Structures*. 2013;13(4):723–730. <http://doi.org/10.1007/s13296-013-4013-y>
2. Karimi S. Study and comparison arch at framework modern materials-case study: Iran. *Journal of Fundamental and Applied Sciences*. 2017;9(1S):573–596. <http://doi.org/10.4314/jfas.v9i1s.713>
3. Dallemule M. Equivalent imperfections in arched structures. *Slovak Journal of Civil Engineering*. 2015;23(3):9–15. <http://doi.org/10.1515/sjce-2015-0012>
4. Flager F., Soremekun G., Adya A., Shea K., Haymaker J., Fischer M. Fully constrained design: a general and scalable method for discrete member sizing optimization of steel truss structures. *Computers and Structures*. 2014;140:55–65. <http://doi.org/10.1016/j.compstruc.2014.05.002>
5. Kyoungsoo L., Sang-Eul H. Analysis of the stress-erection process of Strarch frames considering the joint connection properties. *Journal of Constructional Steel Research*. 2014;92:195–210. <http://doi.org/10.1016/j.jcsr.2013.09.011>
6. Sayanov S.F., Salakhutdinov M.A. Development of trusses with belts made of pipes of polyhedral cross-section. *Conference Proceedings: Engineering Personnel are the Future of Russia's Innovative Economy*. Yoshkar-Ola: Volga State University of Technology Publ.; 2015. p. 160–161.
Саянов С.Ф., Салахутдинов М.А. Разработка стропильных ферм с поясами из труб многогранного сечения. Инженерные кадры – будущее инновационной экономики России: сборник конференции. Йошкар-Ола: Поволжский государственный технологический университет, 2015. С. 160–161.
7. Nomikos P.P., Sofianos A.I., Sakkas K.M., Choumanidis D., Delendas S. Nonlinear simulation of lattice girder segment tests. *Tunnelling and Underground Space Technology*. 2013;38:180–188. <http://doi.org/10.1016/j.tust.2013.06.006>
8. Kalinina A.A., Kurbanov A.I., Tsaritova N.G. Possibilities of architectural and structural forming of spatial forms from rod arches. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2021;1079:(042041). <http://doi.org/10.1088/1757-899X/1079/4/042041>
9. Chen J.-H. A study on the equivalent static wind loadings on the arched roof frames of low-rise buildings in atmospheric boundary layers. *Applied Mechanics and Materials*. 2012;121–126:3113–3117. <http://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.121-126.3113>
10. Afshana S., Theofanousb M., Wangc J., Gkantoud M., Gardner L. Testing, numerical simulation and design of prestressed high strength steel arched trusses. *Engineering Structures*. 2019;183:510–522. <http://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.01.007>
11. Gaydzhurov P.P., Iskhakova E.R., Tsaritova N.G. Study of stress-strain states of a regular hinge-rod constructions with kinematically oriented shape change. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2020;16(1):38–47. <http://doi.org/10.22337/2587-9618-2020-16-1-38-47>
12. Sun W., Zhou W. Test investigation on stiffness performance of steel structures composed of cold-roller-bent pipes. *Applied Mechanics and Materials*. 2012;271–272:519–523. <http://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.271-272.519>
13. Pantazia V.S., Sophianopoulos D.S. A unified catastrophe theory approach for the in-plane buckling of steel arches under point gravitational loading. *Special Issue: Proceedings of Eurosteel*. 2017;1(2–3):1399–1406. <http://doi.org/10.1002/cepa.182>
14. Gimena F.N., Gonzaga P., Gimena L. Analytical formulation and solution of arches defined in global coordinates. *Engineering Structures*. 2014;60:189–198. <http://doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.12.004>
15. Castellano S. Loads interaction domains methodology for the design of steel greenhouse structures. *Journal of Agricultural Engineering*. 2007;38(1):21–29. <http://doi.org/10.4081/jae.2007.1.21>

16. Eroglu U., Paolone A., Ruta G. Exact closed-form static solutions for parabolic arches with concentrated damage. *Archive of Applied Mechanics*. 2020;90:673–689. <http://doi.org/10.1007/s00419-019-01633-x>
17. Dmitriev I.K. Research of the deformation of the brick-cable arch. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2015;(5):72–77.
Дмитриев И.К. Исследование деформации стержне-вантовой арки // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2015. № 5. С. 72–77.
18. Dmitriev I.K. Determination of destructive forces in a rod-cable arch. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2019;15(3):243–248. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-3-243-248>
Дмитриев И.К. Определение разрушающих усилий в стержне-вантовой арке // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2019. Т. 15. № 3. С. 243–248. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-3-243-248>
19. Kirsanov M.N. Calculation of the deflection of an arched truss with suspended elements depending on the number of panels. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(3):179–184. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-179-184>
Кирсанов М.Н. Расчет зависимости прогиба арочной фермы с подвесными элементами от числа панелей // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2020. Т. 16. № 3. С. 179–184. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-179-184>
20. Wells M. Terminal 3 roof design and construction at Shenzhen Bao'an international airport, China. *Civil Engineering*. 2015;168(1):19–24. <http://doi.org/10.1680/cien.14.00044>
21. Rybakov V., Jos V., Raimova I., Kudryavtsev K. Modal analysis of frameless arches made of thin-walled steel profiles. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020;883:(012197). <http://doi.org/10.1088/1757-899X/883/1/012197>
22. Liu Q.X., Zhao Y. Study on common problem and the design of granary railway canopy. *Applied Mechanics and Materials*. 2012;204–208:1034–1039. <http://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.204-208.1034>
23. Kamalov A.Z., Khamidullina A.A. To the question of research of the stress strain state and stability arched constructions. *Izvestiya KGASU*. 2012;(4(22)):130–138.
Камалов А.З., Хамидуллина А.А. К вопросу исследования напряженно-деформированного состояния и устойчивости арочных сооружений // *Известия КГАСУ*. 2012. № 4 (22). С. 130–138.
24. Lingyao L., Shichang H., Xuhui H., Haiquan J. Experimental study on wind force coefficient of a truss arch tower with multiple skewbacks. *Advances in Structural Engineering*. 2020;23(12):2614–2625. <http://doi.org/10.1177/1369433220916935>
25. Bezsalıy V.M., Bannikov D.O. Efficiency of thin-walled galvanized profiles for arch elements. *Bridges and Tunnels. Theory Research Practice*. 2019;16:20–29. <http://doi.org/10.15802/bttrp2019/189428>
26. Kuznetsov I.L., Isaev A.V., Gimranov L.R. The causes of collapse of 30 m span frameless arch structure. *Izvestiya KGASU*. 2011;(4(18)):166–170.
Кузнецов И.Л., Исаев А.В., Гимранов Л.Р. Причины обрушения бескаркасного арочного сооружения пролетом 30 м // *Известия КГАСУ*. 2011. № 4 (18). С. 166–170.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ EXPERIMENTAL RESEARCH

DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-1-45-53
УДК 624.04:004

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Модели, эквивалентные по демпфированию, в экспериментах по определению параметров внутреннего трения в материалах

В.Б. Зылев , П.О. Платнов  

Российский университет транспорта, Москва, Российская Федерация
✉ manuntdfan@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 27 декабря 2021 г.
Доработана: 14 февраля 2022 г.
Принята к публикации: 22 февраля 2022 г.

Аннотация. Совершенствуются методы экспериментального определения параметров внутреннего трения в материалах. Цель лабораторных экспериментов – получить физические параметры материала, позволяющие учитывать силы демпфирования при одноосном напряженном состоянии. Исследования ориентированы на модель внутреннего трения, которая строится на использовании обобщенной модели Прандтля, дающей частотно независимое внутреннее трение и позволяющей учитывать зависимость внутреннего трения от уровня меняющихся во времени напряжений. На специально изготовленной лабораторной установке записываются затухающие колебания при чистом изгибе. Описывается установка, опорные точки которой совпадают с точками покоя реализуемой формы собственных колебаний. Получен алгоритм камеральной обработки экспериментальных данных. Предлагается использовать виртуальную систему, эквивалентную по демпфированию и являющуюся системой с одной динамической степенью свободы. Привлечение воображаемой системы позволяет, выполнив испытания образца на чистый изгиб, получить данные, соответствующие растяжению – сжатию. Методика дает возможность использовать длинные образцы, что снижает отрицательное влияние концентрации напряжений в заделках, а схема, эквивалентная по демпфированию, – использовать образцы с произвольным поперечным сечением. Приводятся полученные параметры демпфирования для малоуглеродистой стали.

Для цитирования

Зылев В.Б., Платнов П.О. Модели, эквивалентные по демпфированию, в экспериментах по определению параметров внутреннего трения в материалах // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 1. С. 45–53. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-1-45-53>

Ключевые слова: эксперимент, внутреннее трение, затухающие колебания, численные шаговые методы, обобщенная диаграмма Прандтля, чистый изгиб, эквивалентная по демпфированию модель

Зылев Владимир Борисович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой строительной механики, Российский университет транспорта, Российская Федерация, 127994, Москва, ул. Образцова, д. 9; ORCID: 0000-0001-5160-0389, eLIBRARY SPIN-код: 5833-9120; zylevzb@ya.ru
Платнов Павел Олегович, аспирант, кафедра строительной механики, Российский университет транспорта, Российская Федерация, 127994, Москва, ул. Образцова, д. 9; ORCID: 0000-0002-9765-7417; manuntdfan@mail.ru

© Зылев В.Б., Платнов П.О., 2022




This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Models equivalent in damping in experiments for determining the parameters of internal friction in materials

Vladimir B. Zylev , Pavel O. Platnov  

Russian University of Transport, Moscow, Russian Federation

 manuntdfan@mail.ru

Article history

Received: December 27, 2021

Revised: February 14, 2022

Accepted: February 22, 2022

Abstract. The work is devoted to improving the methods of experimental determination of internal friction parameters in materials. The aim of the laboratory experiments is to obtain physical parameters of the material that allow to take into account the damping forces in a uniaxial stress state. The research is focused on the internal friction model, which is based on the use of the generalized Prandtl model, that gives frequency-independent internal friction and allowing for the dependence of internal friction on the level of time-varying stresses. Damped oscillations during pure bending are recorded on a specially made laboratory installation. The description of the installation, the reference points of which coincide with the fixed points of the realized form of natural oscillations, is provided. The algorithm of cameral processing of experimental data is obtained. It is proposed to use a virtual system equivalent in damping. This is a system with one dynamic degree of freedom. The involvement of an imaginary system permits, after performing tests of the sample for pure bending, to acquire data corresponding to stretching – compression. The technique grants the use of long samples, which reduces the negative effect of stress concentration in the anchorages. The damping equivalent scheme makes it possible to use samples with an arbitrary cross-section. The found damping parameters for low-carbon steel are given.

Keywords: experiment, parameters of internal friction, damped oscillations, numerical step-by-step methods, dynamics problems, generalized Prandtl diagram, pure bending, model equivalent in damping

For citation

Zylev V.B., Platnov P.O. Models equivalent in damping in experiments for determining the parameters of internal friction in materials. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(1):45–53. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-1-45-53>

Введение

Учет затухания колебаний конструкций при различных динамических воздействиях (сейсмических, ветровых, ударных, вибрационных и т. д.) представляет достаточно сложную задачу, решение которой имеет большое практическое значение. От правильности учета сил демпфирования зависят максимальные расчетные значения усилий и перемещений в конструкции, которые необходимы для назначения рациональных и безопасных размеров несущих элементов. Отметим некоторые недостатки, которые имеются в наиболее часто используемых подходах к учету сил демпфирования.

При использовании метода конечных элементов силы внутреннего трения чаще всего вводятся в расчет в соответствии с формулой $\{C\}\dot{\vec{Z}}$, где $\{C\}$ – матрица демпфирования, а $\dot{\vec{Z}}$ – вектор производных по времени от искомым узловых перемещений. Очевидно, что такой подход приводит к частотно зависимому внутреннему трению, не учитывает зависимость сил сопротивления от уровня напряжений, позволяет обеспечить желательное затухание лишь для двух форм собственных колебаний [1] и вызывает ряд других особенностей, противоречащих экспериментальным данным [2–8].

Иной употребительный способ учета сил демпфирования, применяемый при разложении движения по собственным формам, заключается в волевом введении коэффициентов демпфирования к используемым формам колебаний. Такой подход недостаточно обоснован. Кроме того, разложение движения по собственным формам применимо, строго говоря, лишь к линейным системам, поэтому таковыми системами этот подход и ограничивается.

Перечисленные недостатки говорят о необходимости развития и практического внедрения более строгих подходов, что неизбежно связано с экспериментальными изысканиями. Настоящее исследование относится к учету внутреннего трения по модели А.Ю. Ишлинского [9], основанной на представлении

Vladimir B. Zylev, Doctor of Science (Technical), Professor, Head of the Department of Structural Mechanics, Russian University of Transport, 9 Obraztsova St, Moscow, 127994, Russian Federation; ORCID: 0000-0001-5160-0389, eLIBRARY SPIN-code: 5833-9120; zylevzb@ya.ru

Pavel O. Platnov, PhD student, Department of Structural Mechanics, Russian University of Transport, 9 Obraztsova St, Moscow, 127994, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-9765-7417; manuntdfan@mail.ru

материала как неоднородного упругопластического тела. В [10] мы описали численную реализацию этого подхода, причем простейшего варианта, основанного на обобщенной модели Прандтля.

Коротко опишем физическую сущность модели. Модель, строго говоря, относится к одноосному напряженному состоянию.

Чтобы обеспечить получение гистерезисных петель при деформациях растяжения – сжатия, действительный стержень заменяется набором полос, площадь которых в сумме равна площади действительного стержня (рис. 1, а).

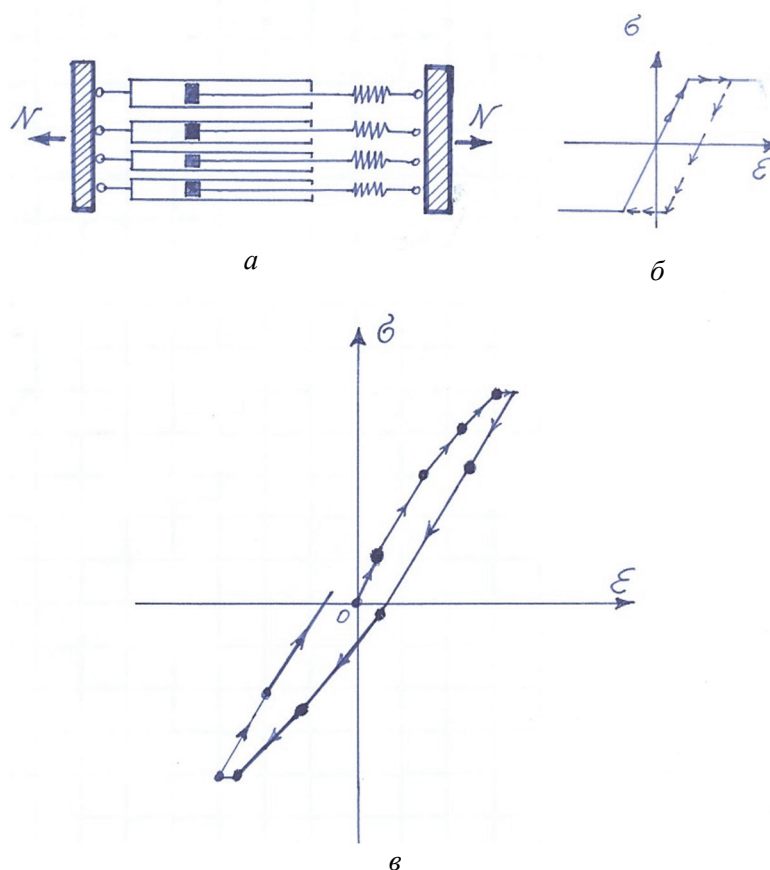


Рис. 1. Модель стержня, обеспечивающая демпфирование:
 а – несколько полос с разными пределами текучести; б – петля гистерезиса с одной полосой;
 в – петля гистерезиса, соответствующая набору полос
Figure 1. Rod model providing damping:
 а – several stripes with different yield stresses; б – hysteresis loop with one stripe;
 в – hysteresis loop corresponding to a set of stripes

На рис. 1, б показана диаграмма Прандтля для одной полоски. Каждая из полосок подчиняется при деформировании диаграмме Прандтля. Все полоски имеют одинаковый модуль упругости E , но разные пределы текучести и разные площади поперечного сечения. Сначала при малом удлинении все полоски деформируются упруго, и стержень следует закону Гука. Когда для наиболее слабой полоски будет достигнут предел текучести, на диаграмме растяжения стержня (рис. 1, в) появится излом. Следующий излом на диаграмме появится тогда, когда будет достигнут предел текучести второй полоски и т. д. При начале разгрузки стержень сначала будет следовать закону Гука, пока в пластическую деформацию не войдет (теперь уже при сжатии) наиболее слабая полоска. Можно рассматривать модель с разными пределами текучести при растяжении и сжатии, но далее будем полагать их одинаковыми.

Если количество полосок увеличивать, можно получать все более гладкие гистерезисные петли, но чем большее количество полос будет введено в расчет, тем большего машинного времени и памяти будет требовать компьютерная программа, реализующая алгоритм. Рассматриваемая модель хорошо приспособлена для явных вычислительных схем [11–14], когда на каждом временном шаге неизбежно определяются усилия во всех стержнях. В случае используемой модели необходимо следить за состоянием каждой полоски. Здесь приходится мириться с расходом компьютерного времени и памяти.

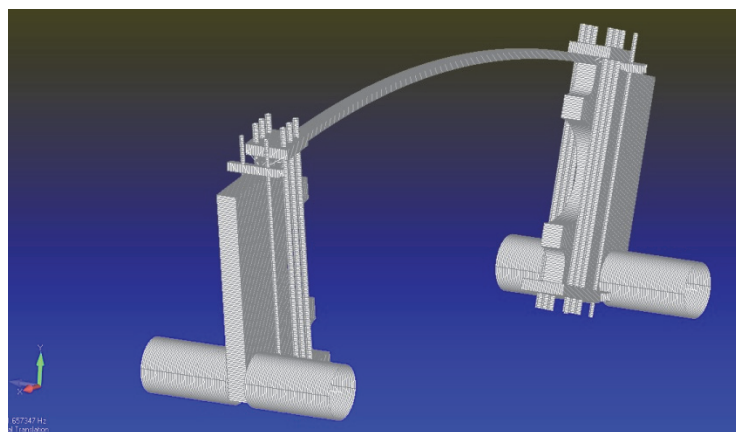
Перечислим основные достоинства и недостатки рассматриваемой модели демпфирования, использующей обобщенную диаграмму Прандтля.

Достоинства: модель дает частотно-независимое внутреннее трение, что подтверждается большим количеством экспериментальных данных [2–10]; неизбежно учитывает зависимость внутреннего трения от уровня напряжений; может учитывать наложение напряжений от различных составляющих нагрузок, что имеет место в реальных системах; позволяет рассчитывать конструкции, состоящие из различных материалов; внутреннее трение учитывается одновременно с пластическими деформациями; допускает использование различных уровней аппроксимации.

Недостатки: модель сложна в использовании; требует существенной траты машинного времени и компьютерной памяти; делает любую задачу сразу нелинейной; в настоящее время мало исследована и не обеспечена необходимыми параметрами материалов. Экспериментальные методы получения параметров модели не отработаны. Частичной ликвидации последнего недостатка и посвящено настоящее исследование.

Методика исследований

В своих экспериментах мы пошли по пути записи свободных колебаний. Заметим, что самая естественная схема испытаний с использованием образца, работающего на растяжение – сжатие с сосредоточенной массой по концам, для стали очень трудно реализуема. Крепление образца к сосредоточенным массам связано с появлением больших неравномерных напряжений в заделках, что неизбежно искажает результаты испытаний для короткого образца. Длинный же образец нельзя использовать, так как он будет терять устойчивость при сжатии. Указанные соображения приводят к схеме установки, где образец работает в условиях изгиба. Очевидно, что в экспериментах лучше всего использовать чистый изгиб, который обеспечит равномерное по длине одноосное напряженное состояние во всех волокнах. Именно схема, реализующая чистый изгиб, была использована в лабораторной установке, которая спроектирована и изготовлена в лаборатории имени Л.Д. Проскурякова в РУТ(МИИТ). На рис. 2, *а* показана схема установки; на рис. 2, *б* фрагмент установки с коробчатым образцом (2×4 см, толщина стенки 0,136 см).



а



б

Рис. 2. Установка для исследования затухающих колебаний:

а – экспериментальная установка, реализующая напряженное состояние, весьма близкое к чистому изгибу (конечно-элементная расчетная схема установки);
б – фрагмент установки с закрепленным образцом коробчатого сечения (фото В.Б. Зылева)

Figure 2. Installation for the study of damped oscillations:

а – an experimental installation implementing a stress state very close to pure bending (finite element calculation scheme of the installation);
б – a fragment of an installation with a fixed sample of a box-shaped cross-section

Стремясь приблизиться к идеальному двутавру для сечения образца, мы использовали коробчатое поперечное сечение, однако наличие стенок вносит искажение в запись. Это искажение можно полностью исключить, применяя при обсчете экспериментальных данных модель, эквивалентную по демпфированию. Подход представляется универсальным, позволяющим отказаться в экспериментах от тяготения к идеальному двутавру и использовать образцы с произвольной формой поперечного сечения.

Поясним, что мы подразумеваем под схемой, эквивалентной по демпфированию. На рис. 3, а показано поперечное сечение образца; на рис. 3, б система с одной степенью свободы в виде сосредоточенной массы, закрепленной стержнями. Эквивалентная схема имеет столько стержней, работающих на растяжение, на сколько слоев разбивается поперечное сечение.

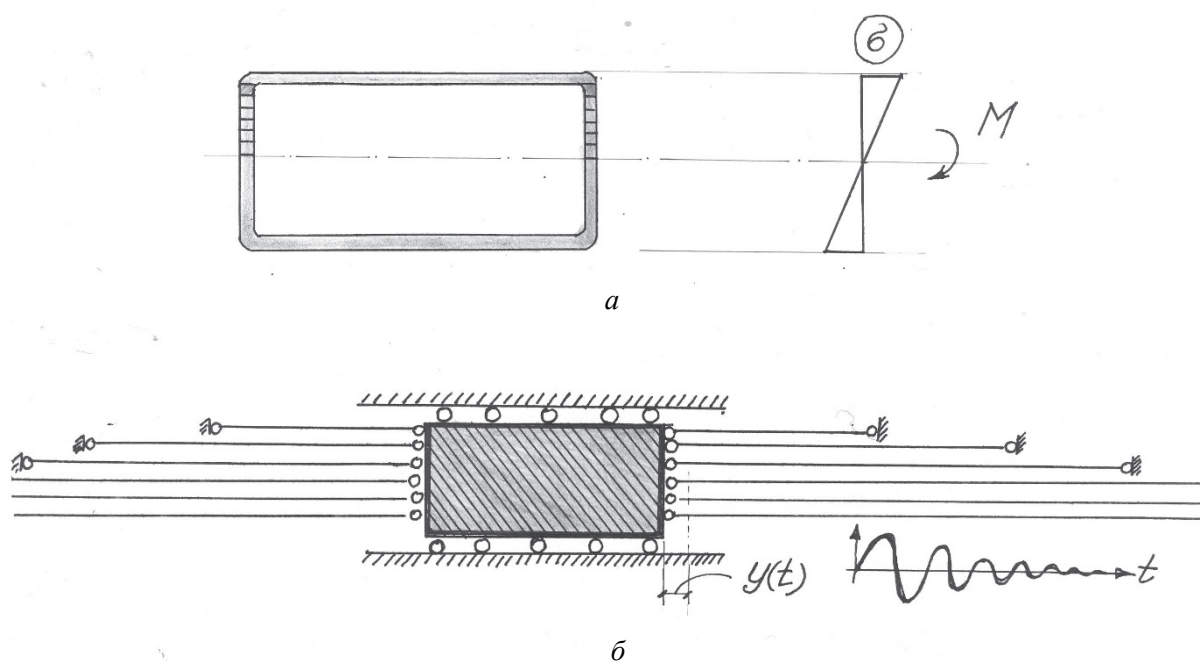


Рис. 3. Схема, эквивалентная по демпфированию:

a – поперечное сечение образца;

б – система с одной степенью свободы, эквивалентная по демпфированию первой форме колебаний экспериментальной установки

Figure 3. Damping equivalent model:

a – sample cross-section;

б – a system with one degree of freedom, equivalent in damping to the first form of oscillation of the experimental installation

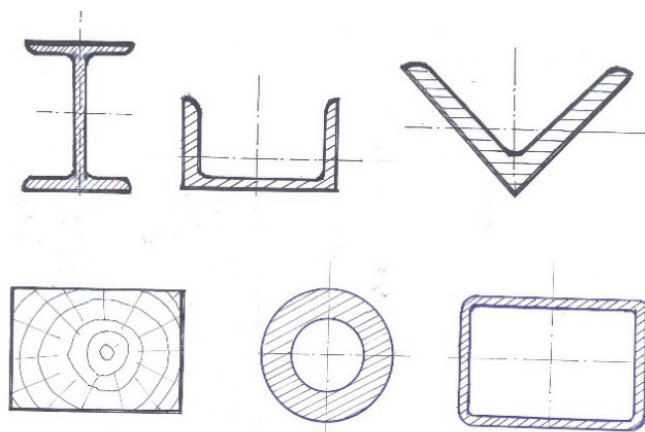


Рис. 4. Типы поперечных сечений образцов,

которые можно использовать с привлечением эквивалентной по демпфированию модели

Figure 4. Types of cross-sections of samples that can be used with the involvement of a damping equivalent model

Стержень, соответствующий верхнему слою, имеет длину действительного образца. Стержни, имитирующие слои, приближенные к нейтральному слою поперечного сечения, имеют большую длину, чтобы в них возникала уменьшенная продольная деформация. Увеличивая длину соответствующего стержня, нужно одновременно уменьшать площадь его поперечного сечения. Этим будет достигаться условие, при котором каждому уровню амплитудного напряжения будут соответствовать одинаковые объемы материала в реальной установке и эквивалентной схеме. Величину сосредоточенной массы всегда можно подобрать так, чтобы частоты колебаний схемы на рис. 3, б и в экспериментальной модели были бы одинаковыми, но в нашем случае в этом нет необходимости, так как рассматриваемая модель является частотно независимой. Отметим, что параметры схемы, эквивалентной по демпфированию, должны создаваться для каждого поперечного сечения образца и его длины заново. Предложенная методика позволяет использовать для образцов стержни самого разнообразного поперечного сечения. Практическому назначению алгоритма очевидно соответствуют сечения, показанные на рис. 4.

Поскольку система, эквивалентная по демпфированию, представляет динамическую систему всего с одной степенью свободы (рис. 3, б), ее компьютерный анализ выполняется очень быстро. Последнее обстоятельство существенно при подборе параметров демпфирования, которое требует многократного запуска компьютерной программы.

Выполняя эксперимент, мы стремились избежать всех видов потерь энергии, кроме внутреннего трения в материале образца. В соответствии с этим выполняли следующие мероприятия: подвешивали массивные стальные плиты (массой 70 кг) в точках покоя [8] на подшипниках; создавали заделки образца стальными пластинами толщиной 2,9 см с усилием затяжки шпилек по 8 т в каждой (см. рис. 2, б); записывали колебания при помощи лазерного луча бесконтактным образом; брали длины образцов, равные 1,6 м, а для контроля – 2,78 м, для того чтобы ослабить влияние особенностей в заделках.

Результаты

Материал стального образца испытывался в испытательной машине до разрыва. При этом предел текучести незначительно превышал 300 МПа.

В начале эксперимента вручную путем длительного раскачивания системы в установке возбуждалась форма колебаний, показанная на рис. 2, а. Качество полученной экспериментальной формы вполне удовлетворительное, о чем можно судить по совпадению экспериментальных и расчетных частот в табл. 1. Кроме того, при записи 600 периодов частоты в начале и в конце записи отличались очень незначительно.

Таблица 1

Экспериментальные и расчетные частоты при различном количестве добавочных грузов

Масса дополнительных навешенных грузов на каждую плиту, кг	Расчетная частота по методу конечных элементов, Гц	Экспериментальная частота, Гц	Процент расхождения
0	2,61	2,63	0,7
30	1,98	2,03	2,5
60	1,66	1,71	3,0

Table 1

Experimental and calculated frequencies for different amounts of additional loads

Weight of additional suspended loads on each plate, kg	Calculated frequency by the finite element method, Hz	Experimental frequency, Hz	Percentage of discrepancy
0	2.61	2.63	0.7
30	1.98	2.03	2.5
60	1.66	1.71	3.0

По разметке на экране, который находился на расстоянии 12 м от экспериментальной модели, устанавливалась амплитуда колебаний 96 см, при которой максимальные напряжения цикла в крайних волокнах образца составляли 200 МПа, точнее относительная деформация в крайнем волокне образца составляла 0,001. Эти данные получаются в предположении, что образец находится в состоянии чистого изгиба. В действительности это не совсем так по двум причинам. Во-первых, образец обладает собственной массой. Как показал конечно-элементный расчет (расчетная схема на рис. 2, а), напряжения в среднем сечении

образца на 1,1 % больше, чем в заделке. Во-вторых, в сечениях образца действует продольная сила. За счет этого напряжения в нижнем крайнем волокне на 2,8 % больше, чем в верхнем волокне среднего сечения образца (данные конечно-элементного расчета при использовании стержневых элементов для образца). Последнее обстоятельство можно учесть в рамках схемы, эквивалентной по демпфированию, однако в рамках данной работы этими уточнениями мы пренебрегли.

Далее на видеокамеру записывалось светящееся пятно лазерного луча на протяжении 600 периодов затухающих колебаний. Путем визуальной обработки видеозаписи создавался цифровой файл, который представлял значения последовательных затухающих амплитуд колебаний. На рис. 5 представлен график убывающих амплитуд, где по горизонтали отложен номер периода, а по вертикали – безразмерная амплитуда A_n/A_0 .

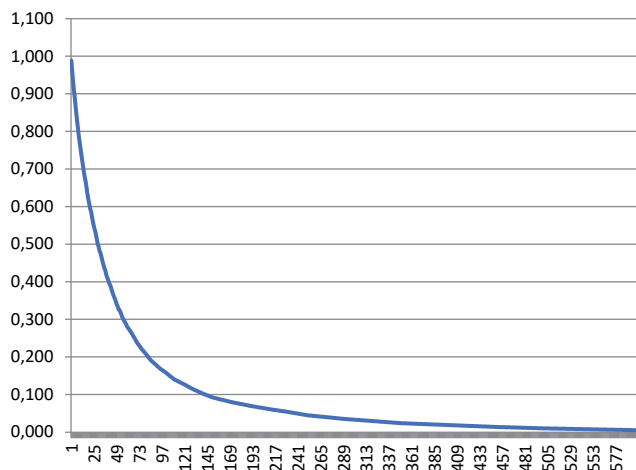


Рис. 5. Экспериментальный график убывающих амплитуд для стального образца (600 периодов)
Figure 5. Experimental graph of decreasing amplitudes for a steel sample (600 periods)

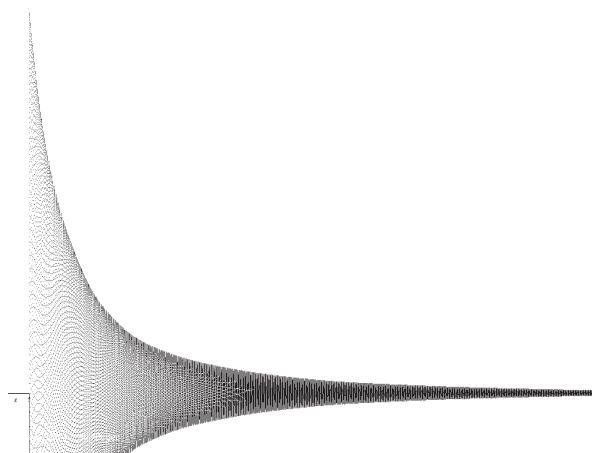


Рис. 6. График убывающих амплитуд, полученный расчетом схемы, эквивалентной по демпфированию, с подобранными параметрами
Figure 6. A graph of decreasing amplitudes obtained by calculating a damping equivalent model with selected parameters

На рис. 6 показан график убывающих амплитуд для схемы, эквивалентной по демпфированию, полученный на компьютере с использованием нашей программы [12; 13] при подобранных параметрах демпфирования. Если эти графики наложить, они совпадают с точностью до толщины линии на рис. 5.

Подобранные параметры демпфирования для материала данного образца представлены в табл. 2.

Таблица 2

Подобранные параметры модели демпфирования для материала образца

Доля площади полосы, %	0,81	0,21	0,38	0,2	0,43	0,69	0,67	0,96	0,85	94,8
Относительная деформация до текучести в полоске $\epsilon_t \times 10^5$	0,25	1,23	2,474	4,687	7,812	12,57	21,61	42,19	63,28	150

Table 2

Selected parameters of the damping model for the sample material

The share of the strip area, %	0.81	0.21	0.38	0.2	0.43	0.69	0.67	0.96	0.85	94.8
Relative deformation to yield in the strip $\epsilon_t \times 10^5$	0.25	1.23	2.474	4.687	7.812	12.57	21.61	42.19	63.28	150

Как видно из табл. 2, мы ориентируемся на модель стержня с разбивкой на десять воображаемых полос. Использование в расчетах такого материала будет приводить к демпфированию при напряжениях, больших 0,5 МПа. При напряжениях, меньших 0,5 МПа, демпфирование будет отсутствовать. Если тре-

буется смоделировать внутреннее трение при весьма малых напряжениях, необходимо вводить в модель еще большее количество полос в области малых ε_T .

Процесс камеральной обработки кривой затухания (рис. 5) является достаточно трудоемким. Сначала определяется площадь самой слабой полосы путем расчета на компьютере эквивалентной по демпфированию системы при колебаниях с малой начальной амплитудой. Когда удается получить совпадение кривых на рис. 5 и 6 на завершающем участке, можно перейти к определению площади следующей по значению предела текучести полосы и т. д. При этом требуется многократный расчет эквивалентной системы на компьютере. Положительным здесь является высокая скорость решения для эквивалентной по демпфированию системы, так как эта система всего с одной степенью свободы. В данном случае время одного решения составляет несколько секунд. Эквивалентная по демпфированию система содержала 40 стержней. Как показало сравнение получаемых результатов, возможно было использовать и более грубую эквивалентную систему, содержащую 20 стержней.

Использование модели, эквивалентной по демпфированию, позволяет правильно учесть работу материала образца с пониженным уровнем напряжений. Чтобы оценить соответствующее уточнение путем компьютерного расчета, сравнивались убывающие амплитуды при колебаниях образца действительного коробчатого сечения с убывающими амплитудами, полученными для идеального двутавра. Например, на 150-м цикле идеальный двутавр дал на 21 % меньшую амплитуду, чем образец коробчатого сечения. Дальнейшие амплитуды имели еще большее отличие. Приведенные значения характеризуют порядок уточнения, который дает использование схемы, эквивалентной по демпфированию. Следует отметить, что используемый нами в данном случае образец достаточно близок к идеальному двутавру. Для сечений другого типа (см. рис. 4) получаемые уточнения будут существенно большими.

Приведенными в табл. 2 значениями можно приближенно пользоваться для низколегированной стали, однако надо иметь в виду два обстоятельства. Во-первых, мы стремились получить затухание для однородного напряженного состояния. Реальная система во многом характеризуется конструкционным демпфированием, трением в опорных частях и т. д. Все эти виды демпфирования индивидуальны для каждой конструкции. Во-вторых, при испытаниях разных партий образцов получаются достаточно отличающиеся кривые затухания. Например, в [11] аналогичные образцы коробчатого поперечного сечения давали меньшее демпфирование.

Заключение

Предложенная в работе методика камеральной обработки эксперимента, основанная на компьютерном расчете системы, эквивалентной по демпфированию, позволяет использовать образцы с произвольным поперечным сечением при записи колебаний лабораторной установки, реализующей схему чистого изгиба образца.

Приведен пример определения параметров демпфирования малоуглеродистой стали образца коробчатого поперечного сечения. Параметры получены для модели внутреннего трения, основанной на обобщенной диаграмме Прандтля.

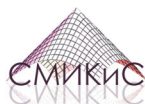
Список литературы

1. Тягин А.Г. Обобщение комбинированного асимптотического метода на задачи с динамическим воздействием на верхнее строение. Ч. III. Оценка консерватизма релейской модели демпфирования при расчете на удар самолета // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2016. № 2. С. 44–49.
2. Сорокин Е.С. К теории внутреннего трения при колебаниях упругих систем. М.: Госстройиздат, 1960. 154 с.
3. Сорокин Е.С. Метод учета неупругого сопротивления материала при расчете конструкций на колебания // *Исследования по динамике сооружений*. М.: Госстройиздат, 1951. С. 5–90.
4. Nicanor C., Ramona C.N., Petrica V., Iulian I., Maricel A. Experimental and theoretical results concerning internal friction investigation of a shape memory alloy based on copper // *Metalurgia International*. 2010. Vol. 15. No. 12. Pp. 48–58.
5. Гильманова И.Ф., Смирнова Т.В. Способ измерения внутреннего трения в материале // *Достижения вузовской науки*. 2016. № 20. С. 117–123.
6. Хромов Е.В., Хромов О.В., Хромов И.В. Экспериментальные исследования нелинейного характера функции внутреннего трения для стальной балки // *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии*. 2015. № 5 (313). С. 24–28.
7. Пановко Я.Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1960. 193 с.

8. Зылев В.Б., Платнов П.О. Использование точек покоя при экспериментальном изучении внутреннего трения в материале // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2019. Т. 15. № 5. С. 399–404. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-5-399-404>
9. Иллинский А.Ю., Ивлев Д.Д. Математическая теория пластичности. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 704 с.
10. Зылев В.Б., Григорьев Н.А. Обобщенная модель Прандтля для учета сил внутреннего трения // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2011. № 1 (234). С. 58–62.
11. Зылев В.Б., Платнов П.О. Экспериментальное исследование зависимости параметров демпфирования от начальной пластической деформации, уровня напряжений и частоты // *Фундаментальные, поисковые и прикладные исследования РААСН по научному обеспечению развития архитектуры, градостроительства и строительной отрасли РФ в 2019 году: в 2 т. Т. 2. М., 2020. С. 197–203.*
12. Александров А.В., Потанов В.Д., Зылев В.Б. *Строительная механика: в 2 кн. Кн. 2. Динамика и устойчивость упругих систем*. М.: Высшая школа. 2008. 384 с.
13. Зылев В.Б., Штейн А.В. Численное решение задачи о нелинейных колебаниях системы нитей // *Строительная механика и расчет сооружений*. 1986. № 6. С. 58–61.
14. Scerrato D., Giorgio I., Madeo A., Darve F., Limam A. A simple non-linear model for internal friction in modified concrete // *International Journal of Engineering Science*. 2014. Vol. 80. Pp. 136–152. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2014.02.021>

References

1. Tyapin A.G. Generalization of the combined asymptotic method to problems with dynamic effects on the upper structure. Part III. Evaluation of the conservatism of the Rayleigh damping model when calculating the impact of an aircraft. *Mechanics and Analysis of Constructions*. 2016;(2):44–49. (In Russ.)
2. Sorokin E.S. *On the theory of internal friction at oscillations of elastic systems*. Moscow: Gosstroizdat Publ.; 1960. (In Russ.)
3. Sorokin E.S. Method of taking into account the inelastic resistance of a material when calculating structures for vibrations. In: *Research on the Dynamics of Structures*. Moscow: Gosstroizdat Publ.; 1951. p. 5–90. (In Russ.)
4. Nicanor C., Ramona C.N., Petrica V., Iulian I., Maricel A. Experimental and theoretical results concerning internal friction investigation of a shape memory alloy based on copper. *Metalurgia International*. 2010;15(12):48–58.
5. Gilmanova I.F., Smirnova T.V. Method of measuring internal friction in the material. *Achievements of university Science*. 2016;(20):117–123. (In Russ.)
6. Khromov E.V., Khromov O.V., Khromov I.V. Experimental study of nonlinear character of the internal friction function for a steel beam. *Fundamental and Applied Problems of Engineering and Technology*. 2015;(5(313)):24–28. (In Russ.)
7. Panovko Ya.G. *Internal friction during vibrations of elastic systems*. Moscow: Gosudarstvennoe Izdatel'stvo Fiziko-Matematicheskoi Literatury; 1960. (In Russ.)
8. Zylev V.B., Platnov P.O. The use of fixed points in experimental research of the internal friction of material. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2019;15(5):399–404. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-5-399-404>
9. Ishlinskiy A.Yu., Ivlev D.D. *Mathematical theory of plasticity*. Moscow. FIZMATLIT Publ.; 2003. (In Russ.)
10. Zylev V.B., Grigoriev N.A. Generalized Prandtl model for accounting for internal friction forces. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2011;(1(234)):58–62. (In Russ.)
11. Zylev V., Platnov P. Experimental research of the dependence of damping parameters on the initial plastic deformation, stress level and frequency. *Fundamental, Exploratory and Applied Research of the Russian Academy of Architecture and Construction on Scientific Support for the Development of Architecture, Urban Planning and the Construction Industry of the Russian Federation in 2019 (vol. 2)*. Moscow; 2020. p. 197–203.
12. Alexandrov A.V., Potapov V.D., Zylev V.B. Dynamics and stability of elastic systems. *Structural Mechanics (book 2)*. Moscow: Vysshaya Shkola Publ.; 2008.
13. Zylev V.B., Stein A.V. Numerical solution of the problem of nonlinear oscillations of a system of threads. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 1986;(6):58–61. (In Russ.)
14. Scerrato D., Giorgio I., Madeo A., Darve F., Limam A. A simple non-linear model for internal friction in modified concrete. *International Journal of Engineering Science*. 2014;80:136–152. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2014.02.021>








DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-1-54-63

UDC 691.3

RESEARCH ARTICLE / НАУЧНАЯ СТАТЬЯ


Use of natural compounds as a nutrition for bacteria in self-healing mortar

Vera V. Galishnikova¹ , Sherif M. Elroba^{2,3}  , Nbras Dayoub¹ , Ahmad Sakna³ 

¹Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow, Russian Federation

²Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russian Federation

³Egyptian Russian University (ERU University), Badr City, Arab Republic of Egypt

 eru.sherif@yahoo.com

Article history

Received: November 22, 2021

Revised: January 20, 2022

Accepted: January 28, 2022

For citation

Galishnikova V.V., Elroba S.M., Dayoub N., Sakna A. Use of natural compounds as a nutrition for bacteria in self-healing mortar. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(1):54–63. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-1-54-63>

Abstract. Microbiologically induced calcite precipitation, or calcium carbonate CaCO_3 , is used in remediating cracks and fissures in concrete. Since the microbial activity is pollution-free, natural, that process is extremely desired and may solve concrete cracking without sacrificing mechanical properties. The effects of different nutrient on the self-healing process are elucidated. Nutrients provide the required sources of energy for the bacterial growth and metabolic activities. A species of bacteria *Bacillus sphaericus* was added to the cement mix at a ratio of 0.6% of cement weight with three organic compounds for nutrients (calcium lactate, yeast extract and peptone) at 0.30% of cement weight. Effects on setting time, rate of water absorption, compressive strength and flexural strength were studied. It was found that bacteria nutrition acts as an accelerator for cement pastes for initial setting time mortar, while acts as a retarder of cement pastes for final setting time for all bacterial compared to control mortar. Finally, bacterial mortars with different types of nutrients showed an increase in compressive and flexural strengths with yeast extract showing the most promising enhancements, resulting in 26.5 and 60% increase in compressive and flexural strength respectively.

Keywords: crack, organic compounds, water absorption, microbial calcium carbonate, self-healing, compressive strength, *Bacillus sphaericus*

Vera V. Galishnikova, Doctor of Technical Sciences, Professor, Director of the International Department, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), 26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; ORCID: 0000-0003-2493-7255, Scopus Author ID: 55303553900, eLIBRARY SPIN-code: 2765-7069; galishni@gmail.com

Sherif M. Elroba, PhD Student, Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; ORCID: 0000-0001-6002-3827, Scopus Author ID: 57220745777; ERU.SHERIF@yahoo.com

Nbras Dayoub, PhD Student, Department of Technology and Organization of Construction Production, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), 26, Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russia; ORCID: 0000-0003-3107-5796, Scopus Author ID: 57220744165, WoS Researcher ID: ABF-4840-2020, eLIBRARY SPIN-code: 5604-5652; nbrasdayoub@hotmail.com

Ahmad Sakna, Teaching Assistant, Faculty of Engineering, Construction Engineering Department, Egyptian Russian University, Cairo – Suez Road, Badr City, 11829, Arab Republic of Egypt; ORCID: 0000-0001-7712-5942; ahmadsakna96@gmail.com

© Galishnikova V.V., Elroba S.M., Dayoub N., Sakna A., 2022



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Использование природных соединений в качестве питания бактерий в самовосстанавливающихся рамах

В.В. Галишникова¹ , Ш.М. Элроба^{2,3}  , Н. Даюб¹ , А. Сакна³ 

¹Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация

²Российский университет дружбы народов, Москва, Российская Федерация

³Египетско-Российский университет, Бадр, Арабская Республика Египет

✉ eru.sherif@yahoo.com

История статьи

Поступила в редакцию: 22 ноября 2021 г.

Доработана: 20 января 2021 г.

Принята к публикации: 28 января 2021 г.

Аннотация. Микробиологически индуцированное осаждение кальцита, или карбоната кальция CaCO_3 , используется для устранения трещин в бетоне. Микробная активность не загрязняет окружающую среду, поэтому данный процесс очень важен, а также он помогает решить проблему растрескивания бетона без ущерба для механических свойств. Выясняется влияние различных питательных веществ на процесс самовосстановления. Питательные вещества обеспечивают необходимые источники энергии для роста бактерий и метаболической деятельности. Вид бактерий *Bacillus sphaericus* был добавлен в цементную смесь в соотношении 0,6 % от массы цемента с тремя органическими соединениями для питательных веществ (лактат кальция, дрожжевой экстракт и пептон) в количестве 0,30 % от массы цемента. Изучено влияние на время схватывания, скорость водопоглощения, прочность на сжатие и прочность при изгибе. Обнаружено, что бактериальное питание действует как ускоритель цементных паст для начального времени схватывания раствора и одновременно как замедлитель цементных паст для окончательного времени схватывания для всех бактерий по сравнению с контрольным раствором. Наконец, бактериальные растворы с различными типами питательных веществ показали увеличение прочности при сжатии и изгибе, при этом дрожжевой экстракт продемонстрировал наиболее многообещающие результаты, что привело к увеличению прочности при сжатии и изгибе на 26,5 и 60 % соответственно.

Ключевые слова: трещина, органические соединения, водопоглощение, микробный карбонат кальция, самовосстановление, прочность при сжатии, *Bacillus sphaericus*

Для цитирования

Galishnikova V.V., Elroba S.M., Dayoub N., Sakna A. Use of natural compounds as a nutrition for bacteria in self-healing mortar // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 1. С. 54–63. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-1-54-63>

Introduction

Microbiologically induced calcite precipitation (MICP), or calcium carbonate CaCO_3 , is used in re-mediating cracks and fissures in concrete. MICP is a method that may be seen in the production of calcite in various geological settings, such as soils, limestone caves, oceans, and soda lakes. It is part of a larger category of research known as bio-mineralization [1]. When a fracture forms, the implanted bacteria are activated, and the resulting calcium carbonate minerals fill the crack, as seen in Figure 1. MICP is extremely desired since the calcite precipitation caused by microbial activity is pollution-free, natural, and may solve concrete cracking without sacrificing mechanical properties [2]. In comparison to traditional chemical self-healing concrete, the bio self-healing method using MICP provides a permanent and ecologically benign solution to the cracking issue. The method

Галишникова Вера Владимировна, доктор технических наук, профессор, директор международного департамента, Московский государственный строительный университет (Национальный исследовательский университет), Российская Федерация, 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26; ORCID: 0000-0003-2493-7255, Scopus Author ID: 55303553900, eLIBRARY SPIN-код: 2765-7069; galishni@gmail.com

Элроба Шериф М., аспирант, кафедра гражданского строительства, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; ORCID: 0000-0001-6002-3827, Scopus Author ID: 57220745777; ERU.SHERIF@yahoo.com

Даюб Нбрас, аспирант, кафедра технологии и организации строительного производства, Московский государственный строительный университет (Национальный исследовательский университет), Российская Федерация, 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26; ORCID: 0000-0003-3107-5796, Scopus Author ID: 57220744165, WoS Researcher ID: ABF-4840-2020, eLIBRARY SPIN-код: 5604-5652; nbrasdayoub@hotmail.com

Сакна Ахмад, ассистент, кафедра строительной инженерии, инженерный факультет, Египетско-Российский университет, Арабская Республика Египет, 11829, Бадр, дорога Каир – Суэц; ORCID: 0000-0001-7712-5942; ahmadsakna96@gmail.com

may be utilized to boost the compressive strength and stiffness of fractured concrete samples [3]. The efficiency of the MICP process is heavily dependent on the concentration of bacteria as well as the amount and quality of induced minerals.

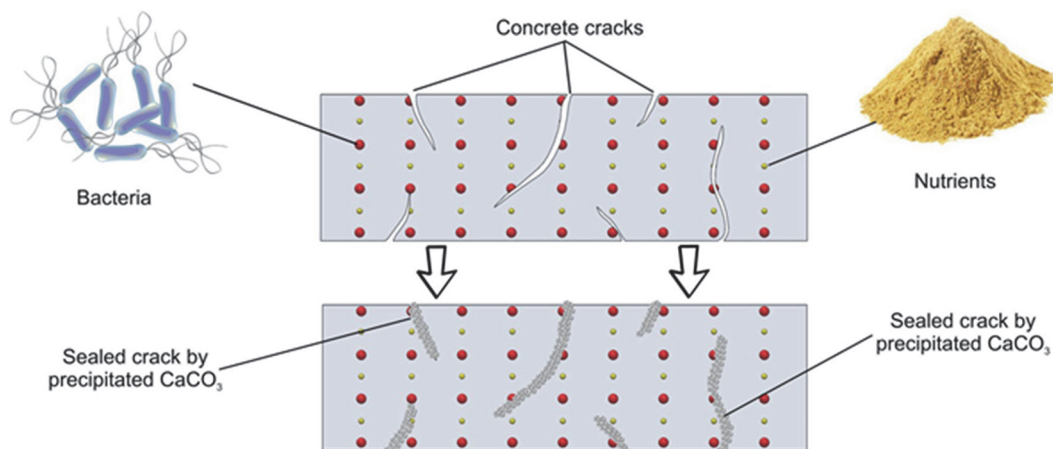


Figure 1. Overview of the self-healing process in concrete matrix

Bacillus species exhibit greater activity under certain environmental conditions. According to research, *B. sphaericus* is the most commonly used bacterium for MICP procedures that use a urea-enriched medium [4]. The concrete cubes are exposed to bacterial precipitation by several bacterial strains (*Bacillus pasturii* and *Bacillus sphaericus*) for 7, 14, 28, 90, and 120 days. MICP has been shown to enhance compressive strength, fracture self-healing, and porosity. General concrete cubes were exposed to a compressive strength test with and without microorganisms in this comparative study. Microbes are shown to be effective in improving concrete characteristics by achieving higher compressive strength than ordinary concrete at the same curing time. Bacterial precipitation of calcium carbonate has filled certain holes and gaps, making the texture denser and more compact. It enhances the compressive strength of concrete by making the structure resistant to seepage/water permeability [5]. The water/cement ratio of the matrix is reduced to increase the self-healing ability of cementitious materials. A large increase in the relative amount of cement or binder in the mixture leads to the creation of a self-healing buffer, i.e. the existence of non-or only partly reacted binder particles in the material matrix. High strength or high-performance concrete are typical examples of low water to binder ratio concrete [2]. Continuous healing of surface fractures reduces the material's permeability and greatly reduces the danger of early matrix deterioration and corrosion of the embedded steel reinforcement owing to intrusion of water and harsh chemicals. Because of the significant energy consumption and associated atmospheric CO₂ emissions, reducing the quantity of cement required in a concrete mixture is ecologically favorable [6]. Chemical infiltration and rebar corrosion are predicted to be reduced by an active and quick crack-healing process, resulting in a considerable improvement in the lifetime of concrete buildings. Because manual inspection and repair of big buildings is expensive, an autonomous repair or self-healing system is advantageous. However, the self-healing mechanism and/or self-healing agent in concrete should not have a detrimental impact on the mechanical properties of the original structure. Non-reacted or partially hydrated cement particles may be used as a repair agent. Water infiltration through fractures would cause these particles to undergo additional hydration processes. This might result in crack sealing [7]. The permeability of the concrete controls the rate at which water penetrates it. Recent advances in the characteristics of high-performance concrete with low water permeability have grown more evident in order to alleviate issues and increase resistance to water and other solution permeation, such as freeze-thaw degradation, sulfate/other chemical assault, and chloride-ion penetration corrosion of embedded reinforcing bars [8]. A bio-based agent composed of alkali-resistant bacteria and a food supply for the bacteria is proposed to increase the durability of the concrete repair system and its connection with the concrete substrate. When used in concrete, this bio-based chemical has the potential to generate calcite-based minerals inside fractures, decreasing concrete permeability [9]. The incorporation of microorganisms into mortar/concrete, resulting in the bio-mineralization process, is currently a promising area of research in concrete technology. The plan was to include microorganisms, which aid in the precipitation of calcium carbonate from dissolved inorganic carbon. The use of mineral-producing bacteria

for sand consolidation and monument repair was investigated. Concrete crack and fissure filling has been explored. Ureolytic bacteria are anaerobic and water-grown bacteria that thrive inside the concrete or mortar matrix in the absence of oxygen or food. In addition, the technique would significantly cut atmospheric carbon dioxide emissions since less cement will be required for self-healing fractures in mortar and concrete [10; 11]. *Bacillus sphaericus* increases the compressive strength of fissures. This shows the fully formed calcite crystal with defined and sharp edges all over the fracture surface, which acts as a plugging and repair agent. Scanning Electron Microscopy's imaging and microanalysis capabilities reveal the existence of calcite precipitation inside fractures. The development of microbial concrete will give a non-chemical sealing option. As a result, it will be both economical and ecologically friendly [12].

As a result, a realistic strategy is necessary. Biotechnological techniques for the production of a new generation of self-healing concrete have been proposed, inspired by microorganisms' inherent capacity to cause calcium carbonate precipitation [6].

Among the most essential dietary requirements are carbon and nitrogen supplies, which serve as energy sources and heterotroph survival respectively [13]. Different nutrients must be supplied in the reaction medium depending on the metabolic route. For example, bacteria in the non-methylotrophic methanogenesis pathway employ CO₂ for energy production and carbonate biosynthesis [14].

It's also worth noting that, in order to get the most calcium carbonate, the reagent concentrations must be kept within safe limits to prevent inhibiting microbial development.

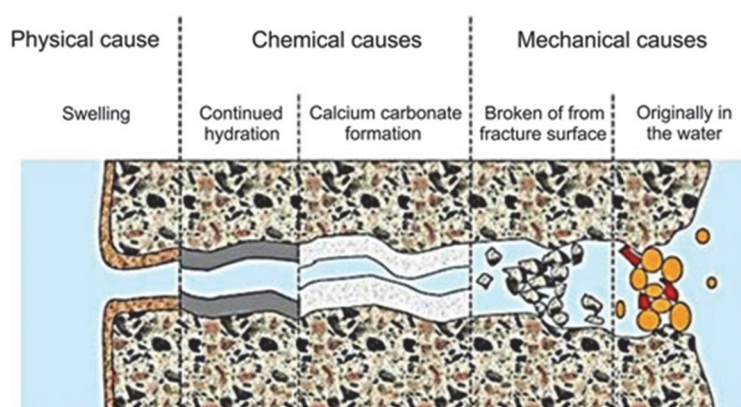


Figure 2. Possible causes of self-healing concrete: swelling of the cement matrix, continued hydration, formation of calcium carbonate or calcium hydroxide and sedimentation of particles [14]

An overview was presented in [15] of natural sources of self-healing processes in concrete (physical, chemical, and mechanical). The physical reason, especially expansion of hydrated cement particles, results in a small crack blockage, as illustrated in Figure 2. Chemical treatments can also help to partially repair the fracture. The chemical process of hydrating unhydrated cement particles aids in the closure of tiny fractures. Its success, however, is greatly dependent on the availability of unhydrated cement, and it can be useful for new concrete with modest crack widths. The production of calcium carbonate on the fracture face is another chemical reaction that happens. This process is the most effective method for autogenous concrete healing [16; 17].

Materials and methods

Distilled water (1000.0 ml), peptone, yeast extract, and agar [18] were used to grow bacteria with the pH set to 7.0. The addition of 10.0 mg MnSO₄ H₂O to *Bacillus* strains is advised for sporulation. The conical flask is filled with media. The flask is then sealed with paper and a rubber band to make it airtight. The solution is then sterilized for 10–20 minutes using a flame burner. Before adding the bacteria, the solution should be devoid of impurities and a clear orange color [18]. Later, the flasks are opened, and 1 ml of the bacteria is added to each sterilized flask, which is then shaken at 150–200 rpm overnight at 30 °C. The bacterial solution was discovered to be a pale-yellow turbid solution after 24 hours.

Materials selection and cultivation of calcite-producing bacteria: here microbiologically the efficiency of the MICP process is heavily dependent on the concentration of bacteria as well as the amount and quality of induced minerals.

Fine aggregates: medium well-graded sand of fineness modulus 2.2 was used for mortar.

Cement: ordinary portland (type I) cement with grade 42.5 N.

Water: fresh tap water was used with water/cement ratio 0.45.

Calcium lactate: calcium lactate powder is produced by reacting lactic acid with calcium-based water-soluble compounds such as calcium carbonate or calcium hydroxide. The chemical formula is $C_6H_{10}CaO_6$ and it is a white powder and it possesses an efflorescent odor. It is also known as calcium salt pent hydrate and the chemical formula of the powder is CaO_2 . Jonkers et al. [9; 19] proposed the utilization of calcium lactate as the only source of carbon and energy for microbial productivity and mineral precipitation and concluded that the only calcium mineral compound that can be added to concrete without causing any loss in strength is calcium lactate and may increase the compression strength when adding up to 2% of cement mass [20].

Yeast extract: yeast extract is the primary carbon source for the urea hydrolysis process [21] as well as a nitrogen supply for the metabolic process. Other important minerals can also be found in it. The addition of yeast extract to the concrete mixture prevents the cement from setting and the concrete from hardening [21]. The inclusion of yeast extract, at 1% by mass of cement, reduces the strength of the concrete [19]. Furthermore, Jonkers et al. [19] discovered that adding yeast extract (1% by mass of cement) to concrete reduces the strength of the concrete. Paine's study [22] contradicts this. It has no influence on the strength of the mortar when it is less than 0.5% by mass of cement.

Proteins (peptone): peptone, tryptone, tryptone peptone, trypticase, and trypticase peptone are partly digested proteins that are widely utilized as a source of amino acids, peptides, proteins, and nitrogen in growth medium. Complex proteins are broken down either enzymatically or chemically to create them. Peptone applied to concrete at 1% by mass of cement has been demonstrated in studies to diminish concrete strength [19].

Bacterial suspension preparation: bacterial cultures were cultured for 7 days to guarantee sporulation before being placed in a falcon tube 50 mm and centrifuged at 10 000 rpm for 10 minutes before being added to the cement mortar. Finally, the vegetative cells and spores were harvested by re-suspending the cell pellets in a sterile 0.9% NaCl solution. The pure plate count technique and optical density of bacterial cultures were employed to create culture suspensions with a final cell density of 2×10^9 CFU/mL, which were subsequently utilized in 0.5% concentration of the cement weight.

Mortar mixes: the mortar mixture was weighed and stirred for five minutes using a mechanical mixer. After that, water was poured, and the mixing procedure took 10 minutes. By weight, the sand/cement ratio was 1:3. The ratio of water to cement was 0.45. To test the effect of adding bacteria to the mortar mix, a control mortar mix was made. Specimens were prepared for mortar mixing with the addition of calcite-producing *Bacillus sphaericus* (bacterial mortar). Bacteria were added at a rate of 0.6% of the cement's weight. At a ratio of 0.5 bacteria by weight, three organic bio-mineral precursor chemicals, calcium lactate (CL), peptone (P), and yeast extract (Y), were added. Table 1 shows the proportions of experimental mortar mixtures. For several testing, the mortar was cast in molds. Remolded test specimens were stored in a damp towel. Every day, the specimens were sprayed with water to keep them wet [23].

Table 1

Experimental mortar mixes proportions

Code	Bacteria	Nutrition	Sand/cement	Water/cement	Bacteria addition/cement	Organic compound/cement
C	Control	0.0			0.0	0.0
BSCL	<i>Bacillus sphaericus</i>	Calcium lactate	3:1	0.45	0.6%	0.3%
BSP		Peptone				
DSYE		Yeast extract				

Setting time: Vicat equipment for cement paste was used to conduct initial and final setting time tests [24]. There was no increase to the cement. Only before the setting time experiments, a standard water/cement ratio was tested on cement. To examine the influence of bacteria and organic additives on setting time, cement pastes were mixed with three organic additives as given in Table 2.

The rate of water absorption: speed of water absorption is a measure of the capillary forces exerted by the pore structure causing fluids to be drawn into the body of the material. In this experiment, the speed of water increases in the mass of samples due to water absorption at certain times when only one surface of the specimen is exposed to water. Mortar samples were dried in an oven at 70 °C for 3 days and then cooled for ages 3, 7, 28,

90 and 120 days of casting. The method of curing was moist curing. The sides of the mortar samples were covered with epoxy resin in order to allow the flow of water in one direction [25]. The end of the samples was sealed with tightly attached plastic sheet and protected in position by an elastic band. The initial mass of the samples was taken after which they were kept partly immersed to a depth of 10 cm in water. The readings were started with the initial mass of the sample for a period of 2 hours from first contact with water. Also, the readings were started with the initial mass of the sample at selected times after first contact with water (typically 1, 5, 10, 20, 30, 60, 110 and 120 min). Samples were removed and excess water was blotted off using paper towel and then weighed. The gain in mass (m , kg/s) at time (t , s), exposed area of the specimen (a , m²), and density of water (d), were used to obtain the rate of water absorption (I , m/s^{0.5}) as per the equation:

$$I = \frac{\Delta m}{ad}. \quad (1)$$

Compressive strength test: the compression test was conducted of the prepared mortar. Test specimens with dimensions of 70×70×70 mm were cast. All specimens were provided with sufficient time for hardening and cured. Three specimens were prepared for each age. After the specified period (3, 7, 28, 90 and 120 days) all the specimens were tested for its maximum load in the compression testing machine. The cubes were tested on hydraulic machine with a 3000 kN capacity as according to code specifications.

Flexural strength test: test specimens with dimensions of (160×40×40 mm) were cast cured using moisturized wet cloth. The flexural specimens were subjected to three-point loading test. The flexural strength was determined for 28, 90 and 120 days, using a flexural testing machine with a capacity of 15 ton to determine the maximum load before failure.

Average of three tested specimens for each age was taken. The flexural strength is calculated using following formula [26; 27]:

$$\text{Flex.Strength} = \frac{3PL}{2d_1d_2^2}, \quad (2)$$

where P – the maximum applied load to the specimen, N; d_1 – the width of the specimen, mm; d_2 – the depth of specimen, mm.

Results and discussion

Setting times: the obtained results from the initial and final setting times of control and bacterial cement paste are shown in Table 1 and illustrated in Figure 3. The initial setting times for all specimens achieved the limits of ASTM C403. Each specimen has different initial setting time and final setting time according to nutrition. The final setting times for all specimens achieved the limits of ASTM C403 except for BSCL and BSY. When nutrition addition was calcium lactate or yeast extract, the final setting time exceeds the code limits (10 hours). Final setting times for BSCL and BSY were 120 and 121% compared to the code limit [24]. Calcium lactate and yeast extract contain of calcium phosphate and zinc in its raw materials respectively, which they can retard setting times.

The rate of water absorption: the influence of bacteria and different nutrients on the water absorption of mortar after 2 hours was investigated. It was observed that with the inclusion of bacteria, the rate of water absorption of mortar decreased as shown in Table 3 and Figure 4. Noting that the use of calcium lactate as a nutrient resulted in further reduction in the rate of water absorption. At the ages of 3, 7 & 28 days, it was observed that the rate of water absorption of all bacterial specimens have smaller gain of water absorption than that of control mixture, almost cutting it by half, which aligns with what previous literature. At 90 days the specimens with yeast extract and peptone for nutrients had a smaller gap in water absorption compared to the control specimen, while the specimen containing yeast extract continued to cut the gain of water absorption by half. At the age of 120 days, it was observed that the rate of water absorption of all bacterial specimens after 2 hours has smaller gain of water absorption than that of control mixture and became semi-impermeable. Microbial induced calcite precipitation is responsible for filling up the pores in mortar and hence decreasing water absorption of bacterial mortar specimens.

Table 2

Initial and final setting times for different specimens

Sample name	Initial time	Final time
Control sample	135	345
BSCL (calcium lactate)	101	395
BSY (yeast extract)	99	399
BSP (peptone)	168	384

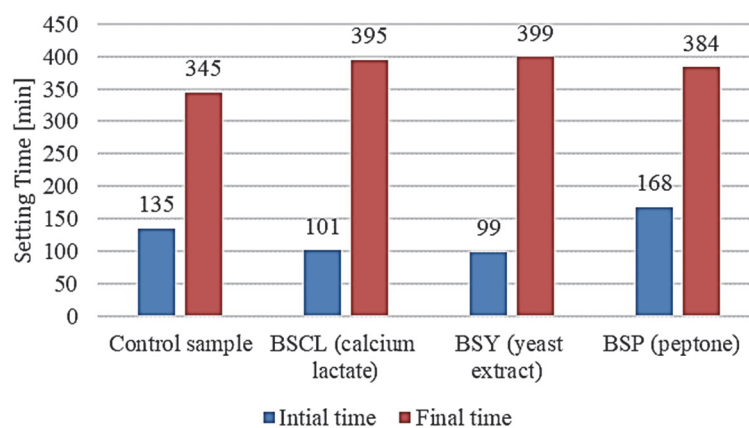


Figure 3. Initial and final setting times for different specimens

Table 3

Rate of water absorption for bacterial and control mortar after 2 hours

Sample name	Rate of water absorption/ 10^{-7} , $m/sec^{0.5}$				
	Age, days				
	3	7	28	90	120
Control sample	2.2	1.55	0.8	0.3	0.25
BSCL (calcium lactate)	1.4	0.65	0.3	0.12	0.03
BSY (yeast extract)	1.2	1.1	0.3	0.21	0.16
BSP (peptone)	1.34	1.05	0.37	0.26	0.21

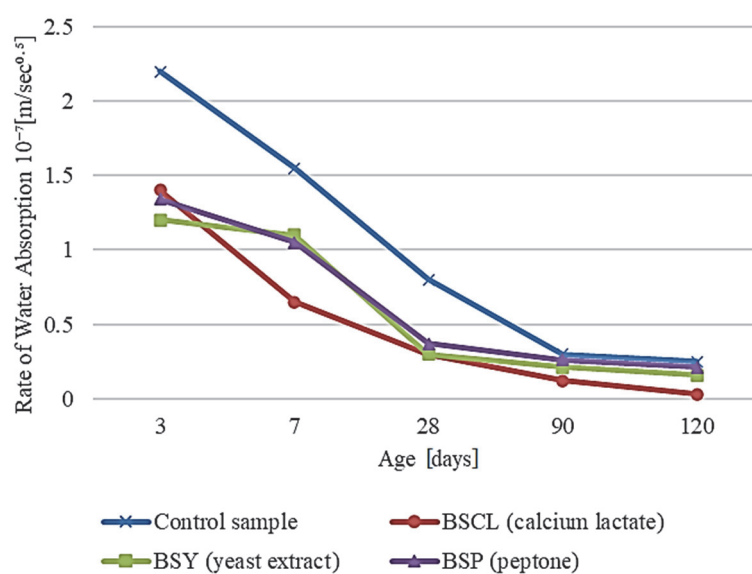


Figure 4. Rate of water absorption for bacterial and control mortar after 2 hours

Compressive strength: the results from the compressive strength test have shown an increase in strength for the bacterial mortar when compared to control mortar. Table 4 and Figure 5 showed a significant increase in strength of control and bacterial mortar over time. At the age of 3 days, the compressive strength value of BSY was equal to that of control specimen, but the compressive strength of BSCL and BSP became 108 and 108.39% of the compressive strength of the control sample.

At 7 days of age BSCL, BSY and BSP starts to show an increase in compressive strength by achieving 106.33, 116.37 and 113.7% of the compressive strength for the control specimen respectively.

At 28 days of age BSY and BSP showed a decrease in compressive strength by 8.3 and 13.29% while BSCL showed an increase of 0.9% in comparison to the control specimen.

At 90 days of age BSCL, BSY and BSP starts to show an increase in compressive strength by achieving 104.64, 122.68 and 125.7% of the compressive strength for the control specimen respectively.

At 120 days of age BSCL, BSY and BSP starts to show an increase in compressive strength by achieving 111.97, 137.1 and 126.5% of the compressive strength for the control specimen respectively.

This proved significant activity of bacteria until age of 120 days. Calcite precipitation induced by bacteria is responsible for filling up the pores in mortar and hence increasing bonds in the microstructure which resist loads significantly and hence compressive strength was increased compared to of control mortar. After 120 days, bacterial mortar with yeast extract proves to have higher compressive strength.

Table 4

Compressive strength for bacterial and control mortar specimens, N/mm²

Sample name	Age, days				
	3	7	28	90	120
Control sample	20.5	26.2	34.9	43.5	50.1
BSCL (calcium lactate)	22.14	27.86	35.23	45.52	56.11
BSY (yeast extract)	20.5	30.49	32	53.37	68.69
BSP (peptone)	22.22	29.79	30.26	54.65	63.36

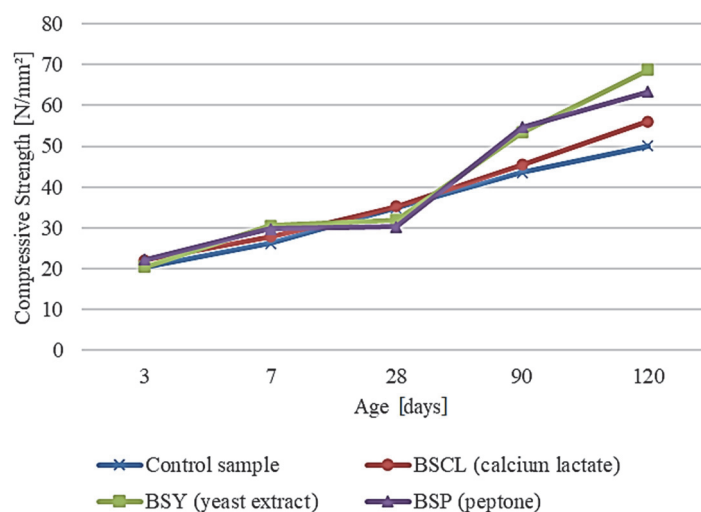


Figure 5. Compressive strength for bacterial and control mortar specimens

Table 5

Flexural strength for bacterial and control mortar specimens, N/mm²

Sample name	Age, days		
	28	90	120
Control sample	6.13	6.56	7.31
BSCL (calcium lactate)	7.88	8.75	11.81
BSY (yeast extract)	11.09	11.15	11.8
BSP (peptone)	10.5	10.71	11.4

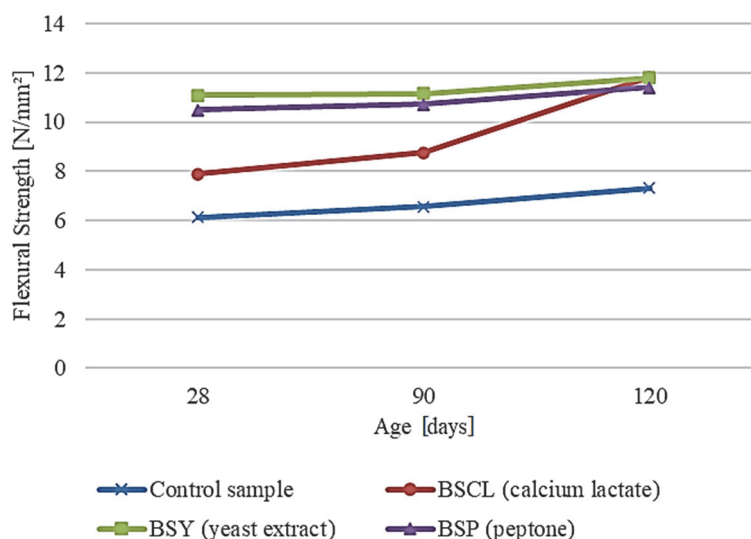


Figure 6. Flexural strength for bacterial and control mortar specimens

Flexural strength: bacterial and control mortar were tested. It was noticed that flexural strength value of BSP was higher than that of flexural strength value of BSCL at age of 28 and 90 but it decreased at the age of 120 days as illustrated in Figure 6 and Table 5.

Results of flexural strength test revealed that there is an increase in the strength for the bacterial mortar when compared to the control mortar as illustrated in Figure 6. At the age of 28 days, the flexural strength value of BSCL, BSY and BSP were 128.54, 180.91 and 171.28 % of flexural strength of control mortar respectively. At the age of 90 days, the flexural strength value of BSCL, BSY and BSP were 133.38, 169.96 and 163.26 % of flexural strength of control mortar respectively. At the age of 120 days the flexural strength value of BSCL, BSY and BSP were 161.55, 161.42, and 155.95% of flexural strength of control mortar respectively. Microbial induced calcite precipitation is responsible for filling up the pores in mortar and hence increased the flexural strength as observed in previous research. Generally, bacterial mortar proved to have a higher flexural strength.

Conclusion

Several conclusions could be derived from the results obtained in this investigation as follows:

1. The bacteria nutrition acts as an accelerator for cement pastes for initial setting time for all bacterial mortar compared to control mortar, while acts as a retarder of cement pastes for final setting time for all bacterial mortar. With yeast extract acting as the strongest accelerator of the initial setting times and retarders for the final setting times. Initial and final setting for all mortar were within limit according to the American code for design and construction of concrete structures ASTM C403.

2. The rate of water absorption of all bacterial specimens with different types of nutrients after 2 hours has smaller gain of water absorption than that of control mixture and specimen BSCL became semi-impermeable after 120 days which aligns with previous results that showed a decrease in water absorption.

3. Significant activity of bacterial mortar, biochemically induced calcium carbonate precipitation is responsible for filling up the pores in mortar which in turn decreases rate of water absorption of bacterial mortar and decreases permeability.

4. Compressive strength for all bacterial mortar increased compared to the control specimen's compressive strength. Compressive strength of specimen containing yeast extract achieved the highest compressive strength at 120 days age with an increase of 126.5% compared to the control specimens

5. Compressive strength for BSY and BSP showed a decrease by 8.3 and 13.29% while BSCL showed an increase of 0.9% in comparison to the control specimen at 28 days of age.

6. All bacterial mortar specimen showed a similar increase in flexural strength of about 160% under different types of nutrients

Therefore, the calcium-producing microbes are responsible for filling the pores in the cement mortar, thus reducing the rate of water absorption and increasing the compressive strength and flexural strength of the bacterial cement mortar, with yeast extract being the best option for increasing both compressive and flexural strength.

References

1. Ganendra G., De Muynck W., Ho A., Charalampous Arvaniti E., Hosseinkhani B., Ramos J.A., Rahier H., Boon N. Formate oxidation-driven calcium carbonate precipitation by methylocystis parvus OBBP. *Appl. Environ. Microbiol.* 2014;80(15):4659–4667. <http://doi.org/10.1128/AEM.01349-14>
2. Zhang X., Jin Z., Li M., Qian C. Effects of carrier on the performance of bacteria-based self-healing concrete. *Construction and Building Materials.* 2021;305:124771. <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2021.124771>
3. Vekariya M.S., Pitroda J. Bacterial concrete: new era for construction industry. *Int. J. Eng. Trends Technol.* 2013; 4(9):4128–4137. Available from: <http://www.ijettjournal.org/volume-4/issue-9/IJETT-V4I9P181.pdf> (accessed: 09.01.2022).
4. Seifan M., Samani A.K., Berenjian A. New insights into the role of pH and aeration in the bacterial production of calcium carbonate (CaCO₃). *Appl. Microbiol. Biotechnol.* 2017;101(8):3131–3142. <http://doi.org/10.1007/s00253-017-8109-8>
5. Patil K., Waghare B., Salve R. Effect of bacterial calcite precipitation on compressive strength of mortar cubes. *Int. J. Eng. Adv. Technol.* 2013;2(3):486–491. Available from: <http://www.ijeat.org/attachments/File/v2i3/C1186022313.pdf> (accessed: 09.01.2022).
6. Zhang W., Zheng Q., Ashour A., Han B. Self-healing cement concrete composites for resilient infrastructures: a review. *Composites Part B: Engineering.* 2020;189:107892. <https://doi.org/10.1016/J.COMPOSITESB.2020.107892>
7. Qian C., Zheng T., Zhang X., Su Y. Application of microbial self-healing concrete: case study. *Construction and Building Materials.* 2021;290:123226. <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2021.123226>
8. Mohammed H., Ortoneda-Pedrola M., Nakouti I., Bras A. Experimental characterisation of non-encapsulated bio-based concrete with self-healing capacity. *Construction and Building Materials.* 2020;256:119411. <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2020.119411>
9. Roghanian N., Banthia N. Development of a sustainable coating and repair material to prevent bio-corrosion in concrete sewer and waste-water pipes. *Cement and Concrete Composites.* 2019;100:99–107. <https://doi.org/10.1016/J.CEMCONCOMP.2019.03.026>
10. Tian Z., Tang X., Xiu Z., Zhou H., Xue Z. The mechanical properties improvement of environmentally friendly fly ash-based geopolymers mortar using bio-mineralization. *Journal of Cleaner Production.* 2022;332:130020. <https://doi.org/10.1016/J.JCLEPRO.2021.130020>
11. Wang J., Ersan Y.C., Boon N., De Belie N. Application of microorganisms in concrete: a promising sustainable strategy to improve concrete durability. *Appl. Microbiol. Biotechnol.* 2016;100(7):2993–3007. <http://doi.org/10.1007/s00253-016-7370-6>
12. Nain N., Surabhi R., Yathish N.V., Krishnamurthy V., Deepa T., Tharannum S. Enhancement in strength parameters of concrete by application of Bacillus bacteria. *Construction and Building Materials.* 2019;202:904–908. <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2019.01.059>
13. Anderson R.K.I., Jayaraman K., Voisard D., Marison I.W., Stockar U. Von Heat flux as an on-line indicator of metabolic activity in pilot scale bioreactor during the production of *Bacillus thuringiensis var. galleriae*-based biopesticides. *Thermochimica Acta.* 2002;386(2):127–138. [https://doi.org/10.1016/S0040-6031\(01\)00709-2](https://doi.org/10.1016/S0040-6031(01)00709-2)
14. Zhang L.V., Nehdi M.L., Suleiman A.R., Allaf M.M., Gan M., Marani A., Tuyan M. Crack self-healing in bio-green concrete. *Composites Part B: Engineering.* 2021;227:109397. <https://doi.org/10.1016/J.COMPOSITESB.2021.109397>
15. Restuccia L., Reggio A., Ferro G.A., Tulliani J.M. New self-healing techniques for cement-based materials. *Procedia Structural Integrity.* 2017;3:253–260. <https://doi.org/10.1016/J.PROSTR.2017.04.016>
16. Edvardsen C. Water permeability and autogenous healing of cracks in concrete. *ACI Materials Journal.* 1999;96(4): 448–454. <https://doi.org/10.14359/645>
17. Hearn N. Self-sealing, autogenous healing and continued hydration: What is the difference? *Mater. Struct. Constr.* 1998;31(8):563–567. <http://doi.org/10.1007/bf02481539>
18. Achal V., Mukherjee A., Reddy M.S. Microbial concrete: way to enhance the durability of building structures. *J. Mater. Civ. Eng.* 2011;23(6):730–734. [http://doi.org/10.1061/\(ASCE\)MT.1943-5533.0000159](http://doi.org/10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.0000159)
19. Jonkers H.M., Thijssen A., Muyzer G., Copuroglu O., Schlangen E. Application of bacteria as self-healing agent for the development of sustainable concrete. *Ecol. Eng.* 2010;36(2):230–235. <http://doi.org/10.1016/j.ecoleng.2008.12.036>
20. Wang J.Y., De Belie N., Verstraete W. Diatomaceous earth as a protective vehicle for bacteria applied for self-healing concrete. *J. Ind. Microbiol. Biotechnol.* 2012;39(4):567–577. <http://doi.org/10.1007/s10295-011-1037-1>
21. Basaran Bundur Z., Kirisits M.J., Ferron R.D. Biomineralized cement-based materials: impact of inoculating vegetative bacterial cells on hydration and strength. *Cem. Concr. Res.* 2015;67:237–245. <http://doi.org/10.1016/j.cemconres.2014.10.002>
22. Lee H.X.D., Wong H.S., Buenfeld N.R. Self-sealing of cracks in concrete using superabsorbent polymers. *Cement and Concrete Research.* 2016;79:194–208. <https://doi.org/10.1016/J.CEMCONRES.2015.09.008>
23. Chahal N., Siddique R. Permeation properties of concrete made with fly ash and silica fume: influence of ureolytic bacteria. *Construction and Building Materials.* 2013;49:161–174. <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2013.08.023>
24. Kumar Jogi P., Vara Lakshmi T.V.S. Self healing concrete based on different bacteria: a review. *Materials Today: Proceedings.* 2021;43:1246–1252. <https://doi.org/10.1016/J.MATPR.2020.08.765>
25. Naji Givi A., Abdul Rashid S., Aziz F.N.A., Salleh M.A.M. The effects of lime solution on the properties of SiO₂ nanoparticles binary blended concrete. *Composites Part B: Engineering.* 2011;42(3):562–569. <http://doi.org/10.1016/j.compositesb.2010.10.002>
26. Jang I., Son D., Kim W., Park W., Yi C. Effects of spray-dried co-cultured bacteria on cement mortar. *Constr. Build. Mater.* 2020;243:118206. <http://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2020.118206>
27. Tayebani B., Mostofinejad D. Self-healing bacterial mortar with improved chloride permeability and electrical resistance. *Constr. Build. Mater.* 2019;208:75–86. <http://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.02.172>



ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМ ОБОЛОЧЕК GEOMETRICAL MODELING OF SHELL FORMS


DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-1-64-72
UDC 624.074.4

RESEARCH ARTICLE / НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Surfaces of congruent sections of pendulum type on cylinders with generatrix superellipses

Lana A. Alborova , Stanislav V. Strashnov 

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russian Federation

 dikko@yandex.ru

Article history

Received: November 12, 2021
Revised: January 21, 2022
Accepted: February 11, 2022

For citation

Alborova L.A., Strashnov S.V. Surfaces of congruent sections of pendulum type on cylinders with generatrix superellipses. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(1):64–72. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-1-64-72>


Abstract. In 1972, I.I. Kotov proposed to separate the surfaces of congruent sections into a separate class and to include the surfaces of plane-and-parallel translation, surfaces of revolution, carved surfaces of Monge, cyclic surfaces with a generatrix circle of constant radius, rotative, spiroidal, and helical surfaces in it. The aim of the research is to obtain generalized parametric equations of surfaces of congruent sections of the pendulum type on right cylinders with plane-and-parallel translation of movable rigid superellipses. Analytical geometry methods are used. Computer systems MathCad and AutoCAD are applied to visualize surfaces. The results consist in the derivation of parametric equations of the studied surfaces in a general form convenient for the use of computer modeling methods. The technique is demonstrated on five examples with congruent mobile superellipses. The possibility of using obtained surface shapes in parametric architecture, free-form architecture, and in shaping of the surfaces of some technical products is noted.

Keywords: surfaces, congruent sections, superellipse, plane-parallel transfer, curves, astroid, surface assignment

Поверхности конгруэнтных сечений маятникового типа на цилиндрах с образующими суперэллипсами

Л.А. Алборова , С.В. Страшнов 

Российский университет дружбы народов, Москва, Российская Федерация

 dikko@yandex.ru


История статьи

Поступила в редакцию: 21 октября 2021 г.
Доработана: 13 января 2022 г.
Принята к публикации: 1 февраля 2022 г.

Аннотация. И.И. Котов в 1972 г. предложил выделить поверхности конгруэнтных сечений в отдельный класс и включить в него поверхности плоскопараллельного переноса, поверхности вращения, резные поверхности Монжа, циклические поверхности с образующей окружностью постоянно-

Lana A. Alborova, master's student, Department of Architecture, Academy of Engineering, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; ORCID: 0000-0001-7406-0805, eLIBRARY SPIN-code: 3700-2883; dikko@yandex.ru
Stanislav V. Strashnov, PhD, Associate Professor of the Department of General Education Courses, Faculty of Russian Language and General Educational Disciplines, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-6401-2524, Scopus Author ID: 57208507988, eLIBRARY SPIN-code: 2874-2214; strashnov-sv@rudn.ru
Алборова Лана Анатольевна, магистрант, департамент архитектуры, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; ORCID: 0000-0001-7406-0805, eLIBRARY SPIN-код: 3700-2883; dikko@yandex.ru
Страшнов Станислав Викторович, кандидат технических наук, доцент кафедры общеобразовательных дисциплин, факультет русского языка и общеобразовательных дисциплин, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; ORCID: 0000-0002-6401-2524, Scopus Author ID: 57208507988, eLIBRARY SPIN-код: 2874-2214; strashnov-sv@rudn.ru

© Alborova L.A., Strashnov S.V., 2022

 This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Для цитирования

Алборова Л.А., Страшинов С.В. Поверхности конгруэнтных сечений маятникового типа на цилиндрах с образующими суперэллипсами // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 1. С. 64–72. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-1-64-72>

го радиуса, ротативные, спироидальные и винтовые поверхности. Цель исследования – получение обобщенных параметрических уравнений поверхностей конгруэнтных сечений маятникового типа на прямых цилиндрах при плоскопараллельном переносе подвижных жестких суперэллипсов. Используются методы аналитической геометрии. Для визуализации поверхностей применяются компьютерные системы MathCad и AutoCad. Результаты заключаются в выводе параметрических уравнений изучаемых поверхностей в общем виде, удобном для использования методов компьютерного моделирования. Методика продемонстрирована на пяти примерах с конгруэнтными подвижными суперэллипсами. Отмечается возможность использования полученных форм поверхностей в параметрической архитектуре, архитектуре свободных форм и при формообразовании поверхностей некоторых технических изделий.

Ключевые слова: поверхность конгруэнтных сечений, суперэллипс, плоскопараллельный перенос кривых, астроида, задание поверхности

Introduction

Recently, several papers have been published [1–4] devoted to the formation of surfaces of congruent sections of the pendulum type on arbitrary cylinders with forming plane curves in the form of circles [1; 2], parabolas [2; 3] and ellipses [4]. A surface of congruent sections is a surface bearing a continuous one-parameter family of plane lines. Such a surface is obtained as a result of moving some flat line (generatrix). The simplest types of surfaces of congruent sections are plane-and-parallel translation surfaces relative to the projection plane [5]. A plane-and-parallel transfer of a figure relative to the plane of projection is its movement in space, in which each of its points moves in its plane of level. Varieties of plane-and-parallel translation surfaces are right translation surfaces [6] (Figure 1).



Figure 1. The circular translation surface (Cheremushkinsky Market, Moscow, photo by I.A. Mamieva)

The number of surfaces under consideration can be significantly expanded if we accept congruent plane curves, given in the form

$$|z|^n = T^n \left(1 - \frac{|y|^m}{W^m} \right),$$

where n and m are constant non-negative numbers.

By giving different values to the parameters n and m , it is possible to obtain various closed and open plane curves. For $n = m$, closed curves called superellipses are obtained [7]. Superellipses with $T = W$ are called Lamé curves¹, for $n = m = 2$ and $T = W$, a circle is obtained, and for $n = m = 2$ and $T \neq W$, an ellipse. The more the value of the parameter $n = m$, the more precisely the shape of the superellipse approaches a rectangular contour.

Taking into account the method of forming of the surfaces under consideration, one can rank them among kinematic surfaces [8].

So far, superellipses and Lamé curves have made possible to expand the range of solved geometric problems only in shipbuilding [9]. In architecture and construction, surfaces of congruent sections of the pendulum type with simple generating Lamé curves in the form of a circle and an ellipse have been used [2; 3]. A paper [10] provides an example of using surface of congruent sections for cover of a bridge over the Kura River (Figure 2).



Figure 2. The glass Bridge of Peace, Tbilisi, Georgia (photo by I.A. Mamieva)



Figure 3. A shopping center, Khimki, Moscow region (photo by I.A. Mamieva)

There is also an example of a surface of congruent sections (Figure 3) in the city of Khimki (Moscow region). The need to construct an envelope of a family of congruent curves arises when surfaces of some technical products are formed [11].

¹ Weisstein E.W. Lamé Curve. *Wolfram MathWorld*. Available from: <https://mathworld.wolfram.com/LameCurve.html> (accessed: 30.05.2021).

Problem statement

Consider a right cylinder with a guiding superellipse, given in the form

$$z_0 = \pm T \left(1 - \frac{|y_0|^m}{W^m} \right)^{\frac{1}{n}}, \tag{1}$$

and a movable generatrix superellipse, given in the local coordinate system as

$$Z = \pm t \left(1 - \frac{|Y|^k}{\omega^k} \right)^{1/s}, \tag{2}$$

where n, m, k, s are constant non-negative numbers; the geometric parameters T, W, t, ω are shown in Figure 4.

In this case, the area, covered by the movement of the center of the movable superellipse (2) along the contour of the stationary superellipse (1), can be set according to Figure 4 by the equations:

$$y = y(y_0, Y) = y_0 + Y, z = z(y_0, Y) = |z_0| + Z = \left[T \left(1 - \frac{|y_0|^m}{W^m} \right)^{1/n} \pm t \left(1 - \frac{|Y|^k}{\omega^k} \right)^{1/s} \right]; \tag{3}$$

$$y = y(y_0, Y) = y_0 + Y, z = z(y_0, Y) = -|z_0| + Z = \left[-T \left(1 - \frac{|y_0|^m}{W^m} \right)^{1/n} \pm t \left(1 - \frac{|Y|^k}{\omega^k} \right)^{1/s} \right], \tag{4}$$

where $-W \leq y_0 \leq W, -\omega \leq Y \leq \omega$.

In formulas (3) and (4), y_0 and Y are independent variable parameters.

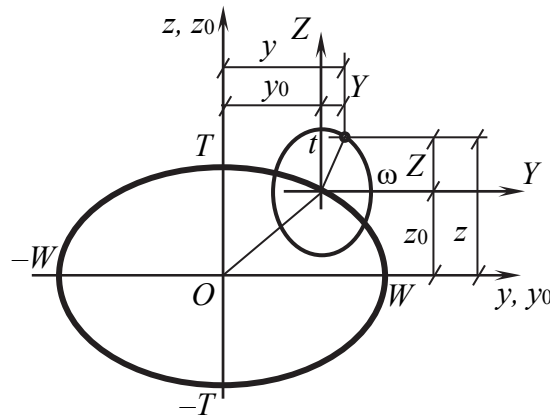


Figure 4. Scheme of formation of the surface of congruent sections

Considering that the movable superellipse performs oscillatory movements of the pendulum type and simultaneously moves uniformly along the x_0 axis (Figure 4), we can write:

$$y_0 = A \sin \frac{\pi x}{l}, \tag{5}$$

where A is the maximum deviation of the center of the moving superellipse from the Oz axis, that is, the amplitude of the sine wave in the horizontal plane xOy ; l is the step of the half-wave of the sine wave.

In this case, the parametric equations of the surface of congruent sections of the pendulum type will have the form

$$x = x(x); \quad y = y(x, Y) = y_0 + Y; \tag{6}$$

$$z = z(x, Y) = |z_0| + Z = T \left(1 - \frac{|y_0|^m}{W^m} \right)^{1/n} \pm t \left(1 - \frac{|Y|^k}{\omega^k} \right)^{1/s}; \quad (7)$$

and

$$z = z(x, Y) = -|z_0| + Z = -T \left(1 - \frac{|y_0|^m}{W^m} \right)^{1/n} \pm t \left(1 - \frac{|Y|^k}{\omega^k} \right)^{1/s}. \quad (8)$$

Moreover, a formula (7) is used when constructing surface with a line of centers with $z_0 > 0$, and a formula (8) with $z_0 < 0$. The limits of the change in the parameter x are chosen arbitrarily, if necessary.

Example 1. Let formulas (1) and (2) define circles, that is, $m = n = k = s = 2$, and $T = W = 3$ m, $t = \omega = 1$ m, $A = 2$ m, $l = 2$ m, $-t \leq Y \leq t$; $0 \leq x \leq 4l$.

In this case, formulas (5)–(8) will take the form

$$x = x(x) = x; \quad y = y(x, Y) = y_0 + Y;$$

$$z = z(x, Y) = |z_0| + Z = (T^2 - y_0^2)^{1/2} \pm (t^2 - Y^2)^{1/2},$$

where

$$y_0 = A \sin(\pi x / l).$$

The surface is shown in Figure 5. This surface can be attributed to the subgroup of cyclic surfaces with a plane of parallelism from the class “Cyclic Surfaces.” Some varieties of these surfaces are presented in [12].

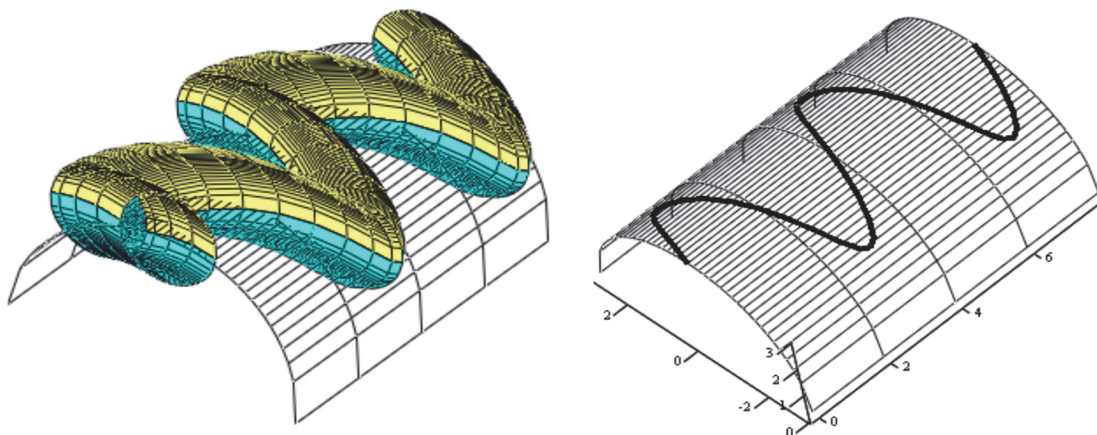


Figure 5. A cyclic surface on a circular cylinder and a line of centers of a movable circle on the cylinder

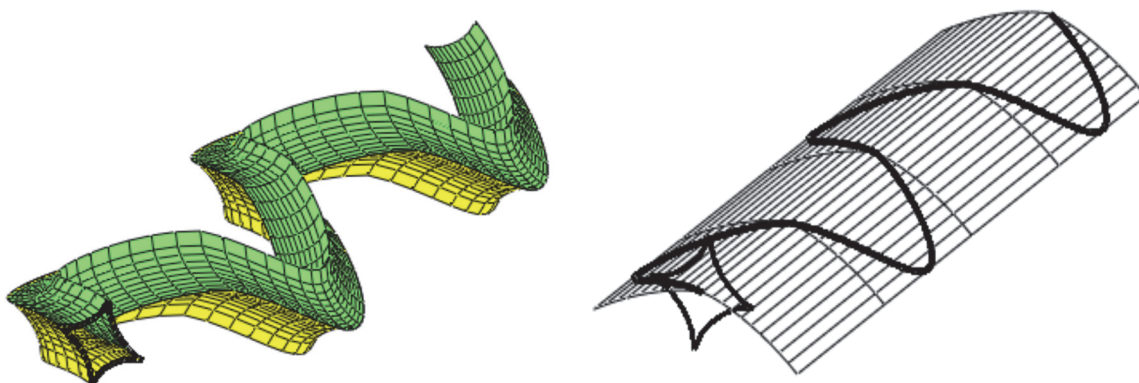


Figure 6. A congruent surface with a generative astroid on an oval cylinder and a line of centers of a movable astroid on the cylinder

Example 2. Let the cross section of a right cylinder has the form of a superellipse given by the formula (1), where $T = 1$ m, $W = 1,5$ m; $m = n = 10/7$, and the mobile superellipse has $k = s = 2/3$, $t = \omega = 0.5$ m, that is, the mobile superellipse is an astroid [8]. In addition $-\omega \leq Y \leq \omega$; $0 \leq x \leq 4l$, $l = 2$ m, $A = 1$ m. Substituting the given values into formulas (5)–(8), we obtain parametric equations of the desired surface. The surface itself is shown in Figure 6.

Example 3. Let formulas (1), (2) have the form

$$z_0 = \pm T \left(1 - \frac{|y_0|}{W}\right); \quad Z = \pm t \left(1 - \frac{|Y|}{\omega}\right),$$

that is $m = n = k = s = 1$, and $T = 1$ m, $W = 1.5$ m; $t = \omega = 0.5$ m, $A = 1$ m; $-t \leq Y \leq t$; $0 \leq x \leq 4l$, $l = 1$ m.

In this case, using formulas (5)–(8), it is possible to construct a box-shaped surface, shown in Figure 7. Box-shaped surfaces can be used in some sectors of the national economy. Various box-shaped surfaces with curved lines of centers are studied in [13].

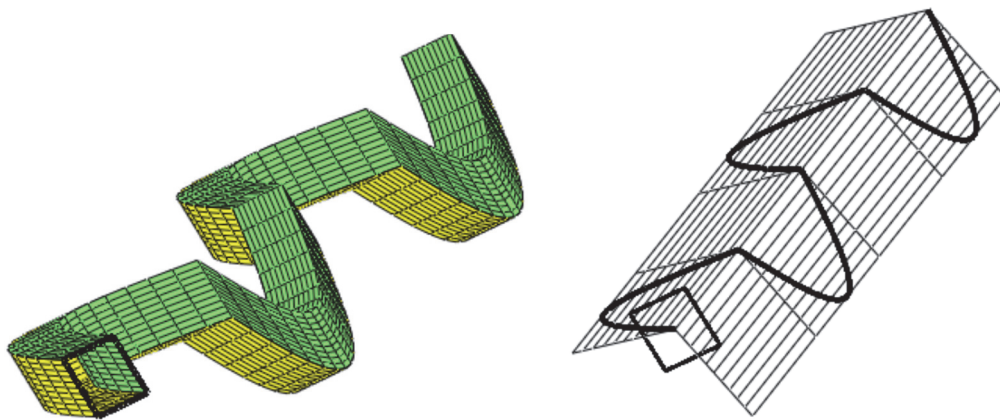


Figure 7. A congruent box-shaped surface on a box-shaped cylinder and a line of centers of a movable quadrilateral on a box-shaped cylinder

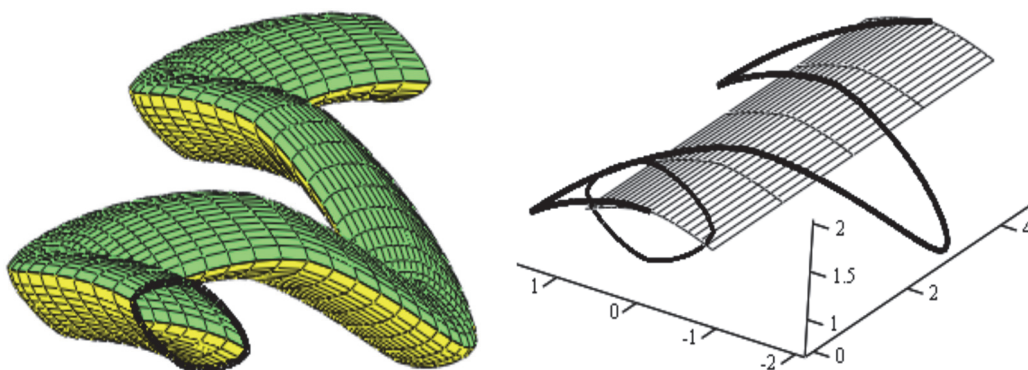


Figure 8. A congruent surface with generatrix ovals on an oval cylinder and a line of centers of a movable oval

Example 4. Let the center of the movable oval (2) with $k = s = 1.5$; $t = 0.5$ m, $\omega = 0.8$ m moves along a fixed oval (superellipse) (1) with $m = n = 1.5$; $T = 1.5$ m; $W = 2.5$ m and besides $A = 2$ m, $l = 2$ m, $-\omega \leq Y \leq \omega$; $0 \leq x \leq 3l$.

In this case, a formula (5) and parametric equations of the projected surface will take the form

$$x = x(x); \quad y = y(x, Y) = y_0 + Y;$$

$$z = z(x, Y) = |z_0| + Z = T \left(1 - \frac{|y_0|^{1.5}}{W^{1.5}} \right)^{1/1.5} \pm t \left(1 - \frac{|Y|^{1.5}}{\omega^{1.5}} \right)^{1/1.5};$$

$$y_0 = 2\sin(\pi x/2).$$

The surface is shown in Figure 8.

New problem statement

Superellipses (1), (2), taking into account that $m = n$ and $k = s$, can be represented as

$$y_0 = y_0(\beta) = W\cos^{2/m}\beta; \quad z_0 = z_0(\beta) = T\sin^{2/m}\beta; \tag{9}$$

$$Y = Y(\gamma) = \omega\cos^{2/k}\gamma; \quad Z = Z(\gamma) = t\sin^{2/k}\gamma, \tag{10}$$

then the equation of the surface of congruent sections of the pendulum type can be represented as

$$x = x(x); \quad y = y(x, \gamma) = y_0 + Y = A\sin(\pi x/l) + \omega\cos^{2/k}\gamma;$$

$$z = z(x, \gamma) = z_0 + Z = T\sin^{2/m}\beta + t\sin^{2/k}\gamma = T(1 - \cos^2\beta)^{1/m} + t\sin^{2/k}\gamma = T \{ 1 - |(A/W)\sin(\pi x/l)|^m \}^{1/m} + t\sin^{2/k}\gamma. \tag{11}$$

It should be borne in mind that $0 \leq x \leq C$; β, γ are the angles measured from the horizontal axis x or X (Figure 4), C is the required surface length,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y_0}{z_0} = \frac{W}{T} \operatorname{ctg}^{2/m}\beta,$$

where α is the angle measured from the vertical axis Oz_0 clockwise (Figure 4).

Example 5. Let the center of the movable shaft (10) with $k = 1.5$; $t = 0.5$ m, $\omega = 0.8$ m moves along the stationary shaft (superellipse) (9) with $m = 1.5$; $T = 1.5$ m; $W = 2.5$ m and in addition $A = 2.5$ m, $l = 2$ m, $-\omega \leq Y \leq \omega$; $0 \leq x \leq 4l$, $0 \leq \gamma \leq 2\pi$.

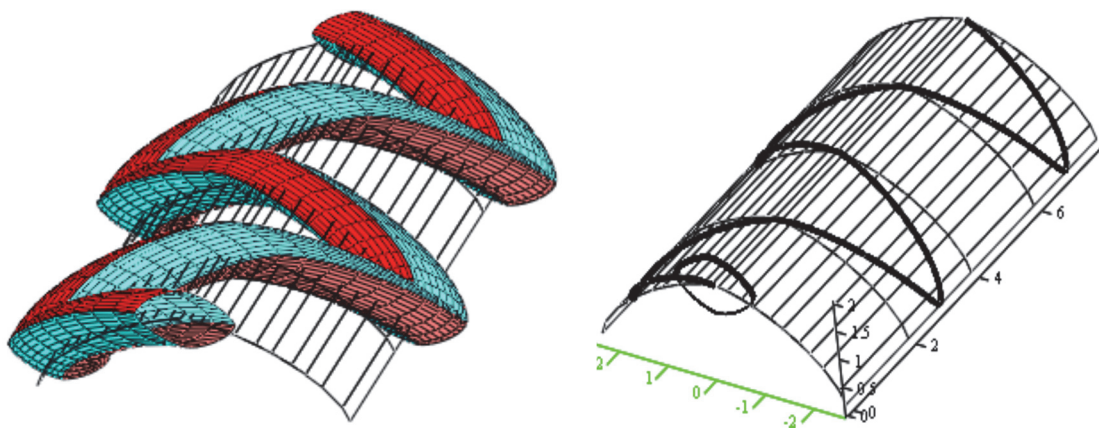


Figure 9. A congruent surface with generatrix ovals on an oval cylinder and a line of centers of a movable oval (10)

Substituting the above geometric parameters into the parametric equations of the surface (11), we obtain a pendulum-type surface with congruent curves, shown in Figure 9.

Results

Parametric equations of surfaces of congruent sections in the form of superellipses on right cylinders with guiding superellipses are obtained. The given method of constructing considered plane-and-parallel translation surfaces is illustrated by 5 examples. The four obtained surfaces are presented for the first time in Figures 5–8. With the help of parametric equations of general form obtained in this article, a large number of new surfaces of congruent sections of the pendulum type, as well as helical surfaces, can be constructed. Apparently, the surfaces of congruent sections of the pendulum type can be distinguished into a separate subgroup of the class “Surfaces of Congruent Sections.”

Conclusion

The article considers surfaces, formed by superellipses, that is, with $n = m$ and $s = k$. But the obtained parametric equations of the surface of the general form make it possible to consider the cases when $n \neq m$ and $s \neq k$. This will further expand the range of surfaces of congruent sections under consideration, since formulas (1), (2) can describe parabolas, hyperbolas and other open plane curves.

References

1. Krivoshapko S.N., Shambina S.L. On the question of surfaces of congruent sections of pendulum type on a circular cylinder. *Applied Geometry and Engineering Graphics*. 2011;(88):196–200. (In Russ.)
2. Krivoshapko S.N., Shambina S.L. The pendulum type surfaces with congruential cross sections. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2021;17(2):165–174. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-2-165-174>
3. Grinko E.A. Surfaces of plane-parallel transfer of congruent curves. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2021;3:71–77. (In Russ.) <https://doi.org/10.37538/0039-2383.2021.3.71.77>
4. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. Surfaces of congruent sections on cylinder. *Vestnik MGSU*. 2020;15(12):1620–1631. (In Russ.) <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2020.12.1620-1631>
5. Kirillov S.V. Plane-parallel transfer surfaces. *Cybernetics of Graphics and Applied Geometry of Surfaces*. 1973;(10):21–25. (In Russ.)
6. Gbaguidi Aïssè G.L. Influence of the geometrical researches of surfaces of revolution and translation surfaces on design of unique structures. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2019;15(4):308–314. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-308-314>
7. Méndez I., Casar B. A novel approach for the definition of small-field sizes using the concept of superellipse. *Radiation Physics and Chemistry*. 2021;189:109775. <https://doi.org/10.1016/j.radphyschem.2021.109775>
8. Abd-Ellah H.N., Abd-Rabo M.A. Kinematic surface generated by an equiform motion of astroid curve. *International Journal of Engineering Research and Science*. 2017;(3(7)):100–114. <https://doi.org/10.25125/engineering-journal-IJO-ER-JUL-2017-13>
9. Karnevich V.V. Hydrodynamic surfaces with midsection in the form of Lamé curve. *RUDN Journal of Engineering Researches*. 2021;22(4):323–328. <https://doi.org/10.22363/2312-8143-2021-22-4-323-328>
10. Mamieva I.A. Analytical surfaces for parametrical architecture in contemporary buildings and structures. *Academia. Architecture and Construction*. 2020;1:150–165. (In Russ.)
11. Lyashkov A.A. Geometric and computer modeling of the main objects for shaping of technical products. *Omsk Scientific Bulletin. Series: Aviation-Rocket and Power Engineering*. 2017;1(2):9–16. (In Russ.)
12. Ivanov V.N. Geometry of the cyclic translation surfaces with generating circle and directrix meridians of the base sphere. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2011;(2):3–8. (In Russ.)
13. Ivanov V.N. Geometry and forming of the polyhedral box type surfaces on base cyclic surface. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2012;(2):3–10. (In Russ.)

Список литературы

1. Кривошапко С.Н., Шамбина С.Л. К вопросу о поверхностях конгруэнтных сечений маятникового типа на круговом цилиндре // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Київ: КНУБА, 2011. Вип. 88. С. 196–200.
2. Krivoshapko S.N., Shambina S.L. The pendulum type surfaces with congruential cross sections // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2021. Т. 17. № 2. С. 165–174. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-2-165-174>
3. Гринько Е.А. Поверхности плоскопараллельного переноса конгруэнтных кривых // Строительная механика и расчет сооружений. 2021. № 3. С. 71–77. <https://doi.org/10.37538/0039-2383.2021.3.71.77>

4. *Кривошапко С.Н., Иванов В.Н.* Поверхности конгруэнтных сечений на цилиндрах // Вестник МГСУ. 2020. Т. 15. Вып. 12. С. 1620–163. <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2020.12.1620-1631>
5. *Кириллов С.В.* Поверхности плоскопараллельного переноса // Кибернетика графики и прикладная геометрия поверхностей. М.: МАИ, 1973. Вып. 10. С. 21–25. (Труды Московского авиационного института имени С. Орджоникидзе. Вып. 268).
6. *Gbaguidi Aïssè G.L.* Influence of the geometrical researches of surfaces of revolution and translation surfaces on design of unique structures // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 4. С. 308–314. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-308-314>
7. *Méndez I., Casar B.* A novel approach for the definition of small-field sizes using the concept of superellipse // Radiation Physics and Chemistry. 2021. Vol. 189. 109775. <https://doi.org/10.1016/j.radphyschem.2021.109775>
8. *Abd-Ellah H.N., Abd-Rabo M.A.* Kinematic surface generated by an equiform motion of astroid curve // International Journal of Engineering Research and Science. 2017. No 3(7). Pp. 100–114. <https://doi.org/10.25125/engineering-journal-IJO-ER-JUL-2017-13>
9. *Карневич В.В.* Гидродинамические поверхности с мидель-шпагоутом в форме кривых Ламе // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2021. Т. 22. № 4. С. 323–328. <https://doi.org/10.22363/2312-8143-2021-22-4-323-328>
10. *Мамиева И.А.* Аналитические поверхности для параметрической архитектуры в современных зданиях и сооружениях // Academia. Архитектура и строительство. 2020. № 1. С. 150–165.
11. *Ляшков А.А.* Геометрическое и компьютерное моделирование основных объектов формообразования технических изделий // Омский научный вестник. Серия: Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2017. Т. 1. № 2. С. 9–16.
12. *Иванов В.Н.* Геометрия циклических оболочек переноса с образующей окружностью и направляющими меридианами базовой сферы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2011. № 2. С. 3–8.
13. *Иванов В.Н.* Геометрия и формообразование многогранных коробчатых криволинейных поверхностей на базовой циклической поверхности // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. № 2. С. 3–10.





АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ ANALYTICAL AND NUMERICAL METHODS OF ANALYSIS OF STRUCTURES

DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-1-73-88

УДК 69

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Памятная стела на локальной сферической опоре: проектно-конструкторские решения, расчетное обоснование

Д.В. Петров , А.Г. Юдов, В.В. Доценко, О.Ю. Жабунина,
Е.В. Калатуров, Н.М. Натыньчик, А.В. Абрамов, М.В. Никульшин 

Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт
имени академика Е.И. Забабахина, Снежинск, Российская Федерация

✉ m.v.nikulshin@vniitf.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 12 января 2022 г.

Доработана: 15 февраля 2022 г.

Принята к публикации: 20 февраля 2022 г.

Аннотация. Представлена конструкция архитектурно-художественной композиции «Памятная стела на локальной сферической опоре» (Стела КБ-1), проанализированы проектно-конструкторские решения и расчетное обоснование прочности и устойчивости конструкции к внешним воздействиям в условиях наиболее интенсивных климатических воздействий с параметрами, задаваемыми согласно строительным нормам и правилам. Стела КБ-1 представляет собой установленный вертикально габаритно массивный макет мирного ядерного взрывного устройства массой 2,8 т и высотой 2,8 м с полусферическими крышками. В соответствии с техническим заданием требовалось максимально точно сохранить внешний облик устройства, поместив его на небольшой локальной опоре. Особенность конструкции заключается в ее угловой подвижности относительно опоры. Для обеспечения устойчивого равновесного состояния стелы в месте опоры организован шарнир, стела установлена свободно нижней сферой на промежуточную подставку со специально подобранной сферической поверхностью. Дополнительно существенно снижен центр масс стелы путем облегчения (утонения стенок) верхней части корпуса

Петров Дмитрий Витальевич, доктор физико-математических наук, главный конструктор, начальник конструкторского бюро № 1, Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт имени академика Е.И. Забабахина, Российская Федерация, 456770, Снежинск, ул. Васильева, д. 13; ORCID: 0000-0003-2903-8013, eLIBRARY AuthorID: 1149234; D.V.Petrov@vniitf.ru

Юдов Александр Георгиевич, первый заместитель главного конструктора, Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт имени академика Е.И. Забабахина, Российская Федерация, 456770, Снежинск, ул. Васильева, д. 13; A.G.Yudov@vniitf.ru

Доценко Владислав Валерьевич, заместитель начальника отдела, начальник лаборатории, Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт имени академика Е.И. Забабахина, Российская Федерация, 456770, Снежинск, ул. Васильева, д. 13; Vlad_Dotsenko@inbox.ru

Жабунина Ольга Юрьевна, кандидат технических наук, начальник группы, Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт имени академика Е.И. Забабахина, Российская Федерация, 456770, Снежинск, ул. Васильева, д. 13; Jabuni@yandex.ru

Калатуров Егор Владимирович, инженер-конструктор 3 категории, Российский федеральный ядерный центр – ВНИИ технической физики имени Е.И. Забабахина, Российская Федерация, 456770, Снежинск, ул. Васильева, д. 13; E.V.Kalaturov@vniitf.ru

Натыньчик Надежда Михайловна, инженер-исследователь специзделий 2 категории, Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт имени академика Е.И. Забабахина, Российская Федерация, 456770, Снежинск, ул. Васильева, д. 13; natin4iknadezhda@yandex.ru

Абрамов Алексей Витальевич, главный специалист, Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт имени академика Е.И. Забабахина, Российская Федерация, 456770, Снежинск, ул. Васильева, д. 13; A.V.Abramov@vniitf.ru

Никульшин Максим Викторович, кандидат технических наук, начальник отдела, Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт имени академика Е.И. Забабахина, Российская Федерация, 456770, Снежинск, ул. Васильева, д. 13; M.V.Nikulshin@vniitf.ru

© Петров Д.В., Юдов А.Г., Доценко В.В., Жабунина О.Ю., Калатуров Е.В., Натыньчик Н.М., Абрамов А.В., Никульшин М.В., 2022



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Для цитирования

Петров Д.В., Юдов А.Г., Доценко В.В., Жабунина О.Ю., Калатуров Е.В., Натънчик Н.М., Абрамов А.В., Никульшин М.В. Памятная стела на локальной сферической опоре: проектно-конструкторские решения, расчетное обоснование // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2022. Т. 18. № 1. С. 73–88. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-1-73-88>

и установки дополнительного груза в нижней его части. В результате при действии внешних боковых нагрузок стела приобретает устойчивое положение с возможными колебаниями по типу «неваляшки» и с возвратом в исходное состояние. Для обоснования прочности и устойчивости Стелы КБ-1 при внешних нагрузках выполнены аналитические и численные расчетные исследования. Показано, что разработанная конструкция удовлетворяет предъявляемым нормативным требованиям и безопасна в эксплуатации.

Ключевые слова: архитектурно-художественная композиция, стела, сферическая опора, численная модель, ветровая нагрузка, прочность, устойчивость, безопасность

Memorial stele on a compact spherical support: design-and-engineering solutions, design-basis justification

Dmitrii V. Petrov¹, Aleksandr G. Yudov, Vladislav V. Dotsenko, Olga Yu. Zhabunina, Egor V. Kalaturov, Nadezhda M. Natynchik, Aleksei V. Abramov, Maksim V. Nikulshin²

Russian Federal Nuclear Center – Zababakhin All-Russian Research Institute of Technical Physics, Snezhinsk, Russian Federation
✉ m.v.nikulshin@vniitf.ru

Article history

Received: January 12, 2022

Revised: February 15, 2022

Accepted: February 20, 2022

For citation

Petrov D.V., Yudov A.G., Dotsenko V.V., Zhabunina O.Yu., Kalaturov E.V., Natynchik N.M., Abramov A.V., Nikulshin M.V. Memorial stele on a compact spherical support: design-and-engineering solutions, design-basis justification. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(1):73–88. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-1-73-88>

Abstract. The article presents the design of the architectural and artistic composition “Memorial stele on a local spherical support” (KB-1 Stele), as well as the analysis of design solutions and the calculated justification of the strength and stability of the KB-1 Stele to external influences in conditions of the most intense climatic influences with parameters set according to building codes and regulations. The design of the KB-1 Stele is a vertically installed overall mass model of a peaceful nuclear explosive device weighing 2.8 tons and 2.8 meters high with hemispherical covers. In accordance with the terms of reference, it was required to preserve the appearance of the device as accurately as possible by placing it on a small local support. The peculiarity of the design lies in its angular mobility relative to the support. To ensure a stable equilibrium state of the stele, a hinge is organized at the place of support, the stele is installed freely by the lower sphere on an intermediate stand with a specially selected spherical surface. Additionally, the center of mass of the stele is significantly reduced by lightening (thinning the walls) of the upper part of the body and installing additional cargo in its lower part. As a result, under the action of external lateral loads, the stele acquires a stable position with possible fluctuations in the tumbler type and with a return to its original state. Analytical and numerical computational studies were performed to substantiate the strength and stability of the KB-1 Stele under external loads. It is shown that the developed design meets the regulatory requirements and is safe in operation.

Keywords: architectural composition, artistic composition, stele, spherical support, numerical model, wind load, strength, stability, safety

Dmitrii V. Petrov, Dr. Sci. in Physics and Mathematics, chief designer, Chief of Design Bureau No 1, Russian Federal Nuclear Center – Zababakhin All-Russian Research Institute of Technical Physics, 13 Vasilyeva St, Snezhinsk, 456770, Russian Federation; ORCID: 0000-0003-2903-8013, eLIBRARY AuthorID: 1149234; D.V.Petrov@vniitf.ru

Aleksandr G. Yudov, First Deputy Chief Designer, Russian Federal Nuclear Center – Zababakhin All-Russian Research Institute of Technical Physics, 13 Vasilyeva St, Snezhinsk, 456770, Russian Federation; A.G.Yudov@vniitf.ru

Vladislav V. Dotsenko, Deputy Chief of Department, Head of Laboratory, Russian Federal Nuclear Center – Zababakhin All-Russian Research Institute of Technical Physics, 13 Vasilyeva St, Snezhinsk, 456770, Russian Federation; Vlad_Dotsenko@inbox.ru

Olga Y. Zhabunina, Candidate of Engineering Science, Head of Group, Russian Federal Nuclear Center – Zababakhin All-Russian Research Institute of Technical Physics, 13 Vasilyeva St, Snezhinsk, 456770, Russian Federation; Jabuni@yandex.ru

Egor V. Kalaturov, 3rd Category Design Engineer, Russian Federal Nuclear Center – Zababakhin All-Russian Research Institute of Technical Physics, 13 Vasilyeva St, Snezhinsk, 456770, Russian Federation; E.V.Kalaturov@vniitf.ru

Nadezhda M. Natynchik, 2nd Category Special Product Research Engineer, Russian Federal Nuclear Center – Zababakhin All-Russian Research Institute of Technical Physics, 13 Vasilyeva St, Snezhinsk, 456770, Russian Federation; natin4iknadezhda@yandex.ru

Aleksei V. Abramov, chief specialist, Russian Federal Nuclear Center – Zababakhin All-Russian Research Institute of Technical Physics, 13 Vasilyeva St, Snezhinsk, 456770, Russian Federation; A.V.Abramov@vniitf.ru

Maksim V. Nikulshin, Candidate of Engineering Science, Head of Group, Russian Federal Nuclear Center – Zababakhin All-Russian Research Institute of Technical Physics, 13 Vasilyeva St, Snezhinsk, 456770, Russian Federation; M.V.Nikulshin@vniitf.ru

Введение

В 2019 г. исполнилось 90 лет со дня рождения выдающегося ученого, академика Б.В. Литвинова (12.11.1929), более 30 лет возглавлявшего первое конструкторское бюро (КБ-1) в качестве главного конструктора РФЯЦ-ВНИИТФ. В честь этого события и в порядке подготовки в 2020 г. к юбилейным мероприятиям, посвященным 65-летию РФЯЦ-ВНИИТФ и 60-летию КБ-1, было принято решение о разработке и установке вблизи входа в здание КБ-1 архитектурно-художественной композиции (АХК) «Стела КБ-1». Цель проекта – сохранение памяти о разработчиках и испытателях ядерных зарядов, формирования гордости за нашу Родину, уважения к старшему поколению.

Основой для разработки АХК явился музейный экспонат, представляющий собой габаритно-массовый макет мирного ядерно-взрывного устройства (ЯВУ), состоящий из цилиндрической части и двух сферических крышек. Такое уникальное «чистое» ЯВУ большой мощности использовалось для мирных подземных ядерных взрывов наружного действия. Физическая схема первичного ядерного узла предложена физиком-теоретиком РФЯЦ-ВНИИТФ Ю.С. Вахрамеевым и успешно испытана 11 мая 1965 г. на Семипалатинском ядерном полигоне.

Борис Васильевич Литвинов активно продвигал тематику мирных ядерных взрывов. В своей книге «Атомная энергия не только для военных целей» он отметил: «Принципиальной разницы между ЯВУ для промышленного применения и для военного нет. Но технически – очень большая разница. Очень большая. Изделие для военного применения проще. Дело в том, что при конструировании промышленного заряда мы должны все время думать о том, что он работает внутри страны. Мы обязаны предложить такую конструкцию, чтобы при работе, скажем, при интенсификации добычи нефти, свести к минимуму радиационное загрязнение. Это – хорошая инженерная задача».

В данном проекте авторы решили соригинальничать и решить тоже *хорошую инженерную задачу*, предложив поставить ЯВУ вертикально (высота 2,8 м) и свободно в виде стелы на импровизированный пьедестал с сохранением устойчивости под собственным весом (2,8 т), при этом стела должна выглядеть изящно и быть безопасной при возможных внешних воздействиях, включая ураган.

Для справки в табл. 1 приводятся характеристики воздействия ветра по шкале Бофорта.

Таблица 1

Характеристики воздействия ветра по шкале Бофорта

Средняя скорость, м/с	Баллы Бофорта	Характеристика ветра	Оценка ветра визуально
18,3–21,5	9	Шторм	Небольшие наружные повреждения зданий, особенно крыш
21,6–25,1	10	Сильный шторм	Клонит к земле и ломает деревья
25,2–29,0	11	Жестокий шторм	Вырывает с корнями деревья, переворачивает машины
Более 29,0	12	Ураган	Опустошительные масштабные разрушения

Table 1

Wind characteristics on the Beaufort wind scale

Average speed, m/s	Beaufort number	Type of wind	Observed land conditions
18.3–21.5	9	Strong gale	Slight structural damage, roofs removed
21.6–25.1	10	Storm	Trees bowed down and broken off
25.2–29.0	11	Violent storm	Trees uprooted, vehicles turned over
Over 29.0	12	Hurricane	Devastating large-scale damages

При традиционной установке стелы как неподвижного памятника требуется мощный фундамент, препятствующий выворачиванию объекта «с корнем», и жесткое (повышенной прочности) закрепление к фундаменту стелы, что весьма непросто при сохранении визуального облика ЯВУ.

Для достижения устойчивого состояния стелы предложено оригинальное решение: в месте закрепления стелы организовать шарнир, уменьшив тем самым нагрузку на фундамент, установить стелу свободно нижней сферой на промежуточную подставку со специально подобранной сферической поверхностью, обеспечивающей возможность качения (сфера по сфере) при принудительном наклоне стелы. А также существенно изменить центр масс стелы путем механической доработки изнутри верхней части корпуса

и установки дополнительного груза в нижней его части. При этом в условиях действия внешних боковых нагрузок стела приобретает устойчивое положение с возможными колебаниями по принципу неваляшки, с возвратом в исходное состояние.

Приводятся результаты проектно-конструкторских работ, предварительных и поверочных расчетных исследований стелы в условиях действия собственного веса и наиболее интенсивных нормативных климатических воздействий. Выявлены зависимости влияния различных факторов на устойчивость и прочность конструкции. Определены возможные амплитуды колебаний. Исследовано состояние конструкции в процессе длительного периода эксплуатации. Определены допустимые уровни воздействия и сделан вывод об устойчивости стелы, надежности ее закрепления и безопасности при эксплуатации.

Конструкция АХК «Стела КБ-1»

АХК «Стела КБ-1» высотой 3 м представляет собой корпус мирного ядерного взрывного устройства, установленный вертикально на подставку, закрепленную в центре плоского бетонного основания площадью 9 м². Конструктивно-компоновочная схема стелы приведена на рис. 1.

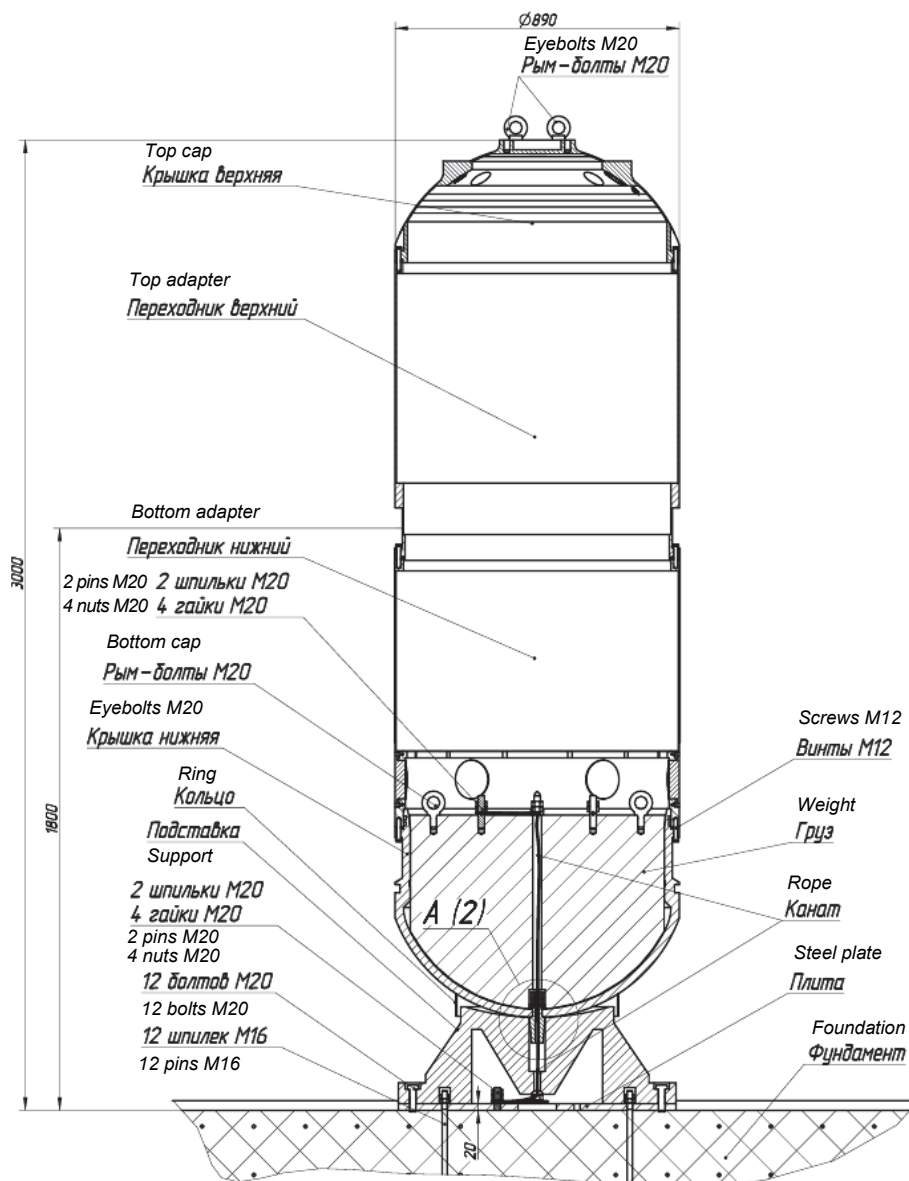


Рис. 1. Конструктивно-компоновочная схема стелы
Figure 1. Structural scheme of the stela

Стела состоит из корпуса ЯВУ, дополнительного груза, подставки, крепежных и страховочных элементов. Корпус ЯВУ представляет собой цилиндр, закрытый полусферическими крышками, и состоит из следующих конструктивных элементов: крышки нижней, переходника нижнего, переходника верхнего и крышки верхней. Все элементы корпуса соединены друг с другом 12 болтами М12. Материал корпуса – сталь 20.

Для достижения устойчивого вертикального положения корпуса и обеспечения возможности качения при принудительном наклоне, стела установлена нижней сферой на специально подобранную сферическую поверхность в подставке, при этом осуществлено снижение ее центра масс до необходимых значений. С этой целью толщина стенок переходников и крышки верхней путем доработки уменьшена с первоначальных 20–25 до 2–3 мм, во внутреннюю полость нижней крышки установлен стальной груз массой 1900 кг.

Для точного позиционирования корпуса и с целью недопущения его проскальзывания на подставке при принудительном наклоне в полюсе нижней крышки установлена ось диаметром 49 мм с опорной конической поверхностью, ограничивающей наклон стелы до 10° . Материал оси – сталь 40Х. Ось устанавливается в отверстие диаметром 50 мм, выполненное в полюсе сферической части подставки.

Для дополнительной страховки от несанкционированного изменения положения корпуса ЯВУ относительно подставки применен стальной канат 9.6-Г-В-Ж-Н-Р-Т-1960 ГОСТ 2688–80, который протянут через отверстия в подставке и грузе, при этом один конец каната закреплен на монтажной плите бетонного основания, другой – на верхнем торце груза. Усилие разрыва каната составляет 6000 кг. Для подъема стелы и груза предусмотрено по 4 рым-болта М20.

Для демонтажа стелы необходимо выкрутить винты, скрепляющие переходник с крышкой нижней, снять верхнюю часть корпуса (в сборе с переходниками и верхней крышкой), затем выкрутить винты, стопорящие стальной канат, и демонтировать груз с нижней крышкой. Изображение окончательного монтажа стелы приведено на рис. 2.

Масса стелы (без подставки) – 2800 кг. Момент инерции стелы (без подставки) относительно поперечной оси, проходящей через нижний полюс корпуса ЯВУ, $- J = 1,08 \times 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, расстояние между центром масс и нижним полюсом корпуса ЯВУ – $b = 584 \text{ мм}$.



Рис. 2. Установка верхней части стелы на нижнюю тяжелую часть (фото А.Г. Юдова)
Figure 2. Mounting the stela top part on the heavy bottom part (photo by A.G. Yudov)

Для горизонтального выравнивания подставки в ее конструкции предусмотрены 6 регулировочных болтов М20. Для соединения подставки со стальной плитой, установленной на фундаменте, используются 6 болтов М20.

Сферический стык «корпус – подставка» закрыт кольцом («юбкой») для исключения попадания осадков и посторонних предметов, которые могут воспрепятствовать качанию стелы на подставке.

Все поверхности элементов стелы покрыты грунтовкой, а на внешнюю поверхность дополнительно нанесено высококачественное лакокрасочное покрытие, защищающее стелу от воздействий окружающей среды в течение длительного времени эксплуатации.

Требования по назначению нагрузки

В нормах и правилах¹ определены общие технические требования по назначению нагрузок при строительстве зданий и сооружений. Согласно данным требованиям, на стелу действуют:

- постоянная нагрузка от собственного веса;
- кратковременные нагрузки – воздействия при установке, обслуживании (подъеме);
- климатические факторы – ветровая, климатическая и снеговая нагрузки.

Максимальная снеговая нагрузка для Челябинской и Свердловской областей, относящихся к III снеговому району, составляет $S_g = 1500 \text{ Па}^2$. Площадь плоской части верхней крышки ($\varnothing 600 \text{ мм}$) равна $F = 0,283 \text{ м}^2$. С учетом требуемого коэффициента надежности $\gamma = 1,4$ максимальное действующее на стелу усилие от снеговой нагрузки составляет

$$P = S_g F \gamma = 1500 \times 0,283 \times 1,4 = 597 \text{ Н.}$$

Согласно климатической карте³ температурный диапазон Челябинской области составляет от -50 до $40 \text{ }^\circ\text{C}$. В указанном интервале температур стальные конструкции имеют стабильные механические свойства материалов и одинаковый коэффициент температурного расширения. Поэтому влияние фактора изменения внешней температуры на состояние стелы отсутствует.

В соответствии с СП 20.13330.2016 нормативное значение основной ветровой нагрузки w следует определять как сумму средней (основной) w_m и пульсационной w_p составляющих.

Основная ветровая нагрузка w_m , которая может воздействовать на стелу, оценивается по формуле

$$w_m = w_0 k(z_b) c, \quad (1)$$

где w_0 – нормативное значение ветрового давления; $k(z_b)$ – коэффициент, учитывающий изменение ветрового давления по высоте z_b ; c – аэродинамический коэффициент.

Для Челябинской области, относящейся ко II ветровому району, $w_0 = 0,3 \text{ кПа}$. Для высоты сооружения $z < 3 \text{ м}$ и типа местности В (городские территории, лесные массивы и другие местности, равномерно покрытые препятствиями высотой более 10 м) коэффициент $k(z_b)$ равен 0,5.

Коэффициент c для цилиндрических конструкций зависит от угла β в плане сооружения, отсчитываемого от плоскости симметрии цилиндра (рис. 3).

Для β от 0 до 30° давление от ветра направлено к поверхности, величина c изменяется от 1 до 0. При β от 30 до 180° коэффициент $c < 0$ (происходит «отток» от поверхности). Величина c зависит от числа Рейнольдса Re (для параметров стелы по формулам из СП 20.13330.2016 – $Re = 3,6 \times 10^4$) и изменяется от $-1,4$ ($\beta = 90^\circ$) до 0 ($\beta = 30^\circ$). При $\beta = 180^\circ$ коэффициент $c = -0,26$.

Учитывая, что боковые составляющие давления уравниваются, а на возможное опрокидывание стелы преимущественно влияют компоненты, действующие вдоль плоскости симметрии, в расчетах рассматриваются только компоненты продольного воздействия, при величине коэффициента $c = 1,26$.

Для вышеприведенных значений по формуле (1) получаем

$$w_m = 0,3 \times 0,5 \times 1,26 = 0,19 \text{ кПа.}$$

¹ СП 20.13330.2016. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07–85. М.: Стандартинформ, 2018; ГОСТ 27751–2014. Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения. М.: Стандартинформ, 2015.

² СП 20.13330.2016. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07–85. М.: Стандартинформ, 2018.

³ СП 131.13330.2012. Строительная климатология. Актуализированная редакция СНиП 23 01–99. М.: Стандартинформ, 2021.

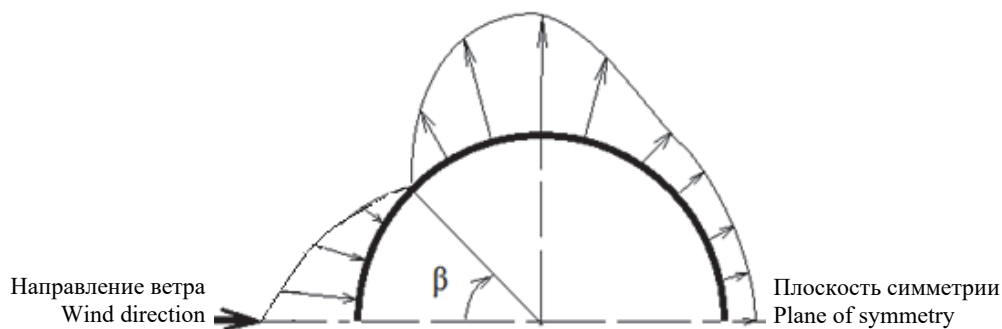


Рис. 3. Распределение аэродинамического коэффициента c по цилиндрической поверхности
Figure 3. Distribution of the aerodynamic coefficient c over the cylindrical surface

Пульсационная w_p составляющая ветровой нагрузки для сооружений, у которых первая частота собственных колебаний f больше предельного значения собственной частоты f_{lim} , вычисляется по формуле

$$w_p = w_m \zeta(z) \nu, \quad (2)$$

где $\zeta(z)$ – коэффициент пульсации давления ветра; ν – коэффициент пространственной корреляции пульсаций давления ветра.

Величина f_{lim} , вычисляется по формуле

$$f_{lim} = \frac{\sqrt{w_0 k(z) \gamma}}{940 T_{g,lim}}, \quad (3)$$

где параметр $T_{g,lim}$ для стальных конструкций равен 0,0077.

Для вышеприведенных значений по формуле (3) получаем

$$f_{lim} = \frac{\sqrt{0,3 \times 0,5 \times 1,4}}{940 \times 0,0077} = 0,06 \text{ Гц.}$$

Согласно первоначальным расчетам, первая частота собственных колебаний стелы $f = 0,87$ Гц больше величины $f_{lim} = 0,06$ Гц, тогда по формуле (2) для параметров стелы и типа местности В – $\zeta(z) = 1,22$, $\nu = 0,89$ (СП 20.13330.2016) получаем

$$w_p = 0,19 \times 1,22 \times 0,89 = 0,2 \text{ кПа.}$$

Таким образом, действующая на стелу основная ветровая нагрузка с учетом рекомендуемого (СП 20.13330.2016) коэффициента надежности $\gamma = 1,4$ равна

$$w = (w_m + w_p) \gamma = 0,55 \text{ кПа.}$$

Площадь наветренной поверхности стелы приблизительно равна 1 м^2 .

Следовательно, сила от ветрового воздействия на стелу оценивается величиной

$$P = wS = 550 \text{ Н.}$$

Для представления об уровне нагружения стелы при данном давлении выполнена оценка скорости ветра для полученного значения давления. Нормальное ветровое давление на препятствие можно определить по формуле [1]

$$P = 0,5\rho V^2, \quad (4)$$

где ρ – плотность воздуха; V – скорость ветра.

Отсюда при $P = 550$ Па, $\rho = 1,2$ кг/м³ скорость ветра равна 30,3 м/с.

Согласно шкале Бофорта, расчетная нагрузка $V = 30,3$ м/с относится к ураганным, приводящим к опустошительным масштабным разрушениям.

Аналитическая оценка состояния стелы при действии внешней статической нагрузки

Заданные в нормах СП 20.13330.2016 требования – постоянная нагрузка от собственного веса, кратковременные нагрузки при установке и обслуживании (подъеме), а также снеговая нагрузка – являются статическими и действуют на стелу в продольном направлении.

Анализ конструкции стелы и способа ее установки показывает, что наибольшие напряжения от собственного веса реализуются в зоне контакта полюса нижней крышки и полусферической подставки. В условиях подъема и перемещения на корпус стелы действует растягивающее усилие от собственного веса.

В области контакта полюса нижней крышки и подставки реализуются сжимающие напряжения обусловленные весом стелы (2797 кг) и возможной снеговой нагрузки (60 кг).

Максимальные напряжения в зоне контакта можно определить по формуле

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{mg}{F}, \quad (5)$$

где m – суммарная масса стелы и снеговой нагрузки; F – площадь поперечного сечения.

Стела опирается на подставку по кольцу вокруг центрального отверстия, площадь контакта можно оценить по формуле

$$F = \pi dh, \quad (6)$$

где d – радиус отверстия; h – ширина опорной площадки.

Анализ геометрии контактной поверхности показал, что ширина опорной площадки составляет не менее $h = 5$ мм, тогда при $d = 50$ мм, $m_{\text{стела}} = 2797$ кг по формулам (5) и (6) получено

$$\sigma = \frac{2797 \times 9,81}{\pi 50 \times 5} = 34,9 \text{ МПа.}$$

С учетом снеговой нагрузки $\sigma = 35,6$ МПа.

Полученное значение напряжений существенно меньше предела текучести подставки и нижней крышки стелы (сталь 20 – $\sigma_T = 245$ МПа). Запас прочности стелы и подставки по пределу текучести равен $K_T = 7$. Следует отметить, что фактически ширина опорной площадки стелы, вероятнее всего, выше принятого значения $h = 5$ мм. Уточненное значение уровня напряжений в стеле и подставке получено в численном расчете.

Корпус стелы и груз транспортируются отдельно. Установка или снятие стелы с подставки проводится с частичной разборкой. Первоначально снимаются переходники и крышка верхняя, затем извлекается груз, далее снимается крышка нижняя. При таком порядке работ уровни нагружения конструктивных деталей стелы от собственного веса незначительны и необходимость расчета отсутствует.

В случае нерегламентированного (аварийного) варианта нагружения при снятии или установке возможен подъем стелы с грузом, а также подъем стелы с грузом с не демонтированным страховочным стальным канатом. В этом случае массивная нижняя часть стелы ($m_{\text{стела}} = 2797$ кг) и закрепленный канат дополнительно нагружают утоненные до $h_{\text{ст}} = 2$ мм цилиндрические стенки переходников и крышки верхней ($d = 890$ мм).

Для оценки уровня напряжений стенок при подъеме стелы с грузом воспользуемся формулой

$$\sigma = \frac{mg}{F} = \frac{2797 \times 9,81}{\pi 890 \times 2} = 4,9 \text{ МПа.}$$

Полученное напряжение более чем в 10 раз ниже предела текучести материала стелы стали 20 ($\sigma_T = 245$ МПа).

При установленном канате с усилием разрыва $P_k = 60\,000$ Н (6000 кг) получаем

$$\sigma = \frac{mg + P_k}{F} = 15,6 \text{ МПа.}$$

Полученное напряжение также более чем в 10 раз ниже предела текучести материала стелы, в данном случае разрыв каната произойдет существенно раньше начала пластического деформирования корпуса стелы. Таким образом, прочность конструкции стелы при установке обеспечивается.

Поверочный расчет.

Численное моделирование состояния стелы под действием внешних нагрузок

Расчеты состояния стелы при действии внешних нагрузок выполнены методом конечных элементов с помощью программы «ЛОГОС-Прочность»⁴ (рис. 4).

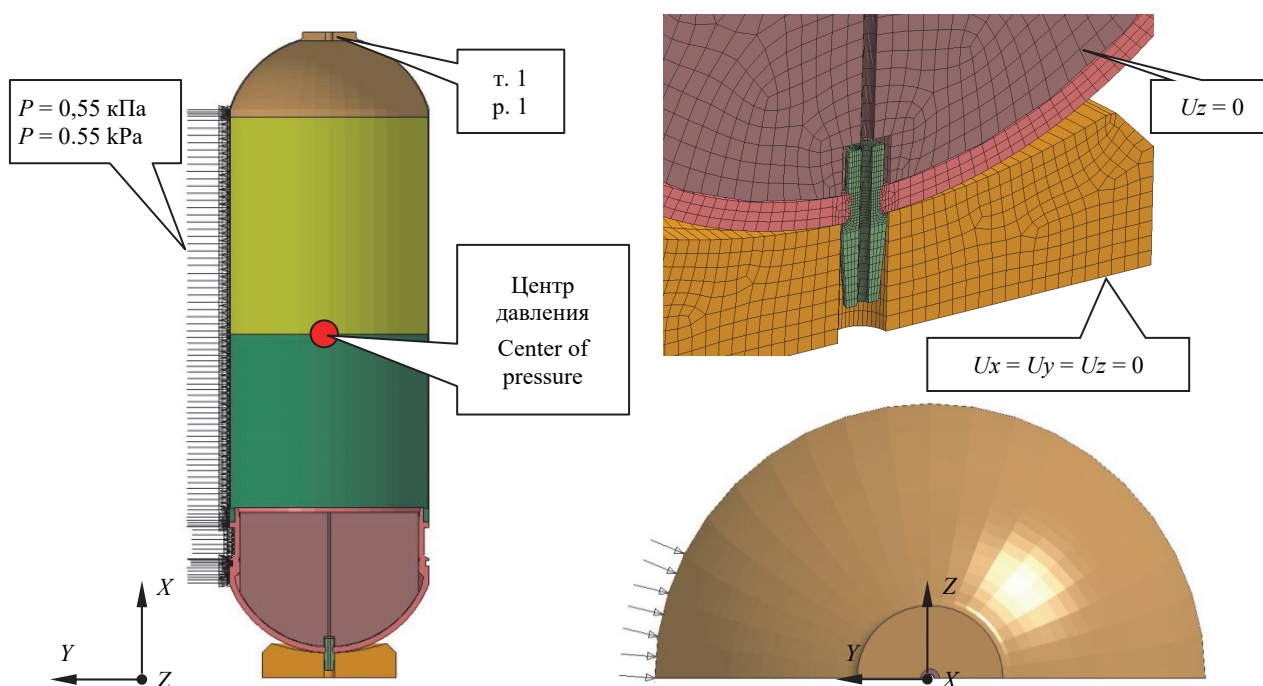


Рис. 4. Расчетная конечно-элементная модель стелы
Figure 4. The finite-element steeple model

Дискретизация деталей конструкции выполнена твердотельными конечными элементами. Конечно-элементная модель содержит 31 240 элементов и 39 800 узлов. Взаимодействие деталей выполнено с помощью контактных элементов. Коэффициент трения между контактирующими деталями принят равным 0,2 (трение сталь по стали). Закрепление модели осуществляется по нижней поверхности подставки (рис. 4). Плоскость симметрии учитывается заданием ограничений по перемещениям узлов ($U_z = 0$).

Расчет проведен в квазистатической постановке нагружением конструкции линейно возрастающим давлением $P = 0,55$ кПа, действующим в поперечном направлении (вдоль оси Y). Равномерно распределенное давление задано по площадке в соответствии с рис. 4: угол $\beta = 30^\circ$, длина зоны приложения нагрузки по цилиндрической части составляет 2120 мм. Площадь приложения ветровой нагрузки около 1 м^2 . В расчете не проводился учет нелинейного (синусоидального) распределения нагрузки, показанного на рис. 3. Это приводит к завышению действующего усилия приблизительно в 1,4 раза, что идет в запас прочности и устойчивости конструкции. Дополнительно в расчете учитывается действие силы тяжести.

⁴ Лицензионное соглашение № 7551-0-96/2019 на использование пакета программ «ЛОГОС» от 23 декабря 2019 г.

На рис. 5 представлено деформированное состояние стелы при действии заданной нормируемой ветровой нагрузки $P = 0,55$ кПа (55 кг). Рисунок показывает, что стела при рассматриваемом воздействии отклоняется на величину 168,2 мм. Угол наклона составляет $\alpha = 3,7^\circ$. Ось не касается внутренней поверхности отверстия подставки, поэтому напряженное состояние конструкции определяется только реализованным пятном контакта между нижней крышкой подставкой.

Максимальные напряжения (рис. 5) в нижней крышке составляют $\sigma_{\text{экв}} = 42$ МПа, запас по пределу текучести $K_T = 5,8$. Напряжения в подставке $\sigma_{\text{экв}} = 28$ МПа, запас прочности $K_T = 8,7$. В остальных конструктивных элементах стелы напряжения не превышают $\sigma_{\text{экв}} = 5$ МПа. Все полученные значения напряжений также не превышают пределов выносливости материалов. Таким образом, подобное нагружение стелы может осуществляться практически неограниченное число (10^8) раз [2].

Для исследования состояния стелы в условиях нерегламентированных воздействий проведен расчет на повышенную нагрузку. Полученные расчетные значения удовлетворительно согласуются с результатами эксперимента (табл. 2)⁵. Отличие не превышает 3 %.

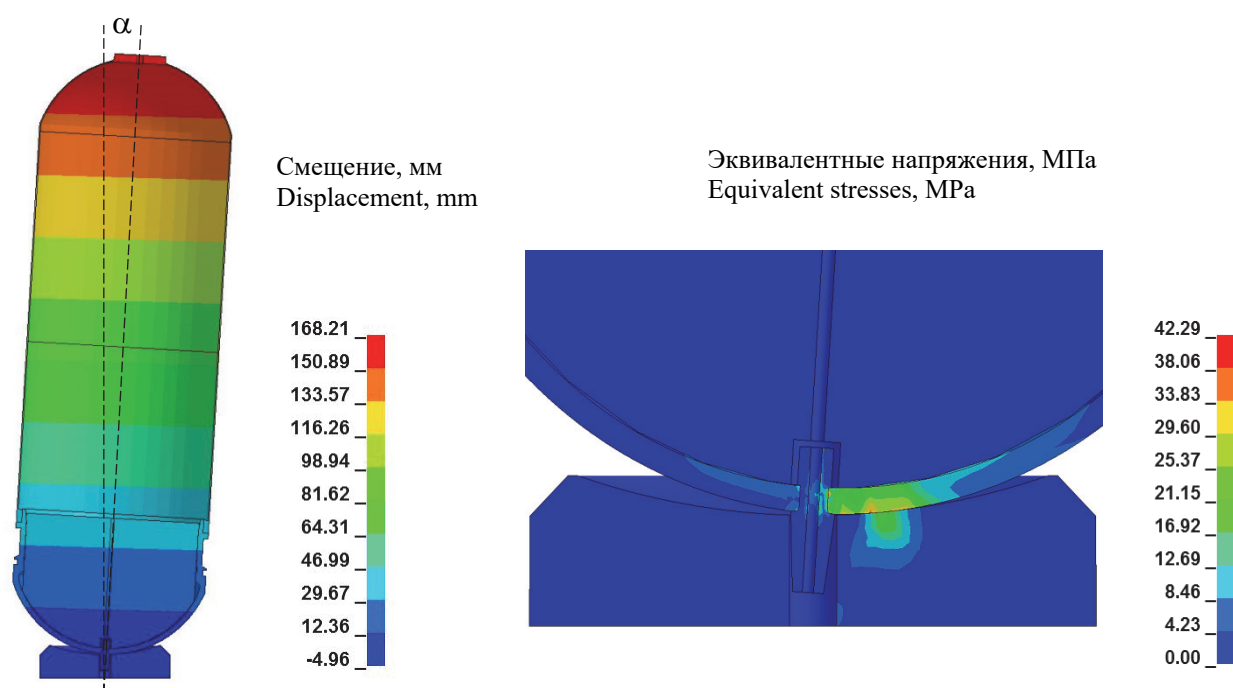


Рис. 5. Напряженно-деформированное состояние стелы
Figure 5. The finite-element stela model

Таблица 2

Результаты расчетов и экспериментов

№	Усилие F , кг	Максимальное перемещение, мм		α , °	После снятия усилия
		Расчетное	Экспериментальное		
1	55	168	170	3,7	Корпус стелы возвращается в исходное вертикальное положение
2	110	254	260	5	Корпус стелы возвращается в исходное вертикальное положение
3	150	300	Измерения не проводились	6,1	Корпус стелы возвращается в исходное вертикальное положение

⁵ О проведении испытаний стелы: протокол РФЯЦ-ВНИИТФ №064-04/298 / рук. А.Г. Юдов, отв. исп. Е.В. Калатуров. Снежинск, 2020. 2 с.

Calculation and experimental results

No	Force F , kg	Maximum displacement, mm		α , °	After force removal
		Calculated	Experimental		
1	55	168	170	3.7	Stele casing returns to its initial vertical position
2	110	254	260	5	Stele casing returns to its initial vertical position
3	150	300	Not measured	6.1	Stele casing returns to its initial vertical position

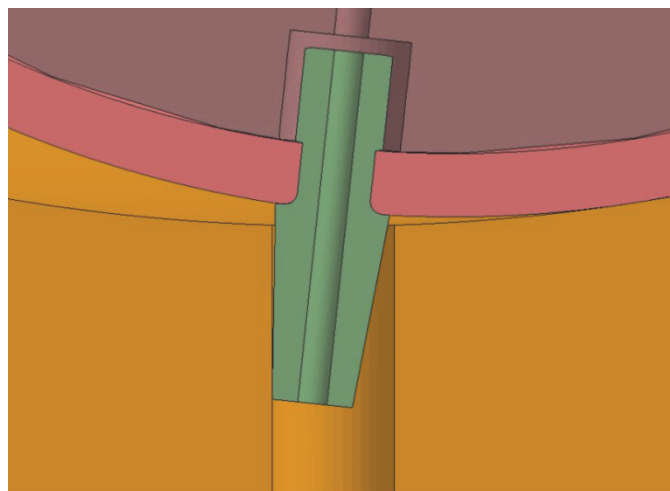


Рис. 6. Замыкание оси при действии нагрузки $P = 115$ кг
Figure 6. Pivot closure under load $P = 115$ kg

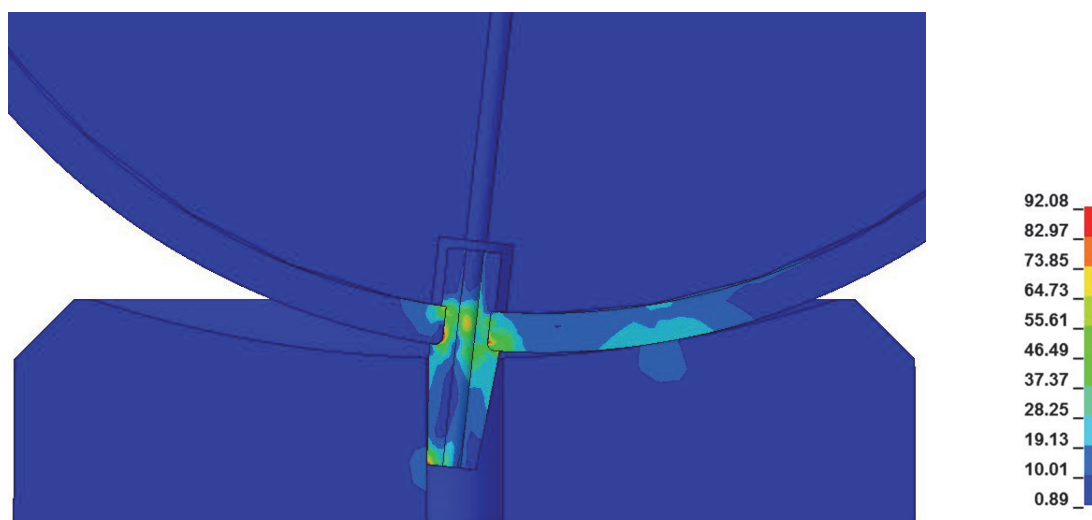


Рис. 7. Напряженное состояние конструкции при действии тройной нагрузки, МПа
Figure 7. Stress structural state under the triple load, MPa

Необходимо отметить, что при действии усилия ≈ 115 кг происходит выбор зазора между осью и внутренней поверхностью отверстия подставки (рис. 6). На рис. 7 приведено распределение эквивалентных напряжений при действии тройной нагрузки (усилие 165 кг), максимальные напряжения в нижней крышке стелы составляют $\sigma_{\text{экв}} = 87$ МПа (коэффициент запаса $K_T = 2,8$), в оси – $\sigma_{\text{экв}} = 92$ МПа ($K_T = 8,5$).

Для оценки предельного состояния проведены расчеты на увеличенную нагрузку. На рис. 8 приведен график изменения перемещений т. 1 в зависимости от внешней нагрузки. Анализ рис. 13 показывает, что до нагрузки ≈ 115 кг стела свободно перемещается (сфера по сфере), от 115 до 820 кг повороту стелы

мешает ось (ось взаимодействует с подставкой), при действии нагрузки более 820 кг ось перестает контактировать с подставкой и происходит опрокидывание стелы. Запас по опрокидыванию равен $K_{уст} \approx 15$. Смещение верхней точки т. 1 стелы при этом составляет около 500 мм, угол наклона $\alpha = 10^\circ$. В момент опрокидывания происходит выбор свободного хода стального каната и далее конструкция удерживается за счет его прочности (запас прочности каната по отношению к весу всей стелы составляет $K_b = 2,1$).

Таким образом, результаты расчетов и экспериментов показали, что разработанная конструкция удовлетворяет предъявляемым требованиям. При действии нормативной предельной ветровой нагрузки, возможной на территории Челябинской области ($P = 0,55$ кПа, $V = 30,3$ м/с), прочность и устойчивость стелы сохраняется, что подтверждается результатами эксперимента. Дополнительные исследования показали, что устойчивость конструкции сохраняется при превышении внешнего ветрового воздействия в 15 раз.

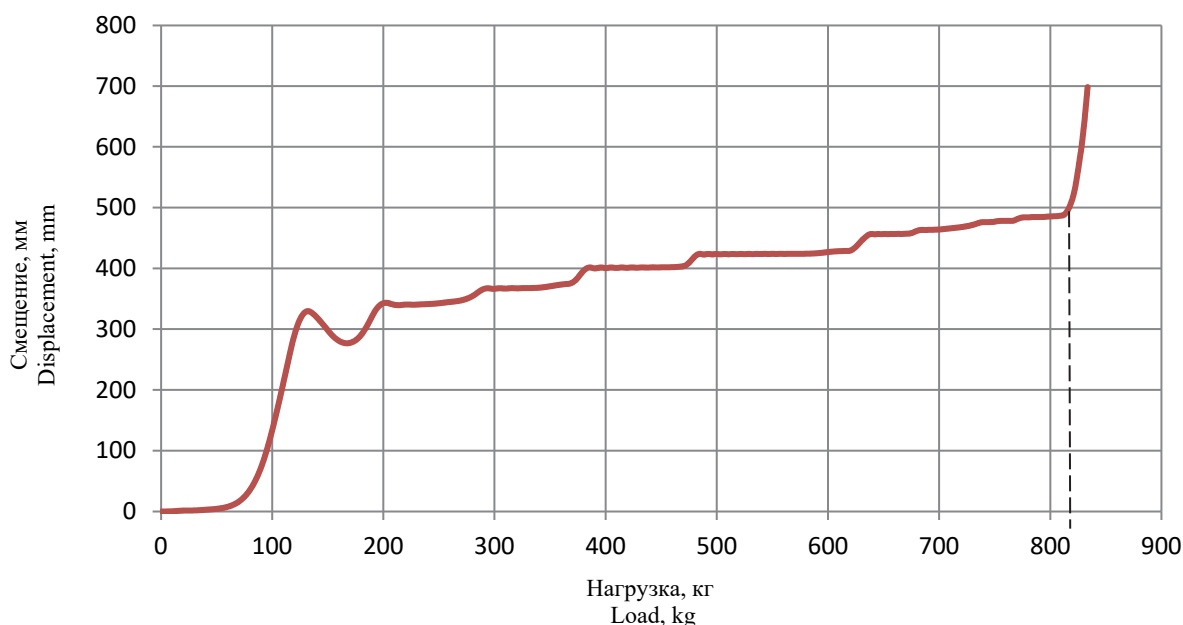


Рис. 8. График перемещений т. 1 стелы от внешней нагрузки
Figure 8. Displacements of the upper stele point under external load

В соответствии с СП 131.13330.2012 расчеты на ветровую нагрузку сооружений проводятся по аналитическим методикам с учетом постоянной и пульсационной составляющей. В качестве нагрузки задается статическое давление, а в определенных случаях (в зависимости от собственной частоты колебаний) в расчетную нагрузку может закладываться коэффициент динамичности, который учитывается при статическом расчете. В предельном случае этот коэффициент составляет $K_{дин} = 3$. Также следует отметить, что подход, изложенный в СНИПах, применяется для неподвижных сооружений. В действительности ветровая нагрузка может быть импульсной, и тогда для получения точной картины состояния «качающейся» стелы требуется проведение динамического исследования.

Применяемый метод конечных элементов позволяет учитывать динамический характер приложения нагрузки. В качестве исходной ветровой нагрузки принят импульс с временем нарастания нагрузки, равным 1 с, выдержкой на заданном значении в течение 1 с и последующим резким спадом. В качестве амплитудного значения задано максимальное статическое давление $P = 0,55$ кПа (55 кг). Необходимо отметить, что подобный импульс по длительности и своему уровню может быть создан человеком при приложении мускульной силы. В расчетах учитывалось усилие от собственного веса стелы.

На рис. 9 приведена полученная расчетная зависимость смещения верхней точки стелы (т. 1) от времени. Максимальное смещение верхней части стелы при приложении принятой импульсной нагрузки составляет 140 мм. Период колебаний $\approx 2,5$ с, частота колебаний $f \approx 0,4$ Гц.

Анализ распределения напряжений (рис. 10) показывает, что при движении нижней поверхности стелы по подставке происходит перераспределение напряжений в зависимости от положения пятна контакта между деталями. Максимальные напряжения $\sigma_{экр} = 136$ МПа реализуются в нижней крышке в мо-

мент начала движения стелы и замыкания по кромке подставки. Полученный уровень напряжения не превышает предела текучести ($\sigma_T = 245$ МПа) и усталости ($\sigma_{-1} = 164$ МПа) материала нижней крышки.

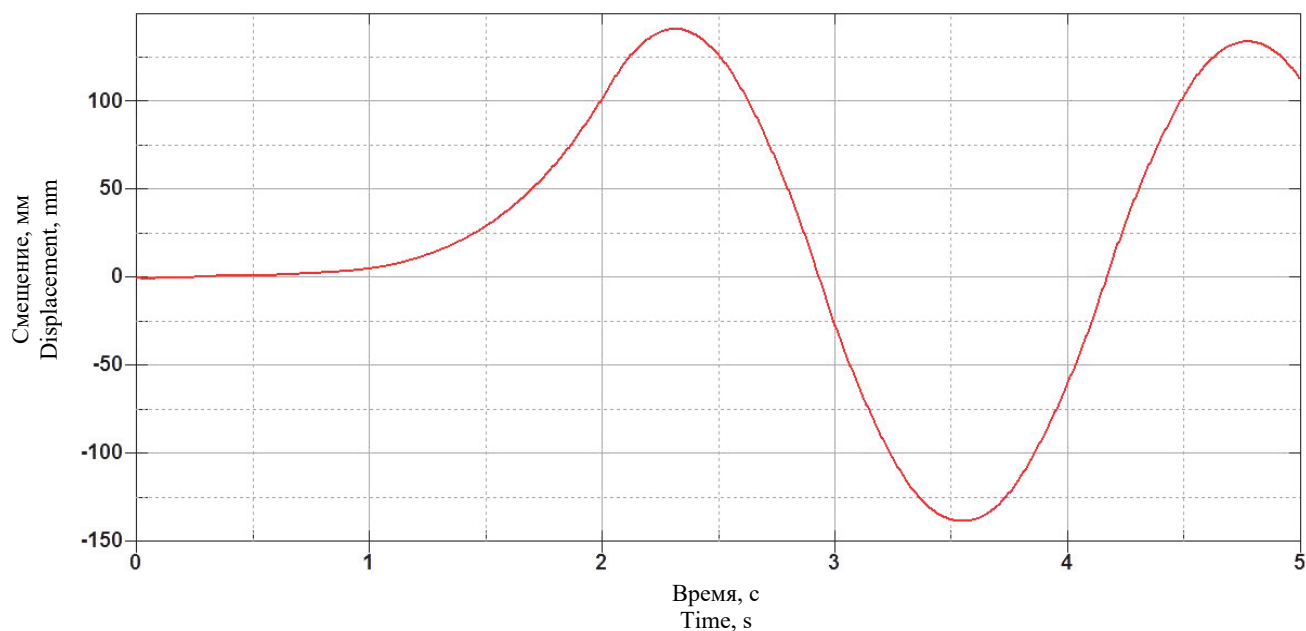


Рис. 9. График изменения смещения т. 1
Figure 9. Diagram of the upper stele point displacement

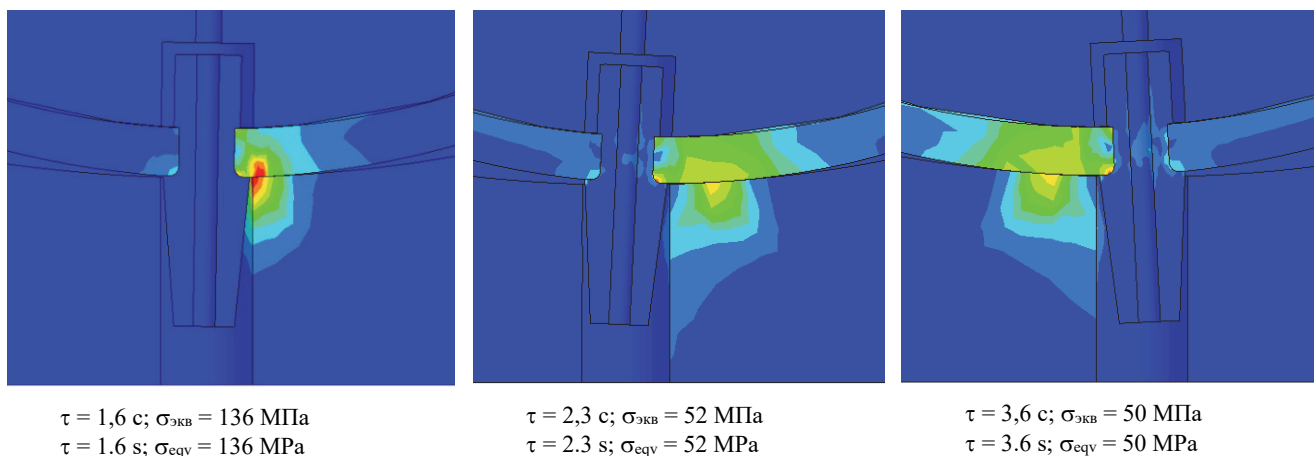


Рис. 10. Напряженное состояние нижней части стелы в области контакта с поставкой в процессе нагружения
Figure 10. Stress state of the bottom stele part in the contact area under loading

Для оценки состояния стелы при повышенном импульсном нагружении выполнялись расчеты на действие нагрузки, увеличенной по амплитуде до 7 раз. Результаты расчетов напряженно-деформированного состояния сведены в табл. 3.

Результаты расчетов показывают, что стела сохраняет свою устойчивость при нагрузке, в 7 раз превышающей заданное исходное значение. Максимальное смещение верхней точки стелы (т. 1) составляет 500 мм, что соответствует углу наклона $\alpha = 10^\circ$. Максимальные пластические деформации оси $\varepsilon = 5,4$ % реализуются в зоне контакта оси и внутренней поверхности отверстия в подставке. Полученное значение не превышает предельного значения $\delta = 10$ % и приведет к местному смятию материала. Пластические деформации в нижней крышке $\varepsilon = 5$ % возникают в зоне сопряжения с осью и не превышают предельного значения ($\delta = 25$ %). Прочность стелы сохраняется.

Таблица 3

Результаты расчетов нагружения конструкции импульсной нагрузкой

Расчетный случай	Внешнее усилие, кг	Сила ветра, м/с	Смещение т. 1, мм	НДС оси	НДС стелы (нижняя крышка)
0,55 кПа	55	30,3	140	40 МПа	136 МПа
1,1 кПа ($K = 2$)	110	42	343	320 МПа	150 МПа
1,65 кПа ($K = 3$)	165	52,4	410	600 МПа	0,8 %
2,75 кПа ($K = 5$)	275	67	470	750 МПа	4 %
3,85 кПа ($K = 7$)	385	80	500	5,4 %	5 %

Table 2

Calculation results of structure pulsed loading

Design case	External force, kg	Wind force, m/s	Displacement p. 1, mm	SSS of pivot	SSS of stele (bottom cap)
0.55 kPa	55	30.3	140	40 MPa	136 MPa
1.1 kPa ($K = 2$)	110	42	343	320 MPa	150 MPa
1.65 kPa ($K = 3$)	165	52.4	410	600 MPa	0.8%
2.75 kPa ($K = 5$)	275	67	470	750 MPa	4%
3.85 kPa ($K = 7$)	385	80	500	5.4%	5%

Дополнительные проектировочные расчетные исследования

Приведенные далее исследования проводились на этапе предварительного (проектировочного) расчетного обоснования стелы. С помощью данных расчетов выявлены зависимости влияния различных факторов на устойчивость и прочность конструкции. Ниже приведены основные направления исследований:

- оценка влияния радиуса сферической поверхности подставки;
- определение запаса по непроскальзыванию и влияние коэффициента трения;
- определение влияния постороннего предмета между стелой и подставкой;
- оценка влияния наклона подставки;
- оценка действия коррозии.

Оценка влияния радиуса сферической поверхности подставки

Для нахождения в состоянии устойчивого равновесия стела установлена на подставку со сферической поверхностью. Для оценки смещения и угла наклона исследовались следующие радиусы: $r_{сф} = 600, 700, 800$ и 1000 мм. В качестве нагрузки задано действие на стелу собственного веса и ветровой импульсной нагрузки. Принятый в расчете коэффициент трения равен $0,2$. Результаты расчетов приведены в табл. 4.

Анализ результатов расчетов показывает, что смещения стелы при радиусе $r_{сф} = 600$ мм практически незаметны. Эффект «качания» стелы реализуется при радиусе подставки от 700 мм. При радиусе подставки более 1000 мм амплитуды колебаний достигают 200 мм, что может привести к снижению уровня безопасности конструкции. По результатам анализа полученных результатов в качестве основного варианта принят радиус $r_{сф} = 800$ мм.

Таблица 4

Расчетная оценка влияния радиуса сферической части подставки

Радиус сферы, мм	Смещение т. 1, мм	Угол, °	Частота колебаний, Гц
600	16,5	0,35	2,2
700	80	1,7	0,55
800	108	2,4	0,42
1000	173	3,8	0,3

Table 4

Estimates of the effect of spherical support radius

Sphere radius, mm	Displacement of p. 1, mm	Angle, °	Rocking frequency, Hz
600	16.5	0.35	2.2
700	80	1.7	0.55
800	108	2.4	0.42
1000	173	3.8	0.3

Определение влияния коэффициента трения

Стела установлена на открытой местности и эксплуатируется в условиях различных внешних природных воздействий. В результате этого возможно изменение коэффициента трения между нижней крышкой и подставкой. Снижение коэффициента трения может привести к проявлению эффекта проскальзывания в данной контактной паре при меньших внешних нагрузках. Для исследования влияния трения проведены расчеты со следующими значениями:

$f = 0,05$ – сталь по стали (трение скольжения со смазкой);

$f = 0,2$ – сталь по стали (без смазки);

$f = 0,5$ – сталь по дереву (для случая засорения контактной поверхности).

Первоначально выполнены расчеты на действие ветровой импульсной нагрузки ($P = 0,55$ кПа) и собственного веса. Анализ результатов показал, что снижение коэффициента трения не оказывает существенного влияния на характер и уровень перемещения стелы.

Далее проводилось исследование влияния коэффициента трения при повышенных нагрузках. В качестве внешнего воздействия задано постоянно возрастающее статическое давление от 0,55 кПа до момента резкого возрастания угла поворота стелы. Результаты расчетов показывают, что при коэффициенте трения $f = 0,05$ проскальзывание стелы относительно подставки происходит при давлении, в 1,8 раза превышающем заданную величину $P = 0,55$ кПа. При коэффициенте $f = 0,2$ проскальзывание реализуется при нагрузке, увеличенной в 5,5 раз. В случае с $f = 0,5$ проскальзывание не реализуется, а при семикратной нагрузке происходит опрокидывание стелы.

Влияние постороннего предмета между стелой и подставкой

Вышеприведенные исследования показали, что конструкция (радиус опоры) и состояние контактной зоны между стелой и подставкой оказывают влияние на амплитуду колебаний и динамику конструкции. Численно рассмотрен случай появления постороннего предмета в зоне контакта: камень, ветка, стальной болт или гайка. В качестве расчетного варианта принята упругая стальная шайба диаметром 20 мм и высотой 5 мм (рис. 11). Расчет выполнен на действие собственного веса и ветровой импульсной нагрузки.

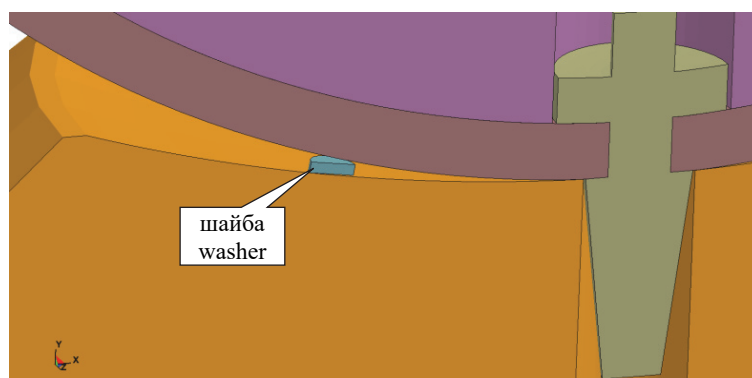


Рис. 11. Расчетная схема
Figure 11. Design scheme

Расчет показал, что из-за взаимодействия стелы с шайбой смещения т. 1 снижаются с 130 до 75 мм. Уровень напряжений в шайбе значительно выше реализованного в корпусы стелы и в подставке, где действующие напряжения не превышают пределов текучести материалов. Прочность нижней крышки и подставки сохраняется.

Для исключения возможности попадания посторонних предметов между нижней крышкой корпуса стелы и подставкой в итоговый вариант конструкции введена защитная «юбка» – кольцо (рис. 2).

Оценка влияния наклона подставки

Стела установлена на железобетонную плиту размером 3×3 м, выполненную с двумя рядами арматурной сетки Ø12 мм в виде решетки с шагом 150 мм, 7 вертикально установленными стальными трубами Ø40×2500 мм и тремя центральными трубами Ø110×2500 мм. Данная плита соответствует требованиям строительных норм и правил и является надежной опорной поверхностью для стелы.

Предположено, что в случае колебаний температур и влажности возможно смещение грунта и появление наклона подставки. Реализация этого случая маловероятна, но для оценки его последствий выполнен расчет устойчивости стелы. В расчетной схеме допущено появление наклона железобетонной плиты на 1° , что эквивалентно подъему одного края подставки на 10 мм.

Результаты расчета показали, что наклон опоры оказывает влияние на уровень смещений стелы. Происходит возрастание перемещений с 130 до 340 мм, при этом реализованные перемещения не приводят к потере устойчивости стелы.

Для полного исключения возникновения подобного случая в конструкцию подставки введена система регулировочных винтов, которая позволяет проводить выравнивание подставки по горизонтальной плоскости.

Оценка действия коррозии

Корпус стелы выполнен из стали 20, которая при нахождении на открытой местности подвержена коррозии. Согласно [3], в условиях влажного воздуха с загрязнениями (например, хлор) глубинный показатель коррозии для углеродистой стали может достигать 0,1 мм/год. Для хромистой стали 40Х, из которой выполнена ось, данный показатель составляет 0,075 мм/год. Таким образом, за 10 лет толщина нижней крышки стелы может снизиться с 26 до 25 мм. Толщина оси с 49 до 48,25 мм. Данные показатели практически не выходят за пределы допусков изготовления.

Анализ расчетных результатов НДС (рис. 6, 8, 11) показывает, что подобное снижение толщины не оказывает влияния на прочность конструкции. Реализованные в расчетах напряжения, деформации нижней крышки и оси являются поверхностными и не распространяются на всю толщину деталей.

Следует также отметить, что приведенные уровни коррозионного уменьшения толщины являются предельными и не учитывают покрытие стелы специальной грунтовкой и краской по автомобильной технологии.

Можно сделать вывод, что влияние коррозии на прочность стелы является незначительным. При проведении периодических регламентных работ в соответствии с конструкторской документацией будет выполняться осмотр конструктивных элементов стелы и измерение их толщины в случае появления очагов коррозии.

Заключение

Рассмотрена конструкция АХК «Стела КБ-1». Приведены основные технические решения, направленные на сохранение устойчивости и прочности стелы в условиях внешних нагрузок.

По результатам поверочных расчетов и экспериментов определено следующее:

- в условиях действия внешних боковых нагрузок стела имеет устойчивое положение, при отклонении стелы реализуются колебания по типу неваляшки с возвратом в исходное состояние;
- коэффициент запаса по устойчивости к предельной ветровой нагрузке равен $K = 15$;
- при действии импульсной нагрузки максимальное отклонение верхней части стелы может достигать 140 мм, коэффициент запаса устойчивости по амплитуде импульсной нагрузки составляет не менее 7;
- возникающие при действии предельной ветровой нагрузки колебания стелы допустимы неограниченное число раз.

На основании выполненных исследований показано, что в условиях наиболее интенсивных климатических воздействий разработанная конструкция обеспечивает надежность и безопасность эксплуатации в соответствии с требованиями действующих строительных норм и правил.

Список литературы

1. Савицкий Г.А. Ветровая нагрузка на сооружения. М.: Стройиздат, 1972. 100 с.
2. Трошенко В.Т., Сосновский Л.А. Сопротивление усталости металлов и сплавов: справочник: в 2 ч. Ч. 1. Киев: Наукова думка, 1987. 347 с.
3. Дятлова В.Н. Коррозионная стойкость металлов и сплавов: справочник. М.: Машиностроение, 1964. 349 с.

References

1. Savitsky G.A. *Wind load on constructions*. Moscow: Stroyizdat Publ.; 1972. (In Russ.)
2. Troshenko V.Y., Sosnovsky L.A. *Fatigue resistance of metals and alloys: reference book* (part 1). Kiev: Naukova Dumka Publ.; 1987. (In Russ.)
3. Dyatlova V.N. *Corrosion resistance of metals and alloys: reference book*. Moscow: Mashinostroeniye Publ.; 1964. (In Russ.)