

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА ИНЖЕНЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ

2021 Том 17 № 2

DOI 10.22363/1815-5235-2021-17-2

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (открытый доступ)

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал
Издается с 2005 г.

Свидетельство о регистрации СМИ ПИ № ФС 77-19706 от 13 апреля 2005 г.

выдано Федеральной службой по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране наследия

Учредитель: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»

ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online)

Периодичность: 6 выпусков в год.

Языки: русский, английский.

Журнал индексируют: РИНЦ, RSCI, Cyberleninka, DOAJ, EBSCOhost, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, Dimensions.

Включен в Перечень ведущих научных журналов и изданий ВАК при Минобрнауки России по группе научных специальностей 05.23.01 – Строительные конструкции, здания и сооружения, 05.23.02 – Основания и фундаменты, подземные сооружения, 05.23.17 – Строительная механика.

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал «*Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*» знакомит читателей с достижениями отечественных и зарубежных ученых в области геометрии пространственных конструкций, сопротивления материалов, строительной механики, теории упругости и расчета строительных и машиностроительных конструкций, освещает вопросы научно-технического прогресса в строительстве и машиностроении, публикует аналитические обзоры по теме журнала.

Сайт журнала содержит полную информацию о журнале, его редакционной политике и этических принципах, требования к подготовке и условия публикации статей, а также полные выпуски журнала с 2008 г. (в рамках политики свободного доступа).

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Рычкова М.И., канд. техн. наук, РУДН, Москва, Россия

ЗАМЕСТИТЕЛИ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

Ерофеев В.Т., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., МГУ им. Н.П. Огарева, Саранск, Россия

Евкин А., д-р техн. наук, проф., независимый исследователь, Торонто, Канада

ИСПОЛНИТЕЛЬНЫЙ РЕДАКТОР

Мамиева И.А., РУДН, Москва, Россия

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ:

Аганов В.П., д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Адреев В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Баженков В.А., акад. НАПН, д-р техн. наук, проф., КНУСА, Киев, Украина

Ванин В.В., д-р техн. наук, проф., КПИ им. Игоря Сикорского, Киев, Украина

Варум У., д-р философии, проф., Университет Порту, Порту, Португалия

Войццкий З., проф., Вроцлавский научно-технический университет, Вроцлав, Польша

Зверев Е.М., д-р техн. наук, проф., ИПМ РАН, Москва, Россия

Иванов С.П., д-р техн. наук, проф., ПГТУ (ВолгаТех), Йошкар-Ола, Россия

Карпенко Н.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИИСФ РААСН, Москва, Россия

Какоби С., д-р философии, проф., Технологический университет ПЕТРОНАС, Перак, Малайзия

Колчунов В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ЮЗГУ, Курск, Россия

Красич Соня., канд. техн. наук, Нишский университет, Ниш, Сербия

Лисичкин С.Е., д-р техн. наук, ООО «ИЦСКТЭ», Москва, Россия

Ляхович Л.С., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ТГАСУ, Томск, Россия

Магуле Ф., проф., Высшая инженерная школа «Централь Стопелек», Университет Париж-Сакли, Париж, Франция

Мендонка П., д-р философии, Архитектурная школа, Университет Минью, Брага, Португалия

Санжаровский Р.С., д-р техн. наук, проф., ЕНУ им. Гумилева, Астана, Казахстан

Сантос Р., исследователь, Национальная лаборатория строительной техники, Лиссабон, Португалия

Травуш В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ЭНПИ, Москва, Россия

Якупов Н.М., чл.-корр. РИА, д-р техн. наук, проф., ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

СОДЕРЖАНИЕ

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

- Коренева Е.Б.* Метод компенсирующих нагрузок для решения задач о циклически симметричном изгибе анизотропных пластин, контактирующих с упругим основанием 99
- Мусаев В.К.* Математическое моделирование волн напряжений при сосредоточенном вертикальном воздействии в виде треугольного импульса: задача Лэмба 112
- Зимнюков В.А., Зборовская М.И.* Совместная работа ячеистой конструкции как системы «каркас – грунт засыпки – основание» 121
- Pechorskaya S.A., Galishnikova V.V., Gebreslassie S.B., Damir H.Y.* Structural analysis of high-rise building using ETABS and RSA software (Расчеты несущего каркаса высотного здания в программных комплексах ETABS и RSA) 133
- Марутян А.С.* Оптимизация швеллерных и двутавровых гнutoза-мкнутых профилей с трубчатыми полками из листового проката разных толщин 140

ТЕОРИЯ ТОНКИХ УПРУГИХ ОБОЛОЧЕК

- Krivoshapko S.N., Shambina S.L.* The pendulum type surfaces with congruent cross sections (Поверхности конгруэнтных сечений маятникового типа) 165

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

- Голиков А.В., Веремеев Д.В.* Области рациональной работы стальных прокатных балок, закрепленных от потери устойчивости 175

СЕЙСМОСТОЙКОСТЬ СООРУЖЕНИЙ

- Dereje L.S., Dabi G.M., Baza T.T., Rynkovskaya M.I.* Seismic retrofitting of buildings using Building Information Modeling (Сейсмическое переоснащение зданий с использованием информационного моделирования зданий) 188

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

- Кузьмин Д.А., Верташенов М.В.* Вероятность существования дефектов, приводящих к разрушению сосуда давления без возникновения течи 199

Редактор Ю.А. Занкина

Дизайн обложки: Ю.Н. Ефремова

Компьютерная верстка: Ю.А. Занкина

Адрес редакции:

Российский университет дружбы народов

Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; тел./факс: +7 (495) 955-08-28; e-mail: stmj@rudn.ru; i_mamieva@mail.ru

Подписано в печать 14.07.2021. Выход в свет 19.07.2021. Формат 60×84/8.

Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 13,95. Тираж 250 экз. Заказ № 209. Цена свободная.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»

Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

Отпечатано в типографии ИПК РУДН

Российская Федерация, 115419, Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

© Российский университет дружбы народов, 2021

© Чибезкова Т.С., фото на обложке

(Отель «Марина Бэй Эндс», Сингапур), 2021

STRUCTURAL MECHANICS OF ENGINEERING CONSTRUCTIONS AND BUILDINGS

2021 VOLUME 17 No. 2

DOI 10.22363/1815-5235-2021-17-2

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (Open Access)

Founded in 2005

by Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)

ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online)

Published 6 times a year.

Languages: Russian, English.

Indexed by RSCI, Russian Index of Science Citation, Cyberleninka, DOAJ, EBSCOhost, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, Dimensions.

The journal has been included in the list of the leading review journals and editions of the Highest Certification Committee of Ministry of Education and Science of Russian Federation in which the basic results of PhD and Doctoral Theses are to be published.

Review-and-analytic and scientific-and-technical peer-reviewed journal "Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings" shows the readers round the achievements of Russian and foreign scientists in the area of geometry of spatial structures, strength of materials, structural mechanics, theory of elasticity and analysis of building and machine-building structures, illumines the problems of scientific-and-technic progress in building and machine-building, publishes analytic reviews on the aims and scope of the journal.

The journal website contains full information about the journal, editorial policy and ethics, requirements for the preparation and publication of the articles, etc., as well as full-text issues of the journal since 2008 (Open Access).

EDITORIAL BOARD

EDITOR-IN-CHIEF

Marina I. Rynkovskaya, PhD of Technical Science, RUDN University, Moscow, Russia

ASSISTANT EDITORS-IN-CHIEF

Vladimir T. Erofeev, member of the RAACS, DSc, Professor, Ogarev Mordovia State University, Saransk, Russia

Alex Yevkin, DSc, Professor, independent scientist, Toronto, Canada

MANAGING EDITOR

Iraida A. Mamieva, RUDN University, Moscow, Russia

MEMBERS OF EDITORIAL BOARD:

Vladimir P. Agapov, DSc, Professor, NRU MGSU, Moscow, Russia

Vladimir I. Andreev, chairman, member of the RAACS, DSc, Professor, NRU MGSU, Moscow, Russia

Viktor A. Bazhenov, member of the NAES of Ukraine, DSc, Professor, KNUCA, Kiev, Ukraine

Sergey P. Ivanov, DSc, Professor, VSUT (Volga Tech), Yoshkar-Ola, Russia

Saeid Kakooei, PhD, senior lecturer, Universiti Teknologi PETRONAS, Seri Iskandar, Malaysia

Nikolay I. Karpenko, member of the RAACS, DSc, Professor, NISF RAACS, Moscow, Russia

Vitaliy I. Kolchunov, member of the RAACS, DSc, Professor, SWSU, Kursk, Russia

Sonja Krasic, PhD of Technical Science, University of Nis, Nis, Serbia

Sergey E. Lisichkin, DSc, Scientific Research Institute of Energy Structures, Moscow, Russia

Leonid S. Lyakhovich, member of the RAACS, DSc, Professor, TSUAB, Tomsk, Russia

Fredéric Magoulès, DSc, Professor, Centrale Supélec, Université Paris-Saclay, Paris, France

Paulo Mendonca, Associate Professor, Architecture School, University of Minho, Braga, Portugal

Rudolf S. Sanjarovsky, DSc, Professor, L.N. Gumilyov ENU, Astana, Kazakhstan

Ricardo Santos, PhD in Civil Engineering, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisbon, Portugal

Vladimir I. Travush, member of the RAACS, DSc, Professor, ENPI, Moscow, Russia

Vladimir V. Vanin, DSc, Professor, NTUU KPI, Kiev, Ukraine

Humberto Varum, Full Professor, University of Porto, Porto, Portugal

Zbigniew Wójcicki, Professor, Wrocław University of Science and Technology, Wrocław, Poland

Nukh M. Yakupov, corresponding member of the Russian Academy of Engineering, DSc, Professor, IME of FIC KazanSC of RAS, Russia

Evgeniy M. Zveryaev, DSc, Professor, KIAM RAS, Moscow, Russia

CONTENTS

ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

- Koreneva E.B.* The method of compensating loads for solving of problems of cyclic symmetrical flexure of anisotropic plates, resting on an elastic subgrade 99
- Musayev V.K.* Mathematical modeling of stress waves under concentrated vertical action in the form of a triangular pulse: Lamb's problem 112
- Zimnyukov V.A., Zborovskaya M.I.* Joint operation of the cellular structure as a system "frame – filling ground – base" 121
- Pechorskaya S.A., Galishnikova V.V., Gebresslassie S.B., Damir H.Y.* Structural analysis of high-rise building using ETABS and RSA software 133
- Marutyan A.S.* Optimization of channels and I-shaped bended closed profiles with tubular shelves from sheets of different thicknesses 140

THEORY OF THIN ELASTIC SHELLS

- Krivoshapko S.N., Shambina S.L.* The pendulum type surfaces with congruent cross sections 165

THEORY OF ELASTICITY

- Golikov A.V., Veremeev D.V.* Areas of rational operation of steel rolling beams secured against curvatures 175

SEISMIC RESISTANCE

- Dereje L.S., Dabi G.M., Baza T.T., Rynkovskaya M.I.* Seismic retrofitting of buildings using Building Information Modeling 188

EXPERIMENTAL RESEARCHES

- Kuzmin D.A., Vertashenok M.V.* The probability of the existence of defects that lead to the destruction of the pressure vessel without leak 199

Copy Editor Iu.A. Zaikina
Graphic Designer Iu.N. Efremova
Layout Designer Iu.A. Zaikina

Address of the Editorial Board:

Peoples' Friendship University of Russia
6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; tel./fax: +7 (495) 955-08-28; e-mail: stmj@rudn.ru; i_mamieva@mail.ru

Printing run 250 copies. Open price

Peoples' Friendship University of Russia
6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation

Printed at Publishing House of RUDN University
3 Ordzhonikidze St, Moscow, 115419, Russian Federation

© Peoples' Friendship University of Russia, 2021
© Chibezkova T.S., photo on the cover of the journal
(Marina Bay Sands Hotel, Singapore), 2021

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

DOI 10.22363/1815-5235-2021-17-2-99-111
УДК 624.073

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Метод компенсирующих нагрузок для решения задач о циклически симметричном изгибе анизотропных пластин, контактирующих с упругим основанием

Е.Б. Коренева

*Московское высшее общевойсковое командное орденов Ленина и Октябрьской Революции Краснознаменное училище, Российской Федерация, 109380, Москва, ул. Головачева, д. 2
elena.koreneva2010@yandex.ru*

История статьи

Поступила в редакцию: 30 августа 2020 г.
Доработана: 3 февраля 2021 г.
Принята к публикации: 10 марта 2021 г.

Для цитирования

Коренева Е.Б. Метод компенсирующих нагрузок для решения задач о циклически симметричном изгибе анизотропных пластин, контактирующих с упругим основанием // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений.* 2021. Т. 17. № 2. С. 99–111. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-2-99-111>

Аннотация. Цель исследования – построение точных аналитических решений задач статики анизотропных пластин, находящихся под действием циклически симметричных воздействий и лежащих на упругом основании. Для решения поставленных в работе задач используется метод компенсирующих нагрузок, определяются основное и компенсирующие решения. Для нахождения решений используется новый прием, связанный с применением уравнения Нильсена. С помощью метода компенсирующих нагрузок впервые получены точные аналитические решения для задач об анизотропных пластинах, очерченных круговым контуром, лежащих на упругом основании при различных условиях опирания и при действии циклически симметричных нагрузок, распределенных вдоль окружности и по площади кольца. Также рассматривается задача о расчете неограниченной пластины, лежащей на упругом основании и имеющей круговое отверстие. Решения получены в замкнутом виде и выражены в функциях Бесселя.

Ключевые слова: анизотропные пластины, метод компенсирующих нагрузок, упругое основание, функции Бесселя

The method of compensating loads for solving of problems of cyclic symmetrical flexure of anisotropic plates, resting on an elastic subgrade

Elena V. Koreneva

*Moscow Higher Combined Arms Military Command School Holding the Order of Lenin, the Order of the October Revolution and the Order of the Red Banner, 2 Golovacheva St, Moscow, 109380, Russian Federation
elena.koreneva2010@yandex.ru*

Article history

Received: August 30, 2020
Revised: February 3, 2021
Accepted: March 10, 2021

Abstract. The purpose of the study – receiving of exact analytical solutions of statics problems of anisotropic plates, resting on an elastic subgrade and subjected to an action of cyclic symmetrical loads. The method of compensating loads is used for solving of the formulated problems. The basic and the compensating

Коренева Елена Борисовна, профессор кафедры общетехнических дисциплин, доктор технических наук; eLIBRARY SPIN-код: 8804-7930, Scopus Author ID: 6507213365.

Elena V. Koreneva, Professor of the Department of General Engineering Disciplines, Doctor of Technical Sciences; eLIBRARY SPIN-code: 8804-7930, Scopus Author ID: 6507213365.

© Коренева Е.Б., 2021



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

For citation

Koreneva E.B. The method of compensating loads for solving of problems of cyclic symmetrical flexure of anisotropic plates, resting on an elastic subgrade. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2021;17(2):99–111. (In Russ.) <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-2-99-111>

solutions are determined. The new approach, connected with the use of Nielsen's equation for receiving of the solutions, is applied. For the first time by means of the method of compensating loads the exact analytical solutions of the cycle symmetric flexure of anisotropic circular plates, resting on the elastic subgrade, are received. Various boundary conditions and the loads, distributed along circumferences and over ring surfaces, are considered. The problem of anisotropic infinite plate with the circular opening, resting on the elastic subgrade, is also examined. All the solutions are obtained in the closed form and expressed in terms of Bessel functions.

Keywords: anisotropic plates, method of compensating loads, elastic subgrade, Bessel functions

Введение

Пластины постоянной и переменной толщины, а также оболочки вращения находят широкое применение в различных областях: в строительной технике, машиностроении, авиастроении. В частности, фундаментные плиты и междуэтажные перекрытия сооружений, имеющих в плане круговую форму, представляют собой круглую или кольцевую плиту переменной или постоянной толщины. Среди подобных сооружений следует назвать телевизионные и водонапорные башни, дымовые трубы, цилиндрические резервуары. Подобные задачи возникают в машиностроении при расчете турбинных дисков, лопастей турбомашин, дисковых пружин.

При защите сооружений от нежелательного уровня вибраций употребляются тарельчатые виброизоляторы, основными конструктивными элементами являются круглые, а иногда и прямоугольные пластины переменной толщины и их системы.

Этим вопросам посвящена весьма обширная литература. Назовем, в частности, монографии [1] и [2], в которых отражены многие вопросы теории пластин и оболочек. В [3] рассматривается широкий круг вопросов расчета ортотропных и изотропных пластин различных очертаний при действии сложных нагрузок, применяются точные аналитические методы.

В настоящее время существуют мощные программные комплексы, позволяющие изучать работу подобных конструкций. Широко используются численные методы, в частности метод конечных элементов.

В [4] исследуются вопросы потери устойчивости ортотропных пластин с различными граничными условиями. В [5] изучаются колебания слоистых пластин, в [6] – вопросы вибрации изотропных и ортотропных прямоугольных пластин линейно-переменной толщины.

С помощью численного метода в [7] производится оценка экспериментальных исследований вопросов устойчивости пологих конических оболочек, находящихся под действием внешнего давления.

В [8] рассматриваются свободные колебания лопасти переменной толщины при произвольных граничных условиях. Статья [9] посвящена расчету прямоугольной пластины под действием термомеханической нагрузки. С помощью метода конечных элементов в [10] производится оценка работы лопасти ветровой турбины. Оболочки из наноматериала изучаются в [11]. Вибрации слоистых пластин – в [12].

С помощью приближенного аналитического метода декомпозиции уравнений в [13] исследуются некоторые задачи статики, колебаний и устойчивости тонкостенных конструкций. Точные аналитические решения задач расчета комбинированных пластин кусочно-переменной толщины получены в [14].

Однако многие задачи статики и колебаний анизотропных пластин еще не рассмотрены. В настоящей работе изучается весьма актуальная проблема расчета анизотропных круглых пластин, контактирующих с упругим основанием при действии на них циклически симметричных нагрузок. Для решения поставленной задачи используется метод компенсирующих нагрузок (МКН); строится основное решение, удовлетворяющее разрешающему дифференциальному уравнению, и компенсирующее решение, которое в сумме с основным решением удовлетворяет также граничным условиям. Изучается действие разрывных нагрузок и различные условия закрепления. Получено решение задачи об анизотропной неограниченной пластине с круговым отверстием.

Разрешающее дифференциальное уравнение задачи о круглой пластине из анизотропного материала, в отличие от случая изотропной пластины, не распадается на два взаимно сопряженных дифференциальных уравнения второго порядка, каждое из которых интегрируется в функциях Бесселя. Ниже используется другой прием, связанный с получением решения в цилиндрических функциях. Вводится в рассмотрение уравнение Нильсена, позволяющее получить интеграл определенного дифференциального уравнения четвертого порядка в цилиндрических функциях.

Постановка задачи

Рассмотрим задачу о циклически симметричном изгибе круглой анизотропной пластины, лежащей на упругом основании. В этом случае деформации в пластине изменяются по законам $\cos k \theta$ или $\sin k \theta$, ($k = 2, 3, \dots$). Подобный изгиб вызывается самоуравновешенной контурной и поверхностной нагрузкой вида

$$Q(\theta) = Q_k \cos k \theta, M(\theta) = M_k \cos k \theta, \quad (1)$$

$$q(r, \theta) = q_1(r) \cos k \theta, (k = 2, 3, 4, \dots), \quad (2)$$

где $Q(\theta)$ и $M(\theta)$ – интенсивность контурной поперечной силы и контурного изгибающего момента; $q(r, \theta)$ – интенсивность распределенных по поверхности поперечных сил; Q_k, M_k – постоянные величины; $q_1(r)$ – функция только переменной r .

Циклически симметричный изгиб может возникнуть, когда на фундаментную плиту нагрузка сверху передается через равноотстоящие опоры.

Приведем дифференциальное уравнение, описывающее циклически симметричную деформацию круглой анизотропной пластины, лежащей на упругом основании, свойства которого описываются моделью Винклера. Положим, что материал пластины обладает цилиндрической анизотропией и является ортотропным. При внешней нагрузке, определяемой выражением (2), имеем [3]

$$D \left\{ \frac{\partial^4 W}{\partial r^4} + \frac{2}{r} \frac{\partial^3 W}{\partial r^3} - \frac{n^2}{r^2} \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{n^2}{r^3} \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{2(c_1 + \sigma)}{r^2} \frac{\partial^4 W}{\partial r^2 \partial \theta^2} - \frac{2(c_1 + \sigma)}{r^3} \frac{\partial^3 W}{\partial r \partial \theta^2} + \frac{2(c_1 + \sigma + n^2)}{r^4} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} + \frac{n^2}{r^4} \frac{\partial^4 W}{\partial \theta^4} \right\} + k_1 W = q(r, \theta), \quad (3)$$

здесь D – цилиндрическая жесткость; σ – коэффициент Пуассона; k_1 – коэффициент постели; параметр $n^2 = n_1 n_2$ определяется из соотношений [3], [15].

$$E_r = \frac{E}{n_2}, E_\theta = E n_2, \sigma_r = \frac{\sigma}{n_2}, \sigma_\theta = \sigma; \quad (4)$$

$$c_1 = 2(n^2 - \sigma^2) G_{r\theta} / E n_2.$$

Будем разыскивать решение однородного уравнения, соответствующего (3), в виде

$$W(r, \theta) = w(r) \cos k \theta. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (3) и приводя подобные члены, получим

$$D n_2 \left(\frac{d^4 w}{dr^4} + \frac{2}{r} \frac{d^3 w}{dr^3} - \frac{n^2 + 2(c_1 + \sigma)k^2}{r^2} \frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{n^2 + 2(c_1 + \sigma)k^2}{r^3} \frac{dw}{dr} + \frac{n^2 k^4 - 2(c_1 + \sigma + n^2)k^2}{r^4} w \right) + k_1 w = 0. \quad (6)$$

В результате ряда преобразований получим следующее разрешающее уравнение:

$$r^4 \frac{d^4 w}{dr^4} + 2r^3 \frac{d^3 w}{dr^3} - (n^2 + 2(c_1 + \sigma)k^2) \times r^2 \frac{d^2 w}{dr^2} + (n^2 + 2(c_1 + \sigma)k^2)r \frac{dw}{dr} + k^2(n^2 k^2 - 2(c_1 + \sigma + n^2))w + \frac{k_1 r^4}{D n_2} w = 0. \quad (7)$$

Приведем выражения для изгибающих и крутящих моментов, а также поперечных сил для круглой ортотропной пластины [16]:

$$M_r = -D n_2 \left(\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \sigma \left(\frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} \right) \right), \quad (8)$$

$$M_{\theta} = -Dn_2 \left(\sigma \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + n^2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} \right) \right), \quad (9)$$

$$M_{r\theta} = M_{\theta r} = -Dn_2 c * \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} \right), \quad (10)$$

$$Q_r = -n_2 \left[D \left[\frac{\partial^3 W}{\partial r^3} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} - \frac{n^2}{r^2} \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{(\sigma+c*)}{r^2} \frac{\partial^3 W}{\partial r \partial \theta^2} - \frac{\sigma+c*+n^2}{r^3} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} \right] + \frac{dD}{dr} \left[r \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \sigma \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{\sigma}{r} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} \right] \right], \quad (11)$$

$$Q_{\theta} = -Dn_2 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[(c * + \sigma) \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{n^2}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} + \frac{n^2}{r^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} \right] - \frac{\partial D}{\partial r} n_2 c * \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} \right), \quad (12)$$

где $c * = c_1 n_2$.

Определим решение дифференциального уравнения (7). Как было указано выше, в отличие от случаев, рассмотренных ранее в литературе, для решения задач о пластинах, сделанных из изотропного материала и лежащих на упругом винклеровском основании при действии неосесимметричных нагрузок [9], разрешающее уравнение не распадается на два сопряженных уравнения второго порядка, каждое из которых интегрируется в функциях Бесселя. В работе используется новый прием: коэффициенты разрешающего дифференциального уравнения (7) будем сопоставлять с коэффициентами уравнения Нильсена, которое имеет вид [16; 17]

$$r^4 \frac{d^4 w}{dr^4} + A_3 r^3 \frac{d^3 w}{dr^3} + A_2 r^2 \frac{d^2 w}{dr^2} + A_1 r \frac{dw}{dr} + A_0 w = 0, \quad (13)$$

здесь

$$A_3 = 6 - 4a - 4c,$$

$$A_2 = 2(a^2 - \mu^2 c^2) + 4(a + c - 1)^2 + 4(a - 1) \times (c - 1) - 1,$$

$$A_1 = [2(\mu^2 c^2 - a^2) - (2a - 1)(2c - 1)](2a + 2c - 1),$$

$$A_0 = (a^2 - \mu^2 c^2)(a^2 + 4ac + 4c^2 - \mu^2 c^2) - b^4 c^4 r^{4c}.$$

Как известно, уравнение Нильсена интегрируется в функциях Бесселя [18–20]. В результате сопоставления коэффициентов (7) и (13) имеем

$$\left. \begin{aligned} 6 - 4a - 4c &= 2, \\ 2(a^2 - \mu^2 c^2) + 4(a + c - 1)^2 + 4(a - 1) \times (c - 1) - 1 &= -n^2 - 2(c_1 + \sigma)k^2, \\ 2(\mu^2 c^2 - a^2) - (2a - 1)(2c - 1) \times (2a + 2c - 1) &= n^2 + 2(c_1 + \sigma)k^2, \\ (a^2 - \mu^2 c^2)(a^2 + 4ac + 4c^2 - \mu^2 c^2) - b^4 c^4 r^{4c} &= k^2(n^2 k^2 - 2(c_1 + \sigma + n^2)) + \frac{k_1}{Dn_2} r^4; \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

отсюда получим следующие значения параметров, при которых решения задачи получаются в цилиндрических функциях:

$$c = 1, \quad b = \sqrt[4]{\frac{k_1}{Dn_2}} i^{1/2}; \quad (15)$$

$a = 0$; $\mu = 0$ или $\mu = \pm 2$.

Приведем решение однородного уравнения (7), доставляемое функциями Бесселя. В зависимости от значения параметра μ эти решения можно записать следующим образом:

– при $\mu = 0$

$$w = (C_1 J_0(br) + C_2 Y_0(br) + C_3 I_0(br) + C_4 K_0(br)) \cos k \theta; \quad (16)$$

– при $\mu = \pm 2$

$$w = (B_1 u_\mu(br) + B_2 v_\mu(br) + B_3 f_\mu(br) + B_4 g_\mu(br)) \cos k \theta. \quad (17)$$

Далее, используя формулы (8)–(12), определим усилия.

Метод компенсирующих нагрузок

Основное решение

Для решения поставленной задачи применим метод компенсирующих нагрузок. Рассмотрим действие различных циклически симметричных нагрузок и ряд условий закрепления контура. Также изучим задачу о расчете неограниченной анизотропной пластины с круговым отверстием при неосесимметричной нагрузке. Для использования МКН требуется построить основное и компенсирующее решения. Основным назовем такое решение, которое удовлетворяет дифференциальному уравнению и одновременно имеет необходимые особенности, которые соответствуют внешней нагрузке, действующей на пластину. В большинстве случаев основное решение может рассматриваться как решение задачи о неограниченной в плане пластине. Однако основное решение не может удовлетворять граничным условиям, если рассматривается задача о пластине, которая ограничена тем или иным контуром. Компенсирующее решение вводится для того, чтобы вместе с основным решением удовлетворять упомянутым граничным условиям [21–23].

Введем безразмерную координату $x = br$. При загрузке ортотропной пластины сосредоточенной силой P основное решение имеет вид

$$w_0 = \frac{P}{4Dn_2b^2} f_0(x). \quad (18)$$

Приведенное выше выражение является основной функцией влияния при $P = 1$. Для отдельных частных задач можно получать основные решения, интегрируя (18).

Рассмотрим анизотропную неограниченную пластину, находящуюся под действием сил $q \cos k \theta$, равномерно распределенных по окружности, концентрической контуру, с приведенным радиусом α .

Запишем выражение для прогиба в точке с координатами x, ϕ , пользуясь принципом сложения воздействий:

$$w = \frac{q\alpha}{4Dn_2b^3} \times \int_0^{2\pi} f_0(\sqrt{\alpha^2 + x^2 - 2\alpha x \cos(\theta - \phi)}) \cos k \theta d\theta. \quad (19)$$

Для вычисления вышеприведенного интеграла (19) воспользуемся формулой сложения функций Бесселя:

$$Z_0(\sqrt{\alpha^2 + x^2 - 2\alpha x \cos(\theta - \phi)}) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} J_n(\alpha) Z_n(x) \cos k(\theta - \phi), \quad (20)$$

здесь знак ' символизирует то, что при $k = 0$ вводится коэффициент $1/2$.

Указанная формула справедлива при $\alpha < x$; если $\alpha > x$, то в правой части (20) α и x меняются местами. Положим

$$Z_0 = H_0^{(1)}(\sqrt{i} \sqrt{\alpha^2 + x^2 - 2\alpha x \cos(\theta - \phi)}).$$

Производя интегрирование и отделяя действительную и мнимую части, получим:

– при $x \leq \alpha$

$$w_0 = w_I = \frac{\pi\alpha q}{2Dn_2b^3} [u_\mu(x)f_\mu(\alpha) - v_\mu(x)g_\mu(\alpha)] \cos k \theta; \quad (21)$$

– при $x \geq \alpha$

$$w_0 = w_{II} = \frac{\pi \alpha q}{2Dn_2 b^3} [u_\mu(\alpha) f_\mu(x) - v_\mu(\alpha) g_\mu(x)] \cos k \theta. \quad (22)$$

При использовании вронскиана уравнения Бесселя можно показать, что полученные выше решения (21), (22) при $x = \alpha$ удовлетворяют условиям сопряжения участков.

Решим задачу об анизотропной неограниченной пластине, загруженной по закону

$$\psi(x) \cos k \theta,$$

где $\psi(x)$ – заданная функция.

Для этого потребуется интегрировать выражения (21) и (22).

Пусть на изучаемую пластину действует нагрузка q , распределенная по окружности, приведенный радиус которой равен α . Разложим указанную нагрузку в ряд Фурье:

$$q = \sum (a_k \cos k \theta + b_k \sin k \theta).$$

Учитывая (21) и (22), получим следующие выражения:

– при $\alpha \leq x$

$$w_0 = \frac{\pi \alpha}{2Dn_2 b^3} \times \{ \sum a_k [u_\mu(\alpha) f_\mu(x) - v_\mu(\alpha) g_\mu(x)] \sin k \phi + \sum b_k [u_\mu(\alpha) f_\mu(x) - v_\mu(\alpha) g_\mu(x)] \cos k \phi \}; \quad (23)$$

– при $\alpha \geq x$

$$w_0 = \frac{\pi \alpha}{2Dn_2 b^3} \times \{ \sum a_k [u_\mu(x) f_\mu(\alpha) - v_\mu(x) g_\mu(\alpha)] \sin k \phi + \sum b_k [u_\mu(x) f_\mu(\alpha) - v_\mu(x) g_\mu(\alpha)] \cos k \phi \}. \quad (24)$$

Далее построим основное решение для случая нагрузки, изменяющейся по закону

$$q = F(x, \theta). \quad (25)$$

Для этого будем использовать формулы (23) и (24). Представим нагрузку (25) в виде ряда

$$q = \sum \psi_k(x) [a_k \cos k \theta + b_k \sin k \theta]. \quad (26)$$

В случае, если внешняя нагрузка может быть представлена в виде формулы

$$q = \sum x^k (a_k \cos k \theta + b_k \sin k \theta) \quad (27)$$

или

$$q = \sum x^{-k} (a_k \cos k \theta + b_k \sin k \theta), \quad (28)$$

процесс интегрирования заметно упрощается.

Приведем формулы дифференцирования функций Бесселя:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dz} [z^k J_k(z)] &= z^k J_{k-1}(z), \\ \frac{d}{dz} [z^k H_k^{(1)}(z)] &= z^k H_{k-1}^{(1)}(z). \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Положим $z = x\sqrt{i}$. Произведем интегрирование; отделим действительную и мнимую части, получим следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} \int x^k u_{k-1}(x) dx &= \frac{x^k}{\sqrt{2}} [u_k(x) + v_k(x)], \\ \int x^k v_{k-1}(x) dx &= -\frac{x^k}{\sqrt{2}} [u_k(x) - v_k(x)], \\ \int x^k f_{k-1}(x) dx &= \frac{x^k}{\sqrt{2}} [f_k(x) + g_k(x)], \\ \int x^k g_{k-1}(x) dx &= -\frac{x^k}{\sqrt{2}} [f_k(x) - g_k(x)]. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Рассмотрим действие на неограниченную анизотропную пластину нагрузки, распределенной по площади кругового кольца с внутренним радиусом α_1 и наружным α_2 , $\alpha_1 \leq x \leq \alpha_2$, и изменяющейся по закону (27). Решение можно получить, интегрируя выражения (21) и (22). С этой целью в этих выражениях предварительно заменим нагрузку q элементарной нагрузкой $q_0 \alpha^k dz = q_0 \frac{\alpha^k}{b} d\alpha$. При этом появится множитель $\frac{1}{b^4 D n_2}$, равный $\frac{1}{k_1}$. Затем произведем интегрирование указанных выражений в пределах от $\alpha = \alpha_1$ до $\alpha = \alpha_2$.

Запишем решение при $x \leq \alpha_1 < \alpha_2$:

$$w = \frac{\pi q_0}{2k_1 \sqrt{2}} (\{\alpha_2^{k+1} [f_{k+1}(\alpha_2) + g_{k+1}(\alpha_2)] - \alpha_1^{k+1} [f_{k+1}(\alpha_1) + g_{k+1}(\alpha_1)]\} u_k(x) + \{\alpha_2^{k+1} [f_{k+1}(\alpha_2) - g_{k+1}(\alpha_2)] - \alpha_1^{k+1} [f_{k+1}(\alpha_1) - g_{k+1}(\alpha_1)]\} v_k(x)) \cos k \phi; \quad (31)$$

– при $x > \alpha_2 > \alpha_1$ имеем

$$w = \frac{\pi q_0}{2k_1 \sqrt{2}} (\{\alpha_2^{k+1} [u_{k+1}(\alpha_2) + v_{k+1}(\alpha_2)] - \alpha_1^{k+1} [u_{k+1}(\alpha_1) + v_{k+1}(\alpha_1)]\} f_k(x) + \{\alpha_2^{k+1} [u_{k+1}(\alpha_2) - v_{k+1}(\alpha_2)] - \alpha_1^{k+1} [u_{k+1}(\alpha_1) - v_{k+1}(\alpha_1)]\} g_k(x)) \cos k \phi; \quad (32)$$

– при $\alpha_2 \geq x \geq \alpha_1$ решение принимает вид

$$w = \frac{\pi q_0}{2k_1 \sqrt{2}} \{\alpha_2^{k+1} [f_{k+1}(\alpha_2) + g_{k+1}(\alpha_2)] u_k(x) + \alpha_2^{k+1} [f_{k+1}(\alpha_2) - g_{k+1}(\alpha_2)] \times \\ \times v_k(x) - \alpha_1^{k+1} [u_{k+1}(\alpha_1) + v_{k+1}(\alpha_1)] f_k(x) - \alpha_1^{k+1} [u_{k+1}(\alpha_1) - v_{k+1}(\alpha_1)] g_k(x) + 2x^k \frac{\sqrt{x}}{\pi}\} \cos k \phi. \quad (33)$$

Приведенные выше формулы (31)–(33) дают выражения прогибов для k -го члена ряда (27). Следует отметить имеющий практическое значение случай, когда $k = 1$. Подобное имеет место при расчете фундаментных плит на действие горизонтальных нагрузок.

Компенсирующее решение

Далее перейдем к рассмотрению анизотропной пластины, лежащей на упругом основании, ограниченной круговым контуром с различными условиями закрепления. Компенсирующее решение представим как результат действия двух компенсирующих нагрузок q_1 и q_2 . Эти нагрузки действуют по concentрическим окружностям с приведенными радиусами α_1 и α_2 . Обозначим через β приведенный радиус внешнего контура. Компенсирующее решение может интерпретироваться как результат действия некоторой системы сил, которая приложена к пластине бесконечного радиуса.

Будем решать задачу для различных условий закрепления контура. Также изучим задачу о неограниченной анизотропной пластине с круговым отверстием.

Сначала рассмотрим круглую анизотропную пластину, лежащую на упругом винклеровском основании, защемленную по всему контуру. Представим взятые из основного решения при $x = \beta$ прогиб w_0 и угол наклона нормали к контуру $\frac{\partial w_0}{\partial x}$ в виде

$$w_0 = \sum(A_k \sin k \phi + B_k \cos k \phi), \quad (34)$$

$$\frac{\partial w_0}{\partial x} = \sum(C_k \sin k \phi + D_k \cos k \phi). \quad (35)$$

Далее определим компенсирующие нагрузки q_1 и q_2 , которые на контуре пластины в сумме с основным решением должны удовлетворять условиям заделки. Указанное требование приводит к решению системы уравнений

$$\alpha_1 \int_0^{2\pi} q_1(\theta) f_0 \left(\sqrt{\alpha_1^2 + \beta^2 - 2\alpha_1\beta \cos(\theta - \phi)} \right) d\theta + \alpha_2 \int_0^{2\pi} q_2(\theta) f_0 \left(\sqrt{\alpha_2^2 + \beta^2 - 2\alpha_2\beta \cos(\theta - \phi)} \right) d\theta + 4Db^3 w_0 = 0; \quad (36)$$

$$\alpha_1 \int_0^{2\pi} q_1(\theta) \frac{\partial}{\partial \beta} f_0 \left(\sqrt{\alpha_1^2 + \beta^2 - 2\alpha_1\beta \cos(\theta - \phi)} \right) d\theta + \alpha_2 \int_0^{2\pi} q_2(\theta) \frac{\partial}{\partial \beta} f_0 \left(\sqrt{\alpha_2^2 + \beta^2 - 2\alpha_2\beta \cos(\theta - \phi)} \right) d\theta + 4Db^2 \frac{\partial w_0}{\partial x} = 0. \quad (37)$$

Формулы (36) и (37) отражают равенство нулю прогибов и углов поворота на контуре пластины.

Для решения этих интегральных уравнений следует разложить функции q_1 и q_2 в тригонометрические ряды, использовать формулы сложения цилиндрических функций, выполнить интегрирование. Тогда уравнения (36) и (37) перейдут в систему алгебраических уравнений относительно коэффициентов этих рядов. Эта система уравнений здесь не приводится.

Компенсирующее решение при $x < \alpha_1$ можно представить в виде

$$w_k = \sum_{k=0}^{\infty} [(a_k \sin k \phi + b_k \cos k \phi) u_k(x) + (c_k \sin k \phi + d_k \cos k \phi) v_k(x)]. \quad (38)$$

Определим коэффициенты ряда (38), используя выражения (36) и (37); в результате получим следующие системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} a_k u_k(\beta) + c_k v_k(\beta) + A_k &= 0, \\ a_k u_k'(\beta) + c_k v_k'(\beta) + C_k \frac{1}{b} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

$$\left. \begin{aligned} b_k u_k(\beta) + d_k v_k(\beta) + B_k &= 0, \\ b_k u_k'(\beta) + d_k v_k'(\beta) + D_k \frac{1}{b} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

В приведенных выше системах первое и второе уравнения связаны с условиями для прогиба и угла поворота на контуре соответственно.

В результате решения указанных систем получим

$$a_k = -\frac{C_k \frac{1}{b} v_k(\beta) - A_k v_k'(\beta)}{v_k(\beta) u_k'(\beta) - u_k(\beta) v_k'(\beta)}, \quad (41)$$

$$b_k = -\frac{D_k \frac{1}{b} v_k(\beta) - B_k v_k'(\beta)}{v_k(\beta) u_k'(\beta) - u_k(\beta) v_k'(\beta)}, \quad (42)$$

$$c_k = \frac{C_k \frac{1}{b} u_k(\beta) - A_k u_k'(\beta)}{v_k(\beta) u_k'(\beta) - u_k(\beta) v_k'(\beta)}, \quad (43)$$

$$d_k = \frac{D_k \frac{1}{b} u_k(\beta) - B_k u_k'(\beta)}{v_k(\beta) u_k'(\beta) - u_k(\beta) v_k'(\beta)}. \quad (44)$$

Для получения компенсирующего решения внесем формулы (41)–(44) в (38). В результате получим

$$w_k = - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{v_k(\beta)u_k'(\beta) - u_k(\beta)v_k'(\beta)} \left(\left\{ \left[C_k \frac{1}{b} v_k(\beta) - A_k v_k'(\beta) \right] \sin k \phi + \right. \right. \\ \left. \left. + \left[D_k \frac{1}{b} v_k(\beta) - B_k v_k'(\beta) \right] \cos k \phi \right\} u_k(x) - \left\{ \left[C_k \frac{1}{b} u_k(\beta) - A_k u_k'(\beta) \right] \sin k \phi + \right. \right. \\ \left. \left. + \left[D_k \frac{1}{b} u_k(\beta) - B_k u_k'(\beta) \right] \cos k \phi \right\} v_k(x) \right). \quad (45)$$

Указанным способом можно построить компенсирующие решения для других условий закрепления изучаемых анизотропных пластин на упругом основании. Рассмотрим случай шарнирного опирания по всему контуру.

Для того чтобы найти решение поставленной задачи, следует разложить в ряд значения на контуре прогибов и изгибающих моментов, взятых из основного решения. Прогибы будем раскладывать в ряд, пользуясь формулой (34); радиальные изгибающие моменты на контуре могут быть представлены с помощью формулы

$$\sum_{k=0}^{\infty} (M_k \sin k \phi + L_k \cos k \phi). \quad (46)$$

Компенсирующее решение в данном случае будет представлено в виде ряда; его коэффициенты определяются из систем уравнений

$$-a_k \left[v_k(\beta) - \frac{1-\sigma}{\beta} u_k'(\beta) + (1-\sigma) \frac{k^2}{\beta^2} u_k(\beta) \right] - c_k \left[-u_k(\beta) - \frac{1-\sigma}{\beta} v_k'(\beta) + (1-\sigma) \frac{k^2}{\beta^2} v_k(\beta) \right] + \frac{1}{b^2 D} M_k = 0, \quad (47)$$

$$a_k u_k(\beta) + c_k v_k(\beta) + A_k = 0, \quad (48)$$

$$-b_k \left\{ v_k(\beta) - \frac{1-\sigma}{\beta} u_k'(\beta) + (1-\sigma) \frac{k^2}{\beta^2} u_k(\beta) \right\} - d_k \left\{ -u_k(\beta) - \frac{1-\sigma}{\beta} v_k'(\beta) + (1-\sigma) \frac{k^2}{\beta^2} v_k(\beta) \right\} + \frac{1}{b^2 D} L_k = 0, \quad (49)$$

$$b_k u_k(\beta) + d_k v_k(\beta) + B_k = 0. \quad (50)$$

Вышеприведенные уравнения получаются в результате приравнивания к нулю суммы прогибов и суммы радиальных изгибающих моментов на контуре для основного и компенсирующего решений соответственно.

Введем для краткости следующие обозначения:

$$u_k^{(M)}(\beta) = -u_k(\beta) - \frac{1-\sigma}{\beta} \left[v_k'(\beta) - \frac{k^2}{\beta} v_k(\beta) \right], \quad (51)$$

$$v_k^{(M)}(\beta) = v_k(\beta) - \frac{1-\sigma}{\beta} \left[u_k'(\beta) - \frac{k^2}{\beta} u_k(\beta) \right], \quad (52)$$

$$f_k^{(M)}(\beta) = -f_k(\beta) - \frac{1-\sigma}{\beta} \left[g_k'(\beta) - \frac{k^2}{\beta} g_k(\beta) \right], \quad (53)$$

$$g_k^{(M)}(\beta) = g_k(\beta) - \frac{1-\sigma}{\beta} \left[f_k'(\beta) - \frac{k^2}{\beta} f_k(\beta) \right]. \quad (54)$$

Далее внесем полученные значения коэффициентов в ряд (38). Получим следующее выражение для компенсирующего решения:

$$\begin{aligned}
w_k = & - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{u_k(\beta)u_k^{(M)}(\beta) - v_k(\beta)v_k^{(M)}(\beta)} \times \left(\left[M_k \frac{1}{b^2 D} v_k(\beta) + A_k u_k^{(M)}(\beta) \right] \sin k \phi + \right. \\
& + \left[L_k \frac{1}{b^2 D} v_k(\beta) + B_k u_k^{(M)}(\beta) \right] \cos k \phi \Big\} u_k(x) - \left\{ \left[M_k \frac{1}{b^2 D} u_k(\beta) + A_k v_k^{(M)}(\beta) \right] \sin k \phi + \right. \\
& \left. + \left[L_k \frac{1}{b^2 D} u_k(\beta) + B_k v_k^{(M)}(\beta) \right] \cos k \phi \right\} v_k(x). \tag{55}
\end{aligned}$$

Найдем компенсирующее решение для случая анизотропной круглой пластины со свободным краем. В этом случае, как известно, изгибающий момент и приведенная поперечная сила обращаются на контуре в нуль.

Значение приведенной поперечной силы на контуре, взятое из основного решения, разложим в ряд:

$$Q_1 - \frac{dH_1}{ds} = \sum_{k=0}^{\infty} (N_k \sin k \phi + Q_k \cos k \phi). \tag{56}$$

Пусть изгибающие моменты даны рядом (46).

Уравнения для определения коэффициентов a_k , b_k , c_k , d_k составляются аналогично тому, как это было выполнено в предыдущих примерах.

Введем следующие обозначения:

$$u_k^{[Q]}(\beta) = -u_k'(\beta) - (1 - \sigma) \frac{k^2}{\beta^2} \left[v_k'(\beta) - \frac{v_k(\beta)}{\beta} \right], \tag{57}$$

$$v_k^{[Q]}(\beta) = v_k'(\beta) - (1 - \sigma) \frac{k^2}{\beta^2} \left[u_k'(\beta) - \frac{u_k(\beta)}{\beta} \right], \tag{58}$$

$$f_k^{[Q]}(\beta) = -f_k'(\beta) - (1 - \sigma) \frac{k^2}{\beta^2} \left[g_k'(\beta) - \frac{g_k(\beta)}{\beta} \right], \tag{59}$$

$$g_k^{[Q]}(\beta) = g_k'(\beta) - (1 - \sigma) \frac{k^2}{\beta^2} \left[f_k'(\beta) - \frac{f_k(\beta)}{\beta} \right]. \tag{60}$$

Решая системы уравнений для определения коэффициентов a_k , b_k , c_k , d_k , внесем полученные результаты в ряд (38). Учитывая обозначения (57)–(60), после ряда преобразований получим компенсирующее решение в виде

$$\begin{aligned}
w_k = & - \frac{1}{b^2 D} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{u_k^{[Q]}(\beta)v_k^{[M]}(\beta) - u_k^{[M]}(\beta)v_k^{[Q]}(\beta)} \times \left\{ \left(\left[\frac{1}{b} N_k u_k^{[M]}(\beta) - M_k u_k^{[Q]}(\beta) \right] \sin k \phi + \right. \right. \\
& + \left. \left[\frac{1}{b} Q_k u_k^{[M]}(\beta) - L_k v_k^{[Q]}(\beta) \right] \cos k \phi \right\} u_k(x) - \left\{ \left(\left[\frac{1}{b} N_k u_k^{[M]}(\beta) - M_k v_k^{[Q]}(\beta) \right] \sin k \phi + \right. \right. \\
& \left. \left. + \left[\frac{1}{b} Q_k v_k^{[M]}(\beta) - L_k v_k^{[Q]}(\beta) \right] \cos k \phi \right\} v_k(x). \tag{61}
\end{aligned}$$

С помощью МКН получим решение задачи об анизотропной неограниченной пластине, лежащей на упругом винклеровском основании, с круговым отверстием при произвольной нагрузке. Искомый результат может быть представлен в виде суммы основного и компенсирующего решений. Основное решение получено выше. Соответствующее компенсирующее решение представим выражением

$$w_k = \sum_{k=0}^{\infty} [(a_k' \sin k \phi + b_k' \cos k \phi) f_k(x) + (c_k' \sin k \phi + d_k' \cos k \phi) g_k(x)]. \tag{62}$$

Примем, что начало координат находится в центре отверстия. В компенсирующее решение будет входить только конечные значения функций $f(x)$ и $g(x)$ и их производных, поскольку точка $x = 0$, в которой названные функции имеют особенности, не входит в изучаемую область.

Для определения компенсирующего решения следует в формулах, полученных выше, всюду заменить функции u и v на f и g . Приведем компенсирующее решение для случая анизотропной неограниченной пластины со свободным круговым отверстием:

$$w_k = -\frac{1}{b^2 D} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{f_k^{[Q]}(\beta) g_k^{[M]}(\beta) - f_k^{[M]}(\beta) g_k^{[Q]}(\beta)} \times$$

$$\times \left\{ f_k(x) \left(\left[\frac{1}{b} N_k f_k^{[M]}(\beta) - M_k f_k^{[Q]}(\beta) \right] \sin k \phi + \left[\frac{1}{b} Q_k f_k^{[M]}(\beta) - L_k f_k^{[Q]}(\beta) \right] \cos k \phi \right) - \right.$$

$$\left. - g_k(x) \left(\left[\frac{1}{b} N_k g_k^{[M]}(\beta) - M_k g_k^{[Q]}(\beta) \right] \sin k \phi + \left[\frac{1}{b} Q_k g_k^{[M]}(\beta) - L_k g_k^{[Q]}(\beta) \right] \cos k \phi \right) \right\}. \quad (63)$$

Метод компенсирующих нагрузок можно также применить для расчета анизотропной пластины на упругом основании, ограниченной двумя концентрическими окружностями. В этом случае компенсирующее решение следует представить в виде ряда, коэффициенты которого определяются из уравнений, соответствующих существующим граничным условиям. Тогда каждая система будет состоять из четырех уравнений, которые здесь не выписываются.

Заключение

Впервые получены точные аналитические решения задач об анизотропных пластинах, контактирующих с упругим основанием, при действии на них циклически симметричных нагрузок. Решения выражены в функциях Бесселя. Для интегрирования разрешающего дифференциального уравнения четвертого порядка с переменными коэффициентами применяется новый прием, связанный с использованием уравнения Нильсена. К решению поставленной задачи применяется метод компенсирующих нагрузок. Получено основное решение, удовлетворяющее исходному уравнению. Производится учет действия разрывных нагрузок, распределенных по концентрическим окружностям и по площадям колец. Определяется компенсирующее решение, которое в сумме с основным удовлетворяет граничным условиям. Рассматриваются различные условия закрепления контура. В цилиндрических функциях получено решение об анизотропной неограниченной пластине с круговым отверстием.

Список литературы

1. Коваленко А.Д. Избранные труды. Киев: Наукова думка, 1976. 703 с.
2. Корнев Б.Г. Некоторые задачи теории упругости и теплопроводности, решаемые в бесселевых функциях. М.: Физматгиз, 1960. 458 с.
3. Коренева Е.Б. Аналитические методы расчета пластин переменной толщины и их практические приложения. М.: Изд-во АСВ, 2009. 240 с.
4. Bank L.C., Yin J. Buckling of orthotropic plates with free and rotationally restrained unloaded edges // Thin-Walled Structures. 1996. Vol. 24. Pp. 83–96.
5. Chen W.Q., Lüe C.F. 3D free vibration analysis of cross-ply laminated plates with one pair of opposite edges simply supported // Composite Structures. 2005. Vol. 69. Pp. 77–87.
6. Civalek Ö. Fundamental frequency of isotropic and orthotropic rectangular plates with linearly varying thickness by discrete singular convolution method // Applied Mathematical Modelling. 2009. Vol. 33. Pp. 3825–3835. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2008.12.019>
7. Karasev A.I., Varianychko M., Bessmertnyi Ya., Krasovsky V., Karasev G. Numerical analysis on experimental research on buckling of closed shallow conical shells under external pressure // Journal of Theoretical and Applied Mechanics. 2020. Vol. 58. Issue 1. Pp. 117–126. <https://doi.org/10.15632/jtam-pl/115321>
8. Li C., Cheng H. Free vibration analysis of a rotating varying-thickness-twisted blade with arbitrary boundary conditions // Journal of Sound and Vibration. 2020. Vol. 492. Article 115791. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2020.115791>
9. Khakpour Komarsofla M., Jedari Salami S., Shakeri M., Khakpour Komarsofla A. Optimization of three-dimensional up to yield bending behaviour using the full layer-wise theory for FGM rectangular plate subjected to thermo-mechanical loads // Compos. Struct. 2021. Vol. 257. 113172. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.113172>

10. VanSike W.P., Hale R.D. Comparative assessment of finite element modelling techniques for wind turbine rotors blades // AIAA Scitech 2020 Forum. Session: Wind Turbine Modeling. 2020. <https://doi.org/10.2514/6.2020-0990>
11. Sarafraz A., Sahmani S., Aghdam M.M. Nonlinear primary resonance analysis of nanoshells including vibrational mode interaction based on the surface elasticity theory // *Appl. Math. Mech.-Engl. Ed.* 2020. Vol. 41. Pp. 233–260. <https://doi.org/10.1007/s10483-020-2564-5>
12. Javed S., Al Mukahal F.H.H., El Sayed S.B.A. Geometrical influence on the vibration of layered plates // *Hindawi. Shock and Vibration*. 2021. Vol. 3. Pp. 1–17. <https://doi.org/10.1155/2021/8843358>
13. Koreneva E.B., Grosman V.R. Equation decomposition method for solving of problems of statics, vibration and stability of thin-walled constructions // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2020. Vol. 16. No. 2. Pp. 63–70.
14. Koreneva E.B., Grosman V.R. The problems of computation of combined plates with piecewise variable thickness. Solutions in orthogonal polynomials // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2020. Vol. 16. No. 3. Pp. 30–34.
15. Бурмистров Е.Ф. Симметричная деформация ортотропных оболочек вращения. Саратов.: Изд-во Саратовского университета, 1962. 109 с.
16. Коренева Е.Б. Метод компенсирующих нагрузок для решения задач об анизотропных средах // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2018. Vol. 14. No. 1. Pp. 71–77.
17. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1965. 703 с.
18. Abramovitz M., Stigian I.A. Handbook of mathematical functions. 10th ed. National Bureau of Standards, 1972. 820 p.
19. Коренева Е.Б., Гросман В.Р. Аналитическое решение задачи об изгибе круглой ортотропной пластины переменной толщины, лежащей на упругом основании // *Вестник МГСУ*. 2011. № 8. С. 156–159.
20. Гросман В.Р. Собственные колебания круглых ортотропных пластин переменной толщины. Решения в функциях Бесселя // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2012. № 3. С. 52–54.
21. Коренева Е.Б. Аналитический метод решения задач о колебаниях упругих анизотропных тел // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2018. № 5. С. 47–51.
22. Коренева Е.Б. Аналитическое моделирование некоторых задач статики и колебаний анизотропных тел // VII International Symposium APCSE, 1–8 July 2018. Novosibirsk, 2018. P. 478.
23. Koreneva E.B., Grosman V.R. Forced vibrations of anisotropic elastic solids subjected to an action of complicated loads // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2019. Vol. 15. No. 3. Pp. 77–83.

References

1. Kovalenko A.D. *Selected memoirs*. Kiev: Naukova Dumka Publ.; 1976. (In Russ.)
2. Korenev B.G. *Some problems of the theory of elasticity and heat conductivity, solved in terms of Bessel functions*. Moscow: Fizmatgiz Publ.; 1960. (In Russ.)
3. Koreneva E.B. *Analytical methods for calculation of plates with varying thickness and their practical application*. Moscow: ASV Publ.; 2009. (In Russ.)
4. Bank L.C., Yin J. Buckling of orthotropic plates with free and rotationally restrained unloaded edges. *Thin-Walled Structures*. 1996;24:83–96.
5. Chen W.Q., Lüe C.F. 3D free vibration analysis of cross-ply laminated plates with one pair of opposite edges simply supported. *Composite Structures*. 2005;69:77–87.
6. Civalek Ö. Fundamental frequency of isotropic and orthotropic rectangular plates with linearly varying thickness by discrete singular convolution method. *Applied Mathematical Modelling*. 2009;33:3825–3835. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2008.12.019>
7. Karasev A.I., Varynychko M., Bessmertnyi Ya., Krasovsky V., Karasev G. Numerical analysis on experimental research on buckling of closed shallow conical shells under external pressure. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. 2020;58(1):117–126. <https://doi.org/10.15632/jtam-pl/115321>
8. Li C., Cheng H. Free vibration analysis of a rotating varying-thickness-twisted blade with arbitrary boundary conditions. *Journal of Sound and Vibration*. 2020;492:115791. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2020.115791>
9. Khakpour Komarsofla M., Jedari Salami S., Shakeri M., Khakpour Komarsofla A. Optimization of three-dimensional up to yield bending behaviour using the full layer-wise theory for FGM rectangular plate subjected to thermo-mechanical loads. *Compos. Struct.* 2021;257(1):113172. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.113172>
10. Vanskike W.P., Hale R.D. Comparative assessment of finite element modelling techniques for wind turbine rotors blades. *AIAA Scitech 2020 Forum. Session: Wind Turbine Modeling*. 2020. <https://doi.org/10.2514/6.2020-0990>
11. Sarafraz A., Sahmani S., Aghdam M.M. Nonlinear primary resonance analysis of nanoshells including vibrational mode interaction based on the surface elasticity theory. *Math. Mech.-Engl. Ed.* 2020;41:233–260. <https://doi.org/10.1007/s10483-020-2564-5>
12. Javed S., Al Mukahal F.H.H., El Sayed S.B.A. Geometrical influence on the vibration of layered plates. *Hindawi. Shock and Vibration*. 2021;(3):1–17. <https://doi.org/10.1155/2021/8843358>
13. Koreneva E.B., Grosman V.R. Equation decomposition method for solving of problems of statics, vibration and stability of thin-walled constructions. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2020;16(2):63–70.

14. Koreneva E.B., Grosman V.R. The problems of computation of combined plates with piecewise variable thickness. Solutions in orthogonal polynomials. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2020;16(3):30–34.
15. Burmistrov E.F. *The symmetrical deformation of orthotropic shells of rotation*. Saratov: Izd-vo Saratovskogo Universiteta Publ.; 1962. (In Russ.)
16. Koreneva E.B. Method of compensating loads for solving of anisotropic medium problems. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2018;14(1):71–77. (In Russ.)
17. Kamke E. *The Handbook for ordinary differential equations*. Moscow: Nauka Publ.; 1965. (In Russ.)
18. Abramovitz M., Stigan I.A. *Handbook of mathematical functions*. 10th ed. National Bureau of Standards; 1972.
19. Koreneva E.B., Grosman V.R. Analytical solution of the flexure of circular orthotropic plate of variable thickness, resting on an elastic subgrade. *Vestnik MGSU*. 2011;8:156–159. (In Russ.)
20. Grosman V.R. Natural vibrations of circular orthotropic plates of variable thickness. The solutions in terms of Bessel functions. *Stroitel'naya Mekhanika i Raschet Sooruzheniy*. 2012;(3):52–54. (In Russ.)
21. Koreneva E.B. The analytical method of oscillation problems of elastic anisotropic solids. *Stroitel'naya Mekhanika i Raschet Sooruzheniy*. 2018;(5):47–51. (In Russ.)
22. Koreneva E.B. The analytical simulation of the certain problems of statics and oscillations of anisotropic solids. VII International Symposium APCSE. 1–8 July 2018. Novosibirsk; 2018. p. 478. (In Russ.)
23. Koreneva E.B., Grosman V.R. Forced vibrations of anisotropic elastic solids subjected to an action of complicated loads. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2019;15(3):77–83.

DOI 10.22363/1815-5235-2021-17-2-112-120
УДК 539.3

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Математическое моделирование волн напряжений при сосредоточенном вертикальном воздействии в виде треугольного импульса: задача Лэмба

В.К. Мусаев

Российский университет транспорта, Российская Федерация, 127994, Москва, ул. Образцова, д. 9, стр. 9
Московский государственный строительный университет, Российская Федерация, 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26
Минячевский государственный университет, Азербайджанская Республика, AZ4500, Минячевир, ул. Диллары Алиевой, д. 21
musayev-vk@yandex.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 17 октября 2020 г.
Доработана: 12 марта 2021 г.
Принята к публикации: 29 марта 2021 г.

Для цитирования

Мусаев В.К. Математическое моделирование волн напряжений при сосредоточенном вертикальном воздействии в виде треугольного импульса: задача Лэмба // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2021. Т. 17. № 2. С. 112–120. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-2-112-120>

Аннотация. Цель – рассмотреть задачу о численном моделировании продольных, поперечных и поверхностных волн на свободной поверхности упругой полуплоскости. Методы. Для решения нестационарной динамической задачи теории упругости с начальными и граничными условиями использован метод конечных элементов в перемещениях. С его помощью линейная задача с начальными и граничными условиями приведена к линейной задаче Коши. Предложен квазирегулярный подход к решению системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка в перемещениях с начальными условиями и к аппроксимации исследуемой области. Методика основана на схемах: точка, линия и плоскость. Исследуемая область разбита по пространственным переменным на треугольные и прямоугольные конечные элементы первого порядка. По временной переменной исследуемая область разбита на линейные конечные элементы с двумя узловыми точками. При разработке комплекса программ использовался алгоритмический язык Фортран-90. Результаты. Приведена информация о численном моделировании упругих волн напряжений в упругой полуплоскости при сосредоточенном волновом воздействии в виде дельта-функции. Исследуемая расчетная область имеет 12 008 001 узловых точек. Решена система уравнений из 48 032 004 неизвестных. Показано изменение упругого контурного напряжения на свободной поверхности полуплоскости в разных точках. Амплитуда поверхностных волн Релея существенно больше амплитуд продольных, поперечных и других волн при сосредоточенном вертикальном воздействии в виде треугольного импульса на поверхности упругой полуплоскости. После поверхностных волн Релея наблюдается динамический процесс в виде стоячих волн.

Ключевые слова: нестационарный процесс, комплекс программ В.К. Мусаева, треугольный импульс, задача Лэмба, упругая полуплоскость, контурное напряжение, продольная волна, поперечная волна, волна Релея, стоячая волна

Мусаев Вячеслав Кадыр оглы, профессор кафедры «Техносферная безопасность» РУТ (МИИТ), профессор кафедры комплексной безопасности в строительстве МГСУ, профессор кафедры высшей математики МГУ (Азербайджан), доктор технических наук; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-4336-6785>, eLIBRARY SPIN-код: 8162-1906.

© Мусаев В.К., 2021



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Mathematical modeling of stress waves under concentrated vertical action in the form of a triangular pulse: Lamb's problem

Vyacheslav K. Musayev

Russian University of Transport, 9 Obraztsova St, bldg 9, Moscow, 127994, Russian Federation

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), 26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation

Mingachevir State University, 21 Dilyara Alieva St, Mingachevir, AZ4500, Republic of Azerbaijan

musayev-vk@yandex.ru

Article history

Received: October 17, 2020

Revised: March 12, 2021

Accepted: March 29, 2021

For citation

Musayev V.K. Mathematical modeling of stress waves under concentrated vertical action in the form of a triangular pulse: Lamb's problem. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2021; 17(2):112–120. (In Russ.) <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-2-112-120>

Abstract. *The aim of the work.* The problem of numerical simulation of longitudinal, transverse and surface waves on the free surface of an elastic half-plane is considered. *Methods.* To solve the non-stationary dynamic problem of elasticity theory with initial and boundary conditions, the finite element method in displacements was used. Using the finite element method in displacements, a linear problem with initial and boundary conditions was led to a linear Cauchy problem. A quasiregular approach to solving a system of second-order linear ordinary differential equations in displacements with initial conditions and to approximating the area under study is proposed. The method is based on the schemes: point, line and plane. The study area is divided by spatial variables into triangular and rectangular finite elements of the first order. According to the time variable, the study area is divided into linear end elements with two nodal points. The Fortran-90 algorithmic language was used in the development of the software package. *Results.* Some information is given about numerical modeling of elastic stress waves in an elastic half-plane with a concentrated wave action in the form of a Delta function. The estimated area under study has 12 008 001 nodal points. A system of equations consisting of 48 032 004 unknowns is solved. The change of elastic contour stress on the free surface of the half-plane at different points is shown. The amplitude of Rayleigh surface waves is significantly greater than the amplitudes of longitudinal, transverse, and other waves with a concentrated vertical action in the form of a triangular pulse on the surface of an elastic half-plane. After surface Rayleigh waves, a dynamic process is observed in the form of standing waves.

Keywords: nonstationary process, V.K. Musayev software package, triangular pulse, Lamb problem, elastic half-plane, contour stress, longitudinal wave, transverse wave, Rayleigh wave, standing wave

Введение

Волны напряжений различной природы, распространяясь в деформируемом теле, взаимодействуют друг с другом, что приводит к образованию новых областей возмущений. После трехкратного или четырехкратного прохождения и отражения волн напряжений в теле процесс распространения возмущений становится установившимся, напряжения и деформации усредняются, тело находится в колебательном движении.

Рассматривается задача о численном моделировании продольных, поперечных и поверхностных волн на свободной поверхности упругой полуплоскости при воздействии в виде дельта-функции (задача Лэмба).

В настоящее время в литературных источниках отсутствуют результаты численного решения задачи Лэмба в напряжениях при воздействии в виде треугольного импульса или дельта-функции.

В [1–29] приводится информация о постановке и методах решения волновых задач.

Рассматриваемый численный метод, алгоритм и комплекс программ в задачах переходного процесса механики деформируемых тел представлены в [14; 21–25; 27–29].

Оценка достоверности и точности рассматриваемого численного метода, алгоритма и комплекса программ дана в [14; 21–25].

В [21] продемонстрирована практическая реализация метода конечных элементов для решения нестационарных волновых задач. Приведены результаты исследований некоторых задач для оценки физи-

Vyacheslav Kadyr ogly Musayev, Professor of the Department of Technosphere Safety of the RUT (MIIT), Professor of the Department of Integrated Safety in Construction of the NRU MGSU, Professor of the Department of Higher Mathematics of MSU (Azerbaijan), Doctor of Technical Sciences; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-4336-6785>, eLIBRARY SPIN-code: 8162-1906.

ческой достоверности и математической точности. Рассматриваемые задачи представлены в виде исследуемого объекта с упругой плоскостью и полуплоскостью. Применяется фундаментальное воздействие в виде функции Хевисайда (ступенчатой функции). Основное внимание уделено оценке точности и достоверности численного решения нестационарных динамических задач для сложных деформируемых тел различной формы. На основе метода конечных элементов разработаны алгоритм и комплекс программ В.К. Мусаева для решения нестационарных волновых динамических задач теории упругости при различных начальных и граничных условиях, для областей различной формы, для модели уравнений состояния кусочно-неоднородной изотропной среды, подчиняющейся упругому закону Гука, при малых упругих деформациях. Первая задача – о воздействии плоской продольной упругой волны на свободное круглое отверстие в упругой плоскости. Исследуемая расчетная область имеет 1536 узловых точек. Контур круглого отверстия аппроксимирован 28 узловыми точками. Расхождение для максимального упругого контурного напряжения составляет 6 %. Вторая задача – решение первой задачи для сопоставления с результатами эксперимента, то есть динамической фотоупругости. Расхождение для максимального упругого контурного напряжения составляет 2 %. Третья задача – о воздействии плоской продольной упругой волны на подкрепленное круглое отверстие в плоскости. Исследуемая расчетная область имеет 1536 узловых точек. Внутренний контур подкрепления аппроксимирован 28 узловыми точками. По толщине круглое подкрепление аппроксимировано двумя узловыми точками. Расхождение для максимального упругого контурного напряжения составляет 12 %. Четвертая задача – о воздействии плоской продольной упругой волны на Курпсайскую плотину с основанием в виде полуплоскости. Исследуемая расчетная область имеет 953 узловых точек. Курпсайская плотина аппроксимирована 224 узловыми точками. Расхождение для максимального упругого контурного напряжения составляет 5 %. Пятая задача – о воздействии плоской продольной в виде треугольного импульса (дельта-функция) на упругую полуплоскость. Решается система уравнений из 59 048 неизвестных. Показано, что точное решение задачи соответствует рассматриваемому воздействию для упругих нормальных напряжений и имеется хорошее качественное и количественное совпадение с результатами точного решения. Шестая задача – о воздействии плоской продольной в виде ступенчатой функции (функция Хевисайда) на упругую полуплоскость. Решается система уравнений из 59 048 неизвестных для нормальных напряжений и имеется хорошее качественное и количественное совпадение с результатами точного решения. Анализ численных результатов показывает, что метод конечных элементов с успехом применяется для решения нестационарных динамических задач механики деформируемого твердого тела. Проведенные исследования сходимости и устойчивости, а также сравнение с результатами других методов показали хорошее совпадение.

В [22] рассмотрена некоторая информация моделирования нестационарных упругих волн в полуплоскости при импульсном воздействии в виде «восходящая часть – линейная, нисходящая часть – четверть круга». Для решения поставленной задачи применяются волновые уравнения теории упругости. На основе метода конечных элементов разработаны численный метод, алгоритм и комплекс программ В.К. Мусаева. Решена задача о распространении нестационарных волн в упругой полуплоскости. Решается система уравнений из 83 448 неизвестных. Результаты позволяют сделать вывод о физической достоверности и математической точности численного решения.

В [23] рассмотрена задача о воздействии волны в виде импульсного воздействия «восходящая часть – четверть круга, нисходящая – четверть круга» на упругую полуплоскость. Для упругих нормальных напряжений получено хорошее совпадение с результатами аналитического решения. Сравнение результатов нормальных напряжений с результатами аналитического решения, показало хорошее совпадение. Результаты, полученные с помощью комплекса программ В.К. Мусаева, показали хорошую достоверность численного решения распространения упругих волн в деформируемых телах.

Постановка задачи

Для решения задачи о моделировании нестационарных упругих волн в деформируемых областях сложной формы рассмотрим некоторое тело Γ в прямоугольной декартовой системе координат XOY , которому в начальный момент времени $t = 0$ сообщается механическое воздействие.

Предположим, что тело Γ изготовлено из однородного изотропного материала, подчиняющегося упругому закону Гука при малых упругих деформациях.

Точные уравнения двумерной (плоское напряженное состояние) динамической теории упругости имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \quad (x, y) \in \Gamma, \\ \sigma_x &= \rho C_p^2 \varepsilon_x + \rho(C_p^2 - 2C_s^2) \varepsilon_y, \quad \sigma_y = \rho C_p^2 \varepsilon_y + \rho(C_p^2 - 2C_s^2) \varepsilon_x, \quad \tau_{xy} = \rho C_s^2 \gamma_{xy}, \\ \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad (x, y) \in (\Gamma \cup S), \end{aligned} \quad (1)$$

где σ_x , σ_y и τ_{xy} – компоненты тензора упругих напряжений; ε_x , ε_y и γ_{xy} – компоненты тензора упругих деформаций; u и v – составляющие вектора упругих перемещений вдоль осей OX и OY соответственно; ρ – плотность материала; $C_p = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}}$ – скорость продольной упругой волны; $C_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}$ – скорость поперечной упругой волны; ν – коэффициент Пуассона; E – модуль упругости; $S(S_1 \cup S_2)$ – граничный контур тела Γ .

Систему (1) в области, занимаемой телом Γ , следует интегрировать при начальных и граничных условиях.

Для решения двумерной плоской динамической задачи теории упругости с начальными и граничными условиями (1) используем метод конечных элементов в перемещениях.

Методика

Задача решается методом сквозного счета, без выделения разрывов. Чтобы выполнить динамический расчет методом конечных элементов, нужно иметь матрицу жесткости и матрицу инерции конечного элемента.

Принимая во внимание определение матриц и векторов для тела Γ , записываем приближенное значение уравнения движения в теории упругости

$$\bar{H}\vec{\ddot{\Phi}} + \bar{K}\vec{\Phi} = \vec{R}, \quad \vec{\Phi}|_{t=0} = \vec{\Phi}_0, \quad \vec{\dot{\Phi}}|_{t=0} = \vec{\dot{\Phi}}_0, \quad (2)$$

где \bar{H} – матрица инерции; \bar{K} – матрица жесткости; $\vec{\Phi}$ – вектор узловых упругих перемещений; $\vec{\dot{\Phi}}$ – вектор узловых упругих скоростей перемещений; $\vec{\ddot{\Phi}}$ – вектор узловых упругих ускорений; \vec{R} – вектор узловых упругих внешних сил.

Для интегрирования уравнения (2) конечноэлементным вариантом метода Галеркина приведем его к следующему виду:

$$\bar{H} \frac{d}{dt} \vec{\Phi} + \bar{K} \vec{\Phi} = \vec{R}, \quad \frac{d}{dt} \vec{\Phi} = \vec{\dot{\Phi}}. \quad (3)$$

Интегрируя по временной координате соотношение (3) с помощью конечноэлементного варианта метода Галеркина, получим двумерную явную двухслойную конечноэлементную линейную схему в перемещениях для внутренних и граничных узловых точек:

$$\vec{\Phi}_{i+1} = \vec{\Phi}_i + \Delta t \bar{H}^{-1} (-\bar{K} \vec{\Phi}_i + \vec{R}_i), \quad \vec{\dot{\Phi}}_{i+1} = \vec{\dot{\Phi}}_i + \Delta t \vec{\dot{\Phi}}_{i+1}, \quad (4)$$

где Δt – шаг по временной координате.

Шаг по временной переменной Δt определяем из соотношения

$$\Delta t = k \frac{\min \Delta l_i}{c_p} (i = 1, 2, 3, \dots, r), \quad (5)$$

где Δl – длина стороны конечного элемента; r – число конечных элементов.

Результаты численного эксперимента показали, что при $k = 0,5$ обеспечивается устойчивость двумерной явной двухслойной конечноэлементной линейной схемы.

На основе метода конечных элементов в перемещениях разработаны алгоритм и комплекс программ для решения линейных плоских двумерных задач, которые позволяют решать задачи при нестационарных волновых воздействиях. При разработке комплекса программ использовался алгоритмический язык Фортран-90. Исследуемая область разбивается по пространственным и по временным переменным на конечные элементы первого порядка.

Результаты и обсуждение

Рассмотрим задачу о воздействии сосредоточенной волны в виде дельта-функции (рис. 2), перпендикулярной свободной поверхности упругой полуплоскости (рис. 1).

Расчеты проводились при следующих единицах измерения: килограмм-сила (кгс); сантиметр (см); секунда (с). Для перехода в другие единицы измерения были приняты следующие допущения: $1 \text{ кгс/см}^2 \approx 0,1 \text{ МПа}$; $1 \text{ кгс см}^2/\text{см}^4 \approx 10^9 \text{ кг/м}^3$.

В точке B перпендикулярно свободной поверхности ABC приложено упругое нормальное напряжение σ_y (рис. 1), которое при $0 \leq n \leq 11$ ($n = t/\Delta t$) изменяется линейно от 0 до P , а при $11 \leq n \leq 21$ от P до 0 ($P = \sigma_0$, $\sigma_0 = -0,1 \text{ МПа}$ (-1 кгс/см^2)).

Граничные условия для контура $CDEA$ при $t > 0$ $u = v = \dot{u} = \dot{v} = 0$. Отраженные волны от контура $CDEA$ не доходят до исследуемых точек при $0 \leq n \leq 500$. Контур ABC свободен от нагрузок, кроме точки B , где приложено сосредоточенное упругое нормальное напряжение σ_y .

Расчеты проведены при следующих исходных данных: $H = \Delta x = \Delta y$; $\Delta t = 1,393 \cdot 10^{-6} \text{ с}$; $E = 3,15 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ ($3,15 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2$); $\nu = 0,2$; $\rho = 0,255 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3$ ($0,255 \cdot 10^5 \text{ кгс см}^2/\text{см}^4$); $C_p = 3587 \text{ м/с}$; $C_s = 2269 \text{ м/с}$.

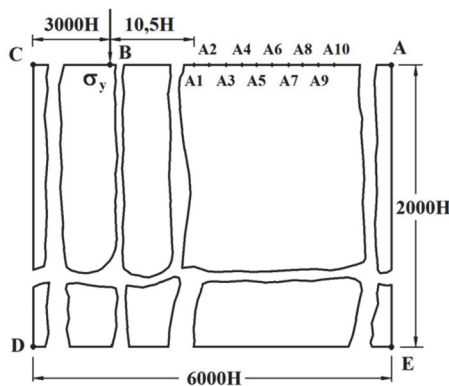


Рис. 1. Постановка задачи

о воздействии сосредоточенной волны в виде дельта-функции на свободной поверхности упругой полуплоскости

Figure 1. Statement of the problem of the effect of a concentrated wave in the form of a Delta function on the free surface of an elastic half-plane

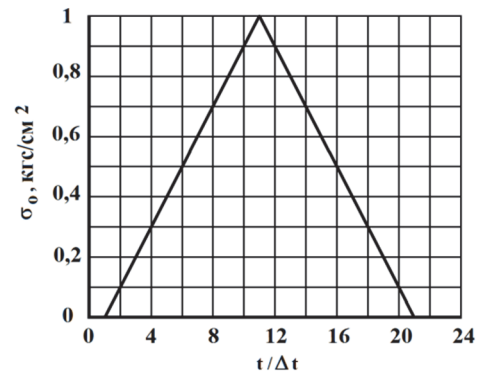


Рис. 2. Воздействие в виде дельта-функции

Figure 2. The impact in the form of Delta functions

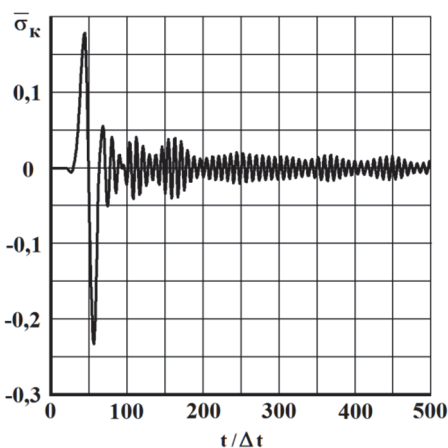


Рис. 3. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ во времени $t/\Delta t$ в точке A_1

Figure 3. The change of elastic contour stress $\bar{\sigma}_k$ in time $t/\Delta t$ at the point A_1

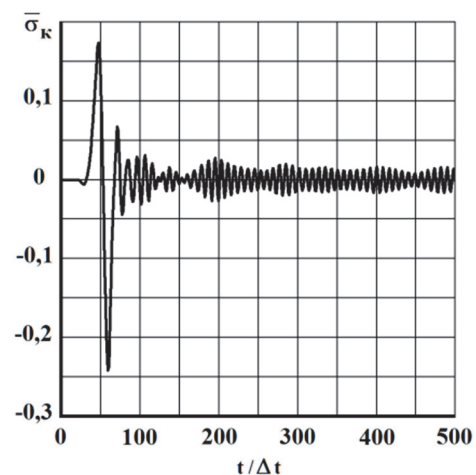


Рис. 4. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ во времени $t/\Delta t$ в точке A_2

Figure 4. The change of elastic contour stress $\bar{\sigma}_k$ in time $t/\Delta t$ at the point A_2

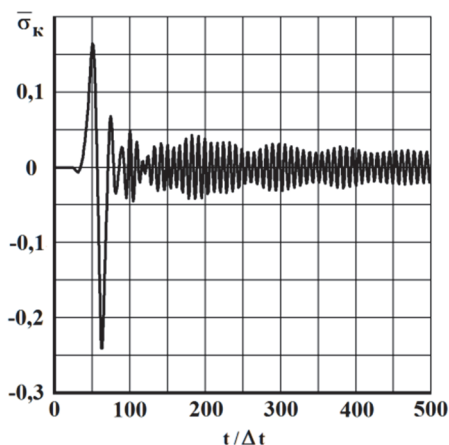


Рис. 5. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ во времени $t/\Delta t$ в точке A3
Figure 5. The change of elastic contour stress $\bar{\sigma}_k$ in time $t/\Delta t$ at the point A3

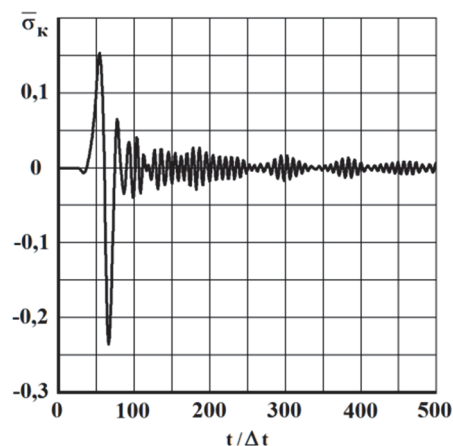


Рис. 6. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ во времени $t/\Delta t$ в точке A4
Figure 6. The change of elastic contour stress $\bar{\sigma}_k$ in time $t/\Delta t$ at the point A4

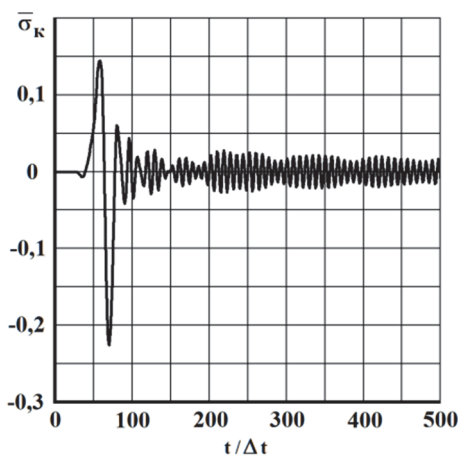


Рис. 7. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ во времени $t/\Delta t$ в точке A5
Figure 7. The change of elastic contour stress $\bar{\sigma}_k$ in time $t/\Delta t$ at the point A5

Исследуемая расчетная область имеет 12 008 001 узловых точек. Решается система уравнений из 48 032 004 неизвестных.

На рис. 3–7 показано изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ ($\bar{\sigma}_k = \sigma_k/|\sigma_0|$) во времени n в точках A1–A5 (рис. 1), находящихся на свободной поверхности упругой полуплоскости (расстояние между точками A1 и A2 равно H , A2 и A3 – H , A3 и A4 – H , A4 и A5 – H , A5 и A6 – H , A6 и A7 – H , A7 и A8 – H , A8 и A9 – H , A9 и A10 – H).

Заключение

На объекты жизнедеятельности человека оказывают влияние сейсмические нагрузки или воздействия. Они создают серьезные проблемы своими разрушительными последствиями. В истории человечества первой теорией сейсмической безопасности была статическая. Потом появилась нацеленная на исследование проблемы резонанса спектральная теория, взявшая за основу одномассовый осциллятор. Обе теории были предложены в начале XX века. Однако, несмотря на имеющиеся теории сейсмической безопасности, здания и сооружения продолжали разрушаться при сейсмических воздействиях. Это было связано с тем, что данные теории несовершенны и не отражают реальный физический процесс волнового воздействия на объекты жизнедеятельности человека. Тогда ученые располагали ограниченным инструментарием для исследования, как в области математического, так и физического мониторинга. Хотя основные уравнения строительной механики (механики деформируемого твердого тела) были получены в XIX веке, их решение в нестационарной волновой постановке в начале XX века оставалось невозмож-

ным. Поэтому предпринимались попытки решения частных уравнений и получения некоторых знаний и закономерностей волнового напряженного состояния. Были получены знания в области продольных, поперечных, конических, релеевских и других волн. До появления электронных вычислительных машин удалось накопить некоторые знания в области переходного периода. Например, было установлено, что при отражении волны сжатия от свободной поверхности конструкции волна сжатия становится растягивающей и тем самым создается ситуация откольных явлений. В конце XX века появились электронные вычислительные машины, которые позволили решать многие задачи строительной механики (механики деформируемого твердого тела) на нестационарные волновые воздействия. Однако переход от дифференциальных уравнений с начальными и граничными условиями к системе с конечным числом неизвестных для волновых процессов оказался непросто. Это связано со многими проблемами, в том числе вычислительными, а также с моделью физических процессов переходного процесса. В настоящее время можно решать волновые задачи, создавая базу знаний как в области фундаментальной, так и прикладной науки, а производная от этих знаний обеспечивает развитие производственной науки, то есть нормативно-правовой базы.

В начале XX века была поставлена задача Лэмба для изучения закономерностей распространения волн напряжений в сплошной деформируемой среде с целью создания базы знаний по сейсмологии и сейсмостойкости геобъектов. Известно, что здания и сооружения разрушаются и для их защиты в эксплуатационный период нужна информация о сейсмических воздействиях. В первую очередь – это знания в области продольных, поперечных и поверхностных волн. Они помогают определить и ранжировать сейсмические воздействия на здания и сооружения. В настоящее время эта информация называется бальностью землетрясений. В зависимости от величины бальности землетрясений применяются разные подходы и методы защиты строительных объектов от сейсмических воздействий. Основным в обеспечении безопасности строительных объектов является оценка несущей способности. Ее можно осуществить при наличии информации о напряженном состоянии. Не зря в методе предельного состояния оценка несущей способности занимает почетное первое место, хотя определение напряжений всегда сложнее, чем перемещений и ее производных по времени.

Дадим некоторую оценку статической и волновой механике грунтов. Если ранжировать по задачам, которые рассмотрены в учебниках по механике грунтов, тогда на первое место смело можно поставить задачу Фламана (пока мы рассматриваем двумерную плоскую задачу). Задача Фламана – это сосредоточенное вертикальное воздействие на свободной поверхности полуплоскости. Она полностью повторяет задачу Лэмба, различие в том, что задача Фламана применима при статическом воздействии, а задача Лэмба – при нестационарном динамическом воздействии. Напрашивается следующий вывод: чем больше мы будем знать о физических результатах при решении задачи Лэмба, тем быстрее нестационарная волновая механика грунтов выделится в научное направление и появится одноименный учебник для студентов и исследователей. Таким образом, можно сказать, что волновая теория сейсмической безопасности находится на заключительном этапе своего формирования.

На основе метода конечных элементов разработаны методика, алгоритм и комплекс программ для линейных двумерных плоских задач, которые позволяют решать сложные задачи при нестационарных волновых воздействиях на уникальные объекты. Основные соотношения метода конечных элементов получены с помощью принципа возможных перемещений. Матрица упругости выражена через скорость продольных и поперечных волн и плотность.

Линейная динамическая задача с начальными и граничными условиями в виде дифференциальных уравнений в частных производных для решения задач при волновых воздействиях с помощью метода конечных элементов в перемещениях приведена к системе линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными условиями, которая решается по явной двухслойной схеме.

Решена задача о математическом моделировании нестационарных упругих волн напряжений при сосредоточенном вертикальном воздействии в виде дельта-функции на поверхности полуплоскости. Исследуемая расчетная область имеет 12 008 001 узловых точек. Решается система уравнений из 48 032 004 неизвестных. Растягивающее упругое контурное напряжение $\bar{\sigma}_k$ имеет максимальное значение $\bar{\sigma}_k = 0,18$. Сжимающее упругое контурное напряжение $\bar{\sigma}_k$ имеет максимальное значение $\bar{\sigma}_k = -0,24$.

Амплитуда поверхностных волн Релея существенно больше амплитуд продольных, поперечных и других волн при сосредоточенном вертикальном воздействии в виде треугольного импульса на поверхности упругой полуплоскости.

После поверхностных волн Релея наблюдается динамический процесс в виде стоячих волн.

Список литературы

1. Кольский Г. Волны напряжений в твердых телах. М.: Иностранная литература, 1955. 192 с.
2. Дэвис Р. Волны напряжений в твердых телах. М.: Иностранная литература, 1961. 104 с.
3. Eringen A.C. Mechanics of continua. New York: John Wiley & Sons, 1967. 502 p.
4. Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир, 1972. 420 с.
5. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 543 с.
6. Поттер Д. Вычислительные методы в физике. М.: Мир, 1975. 392 с.
7. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.
8. Тимошенко С.П., Гудьер Д. Теория упругости. М.: Наука, 1975. 576 с.
9. Гузь А.Н., Кубенко В.Д., Черевко М.А. Дифракция упругих волн. Киев: Наукова думка, 1978. 308 с.
10. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. 392 с.
11. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. М.: Стройиздат, 1982. 448 с.
12. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. М.: Мир, 1986. 320 с.
13. Хан Х. Теория упругости. М.: Мир, 1988. 344 с.
14. Musayev V.K. Testing of stressed state in the structure-base system under non-stationary dynamic effects // Proceedings of the Second International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics. St. Louis: University of Missouri – Rolla, 1991. Pp. 2086–2097.
15. O'Rourke M.J., Liu X. Response of buried pipelines subject to earthquake effects. Buffalo: Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research (MCEER), 1999. 250 p.
16. Kuznetsov S.V. Seismic waves and seismic barriers // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2012. Vol. 8. Issue 1. Pp. 87–95. <http://dx.doi.org/10.1134/S1063771011030109>
17. Nemchinov V.V. Diffraction of a plane longitudinal wave by spherical cavity in elastic space // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2013. Vol. 9. Issue 1. Pp. 85–89.
18. Nemchinov V.V. Numerical methods for solving flat dynamic elasticity problems // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2013. Vol. 9. Issue 1. Pp. 90–97.
19. Prasad B.B. Fundamentals of soil dynamics and earthquake engineering. Delhi: PHI Learning, 2013. 556 p.
20. Kuznetsov S.V., Terenteva E.O. Lamb problems: a review and analysis of methods and approaches // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2014. Vol. 10. Issue 1. Pp. 78–93.
21. Musayev V.K. Estimation of accuracy of the results of numerical simulation of unsteady wave of the stress in deformable objects of complex shape // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2015. Vol. 11. Issue 1. Pp. 135–146.
22. Дикова Е.В. Достоверность численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В.К. при решении задачи о распространении плоских продольных упругих волн (восходящая часть – линейная, нисходящая часть – четверть круга) в полуплоскости // Международный журнал экспериментального образования. 2016. № 12–3. С. 354–357.
23. Стародубцев В.В., Акатьев С.В., Мусаев А.В., Шиянов С.М., Куранцов О.В. Моделирование упругих волн в виде импульсного воздействия (восходящая часть – четверть круга, нисходящая часть – четверть круга) в полуплоскости с помощью численного метода Мусаева В.К. // Проблемы безопасности российского общества. 2017. № 1. С. 36–40.
24. Стародубцев В.В., Акатьев С.В., Мусаев А.В., Шиянов С.М., Куранцов О.В. Моделирование с помощью численного метода Мусаева В.К. нестационарных упругих волн в виде импульсного воздействия (восходящая часть – четверть круга, средняя – горизонтальная, нисходящая часть – линейная) в сплошной деформируемой среде // Проблемы безопасности российского общества. 2017. № 1. С. 63–68.
25. Куранцов В.А., Стародубцев В.В., Мусаев А.В., Самойлов С.Н., Кузнецов М.Е. Моделирование импульса (первая ветвь: восходящая часть – четверть круга, нисходящая часть – линейная; вторая ветвь: треугольник) в упругой полуплоскости с помощью численного метода Мусаева В.К. // Проблемы безопасности российского общества. 2017. № 2. С. 51–55.
26. Avershyeva A.V., Kuznetsov S.V. Numerical simulation of Lamb wave propagation isotropic layer // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2019. Vol. 15. Issue 2. Pp. 14–23.
27. Musayev V.K. Mathematical modeling of non-stationary elastic waves stresses under a concentrated vertical exposure in the form of delta functions on the surface of the half-plane (Lamb problem) // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2019. Vol. 15. Issue 2. Pp. 111–124.
28. Israilov M.S. Theory of sound barriers: diffraction of plane, cylindrical and spherical waves on a “hard-soft” half plane // Mechanics of Solids. 2019. Vol. 54. No. 3. Pp. 412–419.
29. Мусаев В.К. Математическое моделирование нестационарных упругих волн напряжений в консоли с основанием (полуплоскость) при фундаментальном сейсмическом воздействии // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 6. С. 477–482. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-6-477-482>

References

1. Kolskij G. *Volny napryazhenij v tverdyh telah* [Stress waves in solids]. Moscow: Inostrannaya literatura Publ.; 1955. (In Russ.)
2. Dejvis R. *Volny napryazhenij v tverdyh telah* [Stress waves in solids]. Moscow: Inostrannaya literatura Publ.; 1961. (In Russ.)
3. Eringen A.C. *Mechanics of continua*. New York: John Wiley & Sons; 1967.
4. Rihtmajer R., Morton K. *Raznostnye metody resheniya kraevykh zadach* [Difference methods for solving boundary value problems]. Moscow: Mir Publ.; 1972. (In Russ.)
5. Zenkevich O. *Metod konechnykh elementov v tekhnike* [The finite element method in engineering]. Moscow: Mir Publ.; 1975. (In Russ.)
6. Potter D. *Vychislitel'nye metody v fizike* [Computational methods in physics]. Moscow: Mir Publ.; 1975. (In Russ.)
7. Novackij V. *Teoriya uprugosti* [Theory of elasticity]. Moscow: Mir Publ.; 1975. (In Russ.)
8. Timoshenko S.P., Guder D. *Teoriya uprugosti* [Theory of elasticity]. Moscow: Nauka Publ.; 1975. (In Russ.)
9. Guz A.N., Kubenko V.D., Cherevko M.A. *Difrakciya uprugih voln* [Diffraction of elastic waves]. Kiev: Naukova Dumka Publ.; 1978. (In Russ.)
10. Segerlind L. *Primenenie metoda konechnykh elementov* [Application of the finite element method]. Moscow: Mir Publ.; 1979. (In Russ.)
11. Bate K., Wilson E. *Chislennye metody analiza i metod konechnykh elementov* [Numerical methods of analysis and the finite element method]. Moscow: Strojizdat Publ.; 1982. (In Russ.)
12. Zenkevich O., Morgan K. *Konechnye elementy i aproksimaciya* [Finite elements and approximation]. Moscow: Mir Publ.; 1986. (In Russ.)
13. Han X. *Teoriya uprugosti* [Theory of elasticity]. Moscow: Mir Publ.; 1988. (In Russ.)
14. Musayev V.K. Testing of stressed state in the structure-base system under non-stationary dynamic effects. *Proceedings of the Second International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*. St. Louis: University of Missouri – Rolla; 1991. p. 2086–2097. <https://scholarsmine.mst.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=3626&context=icrageesd>
15. O'Rourke M.J., Liu X. Response of buried pipelines subject to earthquake effects. Buffalo: Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research (MCEER); 1999.
16. Kuznetsov S.V. Seismic waves and seismic barriers. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2012;8(1):87–95. <http://dx.doi.org/10.1134/S1063771011030109>
17. Nemchinov V.V. Diffraction of a plane longitudinal wave by spherical cavity in elastic space. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2013;9(1):85–89.
18. Nemchinov V.V. Numerical methods for solving flat dynamic elasticity problems. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2013;9(1):90–97.
19. Prasad B.B. *Fundamentals of soil dynamics and earthquake engineering*. Delhi: PHI Learning; 2013.
20. Kuznetsov S.V., Terenteva E.O. Lamb problems: a review and analysis of methods and approaches. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2014;10(1):78–93.
21. Musayev V.K. Estimation of accuracy of the results of numerical simulation of unsteady wave of the stress in deformable objects of complex shape. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2015;11(1):135–146.
22. Dikova E.V. Reliability of the numerical method, algorithm and software package of V.K. Musayev in solving the problem of propagation of plane longitudinal elastic waves (ascending part-linear, descending part-quarter of a circle) in a half-plane. *Mezhdunarodnyj Zhurnal Eksperimental'nogo Obrazovaniya*. 2016;(12–3):354–357. (In Russ.)
23. Starodubcev V.V., Akatev S.V., Musaev A.V., Shiyonov S.M., Kurancov O.V. Modeling of elastic waves in the form of a pulsed action (the ascending part is a quarter of a circle, the descending part is a quarter of a circle) in a half-plane using the numerical method of V.K. Musayev. *Problemy Bezopasnosti Rossijskogo Obshchestva*. 2017;(1):36–40. (In Russ.)
24. Starodubcev V.V., Akatev S.V., Musaev A.V., Shiyonov S.M., Kurancov O.V. Simulation using the numerical method of V.K. Musaev of non-stationary elastic waves in the form of a pulsed action (the ascending part is a quarter of a circle, the middle part is horizontal, the descending part is linear) in a continuous deformable medium. *Problemy Bezopasnosti Rossijskogo Obshchestva*. 2017;(1):63–68. (In Russ.)
25. Kurancov V.A., Starodubcev V.V., Musaev A.V., Samojlov S.N., Kuznecov M.E. Simulation of the momentum (first branch: ascending part – quarter circle, descending part – linear; second branch: triangle) in an elastic half-plane using the numerical method of V.K. Musayev. *Problemy Bezopasnosti Rossijskogo Obshchestva*. 2017;(2):51–55. (In Russ.)
26. Avershyeva A.V., Kuznetsov S.V. Numerical simulation of Lamb wave propagation isotropic layer. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2019;15(2):14–23. <https://doi.org/10.22337/2587-9618-2019-15-2-14-23>
27. Musayev V.K. Mathematical modeling of non-stationary elastic waves stresses under a concentrated vertical exposure in the form of delta functions on the surface of the half-plane (Lamb problem). *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2019;15(2):111–124. <https://doi.org/10.22337/2587-9618-2019-15-2-111-124>
28. Israilov M.S. Theory of sound barriers: diffraction of plane, cylindrical and spherical waves on a “hard-soft” half plane. *Mechanics of Solids*. 2019;54(3):412–419. <https://doi.org/10.3103/S0025654419020043>
29. Musayev V.K. Mathematical modeling of unsteady elastic stress waves in a console with a base (half-plane) under fundamental seismic action. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2019;15(6):477–482. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-6-477-482>

DOI 10.22363/1815-5235-2021-17-2-121-132
УДК 626/627

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Совместная работа ячеистой конструкции как системы «каркас – грунт засыпки – основание»

В.А. Зимнюков*, М.И. Зборовская

Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К.А. Тимирязева, Российская Федерация, 127434, Москва,
ул. Тимирязевская, д. 49
*zimnyukov@rgau-msha.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 25 января 2021 г.
Доработана: 14 апреля 2021 г.
Принята к публикации: 20 апреля 2021 г.

Аннотация. *Актуальность.* Опыт построенных ячеистых сооружений и результаты расчетных и модельных исследований, выполненных в нашей стране и за рубежом, по оценке совместной работы сложного комплекса «ячеистый каркас – грунт засыпки ячеек – основание» указывают на достаточную надежность таких гидротехнических сооружений. Основная сложность при проектировании ячеистых конструкций состоит в воспроизведении объемной работы комплекса «ячеистый каркас – грунт засыпки – грунт основания» для выявления резервов конструкции. *Цели.* Изучение путем проведения лабораторных исследований взаимодействия каркаса, грунта засыпки ячейки и основания при различной влажности грунта с учетом таких факторов, как гранулометрический состав грунта засыпки, роль поверхностного натяжения влаги, содержащейся в грунте, геометрические параметры самой конструкции и ряда других. *Методы.* Экспериментальные исследования на модели работы ячеистой конструкции без днища на нескальном (песчаном) основании на устойчивость при соблюдении критериев подобия, а также исследования ячеек, различающихся геометрией и размерами при изменениях влажности и гранулометрического состава грунта ячеек. *Результаты.* По результатам модельных исследований предложена зависимость по учету влияния сил поверхностного натяжения принимая во внимание гидравлический радиус поперечного сечения ячейки, смоченный периметр, площадь поперечного сечения ячейки и др. Рассмотрено взаимодействие ячеистой конструкции с основанием согласно указанным выше параметрам. Представлены результаты лабораторных исследований по учету взаимодействия каркаса, грунта засыпки ячейки при различной влажности заполнителя принимая в расчет гранулометрический состав грунта засыпки, поверхностное натяжение влаги, содержащейся в грунте, геометрические параметры самой конструкции и ряд других факторов.

Ключевые слова: ячеистая конструкция, каркас, грунт засыпки, формула Янсена, поверхностное натяжение, влажность грунта засыпки, капиллярное сцепление, гранулометрический состав грунта


Для цитирования

Зимнюков В.А., Зборовская М.И. Совместная работа ячеистой конструкции как системы «каркас – грунт засыпки – основание» // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2021. Т. 17. № 2. С. 121–132. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-2-121-132>

Зимнюков Владимир Анатольевич, доцент кафедры гидротехнических сооружений, Институт мелиорации, водного хозяйства и строительства имени А.Н. Костякова, кандидат технических наук; eLIBRARY SPIN-код: 9152-1962, Scopus Author ID: 57219612774, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-9892-146X>.

Зборовская Марина Ильинична, доцент кафедры гидротехнических сооружений, Институт мелиорации, водного хозяйства и строительства имени А.Н. Костякова, кандидат технических наук; eLIBRARY SPIN-код: 6748-0927, Scopus Author ID: 57219607364, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-8405-8757>.

© Зимнюков В.А., Зборовская М.И., 2021

 This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Joint operation of the cellular structure as a system “frame – filling ground – base”

Vladimir A. Zimnyukov*, Marina I. Zborovskaya

Russian State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy, 49 Timiryazevskaya St, Moscow, 127434, Russian Federation
*zimnyukov@rgau-msha.ru

Article history

Received: January 25, 2021

Revised: April 14, 2021

Accepted: April 20, 2021

Abstract. *Relevance.* The experience of constructed cellular structures and the results of computational and model studies carried out in our country and abroad to assess the joint work of the complicated complex “cellular frame – soil backfill of cells – foundation” indicates the sufficient reliability of such hydraulic structures. The main difficulty in the design of cellular structures is to reproduce the volumetric work of the complex “cellular frame – backfill soil – foundation soil” to identify structural reserves. *Objectives.* To study, through laboratory studies, the interaction of the frame and backfill of the cell and the base at different soil moisture, taking into account such factors as the granulometric composition of the backfill soil, the role of the surface tension of moisture contained in the soil, the geometric parameters of the structure itself and a number of other factors. *Methods.* Experimental studies on the model of the operation of a cellular structure without a bottom on a non-rocky (sandy) foundation for stability, subject to the similarity criteria, as well as studies of cells with different geometry and sizes with changes in moisture and particle size distribution of the soil of the cells. *Results.* Based on the results of model studies, a dependence is proposed to take into account the effect of surface tension forces, considering the hydraulic radius of the cell cross-section, wetted perimeter, cross-sectional area of the cell, etc. The interaction of the cellular structure with the base is also explored, taking into account the above parameters. The results of laboratory studies on considering the interaction of the frame and backfill of the cell soil at different moisture content of the aggregate, taking into account the granulometric composition of the backfill soil surface tension of moisture contained in the soil, geometric parameters of the structure itself and a number of other factors.

Keywords: cellular structure, frame, backfill soil, Jansen’s formula, surface tension, moisture content of backfill soil, capillary adhesion, soil granulometric composition

For citation

Zimnyukov V.A., Zborovskaya M.I. Joint operation of the cellular structure as a system “frame – filling ground – base”. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2021;17(2):121–132. (In Russ.) <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-2-121-132>

Введение

Ячеистые конструкции гидротехнических сооружений применяются практически во всех сферах водного хозяйства (плотины, здания ГЭС, наплавные блоки ГЭС, ледостойкие стационарные платформы (ЛСП), подпорные стенки, металлические и железобетонные ячеистые конструкции моллов, набережных, причалов, доков и др.). Начиная от деревянных ряжей и до современных тонкостенных причальных сооружений ячеистые конструкции подтвердили свою применимость и надежность. Эти конструкции просты по форме, легко вписываются в любой существующий рельеф, для их заполнения применяются любые местные материалы, что ускоряет сроки строительства и удешевляет их стоимость при достаточной прочности и надежности [1].

Также самое широкое применение находят ячеистые конструкции в других отраслях, особенно связанных со складированием различных материалов. Эти сооружения имеют много общих проблем с ячеистыми конструкциями гидротехнических сооружений (ГТС), особенно при рассмотрении вопроса об определении давления заполнителя в ячейке. Данный вопрос особенно актуален сегодня с учетом широкого применения металлических силосов различной конструкции, имеющих деформируемые под воздействием засыпки стены, для которых очень важна правильная последовательность их заполнения.

Но нестандартность технологий, используемых при возведении ячеистых конструкций ГТС, до сих пор тормозит их широкое внедрение в строительную практику, и основное тут – качественное и быстрое

Vladimir A. Zimnyukov, Associate Professor of the Department of Hydrotechnical Structures, Institute of Melioration, Water Management and Construction named after A.N. Kostyakov, Candidate of Technical Sciences. eLIBRARY SPIN-code: 9152-1962, Scopus Author ID: 57219612774, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-9892-146X>.

Marina I. Zborovskaya, Associate Professor of the Department of Hydrotechnical Structures, Institute of Melioration, Water Management and Construction named after A.N. Kostyakov, Candidate of Technical Sciences. eLIBRARY SPIN-code: 6748-0927, Scopus Author ID: 57219607364, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-8405-8757>.

выполнение бетонного каркаса и решение проблемы стыков для сборных конструкций, а также рациональное и наиболее выгодное для напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкции сочетание бетонных и земляных работ (засыпки ячеек).

Сложность объемной работы комплекса «ячеистый каркас – грунт засыпки – грунт основания» создает трудности при экспериментальном и расчетном изучении работы комплекса при статических воздействиях, изучении устойчивости сооружения на сдвиг, температурных воздействиях с учетом накопленных к настоящему моменту данных и физических предпосылок о работе таких конструкций. Но очевидно, что решение данной задачи, пусть и постепенное, позволит лучше управлять работой ячеистых конструкций, усовершенствовать их, выявить резервы, что даст возможность сделать их более конкурентоспособными по сравнению с другими бетонными и грунтовыми плотинами.

Ячеистая конструкция удачно применена в составе селезащитной плотины (1976 г.) на р. Большая Алматинка для защиты г. Алма-Аты. Также в настоящее время рассматриваются проекты селезадерживающих плотин на р. Аксай и Улькен Алматы (железобетонная ячеистая плотина высотой (по селесбросу) 37,6 м, шириной 68 м, длиной 127 м) – инженерная защита территории, которая является частью государственного национального природного парка Казахстана [2].

Удачным оказался опыт применения ячеистых подпорных стен на Загорской ГАЭС. Реверсивный водоприемник верхнего бассейна решен по схеме руслового здания ГАЭС, то есть непосредственно воспринимает напор воды. С обеих сторон к устоям водоприемника примыкают левобережная и правобережная части грунтовой дамбы. Так как ширина дамбы значительно превышает ширину водоприемника вдоль потока, то для сопряжения ее с водоприемником с низовой и верховой сторон предусмотрены подпорные стенки в два яруса.

Конструкция стенок второго яруса неодинакова, более высокие стенки, расположенные ближе к водоприемнику, имеют ячеистую конструкцию. Более низкие стенки имеют уголкового профиля. Максимальная высота стенок 27,5 м, максимальная ширина 28,50 м, максимальная длина немногим более 25,00 м. Для отвода профильтровавшейся воды под стенками выполнен горизонтальный дренаж из песчано-гравийной смеси (ПГС), вода из которого по вертикальным дренажным скважинам выпускается в дренаж тела дамбы верхнего бассейна [3].

Согласно [4], задача учета давления засыпки на основание и стенки ячеистого каркаса является классической в механике сыпучих сред. Действующие в настоящее время строительные нормы и правила базируются на решении Янсена 1895 г., в которое вводится ряд поправочных эмпирических коэффициентов. В результате численных экспериментов с 3D-моделью авторы приходят к выводу, что «распределение давления сыпучего материала на дно и стенки емкости зависит не только от удельного веса материала и коэффициентов его внешнего и внутреннего трения, но и от способа засыпки емкости» Также отмечается, что при послойной засыпке ячейки с жестким днищем коэффициент бокового давления (распора) является постоянным по величине только при наличии сдвига дна ячейки вниз с постоянной малой скоростью. В случае перемещения дна ячейки (а это соответствует условиям проведения опытов инженера из Бремена, который также засыпал содержимое ячейки порциями и производил измерения в условиях, когда засыпка находилась в предельном состоянии) формула Янсена работает достаточно точно.

Как уже ранее отмечалось [5], существует ряд работ, которые можно разделить на два направления: 1) об учете взаимодействия засыпки с жестким основанием или же с днищем ячейки; 2) взаимодействие каркаса и засыпки с нескальным основанием. Наиболее известны работы Л.М. Емельянова и его последователя В.В. Алипова [5]. Отмечается, что вследствие вертикальных и горизонтальных нагрузок эффект зависания засыпки в ячейках распространяется до определенной глубины, а при врезании каркаса в грунт основания в нижней части ячейки трение по стенкам будет направлено в противоположную движению сторону и ближе к основанию ячейки давление грунта при пассивном состоянии засыпки (то есть восприятии ею части веса каркаса) будет больше активного. Согласно нашим исследованиям, важным является также учет влияния деформативности стенок каркаса ячеек, которая существенно влияет на работу тонкостенных конструкций. Необходимо накопление, систематизация и оценка данных для более точной оценки работы ячеистых конструкций гидротехнических сооружений на нескальном основании. Сегодня расчетные исследования позволяют продвинуть исследования о характере работы ячеистых конструкций и вывести оценку их работы на новый уровень. Обилие таких работ для силосов и бункеров подчеркивает важность данного вопроса и сложность их 3D-работы.

В 1965–1966 гг. в Гипроречтранс под руководством С.Н. Левачева были проведены лабораторные исследования кинематики взаимодействия гравитационных оболочек большого диаметра с грунтом ос-

нования и внутренней засыпки с «втягиванием» части засыпки в оболочку при сдвиге ее горизонтальной силой [6]. Также этот вопрос затронут в руководстве для корпуса инженеров американской армии, где даются рекомендации по расчетам устойчивости оболочек большого диаметра, в том числе с учетом влияния фильтрационного потока в ячеистой конструкции в основании [7].

Цель настоящего исследований – изучение взаимодействия каркаса, грунта засыпки ячейки и основания при различной влажности грунта в лабораторных условиях. При этом принимались во внимание такие факторы, как гранулометрический состав грунта засыпки, роль поверхностного натяжения влаги, содержащейся в грунте, геометрические параметры самой конструкции и ряд других факторов.

Материалы и методы

Модельные исследования работы ячеистой конструкции без днища на нескальном (песчаном) основании на сдвиг проводились для оценки качественной картины протекающего процесса и выявления запаса устойчивости системы «ячеистая конструкция – засыпка – основание».

До настоящего времени ячеистые конструкции рассчитываются на устойчивость против сдвига по методике жесткого штампа, согласно СП 23.13330.2011 «Основания гидротехнических сооружений» (актуализированная редакция СНиП 2.02.02–85) (СП является составной частью национальной системы стандартизации Российской Федерации и действует на территории РФ). В соответствии с этой методикой, собственный вес сооружения моделируется одной вертикальной силой с заменой сооружения жестким (обычно квадратным) штампом, что не позволяет учесть особенности конкретного сооружения в случае работы сооружения без днища и взаимодействия грунта засыпки с основанием.

В исследованиях система «ячеистый каркас – грунт засыпки – грунт основания» моделируется в пределах существующих физических представлений о поведении таких систем и составляющих ее компонентов (ячеистых сооружений без днища на мягком основании с потерей устойчивости). Исследование проводилось в лаборатории прочности кафедры гидротехнических сооружений Института мелиорации, водного хозяйства и строительства имени А.Н. Костякова ФГБОУ ВО РГАУ – МСХА имени К.А. Тимирязева.

Использовалась методика моделирования, согласно подходу А.Г. Назарова к решению задачи моделирования грунтов и нескальных оснований с доведением до разрушения ($\alpha_e = 1$ – строгое подобие). Для эксперимента была изготовлена модель плотины высотой 50 мм, что соответствует масштабу $\alpha_l = 80$ по отношению к натурному сооружению (рис. 1), моделирующая флютбет ячеистой конструкции.

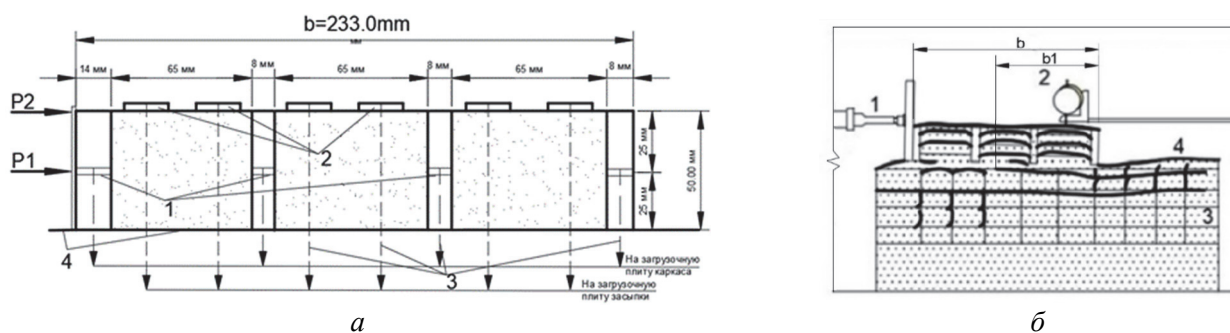


Рис. 1. Схема модели ячеистого штампа с загрузочными устройствами и уровнями приложения сдвигающей силы P (а) и кинематика при сдвиге ячеистого штампа на песчаном основании с песчаной засыпкой при влажности песка 5 % (б):

а: 1 – анкеры для моделирования собственного веса каркаса ячейки; 2 – анкеры для моделирования собственного веса засыпки ячейки; 3 – система загрузки для моделирования собственного веса штампа; 4 – грунт-основание штампа; $P1$, $P2$ – уровни приложения сдвигающей нагрузки P ;

б: 1 – сдвигающий домкрат (создание сдвигающей силы $P2$); 2 – индикатор часового типа для измерения перемещений;

3 – разметка грунта для наблюдения за перемещением грунта при сдвиге; 4 – перемещения грунта при сдвиге

Figure 1. Schematic of a model of a cellular die with loading devices and levels of application of a shear force P (a) and kinematics during shear of a cellular die on a sandy base with a sand backfill at a sand moisture content of 5% (b):

a: 1 – anchor for modeling the dead weight of the cell frame; 2 – anchor for modeling the dead weight of the cell backfill;

3 – loading system for modeling the dead weight of the stamp; 4 – soil-base of the stamp; $P1$, $P2$ – shear load application levels P ;

b: 1 – shearing jack (creating a shear force $P2$); 2 – dial indicator for displacement measurement;

3 – marking the ground to observe the movement of the ground during shear; 4 – displacement of soil during shear

Для каркаса модели соотношение модулей упругости материалов каркаса природы (бетон) и модели (оргстекло) $E_K^H/E_K^M = \frac{29000}{5250} = 5,5$, что соответствует масштабу моделирования $\alpha_E = \alpha_\sigma = 5,5$.

Нагрузка системы «каркас – засыпка» моделировалась на основе существующей в лаборатории прочности кафедры гидротехнических сооружений методики приложения нагрузок на модели малого масштаба с помощью упругих элементов из капроновой нити (лесок) диаметром 0,8–0,1 мм (рис. 1, а). Сдвигающая сила прикладывалась к модели на двух уровнях: 25 (опыты серии I – P1) и 50 мм (опыты серии II – P2) и с помощью двух авиационных (масляных) домкратов, а собственный вес каркаса и засыпки воспроизводился с применением загрузочной системы с использованием упругих элементов и жестких металлических элементов для связи лесок нужной длины с двумя загрузочными подвесными платформами и воспроизведения заданного усилия. При этом две загрузочные подвесные платформы работали отдельно для каркаса и засыпки и нагрузка на них передавалась посредством загрузочных секторов (создавали необходимое плечо) и грузов. [5]. Во время эксперимента загрузочные устройства и платформы могли передвигаться вместе с моделью при потере устойчивости на сдвиг.

В качестве материала засыпки и основания был принят песок с характеристиками $\gamma_3 = 0,016 \text{ МН/м}^3$, $E_3 = 28 \text{ МПа}$, $\varphi = 28,8^\circ$, $\delta = 20^\circ$ (углы внутреннего и внешнего трения засыпки и основания соответственно) с целью получения качественной картины сдвига.

После достижения на модели значения собственного веса G и стабилизации ее состояния, прикладывалась сдвигающая сила ступенями по $0,2P_{\text{расч}}$ ($P_{\text{расч}} = G \cdot \text{tg}\varphi$) с фиксированием происходящих изменений с помощью индикаторов часового типа, прогибомеров, фотосъемки и отсыпанной из резиновой крошки сетки на контакте со стеклом лотка. Опыт серий I и II отличались между собой высотой приложения сдвигающей силы P : 25 и 50 мм соответственно (рис. 1).

При моделировании собственного веса каркаса и засыпки наблюдалась практически совместная работа каркаса и засыпки и не происходило смещение засыпки вдоль стен каркаса. При учете геометрического масштаба $\alpha_l = 80$ мы имеем натурное сооружение – штамп высотой $H = 0,05 \times 80 = 4,0 \text{ м}$ и внутренним размером ячейки $a = 5,2 \text{ м}$, что дает соотношение $H/a = 0,77$ и не происходит развития предельного состояния на контакте «каркас – засыпка».

Так как в опытах I и II визуальное при $P = 0,8P_{\text{расч}}$ уже было заметно искажение сетки, нанесенной для наблюдений за основанием штампов, то расчет устойчивости штампов производился нами по методике СП 23.13330.2011 «Основания гидротехнических сооружений» (актуализированная редакция СНиП 2.02.02–85) по схемам глубинного и смешанного сдвигов.

При этом в обоих случаях при проверке на плоский сдвиг мы имели величину критерия $N_\sigma = \sigma_{\text{max}}/(b \cdot \gamma) > 3$, где σ_{max} – максимальное напряжение в основании штампа при $P = 0,7P_{\text{расч}}$, $b = 23,3 \text{ см}$ – ширина подошвы штампа, $\gamma = 0,016 \text{ МН/м}^3$ – объемный вес основания штампа, то есть в обоих случаях не выполняется критерий по устойчивости штампов на плоский сдвиг и необходима проверка на смешанный сдвиг, что совпадает с данными опытов I и II.

Рассчитывая наши сдвигающие штампы для опытов I и II при $P = 0,7P_{\text{расч}}$ (при $P = 0,8P_{\text{расч}}$ уже отмечен сдвиг), мы получили под обоими штампами начало зоны пластических деформаций, составляющих для опыта I $b_1 = 0,06b = 1,4 \text{ см}$, а для опыта II $b_1 = 0,065b = 1,5 \text{ см}$ (рис. 1, б).

Таким образом, под частью b_1 подошвы штампа основание перешло в пластическое состояние и $\tau = \tau_{\text{пред}} = \sigma \cdot \text{tg}\varphi \text{ МН/м}^2$.

Дальнейшее увеличение нагрузки вызывает развитие пластических деформаций в основании моделей и расширение зоны b_1 в ширину и по глубине (рис. 1, б).

С целью расширения представлений о качественной и количественной сторонах явления устойчивости ячеистых конструкций с учетом перечисленных факторов необходимо изучение ячеистых штампов с $H/a > 1,5$ – 2 , то есть работающих по типу силосов, а также учет большего диапазона изменения моментов сдвигающей силы и, возможно, увеличение масштаба модели.

Картина, аналогичная зафиксированной С.Н. Левачевым [6] для оболочки большого диаметра, была получена нами в опыте с песком влажностью 5 % без загрузки засыпки ячеек собственным весом при $P = P_{\text{расч}}$, приложенной на высоте 25 мм от подошвы штампа (рис. 1, б). В этом случае можно отметить, что каркас под действием собственного веса «врезается» в основание и влияет на направление движения грунта основания и засыпки.

В процессе эксперимента с одиночными ячейками (рис. 2, а) получены данные о поведении крупнозернистого и мелкозернистого заполнителя и мелкого песка разной влажности при высыпании из ячейки, свидетельствующие о влиянии высоты ячейки и влажности песка на величину зависания засыпки на стенках ячейки. В опытах рассматривались низкие ячейки с высотой, примерно равной поперечному размеру ячейки, и высокие ячейки, в которых высота примерно в 4 раза превосходила поперечный размер.

Для этого были собраны ячеистые фрагменты из оргстекла в виде (рис. 2): *a* – кубика без дна и крышки: $a = 16$ см, $H = 16$ см ($H/a = 1$); *б* – низкого цилиндра: $\varnothing = 11$ см, $r = 5,5$ см, $H = 9,5$ см ($H/a = 0,86$); *в* – высокого цилиндра: $\varnothing = 11$ см, $r = 5,5$ см, $H = 39,5$ см ($H/a = 3,59$).

В качестве засыпки использовались три вида материала: крупнозернистый – каменная крошка, естественная влажность – 3 %; среднезернистый – каменная крошка, естественная влажность – 3 %; мелкий песок, естественная влажность – 3 %.

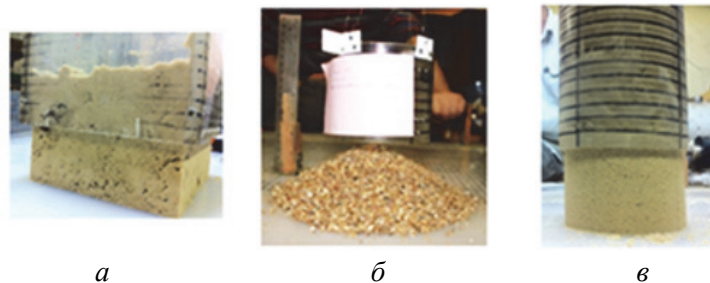
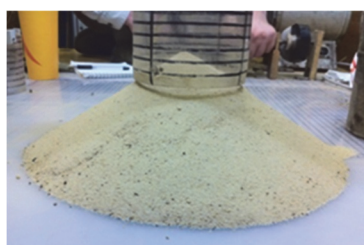


Рис. 2. Испытания на поднятие ячеек
Figure 2. Cell lifting tests



Мелкий песок естественной влажности
Fine sand of natural moisture



Мелкий песок, влажность 5 %
Fine sand, moisture 5%



Мелкий песок, влажность 10 %
Fine sand, moisture 10%



Среднезернистый материал естественной влажности
Medium-grained material of natural moisture



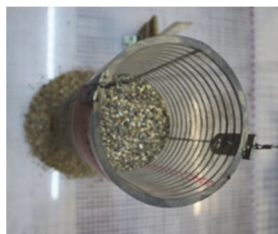
Среднезернистый материал, влажность 5 %
Medium grain material, 5% moisture



Среднезернистый материал, влажность 10 %
Medium grained material, 10% moisture



Крупнозернистый материал естественной влажности
Coarse material of natural moisture



Крупнозернистый материал, влажность 5 %
Coarse material, 5% moisture



Крупнозернистый материал, влажность 10 %
Coarse material, 10% moisture

Рис. 3. Результаты испытаний на поднятие ячеек
Figure 3. Cell lifting tests results

В установленную на стенде форму загрузался грунт необходимой влажности без какого-либо уплотнения. Поднималась ячейка с определенным шагом от поверхности испытательной площадки. В процессе

поднятия на фиксированных отметках снимались показания динамометра, измерялся радиус рассыпания грунта (рис. 2).

Благодаря проведенным опытам мы получили графики поведения грунта различной влажности и гранулометрического состава при испытании по поднятию ячеек (рис. 3 и 4). Как правило в графиках, представленных на рис. 4, самая нижняя ветвь соответствует естественной влажности грунта – заполнителя ячейки, при которой грунт постепенно высыпается из ячеистого фрагмента при его поднятии на 1/5–1/3 высоты ячейки.

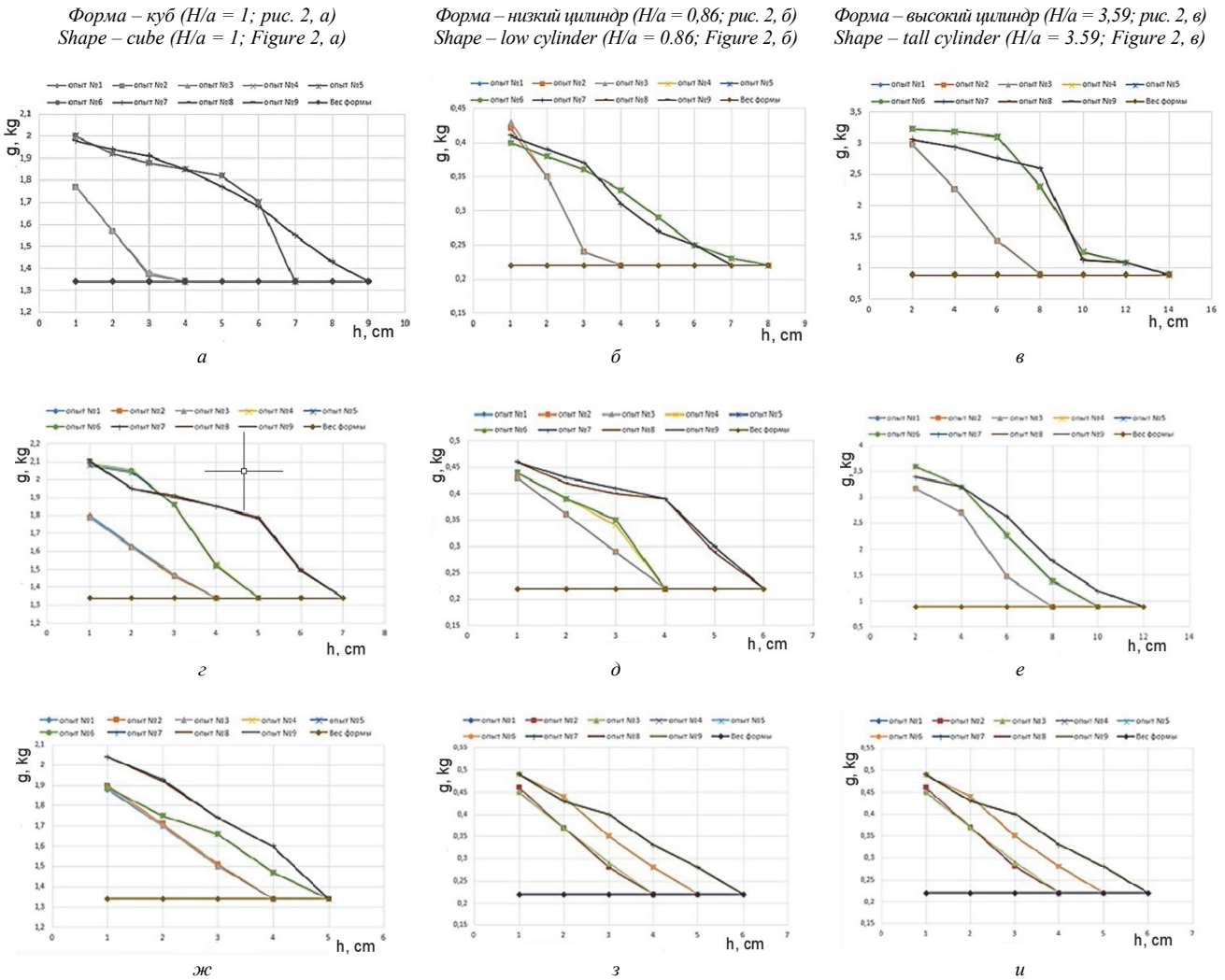


Рис. 4. Диаграммы зависимости веса ячейки от высоты ее поднятия

и влажности засыпки из мелкозернистого песка (а–в), среднезернистого песка (г–е) и крупнозернистого материала (ж–и): опыты 1–3 – грунт естественной влажности; опыты 4–6 – влажность грунта 5%; опыты 7–9 – влажность грунта 10%

Figure 4. Diagrams of the dependence of the cell weight on the height of its rise

and the moisture content of the backfill from fine-grained sand (a–v), medium-grained sand (g–e), and coarse-grained material (zh–i): experiments 1–3 – natural moisture; experiments 4–6 – soil moisture 5%; experiments 7–9 – soil moisture 10%

Результаты и обсуждение

О существенном влиянии влажности песка на его поведение говорится и в [8]. Авторы представили графики зависимости насыпной плотности песка от его влажности, а также зависимость изменения объема песка от его влажности (рис. 5).

В [9] путем испытаний для несвязного грунта различной степени влажности (в зависимости от коэффициента водонасыщенности S_r) изучалось изменение прочностных характеристик несвязного грунта (ϕ и «с» песка) методом одноплоскостного среза – рис. 6.

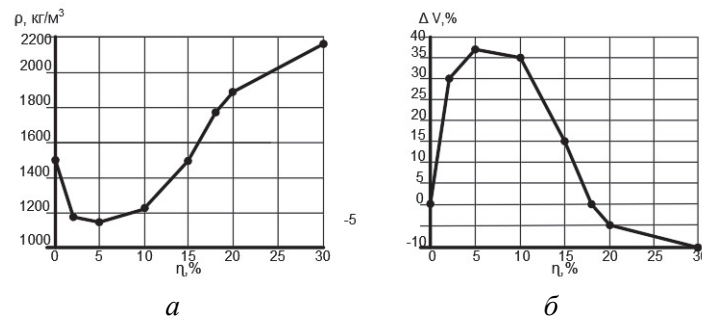


Рис. 5. Зависимость плотности ρ (а) и объема песка ΔV (б) от влажности песка η [8]
Figure 5. Dependence of density ρ (а) and volume of sand ΔV (б) on sand moisture η [8]

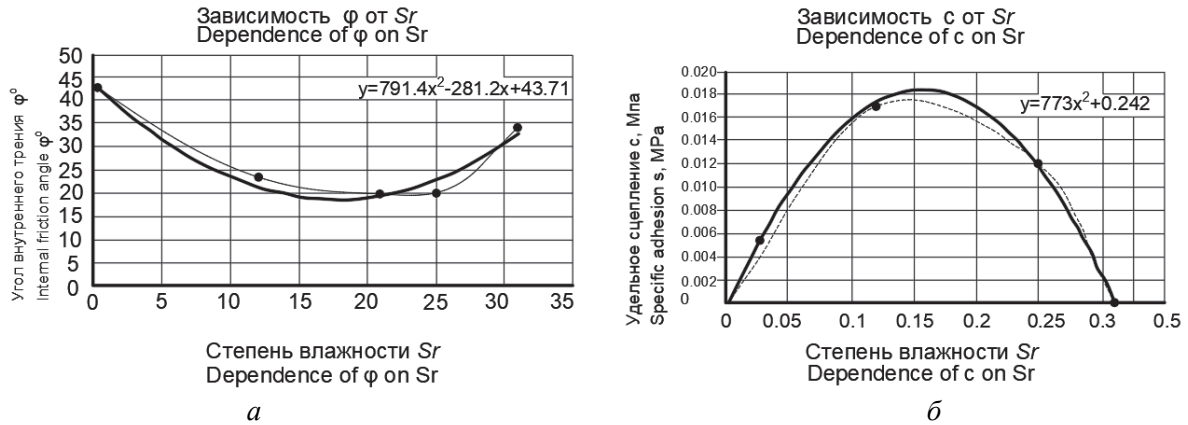


Рис. 6. Зависимости угла внутреннего трения и удельного сцепления грунта от степени влажности S_r [9]
Figure 6. Dependences of the angle of internal friction and the specific cohesion of the soil on the degree of moisture S_r [9]

Как видно из графиков для S_r , равного примерно 0,15, угол внутреннего трения песка φ имеет минимальное значение, равное 19° , но при этом проявляется связность грунта «с», которая возрастает практически с нуля до 0,018 МПа. То есть наблюдается максимальное проявление сил сцепления в песке при степени влажности грунта $S_r \cong 0,15$, что при средней пористости песка 0,40–0,36 [10] соответствует влажности песка порядка 5 %.

Как уже отмечалось авторами в [11] и согласно [12], для сырьевых составов при приготовлении бетона в трехфазных системах с частицами диаметром до 1–2 мм главными являются усилия капиллярного взаимодействия и их действием объясняются максимальные зависимости насыпного объема и прочности изделий (рис. 7). Как видно из графиков на рис. 5 и 6, при влажности 4–10 % плотность песка наименьшая, а объем и пористость песка наибольшие.

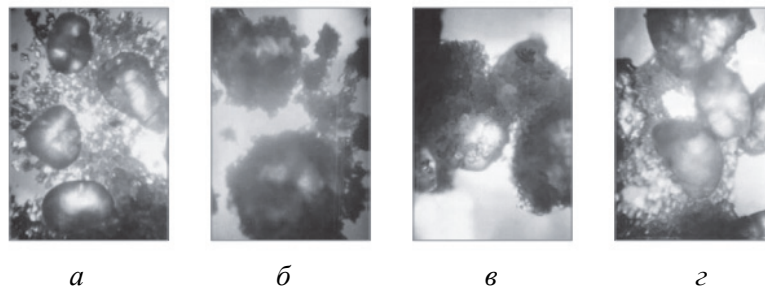


Рис. 7. Капиллярные структуры в смеси Вольского и молотого песка при влажности:
 а – 0 %; б – 3 %; в – 6 %; г – 9 % [12]
Figure 7. Capillary structures in a mixture of Volsky and ground sand at humidity:
 а – 0 %; б – 3 %; в – 6 %; г – 9 % [12]

На любой элемент поверхностного слоя примыкающие к нему соседние участки действуют с силой, стремящейся удержать его в растянутом состоянии. Эти силы направлены вдоль поверхностного

слоя и называются силами поверхностного натяжения. И тогда песок при его небольшом увлажнении становится связанным и держит вертикальные откосы, о высоте которых в ячеистой конструкции пока сложно говорить.

Мы предлагаем учесть влияние влажности в формуле давления грунта в ячейке Янсена в виде силы поверхностного натяжения воды $P_{s.t.}$ ($K_{s.t.}$ – переходный коэффициент для силы поверхностного натяжения воды, м²; R_h – гидравлический радиус поперечного сечения ячейки, м; U – «смоченный» периметр ячейки, м; F – площадь поперечного сечения ячейки, м²):

$$P_{s.t.} = R_h \cdot \sigma_z \frac{\gamma}{\xi \cdot \text{tg} \delta} R_h \cdot \left(1 - e^{-\frac{\xi \cdot \text{tg} \delta}{R_h} Z} \right) = K_{s.t.} R_h^2 \cdot \sigma_z \frac{\gamma}{\xi \cdot \text{tg} \delta} \left(1 - e^{-\frac{\xi \cdot \text{tg} \delta}{R_h} Z} \right), \text{ Н/м} \quad (1)$$

где σ_z – вертикальное давление в ячейке на глубине Z от действия силы тяжести; γ – объемный вес заполнителя ячейки, Н/м³; ξ – коэффициент бокового давления засыпки в ячейке; $\text{tg} \delta$ – коэффициент трения между засыпкой и стенкой ячейки (рис. 8).

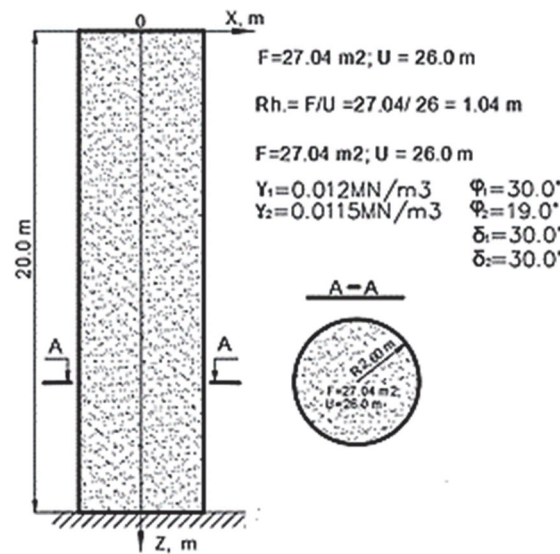


Рис. 8. Схема к расчету по определению давления засыпки в ячейке:
индекс 1 – данные по варианту 1; *индекс 2* – данные по варианту 2
Figure 8. Scheme for the calculation to determine the backfill pressure in the cell:
index 1 – data for option 1; *index 2* – according to option 2

Основные параметры для расчета давления засыпки в ячейке представлены на рис. 8. Коэффициент бокового давления засыпки в ячейке (люберецкого песка) принимаем по зависимости $\xi = \text{tg}^2(45^\circ - \varphi/2)$. Для варианта 1 $\xi = 0,3333$, а для варианта 2 имеем по данной зависимости $\xi = 0,7133$ (таблица). Величина коэффициента внешнего трения $\text{tg} \delta = 0,7002$ одинакова для вариантов 1 и 2 с точки зрения используемых материалов для засыпки и каркаса.

Качественное влияние поверхностного натяжения влаги, содержащейся в грунте, представлено на рис. 2, а и в, где грунт засыпки ячейки – песок – имеет влажность порядка 5 % по весу. Таким образом, для песка, согласно описанным выше свойствам, при влажности 5 % мы имеем явление поверхностного натяжения в засыпке, которое наблюдается на некотором расстоянии от дна ячейки для расчетного варианта 2 (до $z \approx 10,0$ м) (таблица). Развивается поверхностное натяжение водной пленки, по нашим предположениям, до величины $P_{s.t.} = 0,073$ Н/м (равно величине поверхностного натяжения воды). Величина $P_{s.t.}$ для расчетного варианта 1 (таблица) превосходит величину поверхностного натяжения воды и грунт на всем протяжении засыпки ячейки по высоте не имеет связей между частицами и достаточно быстро высыпается при поднятии ячейки (рис. 4, а).

Предложенная формула отражает факт влияния влажности на давление засыпки в ячейке и на характер и величину параметров устойчивости ячеистых конструкций.

Расчеты по определению давления засыпки в ячейке σ_z и σ_x
и величине поверхностного натяжения $P_{s.t.}$ согласно формуле (1)

Вариант 1				Вариант 2			
Z, m	σ_z , МПа	σ_x , МПа	$P_{s.t.}$, Н·м	Z, m	σ_z , МПа	σ_x , МПа	$P_{s.t.}$, Н·м
$R = F/U = 1,04$ м – гидравлический радиус. Коэффициент бокового давления засыпки $\xi = 0,3333$. Коэффициент внешнего трения $\text{tg}\delta = 0,7002$. $\gamma_1 = 0,012 \text{ MN/m}^3$				$R = F/U = 1,04$ м – гидравлический радиус. Коэффициент бокового давления засыпки $\xi = 0,7133$. Коэффициент внешнего трения $\text{tg}\delta = 0,7002$. $\gamma_2 = 0,0115 \text{ MN/m}^3$			
0,0	0	0	0	0,0	0	0	0
2,5	0,0230	0,0077	0,070	2,5	0,0017	0,0012	0,005
5,0	0,0360	0,0120	0,110	5,0	0,0217	0,0155	0,066
7,5	0,0440	0,0147	0,1345	7,5	0,0232	0,0165	0,071
10,0	0,0480	0,0160	0,147	10,0	0,0237	0,0169	0,0725
12,5	0,0510	0,0170	0,156	12,5	0,0238	0,0200	0,073
15,0	0,0520	0,0173	0,159	15,0	0,0239	0,0213	0,073
17,5	0,0529	0,0176	0,162	17,5	0,0239	0,0213	0,073
20	0,0530	0,0177	0,162	20	0,0239	0,0213	0,073

Table

Calculations for determining the backfill pressure in the cell σ_z and σ_x
and the value of surface tension $P_{s.t.}$ according to formula (1)

Option 1				Option 2			
Z, m	σ_z , МПа	σ_x , МПа	$P_{s.t.}$, Н·м	Z, m	σ_z , МПа	σ_x , МПа	$P_{s.t.}$, Н·м
$R = F/U = 1.04$ m – hydraulic radius. Backfill lateral pressure coefficient $\xi = 0.3333$. External friction coefficient $\text{tg}\delta = 0.7002$. $\gamma_1 = 0.012 \text{ MN/m}^3$				$R = F/U = 1.04$ m – hydraulic radius. Backfill lateral pressure coefficient $\xi = 0.7133$. External friction coefficient $\text{tg}\delta = 0.7002$. $\gamma_2 = 0.0115 \text{ MN/m}^3$			
0.0	0	0	0	0.0	0	0	0
2.5	0.0230	0.0077	0.070	2.5	0.0017	0.0012	0.005
5.0	0.0360	0.0120	0.110	5.0	0.0217	0.0155	0.066
7.5	0.0440	0.0147	0.1345	7.5	0.0232	0.0165	0.071
10.0	0.0480	0.0160	0.147	10.0	0.0237	0.0169	0.0725
12.5	0.0510	0.0170	0.156	12.5	0.0238	0.0200	0.073
15.0	0.0520	0.0173	0.159	15.0	0.0239	0.0213	0.073
17.5	0.0529	0.0176	0.162	17.5	0.0239	0.0213	0.073
20	0.0530	0.0177	0.162	20	0.0239	0.0213	0.073

О «расхождении экспериментальных и расчетных данных при расчете внутренней засыпки как внешней нагрузки (по Янсену) без учета изменений условий взаимодействия оболочки и наполнителя при деформировании системы» говорится в [13]. Рассмотренный нами вопрос также может внести вклад в рассмотрение проблемы давления засыпки в ячейке и расчеты ячеистых конструкций.

Также рассматриваемые вопросы могут быть использованы и при анализе работы современных силовых для хранения зерна.

Заключение

По полученным данным мы можем сделать следующие выводы.

1. Установлено, что чем больше влажность грунта – засыпки, тем медленнее происходит процесс его высыпания из ячейки, так как при этом возрастает давление на контактную поверхность каркаса ячейки, вызванное взаимодействием молекул воды и частиц грунта (возникает дополнительное горизонтальное давление – распор). Следовательно, влажность играет значительную роль в этом процессе. Фактически мы имеем три стадии поведения грунта в ячеистой конструкции: а) грунт в сухом состоянии; б) грунт в состоянии влажности с проявлением поверхностного натяжения; в) грунт во влажном состоя-

нии, при котором перестают действовать силы поверхностного натяжения, но усиливается горизонтальное давление грунта на стенки ячейки, так как объем грунта больше, чем у сухого материала, вследствие расклинивающего действия воды.

2. Установлена зависимость поведения грунта различной влажности от его гранулометрического состава при взаимодействии с каркасами ячеек, отличающимися по геометрическим параметрам (рис. 4).

Как правило в графиках, представленных на рис. 4, самая нижняя ветвь соответствует естественной влажности грунта – заполнителя ячейки, при которой грунт постепенно высыпается из ячейки при ее поднятии.

Средние ветви соответствуют влажности грунта – заполнителя ячейки – 5 %, что для песка на рис. 5, б соответствует максимальному изменению объема и, как мы считаем, величине сил поверхностного натяжения в материале засыпки (в песке). Но при этом влияние поверхностного натяжения на поведение материала в ячейке более полно проявляется там, где мы имеем взаимовлияние стенок ячейки, то есть в тех случаях, когда линия сдвига грунта не выходит за пределы ячейки. Для случая круглого ячеистого фрагмента с отношением $H/a < 1$ засыпка ведет себя скорее как грунт, находящийся за подпорной стенкой.

3. При воспроизведении работы комплекса «каркас ячейки – грунт засыпки – основание» методами численного эксперимента следует учитывать, что применяемые расчетные схемы часто являются довольно далекими от реальных условий работы таких конструкций как при сборе всех нагрузок на ячеистый каркас, так и при моделировании условий контакта стенок ячейки с наполнителем и грунтом основания [14–19]. Сравнение экспериментальных и расчетных данных часто указывает на несоответствие расчетных значений напряжений и перемещений действительным при существующей традиционной методике компьютерного моделирования подобных сооружений. Также считаем необходимым отметить, что проведение расчетных исследований по современным программным комплексам, например MIDAS GTS NX [14], требует изучения характеристик грунта с учетом его пластической работы и приближения к реальным условиям работы столь сложной конструкции. В противном случае увеличение точности расчета, даже с использованием мощной программы на ЭВМ, является не нужной самоцелью при низкой точности исходных данных, не отвечающих физике явления.

Список литературы

1. Зимнюков В.А., Зборовская М.И., Герасимов М.Ю. Применение ячеистых конструкций в гидротехнических сооружениях // Проблемы научного обеспечения развития эколого-экономического потенциала России: сборник материалов Всероссийской научно-технической конференции. М.: МГУП, 2004. С. 45–49.
2. Бакарасова Т.В., Зиневич Ю.Н., Хожаназаров Е.К. Проектирование и строительство селезащитных сооружений в Казахстане: современный этап: 2008–2018 // Селевые потоки: катастрофы, риск, прогноз, защита: труды 5-й Международной конференции (Тбилиси, 1–5 октября 2018). Тбилиси: Универсал, 2018. С. 271–282.
3. Лисичкин С.Е., Рубин О.Д., Атабиев И.Ж., Мельникова Н.И. Расчетные исследования устойчивости и прочности подпорных стен первого яруса водоприемника Загорской ГАЭС // Природообустройство. 2012. № 2. С. 44–48.
4. Клишин С.В., Ревуженко А.Ф. Исследование задачи Янсена методом дискретных элементов в трехмерной постановке // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых СО РАН. 2014. № 3. С. 10–16.
5. Зборовская М.И. Анализ работы ячеистых конструкций гидросооружений на статические и температурные воздействия: дис. ... канд. техн. наук. М.: Московский государственный университет природообустройства, 1995.
6. Левачев С.Н. Оболочки в гидротехническом строительстве. М.: Стройиздат, 1978. 168 с.
7. Engineering and design. Design of sheet pile cellular structures cofferdams and retaining structures. Engineer Manual. U.S. Army Corps of Engineers, 1989. P. 32.
8. Матвеев Ю.И., Костенко В.И., Хмелев В.Н., Генне Д.В. Экспериментальные исследования опытного ультразвукового пенетрационного устройства на модельных средах, имитирующих реголит луны // Южно-Сибирский научный вестник. 2018. № 1 (21). С. 42–48.
9. Попова А.В., Цимбельман Н.Я. Зависимость прочностных свойств грунтов от природной влажности // Волгодонские чтения. Строительство и архитектура. 2009. № 76. С. 3–4.
10. Косырев И.А. Пористость как индикатор изменения инженерно-геологических условий на примере строительства зданий на территории ОАО «КБХА» города Воронежа // Вестник ВГУ. Серия: Геология. 2012. № 2. С. 218–234.
11. Зимнюков В.А., Зборовская М.И. Учет влияния влажности на совместную работу грунта засыпки и каркаса ячейки // Труды Академии проблем водохозяйственных наук. Вып. 12. Актуальные проблемы водохозяйственного строительства М.: МГУ, 2018. С. 150–158.
12. Белов В.В., Новиченкова Т.Б., Образцов И.В. Капиллярное структурообразование сырьевых композиций на основе минеральных вяжущих веществ // Нанотехнологии в строительстве. 2010. № 4. С. 23–36.

13. Беккер А.Т., Цимбельман Н.Я., Чернова Т.И. Определение параметров и верификация математической модели конструкций из заполненных оболочек на сжимаемом основании // Известия всероссийского научно-исследовательского института гидротехники имени Б.Е. Веденеева. 2016. № 280. С. 10–23.

14. Программный комплекс MIDAS GTS NX. URL: <http://ru.midasuser.com/web/page.php?no=65> (дата обращения: 12.09.2020).

15. Li L., Aubertin M. Horizontal pressure on barricades for backfilled stopes. Part I. Fully drained conditions // *Can. Geotech. J.* 2009. Vol. 46. Pp. 37–46. <https://doi.org/10.1139/T08-104>

16. Li L., Aubertin M. Horizontal pressure on barricades for backfilled stopes. Part II. Submerged conditions // *Can. Geotech. J.* 2009. Vol. 46. Pp. 47–56. <https://doi.org/10.1139/T08-105>

17. Mkadmi N.E., Aubertin M., Li L. Effect of drainage and sequential filling on the behavior of backfill in mine stopes // *Can. Geotech. J.* 2014. Vol. 51. Pp. 1–15. <https://doi.org/10.1139/cgj-2012-0462>

18. Shao L., Zhou X., Zeng H. Comparison of soil pressure calculating methods based on terzaghi model in different standards // *The Open Civil Engineering Journal*. 2016. Vol. 10. No. 1. Pp. 481–488. <https://doi.org/10.2174/1874149501610010481>

19. Lévesque Y., Saeidi A., Rouleau A. Estimating earth pressure exerted by the backfill on the vertical pillars in underground mine stopes // *GeoVancouver 2016*. Vancouver, 2016.

References

1. Zimnyukov V.A., Zborovskaya M.I., Gerasimov M.Yu. Application of cellular structures in hydraulic structures. *Problems of Scientific Support for the Development of the Ecological and Economic Potential of Russia: Collection of Materials of the All-Russian Scientific and Technical Conference*. Moscow: MGUP Publ.; 2004. p. 45–49. (In Russ.)

2. Bakarsova T.V., Zinevich Yu.N., Khozhanazarov E.K. Design, and construction of mudflow protection structures in Kazakhstan: modern stage: 2008–2018. *Mudflows: Disasters, Risk, Forecast, Protection: Proceedings of the 5th International Conference (Tbilisi, 1–5 October 2018)*. Tbilisi: Universal Publ.; 2018. p. 271–282. (In Russ.)

3. Lisichkin S.Ye., Rubin O.D., Atabiev I.Zh., Melnikova N.I. Computational studies of the stability and strength of the retaining walls of the first tier of the water intake of the Zagorskaya PSPP. *Prirodoobustroistvo*. 2012;(2):44–48. (In Russ.)

4. Klishin S.V., Revuzhenko A.F. 3D discrete element approach to Janssen’s problem. *Journal of Mining Science*. 2014;50(3):417–422. <https://doi.org/10.1134/S1062739114030028>

5. Zborovskaya M.I. *Analysis of the work of cellular structures of hydraulic structures for static and temperature effects* (Ph.D. thesis). Moscow: Moscow State University of Environmental Engineering; 1995.

6. Levachev S.N. *Shells in hydraulic engineering*. Moscow: Stroyizdat Publ.; 1978. (In Russ.)

7. *Engineering and design. Design of sheet pile cellular structures cofferdams and retaining structures. Engineers Manual*. US Army Corps of Engineers; 1989.

8. Matveev Y.I., Kostenko V.I., Khmelev V.N., Genne D.V. Experimental studies of an experimental ultrasonic penetration device on model media simulating the regolith of the moon. *South-Siberian Scientific Bulletin*. 2018;1(21):42–48. (In Russ.)

9. Popova A.V., Tsimbelman N.Ya. Dependence of the strength properties of soils on natural moisture. *Vologdinskije Chteniya*. 2009;76:3–4. (In Russ.)

10. Kosyrev N.A. Porosity as the indicator of change of engineering and geological conditions on the example of construction of buildings in the territory of JSC “KBKHA” of the Voronezh. *Proceedings of Voronezh State University. Series: Geology*. 2012;(2):218–234. (In Russ.)

11. Zimnyukov V.A., Zborovskaya M.I. Taking into account the influence of moisture on the joint work of the backfill soil and the cell frame. *Proceedings of the Academy of Problems of Water Management Sciences. Issue 12. Actual problems of water management construction*. Moscow: MSU Publ.; 2018. p. 150–158. (In Russ.)

12. Belov V.V., Novichenkova T.B., Obratsov I.V. Capillary structurization of raw compositions on the basis of mineral binding substances. *Nanotechnology in construction*. 2010;(4):23–36. (In Russ.)

13. Becker A.T., Tsimbelman N.Ya., Chernova T.I. Determination of parameters and verification of the mathematical model of filled shells constructions on compressive foundation. *Proceeding of the VNIIG*. 2016;280:10–23. (In Russ.)

14. Program complex MIDAS GTS NX. Available from: <http://ru.midasuser.com/web/page.php?no=65> (accessed: 12.09.2020).

15. Li L., Aubertin M. Horizontal pressure on barricades for backfilled stopes. Part I. Fully drained conditions. *Can. Geotech. J.* 2009;46:37–46. <https://doi.org/10.1139/T08-104>

16. Li L., Aubertin M. Horizontal pressure on barricades for backfilled stopes. Part II. Submerged conditions. *Can. Geotech. J.* 2009;46:47–56. <https://doi.org/10.1139/T08-105>

17. Mkadmi N.E., Aubertin M., Li L. Effect of drainage and sequential filling on the behavior of backfill in mine stopes. *Can. Geotech. J.* 2014;51:1–15. <https://dx.doi.org/10.1139/cgj-2012-0462>

18. Shao L., Zhou X., Zeng H. Comparison of soil pressure calculating methods based on Terzaghi model in different standards. *The Open Civil Engineering Journal*. 2016;10(1):481–488. <https://doi.org/10.2174/1874149501610010481>

19. Lévesque Y., Saeidi A., Rouleau A. Estimating earth pressure exerted by the backfill on the vertical pillars in underground mine stopes. *GeoVancouver 2016*. Vancouver; 2016.

DOI 10.22363/1815-5235-2021-17-2-133-139

UDC 624.012

RESEARCH ARTICLE / НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Structural analysis of high-rise building using ETABS and RSA software

Sophia A. Pechorskaya¹, Vera V. Galishnikova², Shishai B. Gebreslassie^{1*}, Habte Y. Damir¹

¹Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation

²Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), 26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation

*shifu558@gmail.com

Article history

Received: February 13, 2021

Revised: March 22, 2021

Accepted: March 30, 2021

For citation

Pechorskaya S.A., Galishnikova V.V., Gebreslassie S.B., Damir H.Y. Structural analysis of high-rise building using ETABS and RSA software. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2021;17(2):133–139. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-2-133-139>

Abstract. There are numerous software applications available to analyze and design massive projects in short time. Most of the software have 2-dimensional and 3-dimensional tools, while various structural engineers employ the use of the 3D analysis and design tools in their day-to-day tasks because of its ease to operate and graphical user interface. These tools help in modeling, analyzing, and design of structures much more efficient. Despite the availability of numerous software products, there are confusions on the software to be used in the analysis and design of specific building structures. There is a need of studying the strength and weakness of some of these software tools to help structural engineers in the selection of the best application in their daily tasks. The aim of this study is to investigate the structural analysis of high-rise building with ETABS and RSA software and compare the influences of the structural analysis results from the two software in design. The comparison between the axial forces and moment from the results of ETABS and RSA software are presented. Case studies are considered to analyze the structure with the gravitational loads and lateral loads due to wind load by the two software applications. The case studies include a thirty-stories reinforced concrete building frame. The results of the analysis of the frame are compared and their difference is presented. From the analysis, the results show that, the moments and forces presented from RSA are bigger than that of ETABS.

Keywords: ETABS software, robot structural analysis software, wind load, high-rise building

Расчеты несущего каркаса высотного здания в программных комплексах ETABS и RSA

С.А. Печорская¹, В.В. Галишникова², Ш.Б. Гебрелассие^{1*}, Й.Д. Хабте¹

¹Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

²Московский государственный строительный университет, Российская Федерация, 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26

*shifu558@gmail.com

История статьи

Поступила в редакцию: 13 февраля 2021 г.

Доработана: 22 марта 2021 г.

Принята к публикации: 30 марта 2021 г.

Аннотация. Существует множество расчетных программных комплексов, позволяющих быстро и эффективно выполнять расчеты и проектировать масштабные проекты. Большинство расчетных программ оснащено 2D- и 3D-инструмен-

Sophia A. Pechorskaya, teacher of the Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, Ph.D.; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-5933-5161>.
Vera V. Galishnikova, Director of the International Department, Doctor of Technical Sciences, Professor; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-2493-7255>, Scopus ID: 55303553900, eLIBRARY SPIN-code: 2765-7069.

Shishai B. Gebreslassie, master student of the Department of Civil Engineering; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-5683-829X>, eLIBRARY SPIN-code: 4316-4841.

Habte Y. Damir, PhD student of the Department of Civil Engineering; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-7275-6750>.

Печорская Софья Александровна, преподаватель департамента строительства, Инженерная академия, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-5933-5161>.

Галишникова Вера Владимировна, директор международного отдела, доктор технических наук, профессор; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-2493-7255>, Scopus ID: 55303553900, eLIBRARY SPIN-код: 2765-7069.

Гебрелассие Шийай Берхане, магистрант департамента строительства, Инженерная академия; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-5683-829X>, eLIBRARY SPIN-код: 4316-4841.

Хабте Йоханнес Дамир, аспирант департамента строительства, Инженерная академия; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-7275-6750>.

© Pechorskaya S.A., Galishnikova V.V., Gebreslassie S.B., Damir H.Y., 2021

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

тарием, который благодаря простоте управления и пользовательского графического интерфейса дает возможность конструкторам-проектировщикам в процессе повседневной проектной работы разрабатывать пространственные расчетные модели зданий и сооружений. Применение расчетных программных комплексов способствует повышению эффективности моделирования, анализа и проектирования строительных конструкций. Значительное разнообразие расчетных программ вызывает сложности при выборе программного обеспечения, наиболее подходящего для решения конкретных инженерных задач, возникающих при проектировании. Для правильного выбора расчетного программного комплекса необходимо иметь четкое представление об основных особенностях, достоинствах и недостатках представленных на рынке программных продуктов. Целью работы является исследование структурного анализа высотного здания с помощью программ ETABS и RSA. Представлено сравнение между силами стержня и моментом по результатам использования программ ETABS и RSA. Рассмотрены тематические исследования для анализа конструкции с гравитационными нагрузками и боковыми нагрузками из-за ветровой нагрузки двумя программными приложениями. Тематические исследования включают тридцатипятиэтажный железобетонный каркас здания. Сравниваются результаты анализа кадра и представлено их различие. Установлено, что моменты и силы, представленные RSA больше, чем полученные в ETABS.

Ключевые слова: программный комплекс ETABS, программный комплекс RSA, ветровая нагрузка, высотное строительство

Для цитирования

Pechorskaya S.A., Galishnikova V.V., Gebreslassie S.B., Damir H.Y. Structural analysis of high-rise building using ETABS and RSA software // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2021. Т. 17. № 2. С. 133–139. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-2-133-139>

Introduction

Creating tall structures first began as an expression of wealth, power and structural engineering advancement. However, with the rapid population growth and expanding urbanization, tall structures remain highly relevant for both commercial and residential construction. This demonstrates that high-rise buildings are profitable in terms of economics crisis and recession [1]. As indicated by Willis (2016), structural engineers generally consider skyscrapers with a minimum 1:10 or 1:12 ratio the width of the building's base to its height to be slender. However, many of the newest skyscrapers far exceed this ratio. For instance, '111 West 57th Street' tower in New York has a slenderness ratio of 1:24; this is more than twice as slender as what is required to be considered 'slender' [2–5].

As the height increases the rigidity and stability requirements become more important and they are often the dominant factors in design. Different types of structural systems are to be used to resist the effect of lateral loads on the buildings. They are rigid frame structures, braced frame structures, shear wall frame structures, outrigger systems, and tubular structures. Lateral load resisting systems are structural elements which resist seismic, wind and eccentric gravity loads [5]. Any high-rise building should be constructed only after being analyzed under wind loads and also seismic loads if required. A building as a shelter represents a physical division of the human habitat. Seismic force is the major cause for collapse of many high-rise structures. Seismic zone plays an influential role in the earthquake resistant design of building structures [6]. Generally, horizontal loads, such as wind loads and seismic loads, vibrate super high-rise building strongly, threatening its structural serviceability and safety [7]. In high rise buildings beam and column dimensions work out to be very large and reinforcement at the beam column joints are quite heavy which results in clogging at joints and to remove these kinds of practical problems we use shear walls as a key element to provide adequate stiffness [8; 9].

The exponential growth in computational power in recent years is continuously narrowing the industry academia gap by providing the cutting-edge research and technology to practicing engineers at their doorstep. As a result, the structural designers nowadays are equipped with far more aids and tools compared to a couple of decades ago. Moreover, recent advancements in nonlinear modeling techniques have also opened a whole new research area dealing with constructing computer models with close-to-real behaviors. With such a range of options available, the choice of modeling scheme and the analysis procedure for design decision making often becomes a matter of "the more the sweat; the more the reward" for designer [10–12]. With the advent of different structural software, in the present situations of construction industry, the buildings that are being constructed are gaining significance, in general, those with the best possible outcomes. Those software mainly used for structures like high-rise buildings, steel and concrete structures [13; 14]. Most researches and specifications conducted on the high-rise buildings have focused on the effects of seismic and wind load separately as it respectively pertains to the strength and serviceability requirements. The meteorological phenomena indicated that the atmospheric pressure varies vastly during earthquakes occurrence. As reported in series of literature strong winds were often accompanied by the occurrence of earthquakes [15; 16].

Today, numerous design developments and enhancements arise which include structural design software which seeks to promote the capacity of a structural engineer to produce safe designs especially when battling with complex building structures. Most of the software applications have diverse and integrated functions, like modelling building structures of various materials, structural element analysis, geometrical error detections, and report output and graphical files [17].

ETABS (Extended Three-Dimensional Analysis of Building Structure) is an integrated building design software developed by Computers and Structures Inc., also known as CSI. It is one of the most powerful software in structural engineering in the design of high-rise buildings. It is used worldwide due to its features in rapid modeling of framing systems and in analyzing large and complicated building structures. A big advantage ETABS offers is the shear wall design and offers design of composite beam floors and auto-meshing of floors [18]. Autodesk Robot Structural Analysis (RSA) Professional software provides structural engineers with advanced building simulation and analysis capabilities for large, complex structures. It has BIM-integrated workflows by having the ability to exchange data with Revit and other design tools. Robot can be used for wind load simulation, static, modal and non-linear analysis of structures, finite element auto-meshing, structural design, among others [19]. The aim of this paper is to investigate the structural analysis of high-rise building with ETABS and RSA software and to study the influence of the structural analysis results from the two software in design. Based on the results of structural analysis on the column elements and the link-beam elements to give a clear information that when we can use those software from the practical point of view in design industries.

Materials and methods

Structural BIM, being a subset of BIM, can be the fundamental information for structural engineers, such as geometry, material properties, sectional properties, loads, load combinations, boundary conditions, and so on. Accordingly structural BIM can be utilized for structural analysis for the generation of drawings and reports. Structural BIM provides for any engineering project a flexible environment of interoperability and collaboration for relevant areas. Many companies invested in BIM technology. In this field Autodesk is consider as the market leader. Autodesk Revit gives direct link with numerous of the common structural analysis software such, ETABS, SAP2000, SAFE, PROKON and Autodesk Robot structural analysis (RSA) which is fully compatible with Autodesk Revit, and seamless interaction is permitted between the model of BIM and structural model [20; 21].

There are some specific points that demonstrate in which the two software differ from each other. For example: in ETABS, when we choose a membrane element, applying the area loads to the slab, all loading is transferred as tributary to the frame object. ETABS will then show the tributary uniform line load to each beam (must dump 100% of the loads to the support elements) and it does not consider the relative stiffness of the structural elements. But in RSA the concrete slab which is modeled as shell element has out-of-plane stiffness and will share some of the load carrying capacity through flexure of the slab that means it considers the relative stiffness of the structural elements. In ETABS software shell objects are meshed automatically into elements needed for analysis. But in RSA software, different meshing options are available for the shell objects. ETABS software automatically generate and apply wind loads to diaphragms or to walls and frames based on the various design codes. While in RSA the wind loads simulation option allows to simulate a wind flow around the structure and generate wind loads automatically. The program uses the flow simulation results to trigger the automatic load generation at the best moment. ETABS has many different link elements available for users to accurately represent the behavior of a structure. Link elements include linear, multi-linear elastic, multi-linear plastic, gaps, hooks, dampers, friction isolators and rubber isolators. RSA, in contrast, doesn't have those link elements. In ETABS the link-beam is considered as a bar elements with two nodes, but in RSA it is considered as shell and meshed that has more than two nodes.

A three-by-three bays of thirty stories high-rise building was considered in this study. A 3D model was prepared in Autodesk Revit structural, and then the model was exported to Robot structural analysis for the structural analysis. To understand the integration process between Revit and structural analysis software and on how to obtain the best benefits from this process in terms of time and effort, it is necessary before modeling to understand the concept of physical and analytical representations of structure. The physical model (Figure 1) is the true model that contains all information, and this is what was modeled inside Revit and its used for coordination as well as documentation, while analytical model is transfers just the information needed by structural engineer, and then it was modeled automatically in the background of physical model inside Revit. The analytical model is what the structural analysis software deals with it. It is used for structural analysis and design where structural loads, load combinations and boundary conditions that can be easily added with in Revit, that model is only exported for structural analysis to RSA.

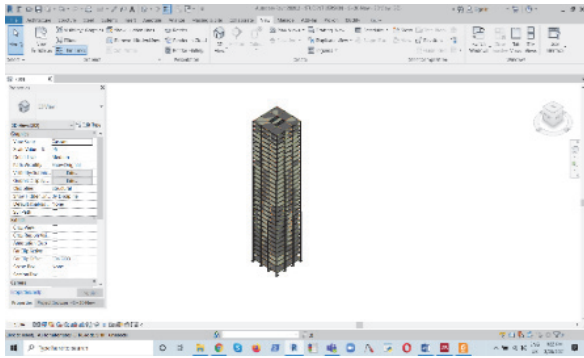


Figure 1. 3D model in Revit

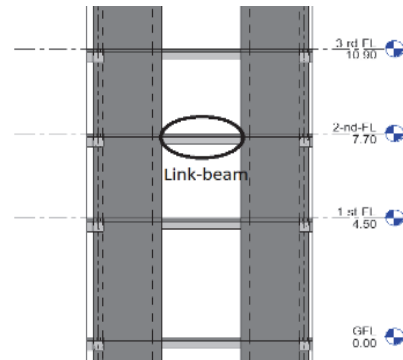


Figure 2. Link-beam in Revit

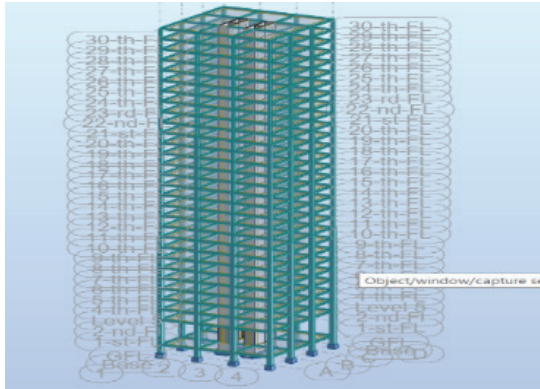


Figure 3. 3D model in Robot

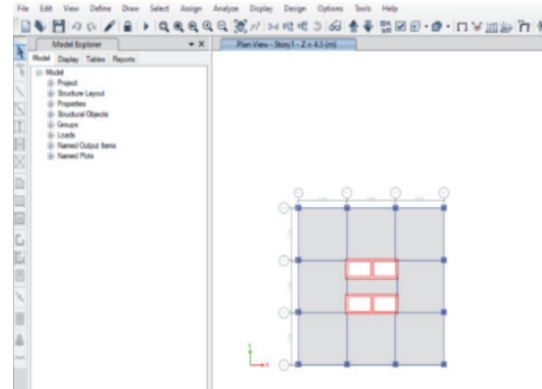


Figure 4. Floor plan in ETABS

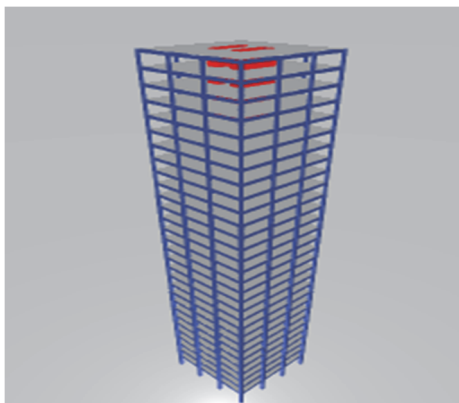


Figure 5. 3D model in ETABS

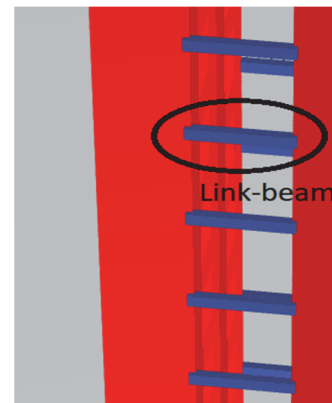


Figure 6. Link-beam in ETABS

Exporting the model to Robot Structural Analysis was performed using Revit Extension. Then, the model was directly opened at RSA as in Figure 3. Another with the same geometrical shape of 3D model was also prepared in ETABS software and structurally analyzed. The floor plans in ETABS (Figure 4) and the 3D model (Figure 5) has the same geometrical shape and characteristics, the only difference is that they are modeled in two different software and structural analyzed in two different software.

These building models from the two software are characterized by reinforced concrete structure moment resisting frame with provision of shear wall at the central lift core connected each other with a link-beam. A square plan (Figure 4) with 21×21 m was considered with 3 bays in longitudinal direction and 3 bays in transverse direction. The total heights is 97.30 m, with equal story heights of 3.20 m except the first storey, which is 4.5 m high. A link-beam (Figures 2 and 6) with (450×700) mm throughout the building height and that of column with (1500×1500) mm for the storeys (1–10), (900×1000) mm for the storeys (11–20) and (600×600) mm for the storeys (21–30) were provided. Slab with thickness of 250 mm and shear wall with thickness of 300 mm were taken.

The frame was loaded with gravity load and lateral (wind) loads while the end supports of columns are considered as pinned. The un-factored dead loads including self-weight and live loads are taken as 10.30 and 5.0 kN/m² respectively. The building has been designed in accordance with ACI-381-14. The cross-section capacities have been computed by considering a characteristic strength of 24 N/mm² for concrete and a characteristic yield strength of 420 N/mm² for both longitudinal and transverse steel. All the models were analyzed for gravity loads and lateral (wind) loads as per ACI-381-14 standards and to have consistency, the results were taken from the same load combination. Design data taken for the wind load pattern according to ASCE-7-16, are: wind speed = 90 mph, exposure type – ground elevation factor – 1.0, topographical factor – 1.0, gust factor – 0.85, directionality factor – 0.85, windward coefficient C_{pw} – 0.80 and leeward coefficient C_{pl} – 0.50.

Results and discussion

Comparison of maximum bending moment and axial force in the columns. In complex and high-rise building design, usually the design process is done by structural analysis and design software. Especially in construction industrial company using those software is a common way of design. The design process is started after completing the analysis. From that point of view we can understand that the structural analysis results govern the amount of steel area required (bar diameter, number and spacing between bars) with the sufficient cross-sectional size of the structural elements (column, beams, walls and slabs). So the accuracy of the analysis results are very important for our structural design.

The case study considered the maximum force values, from the output results of same load combination used in both software, as per ACI381-14. The magnitude of maximum axial force calculated using ETABS and RSA software were compared in the edge columns of the building. A comparison was made by taken magnitude of the columns force for the base edge columns, middle story edge columns and top story edge columns. As shown in Table 1 the results of RSA in the vertical forces (axial forces) are larger, at the base, at the middle and at the top of the story, than the results from ETABS software.

Table 1

Comparative result of axial forces from ETABS and RSA software for the edge columns

Height, m	Axial force, kN		Difference in results, %
	ETABS results	RSA results	
At base	15379.31	16724.72	8.75
At the middle (49.3 m)	6917.86	7381.78	6.71
At the top (97.3 m)	368.36	390.90	6.12

Similarly for the corner columns, as displayed in Table 2, the axial forces of RSA are larger, at the base, at the middle and at the top of the storey, than the results of ETABS software. In all the axial forces of the structural system, RSA results are bigger than ETABS results for the different heights of the building columns. However, in both tables the relative differences in the results decrease with increasing level height of the storeys.

Table 2

Comparative result of moments from ETABS and RSA software for the corner columns

Height, m	Axial force, kN		Difference in results, %
	ETABS results	RSA results	
At base	11385.14	12427.75	9.24
At the middle (49.3 m)	4793.44	5087.07	6.13
At the top (97.3 m)	221.81	235.03	5.96

Comparison of maximum bending moment in the link-beams. In high-rise building design, the main purpose of the link-beam is a lateral force resistant component of a structure. Link-beam is mainly used effectively when two shear wall or any other elements that are used to withstand combined lateral loads. This consequently decrease the overturning effects and improve overall stiffness of a system. From that points we can understand that the link-beam has a great role in the stiffness of the structure, so the analysis results are necessary for designing the link-beams with its capacity that can resist the proposed loads. The study again, considered the maximum

moment values, from the output results of same load combinations used in both software, as per ACI381-14. A comparison was made among the magnitudes of the link-beams moment and shear force for the base storey, middle storey and top storey. As summarized in Tables 3 and 4 the results of RSA in the link-beams moments and shear forces are bigger than the results from ETABS software. In those structural elements, the differences in percentage are a bit bigger than the differences observed earlier in the column elements. The reason for that differences in the results are, in ETABS the link-beam is consider as a bar elements with tow nodes, but in RSA it is consider as a mesh shell elements with more than two nodes.

Table 3

Comparative result of shear force from ETABS and RSA software for the link-beams

Height, m	Shear force, kN		Difference in results, %
	<i>ETABS results</i>	<i>RSA results</i>	
At base	42.72	48.86	14.37
At the middle (49.3 m)	45.64	50.98	11.70
At the top (97.30 m)	38.53	42.61	10.59

Table 4

Comparative result of moment from ETABS and RSA software for the link-beams

Height, m	Moment, kN·m		Difference in results, %
	<i>ETABS results</i>	<i>RSA results</i>	
At base	32.36	41.68	28.80
At the middle (49.3 m)	37.25	44.79	20.24
At the top (97.30 m)	31.53	37.81	19.96

Conclusion

This paper presents the results of the structural analysis of high-rise reinforced concrete building with the two software programs. Considering the structural 3D modelling from Revit exporting to Robot structural analysis for the analysis, and the same structure modeled in ETABS and structurally analyzed in ETABS. From those results, it is concluded that, the results from RSA is bigger than the results from ETABS software. Although all the analyses are generated based on the same inputs and with the same design codes, the results of the moments and forces are found to be different. It is observed that from the difference between the two software's results, nonetheless how small it may seem, can still give difference in the design for the amount of reinforcement and the cross-sectional size of the structural elements. From this we can concluded that those differences are most likely from the way the two software's considered different way of generating the results. RSA is a finite element, its solution is based on generating a finite element mesh and distributing loads on nodes of this mesh in which relative stiffness of the structural elements are considered, in contrast, in ETABS the floor is treated as diaphragm (rigid connection of nodes for the slabs) in which the relative stiffness of the structural elements are not considered. In ETABS the link-beam is considered as a bar elements with two nodes, but in RSA it is considered as a meshed shell elements with more than two nodes. In addition to that also the way of meshing, that is automatically meshing in ETABS, but different options of meshing in RSA, can be affected the final results.

Finally, this paper recommends further comparative study of those software to investigate overall design output differences and material cost impression.

References

1. Shuvalova E. High-rise construction in Russia: Asian way vs. Middle-Eastern way. CTBUH 2015 New York Conference. 2015:168–175.
2. Walsh P., Saleh A., Far H. Evaluation of structural systems in slender high-rise buildings. *Aust. J. Struct. Eng.* 2018;19(2):105–117. <http://dx.doi.org/10.1080/13287982.2018.1449597>
3. Lande P.S., Takale P. Analysis of high rise building with transfer floor. *Int. Res. J. Eng. Technol.* 2018;5:2483–2488.

4. Saleem H., Shrivastava L.P. A Comparative Study on high rise building for various geometrical shapes subjected to wind load of RCC & composite structure using ETABS. *IRJET*. 2019;6(12):1553–1558.
5. Kawade M.P., Bangde V.S., Sawai G.H. Seismic analysis of tall building with central core as tube structure. *IJAEM*. 2020;2(6):300–310. <http://dx.doi.org/10.35629/5252-0206300310>
6. Lokesh Nishanth C.H., Sai Swaroop Y., Jagarapu D.C.K., Jogi P.K. Analysis and design of commercial building with different slab arrangements using ETABS. *Mater. Today Proc.* 2020;33:700–704. <http://dx.doi.org/10.1016/j.matpr.2020.05.823>
7. Lu Z., He X., Zhou V. Performance-based seismic analysis on a super high-rise building with improved viscously damped outrigger system. *Struct. Control Heal. Monit.* 2018;25(8):1–21. <http://dx.doi.org/10.1002/stc.2190>
8. Akhil Ahamad S., Pratap K.V. Dynamic analysis of G + 20 multi storied building by using shear walls in various locations for different seismic zones by using ETABS. *Mater. Today Proc.* 2021;43(2):1043–1048, <http://dx.doi.org/10.1016/j.matpr.2020.08.014>
9. Secer M., Zamani A., Isler Y. A practical compensation method for differential column shortenings in high-rise reinforced concrete buildings. *Period. Polytech. Civ. Eng.* 2020;65(1):242–254. <http://dx.doi.org/10.3311/PPci.16028>
10. Najam F.A., Warnitchai P. A modified response spectrum analysis procedure to determine nonlinear seismic demands of high-rise buildings with shear walls. *Struct. Des. Tall Spec. Build.* 2018;27(1):1–19. <http://dx.doi.org/10.1002/tal.1409>
11. Karrar W.S., Shyama A.M., Jassim M. High-rise building wind analysis using computational fluid dynamics and dynamic analysis using etabs program. *Int. J. Emerg. Trends Eng. Res.* 2020;8(7):3994–4012. <http://dx.doi.org/10.30534/ijeter/2020/172872020>
12. Ren X., Fan W., Li J., Chen J. Building information model-based finite element analysis of high-rise building community subjected to extreme earthquakes. *Adv. Struct. Eng.* 2019;22(4):971–981. <http://dx.doi.org/10.1177/1369433218780484>
13. Chandrasekhar Reddy K., Lalith Kumar G. Seismic analysis of high-rise buildings (G+30) by using ETABS. *Int. J. Tech. Innov. Mod. Eng. Sci.* 2019;5(3):174–181.
14. Kumar A., Kushwaha N. A review paper on progressive collapse assessment of asymmetric high rise building and its modelling using ETABS software. *Int. J. Res. Appl. Sci. Eng. Technol.* 2020;8(IX):68–73. <http://dx.doi.org/10.22214/ijraset.2020.31310>
15. Zheng X.W., Li H.N., Bin Yang H.N., Li G., Huo L.S., Liu Y. Damage risk assessment of a high-rise building against multihazard of earthquake and strong wind with recorded data. *Eng. Struct.* 2019;200:109697. <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109697>
16. Tan S., Moinuddin K. Systematic review of human and organizational risks for probabilistic risk analysis in high-rise buildings. *Reliab. Eng. Syst. Saf.* 2019;188:233–250. <http://dx.doi.org/10.1016/j.res.2019.03.012>
17. Odeyemi S.O., Akinpelu M.A., Abdulwahab R., Ibitoye B.A., Amoo A.I. Evaluation of selected software packages for structural engineering works. *ABUAD J. Eng. Res. Dev.* 202;3(2):133–141.
18. *ETABS 2016: software verification examples*. Computer and Structure, Inc., 2017.
19. Marsh K. *Autodesk robot structural analysis professional 2015: essentials*. Marsh API LLC; 2014.
20. Hadi A.S., Abd A.M., Mohammed Mahmood. Integrity of Revit with structural analysis softwares. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. 2012;1076:012119. <http://dx.doi.org/10.1088/1757-899X/1076/1/012119>
21. Kamble T.R., Awchat G.D. Seismic analysis and design of multi-storied RC building using STAAD Pro and ETABS. 2018;3(8)4–7.

DOI 10.22363/1815-5235-2021-17-2-140-164
УДК 624.072.2.014

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Оптимизация швеллерных и двутавровых гнутозамкнутых профилей с трубчатыми полками из листового проката разных толщин

А.С. Марутян

Колледж Пятигорского института (филиала) Северо-Кавказского федерального университета,
Российская Федерация, 357500, Пятигорск, пр-кт 40 лет Октября, д. 56
al_marut@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 6 февраля 2021 г.

Доработана: 4 апреля 2021 г.

Принята к публикации: 15 апреля 2021 г.

Аннотация. Представлено продолжение оптимизации швеллерных и двутавровых гнутозамкнутых профилей (ГЗП) с трубчатыми полками из листового проката разных толщин. Такие профили предназначены для легких стальных тонкостенных конструкций (ЛСТК), которые отличаются высокими технико-экономическими показателями и массовым спросом в промышленно-гражданском строительстве, что подтверждает актуальность их дальнейшей проработки. Приведены основные итоги расчета оптимальной на изгиб компоновки составных сечений двутавровых ГЗП из листовых заготовок разных толщин, включая унифицированные по оптимальным параметрам швеллерных ГЗП. Цель исследования – показать, что характеристики ЛСТК можно дополнительно улучшить при помощи формообразования профилей, сочетающего в составном сечении прямые и круглые очертания замкнутых и открытых контуров. Методы. Посредством опытно-конструкторских проработок, решения оптимизационных задач и вариантного проектирования двутавровых профилей уточнены их составные сечения из листовых заготовок разных толщин, в том числе заготовок швеллерных профилей. Оригинальность двутавровых и швеллерных ГЗП подтверждена патентной экспертизой. Результаты. Двутавровый ГЗП состоит из двух трубчатых полок и одной стенки двойной толщины. Расчет оптимальной компоновки двутаврового ГЗП из листового проката разных толщин на изгиб показал, что несущая способность лимитирована отношением толщин полок и стенки его составного сечения. В частности, когда толщина полок в 2 раза больше толщины стенки, прочность максимальна при отношении размеров ширины и высоты 1/11, а когда толщина полок составляет 0,6 толщины стенки, прочность максимальна при отношении размеров 1/3,3. При отношениях размеров ширины и высоты двутавровых ГЗП 1/2,68...1/3 и швеллерных ГЗП 1/5,36...1/6 их составные сечения оптимально компоновать из унифицированных заготовок.

Ключевые слова: стержневые конструкции, тонкостенные конструкции, гнутозамкнутые профили, зубчатые крепления, оптимизация сечений, расчет оптимальных параметров

Для цитирования

Марутян А.С. Оптимизация швеллерных и двутавровых гнутозамкнутых профилей с трубчатыми полками из листового проката разных толщин // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2021. Т. 17. № 2. С. 140–164. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-2-140-164>

Марутян Александр Суменович, преподаватель, кандидат технических наук, доцент; Scopus Author ID: 57194604628, eLIBRARY SPIN-код: 8528-9956.

© Марутян А.С., 2021



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Optimization of channels and I-shaped bended closed profiles with tubular shelves from sheets of different thicknesses

Alexander S. Marutyan

Pyatigorsk Institute (branch) of the North Caucasus Federal University, 56 Prospekt 40 let Oktyabrya, Pyatigorsk, 357500, Russian Federation
al_marut@mail.ru

Article history

Received: February 6, 2021

Revised: April 4, 2021

Accepted: April 15, 2021

Abstract. The continuation of optimization of channels and I-beams bent closed profiles (BCP) with tubular flanges made of rolled sheet of different thicknesses is presented. Such profiles are intended for light steel thin-walled structures (LSWS), which are distinguished by high technical and economic indicators and massive demand in industrial and civil construction, which confirms the *relevance* of their further development. The main results of the calculation of the optimal bending arrangement of composite sections of I-beams from sheet blanks of different thicknesses, including channel-type BCPs unified in terms of optimal parameters, are also presented. *The aim of the study* is to show that the characteristics of the LSWS can be further improved by shaping profiles, combining straight and round outlines of closed and open contours in a composite section. *Methods.* By means of experimental design studies, solution of optimization problems and variant design of I-profiles, their composite sections from sheet blanks of different thicknesses, including blanks of channel profiles, have been refined. The originality of channels and I-shaped BCP has been confirmed by patent examination. *Results.* The I-shaped BCP consists of two tubular shelves and one double thickness wall. Calculation of the optimal layout of an I-shaped BCP made of rolled sheet of different thicknesses for bending showed that the bearing capacity is limited by the ratio of the thickness of the flanges and the wall of its composite section. In particular, when the thickness of the flanges is 2 times the wall thickness, the strength is maximum at a ratio of width to height of 1/11, and when the thickness of the flanges is 0.6 times the wall thickness, the strength is maximum at a ratio of 1/3.3. With the ratios of the width and height of I-shaped BCP of 1/2.68...1/3 and channel-type BCPs of 1/5.36...1/6, their composite sections should be optimally assembled from standardized blanks.

Keywords: bar structures, thin-walled structures, bent-closed profiles, gear fastenings, optimization of sections, calculation of optimal parameters

For citation

Marutyan A.S. Optimization of channels and I-shaped bended closed profiles with tubular shelves from sheets of different thicknesses. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2021;17(2): 140–164. (In Russ.) <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-2-140-164>

Введение

В настоящее время и обозримой перспективе двутавр остается одним из наиболее востребованных, знаковых профилей для строительной практики и теории, что дает все основания считать его конструктивной формой номер один [1–10]. Эта форма обладает весьма обширной областью рационального применения, где довольно заметное место занято двутавровыми профилями с трубчатыми полками, к числу которых можно отнести такие специфические конструкции, как подкрановая балка с ромбовидными полками (рис. 1, а) [11] или битрубобетонная балка с круглыми полками (рис. 1, б) [12].

В полной мере приведенное обобщение можно распространить на легкие стальные тонкостенные конструкции (ЛСТК), где тонколистовая оцинкованная сталь является основным конструкционным материалом [13–19], а ее соединения представляют собой резьбовые, заклепочные, замковые и другие виды креплений без повреждения антикоррозийного покрытия [20–26].

Наличие соосных отверстий позволяет при необходимости вместо заклепок использовать болтовые соединения в гнукотлепанных профилях двутавровых очертаний с трубчатыми полками пятиугольной формы и таком же профиле швеллерного очертания с трубчатыми полками трапециевидной формы (рис. 2, а) [27]. Двутавровый профиль сборно-разборной балки можно компоновать из двух одинаковых заготовок, на монтаже вкладываемых друг в друга и фиксируемых в единое составное сечение замковыми креплениями (рис. 2, б) [28]. Двойным функциональным назначением отличаются длинные винты-саморезы в

сталебетонной балке, где они обеспечивают цельность составного сечения двутаврового профиля с плоскопараллельными полками из двух гнутых швеллеров и двух горизонтальных полос, а также их сцепление с бетоном (рис. 2, в) [29]. Двутавровое сечение поясного элемента из парных сигма-профилей (Σ -образной формы), развернутых полками наружу, имеет в своем составе листовую фасонку, характерную для ферменных конструкций, и приваренные к ней цилиндрические втулки с отверстиями под болтовые крепления (рис. 2, з) [30]. Аналогичные сигма-профили, развернутые внутрь, образуют для рамной конструкции гнUTOболтовой двутавровый профиль с трубчатыми полками пятиугольной формы, а также парными листовыми накладками и брусчатыми вкладышами, которые снабжены соосными отверстиями (рис. 2, д) [31; 32].

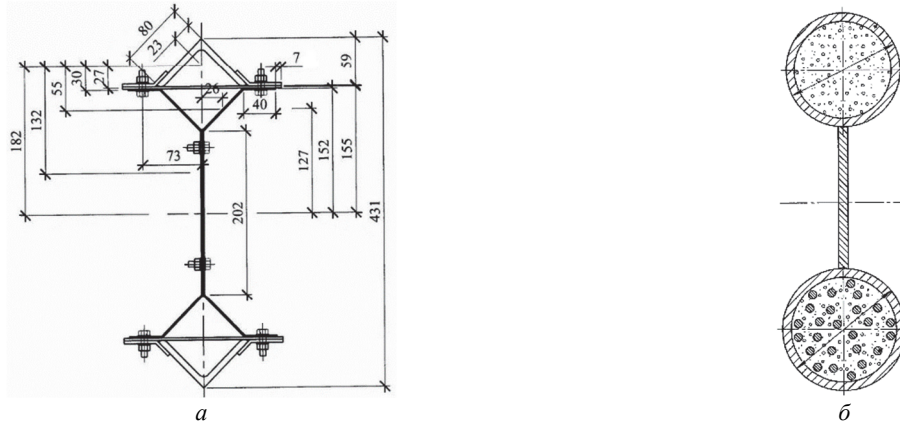


Рис. 1. Схемы двутавровых профилей с трубчатыми полками:
a – ромбовидной формы (подкрановая балка); *б* – круглой формы (битубобетонная балка)
Figure 1. Schemes of I-profiles with tubular shelves:
a – diamond-shaped (crane girder); *б* – round shape (bituminous concrete beam)

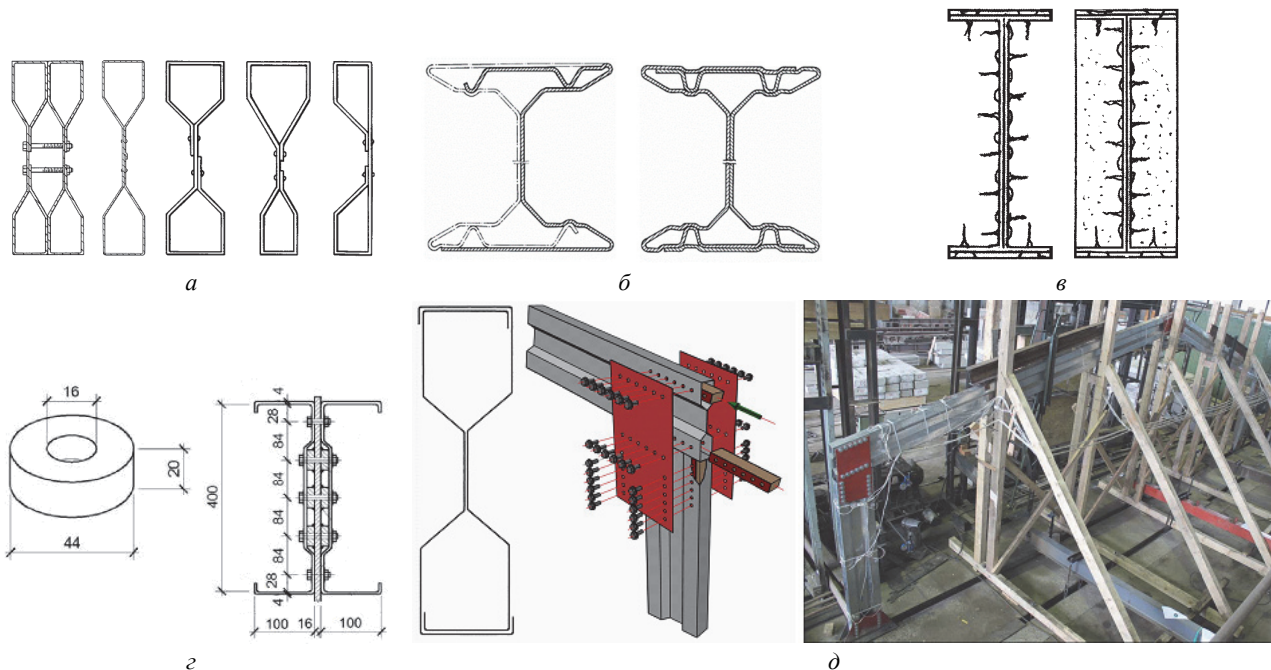


Рис. 2. Схемы двутавровых гнутых профилей:
a – с трубчатыми полками, болтовыми и клепаными соединениями; *б* – с трубчатыми полками и замковыми креплениями; *в* – с плоскопараллельными полками и винтами-саморезами; *з* – из парных сигма-профилей с плоскопараллельными полками, болтовыми соединениями, втулками и фасонкой; *д* – из парных сигма-профилей с трубчатыми полками, болтовыми соединениями, накладками и вкладышами
Figure 2. Schemes of I-shaped BCP:
a – with tubular shelves, bolted and riveted joints; *б* – with tubular shelves and locks; *в* – with plane-parallel shelves and self-tapping screws; *з* – from paired sigma profiles with plane-parallel shelves, bolted joints, bushings and gusset; *д* – from paired sigma profiles with tubular shelves, bolted connections, linings and liners

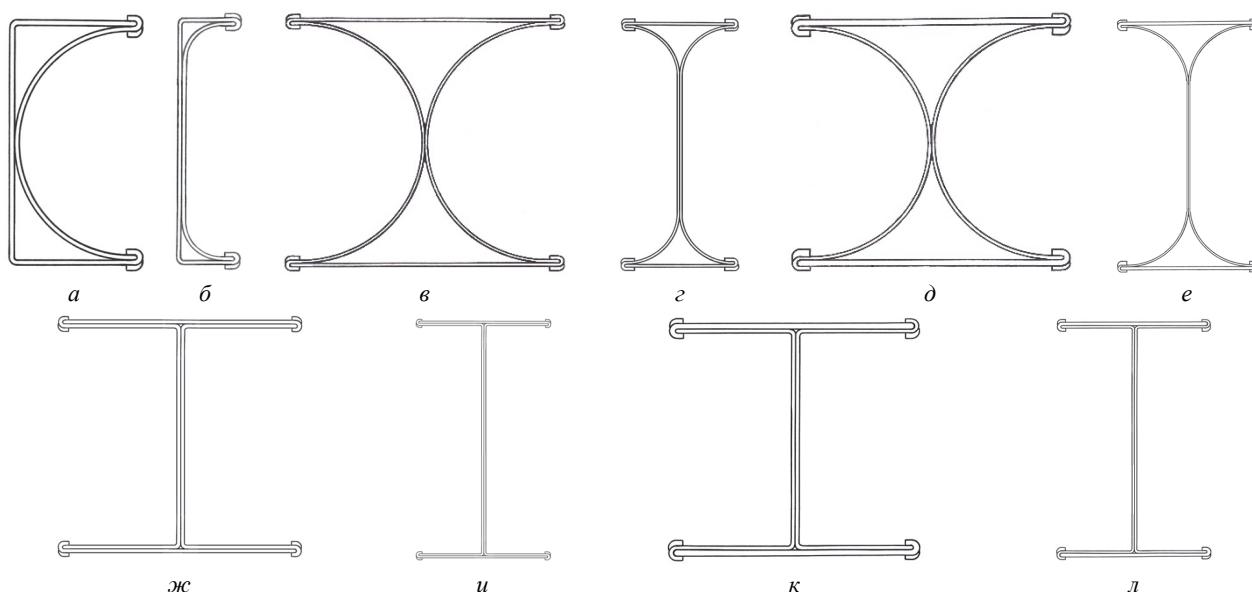


Рис. 3. Схемы швеллерных (*а, б*) и двутавровых ГЗП с трубчатыми (*в, г, д, е*) и плоскопараллельными (*ж, и, к, л*) полками
Figure 3. Schemes of channel (*а, б*) and I-beams with tubular (*в, г, д, е*) and plane-parallel (*ж, и, к, л*) shelves

Приведенный ряд профилей ЛСТК может быть продлен, если к нему приложить гнutoзамкнутые профили (ГЗП) с замыканиями зубчатых креплений заготовок из листового проката одинаковых толщин (рис. 3, *а–г*), специфика которых раскрыта достаточно подробно в прошлых публикациях [33–35]. Завершая вводную часть, остается обратить внимание на то, что совместное применение наружных заготовок швеллерных ГЗП и горизонтальных заготовок из листового проката разных толщин двутавровых ГЗП с трубчатыми полками позволяет компоновать такие же ГЗП с плоскопараллельными полками (рис. 3, *д–л*). При этом оптимизация и унификация листовых заготовок разных толщин может привести к существенному росту технико-экономических характеристик рассматриваемых профилей.

Материалы и методы

Значения основных параметров в плоскости наибольшей жесткости симметричного двутаврового профиля (рис. 4) можно представить с использованием приближенной методики расчета по средней линии его сечения, достаточно корректной для решения оптимизационных задач и вариантного проектирования:

$$W = \frac{(V/t_w)^{1/2} A^{3/2}}{4} (2 - \frac{3}{4} f) f^{1/2}; I = \frac{(V/t_w) A^2}{12} (3 - 2f) f;$$

$$i = \frac{(V/t_w)^{1/2} A^{1/2}}{2\sqrt{3}} (3f - 2f^2)^{1/2}; C = \frac{I t_w}{S} = \frac{2A(3-2f)}{3(2-f)} f,$$

где $V(U)$ – высота (ширина) по средней линии расчетного сечения; $t_w(t_f)$ – толщина стенки (полок) расчетного сечения; W – момент сопротивления; I – момент инерции; i – радиус инерции; C – сопротивление сечения срезу; S – статический момент полусечения; A – площадь поперечного сечения профиля; $f = (V t_w)/A$ [36].

Необходимо уточнить, что

$$V = h - t_f \text{ или } V = h_w + t_f,$$

где $h(h_w)$ – высота двутаврового профиля (высота его стенки); b – ширина того же профиля, $b = U$.

Для сравнительного анализа удобно использовать удельные характеристики, коими являются расчетные параметры профиля с единичной площадью поперечного сечения

$$\bar{W} = \frac{(V/t_w)^{1/2}}{4} \left(2 - \frac{4}{3}f\right) f^{1/2}; \bar{I} = \frac{V/t_w}{12} (3 - 2f)f;$$

$$\bar{i} = \frac{(V/t)^{1/2}}{2\sqrt{3}} (3f - 2f^2)^{1/2}; \bar{C} = \frac{2 - \frac{4}{3}f}{2 - f} f.$$

Отличительной особенностью решения оптимизационных задач двутавровых ГЗП с трубчатыми полками является не только компоновка в одном и том же составном сечении листовых заготовок разных толщин, но и возможность их унификации с точно такими же заготовками для швеллерных ГЗП с трубчатыми полками и двутавровыми ГЗП с плоскопараллельными полками, подобными прокатным двутаврам с параллельными гранями полок. При этом наружные горизонтальные заготовки гнutoзамкнутых двутавров могут быть из более тонкого, но прочного материала, что открывает определенные перспективы для бистальных балок и других, подобных ЛСТК с замыканиями, зубчатых креплений без сварных швов. Такие модификации могут улучшить технико-экономические показатели ЛСТК и расширить область их рационального применения, поскольку прокат бистальных профилей на рельсобалочных станах невозможен, а метод высокочастотной сварки позволяет создавать бистальные двутавры с поясами из высокопрочной стали [37].

Расчет двутавровых ГЗП с равными параметрами ширины и высоты

Чтобы определить расчетные параметры гнutoзамкнутого двутавра с равными размерами ширины и высоты ($n = U/V = 1/1$), в составном сечении которого пара круглых полуколец имеет одну толщину, а пара плоских граней трубчатых полок – другую толщину (рис. 5), необходимо ввести поправочный коэффициент k , учитывающий разницу этих толщин:

$$t_f/t_w = (t + kt)/(2t) = (1 + k)/2, \text{ откуда } k = 2(t_f/t_w) - 1,$$

где t_f – условная толщина полок, $t_f = t + kt = t(1 + k)$; t_w – условная толщина стенки, $t_w = 2t$; t – толщина полукольцевых заготовок; kt – толщина плоских заготовок.

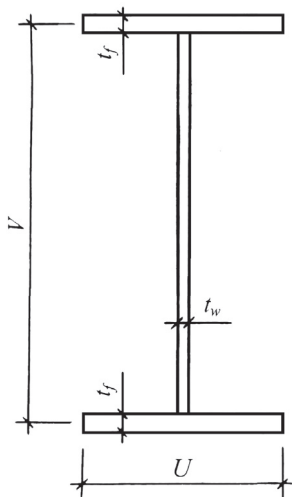


Рис. 4. Схема двутаврового профиля
Figure 4. Scheme of I-shaped profile

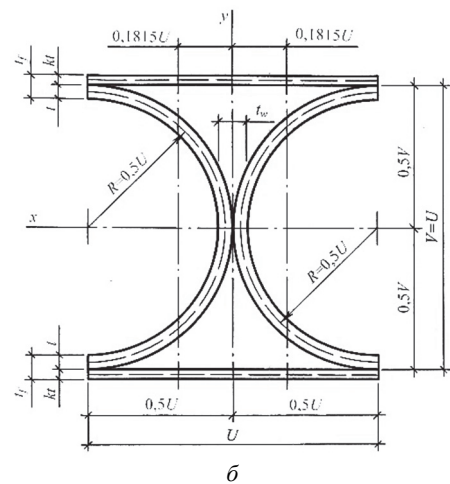
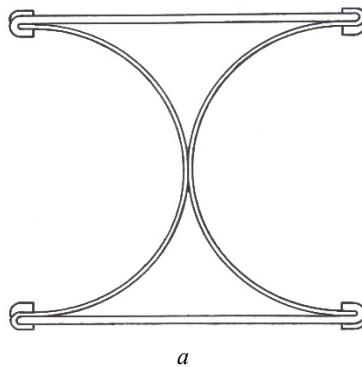


Рис. 5. Двутавровый ГЗП с равными параметрами ширины и высоты из листовых заготовок разных толщин (а), а также расчетная схема его сечения нетто (б)
Figure 5. I-shaped BCP with equal parameters of width and height from sheet blanks of different thicknesses (a) and design diagram of its net cross section (b)

Толщины полок и стенки представлены как условные из-за того, что листовые заготовки, формирующие двутавровый ГЗП, на расчетной схеме его поперечного сечения имеют лишь точечные касания. Однако их отношения позволяют уточнить пределы численных значений поправочного коэффициента, если для этого за ориентировочные параметры условно принять отношения полок и стенок горячекатаных двутавровых профилей из различных сортов:

– двутавры с уклоном внутренних граней полок по ГОСТ 8239–89¹:

$$t_f/t_w = 1,483...1,696 \text{ при } n = U/V = 1/3,158...1/1,653;$$

– двутавры с параллельными гранями полок по ГОСТ Р 57837–2017²:

$$t_f/t_w = 1,0...1,80 \text{ при } n = U/V = 1/3,030...1/0,8852;$$

– двутавры с параллельными гранями полок нестандартных размеров по ТУ 24107-016-00186269–2017³:

$$t_f/t_w = 1,0...1,80 \text{ при } n = U/V = 1/3,3687...1/0,9804.$$

С учетом приведенных параметров представляется целесообразным ограничить величину поправочного коэффициента:

– в нижнем пределе

$$k = 0,2 \text{ при } t_f/t_w = 0,6;$$

– в верхнем пределе

$$k = 3 \text{ при } t_f/t_w = 2,$$

где первый из двух пределов допустим, поскольку поправочный коэффициент с нулевым значением ($k = 0$ при $t_f/t_w = 0,5$) соответствует тому, что полки профиля остаются без замыканий зубчатых креплений.

Приняв поправочный коэффициент и уточнив его предельные (граничные) значения, формулы, апробированные расчетами швеллерных и двутавровых ГЗП из листовых заготовок одной толщины [31; 32], можно переписать для более общего случая с разными толщинами:

$$A = (2k + 3,14)tU; I_x = (0,5k + 0,3925)tU^3; I_y = (0,1666666k + 0,177467)tU^3.$$

Практическое значение имеет уточнение расчетных параметров с добавлением зубчатых креплений. Для этого в рассмотренном профиле необходимо подобрать размеры элементов зубчатого крепления (зубцов), которые должны быть не меньше 1/10 габаритного размера сечения согласно Своду правил РФ по проектированию стальных тонкостенных конструкций из холодногнутых оцинкованных профилей и гофрированных листов⁴. В данном случае этот размер составляет $0,1U$, где U – размер гнутозамкнутого профиля по ширине.

В расчетных выкладках параметр зубчатых креплений (размер зубцов) отразится 8-кратным образом, так как двутавровый ГЗП имеет составное сечение из четырех листовых заготовок с продольными кромками зубчатой формы:

$$A_g = A + \Delta A = A + 4 \times 2 \times 0,1tU = A + 0,8tU.$$

Введение поправочного коэффициента для продолжения численных выкладок позволяет сделать расчетно-теоретическую предпосылку, допускающую применение констант ($A = \text{const}$, $t = \text{const}$), уже принятых при расчете двутавровых ГЗП с равными параметрами по ширине и высоте из листовых заготовок одной толщины, повторно для таких же профилей из заготовок разных толщин:

¹ ГОСТ 8239–89. Двутавры стальные горячекатаные. Сортамент. М.: Издательство стандартов, 1990. 8 с.

² ГОСТ Р 57837–2017. Двутавры стальные горячекатаные с параллельными гранями полок. Технические условия. М.: Стандартинформ, 2017. 32 с.

³ ТУ 241-016-00186269–2017. Двутавры горячекатаные с параллельными гранями полок нестандартных размеров. Технические условия. Нижний Тагил: АО «ЕВРАЗ НТМК», 2017. 16 с.; ОСТ 8239–89. Двутавры стальные горячекатаные. Сортамент. М.: Издательство стандартов, 1990. 8 с.

⁴ СП 260.132555800.16. Конструкции стальные тонкостенные из холодногнутых оцинкованных профилей и гофрированных листов. Правила проектирования. М., 2016. С. 16; У 241-016-00186269–2017. Двутавры горячекатаные с параллельными гранями полок нестандартных размеров. Технические условия. Нижний Тагил: АО «ЕВРАЗ НТМК», 2017. 16 с.

$$U = V = (A/t)/(2k + 3,14); U^2 = (A^2/t^2)/(2k + 3,14)^2;$$

$$W_x = 2I_x/V = 2(0,5k + 0,3925)tU^3/U = (k + 0,785)tU^2 = (A^2/t)(k + 0,785)/(4k^2 + 12,56k + 9,8596).$$

Чтобы найти экстремальное значение момента сопротивления W_x , его выражение необходимо продифференцировать по переменной k и, приравняв к нулю производную ($dW_x/dk = 0$), получить уравнение

$$4k^2 + 6,28k = 0 \text{ с корнем } k = -1,57.$$

Из этого результата вытекает, что экстремальное значение момента сопротивления ($W_x = W_{x,\max}$), можно определить, подставив в расчетные формулы граничные (предельные) величины поправочного коэффициента:

– при $t_f/t_w = 0,6 (k = 0,2)$

$$A = (2 \times 0,2 + 3,14)tU = 3,54tU; U = V = (A/t)/3,54 = 0,2824858A/t;$$

$$I_x = (0,5 \times 0,2 + 0,3925)tU^3 = 0,4925tU^3 = 0,4925t(0,2824858A/t)^3 = 0,0111018A^3/t^2;$$

$$I_y = (0,1666666 \times 0,2 + 0,177467)tU^3 = 0,2108003tU^3 = 0,2108003t(0,2824858A/t)^3 = 0,0047518A^3/t^2;$$

$$W_x = 2I_x/V = 2 \times 0,4925tU^3/U = 0,9850tU^2 = 0,9850t(0,2824858A/t)^2 = 0,0786012A^2/t;$$

$$A_g = A + \Delta A = 3,54tU + 4 \times 2 \times 0,1tU = 4,34tU;$$

$$A/A_g = 3,54/4,34 = 0,8156682;$$

– при $t_f/t_w = 2 (k = 3)$

$$A = (2 \times 3 + 3,14)tU = 9,14tU; U = V = (A/t)/9,14 = 0,1094091A/t;$$

$$I_x = (0,5 \times 3 + 0,3925)tU^3 = 1,8925tU^3 = 1,8925t(0,1094091A/t)^3 = 0,0024785A^3/t^2;$$

$$I_y = (0,1666666 \times 3 + 0,177467)tU^3 = 0,677467tU^3 = 0,677467t(0,1094091A/t)^3 = 0,0008872A^3/t^2;$$

$$W_x = 2I_x/V = 2 \times 1,8925tU^3/U = 3,7850tU^2 = 3,7850t(0,1094091A/t)^3;$$

$$A_g = A + \Delta A = 9,14tU + 4 \times 2 \times 0,1tU = 9,94tU;$$

$$A/A_g = 9,14/9,94 = 0,9195171,$$

где A и t – площадь сечения и толщина двутаврового ГЗП из листовых заготовок одинаковой толщины соответственно, $A = \text{const}$ и $t = \text{const}$.

Сравнительный расчет показывает, что замена листовых заготовок одной толщины на такие же заготовки разных толщин сопровождается ростом несущей способности гнутозамкнутого двутавра, когда условная толщина полок больше условной толщины стенки ($t_f/t_w > 1$). В противном случае, когда условная толщина полок меньше условной толщины стенки ($t_f/t_w < 1$), такая замена листовых заготовок вызывает снижение несущей способности. В частном случае, если принять, что сравниваемые профили имеют одинаковые размеры с их постоянным отношением $n = U/V = 1/1$, то при $t_f/t_w = 2$ несущая способность может увеличиться до $3 \times 1,785/3,785 = 1,4$ раза, а при $t_f/t_w = 0,60$ – уменьшиться до $5 \times 0,985/1,785 = 2,8$ раза.

В целом предлагаемое техническое решение представляется достаточно универсальным и эффективным для того, чтобы использование в нем листовых заготовок разных толщин обеспечило расширение области рационального применения гнутозамкнутых двутавров и швеллеров, включая компоновку их составных сечений с наиболее напряженными элементами из высокопрочных материалов по типу бистальных балок.

Расчет двутавровых ГЗП с разными параметрами ширины и высоты

Чем меньше параметр ширины относительно параметра высоты, тем больше контур профиля вытягивается в двутавровую форму, а его изогнутые грани меняют полукруглые очертания на полуплоскоовальные (рис. 6, а). В противном случае, когда параметр высоты меньше параметра ширины, контур профиля сплющивается в Н-образную форму, а его изогнутые грани из полукруглых становятся U-образными (рис. 6, в).

Для определения расчетных параметров двутаврового ГЗП с разными параметрами ширины и высоты ($n = U/V < 1/1$), в составном сечении которого пара изогнутых граней стенки имеет одну толщину, а пара плоских граней трубчатых полков – другую (рис. 7), можно еще раз воспользоваться поправочным коэффициентом, учитывающим разницу этих толщин. При этом очевидно, что обозначение толщины полков остается условным, а обозначение толщины стенки перестает быть таковым.

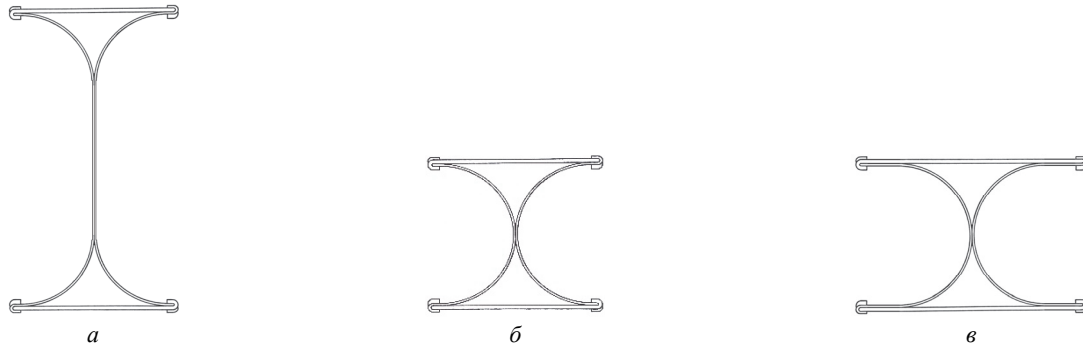


Рис. 6. Схемы двутавровых ГЗП с трубчатыми полками:
 а – при $n = U/V < 1/1$; б – при $n = U/V = 1/1$; в – при $n = U/V > 1/1$
Figure 6. Schemes of I-shaped BCP:
 а – with $n = U/V < 1/1$; б – with $n = U/V = 1/1$; в – with $n = U/V > 1/1$

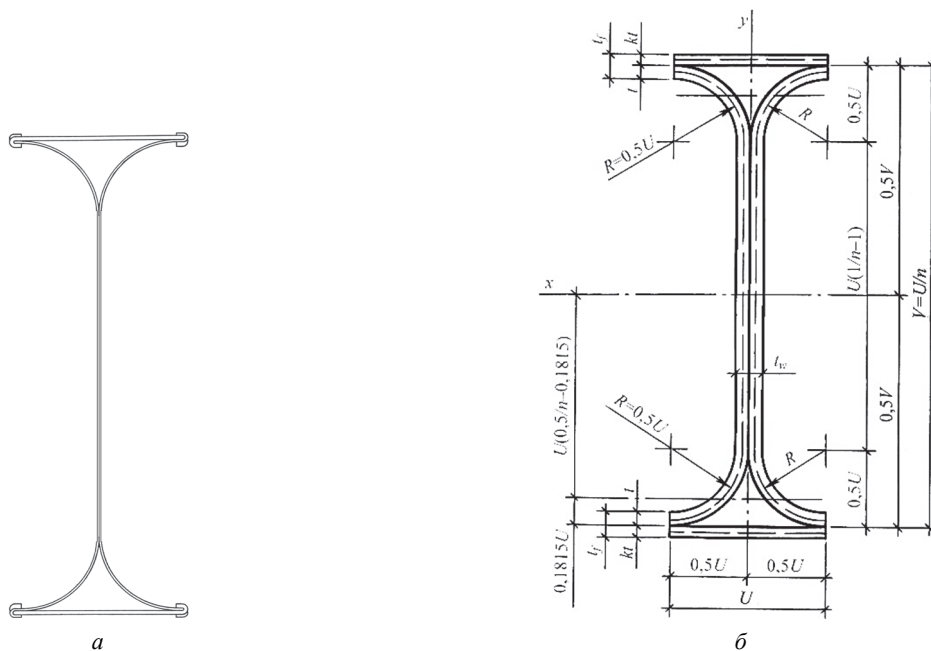


Рис. 7. Двутавровый ГЗП с разными параметрами ширины и высоты (а), а также расчетная схема его сечения нетто (б)
Figure 7. I-shaped BCP with different parameters of width and height (а) and design diagram of its net cross section (б)

Тогда еще одно введение поправочного коэффициента позволяет переписать расчетные формулы для общего случая в виде

$$A = tU(2/n + 2k + 1,14);$$

$$I_x = tU^3(0,1666666/n^3 + 0,285/n^2 + 0,5k/n^2 - 0,0699728/n + 0,0108234);$$

$$I_y = tU^3(0,1666666k + 0,1774902).$$

При контрольной проверке полученных формул можно протестировать, подставив в них уже известные значения переменных ($n = 1/5, 2; n = 1/1; k = 0, 2; k = 1; k = 3$), и получить расчетные выкладки, приведенные выше.

Тогда еще одно введение поправочного коэффициента позволяет переписать расчетные формулы для общего случая в виде

$$A = tU(2/n + 2k + 1,14);$$

$$I_x = tU^3(0,1666666/n^3 + 0,285/n^2 + 0,5k/n^2 - 0,0699728/n + 0,0108234);$$

$$I_y = tU^3(0,1666666k + 0,1774902).$$

Оптимизация двутавровых ГЗП с разными параметрами ширины и высоты

Чтобы продолжить оптимизационный расчет двутавровых ГЗП из листовых заготовок разных толщин, целесообразно для первого приближения подставить в расчетные формулы граничные (предельные) величины поправочного коэффициента, приняв отношение $n = U/V = 1/5, 2$, оптимальное для таких же профилей из заготовок одной толщины [35]:

– при $t_f/t_w = 0,6$ ($k = 0,2$)

$$A = tU(2 \times 0,2 + 11,58) = 11,98tU; U = 0,0834724A/t; V = 0,4356137A/t;$$

$$I_x = tU^3(13,617187 \times 0,2 + 31,095253) = 33,81869tU^3 = 33,81869t(0,0834724A/t)^3 = 0,0196691A^3/t^2;$$

$$I_y = tU^3(0,1666666 \times 0,2 + 0,1774902) = 0,2108235tU^3 = 0,2108235t(0,0834724A/t)^3 = 0,0001226A^3/t^2;$$

$$W_x = 2I_x/V = 2 \times 33,81869tU^3/(5,2186564U) = 12,960688tU^2 = 12,960688t(0,0834724A/t)^2 = 0,0903054A^2/t;$$

$$A_g = A + \Delta A = 11,98tU + 4 \times 2 \times 0,1tU = 12,78tU;$$

$$A/A_g = 11,98/12,78 = 0,9374021;$$

– при $t_f/t_w = 2$ ($k = 3$)

$$A = tU(2 \times 3 + 11,58) = 17,98tU; U = 0,0556173A/t; V = 0,2902475A/t;$$

$$I_x = tU^3(13,617187 \times 3 + 31,095253) = 71,946814tU^3 = 71,946814t(0,0556173A/t)^3 = 0,0123777A^3/t^2;$$

$$I_y = tU^3(0,1666666 \times 3 + 0,1774902) = 0,6774902tU^3 = 0,6774902t(0,0556173A/t)^3 = 0,0001165A^3/t^2;$$

$$W_x = 2I_x/V = 2 \times 71,946814tU^3/(5,2186564U) = 27,572924tU^2 = 27,572924t(0,0556173A/t)^2 = 0,0852908A^2/t;$$

$$A_g = A + \Delta A = 17,98tU + 4 \times 2 \times 0,1tU = 18,78tU;$$

$$A/A_g = 17,98/18,78 = 0,9574014,$$

где A и t – площадь сечения и толщина двутаврового ГЗП из листовых заготовок одинаковой толщины соответственно, $A = \text{const}$ и $t = \text{const}$.

Результаты первого приближения показывают, что и в этом расчетном случае замена листовых заготовок одинаковой толщины на такие же заготовки разных толщин сопровождается ростом несущей способности гнутозамкнутого двутавра, когда условная толщина полков больше толщины стенки ($t_f/t_w > 1$).

Когда же условная толщина полок меньше условной толщины стенки ($t_f/t_w < 1$), такая замена листовых заготовок вызывает снижение несущей способности. В частности, если принять, что сравниваемые профили имеют одинаковые размеры с их постоянным отношением $n = U/V = 1/5,2$, то при $t_f/t_w = 2$ несущая способность может увеличиться до $3 \times 17,197163/27,67185 = 1,8$ раза, а при $t_f/t_w = 0,60$ – уменьшиться до $5 \times 13,007188/17,197163 = 3,7$ раза.

Для продолжения оптимизационного расчета во втором приближении необходимо определить расчетные параметры двутавровых ГЗП из листовых заготовок разных толщин в зависимости от отношения их размеров ширины и высоты ($n = U/V$) с учетом граничных значений поправочного коэффициента:

– при $t_f/t_w = 0,6$ ($k = 0,2$)

$$A = tU(2/n + 2 \times 0,2 + 1,14) = tU(2/n + 1,54);$$

$$I_x = tU^3(0,1666666/n^3 + 0,285/n^2 + 0,5 \times 0,2/n^2 - 0,0699728/n + 0,0108234) = \\ = tU^3(0,1666666/n^3 + 0,385/n^2 - 0,0669728/n + 0,0108234);$$

$$I_y = tU^3(0,1666666 \times 0,2 + 0,1774902) = 0,2108235tU^3;$$

$$W_x = tU^2(0,3333332/n^2 + 0,770/n - 0,1399456 + 0,0216468n) = \\ = (A^2/t)(0,3333332/n^2 + 0,770/n - 0,1399456 + 0,0216468n)/(2/n + 1,54)^2,$$

где $U^2 = (A^2/t^2)/(2/n + 1,54)^2$, $A = \text{const}$, $t = \text{const}$;

– при $t_f/t_w = 2$ ($k = 3$)

$$A = tU(2/n + 2 \times 3 + 1,14) = tU(2/n + 7,14);$$

$$I_x = tU^3(0,1666666/n^3 + 0,285/n^2 + 0,5 \times 3/n^2 - 0,0699728/n + 0,0108234) = \\ = tU^3(0,1666666/n^3 + 1,785/n^2 - 0,0699728/n + 0,0108234);$$

$$I_y = tU^3(0,1666666 \times 3 + 0,1774902) = 0,677490tU^3;$$

$$W_x = tU^2(0,3333332/n^2 + 3,570/n - 0,1399456 + 0,0216468n) = \\ = (A^2/t)(0,3333332/n^2 + 3,570/n - 0,1399456 + 0,0216468n)/(2/n + 7,14)^2,$$

где $U^2 = (A^2/t^2)/(2/n + 7,14)^2$, $A = \text{const}$, $t = \text{const}$.

Чтобы найти экстремальные значения моментов сопротивления W_x , их выражения необходимо продифференцировать по переменной n и, приравняв к нулю производные ($dW_x/dn = 0$), получить уравнение четвертой степени:

– при $t_f/t_w = 0,6$ ($k = 0,2$)

$$0,0513375n^4 + 0,2666884n^3 - 2,4284352n^2 - 2,7006308n + 1,0266675 = 0$$

с корнями

$$n_1 = -9,5487614; n_2 = -1,2987014; n_3 = 0,3013557; n_4 = 5,3513002;$$

– при $t_f/t_w = 2$ ($k = 3$)

$$1,1035452n^4 + 1,2364652n^3 - 185,73426n^2 - 35,10594n + 4,760004 = 0$$

с корнями

$$n_1 = -13,453334; n_2 = -0,2801120; n_3 = 0,0914105; n_4 = 12,521588.$$

Из найденных корней практический интерес представляют третьи, значения которых можно округлить до:

– при $t_f/t_w = 0,6$ ($k = 0,2$)

$$n = 0,3013557 = 1/3,3183377 \approx 1/3,3;$$

– при $t_f/t_w = 2$ ($k = 3$)

$$n = 0,0914105 = 1/10,939662 \approx 1/11.$$

Тогда расчетные параметры профилей, оптимизированных на изгиб, составят:

– при $t_f/t_w = 0,6$ ($k = 0,2$)

$$A = tU(2/0,3013557 + 1,54) = 8,1766755tU;$$

$$U = 0,122299A/t; V = 0,4058293A/t;$$

$$I_x = tU^3(0,1666666/0,3013557^3 + 0,385/0,3013557^2 - 0,0699728/0,3013557 + 0,0108234) = 10,117862tU^3 = 10,117862t(0,3013557A/t)^3 = 0,0185079A^3/t^2;$$

$$I_y = 0,2108235tU^3 = 0,210835t(0,122299A/t)^3 = 0,0003856A^3/t^2;$$

$$W_x = Wx^3_{x,max} = 6,0981508t(0,122299A/t)^2 = 0,0912103A^2/t;$$

$$A_g = A + \Delta A = 8,1766755tU + 4 \times 2 \times 0,1tU = 8,9766755tU;$$

$$A/A_g = 8,1766755/8,9766755 = 0,9108801;$$

– при $t_f/t_w = 2$ ($k = 3$)

$$A = tU(2/0,0914105 + 7,14) = 29,019324tU;$$

$$U = 0,0344597A/t; V = 0,3769774A/t;$$

$$I_x = tU^3(0,1666666/0,0914105^3 + 1,785/0,0914105^2 - 0,0699728/0,0914105 + 0,0108234) = 431,07016tU^3 = 431,07016t(0,0344597A/t)^3 = 0,0176393A^3/t^2;$$

$$I_y = 0,6774902tU^3 = 0,6774902t(0,0344597A/t)^3 = 0,0000204A^3/t^2;$$

$$W_x = Wx^3_{x,max} = 78,808679t(0,0344597A/t)^2 = 0,0935830A^2/t;$$

$$A_g = A + \Delta A = 29,019324tU + 4 \times 2 \times 0,1tU = 29,819324tU;$$

$$A/A_g = 29,019324/29,819324 = 0,9731717.$$

Для завершения оптимизационного расчета остается воспользоваться аналогичными вычислениями расчетных параметров профилей, оптимизированных на изгиб с шагом 0,1 в пределах всего обозначенного интервала ($0,6 \leq t_f/t_w \leq 2$), и их основные результаты систематизировать более развернуто в табличной форме (табл. 1).

Как видно из основных итогов оптимизационного расчета двутавровых ГЗП на изгиб, в пределах всего интервала изменения отношения толщин полок и стенок $t_f/t_w = 0,6 \dots 2,0$ моменты сопротивления их расчетных сечений максимальны, когда отношения размеров ширины и высоты составляют от $n = U/V = 1/11$ до $n = U/V = 1/3,3$. При этом чем больше отношение толщин полок и стенок, тем меньше относительное значение оптимальной ширины расчетного сечения нетто, а относительное значение оптимальной высоты изменяется малозаметно.

Расчетные параметры двутавровых ГЗП, оптимизированных на изгиб
 Table 1. Design parameters of I-shaped BCP optimized for bending

t_f/t_w	$1/n = V/U$	$U, A/t^*$	$V, A/t$	A/A_g	$I_x, A^3/t^2$	$I_y, A^3/t^2$	$W_{2x, \max}$
0,6	3,3183377	0,1222990	0,4058293	0,9108801	0,0185079	0,0003856	0,0912012
0,7	3,7169042	0,1066802	0,3965200	0,9213667	0,0182365	0,0002964	0,0919827
0,8	4,1841599	0,0933853	0,3907390	0,9304850	0,0180642	0,0002259	0,0924617
0,9	4,6896198	0,0825134	0,3869564	0,9380768	0,0178418	0,0001746	0,0927329
1,0	5,2186564	0,0736522	0,3843655	0,9443567	0,0178643	0,0001375	0,0929547
1,1	5,7633067	0,0663719	0,3825216	0,9495796	0,0178087	0,0001103	0,0931121
1,2	6,3239506	0,0602849	0,3812387	0,9539909	0,0177129	0,0000900	0,0929228
1,3	6,8825256	0,0552332	0,3801439	0,9576832	0,0177365	0,0000784	0,0933146
1,4	7,4520757	0,0509057	0,3793531	0,9608590	0,0177123	0,0000629	0,0933816
1,5	8,0262554	0,0471864	0,3787301	0,9636239	0,0177513	0,0000536	0,0937411
1,6	8,6040674	0,0439596	0,3782313	0,9660270	0,0176780	0,0000462	0,0934771
1,7	9,1848028	0,0411360	0,3778260	0,9681396	0,0176675	0,0000401	0,0935218
1,8	9,7679048	0,0386461	0,3774914	0,9700102	0,0176552	0,0000352	0,0935396
1,9	10,352963	0,0364352	0,3772122	0,9716773	0,0176466	0,0000311	0,0935632
2,0	10,939662	0,0344597	0,3769774	0,9731717	0,0176393	0,0000204	0,0935830

Примечание: * $A = \text{const}$, $t = \text{const}$.

Note: * $A = \text{const}$, $t = \text{const}$.

Оптимизация унифицированных листовых заготовок разных толщин

Гнутые швеллеры и швеллерные ГЗП с трубчатыми полками при отношении параметров ширины и высоты 1/2, а также двутавровые ГЗП с трубчатыми и плоскопараллельными полками при отношении параметров ширины и высоты 1/1 сконпонованы из одинаковых листовых заготовок одной и разных толщин, имеющих сечения гнутых швеллеров и круглых полуколец (рис. 8, а, б, в), что позитивно влияет на технико-экономические характеристики этих профилей и конструкций из них. При отношениях параметров ширины и высоты, отличных от 1/2 и 1/1, применение одинаковых листовых заготовок одной и разных толщин вполне возможно за счет повышения степени их унификации (рис. 8, г, д, е).

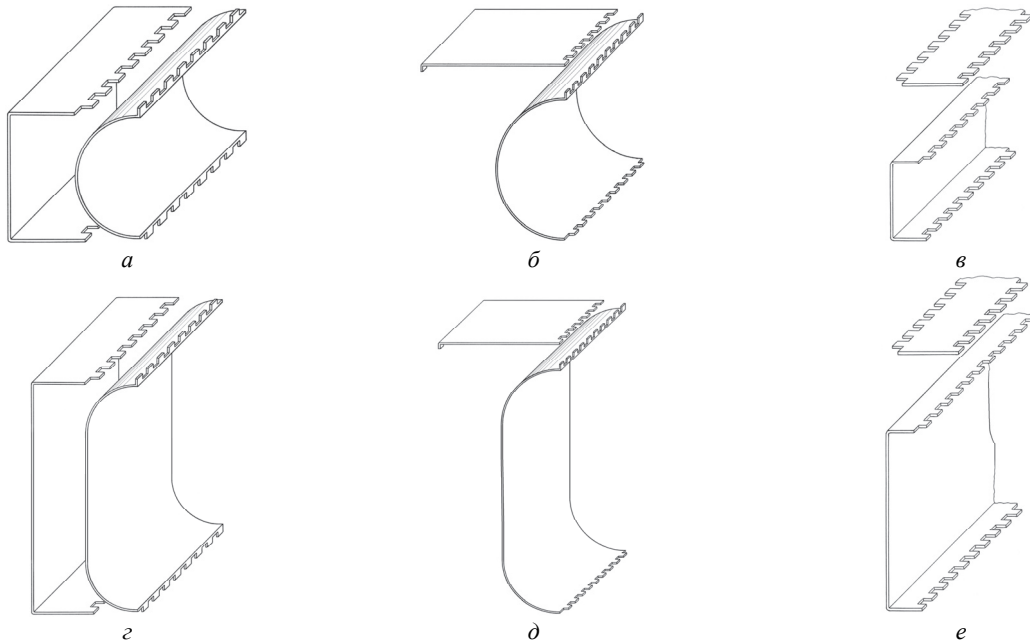


Рис. 8. Аксонометрии листовых заготовок швеллерных и двутавровых ГЗП при $n = U/V = 1/2$ (а), $n = U/V = 1/1$ (б, в) и $n = U/V < 1/2$ (г, д, е)

Figure 8. Axonometry of sheet blanks of channel and I-shaped BCP with $n = U/V = 1/2$ (а), with $n = U/V = 1/1$ (б) and with $n = U/V < 1/2$ (г, д, е)

Для оптимизационного расчета унифицированных заготовок целесообразно еще раз вернуться к задаче по раскрою гнутого швеллера с наибольшей прочностью на изгиб (рис. 9, а), решение которой полностью совпало с приближенным расчетом по средней линии его тонкостенного сечения [34]:

$$n = U/V = 1/6; U = 0,125A/t; V = 0,750A/t; x_0 = 0,015625A/t;$$

$$I_x = 0,0703125A^3/t; I_y = 0,0018807A^3/t^2; W_x = W_{2x,max}.$$

Очевидно, что это решение обеспечивает максимальную несущую способность на изгиб не только швеллерному профилю. С таким же успехом (за исключением абсциссы x_0) его можно распространить и на другие профильные формы из листового проката одной толщины ($t_f/t_w = 1$), где пара горизонтальных граней (полок) соединены вертикальной гранью (стенкой), например зетовые (Z-образные) и двутавровые (рис. 9, б). Более того, оптимизационная задача имеет продолжение, представляющее определенный практический интерес для случая с полками двойной толщины при $t_f/t_w = 2$ (рис. 9, в).

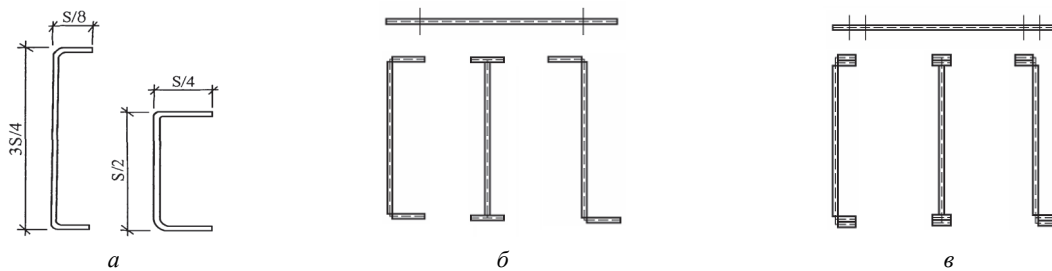


Рис. 9. Схемы профилей и их заготовок с полками одинарной (а, б) и двойной (в) толщины
Figure 9. Schemes of blanks with shelves of single (а, б) and double (в) thickness

Решение оптимизационной задачи для профилей с полками двойной толщины методом приближенного расчета по средней (срединной) линии их тонкостенного сечения можно представить следующим образом:

$$n = U/V; A = tU(1/n + 4);$$

$$I_x = tU^3(0,0833333/n + 1)/n^2; I_y = 0,6666666tU^3; W_x = tU^2(0,1666666/n + 2)/n,$$

где A – площадь расчетного сечения; $I_x(W_x)$ – момент инерции (момент сопротивления) того же сечения в плоскости наибольшей жесткости.

С учетом заданных размеров стальной полосы (листовой заготовки), принятых в качестве постоянных величин, выражение момента сопротивления можно переписать:

$$W_x = (A^2/t)(0,1666666/n^2 + 2/n)/(1/n + 4)^2,$$

где $U^2 = (A^2/t^2)/(1/n + 4)^2$, $A = \text{const}$, $t = \text{const}$.

Чтобы найти экстремальное значение момента сопротивления W_x , его выражение необходимо продифференцировать по переменной n и, приравняв к нулю производную ($dW_x/dn = 0$), получить уравнение второй степени:

$$n^2 + 0,1666666n - 0,0208333 = 0 \text{ с корнями } n_1 = -0,25 \text{ и } n_2 = 0,0833333.$$

Из найденных корней практический интерес представляет второй, значение которого можно округлить до $n = 0,0833333 = 1/12,000004 \approx 1/12$, получив следующие расчетные параметры:

$$t_f/t_w = 2; n = U/V = 1/12; U = 0,0625A/t; V = 0,750A/t;$$

$$I_x = 0,0703125A^3/t; I_y = 0,0001627A^3/t^2; W_x = W_{2x,max}.$$

Полученный результат показывает, что у тонкостенных профилей с полками одинарной толщины ($t_f/t_w = 1$) и полками двойной толщины ($t_f/t_w = 2$) оптимальные высоты имеют одинаковый размер, составляющий 3/4 ширины стальной полосы. Одинаковы при этом также расчетные параметры моментов инерции и сопротивления сечения в плоскости наибольшей жесткости, а в плоскости наименьшей жесткости расчетные параметры момента инерции уменьшаются более чем на целый порядок: $0,0018807/0,0001627 = 11,56$.

Применительно к ГЗП с трубчатыми полками разница между оптимальными отношениями размеров ширины и высоты их расчетных сечений нетто от оптимальных параметров раскрыя стальной полосы составила:

– для швеллерных при $t_f/t_w = 1$

$$100(6 - 5,68)/(6...5,68) = 5,3...5,6 \% [31];$$

– для двутавровых при $t_f/t_w = 1$

$$100(6 - 5,2)/(6...5,2) = 13,3...15,4 \% [32];$$

– для двутавровых при $t_f/t_w = 2$

$$100(12 - 10,939662)/(12...10,939662) = 8,8...9,7 \%$$

В последнем расчетном случае оптимальные параметры разнятся между собой в 1,5 раза меньше, чем в предыдущем, вероятно, из-за того, что с ростом толщины горизонтальных граней, сопровождаемым укорочением их ширины, уменьшаются оба замкнутых контура трубчатых полок двутавровых ГЗП, которые в пределе стремятся к плоскопараллельным очертаниям.

Таблица 2

Расчетные параметры ГЗП из унифицированных заготовок

Профиль	$n = U/V *$	U, V	A, tV	$\frac{I_x, tV^3}{\bar{I}_x, V^2}$	$\frac{I_y, tV^3}{\bar{I}_y, V^2}$	$\frac{W_x, tV^2}{\bar{W}_x, V}$
Швеллер	1/2	0,50	3,570	0,5295833	0,0919103	1,0591666
				0,1483426	0,0257451	0,2966853
Двутавр	1/1	1,0	5,140	0,89250	0,3441340	1,7850
				0,1736381	0,0669521	0,3472762
Швеллер	1/5,68	0,1760563	2,5540512	0,3012541	0,0057893	0,6025082
				0,1179514	0,0022667	0,2359029
Двутавр	1/2,84	0,3521126	3,1081024	1,9519776	0,0150245	3,9039552
				0,6280287	0,0048339	1,2560574

Примечание: * $V = \text{const}, t = \text{const}$.

Table 2

Design parameters of BCP from standardized blanks

Profile	$n = U/V *$	U, V	A, tV	$\frac{I_x, tV^3}{\bar{I}_x, V^2}$	$\frac{I_y, tV^3}{\bar{I}_y, V^2}$	$\frac{W_x, tV^2}{\bar{W}_x, V}$
Channel	1/2	0,50	3,570	0,5295833	0,0919103	1,0591666
				0,1483426	0,0257451	0,2966853
I-shaped	1/1	1,0	5,140	0,89250	0,3441340	1,7850
				0,1736381	0,0669521	0,3472762
Channel	1/5,68	0,1760563	2,5540512	0,3012541	0,0057893	0,6025082
				0,1179514	0,0022667	0,2359029
I-shaped	1/2,84	0,3521126	3,1081024	1,9519776	0,0150245	3,9039552
				0,6280287	0,0048339	1,2560574

Note: * $V = \text{const}, t = \text{const}$.

Из полученных результатов также следует, что выявленная разница оптимальных параметров с переходом от швеллерных ГЗП к двутавровым увеличилась более чем вдвое, поскольку вторые компонуются из пар первых за вычетом швеллерных стенок. Если принять, что оставшиеся швеллерные грани плоскоовальных очертаний имеют оптимальные размеры в пределах $V_1 = (5,68 \pm 0,32)U_1 = (5,36..6,0)U_1$, где несущая способность на изгиб приближена к своему максимуму, то в двутавровой компоновке эти размеры сократятся вдвое: $V = (2,84 \pm 0,16)U = (2,68..3,0)U$. Тогда полученные отношения размеров двутавровых ГЗП окажутся приближенными к оптимальным параметрам наиболее грузоподъемных прокатных двутавров балочного типа из стандартных сортаментов. Если развить компоновку составных сечений двутавровых ГЗП по высоте до их оптимальных на изгиб размеров $V = (5,2 \pm 0,8)U = (4,4..6,0)U$, то листовые заготовки швеллерных очертаний сузятся вдвое, достигая тех граничных пределов, где трубчатые полки условно трансформируются в сплошные: $V_1 = (10,4 \pm 1,6)U = (8,8..12,0)U_1$. Поэтому для унификации предпочтительнее те из листовых заготовок, которые обеспечивают максимум положительного эффекта в составных сечениях швеллерных и двутавровых, а в перспективе и других конструктивно-компоновочных форм ГЗП. В частности, следует добавить, что швеллерные заготовки с ортогональными сопряжениями вертикальных и горизонтальных граней, бесполезные для двутавровых ГЗП с трубчатыми полками, в следующих проработках являются формообразующими для двутавровых ГЗП с плоскопараллельными гранями полок и Н-образных ГЗП. Поскольку расчетные параметры таких профилей с использованием унифицированных заготовок могут представлять практический интерес, основные их значения можно свести вместе, приняв в качестве постоянных величин толщину и размер по высоте. Для большей наглядности кроме абсолютных величин геометрических (статических) характеристик расчетных сечений нетто можно также показать в знаменателях их удельные (приведенные) значения, соотнесенные с площадями этих сечений (табл. 2).

Результаты и обсуждение

Реализация двутавровых ГЗП с равными параметрами ширины и высоты

Пример реализации предлагаемого технического решения можно привести, если продолжить расчетные выкладки двутаврового ГЗП с $n = U/V = 1/1$ и трубчатыми полками из листового проката одной толщины ($t_f/t_w = 1$) [35], дополнив их такими же выкладками с листовыми заготовками разных толщин (рис. 10):

– при $t_f/t_w = 0,6$ ($k = 0,2$)

$$t = A_g/(4,34U) = 3,20/(4,34 \times 10,0) = 0,0737327 \approx 0,07 \text{ см};$$

$$kt = 0,2 \times 0,07 = 0,014 \text{ см};$$

$$A_g = 4,34 \times 0,07 \times 10,0 = 3,038 \text{ см}^2 (94,94 \%);$$

$$A = 3,54tU = 3,54 \times 0,07 \times 10,0 = 2,478 \text{ см}^2 (93,16 \%);$$

$$I_x = 0,0111018A^3/t^2 = 0,0111018 \times 2,478^3/0,07^2 = 34,47 \text{ см}^4 (86,18 \%);$$

$$I_y = 0,0047518A^3/t^2 = 0,0047518 \times 2,478^3/0,07^2 = 14,76 \text{ см}^4 (114,3 \%);$$

$$W_x = 2I_x/V = 2 \times 34,47/10,0 = 6,894 \text{ см}^3 (86,18 \%);$$

– при $t_f/t_w = 2$ ($k = 3$)

$$t = A_{gr}/(9,94U) = 3,20/(9,94 \times 10,0) = 0,0321931 \approx 0,032 \text{ см};$$

$$kt = 3 \times 0,032 = 0,096 \text{ см};$$

$$A_g = 9,94 \times 0,032 \times 10,0 = 3,181 \text{ см}^2 (99,41 \%);$$

$$A = 9,14tU = 9,14 \times 0,032 \times 10,0 = 2,925 \text{ см}^2 \text{ (110,0 \%)};$$

$$I_x = 0,0024785A^3/t^2 = 0,0024785 \times 2,925^3/0,032^2 = 60,57 \text{ см}^4 \text{ (151,4 \%)};$$

$$I_y = 0,0008872A^3/t^2 = 0,0008872 \times 2,925^3/0,032^2 = 21,68 \text{ см}^4 \text{ (167,9 \%)};$$

$$W_x = 2I_x/V = 2 \times 60,57/10,0 = 12,114 \text{ см}^3 \text{ (151,4 \%)}.$$

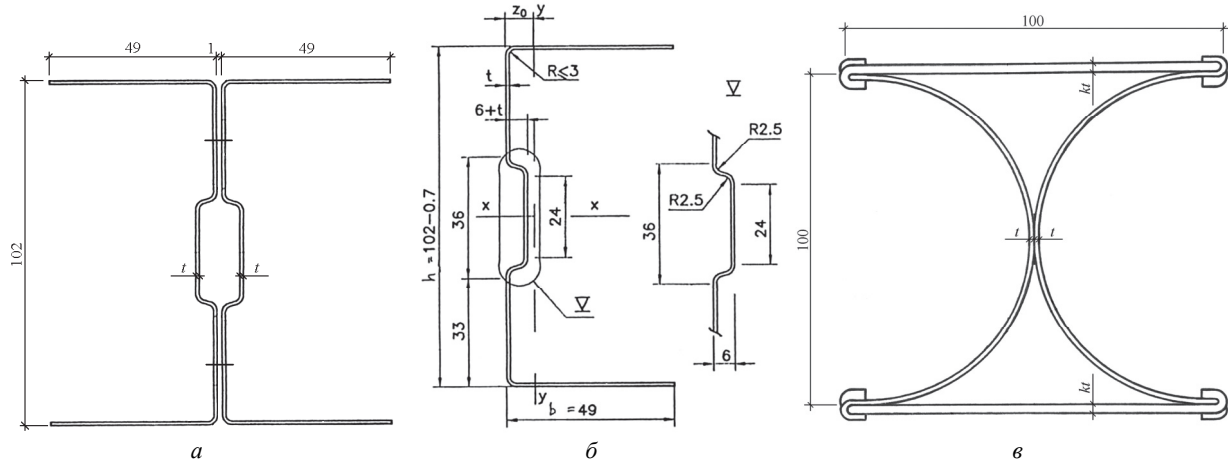


Рис. 10. Схемы тонкостенных профилей:

a – составного сечения двутавровой формы; *б* – швеллерного типа; *в* – двутаврового ГЗП

Figure 10. Schemes of bent profiles:

a – composite section of I-shaped; *б* – channel type; *в* – I-shaped BCP

Таблица 3

Расчетные параметры гнутых и гнutoзамкнутых профилей с равными параметрами ширины и высоты

Профили	Характеристики сечений					
	$A, \text{ см}^2$	$A_g, \text{ см}^2$	A/A_g	$I_x, \text{ см}^4$	$I_y, \text{ см}^4$	$W_x, \text{ см}^3$
[[102×99 (2ПГС100Ш) $t = 0,8 \text{ мм}$	2,66 100 %	3,20 100 %	0,831	40,0 100 %	12,91 100 %	8,0 100 %
ГЗП 100×100 $t = 0,5 \text{ мм}$ $kt = 0,5 \text{ мм}$	2,584 97,14 %	2,970 92,81 %	0,865	45,36 113,4 %	17,49 135,5 %	9,08 113,5 %
ГЗП 100×100 $t = 0,7 \text{ мм}$ $kt = 0,014 \text{ мм}$	2,478 93,16 %	3,038 94,94 %	0,816	34,47 86,18 %	14,76 114,3 %	6,894 86,18 %
ГЗП 100×100 $t = 0,32 \text{ мм}$ $kt = 0,96 \text{ мм}$	2,925 110,0 %	3,181 99,41 %	0,920	60,57 151,4 %	21,68 167,9 %	12,114 151,4 %
[[102×99 2ПГС100Ш $t = 0,9 \text{ мм}$	3,04 100 %	3,60 100 %	0,844	45,0 100 %	14,54 100 %	9,0 100 %
ГЗП 100×100 $t = 0,6 \text{ мм}$ $kt = 0,6 \text{ мм}$	3,101 102,0 %	3,564 99,0 %	0,865	54,44 121,0 %	20,99 144,4 %	10,89 121,0 %
ГЗП 100×100 $t = 0,8 \text{ мм}$ $kt = 0,016 \text{ мм}$	2,847 93,65 %	3,472 96,44 %	0,816	40,03 88,96 %	17,13 117,8 %	8,01 89,0 %
ГЗП 100×100 $t = 0,36 \text{ мм}$ $kt = 0,108 \text{ мм}$	3,292 108,3 %	3,578 99,39 %	0,920	68,23 151,6 %	24,42 168,0 %	13,65 151,7 %

Профили	Характеристики сечений					
	$A, \text{см}^2$	$A_g, \text{см}^2$	A/A_g	$I_x, \text{см}^4$	$I_y, \text{см}^4$	$W_x, \text{см}^3$
[[102×99 (2ПГС100Ш) $t = 1,0 \text{ мм}$	3,44 100 %	4,0 100 %	0,860	50,0 100 %	16,22 100 %	10,0 100 %
ГЗП 100×100 $t = 0,65 \text{ мм}$ $kt = 0,65 \text{ мм}$	3,359 97,65 %	3,861 96,53 %	0,865	58,95 117,9 %	22,73 140,1 %	11,79 117,9 %
ГЗП 100×100 $t = 0,9 \text{ мм}$ $kt = 0,018 \text{ мм}$	3,203 93,11 %	3,906 97,65 %	0,816	45,04 90,08 %	19,28 118,9 %	9,01 90,10 %
ГЗП 100×100 $t = 0,4 \text{ мм}$ $kt = 1,2 \text{ мм}$	3,658 106,3 %	3,976 99,40 %	0,920	75,82 151,6 %	27,14 176,3 %	15,16 151,6 %

Table 3

Design parameters of bent and bent closed profiles with equal parameters of width and height

Profiles	Cross section characteristics					
	$A, \text{см}^2$	$A_g, \text{см}^2$	A/A_g	$I_x, \text{см}^4$	$I_y, \text{см}^4$	$W_x, \text{см}^3$
[[102×99 (2ПГС100Ш) $t = 0,8 \text{ мм}$	2,66 100%	3,20 100%	0,831	40,0 100 %	12,91 100%	8,0 100%
BCP 100×100 $t = 0,5 \text{ мм}$ $kt = 0,5 \text{ мм}$	2,584 97,14%	2,970 92,81%	0,865	45,36 113,4%	17,49 135,5%	9,08 113,5%
BCP 100×100 $t = 0,7 \text{ мм}$ $kt = 0,014 \text{ мм}$	2,478 93,16%	3,038 94,94%	0,816	34,47 86,18%	14,76 114,3%	6,894 86,18%
BCP 100×100 $t = 0,32 \text{ мм}$ $kt = 0,96 \text{ мм}$	2,925 110,0%	3,181 99,41%	0,920	60,57 151,4%	21,68 167,9%	12,114 151,4%
[[102×99 2ПГС100Ш $t = 0,9 \text{ мм}$	3,04 100%	3,60 100%	0,844	45,0 100%	14,54 100%	9,0 100%
BCP 100×100 $t = 0,6 \text{ мм}$ $kt = 0,6 \text{ мм}$	3,101 102,0%	3,564 99,0%	0,865	54,44 121,0%	20,99 144,4%	10,89 121,0%
BCP 100×100 $t = 0,8 \text{ мм}$ $kt = 0,016 \text{ мм}$	2,847 93,65%	3,472 96,44%	0,816	40,03 88,96%	17,13 117,8%	8,01 89,0%
BCP 100×100 $t = 0,36 \text{ мм}$ $kt = 0,108 \text{ мм}$	3,292 108,3%	3,578 99,39%	0,920	68,23 151,6%	24,42 168,0%	13,65 151,7%
[[102×99 (2ПГС100Ш) $t = 1,0 \text{ мм}$	3,44 100%	4,0 100%	0,860	50,0 100%	16,22 100%	10,0 100%
BCP 100×100 $t = 0,65 \text{ мм}$ $kt = 0,65 \text{ мм}$	3,359 97,65%	3,861 96,53%	0,865	58,95 117,9%	22,73 140,1%	11,79 117,9%
BCP 100×100 $t = 0,9 \text{ мм}$ $kt = 0,018 \text{ мм}$	3,203 93,11%	3,906 97,65%	0,816	45,04 90,08%	19,28 118,9%	9,01 90,10%
BCP 100×100 $t = 0,4 \text{ мм}$ $kt = 1,2 \text{ мм}$	3,658 106,3%	3,976 99,40%	0,920	75,82 151,6%	27,14 176,3%	15,16 151,6%

Продолженный расчет показывает, что при еще одной замене профиля базового объекта на двутавровый ГЗП расход конструкционного материала уменьшается, а геометрические (статические) характеристики расчетного сечения увеличиваются. Исключением является профиль с условной толщиной полок, меньшей условной толщины стенки ($t_f/t_w = 0,6$), у которого эти характеристики в плоскости максимальной жесткости ниже, чем у профиля базового объекта. Практический интерес представляют расчетные выкладки, где для базового объекта приняты две менее тонкостенные пары ПГС100Ш сечениями $102 \times 49 \times 0,9$ мм и $102 \times 49 \times 1,0$ мм [34; 38], а основные результаты сведены в табл. 3.

Как видно, расчетный переход от составных двутавров из гнутых профилей швеллерного типа к двутавровым ГЗП сопровождается с одной стороны уменьшением расхода конструкционного материала, а с другой стороны увеличением геометрических (статических) характеристик, и как следствие, ростом несущей способности. Снижением несущей способности в плоскости конструкции отличаются только двутавровые ГЗП с условной толщиной полок, меньшей условной толщины стенки ($t_f/t_w = 0,6$). Выявленное снижение рационально компенсировать за счет использования в листовых заготовках повышенной тонкостенности более прочного конструкционного материала. В целом же полученные результаты можно принять в качестве достаточно корректного обоснования перспективности предлагаемых профилей для их дальнейшей проработки, оптимизации и применения в строительных конструкциях.

Реализация двутавровых ГЗП с разными параметрами ширины и высоты

Еще один пример реализации предлагаемого технического решения можно привести, если продолжить расчетные выкладки двутаврового ГЗП с $n = U/V = 1/5,2$ (оптимальной компоновки) и трубчатymi полками из листового проката одной толщины ($t_f/t_w = 1$) [35], дополнив их такими же выкладками с листовыми заготовками разных толщин (рис. 11):

– при $t_f/t_w = 0,6$ ($k = 0,2$)

$$n = U/V = 0,3013557 = 1/3,3183377 \approx 1/3,3; V = 30,0 \text{ см (100 \%);}$$

$$U = nV = 0,3013557 \times 30,0 = 9,040671 \approx 9,04 \text{ см (56,50 \%);}$$

$$t = A_{gr}/(8,9766755U) = 20,03/(8,9766755 \times 9,04) = 0,2468294 \approx 0,246 \text{ см;}$$

$$kt = 0,2 \times 0,246 = 0,0492 \text{ см;}$$

$$A_g = 8,9766755 \times 0,246 \times 9,04 = 19,96 \text{ см}^2 \text{ (99,65 \%);}$$

$$A = 8,1766755tU = 8,1766755 \times 0,246 \times 9,04 = 18,18 \text{ см}^2 \text{ (156,3 \%);}$$

$$I_x = 0,0185079A^3/t^2 = 0,0185079 \times 18,18^3/0,246^2 = 452,07 \text{ см}^4 \text{ (60,02 \%);}$$

$$I_y = 0,0003856A^3/t^2 = 0,0003856 \times 18,18^3/0,246^2 = 38,287 \text{ см}^4 \text{ (26,70 \%);}$$

$$W_x = 2I_x/V = 2 \times 452,07/30,0 = 30,138 \text{ см}^3 \text{ (92,17 \%);}$$

– при $t_f/t_w = 2$ ($k = 3$)

$$n = U/V = 0,0914105 = 1/10,939662 \approx 1/11; V = 30,0 \text{ см (100 \%);}$$

$$U = nV = 0,0914105 \times 30,0 = 2,742315 \approx 2,74 \text{ см (17,13 \%);}$$

$$t = A_g / (29,819324U) = 20,03 / (29,819324 \times 2,74) = 0,2451503 \approx 0,245 \text{ см};$$

$$kt = 3 \times 0,245 = 0,735 \text{ см};$$

$$A_g = 29,819324 \times 0,245 \times 2,74 = 20,018 \text{ см}^2 (99,94 \%);$$

$$A = 29,019324tU = 29,019324 \times 0,245 \times 2,74 = 19,597 \text{ см}^2 (168,5 \%);$$

$$I_x = 0,0176393A^3 / t^2 = 0,0176393 \times 19,597^3 / 0,245^2 = 2211,7 \text{ см}^4 (293,6 \%);$$

$$I_y = 0,0001165A^3 / t^2 = 0,0001165 \times 19,597^3 / 0,245^2 = 14,607 \text{ см}^4 (10,18 \%);$$

$$W_x = 2I_x / V = 2 \times 2211,7 / 30,0 = 147,4 \text{ см}^3 (450,8 \%),$$

где в качестве эталонных (100-процентных) значений приняты расчетные параметры двутаврового профиля базового объекта (табл. 4), скомпонованного из парных сигма-профилей (Σ -образной формы) сечением $300 \times 161 \times 2,0$ мм [35; 39].

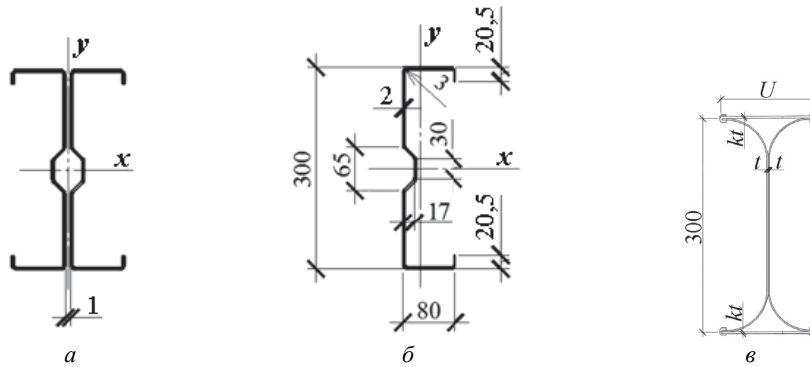


Рис. 11. Схемы тонкостенных профилей:
a – составного сечения двутавровой формы; *б* – Σ -образного типа; *в* – двутаврового ГЗП
Figure 11. Schemes of bent profiles:
a – composite section of I-shaped; *б* – channel type; *в* – I-shaped BCP

Таблица 4

Расчетные параметры гнутых и гнutoзамкнутых профилей с разными параметрами ширины и высоты

Профили	Характеристики					
	$A, \text{ см}^2$	$A_g, \text{ см}^2$	A/A_g	$I_x, \text{ см}^4$	$I_y, \text{ см}^4$	$W_x, \text{ см}^3$
][300×161 (2Σ 300×80) $t = 2,0$ мм	11,63 100 %	20,03 100 %	0,581	753,25 100 %	143,42 100 %	32,70 100 %
ГЗП 300×57,5 $t = 2,4$ мм $kt = 2,4$ мм	18,74 161,1 %	19,84 99,06 %	0,945	2041,14 271,0 %	15,676 10,93 %	136,076 416,1 %
ГЗП 300×90,4 $t = 2,46$ мм $kt = 0,492$ мм	18,18 156,3 %	19,96 99,65 %	0,911	452,07 60,02 %	38,287 26,70 %	30,138 92,17 %
ГЗП 300×27,4 $t = 2,45$ мм $kt = 7,35$ мм	19,597 168,5 %	20,018 99,94 %	0,979	2211,7 293,6 %	14,607 10,18 %	147,4 450,8 %
ГЗП 300×106 $t = 1,96$ мм $kt = 1,96$ мм	18,324 157,6 %	19,987 99,79 %	0,917	2325,36 308,7 %	80,334 56,01 %	155,02 474,1 %

Профили	Характеристики					
	$A, \text{см}^2$	$A_g, \text{см}^2$	A/A_g	$I_x, \text{см}^4$	$I_y, \text{см}^4$	$W_x, \text{см}^3$
ГЗП 300×106 $t = 2,35 \text{ мм}$ $kt = 0,470 \text{ мм}$	17,985 154,6 %	19,978 99,74 %	0,9002	1885,07 250,3 %	59,007 41,14 %	125,67 384,3 %
ГЗП 300×106 $t = 1,38 \text{ мм}$ $kt = 4,140 \text{ мм}$	18,753 161,2 %	19,923 99,47 %	0,941	2962,91 393,3 %	111,35 77,64 %	197,5 604,1 %
ГЗП 300×161 $t = 1,62 \text{ мм}$ $kt = 1,62 \text{ мм}$	17,910 154,0 %	19,996 99,83 %	0,896	2490,86 330,7 %	232,66 162,2 %	166,06 507,9 %
ГЗП 300×161 $t = 2,05 \text{ мм}$ $kt = 0,410 \text{ мм}$	17,383 149,5 %	20,023 99,97 %	0,868	1963,84 260,7 %	180,36 125,8 %	130,92 400,4 %
ГЗП 300×161 $t = 1,06 \text{ мм}$ $kt = 3,18 \text{ мм}$	18,545 159,5 %	19,910 99,40 %	0,931	3135,90 416,3	299,7 208,9 %	209,1 639,3 %

Table 4

Design parameters of bent and bent closed profiles with different parameters of width and height

Profiles	Cross section characteristics					
	$A, \text{см}^2$	$A_g, \text{см}^2$	A/A_g	$I_x, \text{см}^4$	$I_y, \text{см}^4$	$W_x, \text{см}^3$
[[300×161 (2Σ 300×80) $t = 2,0 \text{ мм}$	11,63 100%	20,03 100%	0,581	753,25 100%	143,42 100%	32,70 100%
BCP 300×57,5 $t = 2,4 \text{ мм}$ $kt = 2,4 \text{ мм}$	18,74 161,1%	19,84 99,06%	0,945	2041,14 271,0%	15,676 10,93%	136,076 416,1%
BCP 300×90,4 $t = 2,46 \text{ мм}$ $kt = 0,492 \text{ мм}$	18,18 156,3%	19,96 99,65%	0,911	452,07 60,02%	38,287 26,70%	30,138 92,17%
BCP 300×27,4 $t = 2,45 \text{ мм}$ $kt = 7,35 \text{ мм}$	19,597 168,5%	20,018 99,94%	0,979	2211,7 293,6%	14,607 10,18%	147,4 450,8%
BCP 300×106 $t = 1,96 \text{ мм}$ $kt = 1,96 \text{ мм}$	18,324 157,6%	19,987 99,79%	0,917	2325,36 308,7%	80,334 56,01%	155,02 474,1%
BCP 300×106 $t = 2,35 \text{ мм}$ $kt = 0,470 \text{ мм}$	17,985 154,6%	19,978 99,74%	0,9002	1885,07 250,3%	59,007 41,14%	125,67 384,3%
BCP 300×106 $t = 1,38 \text{ мм}$ $kt = 4,140 \text{ мм}$	18,753 161,2%	19,923 99,47%	0,941	2962,91 393,3%	111,35 77,64%	197,5 604,1%
BCP 300×161 $t = 1,62 \text{ мм}$ $kt = 1,62 \text{ мм}$	17,910 154,0%	19,996 99,83%	0,896	2490,86 330,7%	232,66 162,2%	166,06 507,9%
BCP 300×161 $t = 2,05 \text{ мм}$ $kt = 0,410 \text{ мм}$	17,383 149,5%	20,023 99,97%	0,868	1963,84 260,7%	180,36 125,8%	130,92 400,4%
BCP 300×161 $t = 1,06 \text{ мм}$ $kt = 3,18 \text{ мм}$	18,545 159,5%	19,910 99,40%	0,931	3135,90 416,3	299,7 208,9%	209,1 639,3%

Как видно, расход конструкционного материала уменьшается, а геометрические (статические) характеристики расчетного сечения нетто увеличиваются в плоскости максимальной жесткости и уменьшаются в плоскости минимальной жесткости соразмерно сужению ширины трубчатых полок двутаврового ГЗП оптимальной компоновки при неизменной высоте ($V = \text{const}$). Продолжить оптимизационный

расчет можно применительно к двутавровым ГЗП с $n = U/V = 1/2,84$ и трубчатыми полками из унифицированных заготовок с размерами, оптимальными для швеллерных ГЗП. Очевидно, что полученные результаты аналогичны предыдущим (табл. 4), однако степень снижения расчетных характеристик в плоскости минимальной жесткости уменьшилась из-за расширения трубчатых полок двутаврового ГЗП унифицированной компоновки при неизменной высоте ($V = \text{const}$). Завершить расчетные выкладки целесообразно для двутавровых ГЗП с теми же размерами ширины и высоты, что и у профиля базового объекта ($U = \text{const}$ и $V = \text{const}$). На этот раз материалоемкость двутавровых ГЗП также уменьшается, а геометрические (статические) характеристики их расчетных сечений нетто увеличиваются как в плоскости максимальной жесткости, так и минимальной.

Заклучение

Расчетные параметры двутавровых ГЗП с трубчатыми полками из листового проката разных толщин и основные результаты их оптимизации более наглядны на графиках в зависимости от отношения толщин их полок и стенки (рис. 12), где обозначения с единицей в индексе относятся к параметрам гнутозамкнутых двутавров, имеющих одинаковые размеры ширины и высоты: $n = U/V = 1/1$. По оси ординат для единиц измерений использованы обозначения площади сечения и толщины листовой полосы, подлежащей зигзагообразному резу на четыре заготовки: $A = \text{const}$, $t = \text{const}$.

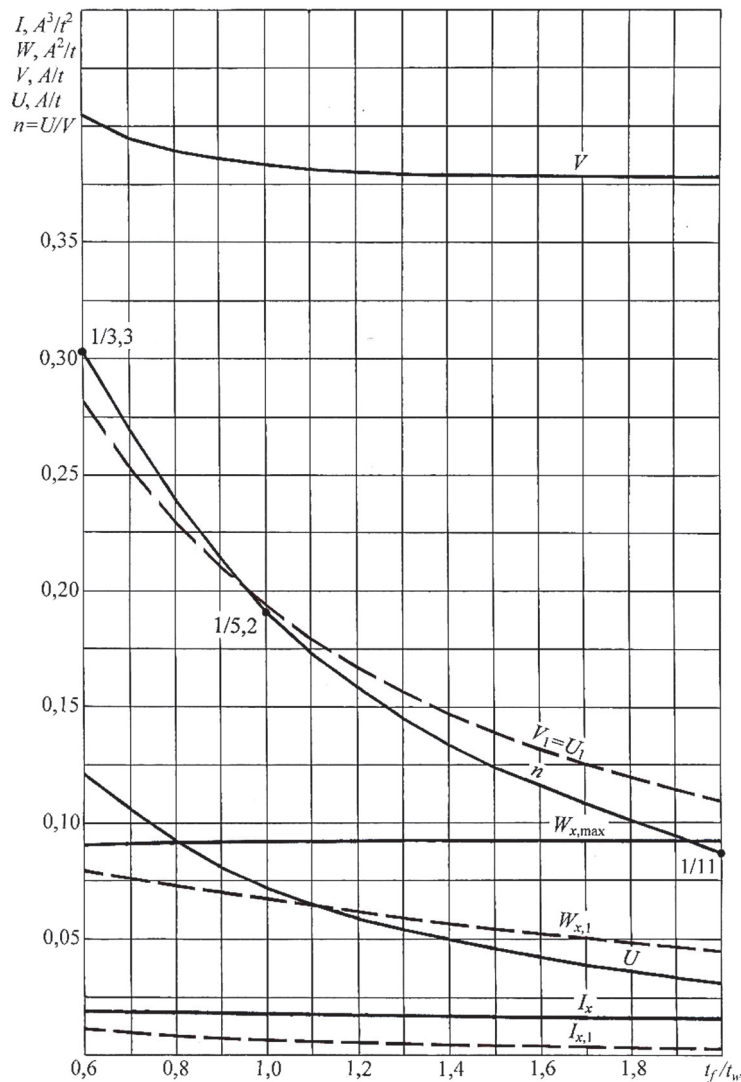


Рис. 12. Графики расчетных параметров двутавровых ГЗП в зависимости от отношения толщин их полок и стенки
Figure 12. Graphs of the design parameters of I-shaped BCP in depending on the ratio of the thicknesses of their shelves and wall

Итоговые графики позволяют сделать некоторые выводы и обобщения.

1. Двутавровый ГЗП с двойной стенкой и двумя трубчатыми полками из листовых заготовок разных толщин имеет составное сечение, момент сопротивления которого максимален при отношении размеров ширины и высоты, изменяемом в зависимости от изменения отношения толщин его полок и стенки. В частности, когда толщина полок в 2 раза больше толщины стенки, момент сопротивления максимален при отношении размеров ширины и высоты 1/11 по средней линии расчетного сечения, а когда толщина полок составляет 0,6 толщины стенки, момент сопротивления максимален при отношении размеров ширины и высоты 1/3,3 по средней линии расчетного сечения.

2. Если отношение размеров ширины и высоты двутаврового ГЗП составляет 1/1 по средней линии расчетного сечения, внутренние грани его стенки и полка имеют в разрезе форму круглого полукольца. Размерные параметры такого профиля обладают фиксированными значениями, при которых ширина равна радиусу, высота – диаметру полукольцевой грани, а абсолютные значения этих параметров зависят от отношения толщин его полок и стенки. Если развить профиль в ширину при постоянной высоте, равной диаметру, то его двутавровое очертание трансформируется в H-образное. В случае развития профиля по высоте при постоянной ширине, равной радиусу, увеличивается его сходство с прокатными и сварными двутаврами.

3. При отношениях размеров ширины и высоты двутавровых ГЗП в пределах от 1/2,68 до 1/3 их составные сечения можно компоновать с использованием унифицированных заготовок, заимствованных у швеллерных ГЗП, оптимизированных на изгиб. Расчетные параметры таких двутавровых профилей приближены к оптимальным параметрам наиболее грузоподъемных прокатных двутавров балочного типа.

4. Двутавровые ГЗП с трубчатыми полками из листового проката равной и разных толщин по новому техническому решению достаточно рациональны и эффективны. Их можно считать вполне пригодными для использования в легких тонкостенных конструкциях зданий и сооружений. В частности, прослеживается определенная перспективность их дальнейших проработок применительно к стержням и балкам с перфорированными стенками, включая профили с плоскопараллельными полками.

Список литературы

1. Ляхович Л.С., Акимов П.А., Тухфатуллин Б.А. Об одной задаче оптимизации конструкций с учетом требований устойчивости, прочности, при ограничениях первой частоты собственных колебаний // *Academia. Архитектура и строительство*. 2020. № 4. С. 76–82. <https://doi.org/10.22337/2077-9038-2020-4-76-82>
2. Ляхович Л.С., Акимов П.А., Тухфатуллин Б.А. Оценка близости к проекту минимальной материалоемкости решения об оптимизации ширины кусочно-постоянных участков полки стержней двутаврового поперечного сечения при ограничениях по устойчивости или на величину первой частоты собственных колебаний // *Вестник ТГАСУ*. 2020. Т. 22. № 4. С. 114–125. <https://doi.org/10.31675/1607-1859-2020-22-4-114-125>
3. Lyakhovich L.S., Akimov P.A., Tukhfatullin B.A. Assessment of the proximity of design to minimum material capacity solution of problem of optimization of the flange width of I-shaped cross-section rods with allowance for stability constraints or constraints for the value of the natural frequency and strength requirements // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2020. Vol. 16. No 2. Pp. 71–82. <https://doi.org/10.22337/2587-9618-2020-16-2-71-82>
4. Перельмутер А.В. *Очерки по истории металлических конструкций*. М.: СКАД Софт; Изд-во АСВ, 2015. С. 28–42.
5. Перельмутер А.В. Конструктивная форма номер один // *Вестник Донбасской национальной академии строительства и архитектуры*. 2012. № 1. С. 27–39.
6. Кузнецов Д.Н., Сазыкин В.Г. Напряженно-деформированное состояние стального двутавра в составе комбинированной балки: в 3 ч. Ч. 1 // *Известия вузов. Строительство*. 2019. № 11. С. 5–16.
7. Кузнецов Д.Н., Сазыкин В.Г. Напряженно-деформированное состояние стального двутавра в составе комбинированной балки: в 3 ч. Ч. 2 // *Известия вузов. Строительство*. 2019. № 12. С. 13–23.
8. Кузнецов Д.Н., Сазыкин В.Г. Напряженно-деформированное состояние стального двутавра в составе комбинированной балки: в 3 ч. Ч. 3 // *Известия вузов. Строительство*. 2020. № 1. С. 18–33.
9. Туснин А.Р., Абдурахмонов А.Х. Несущая способность центрально-сжатого двутаврового стержня при стесненном кручении // *Промышленное и гражданское строительство*. 2020. № 9. С. 21–27. <https://doi.org/10.33622/7019.2020.09.21-27>
10. Абдурахмонов А.Х. Численный анализ устойчивости центрально-сжатого двутаврового стержня при стесненном кручении // *Строительство: наука и образование*. 2020. Т. 10. Вып. 4. Ст. 2. С. 11–27. <https://doi.org/10.22227/2305-5502.2020.4.2>
11. Гарькин И.Н., Лаптанкин А.С. Циклические испытания подкрановых балок на выносливость // *Региональная архитектура и строительство*. 2020. № 3. С. 68–77.

12. Патент РФ № 2739271. Битрубобетонная балка // Д.И. Парышев, А.В. Ильтяков, В.И. Копырин, О.Ю. Моисеев, Ю.А. Агафонов, И.Г. Овчинников, В.М. Шеренков, И.И. Овчинников, В.В. Харин, Д.А. Харин, В.В. Воронкин, И.П. Попов. 2020. Бюл. № 36. URL: <http://www1.fips.ru/ofpstorage/Doc/IZPM/RUNWC1/000/000/002/739/271/%D0%98%D0%97-02739271-00001/DOCUMENT.PDF> (дата обращения 02.02.2021).
13. Белов Г.И. Развитие методов расчета стержневых элементов стальных конструкций при многопараметрическом нагружении // Вестник гражданских инженеров. 2020. № 3. С. 43–54. <https://doi.org/10.23968/1999-5571-2020-17-3-43-54>
14. Белов Г.И. Аналитически-численный метод расчета на устойчивость стержневых элементов легких стальных тонкостенных конструкций // Вестник гражданских инженеров. 2020. № 4. С. 39–46. <https://doi.org/10.23968/1999-5571-2020-17-4-39-46>
15. Косенков В.В., Шуринов А.В. Уточнение методов расчета конструкций из стальных тонкостенных холодногнутой профилей // Промышленное и гражданское строительство. 2020. № 10. С. 65–76. <https://doi.org/10.33622/0869-7019.2020.10.65-76>
16. Fan S., Chen M., Li S., Ding Z., Shu G., Zheng B. Stainless steel lipped C-section beams: numerical modelling and development of design rules // Journal of Constructional Steel Research. 2019. No 152. Pp. 29–41.
17. Ye J., Hajirasouliha I., Becque J., Pilakoutas K. Development of more efficient cold-formed steel channel sections in bending // Thin-Walled Structures. 2016. No 101. Pp. 1–13.
18. Lawson R.M., Bastab A. Deflection of C-section beams with circular web openings // Thin-Walled Structures. 2019. No 134 Pp. 277–290.
19. Chen W., Ye J., Zhao Q., Jiang J. Full-scale experiments of gypsum-sheathed cavity-insulated cold formed steel walls under different fire conditions // Journal of Constructional Steel Research. 2020. No 164. 105809.
20. Li Z., Li T., Xiao Y. Connections used for cold-formed steel frame shear walls sheathed with engineered bamboo panels // Journal of Constructional Steel Research. 2020. No 164. 105787.
21. Назмеева Т.В., Сивохин А.Д. Напряженно-деформированное состояние узла крепления каркасно-обшивной навесной стены на основе стального холодногнутого профиля // Промышленное и гражданское строительство. 2018. № 10. С. 41–45.
22. Солодов Н.В., Водяхин Н.В., Ищук Я.Л. Повышение несущей способности нахлесточного соединения тонколистовых деталей // Вестник БГТУ имени В.Г. Шухова. 2019. № 9. С. 30–37. https://doi.org/10.34031/article_5da44cc0ad5700.29474015
23. Широков В.С., Соловьёв А.В., Иголкин С.А. Испытание соединения на вытяжных заклепках с пуклевкой // Градостроительство и архитектура. 2020. Т. 10. № 3. С. 21–25. <https://doi.org/10.17673/Vestnik.2020.03.4>
24. Li Z., Li T., Xiao Y. Connections used for cold-formed steel frame shear walls sheathed with engineered bamboo panels // Journal of Constructional Steel Research. 2020. No 164. 105787.
25. Тонакян М.М. Исследование факторов негеометрического характера, влияющих на изготовление и монтаж стальных конструкций // Вестник гражданских инженеров. 2020. № 5 (82). С. 141–146. <https://doi.org/10.23968/1999-5571-2020-17-5-141-146>
26. Оносов Г.В., Силина Н.Г. Коррозионная стойкость стального тонколистового оцинкованного проката // Промышленное и гражданское строительство. 2020. № 10. С. 4–8.
27. United States Patent No 6131362. Sheet metal beam / Robert V. Buecker. 2000, Oct. 17.
28. Патент РФ № 2043467. Сборно-разборная двутавровая балка М.Е. Докторов с полыми полками / М.Е. Докторов. 1995. Бюл. № 24. URL: https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet?DB=RUPAT&DocNumber=2043467&TypeFile=html (дата обращения: 02.02.2021).
29. Патент РФ № 185608. Сталебетонная составная балка / Ф.С. Замалиев, Э.Ф. Замалиев, Э.Г. Биккинин, Б.Т. Исмагилов, А.И. Гайнутдинов. 2018. Бюл. № 35. URL: https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet?DB=RUPAT&DocNumber=2685013&TypeFile=html (дата обращения: 02.02.2021).
30. Кузнецов И.Л., Фахрутдинов А.Ф., Рамазанов Р.Р. Результаты экспериментальных исследований работы соединений тонкостенных элементов на сдвиг // Вестник МГСУ. 2016. № 12. С. 34–43.
31. Патент РФ № 2478764. Гнутый стальной профиль и составной строительный элемент на его основе / Л.В. Енджиевский, А.В. Тарасов, И.В. Тарасов. 2013. Бюл. № 10. URL: https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet?DB=RUPAT&DocNumber=2478764&TypeFile=html (дата обращения: 02.02.2021).
32. Енджиевский Л.В., Тарасов А.В. Численные и экспериментальные исследования рамы каркаса здания из тонколистовой стали // Промышленное и гражданское строительство. 2012. № 10. С. 52–54.
33. Марутян А.С. Гнутозамкнутые профили и расчет их оптимальных параметров // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 1. С. 33–43. <https://doi.org/10.22363-1815-5235-2019-15-1-33-43>
34. Марутян А.С. Сравнительный расчет оптимальных параметров швеллерных гнутых и гнутозамкнутых профилей // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 6. С. 415–432. <https://doi.org/10.22363-1815-5235-2019-15-6-415-432>
35. Марутян А.С. Двутавровые гнутозамкнутые профили с трубчатыми полками и расчет оптимальной компоновки их составных сечений // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 5. С. 334–350. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-5-334-350>

36. Каплун Я.А. Стальные конструкции из широкополочных двутавров и тавров / под ред. Н.П. Мельникова. М.: Стройиздат, 1981. С. 10–12.
37. Мельников Н.П. Металлические конструкции. Современное состояние и перспективы развития. М.: Стройиздат, 1983. С. 82.
38. Рекомендации по проектированию, изготовлению монтажу ограждающих и несущих конструкций из стальных гнутых профилей повышенной жесткости. М.: ЦНИИПСК им. Н.П. Мельникова, 1999. С. 8–11.
39. Корсун Н.Д., Простакишина Д.А. Анализ НДС составного сечения из тонкостенных профилей с учетом начальных геометрических несовершенств // Академический вестник УралНИИпроект РААСН. 2018. № 4. С. 83–88.

References

1. Lyahovich L.S., Akimov P.A., Tuhfatullin B.A. On one problem of optimization of structures, taking into account the requirements of stability, strength, with restrictions on the first frequency of natural vibrations. *Academia. Architecture and construction*. 2020;(4):76–82. (In Russ.) <https://doi.org/10.22337/2077-9038-2020-4-76-82>
2. Lyahovich L.S., Akimov P.A., Tuhfatullin B.A. Estimation of the proximity to the project of the minimum material consumption of the decision on the optimization of the width of piecewise-constant sections of the flange of the I-beam cross-section under stability constraints or by the value of the first natural vibration frequency. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Journal of Construction and Architecture*. 2020;22(4):114–125. (In Russ.) <https://doi.org/10.31675/1607-1859-2020-22-4-114-125>
3. Lyahovich L.S., Akimov P.A., Tuhfatullin B.A. Assessment of the proximity of design to minimum material capacity solution of problem of optimization of the flange width of I-shaped cross-section rods with allowance for stability constraints or constraints for the value of the national frequency and strength requirements. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2020;16(2):71–82. <https://doi.org/10.22337/2587-9618-2020-16-2-71-82>
4. Perelmuter A.V. *Essays on the history of metal structures*. Moscow: SKAD Soft Publ.; Publishing House ASV; 2015. p. 28–42. (In Russ.)
5. Perelmuter A.V. Constructive form number one. *Proceeding of the Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture*. 2012;(1):27–39. (In Russ.)
6. Kuznecov D.N., Sazykin V.G. Stress-strain state of a steel I-beam as part of a combined beam (part 1). *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2019;(11):5–16. (In Russ.)
7. Kuznecov D.N., Sazykin V.G. Stress-strain state of a steel I-beam as part of a combined beam (part 2). *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2019;(12):13–23. (In Russ.)
8. Kuznecov D.N., Sazykin V.G. Stress-strain state of a steel I-beam as part of a combined beam (part 3). *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2020;(1):18–33. (In Russ.)
9. Tusnin A.R., Abdurahmonov A.H. Bearing capacity of a centrally compressed I-beam in constrained torsion. *Industrial and Civil Engineering*. 2020;(9):21–27. (In Russ.) <https://doi.org/10.33622/-7019.2020.09.21-27>
10. Abdurahmonov A.H. Numerical analysis of stability of a centrally compressed I-beam under constrained torsion. *Construction: Science And Education*. 2020;10(4):11–27. (In Russ.) <https://doi.org/10.22227/2305-5502.2020.4.2>
11. Garkin I.N., Lashtankin A.S. Numerical analysis of stability of a centrally compressed I-beam under constrained torsion. *Regional Architecture and Engineering*. 2020;(3):68–77. (In Russ.)
12. Paryshev D.I., Iltyakov A.V., Kopyrin V.I., Moiseev O.Y., Agafonov Y.A., Ovchinnikov I.G., Sherenkov V.M., Ovchinnikov I.I., Harin V.V., Harin D.A., Voronkin V.V., Popov I.P. *Bituminous concrete beam*. Russian Federation patent No. 2739271. Bulletin No 36. (In Russ.) Available from: <https://www1.fips.ru/ofpstorage/Doc/IZPM/RUNWC1/000/000/002/739/271/%D0%98%D0%97-02739271-00001/DOCUMENT.PDF> (accessed 02.02.2021).
13. Belov G.I. Development of methods for calculating bar elements of steel structures under multi-parameter loading. *Bulletin of Civil Engineers*. 2020;(3):43–54. (In Russ.) <https://doi.org/10.23968/1999-5571-2020-17-3-43-54>
14. Belov G.I. An analytical-numerical method for calculating the stability of rod elements of light steel thin-walled structures. *Bulletin of Civil Engineers*. 2020;(4):39–46. (In Russ.) <https://doi.org/10.23968/1999-5571-2020-17-4-39-46>
15. Kosenkov V.V., Shurinov A.V. Refinement of methods for calculating structures from steel thin-walled cold-formed sections. *Industrial and Civil Engineering*. 2020;(10):65–76. (In Russ.) <https://doi.org/10.33622/0869-7019.2020.10.65-76>
16. Fan S., Chen M., Li S., Ding Z., Shu G., Zheng B. Stainless steel lipped C-section beams: numerical modelling and development of design rules. *Journal of Constructional Steel Research*. 2019;(152):29–41.
17. Ye J., Hajirasouliha I., Becque J., Pilakoutas K. Development of more efficient cold-formed steel channel sections in bending. *Thin-Walled Structures*. 2016;(101):1–13.
18. Lawsons R.M., Bastab A. Deflection of C-section beams with circular web openings. *Thin-Walled Structures*. 2019;(134):277–290.
19. Chen W., Ye J., Zhao Q., Jiang J. Full-scale experiments of gypsum-sheathed cavity-insulated cold formed steel walls under different fire conditions. *Journal of Constructional Steel Research*. 2020;(164):105809.
20. Li Z., Li T., Xiao Y. Connections used for cold-formed steel frame shear walls sheathed with engineered bamboo panels. *Journal of Constructional Steel Research*. 2020;(164):105787.

21. Nazmeeva T.V., Sivohin A.D. Refinement of methods for calculating structures from steel thin-walled cold-formed sections. *Industrial and Civil Engineering*. 2018;(10):41–45. (In Russ.)
22. Solodov N.V., Vodyahin N.V., Ishchuk Ya.L. Increasing the bearing capacity of the overlap connection of thin sheet parts. *Bulletin of Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov*. 2019;(9):30–37. (In Russ.) https://doi.org/10.34031/article_5da44cc0ad5700.29474015
23. Shirokov V.S., Solovev A.V., Igolkin S.A. Testing of the joints on pop rivets with bulge. *Urban Construction and Architecture*. 2020;10(3):21–25. (In Russ.) <https://doi.org/10.17673/Vestnik.2020.03.4>
24. Li Z., Li T., Xiao Y. Connections used for cold-formed steel frame shear walls sheathed with engineered bamboo panels. *Journal of Constructional Steel Research*. 2020;(164):105787.
25. Tonakanyan M.M. Investigation of non-geometric factors affecting the manufacture and installation of steel structures. *Bulletin of Civil Engineers*. 2020;5(82):141–146. (In Russ.) <https://doi.org/10.23968/1999-5571-2020-17-5-141-146>
26. Onosov G.V., Silina N.G. Corrosion resistance of galvanized sheet steel. *Industrial and Civil Engineering*. 2020;(10):4–8. (In Russ.)
27. Buecker R.V. *Sheet metal beam*. United States Patent No 6131362. 2000, Oct. 17.
28. Doktorov M.E. *Collapsible I-beam M.E. Doktorova with hollow shelves*. Russian Federation patent No 2043467. 1995. Bulletin No 24. (In Russ.) Available from: https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet?DB=RUPAT&DocNumber=2043467&&TypeFile=html (accessed: 02.02.2021).
29. Zamaliev F.S., Zamaliev E.F., Bikinin E.G., Ismagilov B.T., Gajnutdinov A.I. *Steel concrete composite beam*. Russian Federation patent No 185608. 2018. Bulletin No 35. (In Russ.) Available from: https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet?DB=RUPAT&DocNumber=2685013&TypeFile=html (accessed: 02.02.2021).
30. Kuznecov I.L., Fahrutdinov A.F., Ramazanov R.R. Results of experimental studies of the shear performance of joints of thin-walled elements. *Vestnik MGSU*. 2016;(12):34–43. (In Russ.)
31. Endzhievskij L.V., Tarasov A.V., Tarasov I.V. *Curved steel profile folded steel profile and a composite building element based on it*. Russian Federation patent No 2478764. 2013. Bulletin No 10. (In Russ.) Available from: https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet?DB=RUPAT&DocNumber=2478764&TypeFile=html (accessed: 02.02.2021).
32. Endzhievskij L.V., Tarasov A.V. Numerical and experimental studies of the frame of the building frame made of sheet steel. *Industrial and Civil Engineering*. 2012;(10):52–54. (In Russ.)
33. Marutyan A.S. Bent profiles and calculation of their optimal parameters. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Building*. 2019;15(10):33–43. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363-1815-5235-2019-15-1-33-43>
34. Marutyan A.S. Comparative calculation of the optimal parameters of bent and bent-closed channels. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2019;15(6):415–432. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363-1815-5235-2019-15-6-415-432>
35. Marutyan A.S. I-beams bent-closed profiles with tubular shelves and calculation of the optimal arrangement of their composite sections. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(5):334–350. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-5-334-350>
36. Kaplun Y.A. *Steel structures from wide-flange I-beams and T-beams*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1981. p. 10–12. (In Russ.)
37. Melnikov N.P. *Metal constructions. Current state and development prospects*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1983. p. 82.
38. *Recommendations for the design, manufacture of installation of enclosing and supporting structures from steel bent profiles of increased rigidity*. Moscow: CNIIPSK imeni N.P. Melnikova Publ.; 1999. p. 8–11. (In Russ.)
39. Korsun N.D., Prostakishina D.A. Analysis of the stress-strain state of a composite section made of thin-walled profiles taking into account the initial geometric imperfections. *Akademicheskij vestnik UralNIIProekt RAASN*. 2018;(4):83–88. (In Russ.)

ТЕОРИЯ ТОНКИХ УПРУГИХ ОБОЛОЧЕК THEORY OF THIN ELASTIC SHELLS

DOI 10.22363/1815-5235-2021-17-2-165-174
UDC 514.75/77:514.8:72.01

RESEARCH ARTICLE / НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

The pendulum type surfaces with congruential cross sections

Sergey N. Krivoshapko, Svetlana L. Shambina*

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation
*shambina_sl@mail.ru

Article history

Received: December 12, 2020
Revised: February 18, 2021
Accepted: March 12, 2021

For citation

Krivoshapko S.N., Shambina S.L. The pendulum type surfaces with congruential cross sections. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2021;17(2): 165–174. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-2-165-174>

Abstract. The article discusses new kinematic surfaces that can be attributed to the class of surfaces of congruent cross sections. The surfaces of congruent cross sections were first identified in a separate class by Professor I.I. Kotov. Circular, elliptical and parabolic cylinders are taken as the guiding surfaces, and circles and parabolas are taken as generating plane curves, which can be located in the plane of the generating curve of the guiding cylinder or in a plane parallel to its longitudinal axis. The introduction of a new independent parameter helped to solve the set geometric problems. The analytical formulas are presented in generalized form, so the shape of the flat generatrix curve can be arbitrary. Two types of surfaces are considered: 1) when the local axes of the generating curves remain parallel during their movement; 2) when these axes rotate. The resulting surfaces can be of interest to architects, or can find application in machine-building thin-walled structures or in the study of the trajectories of bodies during their oscillatory-translational motion.

Keywords: computer aided design, pendulum type surface, surface of congruent cross sections, helical movement, kinematic surface, free form architecture

Поверхности конгруэнтных сечений маятникового типа

С.Н. Кривошапко, С.Л. Шамбина*

Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6
*shambina_sl@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 12 декабря 2020 г.
Доработана: 18 февраля 2021 г.
Принята к публикации: 12 марта 2021 г.

Аннотация. Рассматриваются новые кинематические поверхности, которые можно отнести к классу поверхностей конгруэнтных сечений. Поверхности конгруэнтных сечений впервые были выделены в отдельный класс профессором И.И. Котовым. В качестве направляющей поверхности принимаются

Sergey N. Krivoshapko, Professor of the Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, DSc, Professor; eLIBRARY SPIN-code: 2021-6966, Scopus Author ID: 6507572305, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-9385-3699>.

Svetlana L. Shambina, Associate Professor of the Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, PhD; eLIBRARY SPIN-code: 5568-0834, Scopus Author ID: 57060572700, ORCID iD: 0000-0002-9923-176X, WoS ResearcherID: V-9606-2017.

Кривошапко Сергей Николаевич, профессор департамента строительства, Инженерная академия, доктор технических наук, профессор; eLIBRARY SPIN-код: 2021-6966, Scopus Author ID: 6507572305, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-9385-3699>.

Шамбина Светлана Львовна, доцент департамента строительства, Инженерная академия РУДН, кандидат технических наук, eLIBRARY SPIN-код: 5568-0834, Scopus Author ID: 57060572700, ORCID iD: 0000-0002-9923-176X, WoS ResearcherID: V-9606-2017.

© Krivoshapko S.N., Shambina S.L., 2021

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Для цитирования

Krivoshapko S.N., Shambina S.L. The pendulum type surfaces with congruent cross sections // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2021. Т. 17. № 2. С. 165–174. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-2-165-174>

круговой, эллиптический и параболический цилиндры, а за образующие плоские кривые – окружности и параболы, которые могут быть расположены в плоскости образующей кривой направляющего цилиндра или в плоскости параллельной его продольной оси. Решению поставленных геометрических задач помогло введение нового независимого параметра. Формулы приведены в обобщенном виде, поэтому форма плоской образующей кривой может быть произвольной. Рассматриваются два типа поверхностей: когда местные оси образующих кривых остаются параллельными при движении и когда они поворачиваются. Полученные поверхности могут быть интересны архитекторам, найти применение в машиностроительных тонкостенных конструкциях или при изучении траекторий движения тел при их колебательно-поступательном движении.

Ключевые слова: компьютерное проектирование, поверхность маятникового типа, поверхность конгруэнтных сечений, винтовое движение, кинематическая поверхность, архитектура свободных форм

Introduction

The surface of congruent cross sections is a surface that carries a continuous one-parameter family of plane lines [1]. Such a surface is obtained by movement of a flat line (generator).

The selection of the surfaces under consideration in a separate class simplified the presentation of methods for constructing these surfaces by means of computer graphics and descriptive geometry of surfaces. The simplest types of surfaces of congruent sections are *surfaces of plane-parallel transfer* relative to the projection plane. *Surfaces of revolution* can also be assigned to the class of surfaces of congruent sections [2]. *Monge carved surfaces* fit the definition of congruent section surfaces [3]. All *cyclic surfaces* with a generating circle of constant radius can be included in the class of surfaces of congruent sections [4]. *Rotative surfaces* are included in one of the groups of surfaces of congruent sections [5]. Ordinary *helical surfaces* are formed by the helical movement of any rigid line. Hence, they can be included in the class of surfaces of congruent cross sections on a circular cylinder [6]. Full information about all the surfaces listed above can be found in the encyclopedia [7].

Purpose of the study

In this era of innovative ideas, the existing well-studied analytical surfaces are no longer sufficient for the implementation of the creative ideas of architects and engineers [8–10]. Architects and mechanical engineers require the creation and study of new shapes and surfaces described by analytical equations in order to introduce them into various branches of science and technology. Therefore, the authors had the idea to expand the class of surfaces of congruent cross sections adding *surfaces of pendulum type on a circular cylinder with congruent circles* [11]. The present paper will submit for consideration additional surfaces of congruent pendulum-type cross sections on circular, elliptical and parabolic cylinders. These surfaces, perhaps, will satisfy some of the architects' needs in new forms and will allow mechanical engineers to study the process of oscillatory motion of bodies of the considered forms in space.

Methodology of the study

Methods of analytical and differential geometry are used to study the declared analytical surfaces. To visualize these surfaces, the MathCad and AutoCad systems are used. For one family of plane coordinate lines of the surfaces under consideration, the rigid generating curves themselves are taken, and the other family of curvilinear coordinates is the trajectories of points of congruent generating curves [12].

Surfaces of congruent cross sections of pendulum type on a circular cylinder

We assume that the center of a circle of constant radius r moves in the coordinate plane xOy along a fixed circle of radius R , and at the same time, it moves along the axis z (Figure 1). The cyclic surface with the parallelism plane xOy formed in such a way can be called a *right circular helical surface on the cylinder* (Figure 2). The parametric equations of this right circular surface on a cylinder were obtained in a paper [11].

Let's slightly change the conditions of the problem. Suppose that the generating circle lies in a plane which is parallel to the yOz coordinate plane (Figure 3). In this case, the parametric equations of the surface of congruent cross sections of the pendulum type take the form

$$\begin{aligned}
 x &= x(t) = R \sin \alpha = R \sin(c + b \sin t), \\
 y &= y(t, \beta) = R \cos \alpha + r \cos \beta = R \cos(c + b \sin t) + r \cos \beta, \\
 z &= z(t, \beta) = at + r \sin \beta.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Here

$$\alpha = c + b \sin t,
 \tag{2}$$

where α is the angle varying according to a given law (Figure 3); β is the central angle of the generatrix circle, which is measured from the y -axis towards the z -axis, $0 \leq \beta \leq 2\pi$; t is a variable parameter; a is a constant that determines the length of the cyclic surface in the direction of the z axis; b is the amplitude of the sinusoid, according to the law of which the angle α changes (Figure 3); c is a constant that determines the position of the sinusoid $\alpha = \alpha(t) = c + b \sin t$ in the direction of the α axis.

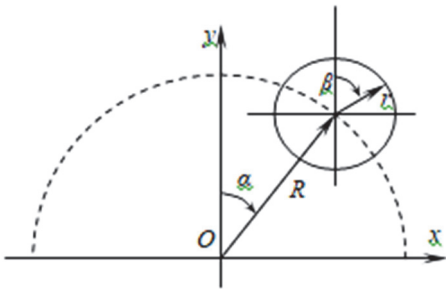


Figure 1. A method of forming of surface of congruent circular cross sections of pendulum type on circular cylinder

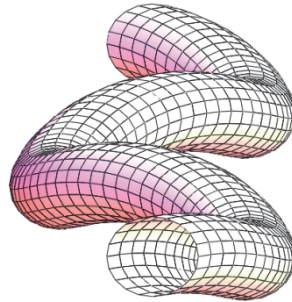


Figure 2. A surface of congruent circular cross sections of pendulum type on a circular cylinder

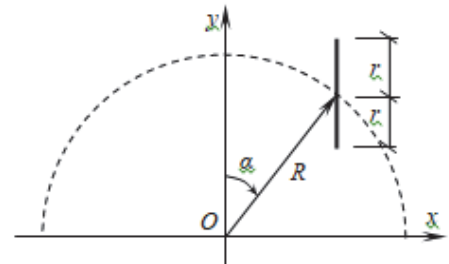


Figure 3. A method of forming of surface of congruent cross sections of pendulum type on circular cylinder with constant circular generatrices which are disposed in the planes parallel to the yOz coordinate plane

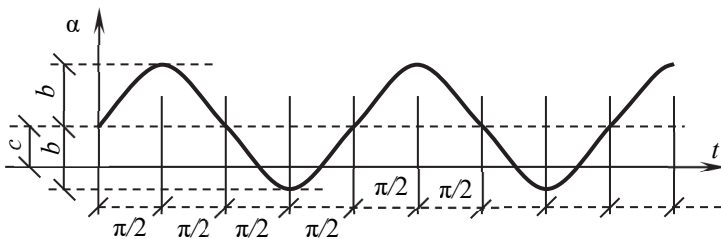


Figure 4. A diagram of changing of the central angle α

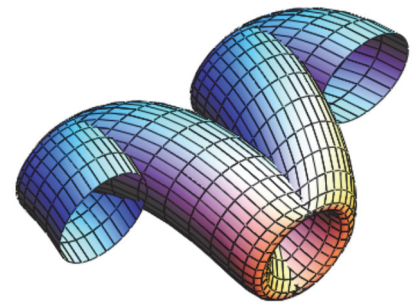


Figure 5. A surface of congruent cross sections of pendulum type on circular cylinder with the constant circular generatrices which are disposed in the planes parallel to the yOz coordinate plane

According to Figure 4 we have

$$\alpha_{\max} = c + b, \alpha_{\min} = c - b.
 \tag{3}$$

In Figure 5 a cyclic surface with the plane of parallelism is shown. For this surface we have

$$R = 3 \text{ m}; r = 1 \text{ m}; 0 \leq \beta \leq 2\pi; 0 \leq t \leq 3\pi.$$

Let the angle α varies within the limits $-\pi/4 \leq \alpha \leq \pi/4$, therefore, according to formulas (3), we have $c = 0$; $b = \pi/4$. If the surface's length in the z direction is equal to $9 \text{ m} + 2r$, then

$$z = at = a3\pi = 9 \text{ or } a = 3/\pi \text{ [m]}.$$

It can be seen from Figure 5 that the presented surface intersects itself in the area of the cross sections $t = \pi/2 + n\pi$ ($n = 1, 2, \dots$).

Surfaces of congruent cross sections of pendulum type on an elliptical cylinder

Let’s suppose that the center of a circle with constant radius r moves in the xOy plane along a fixed ellipse with R and simultaneously moves along the z -axis (Figure 6), where

$$R = R(\alpha) = pd/[p^2\sin^2\alpha + d^2\cos^2\alpha]^{1/2}. \tag{4}$$

The cyclic surface formed in such a way with the xOy plane of parallelism can be called a *right circular helical surface on an elliptical cylinder* (Figure 7).

The parametric equations of this right circular surface on an elliptical cylinder can be written as follows:

$$\begin{aligned} x &= x(t, \beta) = R\sin\alpha + r\sin\beta = R\sin(c + b\sin t) + r\sin\beta, \\ y &= y(t, \beta) = R\cos\alpha + r\cos\beta = R\cos(c + b\sin t) + r\cos\beta, \\ z &= z(t) = at, \end{aligned} \tag{5}$$

where $R = R(\alpha)$ is determined by a formula (4), angles α and β are shown in Figure 6, angle α is presented in the form (2), parameters b and c are shown in Figure 4, a is a constant that determines the length of the cyclic surface in the direction of the z axis.

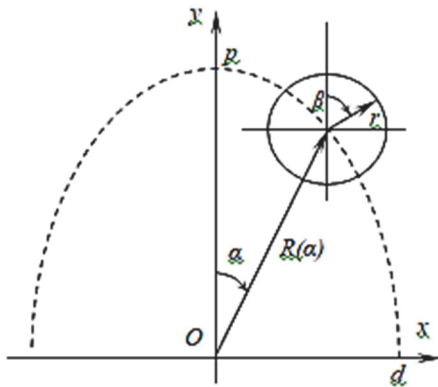


Figure 6. A method of forming surface of congruent circular cross sections of pendulum type on elliptical cylinder

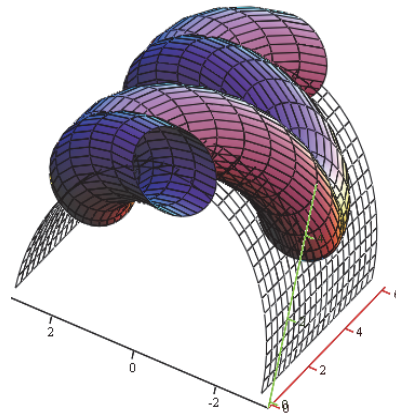


Figure 7. A surface of congruent circular cross sections of pendulum type on an elliptical cylinder

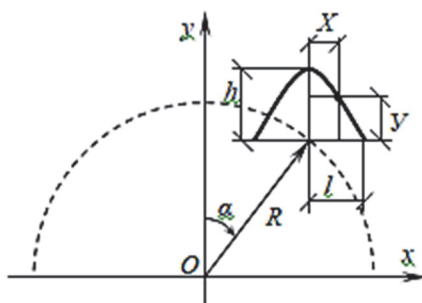


Figure 8. A method of forming surface of congruent parabolic cross sections of pendulum type on circular cylinder

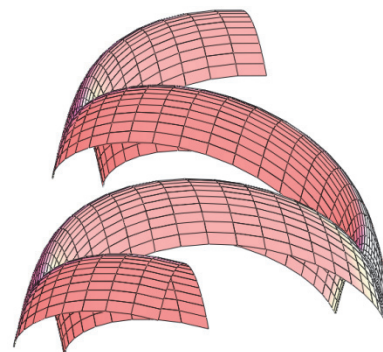


Figure 9. A surface of congruent parabolic cross sections of pendulum type on a circular cylinder

Let the angle α varies within the limits $-\pi/4 \leq \alpha \leq \pi/4$, therefore, according to formulas (3) we have $c = 0$; $b = \pi/4$. Let us take the length of the surface in the direction of the z -axis equal to 6 m, therefore $z = at = a3\pi = 6$

or $a = 2/\pi$ [m]. We shall take an elliptical cylinder with $p = 4$ m, $d = 3$ m, and $r = 1$ m as an example. The surface with the accepted geometric parameters is shown in Figure 7.

In an article [11], it is studied the surface formed by a parabola

$$Y = h - (h / l^2) X^2, \tag{6}$$

which moves along a fixed circle of radius R and simultaneously moves along the z -axis (Figure 8).

As a result, the surface of congruent parabolic cross sections of the pendulum type on a circular cylinder was obtained (Figure 9).

If we take an elliptical cylinder with R (Figure 10), determined by a formula (4), instead of a circular cylinder with $R = \text{const}$, then we obtain a surface of congruent parabolic cross sections of pendulum type on an elliptical cylinder.

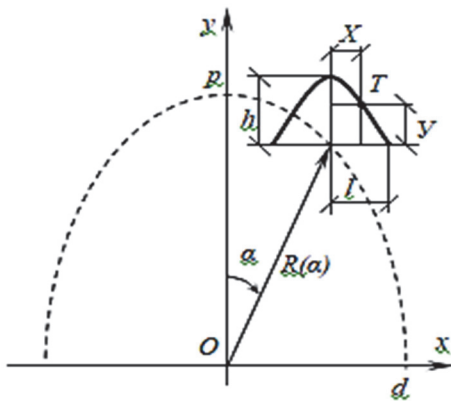


Figure 10. A method of forming of surface of congruent parabolic cross sections of pendulum type on elliptical cylinder

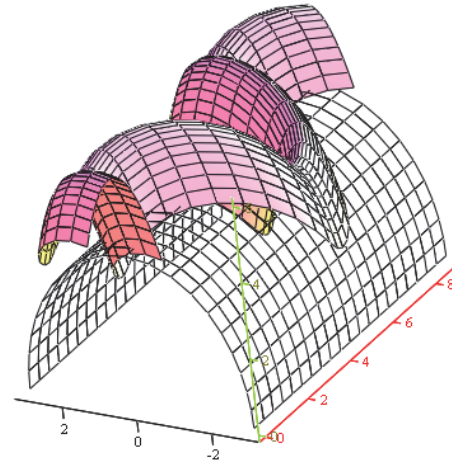


Figure 11. A surface of congruent parabolic cross sections of pendulum type on an elliptical cylinder

The parametric equations of this surface with the plane of parallelism xOy on an elliptical cylinder can be written as

$$\begin{aligned} x &= x(t, X) = R \sin \alpha + X = R \sin(c + b \sin t) + X, \\ y &= y(t, X) = R \cos \alpha + Y = R \cos(c + b \sin t) + Y, \\ z &= z(t) = at, \end{aligned} \tag{7}$$

where $R = R(\alpha)$ is determined by a formula (4), the angle α is shown in Figure 10, the angle α is presented in the form (2), parameters b and c are shown in Figure 4, a is a constant that determines the length of the cyclic surface in the direction of the z axis.

Let the angle α varies within the limits $-\pi/4 \leq \alpha \leq \pi/4$, therefore, according to formulas (3), one can obtain $c = 0$; $b = \pi/4$. Let us assume the length of the surface in the direction of the z -axis to be 9 m, therefore, $z = at = a3\pi = 9$ or $a = 3/\pi$ [m]. For this example, we take an elliptical cylinder with $p = 4$ m, $d = 3$ m, and $l = 1$ m, $h = 2$ m. The surface with the accepted geometric parameters is shown in Figure 11.

Surfaces of congruent cross sections of pendulum type on a parabolic cylinder

Let there be a square parabola in the cross section of a parabolic cylinder (Figure 12)

$$y = H - (H / L^2)x^2, \tag{8}$$

and another parabola performs oscillatory motion along this parabola with simultaneous movement along the cylinder's axis Oz

$$Y = h - (h / l^2)X^2. \tag{9}$$

The geometric parameters of both parabolas are shown in Figure 12. In addition, we obtain

$$x = x(\alpha) = -\frac{L^2}{2H \tan \alpha} \left(1 - \sqrt{1 + 4 \frac{H^2}{L^2} \tan^2 \alpha} \right), \quad (10)$$

$$R = R(x) = \sqrt{x^2 + \frac{H^2}{L^4} (L^2 - x^2)^2}, \quad (11)$$

$$\tan \alpha = \frac{x}{y} = \frac{xL^2}{H(L^2 - x^2)},$$

$$\sin \alpha = \frac{x}{R} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + \frac{H^2}{L^4} (L^2 - x^2)^2}},$$

$$\cos \alpha = \frac{y}{R} = \frac{H(L^2 - x^2)}{L^2 \sqrt{x^2 + \frac{H^2}{L^4} (L^2 - x^2)^2}}.$$

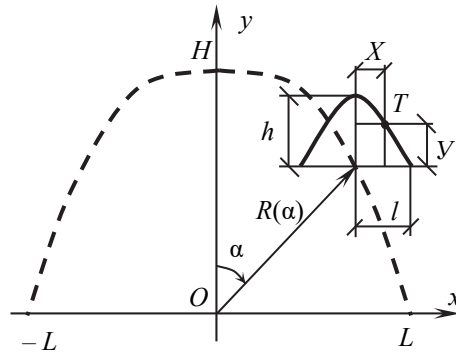


Figure 12. A method of forming surface of congruent parabolic cross sections of pendulum type on parabolic cylinder

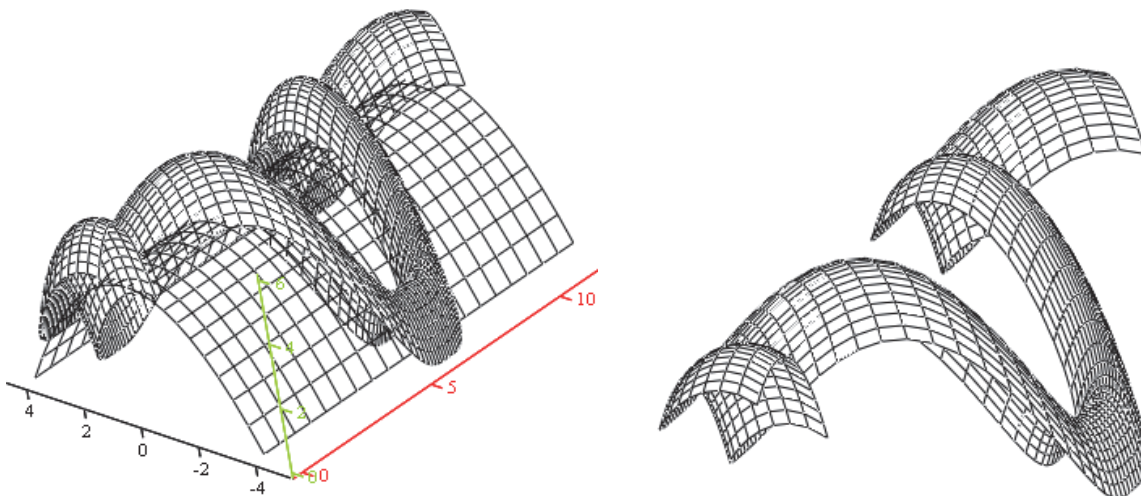


Figure 13. A surface of congruent parabolic cross sections of pendulum type on a parabolic cylinder

Now we can write the parametric equations of the sought-for surface:

$$\begin{aligned}x &= x(t, X) = R(\alpha)\sin\alpha + X = R(t)\sin(c + bsint) + X, \\y &= y(t, X) = R(\alpha)\cos\alpha + Y = R(t)\cos(c + bsint) + h - (h/l^2)X^2, \\z &= z(t) = at.\end{aligned}\tag{12}$$

We have $\alpha = c + bsint$, but $\alpha_{\max} = c + b = \pi/2$, $\alpha_{\min} = c - b = -\pi/2$, that is, $c = 0$, $b = \pi/2$.

Substituting $x = x(\alpha)$ from the formula (10) into the expression for $R = R(x)$, we obtain $R = R(\alpha)$. And taking into account the dependence (2), we obtain $R = R(t)$. However, the given parametric equations (12) can be applied in the interval $-\pi/2 < \alpha < \pi/2$, excluding the point $\alpha = 0$. Some uncertainty appears in the formula (10) at the points $\alpha = 0$ and $\alpha = \pm\pi/2$ if we use computer counting. This uncertainty can be avoided when we use manual counting.

When using a computer calculation, it is better to use the parametric equations of the desired surface in the form

$$\begin{aligned}x &= x(t, X) = L\sin\beta + X = L\sin(c + bsint) + X, \\y &= y(t, X) = H - H\sin^2\beta + Y = H - H\sin^2(c + bsint) + h - (h/l^2)X^2, \\z &= z(t) = at,\end{aligned}\tag{13}$$

where the angle β is related to the angle α (which is shown in Figure 12) in the following way:

$$\sin\alpha = (L/R)\sin\beta.$$

It is obvious that if $\beta = 0$, then $\alpha = 0$, but if $\beta = \pi/2$, then $x = L$. According to the formula (11), $R = L$ and then $\alpha = \pi/2$.

We have $\beta = c + bsint$, but $\beta_{\max} = c + b = \pi/2$, $\beta_{\min} = c - b = -\pi/2$, that is, $c = 0$, $b = \pi/2$.

Figure 13 shows a parabolic surface of a pendulum type on a parabolic cylinder. This surface is given by parametric equations (13) and has the following geometric parameters: $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$, the same for β , $-l \leq X \leq l$, $l = 1$ m, $L = 4$ m, $H = 4$ m, $h = 2$ m.

The surface length is 12 m = $z_{\max} = a3\pi$, that is $a = 12/(3\pi) = 4/\pi$ [m].

Research results

Before the work of I.I. Kotov [1] was published, there was no definition of surfaces of congruent cross sections. These and some other surfaces, formed by the motion of a rigid curve, were included in the class of kinematic surfaces [13]. The authors followed the Kotov's method and have obtained for the first time the parametric equations of 5 surfaces with the congruent cross sections of pendulum type on circular, elliptic and parabolic cylinders, which can find application in technology and in architecture of free forms. A new subclass of surfaces of congruent sections of pendulum type on non-circular cylinders is introduced for the first time.

Most surfaces' formulas are presented in a generalized form, which makes it possible to expand the types of possible cylindrical guide surfaces and types of plane congruent curves. By changing the constants contained in the parametric equations of the surfaces under consideration, it is possible to visualize a whole set of surfaces defined by the same equation. The central angle of the guiding cylindrical surface is taken as one independent parameter in the parametric equations. The solution of the set geometric problems was helped by the introduction of a new independent parameter t , introduced by formula (2).

All the analytic surfaces considered in the presented article have so far been unknown to geometers, as well as their parametric equations.

All the equations obtained for the new surfaces of congruent sections on cylinders are verified using specific numerical examples. All surfaces in the article were constructed using the computer complex MathCad and AutoCad based on the *Bank of Surfaces and Curves* created at the Engineering Academy of the Peoples' Friendship University of Russia [14].

Discussion

Suggestions and recommendations for the use of congruent section surfaces

As mentioned earlier in the introduction, the selection of surfaces of congruent sections into a separate class helped to simplify the presentation of methods for constructing surfaces with a plane rigid generatrix. The surfaces presented may be of interest to architects, or can find application in machine-building thin-walled structures or in the study of trajectories of motion of bodies during their oscillatory-translational motion.

Some architects suggest using these surfaces in freeform architecture. The method of forming surfaces of congruent sections (profiles) makes it possible to actively use the methods of computer modeling in the creation and variant selection of the corresponding forms of structures and structures [15].

The article [16] also supports the idea of using congruent section surfaces in free-form architecture. Sometimes their application is caused by the need to solve structural and geometric problems. Sometimes the final choice is influenced by the lower cost of the project. But, in general, structures in the form of surfaces of congruent sections remain in the form of concept projects [16].

Free-form architecture contains many problems of a geometric nature that need to be solved, but their solution will create new opportunities for optimizing architectural designs in practice [10]. In solving some geometric problems, surfaces of congruent sections can help.

Several surfaces of congruent sections can be easily docked with each other and get a new innovative shape of the structure [13]. If you dock the two surfaces shown in Figure 5, you can create a new object for the Pivot Forms architecture (Figure 14).

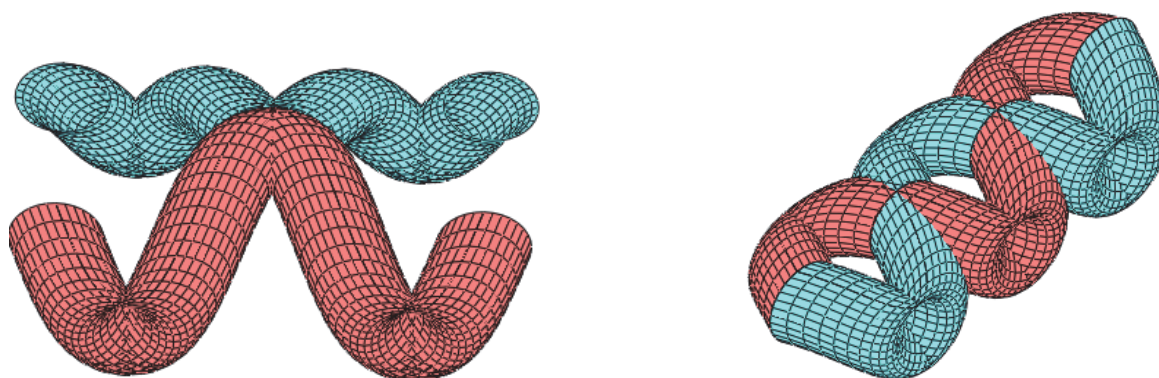


Figure 14. The computer models of the two joined cyclic surfaces of congruent circular sections of pendulum type

Curves of the second order are mainly used as movable generators of rigid plane curves [6–8; 13], but in some cases the necessity requires the use of more complex curves [13; 15; 17].

Conclusion

In the encyclopedia [7] it is shown that at the present time more than 600 analytical surfaces have been studied and proposed for use, which are grouped into 38 classes. Over the past decade, new analytical surfaces have emerged that are not included in the encyclopedia, but researchers of these surfaces are confident that they will be needed by engineers and architects. The authors are also sure of this, proposing for consideration new shapes of surfaces of congruent plane sections moving along a given circular, elliptical and parabolic cylinder along guiding sinusoidal curves lying on these cylinders. Circles, ellipses and parabolas are taken as rigid generating curves. Taking into account the results presented in their previous published work [11], the authors introduced 9 new surfaces of congruent sections on cylinders. In the future, it may be necessary to use other congruent curves, which is easy to implement using the materials of this article.

The geometry of surfaces with congruent curves was studied in works of M. Carmelo and M. Biagio [18], V.N. Ivanov [19], and S.N. Krivoshapko [20]. But they used a different, other than the authors, approach to the formulation and solution of selected geometric problems.

References

1. Kotov I.I. *Descriptive geometry: a course of lectures for students of the faculty of advanced training for teachers*. Moscow: MAI; 1973. (In Russ.)
2. Jasion P., Magnucki K. Buckling and post-buckling analysis of an untypical shells of revolution. *Insights and Innovations in Structural Engineering, Mechanics and Computation. Proceedings of the 6th International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation*. CRC Press; 2016. p. 766–771. <https://doi.org/10.1201/9781315641645-125>.
3. Filipova J., Rynkovskaya M. Carved Monge surfaces as new forms in the architecture. *MATEC Web of Conferences*. 2017;95(12):5. <https://doi.org/10.1051/mateconf/20179517006>
4. Bock Hyeng Ch.A., Yamb E.B. Application of cyclic shells in architecture, machine design, and bionics. *Int. J. of Modern Engineering Research*. 2012;2(3):799–806.
5. Andrews J., Séquin C.H. Generalized, basis-independent kinematic surface fitting. *Computer-Aided Design*. 2013; 45(3):615–620. <https://doi.org/10.1016/j.cad.2012.10.047>
6. Savičević S., Ivandić Ž., Jovanović J., Grubiša L., Stoić A., Vukčević M., Janjić M. The model for helical shells testing. *Tehnički Vjesnik*. 2017;24(1):167–175. <https://doi.org/10.17559/TV-20150816201404>
7. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. *Encyclopedia of analytical surfaces*. Switzerland: Springer International Publishing; 2015. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-11773-7>
8. Krivoshapko S.N., Bock Hyeng Ch.A. Geometrical research of rare types of cyclic surfaces. *International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences*. 2012;12(3):346–359.
9. Čučaković A., Jović B., Komnenov M. Biomimetic geometry approach to generative design. *Periodica Polytechnica Architecture*. 2018;47(2):70–74. <https://doi.org/10.3311/PPar.10082>
10. Pottmann H., Eigensatz M., Vaxman A., Wallner J. Architectural geometry. *Computers & Graphics*. 2015;47:145–164. <https://doi.org/10.1016/j.cag.2014.11.002>
11. Krivoshapko S.N., Shambina S.L. On the question of surfaces of congruent sections of pendulum type on a circular cylinder. *Applied Geometry and Engineering Graphics*. 2011;88:196–200. (In Russ.)
12. Knott G., Viquerat A. Helical bistable composite slit tubes. *Composite Structures*. 2019;207(1):711–726. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.09.045>
13. Mesnil R., Santerre Y., Douthe C., Baverel O., Leger B. Generating high node congruence in freeform structures with Monge’s surfaces. *IASS 2015: Future Visions*. Amsterdam; 2015.
14. Ivanov V.N., Romanova V.A. *Constructive forms of spatial structures (visualization of surfaces in MathCad, AutoCad)*. Moscow: ASV Publ.; 2016. (In Russ.)
15. Bartoň M., Pottmann H., Wallner J. Detection and reconstruction of freeform sweeps. *Computer Graphics Forum*. 2014;33(2). <https://doi.org/10.1111/cgf.12287>
16. Mesnil R., Douthe C., Baverel O., Léger B., Caron J.-F. Isogonal moulding surfaces: a family of shapes for high node congruence in free-form structures. *Automation in Construction*. 2015;59:38–47. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2015.07.009>
17. Abd-Ellah H.N., Abd-Rabo M.A. Kinematic surface generated by an equiform motion of astroid curve. *International Journal of Engineering Research & Science*. 2017;3(7):100–114. <https://doi.org/10.25125/engineering-journal-IJOER-JUL-2017-13>
18. Carmelo M., Biagio M. Quando due figure congruenti sono direttamente congruenti. *Boll. Unione Mat. Ital. A*. 1992;6(3):425–430.
19. Ivanov V.N. Geometry of the cyclic translation surfaces with generating circle and directrix of the base sphere. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2011;(2):3–8. (In Russ.)
20. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. Surfaces of congruent sections on cylinder. *Vestnik MGSU*. 2020;15(12):1620–1631. (In Russ.) <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2020.12.1620-1631>

Список литературы

1. *Котов И.И.* Начертательная геометрия: курс лекций для слушателей факультета повышения квалификации преподавателей. М.: МАИ, 1973. 200 с.
2. *Jasion P., Magnucki K.* Buckling and post-buckling analysis of an untypical shells of revolution // *Insights and Innovations in Structural Engineering, Mechanics and Computation: Proceedings of the 6th International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation*. 2016. Pp. 766–771. <https://doi.org/10.1201/9781315641645-125>
3. *Filipova J., Rynkovskaya M.* Carved Monge surfaces as new forms in the architecture // *MATEC Web of Conferences*. 2017. Vol. 95. No. 12. P. 5. <https://doi.org/10.1051/mateconf/20179517006>
4. *Bock Hyeng Ch.A., Yamb E.B.* Application of cyclic shells in architecture, machine design, and bionics // *Int. J. of Modern Engineering Research*. 2012. Vol. 2. Issue 3. Pp. 799–806.
5. *Andrews J., Séquin C.H.* Generalized, basis-independent kinematic surface fitting // *Computer-Aided Design*. 2013. Vol. 45. Issue 3. Pp. 615–620. <https://doi.org/10.1016/j.cad.2012.10.047>
6. *Savičević S., Ivandić Ž., Jovanović J., Grubiša L., Stoić A., Vukčević M., Janjić M.* The model for helical shells testing // *Tehnički vjesnik*. 2017. Vol. 24. Issue 1. Pp. 167–175. <https://doi.org/10.17559/TV-20150816201404>

7. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. Encyclopedia of analytical surfaces. Switzerland: Springer International Publishing, 2015. 752 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-11773-7>
8. Krivoshapko S.N., Bock Hyeng Ch.A. Geometrical research of rare types of cyclic surfaces // *International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences*. 2012. Vol. 12. Issue 3. Pp. 346–359.
9. Čučaković A., Jović B., Komnenov M. Biomimetic geometry approach to generative design // *Periodica Polytechnica Architecture*. 2018. Vol. 47. Issue 2. Pp. 70–74. <https://doi.org/10.3311/PPar.10082>
10. Pottmann H., Eigensatz M., Vaxman A., Wallner J. Architectural geometry // *Computers & Graphics*. 2015. Vol. 47. Pp. 145–164. <https://doi.org/10.1016/j.cag.2014.11.002>
11. Кривошапко С.Н., Шамбина С.Л. К вопросу о поверхностях конгруэнтных сечений маятникового типа на круговом цилиндре // *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. К.: КНУБА, 2011. Вип. 88. С. 196–200.
12. Knott G., Viquerat A. Helical bistable composite slit tubes // *Composite Structures*. 2019. Vol. 207. Issue 1. Pp. 711–726. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.09.045>
13. Mesnil R., Santerre Y., Douthe C., Baverel O., Leger B. Generating high node congruence in freeform structures with Monge’s surfaces // *IASS 2015: Future Visions*. Amsterdam, 2015.
14. Иванов В.Н., Романова В.А. Конструкционные формы пространственных конструкций. Визуализация поверхностей в системах MathCad, AutoCad: монография. М.: Изд-во АСВ, 2016. 412 с.
15. Bartoň M., Pottmann H., Wallner J. Detection and reconstruction of freeform sweeps // *Computer Graphics Forum*. 2014. Vol. 33. Issue 2. <https://doi.org/10.1111/cgf.12287>
16. Mesnil R., Douthe C., Baverel O., Léger B., Caron J.-F. Isogonal moulding surfaces: A family of shapes for high node congruence in free-form structures // *Automation in Construction*. 2015. Vol. 59. Pp. 38–47 <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2015.07.009>.
17. Abd-Ellah H. N., Abd-Rabo M. A. Kinematic surface generated by an equiform motion of astroid curve // *International Journal of Engineering Research & Science*. 2017. Vol. 3. Issue 7. Pp. 100–114. <https://doi.org/10.25125/engineering-journal-IJOER-JUL-2017-13>
18. Carmelo M., Biagio M. Quando due figure congruenti sono direttamente congruenti // *Boll. Unione Mat. Ital. A*. 1992. Vol. 6. No. 3. Pp. 425–430.
19. Иванов В.Н. Геометрия циклических оболочек переноса с образующей окружностью и направляющими меридианами базовой сферы // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2011. № 2. С. 3–8.
20. Кривошапко С.Н., Иванов В.Н. Поверхности конгруэнтных сечений на цилиндрах // *Вестник МГСУ*. 2020. Т. 15. Вып. 12. С. 1620–1631. <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2020.12.1620-1631>

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ
THEORY OF ELASTICITYDOI 10.22363/1815-5235-2021-17-2-175-187
УДК 624.014.2

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Области рациональной работы стальных прокатных балок,
закрепленных от потери устойчивости

А.В. Голиков*, Д.В. Веремеев

Волгоградский государственный технический университет, Российская Федерация, 400074, Волгоград, ул. Академическая, д. 1
*alexandr_golikov@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 27 января 2021 г.
Доработана: 24 марта 2021 г.
Принята к публикации: 5 апреля 2021 г.

Аннотация. *Актуальность.* Балочные клетки наиболее распространенный тип перекрытий рабочих площадок зданий и сооружений. По результатам критического анализа существующих методов расчета и компоновки размеров балочных клеток установлено отсутствие четких рекомендаций по рациональной области выбора размеров балочных клеток в зависимости от поверхностной нагрузки. *Цель исследования* – представить области рациональной работы стальных прокатных балок, закрепленных от потери устойчивости, исходя из требований расчета по методу предельных состояний. *Методы.* Поставленные в работе задачи, направленные на достижения цели исследования, решены аналитическими методами, опираясь на основные закономерности строительной механики и существующие знания о действительной работе стальных прокатных балок под нагрузкой. Для построения основных зависимостей, представленных на номограммах, применены методы математической статистики. *Результаты.* Определены области рациональной работы стальных прокатных балок, закрепленных от потери устойчивости. Область рациональной работы балок представлена в виде номограмм, позволяющих на стадии проектирования применить ячейку балочной клетки максимальных размеров. В качестве критерия рационализации выбран критерий одновременного удовлетворения принятого сечения балки требованиям двух групп предельных состояний с минимальными запасами. Предложен уточненный алгоритм компоновки балочных клеток и уточненная методика расчета сечения прокатных балок, позволяющие компоновать размеры балочной клетки с минимальным расходом стали. Обосновано увеличение габаритных размеров ячеек рабочих площадок.

Для цитирования


Голиков А.В., Веремеев Д.В. Области рациональной работы стальных прокатных балок, закрепленных от потери устойчивости // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2021. Т. 17. № 2. С. 175–187. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-2-175-187>

Ключевые слова: стальные прокатные балки, методика расчета, рационализация, сортамент прокатных профилей, предельное состояние, несущая способность, жесткость

Голиков Александр Владимирович, доцент кафедры строительных конструкций, оснований и надежности сооружений, Институт архитектуры и строительства, кандидат технических наук; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-6588-6031>, eLIBRARY SPIN-код: 1369-7819.

Веремеев Дмитрий Валерьевич, студент кафедры строительных конструкций, оснований и надежности сооружений, Институт архитектуры и строительства; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-8121-0338>, eLIBRARY SPIN-код: 9903-4909.

© Голиков А.В., Веремеев Д.В., 2021

 This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Areas of rational operation of steel rolling beams secured against curvatures

Aleksandr V. Golikov*, Dmitry V. Veremeev

Volgograd State Technical University, 1 Akademicheskaya St, Volgograd, 400074, Russian Federation

*alexandr_golikov@mail.ru

Article history

Received: January 27, 2021

Revised: March 24, 2021

Accepted: April 5, 2021

Abstract. *Relevance.* Beam cages are the most common type of floor covering for working areas of buildings and structures. Based on the results of a critical analysis of the existing methods for calculating and arranging the dimensions of beam cells, it was established that there are no clear recommendations on the rational range of selection of the sizes of beam cells depending on the surface load. *The purpose of the study* is to present the areas of rational operation of steel rolling beams, secured against buckling, based on the requirements of the calculation by the method of limit states. *Methods.* The tasks set in the work, aimed at achieving the research goal, are solved by analytical methods, relying on the basic laws of structural mechanics and existing knowledge about the actual operation of steel rolling beams under load. Methods of mathematical statistics were used to construct the main dependencies presented on the nomograms. *Results.* Areas of rational operation of steel rolling beams, secured against curvatures, are determined. The area of rational operation of beams is presented in the form of nomograms, which allow at the design stage to use a beam cell of maximum dimensions. As a criterion for rationalization, the criterion of the simultaneous satisfaction of the accepted section of the beam with the requirements of two groups of limiting states with minimum reserves was chosen. A refined algorithm for the layout of the beam cages and a refined method for calculating the cross-section of rolled beams are proposed, which make it possible to arrange the dimensions of the beam cage with a minimum steel consumption. The increase in the overall dimensions of the cells of the working platforms is substantiated.

Keywords: steel rolled beams, calculation methodology, rationalization, range of rolled profiles, limit state design, bearing capacity, stiffness

For citation

Golikov A.V., Veremeev D.V. Areas of rational operation of steel rolling beams secured against curvatures. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2021;17(2):175–187. (In Russ.) <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-2-175-187>

Введение

Балка – самый простой и наиболее распространенный конструктивный элемент зданий и сооружений.

А.В. Перельмутером подчеркнута, что двутавровое сечение стало символом строительной отрасли [1]. Оптимизация двутавровых балок различной конфигурации и распространенных типов продолжается в работах современных ученых.

В статье О.С. Горячевского [2] выполнена оптимизация геометрических параметров развитых двутавров с перфорированной стенкой с целью повышения их несущей способности. Оптимизации составных балок посвящена работа [3].

Отдельными учеными исследуется работа балок при различных нетиповых схемах устройства перекрытий. В работе Н.Н. Демидова [4] исследована работа системы перекрестных стальных балок, расположенных в двух ортогональных направлениях.

Обоснование необходимости применения широкополочных двутавров в строительстве для устройства перекрытий с малой строительной высотой выполнено разработчиками ГОСТ Р 57837–2017 «Двутавры стальные горячекатаные с параллельными гранями полок. Технические условия» в статье [5].

Обоснование экономической эффективности применения прокатных профилей в стальных малоэтажных зданиях выполнено А.Р. Тусниным [6].

Aleksandr V. Golikov, Associate Professor of the Department of Building Structures, Foundations and Reliability of Structures, Institute of Architecture and Construction, Candidate of Technical Sciences; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-6588-6031>, eLIBRARY SPIN-code: 1369-7819.

Dmitry V. Veremeev, student of the Department of Building Structures, Foundations and Reliability of Structures, Institute of Architecture and Construction; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-8121-0338>, eLIBRARY SPIN-code: 1369-7819.

Альтернативной является работа Т.Х. Гебре [7], в которой предложены номограммы применимости различных прокатных профилей. Отметим, что, согласно представленным в ней данным, невозможно установить область рационального применения балок.

Применимость балок, выполненных по зарубежным стандартам, приведена в соответствующих руководствах по расчету и проектированию [8–15].

Исследованию работы стальных балок различных конструктивных решений посвящено значительное число трудов корифеев в области стального строительства.

Анализируя работу балок под нагрузкой, отдельно следует выделить работы Н.С. Стрелецкого [16], который внес огромный вклад в развитие расчета по предельным состояниям, определив дальнейшее развитие отрасли стального строительства. Однако основное внимание при подборе балки в его книгах уделяется проверке по прочности и только в дальнейших расчетах производится проверка по жесткости. Подобную методику расчета можно увидеть в работах преобладающего числа авторов в области отечественного стального строительства.

Если говорить об устоявшейся практике отечественной школы стального строительства, основные критерии оценки экономичности прокатных профилей приведены в первом томе справочника проектировщика, разработанного коллективом авторов ЦНИИпроектстальконструкция имени Н.П. Мельникова под редакцией В.В. Кузнецова [17].

Проведен анализ научно-технической литературы и актуальных на момент написания данной публикации нормативных документов различных стран мира, в которых используется или частично внедрен в методики расчет по предельным состояниям; области рационального применения стальных балок в удобном для применения инженером виде представлены в первой части Руководства по подбору сечений элементов строительных стальных конструкций [18]. Следует отметить, что сортамент ГОСТ 26020 «Двутавры стальные горячекатаные с параллельными гранями полок» (стандарт не действует на территории Российской Федерации) выведен из применения, таблицы выбора сечений для актуальных сортаментов в справочной литературе не представлены. На текущий момент, по нашему мнению, более удобным способом выбора сечения профилей является организованный не по нормативным и расчетным усилиям, а по нормативному и расчетному значению обобщенной нагрузки.

Подобный подход в методике расчета можно увидеть и у авторов из США. Например, в книгах А. Уильямса [9] и У.Т. Сеги [8]. Указанные монографии являются пособиями для американских инженеров. В них также описывается подбор сечения в первую очередь по первому предельному состоянию и только в последующем рекомендуется выполнять проверку по требованиям второго предельного состояния.

Данный подход наблюдается и в европейских документах и работах отдельных авторов, например Н. Субраманиана [10] и Р. Киндманна, М. Крауса [11].

Применение того или иного типа балок определяется условиями эксплуатации и характером действующих нагрузок.

Конструкция существующих в практике строительства балок, как правило, оптимизирована либо по критерию обеспечения несущей способности стенки, либо по критерию обеспечения несущей способности полок.

В задании на проектирование стальныхэтажерок исходными данными являются габаритные размеры типовой ячейки балочной клетки, которые устанавливаются технологом или архитектором (рис. 1), условия (среда) эксплуатации и поверхностная нагрузка от размещаемого оборудования или складированных материалов.

Балки настила и второстепенные балки в подавляющем большинстве случаев применяются прокатными, с сечением швеллерного (по ГОСТ 8240–97 «Швеллеры стальные горячекатаные») или двутаврового (по ГОСТ Р 57837–2017 «Двутавры стальные горячекатаные с параллельными гранями полок. Технические условия») типа.

Следует отметить, что общие рекомендации по компоновке балочных клеток изначально изложены в учебнике «Стальные конструкции» под общей редакцией Н.С. Стрелецкого в п. 2 «Основные размеры балочной клетки», в пп. «Расстояние между балками». В нем также указывалось, что «мы подбираем рациональное сечение продольной балки высотой, не меньшей минимальной высоты по жесткости, и определяем то расстояние между балками, при котором это сечение будет полностью использовано».

К сожалению, приведенная в многочисленных рекомендациях, методических указаниях по проектированию балочных конструкций для студентов и инженеров составленная методика расчета прокатных балок практически не реализовала общие рекомендации классиков в области стального строительства.

Существующая методика расчета сечения прокатных балок, отраженная в работах таких ученых в области стального строительства, как Е.И. Беленя, К.К. Муханов, включает в себя следующие этапы:

- анализ исходных данных, назначение материалов конструкций и соединений;
- расчет шага балок настила в зависимости от примененного типа и материала настила;
- подбор сечения балки исходя из обеспечения требований первой группы предельных состояний;
- проверка принятого сечения по требованиям первой группы предельных состояний (I ГПС);
- проверка соответствия принятого сечения требованиям второй группы предельных состояний (II ГПС).

Недостатками устоявшегося подхода являются:

1) наличие в практике расчетов существенной разницы между запасами несущей способности и запасами жесткости балок;

2) уход от регулирования сечения и пролета балки в зависимости от погонной нагрузки (в частности, при назначении шага второстепенных балок в усложненном типе балочных клеток); отсутствие четкой информации об области рациональных параметров работы балок с наиболее распространенными типами сечений.

Работы по совершенствованию методов расчета и конструктивной формы стальных балок непрерывно продолжаются в исследованиях современных ученых [19–30].

Вопросам оценки сходимости результатов численных и аналитических расчетов балок посвящены труды А.С. Крылова [31] и коллектива зарубежных авторов [32].

Работа стальных изгибаемых стержневых элементов под действием статических нагрузок рассмотрена в [33–40].

Цель данной работы состоит в представлении области рациональной работы стальных прокатных балок, закрепленных от потери устойчивости, исходя из требований расчета по методу предельных состояний.

Для достижения поставленной цели решены следующие задачи:

– предложен уточненный алгоритм компоновки балочной клетки и уточненная методика расчета сечения прокатных балок;

– создан аналитический расчетный блок, позволяющий выполнять расчет значительных массивов данных сортаментов стального проката;

– определены области рациональной работы прокатных балок наиболее распространенных типов сечений по определяющим критериям рационализации;

– даны рекомендации по внедрению в практику строительства.

Объектом исследования являются стальные прокатные балки с сечением из швеллера и двутавра, закрепленные от потери устойчивости.

Предметом исследования являются изменение напряженно-деформированного состояния стальных балок прокатного сечения, закрепленных от потери устойчивости, а также область их рациональной работы.

Материалы и методы

Поставленные в работе задачи, направленные на достижения цели исследования, решены аналитическими методами, опираясь на основные закономерности строительной механики и существующие знания о действительной работе стальных прокатных балок под нагрузкой. Для построения основных зависимостей, представленных на номограммах, применены методы математической статистики.

Использование устоявшегося подхода в расчете балок настила и второстепенных балок, выполненных с применением прокатных профилей, приводит к нерациональному расходованию стали и занижению рациональных габаритных размеров, способных перекрывать стальными балочными клетками.

Предлагаемая усовершенствованная методика расчета представлена на рис. 2. В соответствии с предложенным алгоритмом, окончательным принимается большее из сечений, подобранное по требованиям расчетных критериев первого и второго предельных состояний.

Исходной информацией для разработки областей применимости актуальных прокатных профилей в качестве балок рабочих площадок являются номограммы выбора сечений.

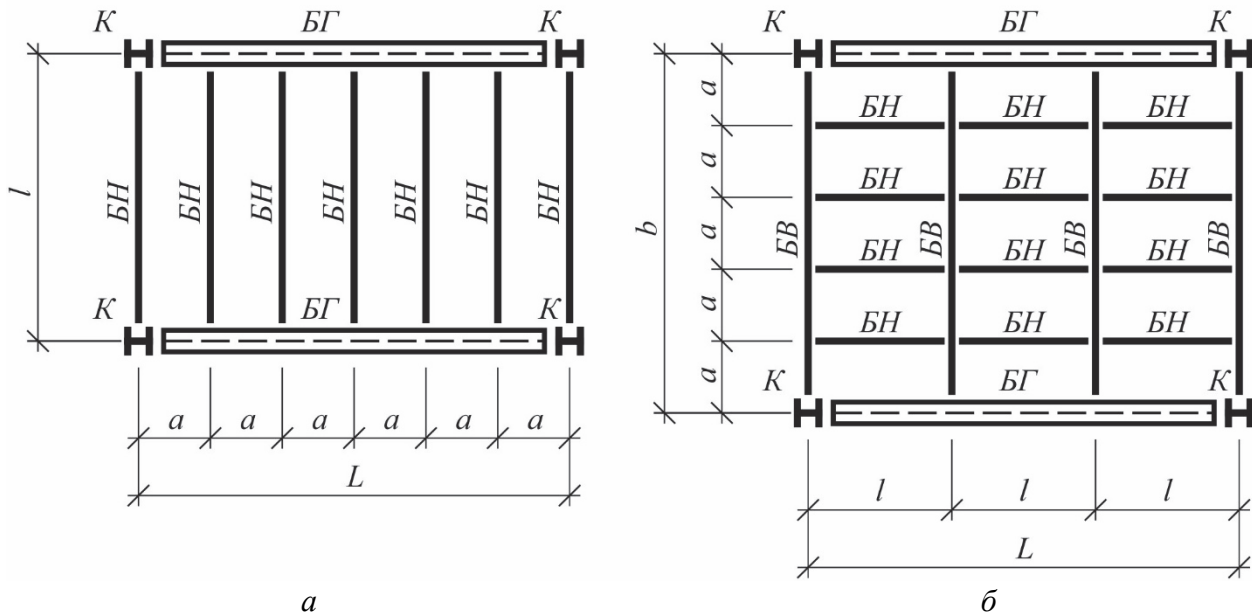


Рис. 1. Типовые ячейки балочных клеток нормального типа (а) и усложненного типа (б):
 БН – балки настила; БВ – второстепенные балки; БГ – главные балки; К – колонны;
 а – шаг балок настила; l – пролет балок настила; b – пролет второстепенных балок; L – пролет главных балок
Figure 1. Typical cells of bar cells of normal type (a) and complicated type (b):
 БН – floor beams; БВ – secondary beams; БГ – main beams; К – columns;
 а – the pitch of the flooring beams; l – span of deck beams; b – span of secondary beams; L – span of main beams

Результаты: оценка области рациональной работы прокатных балок

Опираясь на предложенный алгоритм разработан расчетный блок и выполнена серия аналитических расчетов, результатом которых стали области рациональной работы балок, выполненных сечением по актуальным на момент написания статьи сортаментам – швеллер по ГОСТ 8240–97 «Швеллеры стальные горячекатаные» и двутавры нормальные и широкополочные по ГОСТ Р 57837–2017 «Двутавры стальные горячекатаные с параллельными гранями полок. Технические условия». Графики выбора сечений балок представлены на рис. 3–5.

На рис. 3 представлены сведения о распределении области выбора сечения балок сечением из прокатных швеллеров по ГОСТ 8240–97. Рациональной областью работы балок является область, находящаяся между двумя линиями.

На примере 1 показан порядок выбора рациональных размеров балки.

Пример 1. На основании представленных исходных данных и по результатам выбора шага балок установлено, что нормативное значение нагрузки на балку составляет $q_n = 12,5$ кН/м, а расчетное – $q = 15,0$ кН/м.

По данным номограммы рис. 3:

- по критерию требований первой ГПС рекомендовано сечение из швеллера № 33П, рекомендуемый пролет балки составляет 7,5 м;
- по критерию требований второй ГПС рекомендовано сечение из швеллера № 30П, рекомендуемый пролет балки составляет 6,8 м;
- пролет балки – принимаем среднее значение, равное 7,15 м, сечение – принимаем наибольшее из рекомендуемых – швеллер № 33П.

Примечательно, что для исходной погонной нагрузки пролеты балки, не выбранные, а назначенные значениями, выходящими за пределы рациональной области работы балок данного типа сечений, дают сечения с существенным запасом по одному из критериев выбора.

Подобные номограммы разработаны для нормальных (рис. 4) и широкополочных (рис. 5) двутавров, выполненных по ГОСТ Р 57837–2017.

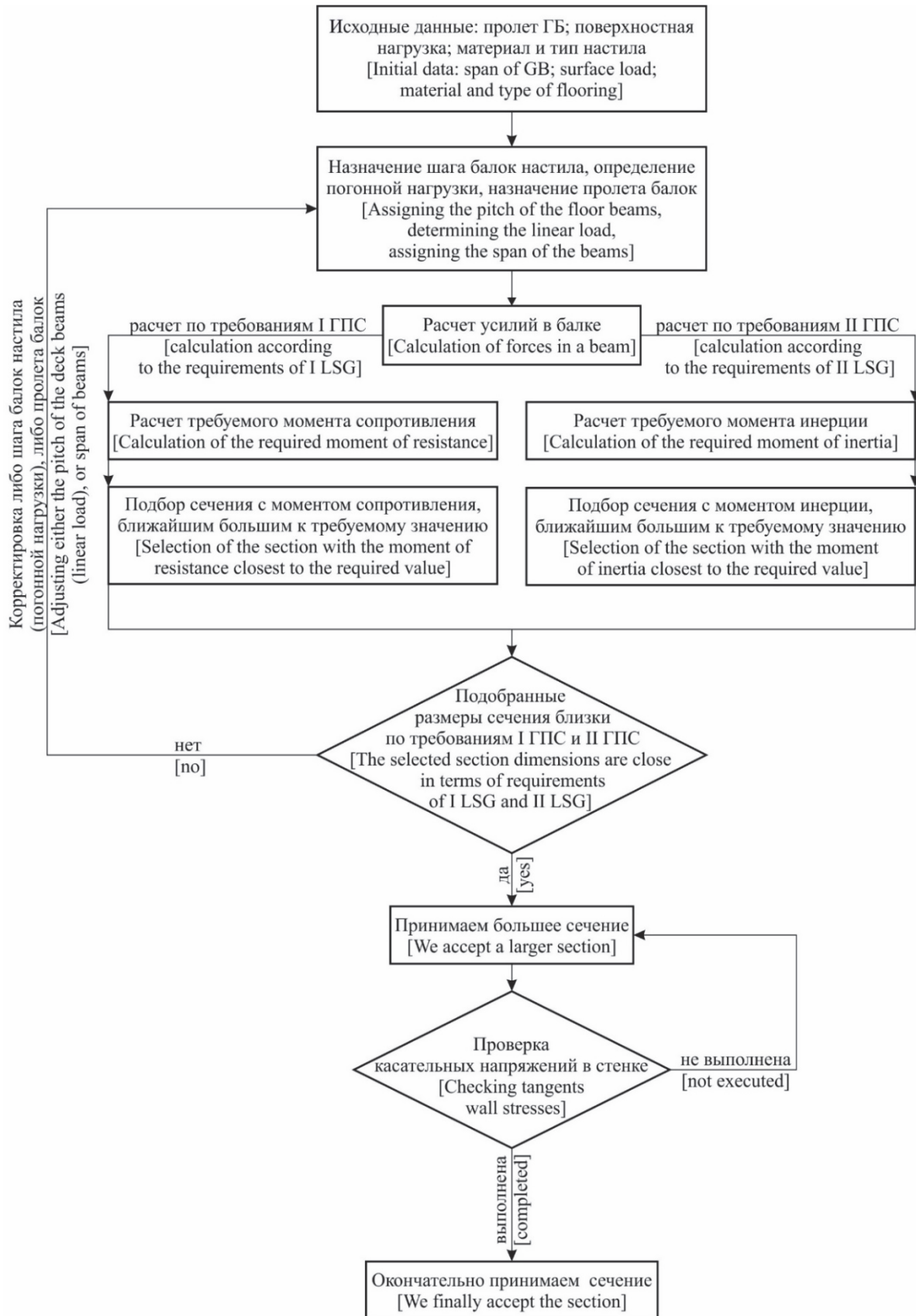


Рис. 2. Усовершенствованная методика расчета прокатных балок:

ГБ – главная балка; *ГПС* – группа предельных состояний

Figure 2. Improved calculation method for rolled beams:

GB – main beams; *LSG* – limit state group

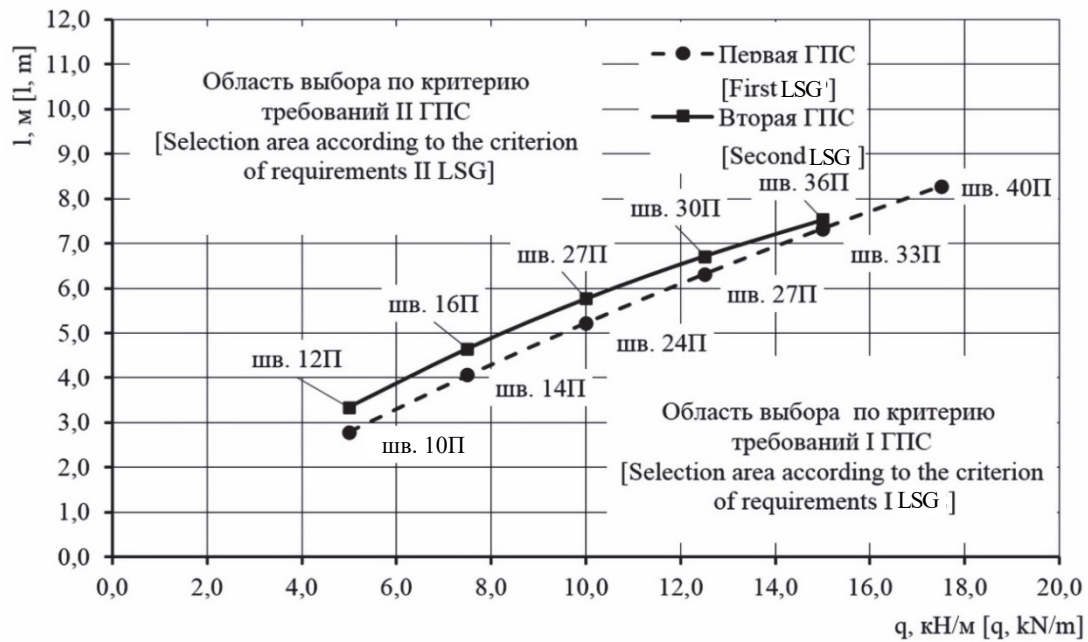


Рис. 3. Области работы и выбора балок с сечениями из швеллера по ГОСТ 8240–97
Figure 3. Areas of work and selection of beams with sections from a channel according to GOST 8240–97 (LSG – limit state group)

Предлагаемый подход в выборе габаритных размеров ячеек балочных клеток применим в практике строительства, так как значительное число балочных клеток применяется с постоянным шагом балок настила и эксплуатируется при равномерно распределенных поверхностных нагрузках.

Погонная нагрузка, приведенная в номограммах, учитывает вес настила и равномерно распределенную поверхностную технологическую нагрузку на рабочую площадку.

Применение рациональных сечений балок достигается подбором близких требуемых сечений по требованиям обеих групп предельных состояний посредством регулирования входных данных при проектировании – варьированием шириной балочной клетки и шагом балок настила.

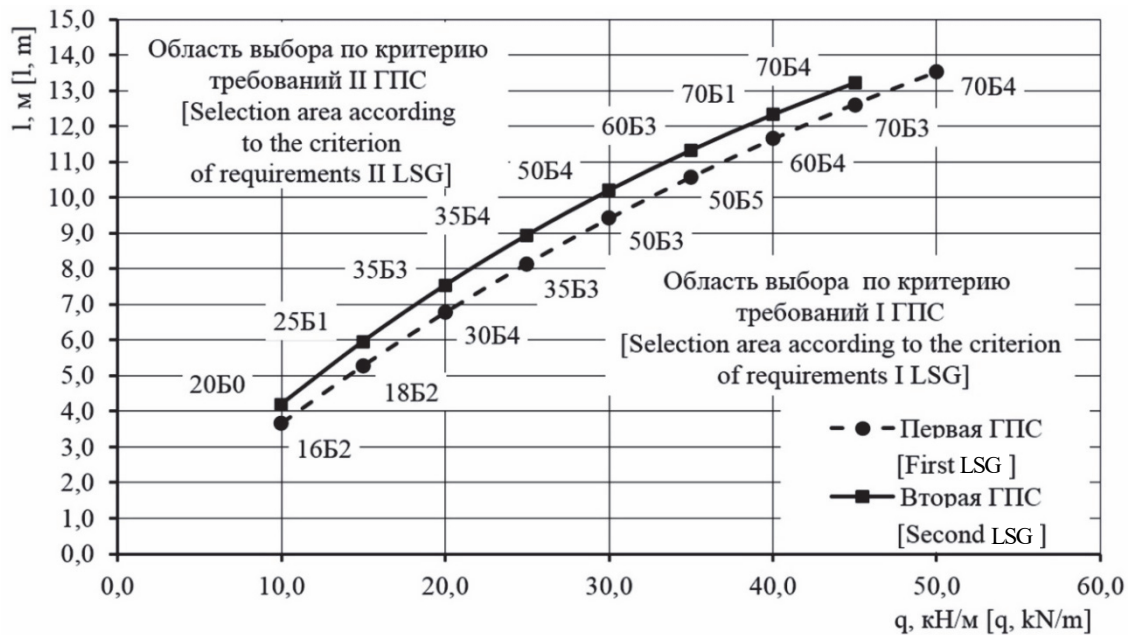


Рис. 4. Область работы и выбора балок с сечениями из нормального двутавра по ГОСТ Р 57837–2017
Figure 4. Scope of work and selection of beams with sections from a normal I-beam in accordance with GOST R 57837–2017 (LSG – limit state group)

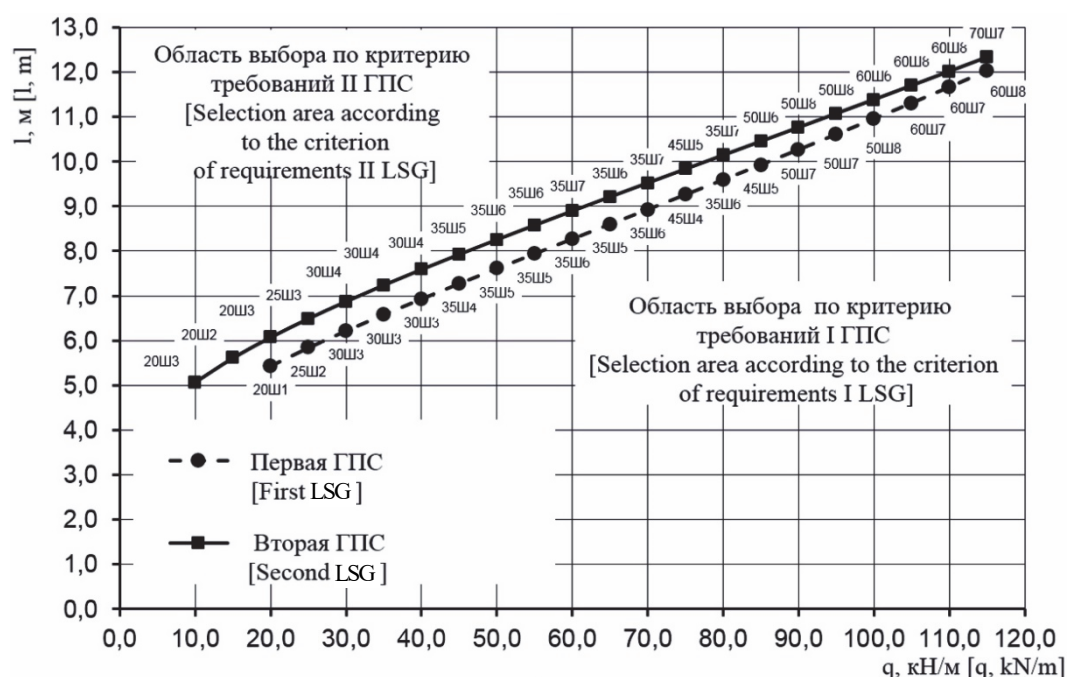


Рис. 5. Область работы и выбора балок с сечениями из широкополочного двутавра по ГОСТ Р 57837–2017
Figure 5. Scope of work and selection of beams with cross-sections from a wide-flange I-beam in accordance with GOST R 57837–2017 (LSG – limit state group)

Критерием рационализации является сечение балки, одновременно удовлетворяющее требованиям двух предельных состояний с минимальным запасом определяющего параметра (напряжение и прогиб).

Рациональной считается балка, пролет, грузовая ширина (как правило, шаг балок) и сечение которой приняты в зависимости от значения поверхностной равномерно распределенной нагрузки (так называемой полезной, или технологической) по критерию одновременного удовлетворения расчетных критериев предельных состояний с минимальным запасом по каждому критерию.

Графически рациональная область работы балок заключена в промежутке между верхним и нижним графиком на рис. 3–5. Для попадания в рациональную область можно варьировать исходными параметрами – длиной балки и погонной нагрузкой (зависит от шага балок). Если на стадии проектирования пролет балки или погонная нагрузка назначаются отличными от рекомендуемой области, балка будет эксплуатироваться с существенным запасом по одному из критериев предельных состояний (либо по несущей способности, либо по жесткости).

Сечения балок, назначенные с использованием предложенного подхода, являются рациональными по критерию удовлетворения требований несущей способности и, как следствие, наиболее экономичными по критерию минимального расхода стали.

Обсуждение: рекомендации по внедрению в практику строительства

Соблюдение условий одновременной реализации требований предельных состояний в качестве определяющего критерия при назначении длины балки позволяет увеличить длину применяемых балок и тем самым увеличить ширину ячеек рабочих площадок.

Предлагаемый подход к компоновке типовых ячеек балочных клеток может быть применен как технологами при назначении габаритных размеров рабочих площадок, так и конструктором при назначении конструктивных решений балочной клетки.

Представленные в статье номограммы рациональной области функционирования стальных прокатных балок, работающих по однопролетной схеме, могут быть рекомендованы в качестве приложения по выбору сечений к сортаментам стального проката: швеллеров стальных горячекатаных по ГОСТ 8240–97 и двутавров стальных горячекатаных с параллельными гранями полок по ГОСТ Р 57837–2017.

Ниже предложены номограммы для выбора сечений балок по актуальным на момент написания статьи сортаментам.

Представленные номограммы применимы для балок, выполненных из малоуглеродистых сталей. Номограммами выбора сечения прокатных балок следует пользоваться попарно:

- при выборе сечения балок с применением швеллеров стальных горячекатаные по ГОСТ 8240–97 – рис. 6 и 7;
- при выборе балок с применением сечения из нормального двутавра по ГОСТ Р 57837–2017 – рис. 8 и 9;
- при выборе балок с применением сечения из широкополочного двутавра по ГОСТ Р 57837–2017 – рис. 10 и 11.

На примере 2 показан алгоритм выбора прокатной балки по данным рис. 6–11.

Пример 2. На основании представленных исходных данных и по результатам выбора шага балок установлено, что нормативное значение нагрузки на балку составляет $q_n = 30,0$ кН/м, а расчетное – $q = 36,0$ кН/м. Определим по номограммам, какое рекомендуется применить сечение при пролете балки $l = 12,0$ м.

Анализ представленных ниже номограмм позволяет установить, что наиболее применимым по значению действующей нагрузки будет сечение, выполненное по ГОСТ Р 57837–2017.

Номограммы выбора сечения балок с применением швеллеров стальных горячекатаных по ГОСТ 8240–97

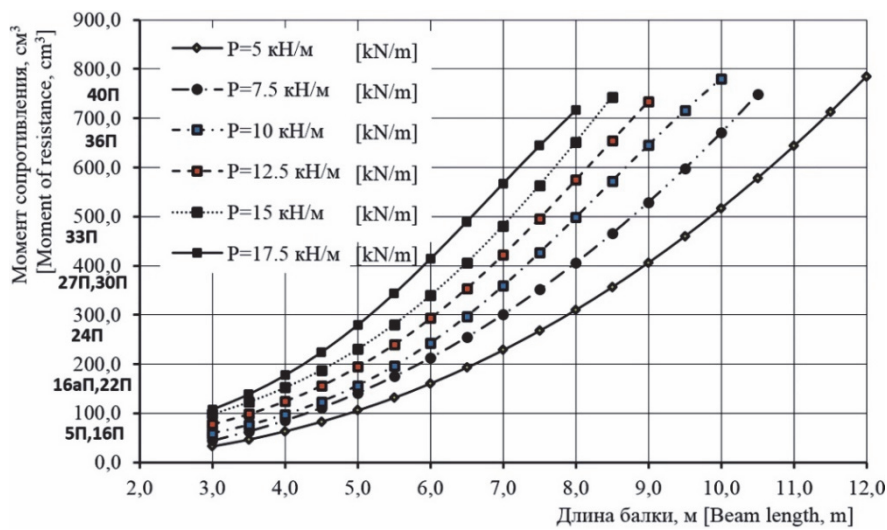


Рис. 6. Номограмма выбора сечения балок из швеллера по ГОСТ 8240–97 по критерию требуемого момента сопротивления
Figure 6. Nomogram for selecting the cross-section of beams from a channel in accordance with GOST 8240–97 according to the criterion of the required moment of resistance

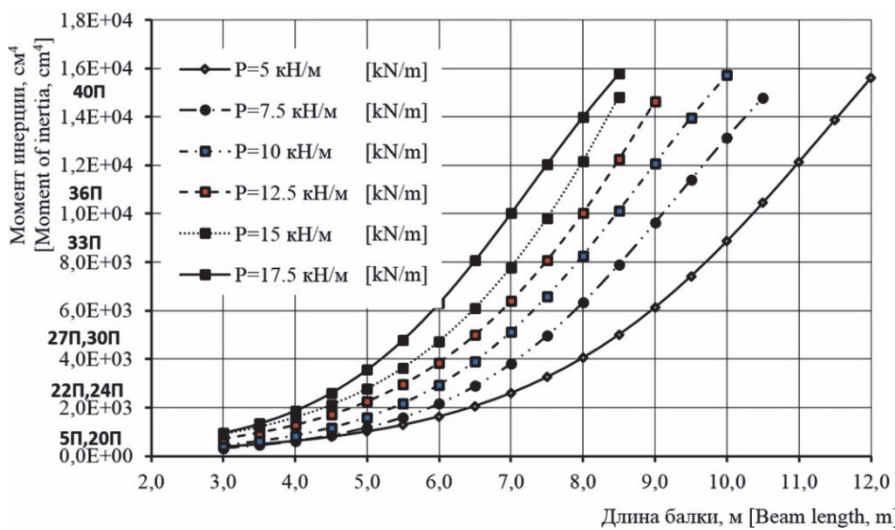


Рис. 7. Номограмма выбора сечения балок из швеллера по ГОСТ 8240–97 по критерию требуемого момента инерции
Figure 7. Nomogram for selecting the cross-section of beams from a channel according to GOST 8240–97 according to the criterion of the required moment of inertia

Номограммы выбора сечения балок с применением нормального двутавра по ГОСТ Р 57837–2017

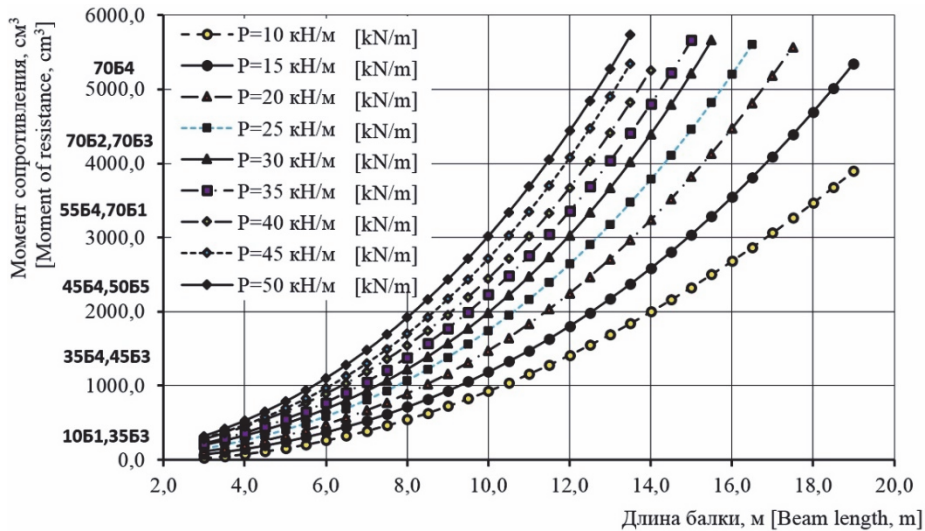


Рис. 8. Номограмма выбора балок сечением из нормального двутавра по ГОСТ Р 57837–2017 по критерию требуемого момента сопротивления

Figure 8. Nomogram for the selection of beams with a section from a normal I-beam in accordance with GOST R 57837–2017 according to the criterion of the required moment of resistance

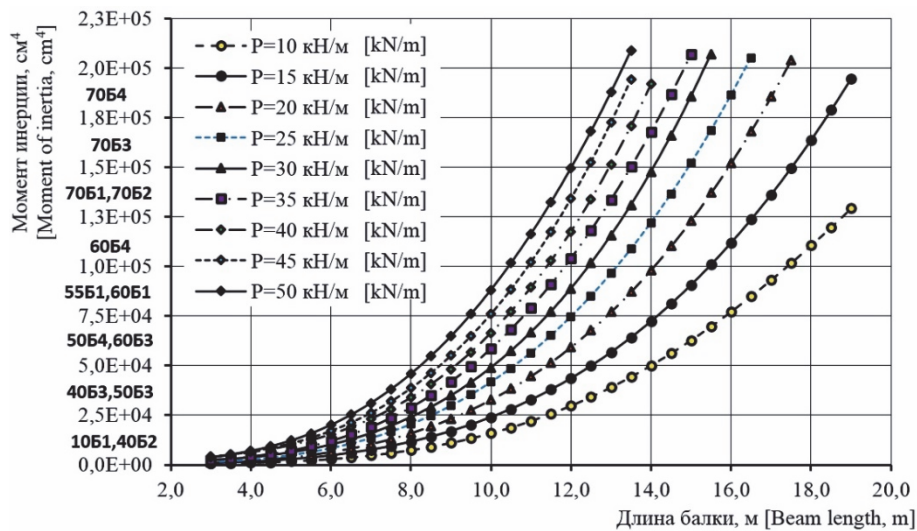


Рис. 9. Номограмма выбора балок сечением из нормального двутавра по ГОСТ Р 57837–2017 по критерию требуемого момента инерции

Figure 9. Nomogram for the selection of beams with a section from a normal I-beam in accordance with GOST R 57837–2017 according to the criterion of the required moment of inertia

Определим требуемое сечение из нормального двутавра:

– по данным номограммы рис. 8 по критерию требований первой ГПС рекомендовано сечение из нормального двутавра 70 Б1;

– по данным номограммы рис. 9 по критерию требований второй ГПС рекомендовано сечение из нормального двутавра 60 Б1.

Принимаем сечение из нормального двутавра 70 Б1 с погонным весом 129,3 кг/м.

Определим требуемое сечение из широкополочного двутавра:

– по данным номограммы рис. 10 по критерию требований первой ГПС рекомендовано сечение из нормального двутавра 40 Ш6;

– по данным номограммы рис. 11 по критерию требований второй ГПС рекомендовано сечение из нормального двутавра 40 Ш5.

Принимаем сечение из широкополочного двутавра 40 Ш6 с погонным весом 238,1 кг/м.

Окончательно принимаем сечение из нормального двутавра 70 Б1.

Номограммы выбора сечения балок с применением широкополочного двутавра по ГОСТ Р 57837-2017

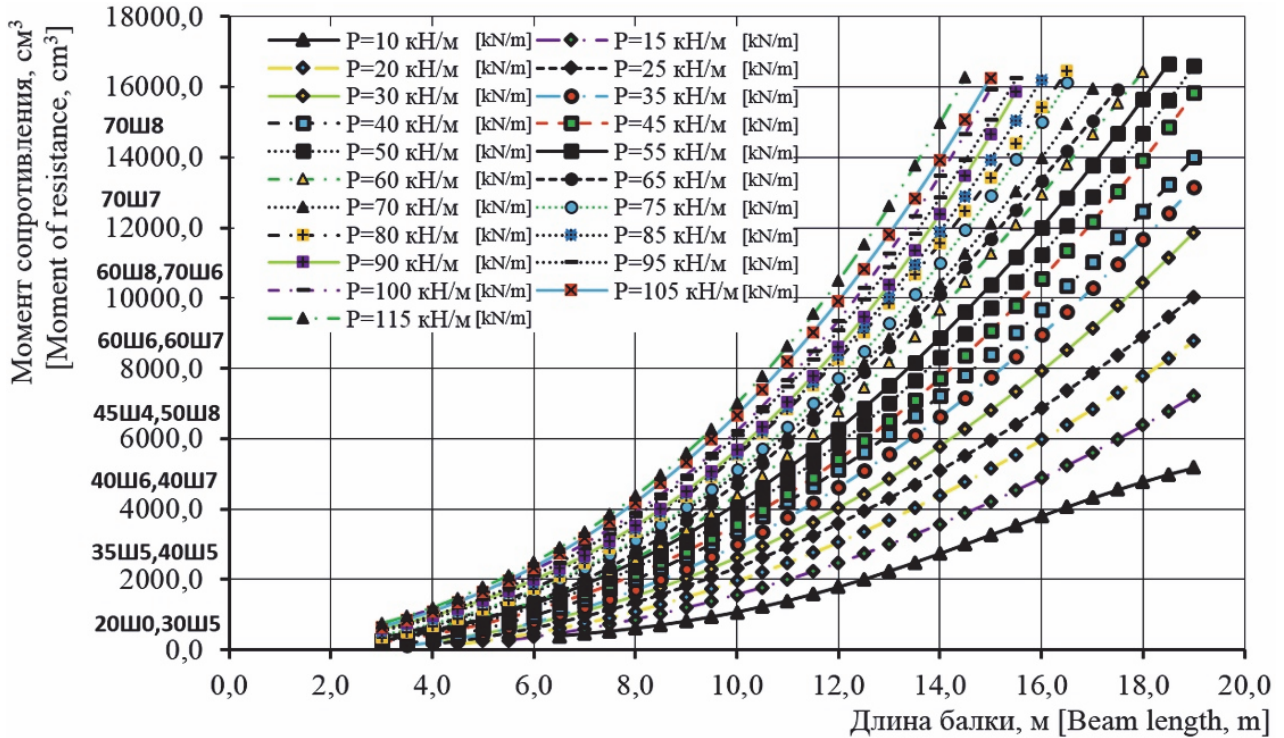


Рис. 10. Номограмма выбора балок сечением из широкополочного двутавра по ГОСТ Р 57837–2017 по критерию требуемого момента сопротивления

Figure 10. Nomogram for the selection of beams with a cross-section from a wide-flange I-beam in accordance with GOST R 57837–2017 according to the criterion of the required moment of resistance

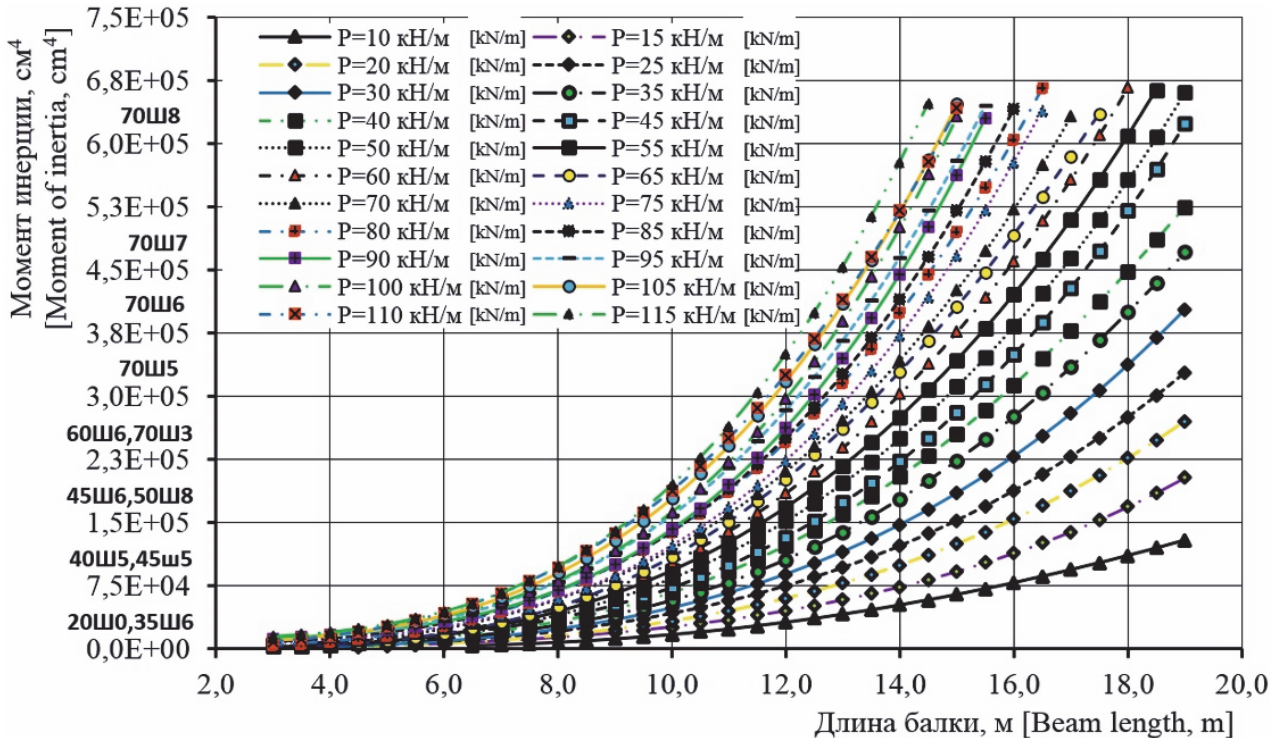


Рис. 11. Номограмма выбора сечения балок сечением из широкополочного двутавра по ГОСТ Р 57837–2017 по критерию требуемого момента инерции

Figure 11. Nomogram for the selection of the cross-section of beams with a cross-section of a wide-flange I-beam in accordance with GOST R 57837–2017 according to the criterion of the required moment of inertia

Заключение

По результатам серии расчетов определены области рациональной работы стальных прокатных балок, закрепленных от потери устойчивости, для актуальных на момент написания статьи сортаментов (ГОСТ 8240–97 и ГОСТ Р 57837–2017), исходя из требований расчета по методу предельных состояний.

Предложены уточненный алгоритм компоновки балочных клеток и уточненная методика расчета сечения прокатных балок, позволяющие компоновать размеры балочной клетки с минимальным расходом стали, и обосновано увеличение габаритных размеров ячеек рабочих площадок.

Уточненный алгоритм компоновки балочных клеток заключается в том, что для применения рационального сечения прокатных балок настила следует варьировать шагом балок (без необходимости изменения исходных размеров типовой ячейки балочной клетки) или корректировать длину балок (при этом необходимо изменить один из исходных размеров типовой ячейки балочной клетки, например, для нормального варианта – это шаг главных балок).

Полученные данные могут быть рекомендованы в качестве приложений по выбору сечений к актуальным на момент публикации статьи сортаментам стального проката.

Список литературы / References

1. Perelmuter A.V. The constructive form number one. *Metal constructions*. 2012;18(1):27–39. (In Russ.)
Перельмутер А.В. Конструктивная форма номер один // Металлические конструкции. 2012. Т. 18. № 1. С. 27–39.
2. Gorjachevskij O.S. Optimization of simply supported castellated I-beams loaded by a uniformly distributed load. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2019;15(4):58–65. <http://dx.doi.org/10.22337/2587-9618-2019-15-4-58-65>
3. Ali Laftah Abbas, Abbas Haraj Mohammed, Raad Dheyab Khalaf, Khattab Saleem Abdul-Razzaq. Finite Element Analysis and Optimization of Steel Girders with External Prestressing. *Civil Engineering Journal*. 2018;4(7):1490–1500. <http://dx.doi.org/10.28991/cej-0309189>
4. Demidov N.N. Application of pre-stressed cross-beams of two directions made of steel rolled double tees. *Industrial and Civil Engineering*. 2016;(12):81–84. (In Russ.)
Демидов Н.Н. Применение предварительно напряженных перекрестных балок двух направлений из стальных прокатных двутавров // Промышленное и гражданское строительство. 2016. № 12. С. 81–84.
5. Vedyakov I.I., Konin D.V., Yeremeyev P.G. Development of new standard (GOST R) for wide flange I-profile. *Construction Materials, the Equipment, Technologies of XXI Century*. 2017;3–4(218–219):40–43. (In Russ.)
Ведяков И.И., Конин Д.В., Еремеев П.Г. Разработка нового стандарта (ГОСТ Р) для выпуска двутавров с широкими полками // Строительные материалы, оборудование, технологии XXI века. 2017. № 3–4 (218–219). С. 40–43.
6. Tusnin A.R. Steel framework of a low-rise building. *Industrial and Civil Engineering*. 2017;(11):18–22. (In Russ.)
Туснин А.Р. Стальной каркас малоэтажного здания // Промышленное и гражданское строительство. 2017. № 11. С. 18–22.
7. Gebre T.H. The development of chart based method for steel beam designs using the Russian sections. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 2018;14(6):495–501. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-6-495-501>
8. Williams A. *Steel structures design ASD/LRFD*. The McGraw-Hill Companies; 2011. p. 201–204.
9. Segui W.T. *Steel design*. 5th edition. Cengage Learning; 2013. p. 227–228.
10. Subramanian N. *Design of steel structures theory and practice*. Oxford University Press; 2010. p. 117–119.
11. Kindmann R., Kraus M. *Steel structures design using FEM*. Wilhelm Ernst & Sohn; 2011. <https://doi.org/10.1002/9783433600771.fmatter>
12. *Steel construction manual*. 14th edition. American Institute of Steel Construction; 2011.
13. Moore D.B., Brown D.G., Pope R.J. *Handbook of structural steelwork*. BCSA Publication No. 55/13. 2013. p. 440.
14. *Building research, worked examples for the design of steel structures BRE SCI based on BSI & Eurocode 3*. 1.1. 1994.
15. Bernuzzi C., Cordova B. *Structural steel design to Eurocode 3 and AISC specifications*. 2016. p. 218.
16. Streleckij N.S., Geniev A.N., Belenja E.I., Baldin V.A., Lessig E.N. *Metallicheskie konstrukcii [Metal structures]*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1961. p. 121–127. (In Russ.)
Стрелецкий Н.С., Гениев А.Н., Беленя Е.И., Балдин В.А., Лессиг Е.Н. Металлические конструкции / под ред. Н.С. Стрелецкого. М.: Стройиздат, 1961. С. 121–127.
17. Kuznecov V.V. (ed.) *Metal structures. Part 1. General part*. Moscow: ASV Publ., 1998. (In Russ.)
Металлические конструкции: в 3 т. Т. 1. Общая часть / под общ. ред. В.В. Кузнецова; ЦНИИпроектстальконструкция имени Н.П. Мельникова. М.: АСВ, 1998. 576 с. (Справочник проектировщика).
18. *Manual on the selection of sections of elements of building steel structures (part 2)*. Moscow: ЦНИИпроектстальконструкция имени Н.П. Мельникова Publ.; 1987. (In Russ.)
Руководство по подбору сечений элементов строительных стальных конструкций: в 3 ч. М.: ЦНИИпроектстальконструкция имени Н.П. Мельникова, 1987. Ч. 2. 74 с.
19. Gebre T.H., Negash N.A. The development of strength curve for compressive members using three different codes: 9 AISC, Eurocode and Russian steel construction. *Engineering Systems – 2018: International Scientific and Applied Conference*. Moscow; 2018. p. 59–67.

20. Galishnikova V.V., Pahl P.J Analysis of frame buckling without sidesway classification. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018;14(4):299–312. <http://dx.doi.org/1815-5235-2018-14-4-299-312>
21. Winkler R., Kindmann R., Knobloch M. Lateral torsional buckling behavior of steel beams – on the influence of the structural system. *Structures*. 2017;(11):178–188. <http://dx.doi.org/10.1016/j.istruc.2017.05.007>
22. Utkin V.S., Solovyev S.A The evaluation of ultimate load on existing steel beams by deflection criterion. *Building and Reconstruction*. 2016;6(68):85–89. (In Russ.)
Уткин В.С., Соловьев С.А. Определение предельной нагрузки на металлическую балку по критерию перемещений (прогиба) на стадии эксплуатации // Строительство и реконструкция. 2016. № 6 (68). С. 85–89.
23. Utkin V.S., Solovyev S.A. Reliability analysis of existing steel beams with reduction (degradation) of the rigidity of the support. *Building and Reconstruction*. 2017;5(73):58–66. (In Russ.)
Уткин В.С., Соловьев С.А. Расчет надежности металлических балок с учетом снижения (деградации) жесткости опорных закреплений на стадии эксплуатации // Строительство и реконструкция. 2017. № 5 (73). С. 58–66.
24. Marutyán A.S. I-shaped bent closed profiles with tubular shelves and calculation of the optimal layout of their composite sections. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(5):334–350. (In Russ.) <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-5-334-350>
Марутян А.С. Двутавровые гнутозамкнутые профили с трубчатыми полками и расчет оптимальной компоновки их составных сечений // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 5. С. 334–350. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-5-334-350>
25. Marutyán A.S. Comparative calculation of optimal parameters of channel bent and bent closed profiles. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2019;15(6):415–432. (In Russ.) <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-6-415-432>
Марутян А.С. Сравнительный расчет оптимальных параметров швеллерных гнутых и гнутозамкнутых профилей // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 6. С. 415–432. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-6-415-432>
26. Bryantsev A.A., Absimetov V.E., Lalin V.V. The effect of perforations on the deformability of welded beam with corrugated webs. *Magazine of Civil Engineering*. 2019;87(3):18–34. (In Russ.) <https://doi.org/10.18720/MCE.87.2>
27. Demidov N.N. Design of steel beams cross three directions with Sprengel. *Magazine of Civil Engineering*. 2017;4:46–53. <https://doi.org/10.18720/MCE.72.6>
28. Hanus F., Vassart O., Caillet N., Franssen J.-M. High temperature full-scale tests performed on S500M steel grade beams. *Journal of Constructional Steel Research*. 2017;133:448–458. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2017.03.001>
29. Liu X., Wang Y., Ban H., Liu M., Veljkovic M., Bijlaard F.S.K. Flexural strength and rotation capacity of welded I-section steel beams with longitudinally profiled flanges. *Journal of Constructional Steel Research*. 2020;173:106255. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2020.106255>
30. Wang Y., Liu X., Ban H., Liu M., Shi Y., Wang Y. Deformation behavior at SLS of welded I-section steel beams with longitudinally profiled flanges. *Journal of Constructional Steel Research*. 2018;146:122–134. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2018.03.033>
31. Krylov A.S. Experimental assessment numerical simulation of steel beams with different boundary conditions. *Building and Reconstruction*. 2019;1(81):48–55. (In Russ.)
Крылов А.С. Экспериментальная оценка точности расчетов стальных балок при различных граничных условиях // Строительство и реконструкция. 2019. № 1 (81). С. 48–55. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2019-81-1-48-55>
32. Yan X.-L., Li G.-Q., Wang Y.B., Jiang J. Experimental and numerical investigation on flexural-torsional buckling of Q460 steel beams. *Journal of Constructional Steel Research*. 2020;174:106276. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2020.106276>
33. Bonopera M., Kuo-Chun Chang, Chun-Chung Chen, Tzu-Kang Lin, Tullini N. Bending tests for the structural safety assessment of space truss members. *International Journal of Space Structures*. 2018;33(3–4):138–149. <https://doi.org/10.1177/0266351118804123>
34. Haji M., Azarhomayun F., Ghiami Azad A.R. Numerical investigation of truss-shaped braces in eccentrically braced steel frames. *Magazine of Civil Engineering*. 2021;102(2):10208. <https://doi.org/10.34910/MCE.102.8>
35. Kiss L.P. Stability of fixed-fixed shallow arches under arbitrary radial and vertical forces. *Magazine of Civil Engineering*. 2020;95(3):31–41. <https://doi.org/10.34910/MCE.102.8>
36. Zongxing Zhang, Shanhua Xu, Hao Wang, Biao Nie, Chao Su. Flexural buckling behavior of corroded hot-rolled H-section steel beams. *Engineering Structures*. 2021;229:111614. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111614>
37. Feng R., Liu J., Chen Z., Roy K., Chen B., Lim J.B.P. Numerical investigation and design rules for flexural capacities of H-section high-strength steel beams with and without web openings. *Engineering Structures*. 2020;225:111278. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111278>
38. Nabati A., Ghanbari-Ghazijahani T., Valipour H.R. Innovative flitch sandwich beams with steel core under four-point bending. *Engineering Structures*. 2020;233:111724. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111724>
39. Jia-LinMa, Tak-Ming Chan, Ben Young. Cold-formed high strength steel tubular beam-columns. *Engineering Structures*. 2020;232:111618. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111618>
40. Moon-Young Kim, Nemekhbayar Nanzad, Umar Hayat. Effects of un-bonded deviators on the out-of-plane buckling of steel H-beams pre-stressed by a straight tendon cable. *Engineering Structures*. 2020;214:110566. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110566>

СЕЙСМОСТОЙКОСТЬ СООРУЖЕНИЙ SEISMIC RESISTANCE

DOI 10.22363/1815-5235-2021-17-2-188-198
UDC 69.05

RESEARCH ARTICLE / НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Seismic retrofitting of buildings using Building Information Modeling

Lami S. Dereje^{1,2*}, Gizachew M. Dabi^{1,3}, Tewodros T. Baza^{1,3}, Marina I. Rynkovskaya¹

¹Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation

²Bule Hora University, P.O. Box 144, Bule Hora, Oromia, Federal Democratic Republic of Ethiopia

³Arba Minch University, P.O. Box 21, Arba Minch, SNNPR, Federal Democratic Republic of Ethiopia

*sdlami@yahoo.com

Article history

Received: January 21, 2021

Revised: March 24, 2021

Accepted: April 6, 2021

Abstract. Building Information Modeling (BIM), in the last couple of decades, has emerged as a technology that can be used in combination with different methodologies in the fields of architecture, engineering, and construction industry as a digital model to facilitate the planning and design process, construction and maintenance. Using the tools of BIM, the stakeholders generate the digital models that can help them to identify the problems. A total of 24 conference papers, referenced journal articles, and other academic sources were analyzed based on their relevance and research focus areas. This article provides a review on the integration of building information modeling with different methodologies for seismic retrofitting of both structural and non-structural components of buildings. Pre-seismic and post-seismic applications of Building Information Modeling with the integration of different methodologies have been reviewed over building life cycles with a view of addressing the challenges and recommending the future research perspectives. In the end, by stating the possibilities of integration of BIM tools with different methodologies mainly using Performance-Based Earthquake Engineering as a paradigm which is fully probabilistic, this paper concludes that the implication of the Building Information Modeling with the integration of different methodologies isn't merely the inclusion of the certain conditions, but also of the numerical integration of all the possible uncertainties.

Keywords: Architecture, Engineering & Construction Collection, Building Information Modelling, seismic retrofitting, building life cycle, project cost estimating, building maintenance cost optimization

For citation

Dereje L.S., Dabi G.M., Baza T.T., Rynkovskaya M.I. Seismic retrofitting of buildings using Building Information Modeling. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2021;17(2):188–198. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-2-188-198>

Lami S. Dereje, master of the Department of Civil Engineering, Academy of Engineering of the RUDN University, assistant lecturer in the Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering of the BHU; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-9852-3576>

Gizachew M. Dabi, master of the Department of Civil Engineering, Academy of Engineering of the RUDN University, assistant lecturer in the Department of Civil Engineering, Institute of Technology of the AMU; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9669-6177>

Tewodros T. Baza, master of the Department of Civil Engineering, Academy of Engineering of the RUDN University, assistant lecturer in the Department of Civil Engineering, Institute of Technology of the AMU; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-6752-4103>

Marina I. Rynkovskaya, Director of the Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, PhD, Docent; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-2206-2563>, eLIBRARY SPIN-code: 9184-7432.

© Dereje L.S., Dabi G.M., Baza T.T., Rynkovskaya M.I., 2021



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Сейсмическое переоснащение зданий с использованием информационного моделирования зданий

Л.С. Дередже^{1,2*}, Г.М. Даби^{1,3}, Т.Т. База^{1,3}, М.И. Рынковская¹

¹Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

²Университет Буле-Хоры, Федеративная Демократическая Республика Эфиопия, Оромия, Буле-Хора, п/я 144

³Университет Арба-Мынчы, Федеративная Демократическая Республика Эфиопия, Область Народностей Южной Эфиопии, Арба-Мынч, п/я 21

*sdlami@yahoo.com

История статьи

Поступила в редакцию: 21 января 2021 г.

Доработана: 24 марта 2021 г.

Принята к публикации: 6 апреля 2021 г.

Аннотация. В последние несколько десятилетий появилась технология информационного моделирования зданий (BIM), которая может использоваться в сочетании с различными методологиями в области архитектуры, проектирования и строительства в качестве цифровой модели для облегчения процесса планирования и проектирования, строительства и технического обслуживания. Используя инструменты, заинтересованные стороны генерируют цифровые модели, способствующие определению проблемы. Опираясь на актуальность и направление исследований были проанализированы в общей сложности 24 доклада конференций, ссылки на журнальные статьи и другие академические источники. Представлен обзор интеграции информационного моделирования зданий с различными методологиями сейсмического переоснащения как структурных, так и неструктурных компонентов зданий. Предсейсмические и постсейсмические приложения информационного моделирования зданий с интеграцией различных методологий были рассмотрены в течение жизненного цикла зданий с целью решения проблем и рекомендации будущих перспектив исследований. Предполагая возможность интеграции инструментов BIM с различными методологиями, в основном использующими основанную на производительности сейсмотехнику (PBEE) в качестве парадигмы, которая является полностью вероятностной, делается вывод о том, что следствием информационного моделирования зданий с интеграцией различных методологий является не только включение определенных условий, но и численное интегрирование всех возможных неопределенностей.

Ключевые слова: проектирование и строительство, информационное моделирование зданий, сейсмическое переоснащение, жизненный цикл здания, оценка стоимости проекта, оптимизация затрат на техническое обслуживание здания

Для цитирования

Dereje L.S., Dabi G.M., Baza T.T., Rykovskaya M.I. Seismic retrofitting of buildings using Building Information Modeling // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2021. Т. 17. № 2. С. 188–198. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-2-188-198>

Introduction

In the past, the seismic retrofit was done in order to achieve a specific public safety objective, but engineering solutions were often limited by economic and political considerations [1]. However, with the development of Performance-Based Earthquake Engineering (PBEE), several levels of performance objectives are gradually recognized [2]. As different studies are conducted in the area of structural design and retrofitting stakeholders visualized that in structural engineering the amount of damage, the economic loss, and the repair cost of structures were improperly high, even though those structures are designed with available seismic codes based on traditional design philosophy [3]. Consequently, Building Information Modeling (BIM) plays an important role to reduce the amount of damage and economic loss throughout the building life cycle. Building Information Modelling (BIM) is a digital representation of an entire construction process (design, construction, and manage-

Дередже Лами Силеши, магистрант департамента строительства Инженерной академии РУДН, ассистент департамента гражданского строительства инженерного факультета УБХ; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-9852-3576>

Даби Гизачеу Мегерс, магистрант департамента строительства Инженерной академии РУДН, ассистент департамента гражданского строительства Технологического института УАМ; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9669-6177>

База Теводрос Темеде, магистрант департамента строительства Инженерной академии РУДН, ассистент департамента гражданского строительства Технологического института УАМ; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-6752-4103>

Рынковская Марина Игоревна, директор департамента строительства Инженерной академии РУДН, к. т. н., доцент; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-2206-2563>, eLIBRARY SPIN-код: 9184-7432.

ment across the entire lifecycle) [4]. BIM design tools provide a new approach and can help rehabilitate and retrofit buildings. BIM helps users create highly detailed 3D structural and non-structural models of buildings and infrastructures to enable public, government, engineering, construction, and business communities to better understand the task holistically and plan alternatives. In addition, the BIM process can help identify, diagnose and even predict problems that buildings might experience in the future by simulating such seismic events and their impacts. Several studies have been focused on the acceptance and implementation of BIM in the sector [5–8].

Literature review

Building Information Modeling and its application. Technology can play a significant role in ensuring the quality of construction [9]. BIM technology can support multiple techniques such as the construction simulation, information statistics, the management of the various processes reflected in the contents of the visual, which can strengthen the management of control [9]. BIM is based on three-dimensional (3D) digital technology and integrates all of the information in the construction project lifecycle while providing a detailed expression of project-related information [10]. If the main affecting factors of the quality of the project, such as human, equipment, and materials can be well controlled, the quality of construction can be secured [11]. So, the use of BIM is mainly to play an effective role in controlling these factors starting from architectural design to project completion and further building life cycle control. In fact, BIM technology application on the construction site of different people, reasonable division of labor, so that everyone can play its greatest role in the process of construction and make their own analysis on the key and difficult work, to avoid the possible risks in the process of construction.

Benefits of Building Information Modeling for stake holders. The perspective of the key stakeholders regarding BIM is fundamental since they achieve direct benefits from its adoption. The approach BIM can remarkably improve the association among stakeholders bringing an added value to their business. Indeed, the collaboration among stakeholder can increase organizational capacities which enhance the performance of the project management during the design and construction process [12]. According to a survey conducted on the benefit of BIM [13], the firms that adopted BIM were asked to indicate benefits that they experienced. According to their responses the following top benefits (frequency rate 13% for each answer) emerge: a) improvement of the collective project understanding; b) improvement of the stakeholders' collaboration; c) improvement of the project quality. The other benefits are ranked just behind: a) reduction of errors and changes during the design phase (11%); b) reduction of errors and changes during the production and construction phase (11%). Referring to the analysis obtained from the survey [13], 50% of respondents (6 firms) state to use BIM in their professional activity, but only 3 firms are using it for all projects. The survey reveals a low and medium level of knowledge and ability to use BIM.

Building Information Modeling for existing buildings. According to a reviewed research on the application of BIM overbuilding life cycle [14], most of the BIM research focuses mainly on the preliminary and construction stages. However, in recent years significant investments were made in retrofitting of existing buildings with the aim to realize a strong functional, energy, and seismic refurbishment. BIM can play a vital role in retrofitting of existing buildings. Applying of BIM methodology to existing construction follows detailed documentation study and accurate analysis of the real state of the building [15].

Building Information Modeling as support of seismic design. In urban areas due to an increase in population the horizontal expansion of building has been changed to vertical rising. High rise buildings have become considered as urban infrastructures as bridges and highways. Design of this high-rise buildings need to be designed so that the buildings resist earthquake forces. Although BIM technology can be applied over the building lifecycle its importance in designing for seismic has a wide range. BIM integrates early earthquake safe design considerations that doesn't need design modifications during the construction phase. Fundamentally, with BIM, any elements of a building can be modeled and designs can also be validated using BIM [16].

BIM for Retrofitting of Earthquake affected structures. BIM not only assists engineers while working on designs from the beginning but also ensures that the structure is restored as it was before the earthquake [16]. In fact, BIM plays a vital role in the process of retrofitting of earthquake affected structures. BIM captures the reality of any structures with the help of point cloud information and converting it to 3D BIM models or photogrammetry. It is expected to analyze the captured information model using BIM structural software to check the displacements under the seismic loads through virtual simulation. Additionally, different information and data can be extracted for the retrofitting decisions.

Methodology

A literature search was carried out based on the title, abstract, and keywords. It was carried out as per journal publication search engine, i.e., Google Scholars, different databases, and other platforms. But the searching focus was on the Google search engine. Keywords were very crucial for the success of searching the literature. The key words applied in literature searching include ‘Architecture, Engineering, and Construction (AEC)’, ‘Building Information Modelling (BIM)’, ‘Seismic Retrofitting’, ‘Building Life Cycle’, ‘Project Cost Estimating’, ‘Building Lifecycle’, ‘Building Maintenance cost optimization’. Articles from journals, conference proceedings, published case studies, press releases, online articles, professional presentations and review papers were used. All the above-stated sources were published and publicized within the last two decades and the latest publication is published in 2020. A total of 31 papers were studied which specifically concentrating on retrofitting and Building Information Modeling (BIM). The journals used in this review search are journals of Engineering and construction: ‘Automation in Construction’, ‘The Open Construction and Building Technology’, ‘Advanced Engineering Informatics’, ‘International Association for the Seismic Performance of Non-Structural Elements’, ‘International Journal of Safety and Security Engineering’, ‘Building and Environment (B&E)’, and ‘Building Simulation (BS)’. The most cited journal was ‘Automation in Construction’. The reviewed papers were further classified based on two of five main stages of project lifecycle ‘repair and maintenance & operation and demolition’ of structural and non-structural elements of the building. It is important that the findings are not explained at each stage of the building life cycle, because the review is only concentrating on the application of BIM on seismic retrofitting of buildings and remedial action to be taken for further action. The literature review was carried to analyze the current trend of Building Information Modeling over seismic retrofitting. The details of the selected findings are discussed in the next section of this review.

Research findings

Seismic risk analysis consists of hazard, vulnerability, and exposure. Recently, research revealed that all retrofitting options with BIM are utilized Performance-Based Earthquake Engineering (PBEE) design as a paradigm which is fully probabilistic and consists of numerical integration of all the conditional probabilities, propagating the uncertainties from one level of analysis to the next [17]. Compatibly, BIM software has built-in cost estimating features in which material quantities are extracted automatically and can be updated when any changes are made in the whole model. As per conducted research the visualization of damages, scheduling, and cost estimation of retrofitting buildings are applied for both pre-seismic retrofitting and post-seismic retrofitting Using Building Information Modeling [4; 14; 18].

Building Information Modeling for 3D visualization damage state assessment of building. The assessment of the post-earthquake state of structures is a concern of Architectural, Engineering and Construction (AEC) industry, with the help of Pacific Earthquake Engineering Research (PEER) as a paradigm. PEER developed an appropriate basis for seismic damage assessment, cost estimation and scheduling for post-earthquake building retrofitting with lack of visualization tools in the platform. To integrate this visualization with PEER a two-storey reinforced concrete special-moment-resisting-frame structure designed by Haselton [19] has been used as model and a methodology has been proposed [20] which integrates Building Information Modeling (BIM) with the framework of PEER to provide 3D damage assessment visualization, the expected retrofitting cost and scheduling for different level of seismic intensity. In fact, time and cost estimation are a platform in the BIM and represented as four-dimensional (4D) and five-dimensional (5D) simulations respectively. The proposed method follows numerical simulations and a combination of the extracted probabilistic response distributions with appropriate fragility curves, to evaluate all possible damages scenarios [20]. The numerical calculations give repair cost estimation per element, element group, storey, and building at different intensity levels of the earthquake. Additionally, in an automated relation database and scheduling software, the building elements are classified according to their damage state in work breakdown structures (WBS) and assigned to specific repair activities of fixed productivity rate to estimate the time and cost of retrofitting. As per the simulation [20], the damage states vary and classified as “no damage” – no action needed, “slight damage” – repairable (low-cost repairs), “moderate damage” – repairable (repairs are cost-effective), “severe damage” – needs replacement (repairs are not cost-effective), and “collapse” – total loss. By comparing building damages at various intensity levels as they are illustrated in Figures 1 and 2 for $S_a(T1)$ equal to 1.2 g, it is possible to understand the need to utilize this technology in PBEE. This research revealed that the possibility and importance of BIM technology in PBEE by comparing the build-

ding damage state at different levels ($Sa(T1)$ equal to 0.3, 0.6, 0.9, 1.2, 1.8, and 2.4 g). As shown in Figure 1 the 3D damage state of the following simulations are ground floor and first floor at intensity $Sa(T1)$ level 1.2 g. The proposed methodology and colors show the damage state of the building elements. In this sense, the colors black, red, yellow, green, and white describe collapsed, severely damaged, moderately damaged, slightly damaged, and not damaged state of the building elements respectively.

A case study of research conducted on 5D simulation for post-seismic retrofitting [21] which is an RC frame structure with 6 floors and a total height of 25.6 m, an area of 921 m² with a length of 33.6 m and a width of 25.2 m assist that, BIM is a platform which extensively integrates PBEE for seismic rehabilitation of the building. A structural and architectural model which is followed by the proposed methodology for 5D simulation (time scheduling) in the research is shown in Figure 3.

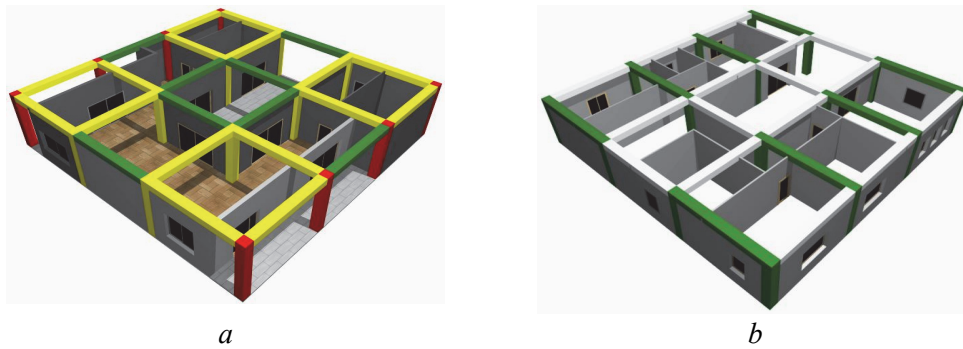


Figure 1. Ground floor (a) and first floor (b) 3D damage visualization at $Sa(T1) = 1.2$ g [20]

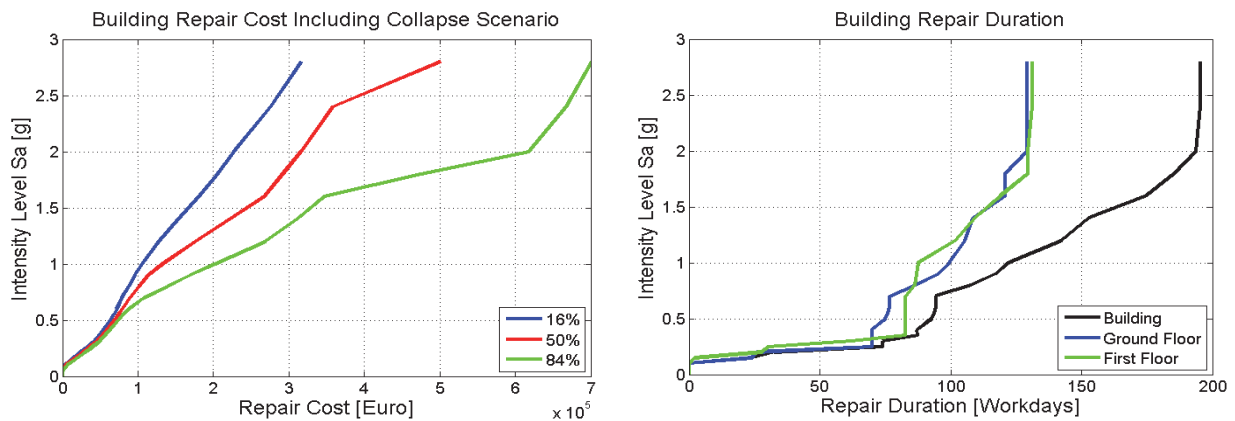


Figure 2. Building repair cost and duration distribution per intensity level $Sa(T1)$ [20]

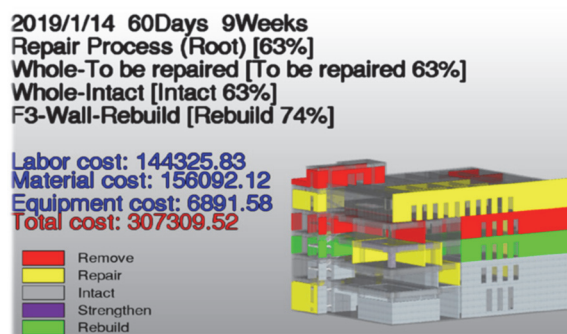


Figure 3. 5D simulation of post-earthquake repair process [22]

Building Information Modeling and Assembly-Based Vulnerability. Researches are integrating different methodology with Building Information Modeling to visualize post-earthquake rehabilitation, but as mentioned in the previous section of this review PEER is serving as a paradigm for all conducted researches related to the thematic area. Here, BIM is integrated with PEER and Assembly-Based Vulnerability (ABV) [22].

Combining the PEER methodology with the ABV method and BIM to achieve an integrated and automated platform for visualizing all scenarios (damage assessment, cost appraisal, work schedules, 3D visualizations, 4D sequencing). ABV is a platform in which seismic vulnerability and performance of structures on a building evaluated [23]. The method is used to determine the structural and non-structural response of buildings by utilizing seismic analysis techniques and corresponding fragility curves to visualize 3D/4D simulations for retrofitting work. Graphisoft’s ArchiCAD has been used for modeling the 3D structural and non-structural building elements with work breakdown structures and simultaneously a relational database management system (RDBMS) is developed which provide a link between the BIM objects and the other database, i.e., one-to-many or many-to-one mapping table to CSI code then to a crew code (e.g., ‘concrete column’ can be assigned to ‘formwork’, ‘casting’, ‘insulation’ and ‘painting’ CSI code).

The developed RDBMS [23] additionally consists of construction sequencing templates (fragnets) that address possible retrofitting scenarios which is the same simulation as stated in the previous section of this paper [20]. The schedule fragnets include the relationships between the construction activities and typically follow the WBS/CSI structure (activities with lower CSI master format codes precede activities with higher CSI codes) [22]. BIM objects and the production rate of the crew assigned based on the CSI code of each object helps to compute the duration of each activity as shown in Figure 4.

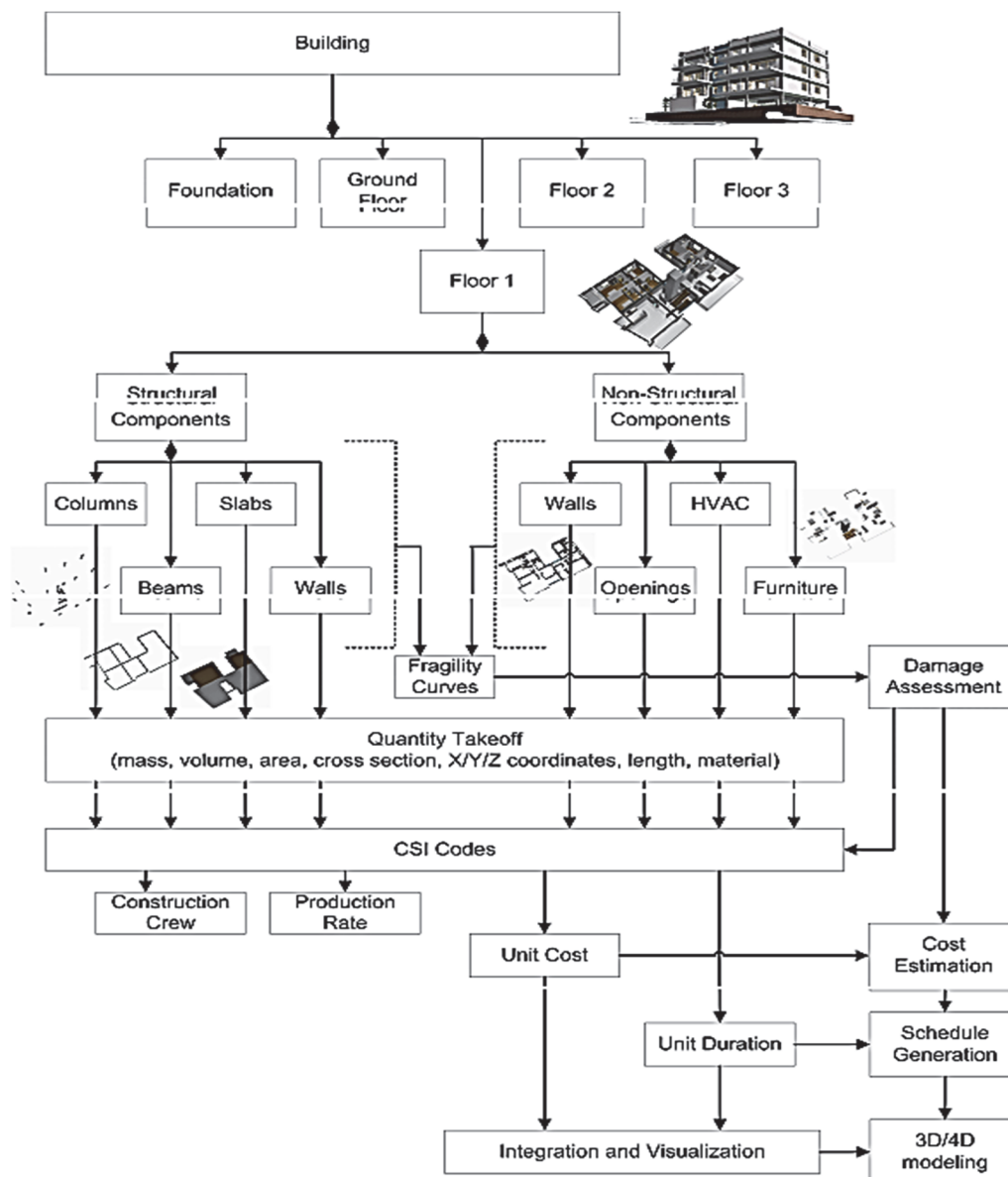


Figure 4. Schematic of BIM/ABV/Cost/Schedule/4D integration [23]

After the structural assessment is made damage measure per building elements computed that is subjected to the fragility curves. Fragility curves relate structural response with various levels of damage. The gradients of damage vary, but typically they are classified as “zero, or slight”, “moderate”, “severe” and “total” damage [23]. Therefore, the damage measure and damage state produced by the structural analysis and the fragility curves for each element of the building can be visualized by appropriately coloring a 3D BIM model. In the case study [23] (Figure 5) 3D BIM, the variables visualized are: (i) the damage state, (ii) the repair cost, and (iii) the repair time. The damage measures are expressed in a continuous variable ranging [0,1] indicating no damage and collapse respectively. In discrete variable, it is expressed with appropriate coloring in the 3D model as green, yellow, red, and black describing ‘slight or no damage with no action needed’, ‘moderate damage as repairable’, ‘severe damage as it needs replacement’ and ‘total losses respectively. Cost and time are represented as continuous variables and colored as in a typical contour plot. In this case study progressive damage/collapse is not taken into account.

From the case study it is possible that by integrating PBEE, BIM (i.e., 3D, 4D and 5D) simulation and ABV to retrofit an existing building post-seismic and the results are shown below in Table.

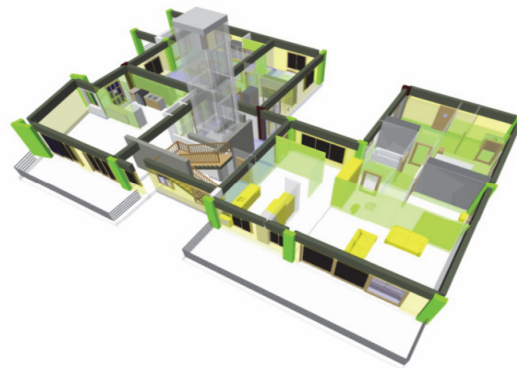


Figure 5. BIM/ABV integration – 3D rendering of building floor showing floor’s damage state (darker colors indicate greater damage) [23]

Damage assessment of building assemblies (excerpt) based on fragility curves [23]

Table

WBS/Assembly component				Fragility/Structural analysis			Fragnet ref. code	Total cost, \$	Total dur, d
Floor	Room	Object type	Object ID	Damage measure	Damage state	Action			
1	101	Beam	BMR-001	0.22	Moderate	Rehab	BMR-RHB	10,000	10
1	101	Beam	BMR-002	0.32	Moderate	Rehab	BMR-RHB	10,000	10
1	101	Beam	BMR-003	0.25	Moderate	Rehab	BMR-RHB	10,000	10
1	101	Beam	BMR-004	0.28	Moderate	Rehab	BMR-RHB	10,000	10
1	101	Column	CLM-001	0.04	Slight	None	–	0	0
1	101	Column	CLM-002	0.05	Slight	None	–	0	0
1	101	Column	CLM-003	0.08	Slight	None	–	0	0
1	101	Column	CLM-004	0.02	Slight	None	–	0	0
1	101	Ext. wall	EWL-001	0.15	Moderate	Rehab	EWL-RHB	2,000	4
1	101	Ext. wall	EWL-002	0.17	Moderate	Rehab	EWL-RHB	2,000	4
1	101	Int. wall	PRT-001	0.05	Slight	Rehab	PRT-RHB	1,000	1
1	101	Int. wall	PRT-002	0.03	Slight	Rehab	PRT-RHB	1,000	1
1	101	Window	WND-001	0.60	Severe	Replace	WND-RPL	1,500	1
1	101	Window	WND-002	0.45	Severe	Replace	WND-RPL	1,500	1
1	101	Window	WND-003	0.62	Severe	Replace	WND-RPL	1,500	1
1	101	Door	DOR-001	0.65	Severe	Replace	DOR-RPL	1,000	1
1	101	Wardrobe	FRN-001	0.16	Moderate	Replace	FRN-RPL	350	0.5
1	101	Bed	FRN-002	0.21	Moderate	Replace	FRN-RPL	250	0.5
1	101	Desk	FRN-003	0.15	Moderate	Replace	FRN-RPL	150	0.5

Semi-probabilistic approach in a BIM model. As mentioned in the previous section of this paper, seismic assessment is currently performed in the research field by means of Performance-Based Earthquake Engineering (PBEE) which is a fully probabilistic methodology. Engineering practitioners rarely adopt a fully probabilistic approach to assessing the seismic hazard at a construction site and performing economic loss assessments [4]. Indeed, a semi-probabilistic method that is integrated with BIM [4] allows security checks to be performed with a probabilistic value, even though the assessment is carried out in a deterministic method. Under this proposed method the randomness of materials is taken into account and characteristic values of material resistance and safety coefficients are assumed for the estimation of structural components capacity.

Recently, methodologies related to the optimal strategy for building seismic retrofit interventions are rarely applicable. However, the life cycle cost (LCC) analysis can be an efficient tool with a simplified methodology to optimize seismic retrofit interventions by considering both safety and economic features [4].

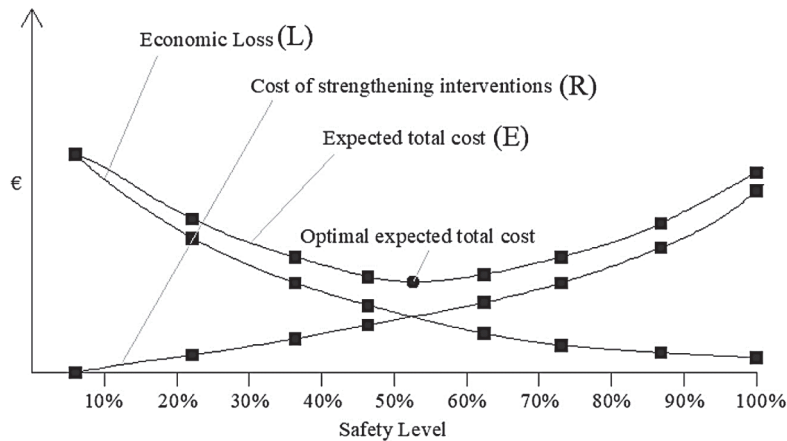


Figure 6. Procedure for the strengthening optimization [4]

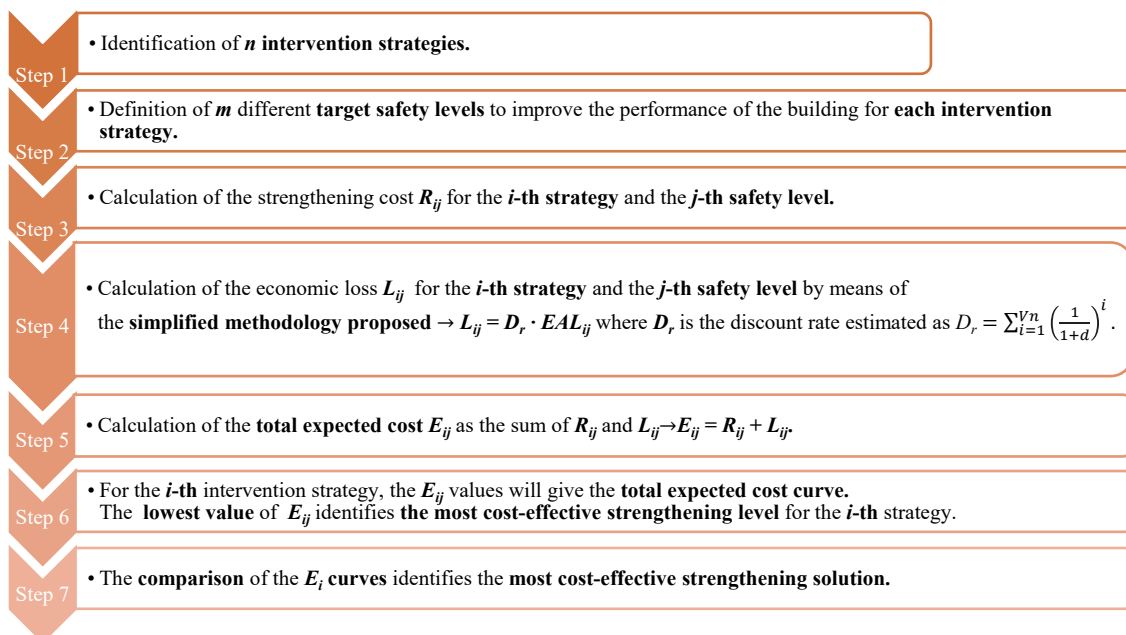


Figure 7. Flowchart of proposed procedure to optimize seismic retrofit interventions [4]

The optimization methodology goal is to point out the most cost-effective strengthening strategies and strengthening levels of existing structures throughout their structural lifetime. The retrofitting intervention strategy is very important to estimate the most cost-effective strengthening solution and economic losses at different intensities of retrofit intervention. According to the proposed methodology, the procedures and expected goal are expressed in Figure 6 and the first curve is ‘economic loss’ which identifies the loss related to different safety

level; ‘cost of the strengthening intervention’ curve which reveals the costs needed to obtain a given safety level; and ‘expected total cost’ curve which is the sum of the previous curves for each safety level. The most cost-effective solution will be the lowest value of the expected total cost and the corresponding safety level. Based on the PEER approach the paths to follow from both a theoretical point of view and in terms of practical implementation in the BIM environment are shown in Figure 7.

The case study [4] was conducted by assuming the location in the city of Naples and is an academic example of a typical Italian facility built in the 1970s with no seismic provision and the proposed methodology has been implemented in a BIM model containing both structural (columns, beams and slabs) and non-structural components (partition walls, windows, and doors) as shown in Figure 8.

From the case study, the proposed methodology successfully integrated with BIM tools and the approach is apparently equivalent to the IN2 method proposed by Dolsek and Fajfar [24]. The expected actualized loss curve and the cost curve, plotted against the safety level, are shown in Figure 9. The summation of the economic loss and strengthening curves plotted against the safety level, produces the total expected cost. Generally, the most cost-effective safety level shows that the most cost-effective safety level for the FRP-based retrofit strategy is about 55% as shown in Figure 9.

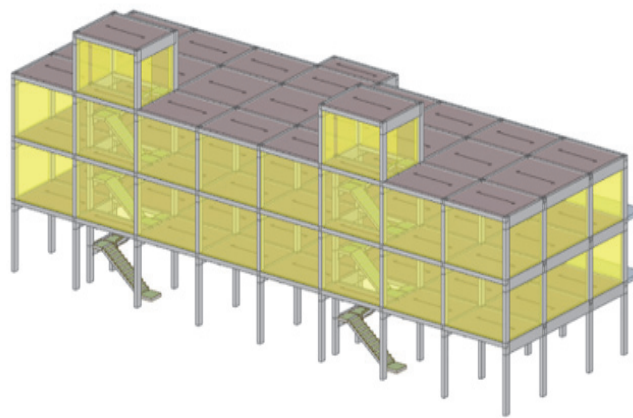


Figure 8. Structural model of the facility [4]

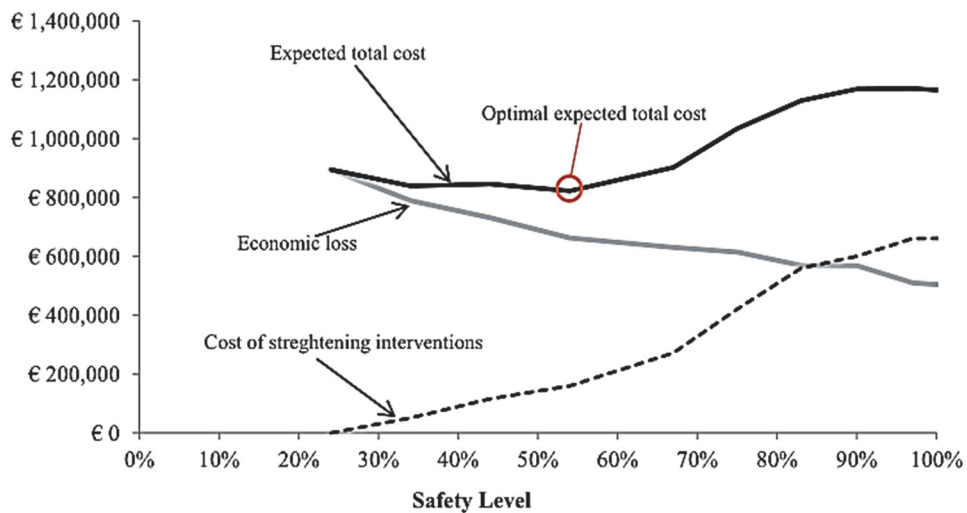


Figure 9. Strengthening optimization procedure in the case study [4]

Conclusions

Results show that Building Information Modeling can be integrated with different proposed methodologies for valuable seismic retrofitting of buildings. In the last two decades, researches on earthquake engineering have focused on the vulnerability and the exposure of different structure subjected to earthquake. Indeed, vulne-

rability is described by probabilistic curves, named fragility curves, which allow observing specific damage levels of both the structural and non-structural components of buildings probability which is a function of Engineering Demand Parameter (EPD). The case studies in the reviewed researches are disclosed the proposed methodologies under integrated approaches of BIM with different seismic retrofitting paradigms. Building Information Modeling components 3D, 4D, and 5D simulations are specifically integrated for damage visualization, scheduling for retrofitting and cost estimation respectively. This research also reveals the benefits of the BIM-based platforms in the evaluation of the economic losses for new and existing buildings and the optimization of the seismic retrofits to existing structures from an economic standpoint. The literature explicitly suggests that lack of expertise is the major barrier in the implementation of BIM for the building life cycle which includes the retrofitting of buildings. It is conceived that the AEC industry through continuous training and increasing awareness the maximum profit of BIM will be achieved. The future of BIM is radiant because the benefit of full implementation of BIM is gradually increasing as several studies are conducted. However, BIM implementation needs more studies in the AEC industry.

References

1. Bennett T.D. Role of BIM in infrastructure seismic retrofits. *Structure*. 2012;45:44–45.
2. Cornell C.A., Krawinkler H. Progress and challenges in seismic performance. Assessment. *PEER Center News*. 2000;3(2):1–2.
3. Lee T.-H., Mosalam K.M. *Probabilistic seismic evaluation of reinforced concrete structural components and systems*. Pacific Earthquake Engineering Research Center; 2006.
4. Vitiello U., Ciotta V., Salzano A., Asprone D., Manfredi G., Cosenza E. BIM-based approach for the cost-optimization of seismic retrofit strategies on existing buildings. *Automation in Construction*. 2019;98:90–101. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2018.10.023>
5. Azhar S., Nadeem A., Mok J., Leung B. Building Information Modeling (BIM): a new paradigm for visual interactive modeling and simulation for construction projects. *Proceedings of First International Conference on Construction in Developing Countries*. 2008:435–446.
6. Succar B. Building information modelling framework: a research and delivery foundation for industry stakeholders. *Automation in Construction*. 2009;18:357–375. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2008.10.003>
7. Azhar S., Khalfan M., Maqsood T. Building Information Modeling (BIM): now and beyond. *Australasian Journal of Construction Economics and Building*. 2012;12(4):15–28. <https://doi.org/10.5130/ajceb.v12i4.3032>
8. Bryde D., Broquetas M., Volm J.M. The project benefits of building information modelling (BIM). *International Journal of Project Management*. 2013;31(7):971–980. <https://doi.org/10.1016/j.ijproman.2012.12.001>
9. Dong R.-R. The application of BIM technology in building construction quality management and talent training. *Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education*. 2017;13(7):4311–4317. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.00860a>
10. Cao D., Li H. Linking the motivations and practices of design organizations to implement building information modeling in construction projects: empirical study in China. *Journal of Management in Engineering*. 2016;32(6):04016013. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ME.1943-5479.0000453](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ME.1943-5479.0000453)
11. Chong H.-Y., Wang X. The outlook of building information modeling for sustainable development. *Clean Technologies and Environmental Policy*. 2016;18(6):1877–1887. <https://doi.org/10.1007/s10098-016-1170-7>
12. Arayici Y., Coates S., Koskela L.J., Kagioglou M., et al. Technology adoption in the BIM implementation for lean architectural practice. *Automation in Construction*. 2011;20(2):189–195. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2010.09.016>
13. Ratajczak J., Malacarne G., Krause D., Matt D. The BIM approach and stakeholders integration in the AEC sector – benefits and obstacles in South Tyrolean context. *4th International Workshop on Design in Civil and Environmental Engineering (DCEE)*. 2015:32–40.
14. Razali M.F., Haron N.A., Salihudin H., et al. A review: application of Building Information Modelling (BIM) over building life cycles. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2019;357:012028. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/357/1/012028>
15. Di Giuda G.M., Villa V., Piantanida P. BIM and energy efficient retrofitting in school buildings. *Energy Procedia*. 2015;78:1045–1050. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2015.11.066>

16. Musella C., Serra M., Salzano A., Menna C., Asprone D. Open BIM standards: a review of the processes for managing existing structures in the pre-and post-earthquake phases. *CivilEng*. 2020;1(3):291–309.
17. Goulet C.A., Haselton C.B., Mitrani-Reiser J., Beck J.L., Deierlein G.G., Porter K.A., Stewart J.P. Evaluation of the seismic performance of a code-conforming reinforced-concrete frame building – from seismic hazard to collapse safety and economic losses. *Earthq. Eng. Struct. Dyn*. 2007;36:1973–1997.
18. Motawa I., Almarshad A. A knowledge-based BIM system for building maintenance. *Automation in Construction*. 2013;29:173–182.
19. Haselton C.B. *Assessing seismic collapse safety of modern reinforced concrete moment frame buildings* (Ph.D. Dissertation). Stanford University; 2006.
20. Georgiou C., Vamvatsikos D., Christodoulou S. BIM-based damage assessment and scheduling for post-earthquake building rehabilitation. *10th European Conference on Product & Process Modelling (ECPM2014)*. 2014.
21. Zhen X., Furong Z., Wei J., et al. A 5D simulation method on post-earthquake repair process of buildings based on BIM. *Earthq. Eng. Eng. Vib*. 2020;19:541–560.
22. Christodoulou S.E., Vamvatsikos D., Georgiou C. *A BIM-based framework for forecasting and visualizing seismic damage. Cost and time to repair*. University of Cyprus; 2010.
23. Porter K.A., Kiremidjian A.S., LeGrue J.S. Assembly-based vulnerability of buildings and its use in performance evaluation. *Earthquake Spectra*. 2001;17(2):291–312. <https://doi.org/10.1193/1.1586176>
24. Dolšek M., Fajfar P. IN2 – a simple alternative for IDA. *13th World Conference on Earthquake Engineering*. Vancouver, B.C., Canada; 2004.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ EXPERIMENTAL RESEARCHES

DOI 10.22363/1815-5235-2021-17-2-199-213

УДК 621.039:621.311.22:519.257:519.222:51-74

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Вероятность существования дефектов, приводящих к разрушению сосуда давления без возникновения течи

Д.А. Кузьмин, М.В. Верташенок*

Всероссийский научно-исследовательский институт по эксплуатации атомных электростанций, Российская Федерация, Москва, ул. Ферганская, д. 25

*rodionova_m@bk.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 25 февраля 2021 г.

Доработана: 10 апреля 2021 г.

Принята к публикации: 17 апреля 2021 г.

Аннотация. *Актуальность.* Для обеспечения безопасности атомной станции на основании требований норм и правил в области использования атомной энергии для трубопроводов первого контура ядерного реактора в проекте должна применяться концепция «течь перед разрушением». Ее основная идея – предотвращение внезапного разрыва трубопроводов контура теплоносителя реактора – состоит в обосновании того факта, что разрыву предшествует образование стабильной сквозной трещины, выявляемой предусмотренными средствами контроля течи. При обосновании концепции предполагается, что «разрушение без течи» – невозможное событие. В статье приводится метод определения вероятности события разрушения без течи. *Цель* – оценить вероятность существования дефекта, который может привести к разрушению сосуда или трубопровода давления без возникновения течи, а также вероятность разрушения без течи за известное количество циклов нагружения. *Методы.* Для систематизации данных, полученных разными методами неразрушающего контроля, использовались консервативные допущения, позволяющие установить площадь обнаруженных дефектов. На основании полученных размеров дефектов вычислялись области размеров дефектов, которые могут определить сценарии подраста трещин. Используя методы математической статистики, определялась вероятность существования дефекта, который может привести к разрушению без течи. На основе методов теории надежности проведено сравнение полученной вероятности разрушения с допускаемым значением. *Результаты.* Разработан метод обработки данных неразрушающего контроля на основе оценки площади обнаруженных дефектов для систематизации данных, полученных разными методами неразрушающего контроля. Определен критерий развития трещин по сценарию «течь перед разрушением». Разработан метод определения вероятности существования дефекта, который может привести к разрушению без течи. Рассмотрен пример расчета на основе трубопроводов питательной воды.

Ключевые слова: атомная электрическая станция, металл, течь перед разрушением, трещина, разрушение без течи, вероятность разрушения, неразрушающий контроль

Для цитирования

Кузьмин Д.А., Верташенок М.В. Вероятность существования дефектов, приводящих к разрушению сосуда давления без возникновения течи // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2021. Т. 17. № 2. С. 199–213. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-2-199-213>

Кузьмин Дмитрий Александрович, начальник отдела прочностной надежности АЭС, кандидат технических наук; eLIBRARY SPIN-код: 3207-3489, Scopus ID: 56804728400.

Верташенок Марина Владимировна, главный специалист отдела прочностной надежности АЭС; eLIBRARY SPIN-code: 4576-0036.

© Кузьмин Д.А., Верташенок М.В., 2021



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

The probability of the existence of defects that lead to the destruction of the pressure vessel without leak

Dmitry A. Kuzmin, Marina V. Vertashenok*

All-Russian Research Institute for Nuclear Power Plants Operation, 25 Ferganskaya St, Moscow, 109507, Russian Federation

*rodionova_m@bk.ru

Article history

Received: February 25, 2021

Revised: April 10, 2021

Accepted: April 17, 2021

For citation

Kuzmin D.A., Vertashenok M.V. The probability of the existence of defects that lead to the destruction of the pressure vessel without leak. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2021;17(2): 199–213. (In Russ.) <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-2-199-213>

Abstract. *Relevance.* To ensure the safety of a nuclear power plant on the basis of the requirements of norms and rules in the field of the use of atomic energy for pipelines of the primary circuit of a nuclear reactor, the design should apply the leak before break concept. The main idea of the concept is to prevent a sudden rupture of the pipelines of the reactor coolant loop, and consists in substantiating the fact that the rupture is preceded by the formation of a stable through crack, which is detected by the provided leak control means. When substantiating the concept, it is assumed that “break without leak” is an impossible event. This article provides a method for determining the probability of a failure event without a leak. *Purpose* – estimate the probability of the existence of a defect that can lead to the destruction of the vessel or pressure pipeline without leakage, as well as the probability of failure without leakage for a known number of loading cycles. *Methods.* To systematize the data obtained by different methods of non-destructive testing, conservative assumptions were used to determine the area of detected defects. On the basis of the obtained defect sizes, the defect size regions were determined, which can determine the scenarios of crack growth. Using the methods of mathematical statistics, the probability of the existence of a defect, which can lead to failure without leakage, was determined. Based on the methods of the theory of reliability, a comparison of the obtained probability of destruction with the admissible value is carried out. *Results.* A method for processing non-destructive testing data based on an assessment of the area of detected defects has been developed to systematize the data obtained by different non-destructive testing methods. The criterion for the development of cracks according to the scheme “leak before destruction” is determined. A method has been developed for determining the probability of a defect that can lead to failure without leakage. An example of calculation based on feed water pipelines is considered.

Keywords: nuclear power plant, leak before break concept, crack, probability of destruction, non-destructive testing

Введение

Согласно российским нормам и правилам НП-001–15¹, безопасность атомной станции (АС) – свойство АС обеспечивать надежную защиту персонала, населения и окружающей среды от недопустимого радиационного воздействия. Для сосудов и трубопроводов давления первого контура ядерного реактора критерии ядерной безопасности и безопасности эксплуатации в общетехническом смысле совпадают. Главное свойство, которым эти конструкции должны обладать с позиции как ядерной, так и технической безопасности – это прочность [1]. На пути распространения ионизирующего излучения и радиоактивных веществ существует четыре барьера безопасности для АЭС с реакторной установкой типа ВВЭР: таблетка топлива (первый), герметичная оболочка твэла (второй), корпус реактора с трубопроводами первого контура (третий) и защитная оболочка – контейнмент (четвертый).

В соответствии с НП-001–15 накладываются дополнительные требования к безопасности для трубопроводов первого контура: в проекте АС для контура теплоносителя реактора должна применяться концепция «течь перед разрушением» (ТПР). Объектом концепции ТПР являются элементы конструкций третьего барьера безопасности.

Система безопасности, основанная на концепции ТПР, включает:

- сосуды и трубопроводы давления первого контура;
- теплоноситель, обуславливающий термомеханическое и коррозионное воздействие;

Dmitry A. Kuzmin, Head of Strength Reliability Division of NPP, Ph.D.; eLIBRARY SPIN-code: 3207-3489, Scopus ID: 56804728400.

Marina V. Vertashenok, chief specialist of Strength Reliability Division of NPP; eLIBRARY SPIN-code: 4576-0036.

¹ НП-001–15. Общие положения обеспечения безопасности атомных станций. М.: Ростехнадзор, 2015.

- приборы и технические средства контроля течи и состояния трубопроводов;
- нормативно-техническую документацию, определяющую действия персонала при контроле и обнаружении течи;

– технические средства останова реактора при возникновении течи.

Основная идея концепции ТПР – предупреждение внезапного разрыва сосуда или трубопровода давления.

Концепция ТПР – это совокупность принципов конструирования сосудов и трубопроводов давления, включающая принцип достаточной трещиностойкости материала конструкции; принцип обратной связи, обеспечивающий прекращение эксплуатации конструкции с появлением течи через сквозную трещину, а также принцип достижения приемлемо малой вероятности разрушения конструкции без течи. Практическая реализация перечисленных принципов должна обеспечить условия безопасной эксплуатации сосудов и трубопроводов давления, при которых либо их внезапное полное разрушение исключается полностью, либо вероятность такого события пренебрежимо мала. Данное определение концепции ТПР включает в себя классическое определение, а также содержит принципы, совместная реализация которых позволяет достичь приемлемого уровня надежности и безопасности эксплуатации сосудов и трубопроводов давления [1; 2].

Концепция ТПР оказывает положительное влияние на экономику АЭС, а именно:

- а) позволяет избежать установки опор-ограничителей биений концов трубопровода в случае его обрыва;
- б) отсутствие опор-ограничителей дает существенное сокращение времени эксплуатационного контроля состояния трубопроводов, так как их присутствие часто усложняет и продлевает работы, связанные с контролем;

в) снижение времени на контроль приводит к снижению доз облучения персонала.

На сегодняшний день применение концепции ТПР основывается на ГОСТ Р 58328–2018², который был разработан на базе руководящих документов в атомной отрасли 1999, 2013 и 2016 гг.³ и утвержден в начале 2019 г. Существует ряд ограничений к применению концепции ТПР:

- наружный диаметр трубопровода не менее 150 мм;
- рабочее давление не ниже 1,9 МПа, а температура не ниже 95 °С;
- значение ударной вязкости металла KVC не менее 80 Дж/см² в исходном состоянии и/или не менее 60 Дж/см² на конец срока оценки.

Современные исследования в области применения концепции ТПР рассматривались в [3–8], по скорости утечки в [9–10].

Расчетное обоснование на применение концепции ТПР для трубопроводов базируется на процедуре, предполагающей постулирование в контрольных зонах трещин начального поверхностного дефекта и сквозной трещины с обнаруживаемой течью. При обосновании концепции ТПР предполагается, что разрушение без течи (РБТ) – невозможное событие. РБТ – это неблагоприятный сценарий, при котором трещина достигает критических размеров, приводящих к разрушению конструкции без стабильного истечения теплоносителя или рабочего тела. При возникновении события РБТ принимается, что разрушение происходит мгновенно по кольцевому сечению (так называемый гильотинный разрыв). Современные исследования приведены в работе [11].

Материалы и методы

Для периодической оценки безопасности атомной станции проводится контроль состояния металла. Целью контроля состояния металла оборудования, трубопроводов и других элементов атомной станции, в соответствии с нормами и правилами в области использования атомной энергии⁴, является:

- а) выявление и фиксация несплошностей металла;
- б) изменений геометрических размеров;

² ГОСТ Р 58328–2018. Трубопроводы атомных станций. Концепция «течь перед разрушением». М.: Стандартинформ, 2018. 49 с.

³ РД 95 10547–99 (Р-ТПР-01–99). Руководство по применению концепции безопасности «течь перед разрушением» к трубопроводам АЭУ. М.: Минатом, 1999; РД ЭО 1.1.2.05.0939–2013. Руководство по применению концепции безопасности течь перед разрушением к трубопроводам действующих АЭУ. М.: Росэнергоатом, 2013; РД ЭО 1.1.2.05.0939–2016. Концепция безопасности «течь перед разрушением» для контура теплоносителя атомных станций. Руководство. М.: Росэнергоатом, 2016.

⁴ НП-084–15. Правила контроля основного металла, сварных соединений и наплавленных поверхностей при эксплуатации оборудования, трубопроводов и других элементов атомных станций. М.: Ростехнадзор, 2015.

- в) изменений механических характеристик и структуры металла;
- г) выявление негерметичности оборудования и трубопроводов (ОиТ);
- д) оценка соответствия состояния металла установленным требованиям.

Контроль состояния металла должен выполняться неразрушающими и разрушающими методами, но именно неразрушающий контроль (НК) позволяет определить фактическое состояние оборудования, не нарушая его целостности.

НК в зависимости от физических явлений, положенных в его основу, в соответствии с российскими нормами и правилами⁴ подразделяется на следующие виды: магнитный, электрический, вихретоковый, радиоволновой, тепловой, оптический, радиационный, акустический, проникающими веществами.

В результате проведения НК получается различная информация об обнаруженных дефектах. Чтобы систематизировать данные, полученные разными методами НК, рассматриваются площади обнаруженных дефектов. В настоящем исследовании будут использоваться результаты радиографического (РК) и ультразвукового (УЗК) контроля, на основе которых можно получить в качестве геометрического размера дефекта площадь с учетом использования методических рекомендаций МР 125-02–95⁵.

В соответствии с опытом эксплуатации и РД ЭО 1.1.2.05.0330–2012⁶, принято использовать консервативный подход при рассмотрении результатов неразрушающего контроля, то есть все имеющиеся в элементах оборудования и трубопроводов несплошности основного металла и материала сварного шва моделируются в виде трещины как наиболее опасном для эксплуатации виде с точки зрения возможности разрушения. Поскольку именно трещина является концентратором напряжений, при эксплуатации она может подрастать за счет циклического нагружения оборудования и трубопровода или механизмов деградации металла.

Трещина представляется эллипсом с малой полуосью, равной $2a$, и большой полуосью, равной $2c$.

В переданных данных по РК представляется следующая информация об обнаруженных дефектах: тип (пора, включение, непровар и др.), длина, ширина или диаметр дефекта.

Метод РК позволяет оценить протяженность и ширину несплошности. Измерить глубину дефекта при помощи данного метода контроля не представляется возможным.

Для получения необходимых данных по площади дефекта были приняты консервативные допущения по значениям глубин несплошностей, приведенные в табл. 1.

На основе полученных значений глубин проводится оценка площадей обнаруженных дефектов. При обработке данных дефект представляется в виде эллипса с длиной l ($l = 2c$), полученной по результатам РК, и глубиной a , определенной по описанным выше консервативным предположениям.

В данных по результатам УЗК представляется информация об обнаруженных дефектах: глубина залегания несплошности, тип (компактный или протяженный), эквивалентная площадь отражателя, положение вдоль оси сварного соединения определяемое по часам, для протяженных – длина протяженности.

Для получения информации о геометрических размерах несплошностей используется протяженность и эквивалентная площадь отражателя, поскольку она характеризует геометрические размеры дефектов (далее – площадь дефекта).

Таблица 1

Допущения по значениям глубин дефектов

№ п/п	Тип дефекта	Допущение
1	Трещинообразные дефекты (трещина, подрез)	Сквозной дефект, поэтому глубина a соответствует толщине стенки S контролируемого объекта
2	Поры, скопления пор	Несплошность имеет сферическую форму, поэтому глубина дефекта a равна ширине (диаметру)
3	Непровар в корне шва	Сквозной дефект, поэтому глубина a соответствует толщине стенки S контролируемого объекта
4	Вогнутость корня шва	Значения глубины a приняты в соответствии с табличными значениями ширины несплошности в соответствии с ПНАЭ Г-10-032–92 ⁷
5	Шлаковые включения	Несплошность имеет сферическую форму, глубина дефекта равна ширине (диаметру)

⁵ МР 125-02–95. Правила составления расчетных схем и определение параметров нагруженности элементов конструкций с выявленными дефектами. М., 1995.

⁶ РД ЭО 1.1.2.05.0330–2012. Руководство по расчету на прочность оборудования и трубопроводов реакторных установок РБМК, ВВЭР и ЭГП на стадии эксплуатации, включая эксплуатацию за пределами проектного срока службы. М.: Росэнергоатом, 2012.

⁷ ПНАЭ Г-10-032–92. Правила контроля сварных соединений элементов локализирующих систем безопасности атомных станций. М.: НТЦ ЯРБ, 2000.

Assumptions on the values of defect depths

No.	Type of defect	Assumption
1	Crack-like defects (crack, undercut)	Through defect, so the depth a corresponds to the wall thickness S of the controlled object
2	Pores, clusters of pores	The discontinuity has a spherical shape, so the depth of the defect a is equal to the width (diameter)
3	Incomplete root penetration	Through defect, so the depth a corresponds to the wall thickness S of the controlled object
4	Concavity of the suture root	The values of the depth a are taken in accordance with the table values of the width of the discontinuity in accordance with PNAE G-10-032–92
5	Slag inclusions	The discontinuity has a spherical shape, the depth of the defect is equal to the width (diameter)

Для обработки результатов УЗК использованы следующие консервативные допущения:

- протяженные дефекты, по которым известны параметры протяженности и площади дефекта, представляются в виде эллипса;
- компактные дефекты, по которым известен только один параметр – площадь дефекта, представляются в виде круга.

Указанные принципы и допущения к обработке результатов неразрушающего контроля позволяют определить необходимые характеристики для систематизации исходных данных, полученных разными методами НК, и формирования функции распределения дефектов по размерам, необходимой для анализа вероятности существования остаточных дефектов.

Результаты и обсуждение

Критерий развития трещин по сценарию «течь перед разрушением»

Дефекты подрастают под воздействием циклических нагрузок, и их подрост может привести к различным результатам. Для упрощения многообразия возможных вариантов роста представим общее направление роста дефектов прямой линией, предполагая, что объект находится в проектных условиях нагружения. На рис. 1 представлена диаграмма размеров дефектов. На диаграмме по осям откладываются глубина и длина трещин. Рост дефекта на рисунке показан стрелкой. Трещина может расти в глубину, тогда появится сквозная трещина, через которую пойдет течь, а может расти в кольцевом направлении, не достигая сквозной глубины. Во втором случае в определенный момент может настать мгновенное разрушение конструкции – разрушение без течи.

Разделим схематично диаграмму размеров дефектов на области, которые могут определить сценарии подроста дефектов (рис. 1). Дефект, находящийся в области I вероятнее всего приведет к сценарию ТПР. Дефект, находящийся в области II, может привести к ТПР, а может – к РБТ. Дефект, находящийся в области III, приведет к РБТ, так как достигнуть глубины, равной толщине стенки, он уже не может. Дефектов в области IV существовать не может, потому что это зона разрушения.

Исходя из вышеописанных соображений, можно получить критерий развития трещин по сценарию ТПР:

$$\frac{da}{dN} \geq \frac{S-a_i}{c_{кр}-c_i} \frac{dc}{dN} \text{ при } c_i \leq c_{кр}, \quad (1)$$

где a_i и c_i – глубина и длина трещины по результатам контроля.

Если критерий выполняется, то рост трещины приведет к ТПР, иначе к РБТ. Случай при $c_i > c_{кр}$ всегда приведет в РБТ. Исходя из консервативных предположений, далее будем рассматривать в качестве области РБТ области дефектов II и III.

Зона IV – это зона разрушения трещин, определяемая по критическим размерам трещин согласно критериям прочности без учета коэффициентов запаса.

Критерий ТПР-РБТ – определяет границу перехода потенциальных (вероятностных) дефектов к различным исходам: ТПР или РБТ. Граница областей ТПР и РБТ, проходящую с точки (c_0, a_0) до точки $(c_{кр}, S)$, описывается видом

$$a = \frac{S-a_0}{c_{кр}-c_0} c + S - \frac{S-a_0}{c_{кр}-c_0} c_{кр}. \quad (2)$$

Для определения критических размеров дефектов в металле оборудования и трубопроводов во время эксплуатации АЭС используются методы, основанные на достижении конструкцией предельного состояния (предела вязкости разрушения или других предельных состояний).

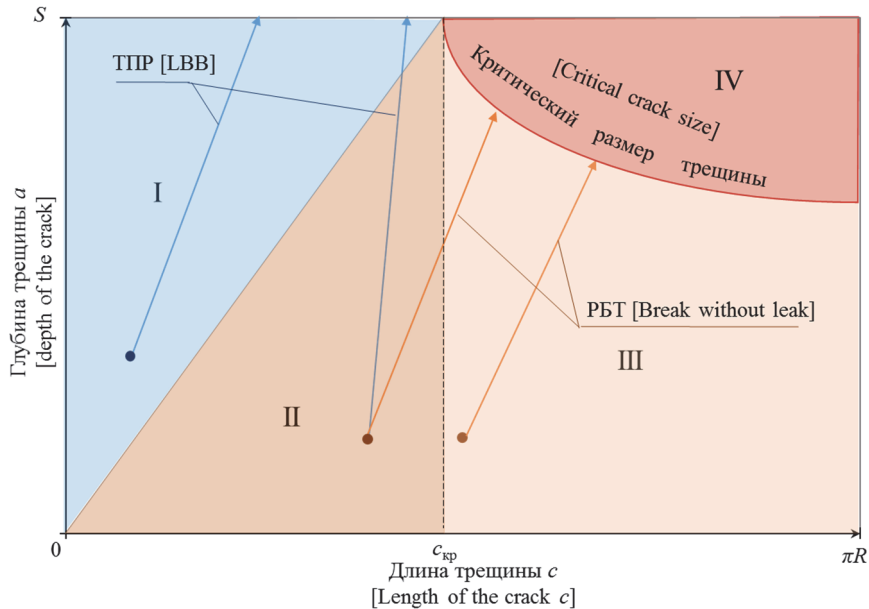


Рис. 1. Области размеров дефектов на диаграмме размеров:

I – рост трещин приведет к ТПР; *II* – рост трещин может привести к ТПР, а может – к РБТ;

III – рост трещин приведет к РБТ; *IV* – разрушение

Figure 1. Defect areas in the defect size chart:

I – crack growth will lead to the LBB; *II* – crack growth can lead to LBB, and maybe to break without leak;

III – crack growth will lead to break without leak; *IV* – break

Трещины могут развиваться в различных направлениях, поэтому для обеспечения применения концепции «течь перед разрушением» возникает необходимость определения вероятности возникновения события РБТ. Для этого необходимо перейти к дефектности и, соответственно, к вероятностной постановке задачи.

Определение вероятности разрушения без возникновения течи

Введем ряд важных определений:

– дефектность – совокупность дефектов в оборудовании или трубопроводе;

– исходная дефектность $N_{исх}$ – содержится в конструкции после изготовления до первого контроля и ремонта;

– обнаруженная дефектность $N_{обн}$ – совокупность дефектов структуры металла, которая была обнаружена в результате неразрушающего контроля;

– остаточная дефектность $N_{ост}$ – содержится в конструкции после контроля и ремонта.

Функцию обнаруженных дефектов $N_{обн}(a)$, с одной стороны, можно построить исходя из результатов неразрушающего контроля, с другой стороны, можно представить произведением функции исходной дефектности $N_{исх}(a)$ на функцию вероятности обнаружения дефектов $F(a, c)$ [12–14]:

$$N_{обн}(a, c) = N_{исх}(a, c) F(a, c), \quad (3)$$

где $F(a, c)$ – функция вероятности обнаружения дефектов в зависимости от размеров трещины глубины a и длины c имеет вид [14–15]

$$F(a, c) = 1 - e^{-\alpha(a-a_0)-\beta(c-c_0)}, \quad (4)$$

где a_0, c_0 – граничные наименьшие размеры выявляемого дефекта, зависящие от чувствительности метода контроля, мм; α, β – коэффициенты, учитывающие влияние человеческого фактора, приборно-методических недостатков или сложности доступа к месту контроля, мм^{-1} .

Остаточную дефектность $N_{\text{ост}}$ можно определить по формуле

$$N_{\text{ост}}(a, c) = N_{\text{исх}}(a, c) - N_{\text{обн}}(a, c). \quad (5)$$

Под исходной дефектностью понимается зависимость количества дефектов от их размера, находящихся в материале для $0 < a < S$ и $0 < c < L$, где S – толщина стенки, а $L = \pi R$ – полуциркульная длина сечения трубопровода.

Подставляя (3) и (4) в (5), получаем

$$N_{\text{ост}}(a, c) = N_{\text{исх}}(a, c)(1 - F(a, c)). \quad (6)$$

Уравнение (6) справедливо для области, где $F > 0$. Эта область определяется чувствительностью метода контроля.

В общем случае можно утверждать, что число дефектов в конструкции уменьшается с увеличением их размеров. Такую зависимость $N_{\text{исх}}$ от размеров дефекта можно описать видом

$$N_{\text{исх}}(a, c) = Aa^{-n}c^{-m}, \quad (7)$$

где A, n и m – коэффициенты аппроксимации, которые в общем случае зависят от технологии.

Подставив выражения (4) и (6) в (7), получаем

$$N_{\text{ост}}(a, c) = (Aa^{-n}c^{-m}) e^{-\alpha(a-a_0)-\beta(c-c_0)}. \quad (8)$$

Неизвестные постоянные A, B, n и m можно определить по зависимости для обнаруженной дефектности, определенной как огибающая гистограммы результатов неразрушающего контроля.

Введем функцию вероятности существования дефекта размером $a_1 < a < a_2$ и $c_1 < c < c_2$ следующим образом:

$$P(a_1 < a < a_2, c_1 < c < c_2) = \frac{\int_{c_1}^{c_2} \int_{a_1}^{a_2} N_{\text{ост}}(a, c) da dc}{\int_{c_0}^L \int_{a_0}^S N_{\text{ост}}(a, c) da dc}. \quad (9)$$

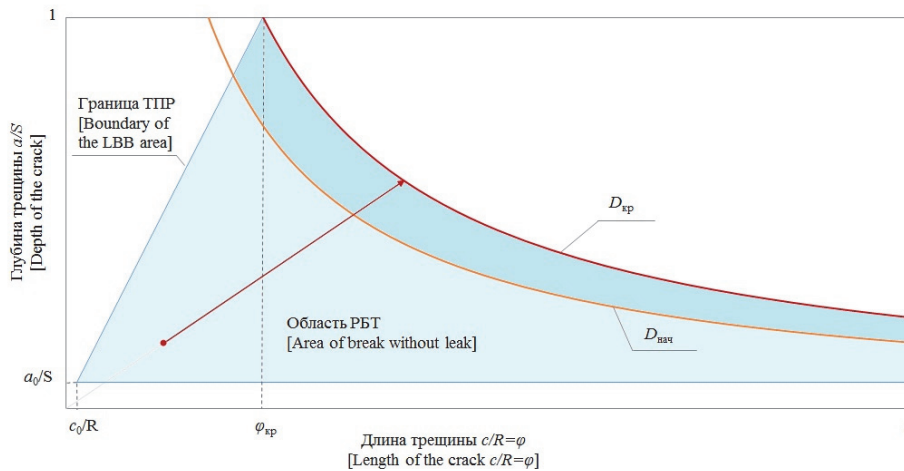


Рис. 2. Область дефектов, которые могут привести к РБТ
 Figure 2. The area of defects that can lead to destruction without leakage

Тогда, чтобы определить вероятность наличия трещин, развивающихся по принципу РБТ, необходимо найти интеграл в числителе выражения (9) по выделенной области на рис. 2 – уточненная область РБТ, определяемая по консервативным соображениям, описанным выше.

То есть вероятность РБТ можно получить по формуле

$$P_{\text{РБТ}}(a, c \in D_{\text{РБТ}}) = \frac{\iint_{a,c \in D_{\text{РБТ}}} N_{\text{ост}}(a,c) da dc}{\int_{c_0}^{\pi R} \int_{a_0}^S N_{\text{исх}}(a,c) da dc}, \quad (10)$$

где $D_{\text{РБТ}}$ – область наличия трещин, развивающихся по принципу РБТ.

Подставляя (8) в (10), получаем формулу для вероятности наличия трещин, которые могут привести к РБТ:

$$P_{\text{РБТ}}(a, c \in D_{\text{РБТ}}) = \frac{\iint_{a,c \in D_{\text{РБТ}}} a^{-n} c^{-m} e^{-\alpha a - \beta c} da dc}{\int_{c_0}^L \int_{a_0}^S a^{-n} c^{-m} e^{-\alpha a - \beta c} da dc}. \quad (11)$$

Найденная по формуле (11) вероятность определяет вероятность наличия трещин в выделенной области на рис. 2. Разделив область $D_{\text{РБТ}}$ для интегрирования и определив границы области, выражение (11) можно записать в виде

$$P_{\text{РБТ}}(a, c \in D_{\text{РБТ}}) = \frac{\int_{c_0}^{c_{\text{кр}}} \int_{a_0}^{f_{\text{ТПР}}(c)} a^{-n} c^{-m} e^{-\alpha a - \beta c} da dc + \int_{c_{\text{кр}}}^L \int_{a_0}^{f_{\text{кр}}(c)} a^{-n} c^{-m} e^{-\alpha a - \beta c} da dc}{\int_{c_0}^{\pi R} \int_{a_0}^S a^{-n} c^{-m} e^{-\alpha a - \beta c} da dc}, \quad (12)$$

где $c_{\text{кр}} = \varphi_{\text{кр}} R$ – критический размер трещины, вычисляемый по различным методикам определения допустимых размеров дефектов в металле (например, по М-02-91⁸); $L = \pi R$ – полуудлина сечения трубопровода; $f_{\text{ТПР}}(c) = \frac{S-a_0}{c_{\text{кр}}-c_0} c + S - \frac{S-a_0}{c_{\text{кр}}-c_0} c_{\text{кр}}$ – граница области ТПР; $f_{\text{кр}}(c) = \frac{S\varphi_{\text{кр}} R}{c}$ – граница области критических размеров.

Расчет вероятности разрушения

Трещины растут при приложении постоянного или изменяющегося во времени нагружения и могут быть развивающимися и неразвивающимися. Прочность материалов при повторно-переменном нагружении во многом зависит от характера изменения напряжений во времени, от периодической нагрузки. Периодическая нагрузка – переменная нагрузка с установившимся во времени характером изменения, значения которой повторяются через определенный промежуток (период) времени.

Рост трещины в условиях реальной эксплуатации может закончиться достижением ею критических размеров, после чего трещина переходит в стадию быстрого неустойчивого развития, которая может вызвать окончательное разрушение конструкции [1].

Для определения безопасной эксплуатации и ресурса необходимо определять критические размеры трещин. Предполагая существование допустимого дефекта в ОиТ, можно определить время безопасного роста трещины до критического значения.

Целью расчета кинетики трещины является определение подраста ее размеров при заданных циклических нагружениях.

Определим количество циклов, за которое трещина может вырасти от начального до критического размера, то есть до размера, при котором наступит РБТ. Для этого необходимо определить начальный размер трещины, направление ее роста и критический размер. Как было показано на рис. 1 трещины могут развиваться в глубину, то есть по направлению сценария ТПР, а могут развиваться по направлению РБТ.

Выберем начальную трещину из области II на рис. 2 с размерами $a_{\text{нач}}$ и $c_{\text{нач}}$. Рассмотрим случай подраста трещины по направлению (например, обозначено стрелкой на рис. 2):

⁸ М-02-91. Методика определения допустимых дефектов в металле оборудования и трубопроводов во время эксплуатации АЭС. М., 1991.

$$\frac{a}{c} = f(\varphi). \quad (13)$$

Найдем количество циклов N_i для отдельного i -го режима нагружения, за которое трещина подрастет от начального до критического размера. Воспользуемся уравнением Пэриса, записанного с учетом асимметрии циклов нагружения,

$$\frac{da}{dN} = \begin{cases} C_0 \left(\frac{\Delta K_I}{\sqrt{1-R}} \right)^m & \text{при } K_{th} < K_I < K_{fC}, \\ 0 & \text{при } K_I \leq K_{th}, \end{cases} \quad (14)$$

где C_0 и m – характеристики материала, зависящие от условий нагружения (температуры, рабочей среды, частоты циклов и т. д.); R – коэффициент асимметрии цикла нагружения; K_{th} – пороговое значение коэффициента интенсивности напряжения $K_{th} = K_{th}^0(1 - 0,7R)$, где $K_{th}^0 = 6,5 \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}$ при $T \leq 450 \text{ }^\circ\text{C}$ ⁹; K_{fC} – критическое значение коэффициента интенсивности напряжений при циклическом нагружении, определяемое в зависимости от материала. Для большинства сталей $K_{fC} < K_{IC}$ [16].

Полагая

$$\Delta K_I = Y \Delta \sigma \sqrt{\pi a}, \quad (15)$$

из выражения (14), разделяя переменные и интегрируя левую и правые части уравнения, учитывая коэффициент запаса на количество циклов n_N , можно для отдельного i -го режима нагружения получить количество циклов, через которое трещина может дорасти до РБТ по заданному направлению (13):

$$N_i = \frac{1}{n_N C_0 \left(\frac{Y \Delta \sigma_i \sqrt{\pi}}{\sqrt{1-R_i}} \right)^m} \frac{a_{кр}^{1-\frac{m}{2}} - a_{нач}^{1-\frac{m}{2}}}{1-\frac{m}{2}}, \quad (16)$$

где Y – геометрический коэффициент, который принимается постоянной величиной; i – порядковый номер режима нагружения; $\Delta \sigma$ – размах напряжений, действующих при i -м режиме нагружения; $a_{кр}$ – глубина трещины после N_i циклов нагружения; N_i – количество циклов нагружения для определенного i -го режима эксплуатации.

Найдем начальную глубину дефекта, при которой за известное количество циклов N_i трещина доросла до критического значения.

Из выражения (16) можно получить

$$a_{нач} = \sqrt[1-\frac{m}{2}]{a_{кр}^{1-\frac{m}{2}} - \sum_{i=1}^n N_i C_0 \left(\frac{Y \Delta \sigma_i \sqrt{\pi}}{\sqrt{1-R}} \right)^m \left(1 - \frac{m}{2} \right)}, \quad (17)$$

где n – количество режимов эксплуатации.

Используя полученное значение $a_{нач}$, можно найти по заданному направлению роста (13) значение $\varphi_{нач}$ и вычислить вероятность наличия трещин в близкой к РБТ области:

$$P_{РБТ,N} = \frac{\int_{c_1}^{c_{кр}} \int_{f_{нач}(c)}^{f_{ТПР}(c)} a^{-n} c^{-m} e^{-\alpha a - \beta c} da dc + \int_{c_{кр}}^L \int_{f_{нач}(c)}^{f_{кр}(c)} a^{-n} c^{-m} e^{-\alpha a - \beta c} da dc}{\int_{c_0}^{\pi R} \int_{a_0}^S a^{-n} c^{-m} e^{-\alpha a - \beta c} da dc}, \quad (18)$$

где

$$c_1 = \frac{\frac{S-a_0}{c_{кр}-c_0} c_{кр} - S + \sqrt{\left(S - \frac{S-a_0}{c_{кр}-c_0} c_{кр} \right)^2 + 4 \frac{S-a_0}{c_{кр}-c_0} a_{нач} \varphi_{нач}}}{2 \frac{S-a_0}{c_{кр}-c_0}}; \quad (19)$$

$f_{нач}(c) = \frac{a_{нач} R \varphi_{нач}}{c}$ – граница области начальных размеров.

⁹ ГОСТ Р 58328-2018. Трубопроводы атомных станций. Концепция «течь перед разрушением». М.: Стандартинформ, 2018. 49 с.

P_N показывает вероятность разрушения сосуда или трубопровода давления без течи через известное количество циклов N . Аналогично можно получить вероятность возникновения ТПР за известное количество циклов.

Определение допустимых значений вероятности разрушения

Допускаемая величина вероятности разрушения ОиТ $[P]$ устанавливается в зависимости от таких факторов, как величина ущерба, который может наступить в случае разрушения, социальная значимость системы и срок ее эксплуатации [17].

В частности, Международной научно-информационной ассоциацией строительной индустрии (CIRIA – Construction Industry Research and Information Association) для сложных инженерных сооружений (плотин, мостов, шельфовых платформ) принята следующая формула для оценки предельно допустимой расчетной вероятности разрушения системы:

$$[P] = \frac{10^{-4}\xi t}{Lk_{HF}}, \quad (20)$$

где t – расчетный срок эксплуатации системы; L – среднее количество людей, которые могут погибнуть в случае разрушения системы; k_{HF} – коэффициент, учитывающий разрушения, связанные с человеческим фактором (обычно принимают $k_{HF} = 10$); ξ – коэффициент социальной значимости системы (табл. 2).

Таблица 2

Коэффициент социальной значимости для различных типов технических систем

Тип системы	ξ
Объекты массового скопления людей	0,005
Плотины	0,005
Жилые здания, офисные центры, промышленные объекты	0,05
Мосты	0,5
Буровые вышки, шельфовые установки	5

Table 2

Coefficient of social significance for various types of technical systems

System type	ξ
Objects of mass congestion of people	0,005
Dams	0,005
Residential buildings, office centers, industrial facilities	0,05
Bridges	0,5
Drilling rigs, offshore installations	5

Надежность и безопасность считается обеспеченной, если в любой момент рассматриваемого времени выполняется условие

$$P \leq [P]. \quad (21)$$

Таким образом, величина $[P]$ обычно оказывается в диапазоне от 10^{-5} до 10^{-8} .

Пример расчета вероятности разрушения без возникновения течи

Для расширения условий применения концепции ТПР на трубопроводы второго контура и наглядной демонстрации расчета вероятности РБТ рассмотрим пример на основе трубопроводов питательной воды с условным диаметром $DN = 28$ мм и толщиной стенки $S = 3$ мм.

Для определения критических размеров дефектов воспользуемся методикой М-02-91, которая позволяет определить диаграмму критических размеров трещин, используя минимальное количество исходных данных (предел текучести, предел прочности, действующие напряжения на трещину).

Для цилиндрических оболочек с несплошностями, ориентированными в кольцевом направлении, используют зависимости

$$\sigma_b = \frac{2}{\pi} R_F^T [2 \sin \gamma - n_a [a/S]_c \sin(n_\varphi [\varphi]_a)], \quad (22)$$

где

$$\gamma = \frac{1}{2} \left[\pi - n_a [a/S]_c n_\varphi [\varphi]_a - \pi \frac{\sigma_m}{R_F^T} \right]; \quad (23)$$

коэффициенты запаса прочности n_a и n_φ при расчетах критических размеров трещин принимают равными 1; c – половина длины трещины; R – радиус трубы; S – толщина стенки, a – глубина трещины; R_F^T – критерий прочности; σ_m – общие мембранные напряжения, действующие на развитие трещины; $R_{p0,2}^T$ – предел текучести при расчетной температуре; σ_b – общие изгибные напряжения; $\varphi = \frac{c}{R}$.

Рассмотрим цилиндрические оболочки с несплошностями, ориентированными в кольцевом направлении, и преобразуем (22) и (23). Для определения критического размера трещины по течи примем $\frac{a}{S} = 1$ и $n_a = 1$, $n_\varphi = 1$, получим уравнение для определения критического размера длины трещины:

$$\frac{\pi \sigma_b}{2 R_F^T} = 2 \cos\left(\frac{\varphi_{кр}}{2} + \frac{\pi \sigma_m}{2 R_F^T}\right) - \sin \varphi_{кр}. \quad (24)$$

Для нахождения $\varphi_{кр}$ необходимо определить σ_m , σ_b , R_F^T в соответствии с нормами расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. R_F^T определяется по формуле

$$R_F^T = 1,2 \cdot R_{p0,2}^T, \quad (25)$$

где $R_{p0,2}^T$ можно определить исходя из марки стали или сплава, сортамента и температуры эксплуатации в соответствии таблицей П.1 Норм расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок¹⁰.

Для определения напряжений σ_m и σ_b используем максимально допустимые значения напряжений исходя из требований ПНАЭ Г-7-002–86. Подставив полученные значения σ_m , σ_b , R_F^T в уравнение и решив уравнение (24), можно найти значения $\varphi_{кр}$ для разных режимов эксплуатации (табл. 3).

Таблица 3

Результаты вычислений критического значения длины трещины

Показатель, ед. изм.	Нормальные условия эксплуатации	Гидро-испытания	Аварийная ситуация
Критерий прочности R_F^T , МПа	223,2	223,2	223,2
Общие мембранные напряжения σ_m , МПа	65,5	88,4	78,6
Общие изгибные напряжения σ_b , МПа	112	134,3	131
Критическое значение длины трещины $\varphi_{кр}$	0,88	0,67	0,73

Table 3

Results of calculations of the critical value of the crack length

Parameter, units	Normal operating conditions	Hydraulic test	Emergency condition
Strength criterion R_F^T , MPa	223,2	223,2	223,2
General membrane stresses σ_m , MPa	65,5	88,4	78,6
General bending stresses σ_b , MPa	112	134,3	131
Critical value of the crack length $\varphi_{кр}$	0,88	0,67	0,73

¹⁰ ПНАЭ Г-7-002–86. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок.

Используя значение $\varphi_{кр}^{AC}$, получим

$$D_{кр}^{AC} = 196 \text{ мм}^2. \quad (26)$$

Для определения обнаруженной дефектности рассмотрим данные радиографического контроля трубопроводов питательной воды с условным диаметром 28 мм и толщиной стенки 3 мм. Из данных контроля мы можем получить глубину и длину несплошности, используя консервативные предположения, описанные в разделе «Исходные данные и способы их обработки».

Проведем аппроксимацию гистограммы распределения количества трещин в зависимости от длины и глубины дефекта поверхностью в виде

$$N_{обн}(a, c) = Aa^{-n}c^{-m} (1 - e^{-\alpha(a-a_0)-\beta(c-c_0)}). \quad (27)$$

Используя результаты, полученные по определению коэффициента, учитывающего влияние человеческого фактора, приборно-методических недостатков или сложности доступа к месту контроля, для обеспечения выявления 70 % от общего количества несплошностей в металле, получаем коэффициенты, определяющие особенности проведения контроля [18]:

$$[\alpha] \cong \frac{3,197}{S-a_0} \approx 1,142, \quad (28)$$

$$[\beta] \cong \frac{3,197}{L-c_0} \approx 0,073, \quad (29)$$

где S – толщина стенки; L – полудлина поперечного сечения трубопровода; $a_0 = 0,2$ мм и $c_0 = 0,2$ мм – определяются чувствительностью приборов, используемых при контроле.

Результаты аппроксимации представлены на рис. 3.

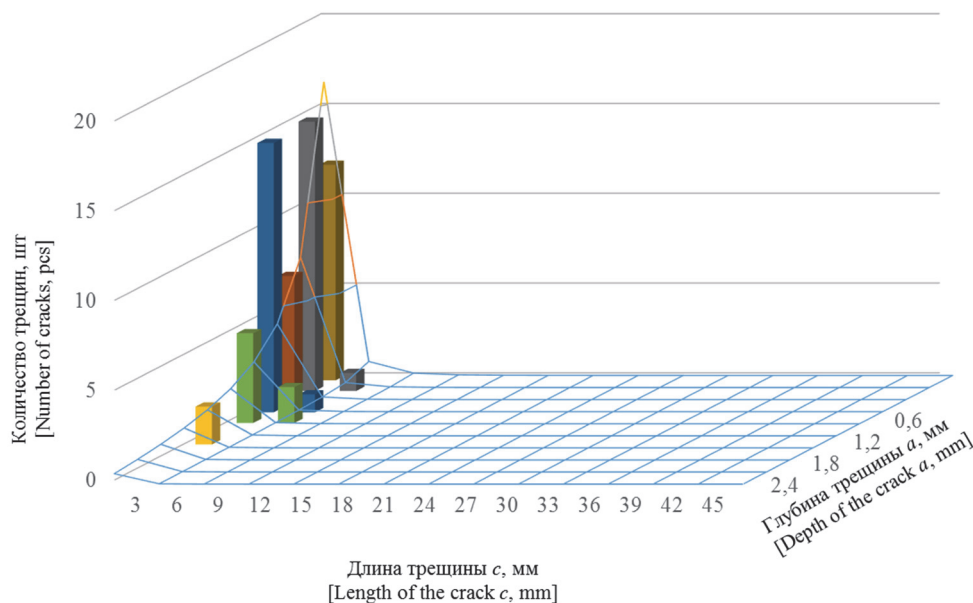


Рис. 3. Гистограмма распределения количества трещин в зависимости от длины и глубины трещины
Figure 3. Distribution of the number of cracks depending on the length and depth of the cracks

По результатам аппроксимации получены значения параметров распределения: $A = 1300$, $n = 2$, $m = 5$.

Вероятность существования трещин вычисляется по (12). Используя полученные значения $\varphi_{кр}^{AC}$, n и m и проводя вычисления, можно получить вероятность существования остаточного дефекта, который может привести к РБТ:

$$P_{РБТ} = 0,11. \quad (30)$$

Выберем начальную трещину из данных НК, расположенную в области II на рис. 2, $a_1 = 0,5$ мм, $c_1 = 5$ мм. Рассмотрим случай подроста трещины по направлению

$$\frac{a}{c} = \frac{a_1}{c_1} = 0,1. \quad (31)$$

Найдем количество циклов N , за которое трещина подрастет от начального до критического размера. Рассмотрим случай при $R = 0$, при котором минимальное напряжения цикла равно 0.

Используя полученные (31) и (28), найдем критическую глубину дефекта для заданного направления роста:

$$a_{кр} = 1,75 \text{ мм}. \quad (32)$$

Из выражения (16), полагая Y равным 1,95, используя табличные значения коэффициентов Пэриса $C_0 = 1,5 \cdot 10^{-11}$ и $m = 3,1$ для углеродистых сталей и их сварных соединений, учитывая коэффициент запаса на количество циклов $n_N = 10$ в соответствии с нормами ПНАЭ Г-7-002–86, можно получить количество циклов, через которое трещина может дорасти до РБТ по заданному направлению (31):

$$N = 106 \text{ циклов}. \quad (33)$$

Определим начальную глубину дефекта, с которой за количество $N = 50$ циклов трещина доросла до критического значения по направлению (31):

$$a_{нач} = 0,87 \text{ мм}. \quad (34)$$

Используя полученное по заданному направлению роста (31) значение $a_{нач}$, найдено значение $\Phi_{нач} = 0,62$ и вычислена вероятность наличия трещин в близкой к РБТ области:

$$P_{РБТ,N} = 3,9 \cdot 10^{-8}. \quad (35)$$

Вероятность P_N определяет вероятность разрушения трубопровода без течи через 50 циклов нагружения с учетом коэффициента запаса на количество циклов $n_N = 10$. Полагая расчетный срок эксплуатации системы $t = 60$ лет, среднее количество людей, которые могут погибнуть в случае разрушения системы $L = 7$ человек, коэффициент социальной значимости системы $\xi = 0,05$, определено допустимое значение вероятности разрушения $[P] = 4,3 \cdot 10^{-6}$. Получено, что условие (21) выполняется, и надежность и безопасность считаются обеспеченными.

Выполнение условия (21) позволяет сделать вывод о возможности применимости концепции ТПР к трубопроводам, не входящим в контур теплоносителя реактора атомной станции.

Заключение

Разработан метод обработки данных НК используя консервативные допущения, который позволяет систематизировать данные, полученные разными методами НК, и определять функцию распределения обнаруженных дефектов по размерам, необходимую для анализа вероятности существования остаточных дефектов.

Установлен критерий развития трещин по сценарию ТПР. Если критерий выполняется, то рост трещины приведет к ТПР, иначе к РБТ. Определена область размеров трещин, которые могут привести к разрушению без возникновения течи. Граница областей ТПР и РБТ определяет границу развития потенциальных (вероятностных) дефектов к различным исходам.

Разработан метод определения вероятности остаточного дефекта, который может привести к разрушению без возникновения течи, а также вероятности существования остаточного дефекта, который может привести к разрушению сосуда или трубопровода давления без течи через известное количество циклов.

Выполнение условия надежности обеспечивает возможность применения концепции ТПР к трубопроводам, не входящим в контур теплоносителя реактора атомной станции, обладающим значимой дефектностью и подверженным механизмам усталости.

Представлен пример расчета вероятности остаточного дефекта, который может привести к РБТ, и вероятности разрушения за известное количество циклов на основе трубопроводов питательной воды.

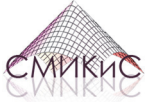
Список литературы

1. Гетман А.Ф. Концепция безопасности «течь перед разрушением» для сосудов и трубопроводов давления АЭС. М.: Энергоатомиздат, 1999. 258 с.
2. Кузьмин Д.А. Исследование условий обеспечения безопасности главного циркуляционного трубопровода на основе концепции ТПП // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2016. № 5. С. 16–23.
3. Heckmann K., Sievers J. Leakage assessment in leak-before-break analysis // *Atomwirtschaft*. 2019. Vol. 64. Issue 10. P. 482.
4. Ferreira da Silva I.G., Andrade A.H.P., Monteiro W. Leak-before-break methodology applied to different piping materials: a performance evaluation // *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2019. Vol. 13. Issue 50. Pp. 46–53. <https://doi.org/10.3221/IGF-ESIS.50.06>
5. Yin S., Weng Y., Song Z., Cheng B., Gu H., Wang H., Yao J. Mass transfer characteristics of pipeline leak-before-break in a nuclear power station // *Applied Thermal Engineering*. 2018. Vol. 142. Pp. 194–202. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2018.06.077>
6. Velez E., Carnicero A., Perera R. Elemental crack advance assessment and verification for its use in LBB analysis // *Nuclear Engineering and Design*, July 2020. Vol. 363. Article 110622. <https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2020.110622>.
7. Hong S., Kim J., Kim M.-W., Kim H.-D., Lee B.-S., Kim M.-C. Evaluation of LBB characteristics of candidate materials for main steam line piping in Korea nuclear power plants // *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2020. Vol. 188. Article 104226. <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2020.104226>
8. Zhang J., Wang M., Zhang Z., Sun H., Wu Y.W., Tian W.X., Qiu S.Z., Su G. A comprehensive review of the leak flow through micro-cracks (in LBB) for nuclear system: morphologies and thermal-hydraulic characteristics // *Nuclear Engineering and Design*. 2020. Vol. 362. Article 110537. <https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2020.110537>
9. Dubyk Y. Application of probabilistic leak-before-break for WWER-1000 unit // *Procedia Structural Integrity*. 2019. Vol. 22. Pp. 275–282. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2020.01.035>
10. Li C., Shen Y., He Y., Zhang T., Liu J., Chang L. Study on leak rate in LBB analysis of welded pipe // *IOP Conference Series Materials Science and Engineering*. 2018. Vol. 382. Issue 3. Article. 032020. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/382/3/032020>
11. Tatu A., Kim J., Kim T. Analysis of double-ended guillotine break at a direct vessel Injection line of ATLAS // *Kerntechnik*. 2018. Vol. 83. Issue 1. Pp. 4–14. <https://doi.org/10.3139/124.110849>
12. Аркадов Г.В., Гетман А.Ф., Родионов А.Н. Надежность оборудования и трубопроводов АЭС и оптимизации их жизненного цикла. М.: Энергоиздат, 2010. 424 с.
13. Кузьмичевский А.Ю., Гетман А.Ф. Определение количественных показателей надежности по критериям разрушения, течи или выявления дефекта в эксплуатации // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2010. № 10. Т. 76. С. 42–46.
14. Гетман А.Ф. Ресурс эксплуатации сосудов и трубопроводов АЭС. М.: Энергоатомиздат, 2000.
15. Волченко В.Н. Вероятность и достоверность оценки качества металлопродукции. М.: Металлургия, 1987.
16. Троценко В.Т., Сосновский Л.А. Сопротивление усталости металлов и сплавов: справочник: в 2 ч. Киев: Наукова думка, 1987. Ч. 1. 505 с.
17. Elishakoff I. Safety factors and reliability: friends or foes? Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004. 295 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-2131-2>
18. Кузьмин Д.А., Кузьмичевский А.Ю., Верташенок М.В. Остаточная дефектность и вероятность существования дефектов с размером, превышающим допустимое значение // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 5. С. 414–423. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-5-414-423>

References

1. Getman A.F. *Safety concept “leak before break” for NPP pressure vessels and pipelines*. Moscow: Energoatomizdat Publ.; 1999. (In Russ.)
2. Kuzmin D.A. Investigation of the conditions of safety ensure of the main circulating pipeline on the basis of the LBB concept. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2016;(5):16–23. (In Russ.)
3. Heckmann K., Sievers J. Leakage assessment in leak-before-break analysis. *Atomwirtschaft*. 2019;64(10):482.
4. Ferreira da Silva I.G., Andrade A.H.P., Monteiro W. Leak-before-break methodology applied to different piping materials: a performance evaluation. *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2019;13(50):46–53. <https://doi.org/10.3221/IGF-ESIS.50.06>
5. Yin S., Weng Y., Song Z., Cheng B., Gu H., Wang H., Yao J. Mass transfer characteristics of pipeline leak-before-break in a nuclear power station. *Applied Thermal Engineering*. 2018;142:194–202. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2018.06.077>
6. Velez E., Carnicero A., Perera R. Elemental crack advance assessment and verification for its use in LBB analysis. *Nuclear Engineering and Design*. 2020;363:110622. <https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2020.110622>
7. Hong S., Kim J., Kim M.-W., Kim H.-D., Lee B.-S., Kim M.-C. Evaluation of LBB characteristics of candidate materials for main steam line piping in Korea nuclear power plants. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2020;188:104226. <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2020.104226>

8. Zhang J., Wang M., Zhang Z., Sun H., Wu Y.W, Tian W.X., Qiu S.Z., Su G. A comprehensive review of the leak flow through micro-cracks (in LBB) for nuclear system: morphologies and thermal-hydraulic characteristics. *Nuclear Engineering and Design*. 2020;362:110537. <https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2020.110537>
9. Dubyk Y. Application of probabilistic leak-before-break for WWER-1000 unit. *Procedia Structural Integrity*. 2019;22:275–282. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2020.01.035>
10. Li C., Shen Y., He Y., Zhang T., Liu J., Chang L. Study on leak rate in LBB analysis of welded pipe. *IOP Conference Series Materials Science and Engineering*. 2018;382(3):032020. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/382/3/032020>
11. Tatu A., Kim J., Kim T. Analysis of double-ended guillotine break at a direct vessel Injection line of ATLAS. *Kerntechnik*. 2018;83(1):4–14. <https://doi.org/10.3139/124.110849>
12. Arkadov G.V., Getman A.F., Rodionov A.N. *Reliability of NPP equipment and pipelines and optimization of their life cycle (probabilistic methods)*. Moscow: Energoizdat Publ.; 2010. (In Russ.)
13. Kuzmichevsky A.Yu., Getman A.F. Determination of quantitative indicators of reliability according to the criteria for destruction, leakage, or detection of a defect in operation. *Industrial Laboratory. Diagnostics of Materials*. 2010; 76(10):42–46. (In Russ.)
14. Getman A.F. *Service life of NPP vessels and pipelines*. Moscow: Energoatomizdat Publ.; 2000. (In Russ.)
15. Volchenko V.N. *Probability and reliability of the assessment of the quality of metal products*. Moscow: Metallurgiya Publ.; 1987. (In Russ.)
16. Troshchenko V.T., Sosnovskij L.A. *Fatigue resistance of metals and alloys: guide (part 1)*. Kiev: Naukova dumka Publ.; 1987.
17. Elishakoff I. *Safety factors and reliability: friends or foes?* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers; 2004. <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-2131-2>
18. Kuzmin D.A., Kuzmichevsky A.Yu., Vertashenok M.V. Investigation of the probability of existence of defects with a size exceeding the allowed value. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(5):414–423. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-5-414-423>



Уважаемые коллеги!

Инженерная академия Российского университета дружбы народов приглашает вас принять участие в научном мероприятии в 2021 году.

ВСЕРОССИЙСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ С МЕЖДУНАРОДНЫМ УЧАСТИЕМ

«ИНЖЕНЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ – 2021»

Октябрь 2021 года

Место проведения: Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3,

Департамент строительства, Инженерная академия РУДН.

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ЯЗЫКИ КОНФЕРЕНЦИЙ

Русский, английский.

ПУБЛИКАЦИЯ МАТЕРИАЛОВ КОНФЕРЕНЦИЙ

Статьи будут опубликованы в сборниках трудов конференций, индексируемых в БД РИНЦ, или в журнале, индексируемом в БД Scopus и Web of Science.

НАУЧНЫЕ СЕКЦИИ

- Материаловедение, металлургия и нанотехнологии.
- Машиностроение, энергетика и транспорт.
- Авиационные и космические системы.
- Геология, горное и нефтегазовое дело.

- Гражданское, промышленное и гидротехническое строительство.
- Архитектура и промышленный дизайн.
- Инновационный менеджмент в промышленности.

КОНТАКТНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Организатор конференций: Российский университет дружбы народов (РУДН).

Адрес страницы конференций на портале РУДН: <http://engr.rudn.ru/?p=14247>

Место проведения конференций:

Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3, Инженерная академия РУДН.

Заседание секции «Машиностроение, энергетика и транспорт» состоится по адресу:

Москва, Подольское ш., д. 8, корп. 5.

Председатель Оргкомитета:

Малькова Марианна Юрьевна, профессор департамента строительства Инженерной академии РУДН.

E-mail: malkova-myu@rudn.ru

