

# СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА ИНЖЕНЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ

2020 Том 16 № 3

DOI 10.22363/1815-5235-2020-16-3

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (открытый доступ)

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал  
Издается с 2005 г.

Свидетельство о регистрации СМИ ПИ № ФС 77-19706 от 13 апреля 2005 г.

выдано Федеральной службой по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране наследия  
Учредитель: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»

ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online)

Периодичность: 6 выпусков в год.

Языки: русский, английский.

Журнал индексируют: РИНЦ, Cyberleninka, DOAJ, EBSCOhost, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, Dimensions.

Включен в Перечень ведущих научных журналов и изданий ВАК при Минобрнауки России по группе научных специальностей 05.23.01 – Строительные конструкции, здания и сооружения, 05.23.02 – Основания и фундаменты, подземные сооружения, 05.23.17 – Строительная механика.

Подписной индекс по каталогу агентства «Роспечать» – 20479 (полгода).

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал «*Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*» знакомит читателей с достижениями отечественных и зарубежных ученых в области геометрии пространственных конструкций, сопротивления материалов, строительной механики, теории упругости и расчета строительных и машиностроительных конструкций, освещает вопросы научно-технического прогресса в строительстве и машиностроении, публикует аналитические обзоры по теме журнала.

Сайт журнала содержит полную информацию о журнале, его редакционной политике и этических принципах, требования к подготовке и условия публикации статей, а также полные выпуски журнала с 2008 г. (в рамках политики свободного доступа).

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

### ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

*Акимов П.А.*, акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

### ЗАМЕСТИТЕЛЬ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

*Галишикова В.В.*, д-р техн. наук, доц., РУДН, Москва, Россия

### ИСПОЛНИТЕЛЬНЫЙ РЕДАКТОР

*Мамиева И.А.*, РУДН, Москва, Россия

### ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ:

*Агапов В.П.*, д-р техн. наук, проф., МГСУ, Москва, Россия

*Андреев В.И.*, акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

*Баженов В.А.*, акад., Национальная академия педагогических наук, д-р техн. наук, проф., КНУСА, Киев, Украина

*Буй Суан Нам*, доцент, Ханойский университет горного дела и геологии, Ханой, Вьетнам

*Ванин В.В.*, д-р техн. наук, проф., Киевский политехнический университет, Киев, Украина

*Заксенхофер Райханд Ф.*, профессор, Горный университет в Леобене, Австрия

*Зверев Е.М.*, д-р техн. наук, проф., ИПМ РАН, Москва, Россия

*Иванов С.П.*, д-р техн. наук, проф., ПГТУ (ВолгаТех), Йошкар-Ола, Россия

*Карпенко Н.И.*, акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИИСФ РААСН, Москва, Россия

*Колчунов В.И.*, акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ЮЗГУ, Курск, Россия

*Красич Соня*, кандидат технических наук, Нишский университет, Ниш, Сербия

*Лисичкин С.Е.*, д-р техн. наук, ООО «ИЦСКТЭ», Москва, Россия

*Ляхович Л.С.*, акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ТГАСУ, Томск, Россия

*Магуле Фредерик*, профессор, Высшая инженерная школа «Централь Сюделек», Университет Париж-Сакли, Франция

*Мандроне Джузеппе*, доцент, Университет Турина, Италия

*Обозов В.И.*, д-р техн. наук, проф., ЦНИИСК, Москва, Россия

*Санжаровский Р.С.*, д-р техн. наук, проф., ЕНУ им. Гумилева, Астана, Казахстан

*Травуш В.И.*, акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ЭНПИ, Москва, Россия

*Якутов Н.М.*, чл.-корр. РИА, д-р техн. наук, проф., ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

## СОДЕРЖАНИЕ

### РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

*Лалин В.В., Ле Ты Куанг Чунг.* Расчет строительных конструкций на несколько динамических воздействий со статическим учетом высших форм колебаний ..... 171

*Кирсанов М.Н.* Расчет зависимости прогиба арочной фермы с подвесными элементами от числа панелей ..... 179

*Санжаровский Р.С., Зибер Ф., Тер-Эммануэльян Т.Н., Манченко М.М., Мусабаев Т.Т., Гаджиев М.А.* Теория расчета железобетона и ее несоответствие Еврокоду ..... 185

*Голиков А.В., Субботин Д.И.* Анализ повреждаемости и оценка влияния повреждений на работу несущих конструкций нефтеперерабатывающих трубчатых печей ..... 193

*Vatin N.I., Gebre T.H., Gebreslassie S.B.* The trends and practical look of advanced steel frame structures (Тенденции и практический вид современных стальных каркасных конструкций) ..... 203

### ДИНАМИКА КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ

*Колесников А.О., Попов В.Н., Костюк Т.Н.* Оценка взаимного влияния свай при вертикальных колебаниях фундамента ..... 209

*Иванов С.П., Иванова А.С., Иванов О.Г.* Устойчивость геометрически нелинейных пластинчатых систем под действием динамических нагрузок ..... 219

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

*Cajamarca-Zuniga D., Carrasco C., Molina B.* Experimental determination of the limiting flexibility of eucalyptus wood for axially compressed elements (Экспериментальное определение предельной гибкости древесины эвкалипта для центрально сжатых элементов) ..... 226

### ТЕОРИЯ ТОНКИХ ОБОЛОЧЕК

*Мамиева И.А.* Большеболотные структуры в дипломных проектах студентов РУДН ..... 233

Редактор Ю.А. Заикина  
Дизайн обложки: Ю.Н. Ефремова  
Компьютерная верстка: Ю.А. Заикина

### Адрес редакции:

Российский университет дружбы народов  
Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; тел.: +7 (495) 955-08-28; факс: +7 (495) 955-08-28; e-mail: [stmj@rudn.ru](mailto:stmj@rudn.ru); [i\\_mamieva@mail.ru](mailto:i_mamieva@mail.ru)

Подписано в печать 08.06.2020. Выход в свет 15.06.2020. Формат 60×84/8.

Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 8,37. Тираж 250 экз. Заказ № 635. Цена свободная.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов» (РУДН)  
Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

Отпечатано в типографии ИПК РУДН  
Российская Федерация, 115419, Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

© Российский университет дружбы народов, 2020  
© Дигурова И.Т., фото на обложке  
(Дом на Котельнической набережной, Москва), 2020

# STRUCTURAL MECHANICS OF ENGINEERING CONSTRUCTIONS AND BUILDINGS

2020 VOLUME 16 No. 3

DOI 10.22363/1815-5235-2020-16-3

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (Open Access)

Founded in 2005

by Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)

ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online)

Published 6 times a year.

Languages: Russian, English.

Indexed by RSCI (elibrary.ru), Cyberleninka, DOAJ, EBSCOhost, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, Dimensions.

The Journal has been included in the list of the leading review journals and editions of the Highest Certification Committee of Ministry of Education and Science of Russian Federation in which the basic results of PhD and Doctoral Theses are to be published.

Review-and-analytic and scientific-and-technical peer-reviewed journal "Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings" shows the readers round the achievements of Russian and foreign scientists in the area of geometry of spatial structures, strength of materials, structural mechanics, theory of elasticity and analysis of building and machine-building structures, illuminates the problems of scientific-and-technic progress in building and machine-building, publishes analytic reviews on the aims and scope of the Journal.

The Journal website contains full information about the Journal, editorial policy and ethics, requirements for the preparation and publication of the articles, etc., as well as full-text issues of the Journal since 2008 (Open Access).

## EDITORIAL BOARD

### EDITOR-IN-CHIEF

*P.A. Akimov*, Chairman, Member of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, DSc, Professor, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

### ASSISTANT EDITOR-IN-CHIEF

*V.V. Galishnikova*, DSc, RUDN University, Moscow, Russia

### MANAGING EDITOR

*I.A. Mamieva*, RUDN University, Moscow, Russia

### MEMBERS OF EDITORIAL BOARD:

*V.P. Agapov*, DSc, Professor, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

*V.I. Andreev*, Chairman, Member of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, DSc, Professor, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

*V.A. Bazhenov*, Member of the National Academy of Educational Science of Ukraine, DSc, Professor, Kiev National University of Building and Architecture, Kiev, Ukraine

*Xuan Nam Bui*, PhD, Assoc. Professor, Hanoi University of Mining and Geology, Hanoi, Vietnam

*S.P. Ivanov*, DSc, Professor, Volga State University of Technology, Yoshkar-Ola, Russia

*N.I. Karpenko*, Member of the RAACS, DSc, Professor, NIISF RAACS, Moscow, Russia

*V.I. Kolchunov*, Member of the RAACS, DSc, Professor, South-West State University, Kursk, Russia

*Sonja Krasic*, PhD of Technical Science, University of Nis, Nis, Serbia

*S.E. Lisichkin*, DSc, Scientific Research Institute of Energy Structures, Moscow, Russia

*L.S. Lyakhovich*, Member of the RAACS, DSc, Professor, Tomsk State University of Architecture and Building (TSUAB), Tomsk, Russia

*Fredéric Magoulès*, DSc, Professor, Centrale Supélec, Université Paris-Saclay, France

*Giuseppe Mandrone*, PhD, Ass. Prof. in Engineering Geology, University of Torino, Italy

*V.I. Obozov*, DSc, Professor, Central Research Institute of Building Structures (TzNIISK im. V.V. Kucherenko), Moscow, Russia

*Reinhard F. Sachsenhofer*, PhD, Professor, Montanuniversität Leoben, Austria

*R.S. Sanjarovskiy*, DSc, Professor, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

*V.I. Travush*, Member of the RAACS, DSc, Professor, ENPI, Moscow, Russia

*V.V. Vanin*, DSc, Professor, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kiev, Ukraine

*N.M. Yakupov*, Corresponding Member of Russian Engineering Academy, DSc, Professor, IME of FIC KazanSC of RAS, Russia

*E.M. Zveryaev*, DSc, Professor, Keldysh Institute of Applied Mathematics (Russian Academy of Sciences), Moscow, Russia

## CONTENTS

### ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

*Lalin V.V., Le Tu Quang Trung*. Calculation of building structures for several dynamic effects with a static accounting of higher forms of oscillation ..... 171

*Kirsanov M.N.* Calculation of the deflection of an arched truss with suspended elements depending on the number of panels ..... 179

*Sanjarovskiy R.S., Sieber F., Ter-Emmanuilyan T.N., Manchenko M.M., Musabaev T.T., Gadzhiev M.A.* Theory of the calculation of the reinforced concrete and inconsistency it to Eurocode ..... 185

*Golikov A.V., Subbotin D.I.* Damage analysis and assessment of the impact of damage on the operation of supporting structures of oil refining tube furnaces ..... 193

*Vatin N.I., Gebre T.H., Gebreslassie S.B.* The trends and practical look of advanced steel frame structures ..... 203

### DYNAMICS OF STRUCTURES AND BUILDINGS

*Kolesnikov A.O., Popov V.N., Kostiuk T.N.* Evaluation of the pile interaction at vertical vibrations of foundation ..... 209

*Ivanov S.P., Ivanova A.S., Ivanov O.G.* The stability of geometrically nonlinear plate systems under the action of dynamic loads ..... 219

### EXPERIMENTAL RESEARCHES

*Cajamarca-Zuniga D., Carrasco C., Molina B.* Experimental determination of the limiting flexibility of eucalyptus wood for axial-compressed elements ..... 226

### THEORY OF THIN ELASTIC SHELLS

*Mamieva I.A.* Large-span structures in diploma projects of students architects of RUDN University ..... 233

Copy Editor Iu.A. Zaikina  
Graphic Designer Iu.N. Efremova  
Layout Designer Iu.A. Zaikina

### Address of the Editorial Board:

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)  
6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; tel.: +7 (495) 955-08-28; fax: +7 (495) 955-08-28; e-mail: [stmj@rudn.ru](mailto:stmj@rudn.ru); [i\\_mamieva@mail.ru](mailto:i_mamieva@mail.ru)

Printing run 250 copies. Open price

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)  
6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation

Printed at Publishing House of RUDN University  
3 Ordzhonikidze St, Moscow, 115419, Russian Federation

© Peoples' Friendship University of Russia, 2020  
© Digurova I.T., photo on the cover of the Journal  
(Kotelnicheskaya Embankment Building, Moscow), 2020

## РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

DOI 10.22363/1815-5235-2020-16-3-171-178  
УДК 624.046

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

### Расчет строительных конструкций на несколько динамических воздействий со статическим учетом высших форм колебаний

В.В. Лалин, Ле Ты Куанг Чунг\*

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Российская Федерация, 195251 Санкт-Петербург,  
ул. Политехническая, 29  
\*quangtrung1690@gmail.com

#### История статьи:

Поступила в редакцию: 20 февраля 2020 г.  
Доработана: 07 апреля 2020 г.  
Принята к публикации: 25 апреля 2020 г.

#### Аннотация

**Актуальность.** При расчете строительных конструкций на динамические воздействия традиционно используется метод разложения искомого решения в ряд по формам собственных колебаний. В зависимости от сложности решаемых задач требуется учитывать разное число форм – от нескольких первых мод до десятков или сотен форм. Получаемые результаты тем более точны, чем больше форм учитывает расчет. Вклад в искомые параметры напряженно-деформированного состояния сооружения неучтенных высших форм колебаний, как правило, никак не оценивается, хотя в ряде случаев это делать необходимо. Кроме того, появляется важный вопрос выполнения расчета при уменьшенном числе учитываемых форм, так чтобы получать достаточно точный результат. **Цель.** Настоящая работа посвящена способу статического учета высших форм колебаний в задачах динамики строительных конструкций. Приведено описание основных положений метода, рассмотрено его использование на пространственной стержневой системе, нагруженной несколькими гармоническими силами с разными частотами. **Методы.** Изучаемый в работе метод статического учета высших форм колебаний требует решения одной динамической задачи с небольшим числом форм и вспомогательной статической задачи. Важным обстоятельством подхода является то, что статическая задача должна быть решена двумя способами: точным и методом разложения по собственным формам колебаний, после чего вычисляется статическая поправка к динамическому решению. **Результаты.** Предлагаемый в статье подход позволяет значительно снизить вычислительные затраты на динамический расчет в сравнении с классическим подходом при сравнимой точности результатов. Этот может иметь значение при решении задач на сложные динамические воздействия и для неоднородных по жесткости конструкций.

**Ключевые слова:** динамика сооружений, спектральный метод, формы колебаний, статический учет высших форм колебаний, полигармоническая нагрузка

#### Для цитирования

Лалин В.В., Ле Ты Куанг Чунг. Расчет строительных конструкций на несколько динамических воздействий со статическим учетом высших форм колебаний // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 3. С. 171–178. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-171-178>

#### Введение

Строительные конструкции под влиянием динамических воздействий, таких как землетрясение,

удар копровой установки, работа двигателя стационарного оборудования, движение автотранспорта и прочее, совершают колебательные движения.

Основным подходом к решению задач динамики является метод разложения в ряд по формам собственных колебаний [1–5]. Вопросам определения частот и форм собственных колебаний сложных строительных конструкций до сих пор уделяется значительное внимание [6–8].

Известно, что вклад первых слагаемых ряда, соответствующих низшим формам, в перемещения и

Лалин Владимир Владимирович, доктор технических наук, профессор, Инженерно-строительный институт; eLIBRARY SPIN-код: 8220-6921, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-3850-424X>.

Ле Ты Куанг Чунг, аспирант, Инженерно-строительный институт; eLIBRARY SPIN-код: 3059-2207, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-6547-4632>.

© Лалин В.В., Ле Ты Куанг Чунг, 2020

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

внутренние усилия системы является основным, в то время как вклад высших форм, как правило, незначителен. Кроме того, учитывать большое число мод в расчете достаточно сложно, поскольку ресурсы вычислительной техники ограничены.

Однако существует ряд случаев, когда возникает необходимость в учете высших форм, например при изучении работы конструкции при сейсмической нагрузке [9–14], где само динамическое воздействие носит сложный характер.

Более того, в условиях разработки проектной документации на здание или сооружение при внесении изменений в расчетную схему и ее пересчете может потребоваться значительное количество времени и затрат ресурсов вычислительной техники. Поэтому важно иметь возможность выполнять расчет при небольшом числе учитываемых форм собственных колебаний, так чтобы получить достаточно точный результат. Это возможно в том случае, если получается определенным образом учесть вклад отброшенных мод. Вопросам учета вклада высших форм колебаний посвящено значительное количество работ.

В работе [15] рассмотрены различные способы учета вклада высших форм колебаний в задачах сейсмостойкости при использовании линейно-спектрального метода. В работе [16] применительно к задачам сейсмостойкости сооружений автор предлагает приближенный метод оценки реакции системы по всем высокочастотным формам, объединяя их в одну глобальную форму. В статьях [17; 18] показано, что выделение квазистатических составляющих позволяет значительно ускорить сходимость ряда по собственным формам колебаний, что имеет важное значение при действии на сооружение сосредоточенных динамических воздействий. В работе [19] предложен способ учета вклада высших форм при анализе чувствительности форм колебаний к вариациям параметров системы.

Подход к учету высших форм колебаний, изучаемый в данной работе, основан на так называемом методе статического учета высших мод колебаний. Первоначально этот метод был назван методом построения матрицы остаточных податливостей [20; 21]. Метод не реализован в существующих программных комплексах, что делает невозможным его использование в первоначальной форме без написания дополнительного программного кода. В дальнейшем этот метод под названием «метод статического учета высших форм колебаний» был независимо предложен в работах [22; 23] для решения задач определения собственных частот и форм колебаний. В работе [24] метод был распространен на задачи о вынужденных колеба-

ниях при действии гармонической нагрузки, причем был разработан вариант метода, ориентированный на использование существующих программных комплексов.

Метод предполагает решение задачи динамики способом разложения в ряд по формам собственных колебаний с небольшим числом учитываемых мод с последующим добавлением к этому решению статической поправки, которую можно получить при решении вспомогательной статической задачи в точной и приближенной постановках.

В настоящей работе исследуется применение метода статического учета высших форм колебаний при действии на систему одновременно нескольких гармонических нагрузок с разными частотами. Подобная задача может представлять интерес при моделировании сейсмического воздействия в виде нескольких синусоидальных составляющих с экспоненциально убывающей амплитудой [12; 25; 26].

## 1. Метод решения

Уравнение движения системы при вынужденных колебаниях можно записать в виде

$$\rho \ddot{u} = L(u) + p(t), \quad (1)$$

где  $u(x, t)$  – искомое перемещение;  $\rho$  – плотность элементов системы;  $p(t)$  – внешняя динамическая нагрузка;  $L(u)$  – оператор статической задачи, зависящий от характера работы конструкции.

Можно привести следующие примеры вида оператора статической задачи  $L(u)$ :

- а)  $L(u) = EAu''$  – для задач растяжения – сжатия стержней;
- б)  $L(u) = -EIu^{IV}$  – для задач изгиба стержней;
- в)  $L(u) = -D(\partial^4 u / \partial x^4 + 2\partial^4 u / \partial x^2 \partial y^2 + \partial^4 u / \partial y^4)$  – для задач изгиба пластин.

Пусть на систему действует внешняя гармоническая нагрузка  $p(t) = P_0 \sin(\theta t)$ , тогда для установившегося режима колебаний решение можно искать в виде  $u(x, t) = u(x) \sin(\theta t)$ , и уравнение для определения амплитуды  $u(x)$  будет иметь вид

$$L(u) + \rho \theta^2 u + P_0 = 0. \quad (2)$$

Решение уравнения (2) ищется в виде разложения по собственным формам колебаний:

$$u_n(x) = \sum_{k=1}^n a_k U_k(x), \quad (3)$$

где  $n$  – число учитываемых мод колебаний;  $a_k$  – амплитудное значение  $k$ -той моды колебаний  $U_k(x)$ .

Решение динамической задачи по формуле (3) подразумевает выбор такого числа  $n$  учитываемых в расчете мод собственных колебаний системы, которое будет достаточно для нахождения искомого решения с необходимой точностью. Это число может быть значительным, что приведет к существенным затратам времени и ресурсов.

Можно подойти к решению данной задачи другим способом: принять в формуле (3) небольшое число слагаемых  $N (N \ll n)$ , а остальную часть (высшие моды колебаний) учесть в расчете статически.

Для этого необходимо рассмотреть решение вспомогательной статической задачи от действия статической силы  $P_0$ . Точное статическое перемещение  $u_{T,cm}(x)$  определяется при решении дифференциального уравнения равновесия:

$$L(u) + P_0 = 0. \quad (4)$$

Следующим шагом решается та же статическая задача, но с помощью метода разложения в ряд по формам собственных колебаний. Аналогично решению динамической задачи можно записать решение задачи (4) в виде

$$u_{N,cm}(x) = \sum_{k=1}^N b_k U_k(x). \quad (5)$$

Получив решения  $u_{T,cm}(x)$  и  $u_{N,cm}(x)$ , можно найти искомое решение задачи (2) при учете небольшого числа  $N$  мод собственных колебаний в следующем виде:

$$u(x) = u_N(x) + [u_{T,cm}(x) - u_{N,cm}(x)], \quad (6)$$

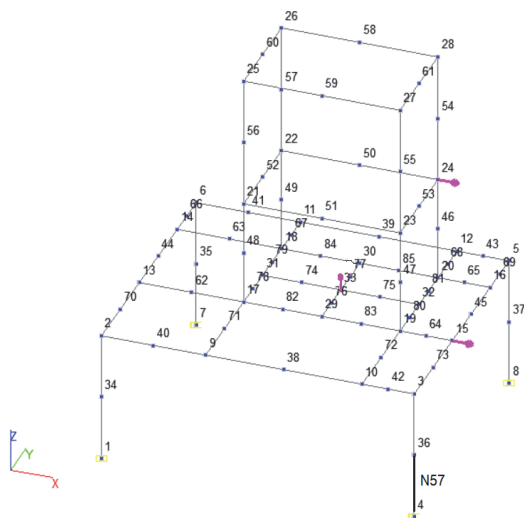


Рис. 1. Схема пространственной рамы  
[Figure 1. Spatial frame scheme]

где  $u_N(x)$  – решение динамической задачи по формуле (3) при  $n = N$ ;  $u_{T,cm}(x)$  – точное решение статической задачи (4);  $u_{N,cm}(x)$  – приближенное решение статической задачи по формуле (5). Разность  $[u_{T,cm}(x) - u_{N,cm}(x)]$  является статическим вкладом высших мод колебаний.

Как отмечалось выше, вспомогательная статическая задача должна решаться методом разложения в ряд по формам собственных колебаний. При выполнении расчетов на стандартных программных комплексах для этого выполняется решение динамической задачи с внешней нагрузкой в виде  $p(t) = P_0 \sin(\omega t)$ , где задается очень маленькое значение угловой частоты  $\omega$ . При  $\omega \rightarrow 0$  решение динамической задачи стремится к решению статической.

## 2. Результаты и обсуждение

### 2.1. Описание задачи

Рассматривается пространственная рама, которая состоит из стержневых конечных элементов (рис. 1). Габаритные размеры расчетной схемы составляют  $12 \times 10 \times 14$  м, нижние узлы – жестко зашпелены. В качестве материала принят бетон В25, размеры поперечных сечений элементов:  $20 \times 20$ ,  $35 \times 40$ ,  $50 \times 50$  см<sup>2</sup> (рис. 2). Для железобетонных конструкций принят коэффициент неупругого сопротивления материала  $\gamma = 0,1$ . Первые собственные частоты системы приведены в табл. 1.

На систему действует три внешние гармонические нагрузки, изменяющиеся во времени по закону  $p_i(t) = P_i \sin(\theta_i t)$ . Их параметры приведены в табл. 2.



Рис. 2. Жесткости элементов схемы  
[Figure 2. Stiffness of scheme elements]

Таблица 1

Собственные частоты колебаний  
[Table 1. Natural frequencies of the structure]

Номер собственной формы [Number of the natural mode]	Собственные частоты [Natural frequencies]	
	Техническая частота, Гц [Technical frequency, Hz]	Угловая частота, рад/с [Angular frequency, rad/sec]
1	1,71	10,73
2	1,81	11,40
3	2,31	14,52
4	3,80	23,82
8	5,98	37,58
15	10,41	65,43
25	15,24	95,81

Таблица 2

Параметры вынуждающих динамических нагрузок  
[Table 2. External harmonic loads]

<i>i</i>	Номер узла [Num- ber of the node]	Направ- ление действия силы [Direction of force]	Амплитуда силы ( $P_{0i}$ ), кН [Amplitude of force ( $P_{0i}$ ), kN]	Вынуждающая частота ( $\theta_i$ ) [Driving frequency ( $\theta_i$ )]	
				Гц [Hz]	рад/с [rad/sec]
1	15	по оси $X$	1000	2,1	13,19
2	24	по оси $X$	500	3,0	18,84
3	33	по оси $Z$	1500	5,0	31,40

Далее в работе приводятся перемещения узлов 2 и 25 по направлению  $X$ , перемещение узла 33 по направлению  $Z$ , а также изгибающий момент относительно оси  $Y$  в элементе  $N57$  (на рис. 1 выделен толстой линией).

## 2.2. Решение задачи методом статического учета высших мод колебаний

Задача решалась с помощью программы SCAD Office 21.1.9.3. Результат расчета рамы на динамическую нагрузку от каждой силы по отдельности приведен в табл. 3.

Таблица 3

Решение динамической задачи от каждой силы  
[Table 3. Dynamic frame calculation]

Силы [Force]	Число учитываемых форм колебаний [Number of modes]	$u_{2-x}$ , мм [mm]	$u_{25-x}$ , мм [mm]	$u_{33-z}$ , мм [mm]	$M_{57}$ , кН·м [kN·m]	
					Max	Min
$p_1(t)$	8	-56,184	146,524	0,810	-1331,74	-403,13
$p_2(t)$	15	-21,821	182,744	5,435	-520,42	-156,35
$p_3(t)$	25	4,492	-26,728	250,019	-636,13	428,88

Отметим, что рассматриваемая расчетная схема имеет 243 динамических степеней свободы, таким образом число учтенных в расчетах форм колебаний мало по сравнению с их полным количеством.

Далее была точно решена вспомогательная статическая задача от статических сил, равных амплитудам вынуждающих нагрузок  $P_{0i}$ . Точные статические перемещения узлов 2, 25 и 33, а также изгибающий момент в элементе  $N57$  приведены в табл. 4.

Таблица 4

Точное решение статической задачи  
от каждой из внешних сил  
[Table 4. Exact solution of the static problem for each loads]

Силы [Force]	$u_{2-x}$ , мм [mm]	$u_{25-x}$ , мм [mm]	$u_{33-z}$ , мм [mm]	$M_{57}$ , кН·м [kN·m]	
				Max	Min
$P_{0_1}$	-39,220	-44,965	-1,588	-921,62	-291,56
$P_{0_2}$	-11,058	-320,103	-6,504	-254,17	-85,52
$P_{0_3}$	-1,843	-44,540	-156,728	237,57	-162,53

На следующем шаге вспомогательная статическая задача была решена динамическим методом при задании в программе очень малой частоты каждой вынуждающей силы, равной  $\theta = 0,0001$ , причем амплитуда сил не менялась. При такой частоте решение динамической задачи практически совпадает с решением задачи статики с условием учета всех форм колебаний. Использование небольшого числа собственных форм позволит получить приближенное решение статической задачи. Результаты расчета при разном числе учитываемых мод приведены в табл. 5.

Таблица 5

Решение вспомогательной статической задачи  
от каждой из внешних сил  
[Table 5. The solution of the auxiliary static problem  
by the dynamic method for each loads]

Силы [Force]	Число учитываемых форм колебаний [Number of modes]	$u_{2-x}$ , мм [mm]	$u_{25-x}$ , мм [mm]	$u_{33-z}$ , мм [mm]	$M_{57}$ , кН·м [kN·m]	
					Max	Min
$p_1(t)$	$N = 8$	-42,704	-43,682	-2,117	-1010,52	-307,65
$p_2(t)$	$N = 15$	-9,872	-320,322	-6,559	-227,73	-76,71
$p_3(t)$	$N = 25$	-1,886	-44,474	-138,673	227,93	-158,15

В табл. 6 приводятся решения динамических задач от каждой силы по предлагаемому методу согласно формуле (6).

Таблица 6

Результаты решения задачи методом статического учета высших мод колебаний для каждой силы  
[Table 6. The results of solving the problem by the method of static accounting of higher vibration forms for each load]

Силы [Force]	Число учитываемых форм колебаний [Number of modes]	$u_{2-x}$ ,	$u_{25-x}$ ,	$u_{33-z}$ ,	$M_{57}$ ,	
		мм [mm]	мм [mm]	мм [mm]	кН·м [kN·m] Max	Min
$p_1(t)$	$N = 8$	52,700	145,241	1,339	1242,84	387,04
$p_2(t)$	$N = 15$	23,007	182,963	5,490	546,86	165,16
$p_3(t)$	$N = 25$	4,535	26,794	231,964	626,49	424,50

В случае одновременного действия трех сил перемещения и моменты рассчитываются как сумма решений от каждой из сил в отдельности. Результаты приведены в табл. 7.

Таблица 7

Результаты решения задачи методом статического учета высших мод колебаний от одновременного действия всех внешних сил  
[Table 7. The results of solving the problem by the method of static accounting of higher vibration forms from the simultaneous action of all external loads]

Силы [Force]	$u_{2-x}$ ,	$u_{25-x}$ ,	$u_{33-z}$ ,	$M_{57}$ ,	
	мм [mm]	мм [mm]	мм [mm]	кН·м [kN·m] Max	Min
$p_1(t) + p_2(t) + p_3(t)$	80,242	354,998	238,793	2416,19	976,70

Решение задачи прямым интегрированием уравнений движения. Для оценки точности предлагаемого подхода исходная задача о действии одновременно трех сил была решена в программном комплексе SCAD с помощью прямого интегрирования уравнений движения. Таким же методом были решены задачи о действии каждой силы по отдельности. Задачи решались на интервале времени от 0 до 10 с при шаге по времени 0,005 с.

Таблица 8

Решение динамической задачи методом прямого интегрирования уравнений движения  
[Table 8. Solution of a dynamic problem by direct integration of the equations of motion]

Силы [Force]	$u_{2-x}$ ,	$u_{25-x}$ ,	$u_{33-z}$ ,	$M_{57}$ ,	
	мм [mm]	мм [mm]	мм [mm]	кН·м [kN·m] Max	Min
$p_1(t)$	52,579	146,646	1,335	1239,87	386,35
$p_2(t)$	22,839	183,977	5,506	538,6	162,9
$p_3(t)$	4,591	25,775	227,884	602,45	406,71
$\sum_{i=1}^3 p_i(t)$	78,635	350,509	232,171	2366,08	932,89

В табл. 8 приведены результаты решения динамической задачи от каждой силы в отдельности и при их одновременном действии.

Сравнение результатов решения предлагаемым методом и методом прямого интегрирования уравнений движения. В табл. 9 проводится сравнение результатов расчетов.

Таблица 9

Сравнение результатов предлагаемого метода и метода прямого интегрирования уравнений движения  
[Table 9. Comparison of the results of the proposed method and the method of direct integration of the equations of motion]

Силы [Force]	Вид расчета [Calculation methods]	$u_{2-x}$ ,	$u_{25-x}$ ,	$u_{33-z}$ ,	$M_{57}$ ,	
		мм [mm]	мм [mm]	мм [mm]	кН·м [kN·m] Max	Min
$p_1(t)$	(1)	52,700	145,241	1,339	1242,84	387,04
	(2)	52,579	146,646	1,335	1239,87	386,35
	$\varepsilon$ (%)	0,23	0,96	0,30	0,24	0,18
$p_2(t)$	(1)	23,007	182,525	5,380	546,86	165,16
	(2)	22,839	183,977	5,506	538,60	162,90
	$\varepsilon$ (%)	0,74	0,55	0,29	1,54	1,40
$p_3(t)$	(1)	4,449	26,794	268,074	645,77	433,26
	(2)	4,591	25,775	227,884	602,45	406,71
	$\varepsilon$ (%)	1,22	3,95	1,79	3,99	4,37
$\sum_{i=1}^3 p_i(t)$	(1)	80,242	354,998	238,793	2416,19	976,70
	(2)	78,635	350,509	232,171	2366,08	932,89
	$\varepsilon$ (%)	2,04	1,28	2,85	2,12	4,70

Примечание: (1) – предлагаемый метод; (2) – метод прямого интегрирования уравнений движения;  $\varepsilon$  – относительная погрешность.

Анализ результатов, приведенных в табл. 9, позволяет сделать следующие выводы:

1) погрешность предлагаемого метода при учете небольшого количества форм колебаний нигде не превосходит 5 %, то есть метод имеет достаточную для инженерных расчетов точность;

2) достаточно высокая точность результатов достигается как по перемещениям, так и по усилиям;

3) использованный в работе простой способ суммирования результатов от действия трех сил с разными частотами возможен, так как существуют моменты времени, в которые вклады от каждой силы одновременно достигают максимальных значений.

## Заключение

В настоящей работе метод статического учета высших форм колебаний распространен на задачи динамики при действии на сооружение одновременно нескольких гармонических нагрузок с разными частотами. При этом используется такой вариант метода, который позволяет получать результаты с

использованием существующих программных комплексов.

Предлагаемый вариант метода с использованием стандартных программных комплексов требует решения двух динамических задач с малым числом мод и одной статической задачи, причем вспомогательная динамическая задача должна решаться с малой величиной частоты вынуждающей нагрузки.

На численном примере показано, что предложенный метод дает достаточно высокую точность решения при учете небольшого количества собственных форм колебаний по сравнению с полным количеством динамических степеней свободы. Высокая точность решения получается не только по перемещениям, но и по усилиям.

Установлено, что при одновременном действии трех гармонических динамических воздействий с разными частотами, результирующие искомые величины могут быть получены как сумма решений задачи от каждой из внешних сил в отдельности.

#### Список литературы

1. Clough R.W., Penzien J. Dynamics of structures. New York: McGraw-Hill Book Company, 1975. 320 p.
2. Chopra A.K. Dynamic of structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering. New Jersey: Prentice-Hall, 2006. 794 p.
3. Игнатьев В.А., Галишиникова В.В. Основы строительной механики. М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2009. 500 с.
4. Золотев А.Б., Акимов П.А., Сидоров В.Н., Мозгалева М.Л. Численные и аналитические методы расчета строительных конструкций. М.: АСВ, 2009. 336 с.
5. Рутман Ю.Л., Островская Н.В. Динамика сооружений: сейсмостокость, сейсмозащита, ветровые нагрузки: монография. СПб.: СПбГАСУ, 2019. 253 с.
6. Нурибейтов А.У., Дудченко А.А. Современное состояние вопроса анализа собственных частот и форм колебаний конструкции из композиционных материалов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 4. С. 323–336.
7. Мокин Н.А., Кустов А.А., Ганджунцев М.И. Численное исследование собственных частот и форм колебаний воздухоопорных сооружений // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 4. С. 337–347.
8. Колесников А.О., Попов В.Н. Расчет собственной частоты колебаний заглубленного фундамента при импульсном нагружении // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 5. С. 360–368.
9. Newmark N.M., Rosenblueth E. Fundamentals of earthquake engineering. New York: Englewood Cliffs, 1980. 344 p.
10. Бирбраер А.Н. Расчет конструкций на сейсмостойкость. СПб.: Наука, 1998. 255 с.
11. Datta T.K. Seismic Analysis of Structures. John Wiley & Sons (Asia) Pte Ltd, 2010. 464 p.
12. Уздин А.М., Елизаров С.В., Белаиш Т.А. Сейсмостойкие конструкции транспортных зданий и сооружений. М.: Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте, 2012. 500 с.
13. Sucuoğlu Haluk, Akkar Sinan. Basic Earthquake Engineering. From Seismology to Analysis and Design. Springer, 2014. 288 p.
14. Тяпин А.Г. Современные нормативные подходы к расчету ответственных сооружений на сейсмические воздействия. М.: АСВ, 2018. 518 с.
15. Бирбраер А.Н., Сазонова Ю.В. Вклад высших мод в динамический отклик конструкций на высокочастотные воздействия // Строительная механика и расчет сооружений. 2009. № 6 (227). С. 22–27.
16. Тяпин А.Г. Реализация «концепции остаточного члена» в расчетах сооружений на сейсмические воздействия модальным и спектральным методами // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2014. № 4. С. 32–35.
17. Балакирев Ю.Г. Особенности выделения квазистатических составляющих при анализе динамического нагружения упругих конструкций // Космонавтика и ракетостроение. 2014. № 2 (75). С. 34–40.
18. Лиходед А.И., Сидоров В.В. Некоторые особенности сходимости метода разложения по тонам колебаний применительно к континуальным и конечно-элементным моделям // Космонавтика и ракетостроение. 2013. № 2 (71). С. 20–27.
19. Бацева О.Д., Дмитриев С.Н. Учет высших тонов колебаний при вычислении чувствительности собственных форм колебаний к вариациям параметров механической системы // Инженерный журнал: наука и инновации. 2018. № 7 (79). С. 3–23.
20. Rubin S. Improved component-mode representation for structural dynamic analysis // AIAA Journal. 1975. Vol. 13. Issue 8. Pp. 995–1006.
21. Цейтлин Б.В. Построение матрицы остаточных податливостей и ее использование при решении задач динамики конструкций // Научно-технические проблемы прогнозирования надежности и долговечности конструкций и методы их решения: труды IV Международной конференции. СПб.: Нестор, 2001. С. 325–331.
22. Зегжда С.А. К задаче соударения деформируемых тел // Прикладная механика. 1979. № 4. С. 91–108.
23. Вернигор В.Н. Определение собственных частоты и эквивалентных масс упругого тела по его динамической податливости // Вестник Ленинградского университета. 1990. № 2 (4). С. 35–42.
24. Le T.Q.T., Lalin V.V., Bratashov A.A. Static accounting of highest modes in problems of structural dynamics // Magazine of Civil Engineering. 2019. Vol. 88. Issue 4. Pp. 3–13.
25. Долгая А.А. Моделирование сейсмического воздействия коротким временным процессом // Э-И. ВНИИТПИ. Серия: Сейсмостойкое строительство. 1994. Вып. 5–6. С. 56–63.
26. Рекомендации по заданию сейсмических воздействий для расчета зданий разной степени ответственности. СПб. – Петропавловск-Камчатский: КамЦентр, 1996. 12 с.



## Calculation of building structures for several dynamic effects with a static accounting of higher forms of oscillation

Vladimir V. Lalin, Le Tu Quang Trung\*

Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, 29 Polytechnicheskaya St, Saint Petersburg, 195251, Russian Federation

\*quangtrung1690@gmail.com

### Article history:

Received: February 20, 2020

Revised: April 07, 2020

Accepted: April 25, 2020

### Abstract

**Relevance.** When calculating building structures for dynamic effects, the method of expanding the desired solution in a series according to the forms of natural oscillation is traditionally used. Depending on the complexity of the tasks to be solved, it is required to take into account a different number of forms – from the first few forms to tens or hundreds of forms. The results obtained are all the more accurate the more forms the calculation takes into account. As a rule, the contribution to the required parameters of the stress-strain state of the structure of unaccounted for higher oscillation forms is not evaluated in any way, although in some cases this must be done. In addition, the important question arises of performing the calculation with a reduced number of considered forms so as to obtain a sufficiently accurate result. **The aim of the work.** This work is devoted to the method of static accounting of higher forms of oscillation in the problems of the dynamics of building structures. The basic principles of the method are described, its use on a spatial rod system loaded with several harmonic forces with different frequencies is considered. **Methods.** The method of static accounting of higher forms of oscillations studied in this work requires the solution of one dynamic problem with a small number of forms and an auxiliary static problem. An important circumstance of the approach is that the static problem must be solved in two ways: the exact one and the decomposition method according to its own forms of oscillation, after which the static correction to the dynamic solution is calculated. **Results.** The approach proposed in the article can significantly reduce the computational cost of dynamic calculation in comparison with the classical approach with comparable accuracy of the results. This may be of value in solving problems of complex dynamic effects and for structures with inhomogeneous rigidity.

**Keywords:** structure dynamics, spectral method, forms of oscillation, static accounting of higher forms of oscillation, polyharmonic load

### For citation

Lalin V.V., Le Tu Quang Trung. Calculation of building structures for several dynamic effects with a static accounting of higher forms of oscillation. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(3):171–178. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-171-178> (In Russ.)

### References

1. Clough R.W., Penzien J. *Dynamics of structures*. New York: McGraw-Hill Book Company; 1975.
2. Chopra A.K. *Dynamic of structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering*. New Jersey: Prentice-Hall; 2006.
3. Ignatyeva V.A., Galishnikova V.V. *Osnovy stroitelnoy mekhaniki [Fundamentals of structural mechanics]*. Moscow: Assotsiatsii stroitelnykh vuzov Publ.; 2009. (In Russ.)
4. Zoloev A.B., Akimov P.A., Sidorov V.N., Mozgaleva M.L. *Chislennyye i analiticheskiye metody rascheta stroitelnykh konstruksiy [Numerical and analytical methods for calculating building structures]*. Moscow: ASV Publ.; 2009. (In Russ.)
5. Rutman Yu.L., Ostrovskaya N.V. *Dinamika sooruzhenii: seysmostokost, seysmozashchita, vetrovyye nagruzki [Dynamics of construction: seismic stability, seismic protection, wind loads]*: monograph. Saint Petersburg: SPbGASU Publ., 2019. (In Russ.)
6. Nurimbetov A.U., Dudchenko A.A. The modern state of the problem of analyzing the natural frequencies and modes of vibration of a composite structure. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018; 14(4):323–336. (In Russ.)
7. Mokin N.A., Kustov A.A., Gandzhuntsev M.I. Numerical investigation of natural frequencies and mode shapes of air-supported structures. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018;14(4):337–347. (In Russ.)
8. Kolesnikov A.O., Popov V.N. Calculation of the natural oscillation frequency of the submerged basement subject to pulsed loading. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018;14(5):360–368. (In Russ.)
9. Newmark N.M., Rosenblueth E. *Fundamentals of earthquake engineering*. New York: Englewood Cliffs; 1980.
10. Birbrayer A.N. *Raschet konstruksiy na seysmostoykost [Calculation of structures for seismic resistance]*. Saint Petersburg: Nauka Publ.; 1998. (In Russ.)

Vladimir V. Lalin, Dr.Sc., Professor, Institute of Civil Engineering; eLIBRARY SPIN-code: 8220-6921, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-3850-424X>.

Le Tu Quang Trung, graduate student, Institute of Civil Engineering; eLIBRARY SPIN-code: 3059-2207, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-6547-4632>.

11. Datta T.K. *Seismic Analysis of Structures*. John Wiley & Sons (Asia) Pte Ltd; 2010.
12. Uzdin A.M., Elizarov S.V., Belash T.A. *Seismo-stoikiye konstrukticii transportnykh zdaniy i sooruzheniy* [Earthquake resistant design of transport buildings and structures]. Moscow: Uchebno-metodicheskii centr po obrazovaniyu na zheleznodorozhnom transporte Publ.; 2012. (In Russ.)
13. Sucuoğlu Halûk, Akkar Sinan. *Basic Earthquake Engineering. From Seismology to Analysis and Design*. Springer; 2014.
14. Tyapin A.G. *Sovremennyye normativnyye podkhody k raschetu otvetstvennykh sooruzheniy na seysmicheskiye vozdeystviya* [Modern regulatory approaches to the calculation of critical structures for seismic load]. Moscow: ASV Publ.; 2018. (In Russ.)
15. Birbraer A.N., Sazonova J.V. Vklad vysshikh mod v dinamicheskiy otklik konstruktсий na vysokochastotnyye vozdeystviya [Input of high modes in dynamic response of structures subjected to high frequency loads]. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2009;227(6):22–27. (In Russ.)
16. Tyapin A.G. Implementation of the “Residual Term” Concept in Seismic Analysis by Modal and Spectral Methods. *Earthquake engineering. Constructions safety*. 2014;(4):32–35. (In Russ.)
17. Balakirev Yu.G. Osobennosti vydeleniya kvazistaticheskikh sostavlyayushchikh pri analize dinamicheskogo nagruzheniya uprugikh konstruktсий [Quasistatic components particularities in the analysis of the elastic structures dynamic loading]. *Cosmonautics and rocket engineering*. 2014; 76(2):34–40. (In Russ.)
18. Likhoded A.I., Sidorov V.V. Nekotoryye osobennosti skhodimosti metoda razlozheniya po tonam kolebaniy primenitelno k kontinualnym i konechno-elementnym modelyam [Certain Convergence Features of the Decomposition Method by Tones Vibrations Concerning Continuum and Finite-Element Models]. *Cosmonautics and rocket engineering*. (2013);71(2):20–27. (In Russ.)
19. Batseva O.D., Dmitriyev S.N. Accounting the highest tones of oscillations when calculating the sensitivity of modes of their own to variations in the parameters of a mechanical system. *Engineering Journal: science and Innovation*. 2018; 79(7):3–23. (In Russ.)
20. Rubin S. Improved component-mode representation for structural dynamic analysis. *AIAA Journal*. 1975;13(8): 995–1006.
21. Tseytlin B.V. Postroyeniye matrity ostatochnykh podatlivostey i yeye ispolzovaniye pri reshenii zadach dinamiki konstruktсий [Construction of the matrix of residual compliance and using in solving the problems of structural dynamics]. *Scientific and technical problems of predicting the reliability and durability of structures and methods for solving them: Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Conference*. Sankt Peterburg: Nestor Publ., 200: 325-331.
22. Zegzhda S.A. K zadache o soudarenii deformiruyemykh tel [The problem of the impact of deformable bodies]. *Prikladnaya mekhanika*. 1979;(4):91–108. (In Russ.)
23. Vernigor V.N. Opredeleeniye sobstvennykh chastoty i ekvivalentnykh mass uprugogo tela po yego dinamicheskoy podatlivosti [Determination of natural frequencies and equivalent masses of an elastic body by its dynamic flexibility]. *Bulletin of the Leningrad University*. 1990;4(2):35–42. (In Russ.)
24. Le T.Q.T., Lalin V.V., Bratashov A.A. Static accounting of highest modes in problems of structural dynamics. *Magazine of Civil Engineering*. 2019;88(4):3–13.
25. Dolgaya A.A. Modelirovaniye seysmicheskogo vozdeystviya korotkim vremennym protsessom [Simulation of seismic action by a short time process]. *E-I. VNIINTPI. Series: Seysmostoykoye stroitelstvo*. 1994;(5–6):56–63. (In Russ.)
26. *Rekomendatsii po zadaniyu seysmicheskikh vozdeystviy dlya rascheta zdaniy raznoy stepeni otvetstvennosti* [Recommendations for assigning seismic impacts for the calculation of buildings of different degrees of responsibility]. Saint Petersburg – Petropavlovsk-Kamchatskiy: KamTsentr Publ.; 1996. 12 p. (In Russ.)

DOI 10.22363/1815-5235-2020-16-3-179-184  
УДК 624.04

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

## Расчет зависимости прогиба арочной фермы с подвесными элементами от числа панелей

**М.Н. Кирсанов**

Национальный исследовательский университет «Московский энергетический институт», Российская Федерация, 111250, Москва, ул. Красноказарменная, 14  
e216@ya.ru

### История статьи:

Поступила в редакцию: 16 марта 2020 г.  
Доработана: 05 апреля 2020 г.  
Принята к публикации: 14 апреля 2020 г.

### Аннотация

**Цель** исследования – предложить схему и аналитический расчет статически определимой плоской фермы с подвесным нижним поясом. **Методы.** Вывод формулы зависимости прогиба фермы под действием равномерной нагрузки по нижнему поясу от ее размеров и числа панелей выполнен в системе компьютерной математики Maple. Усилия в стержнях находятся из решения общей системы уравнений равновесия всех узлов в символьной форме. Прогиб вычисляется по формуле Максвелла – Мора. Жесткость всех стержней, исключая опорные, предполагается одинаковой. Обобщение ряда формул для прогиба, полученных при последовательном увеличении числа панелей на произвольное их число, произойдет методом двойной индукции по двум независимым параметрам. Один параметр – число панелей в ригеле, другой – число панелей в боковых частях арки. При этом задействуются специальные операторы системы Maple, позволяющие для последовательности коэффициентов в искомой формуле составить и решить рекуррентные уравнения, которым удовлетворяют элементы последовательностей. **Результаты.** Полученные решения имеют полиномиальную форму по числу панелей не выше пятой степени. Построены и проанализированы кривые зависимости прогиба от числа панелей. Найдены асимптотические свойства решений в случае фиксированной длины пролета конструкции и заданной суммарной нагрузки. Предложенная схема статически определимой конструкции с двумя независимыми параметрами регулярности допускает нахождение достаточно простого аналитического решения. Полученная формула наиболее эффективна в расчетах систем с большим числом элементов, где численные методы имеют тенденцию к накоплению ошибок округления.

**Ключевые слова:** ферма, решетка фермы, Maple, прогиб, индукция, арка, асимптотика

### Для цитирования

Кирсанов М.Н. Расчет зависимости прогиба арочной фермы с подвесными элементами от числа панелей // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 3. С. 179–184. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-179-184>

## Введение

Существующие методы расчета строительных конструкций основаны, как правило, на численных

методах, в частности на методе конечных элементов [1–3]. С развитием систем компьютерной математики (Maple, Mathematica, Derive и др.) все большее значение приобретают аналитические методы [4–11]. Формулы, полученные для прогиба и усилий в элементах конструкции, могут быть использованы как для оценки точности численных решений, так и для простого предварительного расчета систем. Ценность аналитических решений тем больше, чем больше независимых параметров геометрии и упругих характеристик объекта. Для конструк-

**Кирсанов Михаил Николаевич**, доктор физико-математических наук, профессор, кафедра робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин; eLIBRARY SPIN-код: 8679-6853, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-8588-3871>, ResearcherID: H-9967-2013, IstinaresearcherID: 2939132.

© Кирсанов М.Н., 2020



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

ций, имеющих регулярную структуру, например периодическую, решения методом индукции могут быть обобщены на произвольное число элементов периодичности. В регулярных фермах элементом периодичности является панель стержней. Если же конструкция имеет форму рамы или арки, то в ней может быть два и более параметра регулярности. В этом случае для обобщения решения на произвольное число панелей необходимо проводить двойную индукцию, например, сначала по числу панелей в ригеле, потом в опорах. Ранее этим методом были получены решения для прогиба плоских решетчатых [4–10], арочных [11–14] и пространственных [15–17] ферм. Более 70 формул для прогиба различных плоских ферм приведены в справочнике [18]. Предлагаемая конструкция (рис. 1, 2) арочной фермы рассчитывается этим методом.

### 1. Материалы и методы

Ригель фермы имеет прямолинейное очертание поясов и нисходящие раскосы длиной  $c = \sqrt{h^2 + a^2}$ . Симметричные части арки соединяются в шарнире  $C$ . Высота конструкции равна  $(k + 3)h$ , длина пролета  $L = 2(n + k + 1)a$ . Каждая ветвь арки состоит из трех частей: вертикальной высотой  $2h$ , наклонной из  $k$  панелей и горизонтальной (ригеля) из  $n$  панелей. Угол наклона боковых частей определяется соотношением размеров  $h$  и  $a$ . Нижний горизонтальный пояс фермы (стяжка) из шарнирно соединенных стержней длиной  $a$  крепится упругими вертикальными подвесками к нижнему поясу ригеля.

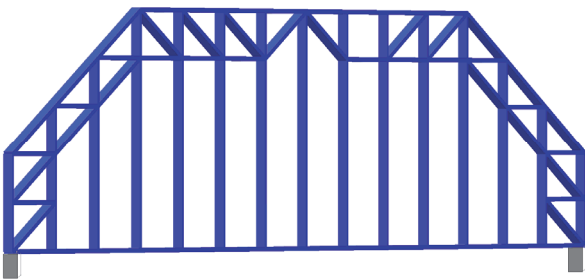


Рис. 1. 3D-модель фермы:  $n = 4, k = 2$   
[Figure 1. 3D model of the truss:  $n = 4, k = 2$ ]

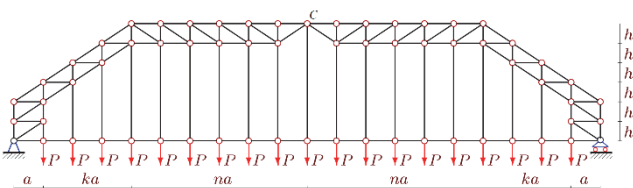


Рис. 2. Ферма под действием равномерной нагрузки при  $n = 6, k = 3$   
[Figure 2. Truss under uniform load:  $n = 6, k = 3$ ]

Расчет усилий в стержнях выполним в системе компьютерной математики Maple по программе [18] на основе опыта ее применения [4–14] для решения подобных задач для плоских ферм. Сначала в программе задаются координаты узлов и порядок соединения стержней. По этим данным рассчитываются направляющие косинусы усилий, являющиеся элементами матрицы системы уравнений равновесия узлов. На языке системы Maple это имеет вид

```
> m0:=8m+12n+12k+4
> Lxy[1]:=x[N[i][2]]-x[N[i][1]]:
> Lxy[2]:=y[N[i][2]]-y[N[i][1]]:
> L[i]:=sqrt(Lxy[1]^2+Lxy[2]^2);
> for j to 2 do
> u:=2N[i][2]-2+j:
> if u<=m0 then G[u,i]:=-Lxy[j]/L[i]:fi:
> u:=2N[i][1]-2+j:
> if u<=m0 then G[u,i]:= Lxy[j]/L[i]:fi:
> od;
```

где  $x[], y[]$  – координаты шарниров;  $Lxy[1], Lxy[2]$  – проекции условно направленных стержней на оси координат;  $L[i]$  – длина стержня;  $m0$  – число стержней, включая три опорные;  $G[]$  – матрица системы уравнений равновесия.

Решение системы линейных уравнений выполняется средствами системы Maple.

Полученное решение для усилий в стержнях можно представить графически, выделив красным цветом растянутые стержни и синим сжатые (рис. 3). Толщина отрезков стержней пропорциональна модулю усилий. Расчет произведен при  $a = 5$  м,  $h = 2$  м. Усилия отмечены значениями, отнесенными к величине нагрузки  $P$  и округленными до целого числа.

Заметим несколько неожиданное появление сжатых стержней в нижнем поясе ригеля и растянутых в верхнем поясе боковых сторон. Наличие стяжки затрудняет при расчете усилий непосредственное использование метода сечений.

Определим по формуле Максвелла – Мора прогиб фермы под действием равномерной нагрузки, приложенной к узлам нижнего пояса:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{m_0-3} S_i s_i l_i / (EF),$$

где  $S_i$  – усилия от действия внешней нагрузки;  $s_i$  – усилия от единичной вертикальной нагрузки, приложенной к сочленяющему узлу  $C$ ;  $l_i$  – длины стержней;  $m_0$  – число стержней, включая три опорные стержня.

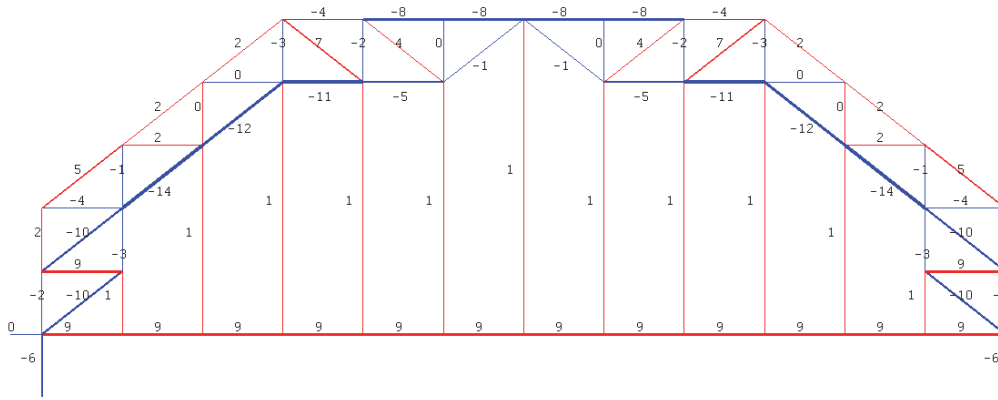


Рис. 3. Распределение усилий в стержнях конструкции:  $n = 3, k = 2$   
 [Figure 3. Force distribution in the construction rods:  $n = 3, k = 2$ ]

## 2. Результаты

Замечено, что при расчете прогиба вид результата для разного числа панелей не меняется:

$$\Delta = P(A_{n,k}a^3 + C_{n,k}c^3 + H_{n,k}h^3) / ((k+3)^2 EFh^2).$$

Вывод общих формул для коэффициентов в этом выражении производится в два этапа. Сначала фиксируется  $k = 1$  и вводится зависимость коэффициентов от  $n$  при этом значении  $k$ . Затем данный вывод повторяется при  $k = 2, 3, 4, \dots$  ровно столько раз, сколько необходимо для получения закономерности по  $k$ . Особенность оператора **rgf\_findrecur** пакета **genfunc** системы Maple состоит в том, что число членов анализируемой последовательности должно быть четным. При  $k = 1$  коэффициенты  $A_{n,1}$  образуют последовательность 51, 232, 703, 1704, 3555, 6656, 11487, 18608 ... . Оператор **rgf\_findrecur** дает однородное рекуррентное уравнение, которому удовлетворяют члены последовательности:

$$A_{n,1} = 5A_{n-1,1} - 10A_{n-2,1} + 10A_{n-3,1} - 5A_{n-4,1} + A_{n-5,1}.$$

Оператор **rsolve** решает это уравнение:

$$A_{n,1} = (232n + 260n^2 + 80n^3 + 40n^4) / 12.$$

Аналогично при других значениях  $k$  имеем следующие выражения:

$$A_{n,2} = (270 + 894n + 544n^2 + 78n^3 + 62n^4) / 12,$$

$$A_{n,3} = (1152 + 2184n + 894n^2 + 60n^3 + 90n^4) / 12,$$

$$A_{n,4} = (3150 + 4300n + 1292n^2 + 26n^3 + 124n^4) / 12,$$

...

Второй этап индукции – обобщение полученных выражений по  $k$ . Для этого используются те же операторы – **rgf\_findrecur** и **rsolve**. В итоге имеем:

$$A_{n,k} = (6k^4 + 3(8 + 11n - n^2)k^3 + (12 + 116n + 51n^2 - 8n^3 + 3n^4)k^2 - (24 - 83n - 152n^2 - 22n^3 - 13n^4)k - 18 + 60n^2 + 66n^3 + 24n^4) / 12,$$

$$C_{n,k} = (-(n+1)k^5 + 3(1-3n)k^4 + (4n^3 + 3n^2 - 2n + 23)k^3 + 3(10n^3 + 14n^2 + 11n + 17)k^2 + (74n^3 + 69n^2 + 63n + 50)k + 36n^3 + 54n^2 + 36n + 18) / 12,$$

$$H_{n,k} = ((1-n)k^3 + (n^3 + n^2 - 4n)k^2 + (5n^3 + 15n^2 - 24n - 1)k + 10n^3 + 12n^2 - 15n - 8) / 2.$$

Проверку этих зависимостей можно выполнить, поменяв порядок индукции: сначала по  $k$ , потом по  $n$ .

На рис. 4 даны кривые найденного решения для безразмерного прогиба  $\Delta' = \Delta EF / (P_0 L)$  при фиксированной длине пролета  $L = 2a(n + k + 1) = 100$  м, заданной общей нагрузке  $P_0 = P(2n + 2k + 1)$  и ограниченной сумме панелей  $k + n = 15$ . Последнее ограничение сделано для иллюстрации влияния выбора соотношения размеров ригеля и боковых стоек на жесткость сооружения. На рисунке видно, что при малых  $n$  и, следовательно, больших  $k$  прогиб очень мал или даже отрицательный. Такое соотношение  $n$  и  $k$  соответствует высоким аркам, а большие значения  $n$  – низким конструкциям с большим пролетом и большим прогибом.

Если же просто увеличивать число панелей  $k$  в боковых частях арки, то прогиб монотонно уменьшается (рис. 5), причем тем быстрее, чем меньше высота панели  $h$ . Более того, при некотором значении  $k$  прогиб обращается в ноль и даже становится

ся отрицательным. Это – следствие прямолинейности боковых сторон арки. Будь прогиб криволинейным с выпуклостью вверх, этого бы не произошло. Кривые зависимости прогиба от числа панелей имеют точки перегиба, но не имеют экстремальных точек. Отметим, что при выбранном значении пролета  $L = 100$  м и  $n = 4$  длина панели в случае прогиба, близкого к нулю, то есть при  $k = 11$ , равна  $a = 3,1$  м, а при  $k = 44$  (в районе самопересечения кривых)  $a = 1,0$  м.

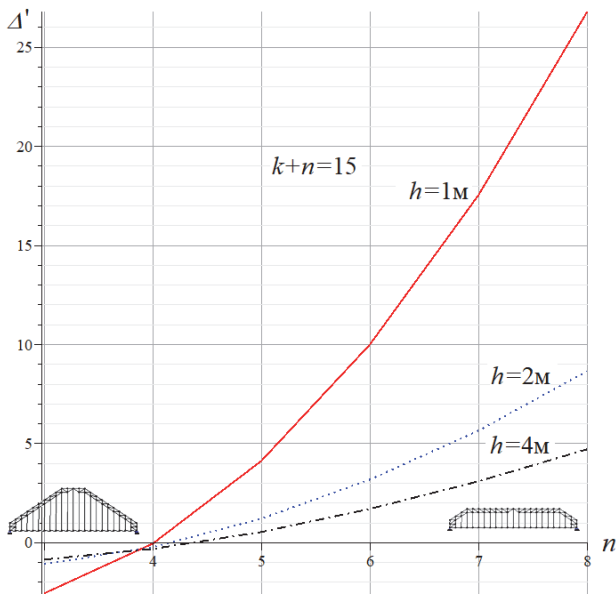


Рис. 4. Зависимость прогиба от соотношений числа панелей:  
 $L = 100$  м  
[Figure 4. Deflection dependence on the ratio of the number of panels:  $L = 100$  m]

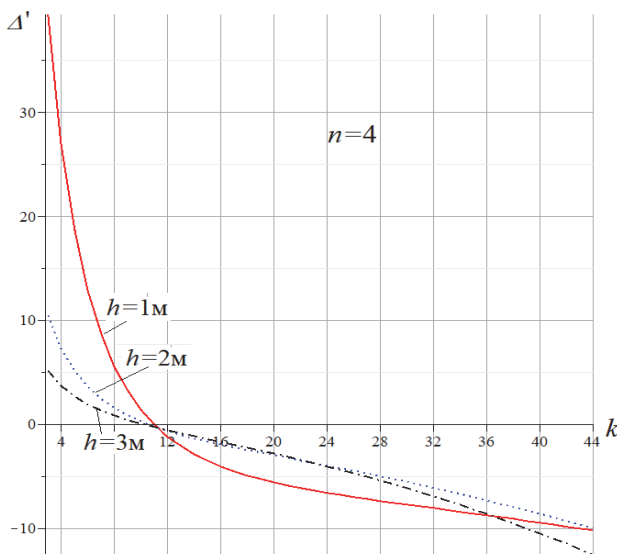


Рис. 5. Зависимость прогиба от числа  $k$  панелей:  $n = 4$   
[Figure 5. Deflection dependence on the number of panels  $k$ :  
 $n = 4$ ]

Операторы системы Maple могут найти и асимптотические свойства решения, иллюстрирующие характер зависимостей в принятой постановке (фиксированная нагрузка и заданный пролет). Рост прогиба по числу  $k$  панелей имеет квадратичный характер с выпуклостью параболы вверх:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta' / k^2 = -h(n+1) / (24L).$$

Аналогичный порядок асимптотики имеет решения по числу  $n$  панелей в ригеле для произвольного параметра  $k$ :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta' / n^2 = h(k^2 + 6k + 8) / (6L(k+3)).$$

### Заключение

Предложена схема плоской модели статически определимой фермы арочного типа с дополнительным нижним поясом, выполняющим роль стяжки. Схема может быть рассчитана в аналитической форме. Решение для прогиба в зависимости от числа панелей достаточно компактно, а два независимых параметра  $n$  и  $k$  дают возможность использовать это решение для широкого класса ферм арочного типа. При решении была выбрана система Maple, однако это не принципиальный выбор. С не меньшим успехом для расчета усилий и прогиба в аналитической форме можно использовать и системы Mathematica, Maxima, Derive, Reduce и др. Трудности для некоторых систем возникают при составлении и решении рекуррентных уравнений, для которых не во всех системах имеются специальные операторы. В таких случаях можно использовать существующие онлайн-сервисы, например на базе Mathematica, или писать свои программы.

### Список литературы

1. Mathieson C., Roy K., Clifton G., Ahmadi A., Lim J.B.P. Failure mechanism and bearing capacity of cold-formed steel trusses with HRC connectors // *Engineering Structures*. 2019. Vol. 201. Article number 109741.
2. Villegas L., Moran R., Garcia J.J. Combined culmslat Guadua bamboo trusses // *Engineering Structures*. 2019. Vol. 184. Pp. 495–504.
3. Dong L. Mechanical responses of snap-fit Ti-6Al-4V warren-truss lattice structures // *International Journal of Mechanical Sciences*. 2020. Vol. 173. Article number 105460.
4. Tinkov D.V., Safonov A.A. Design Optimization of Truss Bridge Structures of Composite Materials // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2017. Vol. 46. No. 1. Pp. 46–52.
5. Bolotina T.D. The deflection of the flat arch truss with a triangular lattice depending on the number of panels // *Вестник научных конференций*. 2016. № 4–3 (8). С. 7–8.

6. Тимофеева Т.А. Формулы для расчета прогиба плоской решетчатой рамы с произвольным числом панелей // *Строительная механика и конструкции*. 2019. № 4 (23). С. 26–33.
7. Бойко А.Ю., Ткачук Г.Н. Вывод формул зависимости прогиба плоской шарнирно-стержневой рамы от числа панелей в системе Maple // *Строительная механика и конструкции*. 2019. № 4 (23). С. 15–25.
8. Белянкин Н.А., Бойко А.Ю. Формулы для прогиба балочной фермы с произвольным числом панелей при равномерном нагружении // *Строительная механика и конструкции*. 2019. № 1 (20). С. 21–29.
9. Ткачук Г.Н. Формула зависимости прогиба несимметрично нагруженной плоской фермы с усиленными раскосами от числа панелей // *Строительная механика и конструкции*. 2019. № 2 (21). С. 32–39.
10. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // *Инженерно-строительный журнал*. 2015. № 5 (57). С. 66–73.
11. Осадченко Н.В. Аналитические решения задач о прогибе плоских ферм арочного типа // *Строительная механика и конструкции*. 2018. Т. 1. № 16. С. 12–33.
12. Компанец К.А. Расчет смещения подвижной опоры плоской арочной раскосной фермы при нагрузке в середине пролета // *Молодежь и наука*. 2017. № 4. С. 108.
13. Савиных А.С. Анализ прогиба арочной раскосой фермы, нагруженной по верхнему поясу // *Строительство и архитектура*. 2017. Т. 5. Вып. 3 (6). С. 12–17.
14. Тиньков Д.В. Расчет прогиба плоской арочной фермы с крестообразной решеткой // *Постулат*. 2017. № 12 (26). С. 74.
15. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы пространственного покрытия с крестообразной решеткой // *Инженерно-строительный журнал*. 2016. № 4 (64). С. 52–58.
16. Доманов Е.В. Аналитическая зависимость прогиба пространственной консоли треугольного профиля от числа панелей // *Научный альманах*. 2016. № 6–2 (19). С. 214–217.
17. Ларичев С.А. Индуктивный анализ влияния строительного подъема на жесткость пространственной балочной фермы // *Trends in Applied Mechanics and Mechatronics*. М.: Инфра-М, 2015. Т. 1. С. 4–8.
18. Кирсанов М.Н. Плоские фермы. Схемы и расчетные формулы: справочник. М.: ИНФРА-М, 2019. 238 с.

RESEARCH PAPER

## Calculation of the deflection of an arched truss with suspended elements depending on the number of panels

Mikhail N. Kirsanov

National Research University "Moscow Power Engineering Institute", 14 Krasnokazarmennaya St, Moscow, 111250, Russian Federation  
e216@ya.ru

### Article history:

Received: March 16, 2020

Revised: April 05, 2020

Accepted: April 14, 2020

### Abstract

**The aim of the work** – to propose a scheme and analytical calculation of a statically definable planar truss with a suspended lower belt. **Methods.** The formula for the dependence of the deflection of the truss under the action of a uniform load on the lower belt on its size and the number of panels is derived in the computer mathematics system Maple. The forces in the rods are found from the solution of the general system of equilibrium equations of all nodes in symbolic form. The deflection is calculated using the Maxwell – Mohr's formula. Generalization of a number of formulas for deflection obtained by increasing the number of panels sequentially to an arbitrary number is performed by double induction using two independent parameters. In this case, special operators of the Maple system are used, allowing for a sequence of coefficients in the desired formula to create and solve recurrent equations that satisfy the elements of the sequences. **Results.** The obtained solutions have a polynomial form for the number of panels. Curves of deflection dependence on the number of panels are constructed and analyzed. Asymptotic properties of solutions are found in the case of a fixed span length of the structure and a given total load. The proposed scheme is a statically determinate structure with two independent parameters of regularity allows for the finding of a fairly simple analytical solution. The resulting formula is most effective in calculating systems with a large number of elements, where numerical methods tend to accumulate rounding errors.

**Keywords:** truss, truss lattice, Maple, deflection, induction, arch, asymptotics

### For citation

Kirsanov M.N. Calculation of the deflection of an arched truss with suspended elements depending on the number of panels. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(3):179–184. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-179-184> (In Russ.)

Mikhail N. Kirsanov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines; eLIBRARY SPIN-code: 8679-6853, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-8588-3871>, ResearcherID:H-9967-2013, IstinaresearcherID: 2939132.

### References

1. Mathieson C., Roy K., Clifton G., Ahmadi A., Lim J.B.P. Failure mechanism and bearing capacity of cold-formed steel trusses with HRC connectors. *Engineering Structures*. 2019;201:109741.
2. Villegas L., Moran R., Garcia J.J. Combined culmslat Guadua bamboo trusses. *Engineering Structures*. 2019; 184:495–504.
3. Dong L. Mechanical responses of snap-fit Ti-6Al-4V warren-truss lattice structures. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2020;173:105460.
4. Tinkov D.V., Safonov A.A. Design Optimization of Truss Bridge Structures of Composite Materials. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2017;46(1):46–52.
5. Bolotina T.D. The deflection of the flat arch truss with a triangular lattice depending on the number of panels. *Bulletin of Scientific Conferences*. 2016;(8)4–3:7–8.
6. Timofeeva T.A. Formulas for calculating the deflection of a flat lattice frame with an arbitrary number of panels. *Structural mechanics and structures*. 2019;4(23):26–33. (In Russ.)
7. Boyko A.Y., Tkachuk G.N. Derivation of the formulas for the deflection of a flat hinged-rod frame in the of symbol mathematics Maple system. *Structural mechanics and structures*. 2019;4(23):15–25. (In Russ.)
8. Belyankin N.A., Boyko A.Y. Formula for deflection of a girder with an arbitrary number of panels under the uniform load. *Structural mechanics and structures*. 2019;1(20): 21–29. (In Russ.)
9. Tkachuk G.N. The formula for the dependence of the deflection of an asymmetrically loaded flat truss with reinforced braces on the number of panels. *Structural mechanics and structures*. 2019;2(21):32–39. (In Russ.)
10. Tinkov D.V. Comparative analysis of analytical solutions to the problem of deflection of truss structures. *Magazine of civil Engineering*. 2015;5(57):66–73. (In Russ.)
11. Osadchenko N.V. Analytical solutions of problems of deflection of flat trusses of arch type. *Structural mechanics and structures*. 2018;1(16):12–33. (In Russ.)
12. Kompaneets A.K. The calculation of the displacement of the movable support of flat arched diagonal truss with a load at Midspan. *Youth and science*. 2017;4–2:108. (In Russ.)
13. Savinyh A. Analysis of deflection of the arch truss loaded at the upper belt. *Construction and Architecture*. 2017; 5;3(6):12–17. (In Russ.)
14. Tinkov D.V. Calculation of the deflection of a flat arched truss with a cross-shaped grid. *Postulat*. 2017;12(26):74. (In Russ.)
15. Kirsanov M.N. Analysis of the buckling of spatial truss with cross lattice. *Magazine of Civil Engineering*. 2016; 4(64):52–58. (In Russ.)
16. Domanov J.V. The analytical dependence of the deflection of the spatial console of the triangular profile on the number of panels. *Science Almanac*. 2016;6–2(19):214–217. (In Russ.)
17. Larichev S.A. Inductive analysis of the effect of a building lift on the stiffness of a spatial beam truss. *Trends in Applied Mechanics and Mechatronics*. 2015;1:4–8. (In Russ.)
18. Kirsanov M.N. *Planar trusses. Schemes and Formulas*. Cambridge Scholars Publishing; 2019.



DOI 10.22363/1815-5235-2020-16-3-185-192  
УДК 624.012НАУЧНАЯ СТАТЬЯ  
Публикуется в порядке обсуждения.  
Редакция

## Теория расчета железобетона и ее несоответствие Еврокоду

Р.С. Санжаровский<sup>1</sup>, Ф. Зибер<sup>2</sup>, Т.Н. Тер-Эммануильян<sup>3\*</sup>,  
М.М. Манченко<sup>4</sup>, Т.Т. Мусабаев<sup>1</sup>, М.А. Гаджиев<sup>5</sup>

<sup>1</sup> Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Республика Казахстан, 010000, Астана, ул. Кажымукана, 11  
<sup>2</sup> Институт Лейбница по междисциплинарным исследованиям, Федеративная Республика Германия, 12489, Берлин, Albert-Einstein-Straße, 16  
<sup>3</sup> Российский университет транспорта, Российская Федерация, 127994, Москва, ул. Образцова, д. 9, стр. 9  
<sup>4</sup> Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, Российская Федерация, 190005, Санкт-Петербург, ул. 2-я Красноармейская, 4  
<sup>5</sup> Азербайджанский университет архитектуры и строительства, Азербайджанская Республика, AZ1073, Баку, ул. Айны Султановой, 11  
\*tanya\_ter@mail.ru

### История статьи:

Поступила в редакцию: 12 января 2020 г.  
Доработана: 26 февраля 2020 г.  
Принята к публикации: 11 марта 2020 г.

### Аннотация

**Цель** исследования – проанализировать теорию, имеющую массовое применение в расчетах различных конструкций и сооружений, состоящую из пяти не соответствующих друг другу (либо ошибочных) теорий, отвергающих фундаментальные свойства конструкционного бетона и принципы Еврокода. **Методы.** Исследование показывает, что теория расчета железобетона содержит набор отвергающих друг друга теорий различного назначения (в том числе ошибочных), физически невозможные перескоки одной теории в другую, перескоки различных расчетных схем конструкции, недопустимые в упругопластической стадии. По мнению авторов, в ней присутствуют математические ошибки, искажаются фундаментальные понятия классической и общей теорий расчета, отвергаются принцип проектирования несущей способности по предельным состояниям, процесс непрерывного нагружения конструкций, установленный Еврокодом, фундаментальные по Еврокоду свойства конструкционного бетона подменяются, заявляется, что теория определяется не свойствами материалов, а мнением разработчиков, даются ссылки на абстрактные результаты экспериментов. **Результаты.** Анализируемая в статье теория расчета массового применения сопровождается необходимыми математическими выкладками и экспериментальными оценками.

**Ключевые слова:** упругопластические деформации бетона, теория ползучести бетона, длительное сопротивление железобетона, современные строительные нормы, принципы Еврокода

### Для цитирования

Санжаровский Р.С., Зибер Ф., Тер-Эммануильян Т.Н., Манченко М.М., Мусабаев Т.Т., Гаджиев М.А. Теория расчета железобетона и ее несоответствие Еврокоду // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 3. С. 185–192. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-185-192>

## Введение

Анализируемая теория, имеющая массовое применение в расчетах различных конструкций и со-

оружений, состоит из пяти не соответствующих друг другу (либо ошибочных) теорий, отвергающих фундаментальные свойства конструкционного бетона и принципы Еврокода [1; 2]. Для связи между теориями используется постулат о возможности мгновенного превращения одной теории в другую. В результате таких перескоков конструкция приобретает отвергающие друг друга свойства, например: длины конструкции нет и она есть; трещины в бетоне есть и одновременно их нет; у конструкции нет длины, а прогиб ее стремится к бесконечности; бетон на растяжение не работает, но напряжения в растянутой зоне бетона во много раз превышают призмочную прочность. В ней присутствуют математические ошибки, искажаются фундаментальные по-

Санжаровский Рудольф Сергеевич, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник; eLIBRARY SPIN-код: 9723-0539.  
Зибер Фридер, доктор технических наук, профессор.  
Тер-Эммануильян Татьяна Николаевна, доктор технических наук, профессор, кафедра теоретической механики; eLIBRARY SPIN-код: 9868-6330.  
Манченко Максим Михайлович, кандидат технических наук, старший преподаватель, кафедра теоретической механики.  
Мусабаев Турлыбек Туркпеневич, доктор технических наук, профессор, академик, директор Евразийского технологического института; eLIBRARY SPIN-код: 7830-4456.  
Гаджиев Мухлис Ахмед оглы, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой строительных конструкций; AuthorID: 552244.  
© Санжаровский Р.С., Зибер Ф., Тер-Эммануильян Т.Н., Манченко М.М., Мусабаев Т.Т., Гаджиев М.А., 2020

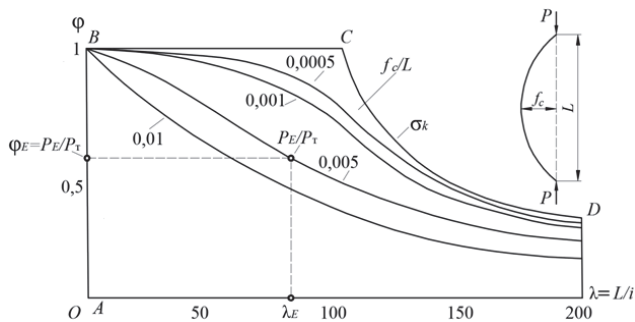


This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

нения классической и общей теорий расчета, отвергаются принцип проектирования несущей способности по предельным состояниям, процесс непрерывного нагружения конструкций Еврокода.

## 1. Особенности анализируемых теорий

Для наглядности восприятия дальнейшего анализа приведем сначала один из многочисленных примеров научного построения теории сжатой конструкции (в рамках гипотез анализируемой теории) (рис. 1). Такие кривые, удобные в практических расчетах для рядовых проектировщиков, требуют соответствующих теоретических, математических и вычислительных исследований; они обычно выполняются весьма авторитетными учеными (Г.В. Никитин, А.Р. Ржаницын, В.А. Гастев, Г.А. Гениев, О. Ваumann, А. Habel, С. Claeson и др.), но недоступны в рамках анализируемой здесь теории.



**Рис. 1.** Критические зависимости «сила – гибкость – начальная погибь» для упругопластической колонны [Figure 1. Critical dependencies “strength – flexibility – initial bend” for an elastoplastic column]

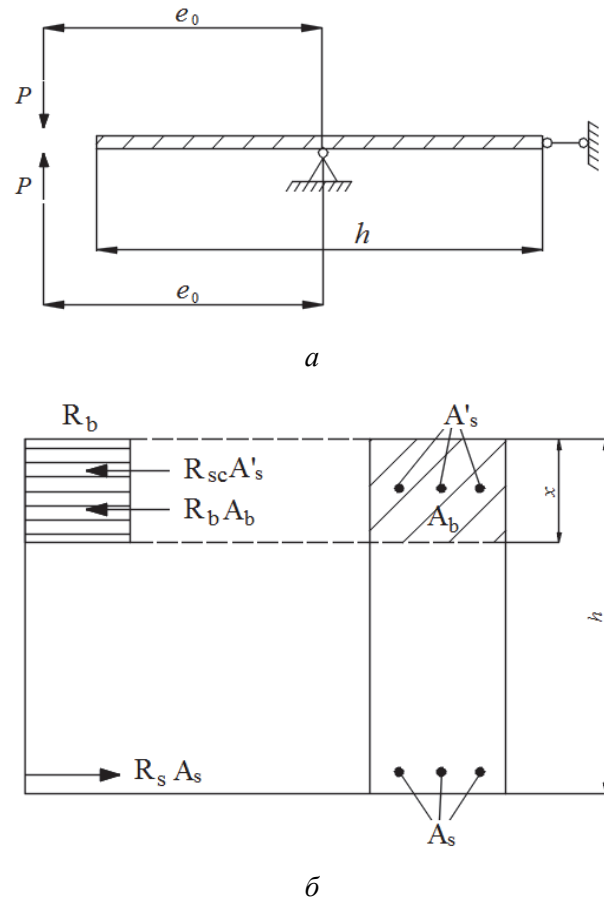
В рассматриваемой теории представлены (вместо исполнения требований Еврокода):

- (п. 1) – теория конструкции, не имеющей длины и обладающей пластическим шарниром;
- (п. 2) – теория упругоползучей колонны с начальной погибью, не имеющая ограничений в напряжениях и деформациях;
- (п. 3) – теория бесконечно упругой колонны из «деформационной теории», ошибочно распространяемая на область сутубых пластических деформаций;
- (п. 4) – исковерканная задача Эйлера;
- (п. 5) – глубоко ошибочная теория линейной ползучести бетона.

## 2. Теория конструкции, не имеющей длины

Рассмотрим теорию (п. 1) [3–5], являющуюся несостоятельным научным вымыслом для всего многообразия сжатых конструкций; у конструкций на рис. 1 пластического шарнира нет; невозможен он

также при продольно-поперечном изгибе колонн и других расчетных схемах; невозможен он и в рамках исполнения требований Еврокода 2 [6].



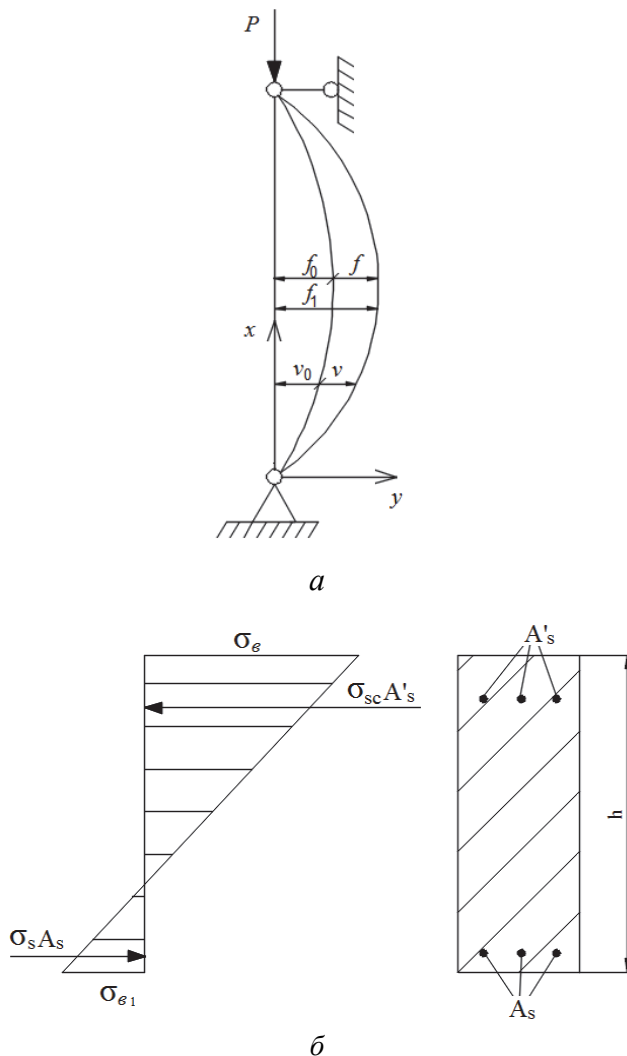
**Рис. 2.** Колонна без длины, у которой возможен пластический шарнир: а – расчетная схема; б – поперечное сечение, «предельные усилия» и эпюра напряжений бетона [Figure 2. The column without length which can have a plastic hinge: a – design scheme; б – cross section, “ultimate forces” and the stress diagram of concrete]

На рис. 2 показана расчетная схема и распределение напряжений по сечению. Пластический шарнир является предельной точкой ( $l \rightarrow 0$ ) кривой критических состояний ( $\frac{dl}{df} = 0$ ,  $l$  – длина,  $f$  – прогиб) по устойчивости для колонн, выполненных из бетона и стали с неограниченной площадкой текучести; в нем краевые деформации достигают бесконечных значений; в предельной точке зоны пластического растяжения и сжатия (удовлетворяющие гипотезе плоских сечений перед началом предельного перехода) смыкаются. И эта локальная точка (в весьма частной расчетной схеме) с нереальными свойствами сжатых конструкций принимается за основу общей теории расчета железобетона. В теории по (п. 1) нет жесткости сече-

ния, в ней невозможно условие непрерывного нагружения конструкции; например, с увеличением продольной силы изгибающий момент обязательно уменьшается; изменение этой силы невозможно при фиксированном значении эксцентриситета.

### 3. Теория упругоползучей колонны с начальной погибью и теория бесконечно упругой колонны из «деформационной теории»

В теориях (п. 2) и (п. 3) железобетон наделяется новыми фантастическими свойствами. Бетон одинаково хорошо сопротивляется растяжению и сжатию. Трещин в сечениях нет, бетон и сталь обладают бесконечно упругими свойствами. Напряжения при сжатии и растяжении могут во много раз превышать призматическую прочность и предел текучести арматуры. Расчетная схема для этих теорий показана на рис. 3.



**Рис. 3.** Упругая либо упруговязкая колонна с начальной погибью: а – расчетная схема; б – поперечное сечение, неограниченные напряжения в бетоне и арматуре – трещины отсутствуют  
 [Figure 3. Elastic or visco-elastic column with initial bend: а – design scheme; б – cross section, unlimited stresses in concrete and reinforcement without cracks]

В теории (п. 2) «связь между напряжениями и деформациями устанавливается формулой, основанной на линейной зависимости между напряжениями и деформациями и на принципе наложения»:

$$\varepsilon^*(t) = \frac{\sigma^*(t)}{E(t)} - \int_{\tau_1}^t \sigma^*(\tau) \frac{\partial \delta(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau, \quad (1)$$

где  $\delta(t, \tau) = \frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau)$ ;  $C(t, \tau)$  – мера ползучести.

Здесь и далее использованы общепринятые обозначения.

В теории (п. 2) указывается: «Известно, что в случае, когда материал стержня обладает ползучестью и старением (1), задача об устойчивости упругого стержня, имеющего начальную погибь ( $y_0 = f_0$ ) и сжатого постоянной силой  $P$ , сводится к решению уравнения»

$$\frac{d^2 y^*(x, t)}{dx^2} + \frac{P}{I} \left[ \frac{y^*(x, t)}{E(t)} - \int_{\tau_1}^t y^*(x, \tau) \frac{\partial \delta(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau \right] = \frac{d^2 y_0}{dx^2}.$$

Задача определения прогиба  $f(t)$  сводится к решению «интегрального уравнения Вольтерра 2-го рода»:

$$f(t) - \frac{E(t)}{1 - \xi(t)} \int_{\tau_1}^t f(\tau) \frac{\partial \delta(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau = f_1(t),$$

$$\text{где } \xi(t) = \frac{P_3(t)}{P}; \quad P_3(t) = \frac{\pi^2 I E(t)}{l^2}; \quad f_1(t) = \frac{f_0}{1 - \frac{P}{P_3(t)}}.$$

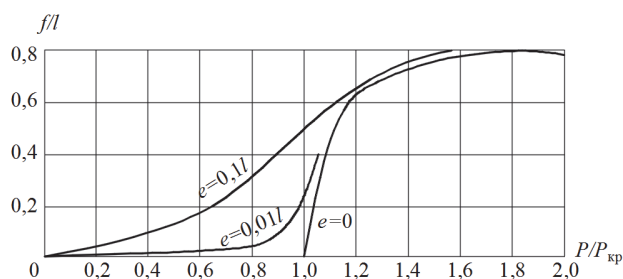
Критическое состояние по устойчивости железобетонной колонны при ползучести бетона определяется несостоятельным по Еврокоду и удивительным для теории железобетона критерием: прогиб среднего сечения колонны увеличивается до бесконечности (с постоянной скоростью его нарастания). Структура формулы добавочного бесконечного прогиба, вызванного ползучестью бетона, становится тождественной структуре бесконечно упругого прогиба по теории (п. 3) (см., например, формулу (8.13) в [5]). Изменяется лишь значение критической силы: вместо кратковременной критической силы Эйлера используется понятие длительной критической силы, равной силе Эйлера, деленной на коэффициент, зависящий от характеристики ползучести бетона.

Следует обратить особое внимание на три обстоятельства в теории (п. 2, п. 3).

Гипербола Эйлера прерывается в точке  $C$  (рис. 1), то есть на участке  $CB$  пластической области понятие критической силы Эйлера (также длительной критической силы) является вымыслом; следовательно

но, в области средних и малых гибкостей участка *СВ* теории (п. 2, п. 3) являются вымыслом: Ламарль предупреждал об этом еще в 1845 г., позже – Клебш (1889 г.), на что неоднократно обращал внимание академик В.Л. Кирпичев.

При неограниченных упругих свойствах у сжатых изогнутых колонн критической силы Эйлера не существует (рис. 4), что дополнительно характеризует несостоятельность теории (п. 2, п. 3) с точки зрения Еврокода.



**Рис. 4.** Зависимость между стрелой прогиба и продольной силой для сжатых изогнутых и центрально сжатых ( $e = 0$ ) колонн [Figure 4. The ratio between the deflection and the longitudinal force for compressed bent and centrally compressed ( $e = 0$ ) columns]

В рамках любой теории ползучести теория (п. 2) неверна для оценки длительного сопротивления железобетона, так как наделяет бетон фантастическими свойствами.

Каждая из изложенных теорий является истиной лишь на своем месте в общей теории расчета сооружений. Так, теория (п. 1) является всего лишь одной из четырех линий – границ области в частной схеме нагружения упругопластической устойчивости – лишь одной из многих схем, в которых таких границ вовсе нет (пример – рис. 1). Причем в этой частной схеме рассматривается идеально упругопластический материал с бесконечной площадкой текучести, то есть находящийся вне правил Еврокода 2 и для теории железобетона являющийся ошибкой [6].

Кажущаяся новизна теории (п. 1) и ее ошибочная привлекательность в сороковые годы прошлого столетия вызвали решительные действия к внедрению, и в угоду этим действиям была принесена в жертву сущность теории расчета железобетона, о чем свидетельствует выдвинутая гипотеза о связи теорий (п. 2, п. 3) и теории (п. 1): «При внецентренном сжатии... явление разрушения протекает почти так же, как при изгибе, а расчет строится исходя из тех же соображений и допущений. В интересах простоты расчета еще более желательно, чем при изгибе симметричных сечений, допускать..., что сечение ведет себя упруго вплоть до образования *пластического шарнира*».

Итак, рассмотрим последовательности перескоков от одной теории к другой. Пусть изначально име-

ется железобетонная колонна с заданными свойствами несущей способности. Применим к ней теорию (п. 1) и получим после исполнения расчета сильно завышенную несущую способность.

По этой причине переходим к теории (п. 3) либо (п. 2), подменяя расчетную схему теории (п. 1) на расчетную схему колонны с начальной погибью. Можно было бы использовать теоретические данные по образцу рис. 1, но этого не происходит.

Рассматривается процесс нагружения бесконечно упругой колонны, по окончании которого извлекается цитированная гипотеза и совершается переход от (п. 3) к (п.1) в виде следующих удивительных действий:

- исчезает скачком длина бесконечно упругой колонны; остается только одно сечение с линейной эпюрой напряжений без трещины;
- упругая эпюра напряжений (рис. 3) мгновенно превращается в эпюру напряжений пластического шарнира (рис. 2);

- начальный прогиб  $f_0$  упругой колонны из (п. 3) мгновенно становится заданным эксцентриситетом в теории (п. 1);

- стрела дополнительного прогиба упругой колонны  $f$  теории (п. 3) превращается в эксцентриситет теории (п. 1), который именуется дополнительным эксцентриситетом и появление которого разрушает теоретическую сущность пластического шарнира, описанную выше, как сущность колонны не имеющей длины;

- появляется «новая» научная сущность общей теории в виде пластического шарнира, не имеющего длины, но имеющего прогиб; сумма  $e_0 + f$  становится расчетным эксцентриситетом  $e_0\eta_1$  в теории (п. 1).

- на основании «новой» сущности снова рассчитывается несущая способность заданной железобетонной колонны: результаты расчета снова дают завышение несущей способности заданной колонны.

Еще более парадоксальным является соединение в одну теорию пластического шарнира по (п. 1) с переменным во времени прогибом теории (п. 2). «Новая» научная сущность в этом случае являет удивительное непрерывное изменение продольной силы колонны, происходящее с течением времени, а также непрерывное явление перескоков.

Теория железобетона приобретает в «новой» научной сущности двойственные свойства по многим обстоятельствам и параметрам, что позволяет менять смысл этих параметров, проводить ненаучные дискуссии.

Например, в теории пластического шарнира (п. 1) жесткость сечения  $D = EI$  не нужна, но для «исправления» анализируемой теории железобетона

«новая» научная сущность позволяет использовать и исковеркать это понятие.

#### 4. Исковерканная задача Эйлера

В классической задаче Эйлера об устойчивости колонны теория (п. 4), представляющая дифференциальное уравнение изгиба, имеет вид

$$D \frac{d^2 v}{dx^2} = -Pv.$$

Как уже отмечалось, на участке  $BC$  (рис. 1) в пластической области этого уравнения нет. Как и жесткости в теории (п. 1); нет и силы Эйлера. «Новая» научная сущность не только вводит несуществующую здесь силу Эйлера, но и коверкает ее смысл, выдумывая силу Эйлера, зависящую от эксцентриситета  $e_0$ .

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 D(e_0)}{l^2}.$$

Экспериментальные оценки результатов расчета сжатых железобетонных конструкций по анализируемой теории, приведенные известными учеными в публикациях последних лет, составляют  $\pm 50\%$ , свидетельствуя, что ненаучность и несоответствие Еврокоду помимо политических аспектов дают низкую экономическую эффективность железобетона.

#### 5. Ошибочная теория линейной ползучести бетона

В теории (п. 5), являющейся мировой теорией, интегральные уравнения Вольтерра, представляющие ползучесть бетона с его нестационарными и нелинейными свойствами, имеют выдуманные ядра, нарушающие предусмотренный математический порядок их построения: вследствие этого у бетона образуется ошибочный набор фиктивных сил, неправильно формирующих деформации ползучести.

Из множества причин, искажающих фундаментальные свойства конструкционного бетона и анализируемых в [7–10], для наглядности восприятия выделим здесь только две главные: 1 – математические ошибки принципа наложения (называемого также принципом суперпозиции Больцмана), коверкающие любую из множества предложенных мер ползучести  $C(t, \tau)$ , даже если бы среди них была и правильная; 2 – неверный анализ особенностей экспериментальных данных по простой ползучести – на что обращал внимание еще в 1955 г. А.Р. Ржаницын и особо подчеркивали в 1976 г. С.В. Александровский и П.И. Васильев [11]

Существует однозначная связь между функцией, представляющей ядро интегрального урав-

нения и соответствующей механической задачей: подмена даже одного параметра функции может существенно изменить структуру механической модели. Это обстоятельство наглядно демонстрирует интегральное уравнение Абеля:

$$\int_0^a \frac{1}{\sqrt{\frac{2P}{m}(a-x)^{1/2}}} U(x) dx = \varphi(a).$$

Здесь показатель степени  $1/2$  часто заменяют другим числом  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ), что приводит к появлению сил, не имеющих отношения к исходной задаче. Покажем это.

Механическая задача, поставленная и решенная Абелем, рассматривает движение в вертикальной плоскости тяжелой несвободной материальной точки по гладкой плоской кривой  $y = y(x)$ . На основании теоремы об изменении кинетической энергии в интегральной форме (избавляемся от неизвестной реакции)

$$\frac{1}{2} mv^2 = P(a-x)$$

и скорости, выраженной через дуговую координату  $\rho$  имеем

$$dt = -\frac{d\rho}{\sqrt{\frac{2P}{m}(a-x)}},$$

где  $d\rho = \sqrt{1 + [y'(x)]^2} dx$ .

Обозначая  $\sqrt{1 + [y'(x)]^2} = u(x)$  и интегрируя с учетом убывания дуги  $\rho$  при возрастании  $t$ , получаем приведенное выше уравнение Абеля.

Показатель  $1/2$  здесь имеет фундаментальное значение, определяемое мерой механического движения по Лейбницу. Если мы хотим сделать его другим, например  $1/3$ , мы должны произвести в основном законе движения очевидные тождественные преобразования. Получим

$$\varphi(a) = \int_0^a \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{2P}{m} V (a-x)^{1/3}}} U(x) dx.$$

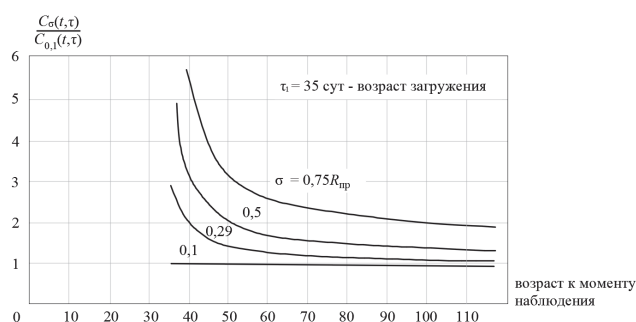
Если же мы самовольно и формально запишем это уравнение в ином виде:

$$\varphi(a) = \int_0^a \frac{1}{\sqrt{\frac{2P}{m} (a-x)^{1/3}}} U(x) dx,$$

то имеем ошибочное интегральное уравнение с точки зрения первоначальной механической задачи; сила  $P$  здесь становится выдуманной.

Классический случай Абеля позволяет подчеркнуть важную сущность: подмена либо незначительное изменение только одного параметра интегрального уравнения коверкает сущность теории.

В теории же ползучести железобетона осуществлена подмена десяти фундаментальных свойств конструкционного бетона, подробно описанных в [9]; подмена каждого из них искажает сущность теории, приводит к грубым ошибкам расчета. Рассмотрим численные оценки двух подмен, указанных выше под номерами 1 и 2: 1 – подмена нестационарных кратковременных деформаций – приводит к ошибке до 300 % [8]; 2 – подмены нелинейных деформаций ползучести несуществующими линейными – изменяет их величины в 2–5 раз [9] (рис. 5).



**Рис. 5.** Изменение отношений удельных деформаций ползучести при разных начальных уровнях напряжений  $C_\sigma(t, \tau)$  к удельным деформациям ползучести при начальном уровне напряжений  $C_{0,1}(t, \tau)$

**Figure 5.** Change in the ratio of specific creep deformations at different initial stress levels  $C_\sigma(t, \tau)$  to specific creep deformations at initial stress level  $C_{0,1}(t, \tau)$

В анализируемой теории можно найти и более абсурдные ситуации, когда условная (для железобетона) теория (п. 2) упруговязкой устойчивости сжатого стержня с начальной погибью, бесконечными напряжениями, с ее значением длительной

критической силы  $P_d = \frac{\pi^2 EI}{l^2(c+1)}$ , где  $c = \varphi_\infty$ , ста-

новится теорией расчета предельного состояния железобетонных оболочек с трещинами при длительном нагружении. Она включена в методические рекомендации, является под видом модуля упругости

$E_d = \frac{E}{c+1}$  ( $c = \varphi_c = 2$ , предельная характеристика

ползучести обычного бетона), маскируется эмпирическими выражениями, что особенно наглядно продемонстрировали расчеты конструкций «Трансвааль-парка».

### Заключение

В ряде работ, а также в нормах, анализируемой теории предшествует разъяснение в виде двух Положений: I – что нужно использовать нелиней-

ную деформационную модель (вывеска); II – что допускается расчет производить на основе анализируемой теории (с разными названиями: расчет по предельным усилиям; расчет по стадии разрушения или по принципу пластического разрушения; метод предельного равновесия; метод расчетных предельных состояний).

Один из разработчиков норм в 2011 г. предупредил, что рядовой проектировщик не сможет использовать Положение I: «Деформационная модель силового сопротивления в основном реализуется через вычислительные комплексы, поэтому здесь возникает ряд формальных процедур, например, устойчивость, оценка точности решения. Недостаток инструментария обусловлен также многоитерационным процессом решения, особенно по мере приближения действующего усилия к несущей способности... Результаты зависят от корректности выбора исходных (расчетных) диаграмм состояния».

Россия вступила в ВТО и обязана исполнять требования Еврокода.

Поскольку Еврокод запрещает менять свои принципы и правила применения, а рядовой проектировщик не сможет применить Положение I, рождается заблуждение, что Положение II соответствует Еврокоду. В учебной литературе в связи с этим можно прочесть: «Вместо гипотезы плоских сечений применяется принцип пластического разрушения»; «Предложение определять несущую способность по предельному (“пластическому”) состоянию на десятки лет опередило мировую практику в этом вопросе»; «В расчетных моделях Еврокода есть и расчет по предельным усилиям», что вводит специалистов в заблуждение.

Сопоставляя национальный норматив и европейские нормы, А.А. Гвоздев с соавт. [12] указал на их существенное отличие в принципах и методах расчета, в частности, касающихся «расчета нормальных... сечений, учета влияния гибкости колонн и длительности действия нагрузки».

На ненаучность анализируемой теории железобетона в отдельных аспектах и в разное время указывали авторитетные ученые: Б.Г. Скрамтаев, В.М. Келдыш, Г.В. Никитин, А.Р. Ржаницын, Г.А. Гениев, П.Ф. Дроздов, К.Э. Таль и др. Осредненный ответ на критику звучал уклончиво: «Выбор расчетной схемы определяется соображениями дидактического характера». После утверждения Еврокода ненаучность и несоответствие Еврокоду анализируемой теории стали очевидными.

На проблему ненаучности теории ползучести бетона указывают отрицательные результаты проектной практики, в том числе мировой опыт проектирования уникальных сооружений структурами RAMBOLL (Великобритания) [13]; президент

fib Гордон Кларк предупреждает: «точное прогнозирование влияния ползучести... носит *весьма противоречивый* характер»; нами установлены причины ненаучности этой теории – среди них математические ошибки и нарушение принципов классической механики [7–9; 14]; нами также разработана новая нелинейная теория ползучести бетона, еще не опубликованная, дополняющая общую теорию [15].

Результаты анализа теории расчета железобетона, включая сущность математических ошибок теории ползучести бетона, докладывались и обсуждались на международном симпозиуме 2018 г. в Бельгии [16] и на международной конференции 2014 г. в Москве [13].

### Список литературы

1. FIB. Model Code for Concrete Structures 2010. Ernst & Sohn, 2013. 402 p.
2. ACI 209.3R-XX. Analysis of Creep and Shrinkage Effects on Concrete Structures, Final Draft. ACI Committee 209 / M.A. Chiorino (Chairm. of Edit. Team). March 2011. 228 p.
3. Байков В.Н., Сигалов Э.Е. Железобетонные конструкции. М., 1991. 767 с.
4. Бондаренко В.М., Суворкин Д.Г. Железобетонные и каменные конструкции. М., 1987. 383 с.
5. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. М., 2012. 156 с.
6. EN 1992-2 2004. Eurocode 2: Design of constructions.
7. Санжаровский Р.С., Манченко М.М. Ошибки в теории ползучести железобетона и современные нормы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2016. № 3. С. 25–32.
8. Санжаровский Р.С., Тер-Эммануильян Т.А., Манченко М.М. Принцип наложения как основополагающая ошибка теории ползучести и стандартов по железобетону // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 2. С. 92–104.
9. Санжаровский Р.С., Манченко М.М., Гаджиев М.А., Мусабиев Т.Т., Тер-Эммануильян Т.Н., Вареник К.А. Система несостоятельности современной теории длительного сопротивления железобетона и предупреждения проектировщиков // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 1. С. 3–24.
10. Санжаровский Р.С., Манченко М.М. Ошибки международных норм по железобетону и правила Еврокода // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 6. С. 25–36.
11. Ползучесть и усадка бетона и железобетонных конструкций. Состояние проблемы и перспективы развития / ГОССТРОЙ СССР; НИИЖБ. М.: Стройиздат, 1976. 351 с.
12. Гвоздев А.А., Гуца Ю.П., Чистяков Е.А. Сопоставление отечественных и зарубежных норм проектирования // Бетон и железобетон. 1979. № 5. С. 24–25.
13. Бетон и железобетон – взгляд в будущее: научные труды III Всероссийской (II Международной) конференции по бетону и железобетону. М., 2014.
14. Sanjarovskiy R., Ter-Emmanuilyan T., Manchenko M. Creep of Concrete and Its Instant Nonlinear Deformation in the Calculation of Structures // CONCREEP 10. 2015. Pp. 238–247.
15. Санжаровский Р.С. Устойчивость элементов строительных конструкций при ползучести. Л.: Изд-во ЛГУ, 1984. С.280.
16. Life-Cycle Analysis and Assessment in Civil Engineering: Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Symposium of Life-Cycle Civil Engineering (IALCCE), 2018, 28 October, Ghent, Belgium. London: Taylor & Francis Group, 2019.

RESEARCH PAPER

*Published in order of discussion.*  
Edition

## Theory of the calculation of the reinforced concrete and inconsistency it to Eurocode

Rudolf S. Sanjarovskiy<sup>1</sup>, Frieder Sieber<sup>2</sup>, Tatyana N. Ter-Emmanuilyan<sup>3\*</sup>,  
Maxim M. Manchenko<sup>4</sup>, Turlybek T. Musabaev<sup>1</sup>, Muhlis Ahmed ogly Gadzhiev<sup>5</sup>

<sup>1</sup>L.N. Gumilyov Eurasian National University, 11 Kazhymukana St, Nur-Sultan, 010000, Republic of Kazakhstan

<sup>2</sup>Leibniz-Institut für Interdisziplinäre Studien (LIFIS), Albert-Einstein-Straße 16, Berlin, 12489, Federal Republic of Germany

<sup>3</sup>Russian University of Transport, Moscow, 9 Obratsova St, bldg. 9, Moscow, 127994, Russian Federation

<sup>4</sup>Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, 4 2-ya Krasnoarmeyskaya St, Saint Petersburg, 190005, Russian Federation

<sup>5</sup>Azerbaijan University of Architecture and Construction, 11 Aina Sultanova St, Baku, AZ1073, Republic of Azerbaijan

\*tanya\_ter@mail.ru

### Article history:

Received: January 12, 2019

Revised: February 26, 2020

Accepted: March 11, 2020

### Abstract

**The aim of the work** – to analyze the theory, which is widely used in the calculations of various constructions and buildings, consisting of five theories that do not correspond to each other (or erroneous), which reject the fundamental properties

**Rudolf S. Sanjarovskiy**, Grand Ph.D., Professor, principal researcher; eLIBRARY SPIN-code: 9723-0539.

**Frieder Sieber**, Grand Ph.D., Professor.

**Tatyana N. Ter-Emmanuilyan**, Grand Ph.D., Professor, Department of Theoretical Mechanics; eLIBRARY SPIN-code: 9868-6330.

**Maxim M. Manchenko**, Ph.D, senior lector.

**Turlybek T. Musabaev**, Grand Ph.D., Professor, Academician, Director of the Eurasian Institute of Technology; eLIBRARY SPIN-code: 7830-4456.

**Muhlis Ahmed ogly Gadzhiev**, Grand Ph.D., Professor, Head of the Department of Building Structures; AuthorID: 552244.

*For citation*

Sanjarovskiy R.S., Sieber F., Ter-Emmanuil'yan T.N., Manchenko M.M., Musabaev T.T., Gadzhiev M.A. Theory of the calculation of the reinforced concrete and inconsistency it to Eurocode. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(3):185–192. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-185-192> (In Russ.)

of structural concrete and the principles of the Eurocode. **Methods.** According to the authors and their research this theory contains: a set of theories of various purposes rejecting each other, including erroneous, physically impossible jumps from one theory to another, jumps of various design schemes, unacceptable in the elastoplastic stage. In it: there are mathematical errors; the fundamental concepts of the classical and general theory of calculation are distorted; the principle of designing bearing capacity in ultimate conditions and the process of continuous loading of structures established by the Eurocode are rejected; the fundamental properties in Eurocode of structural concrete are replaced; it is stated that the theory is determined not by the properties of materials, but by the partialities of the developers; references are made to the abstract results of experiments. **Results.** We analyze the theory of calculating for mass application which accompanied by the necessary mathematical calculations and experimental estimates.

**Keywords:** elastic-plastic deformations of concrete, theory of concrete creep, long-term resistance of reinforced concrete, modern construction standards, Eurocode principles

**References**

1. FIB. Model Code for Concrete Structures 2010. Ernst & Sohn; 2013.
2. Chiorino M.A. (Chairm. of Edit. Team). *ACI 209.3R-XX. Analysis of Creep and Shrinkage Effects on Concrete Structures. Final Draft*. ACI Committee 209. March 2011.
3. Bajkov V.N., Sigalov E.E. *Zhelezobetonnye konstrukcii [Reinforced concrete structures]*. Moscow; 1991.
4. Bondarenko V.M., Suvorkin D.G. *Zhelezobetonnye i kamennye konstrukcii [Reinforced concrete and stone structures]*. Moscow; 1987.
5. SP 63.13330.2012. *Betonnye i zhelezobetonnye konstrukcii. Osnovnye polozheniya. Aktualizirovannaya redakciya SNiP 52-01-2003 [Concrete and reinforced concrete structures. Basic provisions. Updated version of SNiP 52-01-2003]*. Moscow; 2012.
6. EN 1992-2 2004. Eurocode 2: Design of constructions.
7. Sanzharovskij R.S., Manchenko M.M. Errors in the concrete theory and creepmodern regulations. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2016; (3):25–32. (In Russ.)
8. Sanzharovskij R.S., Ter-Emmanuil'yan T.A., Manchenko M.M. Superposition principle as the fundamental error of the creep theory and standards of the reinforced concrete. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018;14(2):92–104. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-2-92-104>. (In Russ.)
9. Sanzharovskij R.S., Manchenko M.M., Gadzhiev M.A., Musabaev T.T., Ter-Emmanuil'yan T.N., Varenik K.A. System of insufficiency of the modern theory of long-term resistance of reinforced concrete and designers' warnings. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2019;15(1):3–24. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-1-3-24>.
10. Sanzharovskij R.S., Manchenko M.M. Errors of international standards on reinforced concrete and rules of the Eurocode. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2017;(6):25–36.
11. GOSSTROJ SSSR; NIIZHB. *Polzuchest' i usadka betona i zhelezobetonnyh konstrukcij. Sostoyanie problemy i perspektivy razvitiya [Creep and shrinkage of concrete and reinforced concrete structures. State of the problem and prospects of development]*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1976. (In Russ.)
12. Gvozdev A.A., Gushcha Yu.P., Chistyakov E.A. Sopostavlenie otechestvennyh i zarubezhnyh norm proekirovaniya [Comparison of domestic and foreign design]. *Beton i zhelezobeton [Concrete and reinforced concrete]*. 1979; (5):24–25.
13. *Beton i zhelezobeton – vzglyad v budushchee: Nauchnye trudy III Vserossijskoj (II Mezhdunarodnoj) konferencii po betonu i zhelezobetonu [Concrete and reinforced concrete – a look into the future: Scientific papers of the III all-Russian (II International) conference on concrete and reinforced concrete]*. Moscow; 2014. (In Russ.)
14. Sanjarovskiy R., Ter-Emmanuil'yan T., Manchenko M. Creep of Concrete and Its Instant Nonlinear Deformation in the Calculation of Structures. *CONCREEP 10*. 2015:238–247.
15. Sanzharovskij R.S. *Ustojchivost' elementov stroitel'nyh konstrukcij pri polzuchesti [Stability of elements of building structures under creep]*. Leningrad: LSU Publ.; 1984. (In Russ.)
16. Life-Cycle Analysis and Assessment in Civil Engineering: Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Symposium of Life-Cycle Civil Engineering (IALCCE), 2018, 28 October, Ghent, Belgium. London: Taylor & Francis Group; 2019.



DOI 10.22363/1815-5235-2020-16-3-193-202  
УДК 662.7

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

## Анализ повреждаемости и оценка влияния повреждений на работу несущих конструкций нефтеперерабатывающих трубчатых печей

А.В. Голиков\*, Д.И. Субботин

Волгоградский государственный технический университет, Российская Федерация, 400005, Волгоград, проспект имени Ленина, 28  
\*alexandr\_golikov@mail.ru

### История статьи:

Поступила в редакцию: 31 марта 2020 г.  
Доработана: 21 апреля 2020 г.  
Принята к публикации: 28 апреля 2020 г.

### Аннотация

**Актуальность.** По причине широкого распространения на практике в качестве объекта исследования данной работы выбраны печи трубчатой конструкции. В статье приведен анализ повреждений несущих конструкций нефтеперерабатывающих трубчатых печей. Установлены причины возникновения повреждений и физическая природа их развития. По результатам натурных обследований установлено, что около 10 % печей эксплуатируется с повреждениями в виде значительных искривлений несущих конструкций, которые развились в результате взрыва газозвушной смеси и технологического продукта внутри пространства печи. **Целями** исследования являются анализ повреждаемости и оценка влияния повреждений на работу несущих конструкций печей. **Методы.** Основные результаты получены путем статического численного анализа пространственных моделей каркасов печей в программном комплексе ЛИРА-САПР. Данный комплекс относится к классу программных продуктов, реализующих метод конечных элементов. **Результаты.** Расчет серии моделей сооружений позволил определить влияние повреждений на работу несущих конструкций печи. На основе анализа данных расчета моделей трубчатых печей с повреждениями и сопоставления результатов расчета моделей печей с повреждениями конструкций, выявленными при проведении обследований, предложены пути оптимизации конструктивных решений промышленной печи. Проведенное исследование показало необходимость совершенствования конструкции трубчатых печей в направлении модернизации технологии и конструктивной формы несущего каркаса печи.

**Ключевые слова:** промышленные печи, обследование, повреждения, деформации, напряженно-деформированное состояние

### Для цитирования

Голиков А.В., Субботин Д.И. Анализ повреждаемости и оценка влияния повреждений на работу несущих конструкций нефтеперерабатывающих трубчатых печей // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 3. С. 193–202. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-193-202>

### Введение

Продолжительное время конструкции промышленных печей относились к оборудованию. При выполнении оценки технического состояния большая часть внимания уделялась поддержанию работоспо-

собного состояния технологического оборудования, в частности конструкции змеевиков и футеровки. По результатам осмотра несущих конструкций печей, находящихся в эксплуатации, установлено развитие значительных повреждений, реализовавшихся в виде искривлений элементов каркаса стрелкой до 150 мм.

Предметом исследования данной работы являются качественные и количественные характеристики дефектов и повреждений, характер изменения напряженно-деформированного состояния под влиянием повреждений.

Объектом исследования являются несущие и ограждающие конструкции трубчатых печей.

Голиков Александр Владимирович, кандидат технических наук, доцент, кафедра строительных конструкций, оснований и надежности сооружений; eLIBRARY SPIN-код: 1369-7819.

Субботин Дмитрий Игоревич, магистрант, кафедра строительных конструкций, оснований и надежности сооружений; eLIBRARY SPIN-код: 6354-2208.

© Голиков А.В., Субботин Д.И., 2020

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Конструктивная форма сооружения представлена несущими конструкциями, объединенными в единую пространственную систему – несущий остов, и ограждающими конструкциями, изолирующими и защищающими внутреннюю среду от внешней среды и воздействий с ее стороны.

Целями исследования являются анализ повреждаемости и оценка влияния повреждений на работу несущих конструкций печей. Для их достижения решены следующие задачи исследования:

- выполнен анализ существующих конструктивных решений нефтеперерабатывающих печей;
- проведены обследования фактического состояния ряда промышленных трубчатых печей;
- проведен анализ типовых повреждений конструкций каркаса и причин их появления;
- определены количественные показатели влияния повреждений на несущую способность конструкции печи.

### 1. Анализ конструктивных решений

По конструктивной схеме промышленная печь представляет собой сложную пространственную систему, состоящую из расположенных в вертикальном и горизонтальном направлении стержней, укрепленных пластинами обшивки и пода. Работа стержней и пластин описана в работах [1–7].

В работе [4] описываются недостатки взрывных окон, предназначенных для снижения давления взрыва на конструкции печи. Отмечается постепенный сдвиг в нефтегазовой промышленности в сторону удаления или сварки взрывных окон, что не является рациональным решением данной проблемы.

Классификация промышленных трубчатых печей по конструктивным признакам приведена в работах [8; 9]. В работе [8] также указана необходимость оптимизации как оборудования печи, так и несущих и ограждающих конструкций по причине низкого КПД существующих печей, неэкономного расходования ресурсов и значительных капитальных затрат при эксплуатации.

Особенности обследования металлических конструкций приведены в работах [9–11].

Согласно общепринятой классификацией основного технологического оборудования НПЗ, трубчатая печь представляет собой высокотемпературное термотехнологическое устройство с рабочей камерой, огражденной от окружающей атмосферы. Трубчатые печи предназначены для высокотемпературного нагрева нефти или нефтепродуктов в процессе их переработки.

Несмотря на большое разнообразие конструкций печей, принцип работы их во многом однотипен. Как правило, рабочая камера печи разделена

полуперегородкой на две части, называемые радиационной и конвекционной камерами. В этих камерах размещены трубные змеевики, через поверхности которых осуществляется теплопередача.

Радиационная теплопередача представляет собой поглощение лучистого тепла, конвективная теплопередача осуществляется путем омывания поверхностей труб дымовыми газами.

В камере радиации основное тепло передается радиацией и незначительно конвекцией, в камере конвекции – наоборот. Мазут или газ сжигается при помощи горелок, располагаемых на поду или на стенах радиационной камеры. При сгорании образуется светящийся факел, излучающий тепло. Тепловые лучи падают на наружные поверхности змеевиков камеры радиации и поглощаются, создавая так называемую поглощающую поверхность. Также тепловые лучи попадают и на внутренние поверхности стен радиационной камеры печи. Нагретые поверхности стен, в свою очередь, излучают тепло, которое поглощается поверхностями змеевиков камеры радиации.

Признаки для классификации существующих трубчатых печей: технологические, теплотехнические и конструктивные (рис. 1).

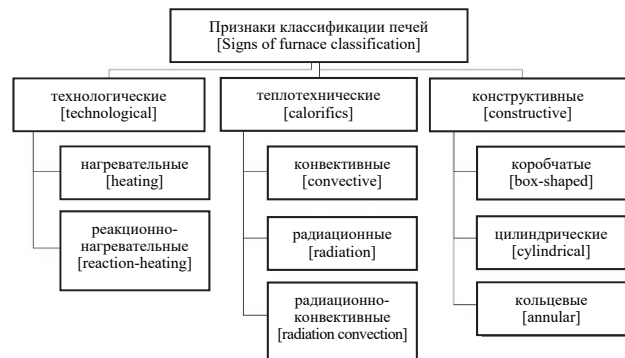


Рис. 1. Признаки классификации печей  
[Figure 1. Signs of furnace classification]

Остановимся на каждом признаке подробнее.

**Технологические признаки.** По технологическому назначению различают печи нагревательные и реакционно-нагревательные. Нагревательные печи предназначены для нагрева сырья до заданной температуры. Реакционно-нагревательные печи предназначены как для нагрева сырья, так и для передачи ему тепла, необходимого для проведения эндотермических реакций.

**Теплотехнические признаки.** По теплотехническим признакам различают печи конвективные, радиационные, радиационно-конвективные.

Конвективная печь состоит из двух основных частей – камеры сгорания и трубчатого пространства, которые отделены друг от друга стеной так, что трубы не подвергаются прямому воздействию

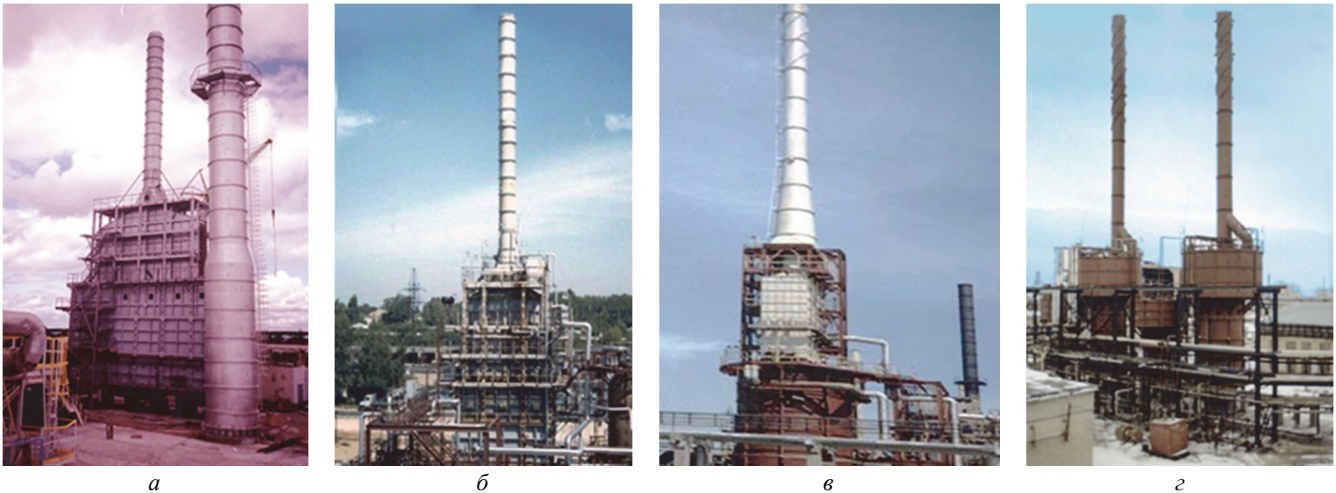
пламени и большая часть тепла передается нагреваемому веществу путем конвекции. В радиационной печи все трубы, через которые проходит нагреваемое вещество, помещены на стенах камеры сгорания, поэтому у радиационных печей камера сгорания значительно больше, чем у конвективных. Радиационно-конвективные имеют две секции: камеру радиации и камеру конвекции.

По **конструктивным признакам** типы каркасов делятся следующим образом (рис. 2).

*Коробчатые с верхним отводом дымовых газов (тип ВС)* (рис. 2, а). Вертикальное расположение труб радиационного змеевика. Свободное вертикально-факельное сжигание комбинированного топлива. В камере радиации установлен однорядный вертикальный настенный экран. Конвективная камера с горизонтальными трубами расположена над радиационной камерой. Горелки находятся в поду печи.

Размещение двух камер радиации рядом возможно благодаря обслуживанию горелок с одной стороны печи. Камера конвекции у двух камер радиации общая (тип ВС2). Печи типа ВС могут применяться на установках АТ, вторичной переработки и т. д.

*Коробчатые с верхним отводом дымовых газов (тип ГС)* (рис. 2, б). Горизонтальное расположение труб змеевика. Свободное вертикально-факельное сжигание комбинированного топлива. В камере радиации установлены однорядные или двухрядные горизонтальные трубные экраны. Горелки находятся в поду печи. Размещение двух камер радиации рядом возможно благодаря обслуживанию горелок с одной стороны печи. Камера конвекции у двух камер радиации общая (тип ГС2). Печи типа ГС применимы на установках первичной перегонки, а также во вторичных процессах. Печи ГС2 – предпочтительны на установках замедленного коксования.



**Рис. 2.** Классификация трубчатых печей по конструктивным признакам [13]  
**[Figure 2.** Classification of tube furnaces according to design features [13]]

*Цилиндрические с верхним отводом дымовых газов (тип ЦС)* (рис. 2, в). Пристенное расположение труб змеевика в одной камере радиации. Свободное вертикально-факельное сжигание комбинированного топлива. В радиационной камере установлен вертикальный либо в виде витой спирали однорядный настенный трубный экран. Камера конвекции с горизонтальным размещением труб расположена над камерой радиации. Горелки находятся в поду печи. Существует два варианта исполнения печей типа ЦС: без камеры конвекции (радиантная печь) и с камерой конвекции (радиантно-конвективная печь).

*Кольцевые с верхним отводом дымовых газов (тип КС)* (рис. 2, г). Вертикальный трубный змеевик в конвекционной и радиантной камере. Свободное вертикально-факельное сжигание топлива. В радиационной камере расположен вертикальный однорядный настенный трубный экран. Цилиндриче-

ская радиантная камера установлена соосно с кольцевой камерой конвекции, в которой находится конвективный змеевик. Змеевик набирается секциями. Горелки размещены в поду печи.

Установка АВТ представляет собой комбинацию из блоков АТ+ВТ: АТ – атмосферная трубчатка (первичная переработка поступающей на НПЗ сырой нефти), ВТ – вакуумная трубчатка (переработка мазута, поступающего с блока АТ).

## 2. Анализ типовых повреждений конструкций каркаса и причин их появления

Характеристики повреждаемости конструкций сооружения являются показателями несовершенства конструктивной формы и указывают на пути ее оптимизации.

Основные типы повреждений установлены по результатам натурных осмотров, проведенных при выполнении обследования серии печей. В табл. 1

приведены максимально реализовавшиеся при эксплуатации значения повреждений, полученные по результатам статистической обработки данных замеров.

Особенности обследования зданий и сооружений, подверженных воздействию взрывных нагрузок приведены в литературе [14–16]. По результатам обследования промышленных печей было выявлено, что при воздействии взрыва кожух и каркас печи получают значительные искривления. Существуют конструктивные мероприятия для ослабления давления взрыва на каркас, например устройство предохранительных окон.

Предохранительные окна предназначены для ослабления силы хлопка (взрыва) в топке печи в случае нарушения нормального режима. При ремонтах окнами пользуются как лазами, через которые обслуживающий персонал проникает внутрь печи. Результаты обследования печей с повреждениями после взрыва показали, что существующие конструктивные решения взрывных окон не обеспечивают достаточное ослабление силы хлопка. В результате несовершенства предохранительных конструкций возникают значительные деформации кожуха и несущих элементов каркаса.

Таблица 1

Виды повреждений конструкций печи

Вид повреждения	Степень развития	Причина появления
Коррозионный износ обшивки кожуха	Износ до $\delta = 100\%$	Длительная эксплуатация, отсутствие планово-предупредительных ремонтов. Сложность обслуживания закрытых пазух (рис. 3, <i>д</i> )
Деформация стальных листов кожуха	Локальные впадины/выпуклости стрелкой до $f = \pm 50$ мм	Нарушение нормального режима работы, воздействие взрыва, воздействие повышенных температур вследствие износа футеровки (см. рис. 3, <i>е</i> )
Деформация стоек и ригелей каркаса	Искривление продольной оси в виде прогиба до $f = 150$ мм	Нарушение нормального режима работы, воздействие взрыва, воздействие повышенных температур вследствие износа футеровки (деформации стоек – рис. 3, <i>з</i> ; деформации ригелей – рис. 3, <i>а</i> )
Деформация связей	Разрыв отдельных связей, искривление продольной оси в виде прогиба до $f = 150$ мм	Нарушение нормального режима работы, воздействие взрыва, воздействие повышенных температур вследствие износа футеровки
Совокупность дефектов конструкции пода	Прогиб балок пода стрелкой до $f = 140$ мм; разорванные элементы жесткости пода (пластины и уголки)	Нарушение нормального режима работы, воздействие взрыва, воздействие повышенных температур вследствие износа футеровки (рис. 3, <i>б</i> )
Разрушение футеровки	До 50 % толщины	Длительная эксплуатация, отсутствие планово-предупредительных ремонтов, нарушение нормального режима работы, воздействие взрыва (рис. 3, <i>е</i> )

Table 1

Types of defect to furnace designs

Types of defect	Degree of development	Reason for occurrence
Corrosion wear on casing	Wear to $\delta = 100\%$	Long-term operation, lack of scheduled preventive repairs. Difficulty maintaining closed sinuses (figure 3, <i>d</i> )
Deformation of the steel sheets of the casing	Local hollows/bulges-up arrow $f = \pm 50$ mm	Violation of the normal mode of operation, the effect of an explosion, the effect of elevated temperatures due to wear of the lining (figure 3, <i>e</i> )
Deformation of the struts and crossbars of the frame	Curvature of the longitudinal axis in the form of a deflection to $f = 150$ mm	Violation of the normal mode of operation, the effect of an explosion, the effect of elevated temperatures due to wear of the lining (rack deformations – figure 3, <i>z</i> ; deformation of crossbars – figure 3, <i>a</i> )
Bond deformation	Separation of individual bonds, curvature of the longitudinal axis in the form of a deflection to $f = 150$ mm	Violation of the normal mode of operation, the effect of an explosion, the effect of elevated temperatures due to wear of the lining
Hearth design defect set	Deflection of the beams under the arrow to $f = 140$ mm; torn floor stiffeners (plates and corners)	Violation of the normal mode of operation, the effect of an explosion, the effect of elevated temperatures due to wear of the lining (figure 3, <i>b</i> )
Lining destruction	To 50% thickness	Long-term operation, lack of scheduled preventive repairs, violation of normal operation, explosion effects (figure 3, <i>e</i> )



*а*



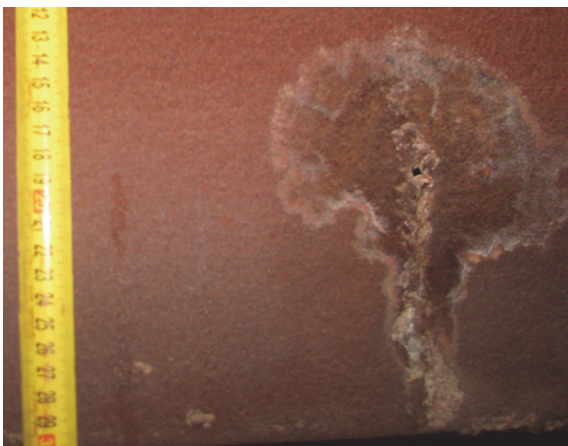
*б*



*в*



*г*



*д*



*е*

**Рис. 3.** Характерные повреждения конструкции печи:

*а* – деформация ригелей каркаса; *б* – искривление настила, ребер пода; *в* – деформация листов обшивки; *г* – искривление стоек каркаса; *д* – коррозионный износ кожуха до 100 % толщины; *е* – обрушение футеровки на отдельных участках

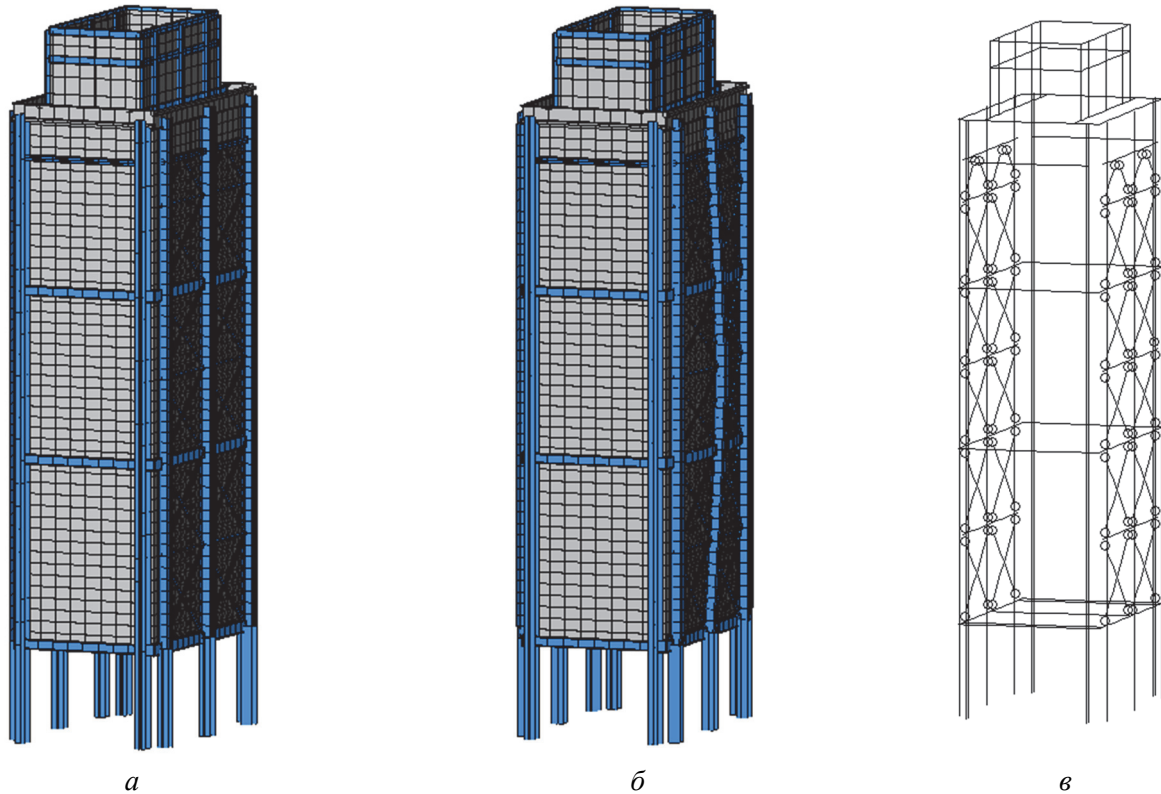
[Figure 3. Typical defects in furnace design:

*a* – deformation of the crossbars of the supporting frame; *б* – bottom curvature; *в* – deformation of metal sheathing sheets; *г* – curvature of the struts of the supporting frame; *д* – corrosion wear of metal sheets up to 100%; *е* – local destruction of the lining]

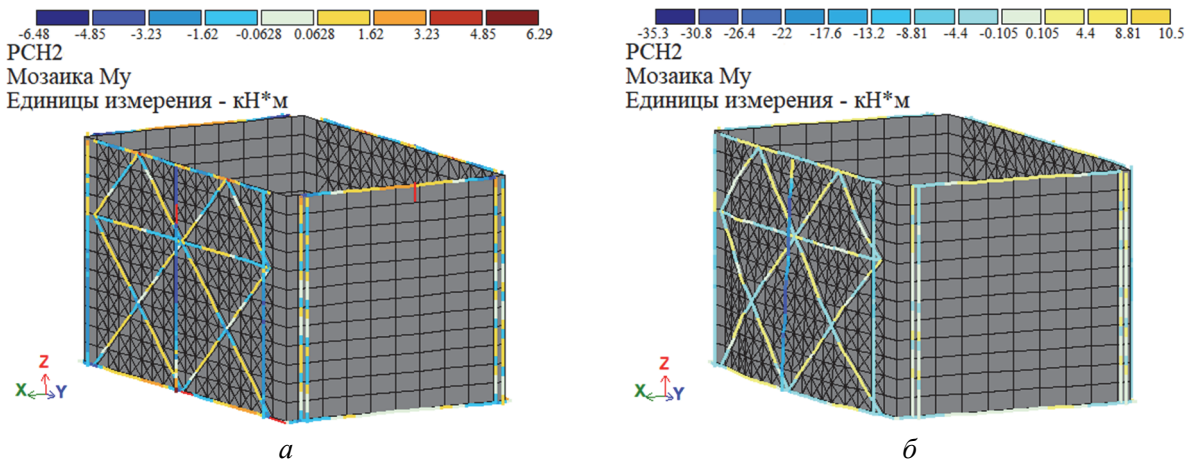
### 3. Оценка влияния повреждений на несущую способность конструкции печи

Для получения знаний о природе развития повреждений и оценки влияния повреждений на несущую способность конструкций печи созданы расчетные модели трубчатых печей и выполнен пространственный расчет.

Оценка изменения несущей способности несущего каркаса печи выполнена по результатам расчета моделей в программном комплексе ЛИРА-САПР 2016 в соответствии с требованиями нормативных документов [17–20]. Матрица геометрических размеров моделей для проведения численных исследований приведена в табл. 2, матрица размеров повреждений – в табл. 3.



**Рис. 4.** Расчетная модель несущего каркаса промышленной печи:  
*a* – недеформированная модель; *б* – модель с учетом деформаций; *в* – стержневая модель  
 [Figure 4. Calculation model of the supporting frame of an industrial furnace:  
*a* – undeformed model; *б* – deformed model; *в* – core model]



**Рис. 5.** Мозаика изменения изгибающего момента относительно оси *Y*:  
*a* – недеформированная модель; *б* – модель с учетом деформаций  
 [Figure 5. Changes in bending moment about the *Y*-axis:  
*a* – undeformed model; *b* – deformed model]

Таблица 2

**Матрица геометрических размеров моделей**  
[Table 2. Matrix of geometric sizes of models]

Геометрический параметр [Geometric parameter]	Количество секций трубчатой печи [The number of sections of the tube furnace]		
	1	2	3
a, (м) [a, (m)]	6,0	6,0	6,0
b, (м) [b, (m)]	3,6	7,2	10,8
h, (м) [h, (m)]	18,0	18,0	18,0

Таблица 3

**Матрица размеров повреждений**  
[Table 3. Damage dimension matrix]

Тип повреждения [Type of defect]	Диапазон изменения, мм [Range of change, mm]	Шаг варьирования повреждения, мм [Defect variation step, mm]
Деформация стальных листов кожуха [Deformation of the steel sheets of the casing]	50,0–300,0	50,00
Деформация стоек каркаса [Frame rack deformation]	0,0–150,0	25,00
Деформация ригелей каркаса [Skeleton deformation]	0,0–150,0	25,00
Деформация связей [Bond deformation]	0,0–75,0	15,00

Таблица 4

**Влияние повреждений на конструкции печи**

Вид повреждения	Природа повреждения	Влияние повреждения
Коррозионный износ обшивки кожуха	Воздействие агрессивной среды	Нарушение герметичности, потеря тепла, снижение несущей способности
Деформация стальных листов кожуха	Воздействие нагрузки от взрыва	Деформации приводит к выключению из работы стальных листов в качестве элемента жесткости. Обшивка не участвует в работе с несущим каркасом
Деформация стоек каркаса	Воздействие нагрузки от взрыва	Добавочный эксцентриситет равный прогибу конструкции. Увеличение напряжения в элементах до 150 %
Деформация ригелей каркаса	Воздействие нагрузки от взрыва	Добавочный эксцентриситет равный прогибу конструкции. Увеличение напряжения в элементах до 200 %
Деформация связей	Воздействие нагрузки от взрыва	Добавочный эксцентриситет равный прогибу конструкции. Увеличение напряжения в элементах до 300 %
Совокупность дефектов конструкции пода	Воздействие нагрузки от взрыва	Снижение эксплуатационных свойств конструкций печи, невозможность использования для полноценного осуществления технологического процесса
Разрушение футеровки	Воздействие нагрузки от взрыва	Нарушение герметичности, потеря тепла. Невозможность использования для полноценного осуществления технологического процесса

Table 4

**The effect of damage on the design of the furnace**

Type of defect	Nature of defect	Effect of defect
Corrosion wear on casing upholstery	Exposure to aggressive environments	Lack of tightness, heat loss, reduced load-bearing capacity
Deformation of the steel sheets of the casing	Explosive loading	Deformation leads to the shutdown of steel sheets from work as an element of rigidity. The casing is not involved in the work with the supporting frame
Frame rack deformation	Explosive loading	Additional eccentricity equal to the deflection of the structure. The increase in voltage in the elements to 150%
Skeleton deformation	Explosive loading	Additional eccentricity equal to the deflection of the structure. The increase in voltage in the elements to 200%
Bond deformation	Explosive loading	Additional eccentricity equal to the deflection of the structure. The increase in voltage in the elements to 300%
Set of floor design defects	Explosive loading	Reducing the operational properties of the furnace designs, the inability to use for the full implementation of the technological process
Lining destruction	Explosive loading	Lack of tightness, heat loss. Non-ability to use for the full implementation of the process

Анализ повреждаемости существующих печей показал, что наиболее значимые повреждения силового характера получены в результате взрыва (табл. 4). Данное обстоятельство свидетельствует о том, что конструктивная форма сооружения не обеспечивает в полной мере восприятие взрывных нагрузок в соответствии с требованиями нормативных документов [17–20].

Примечательно, что в работах ряда современных ученых представлены результаты обширных исследований характера изменения НДС каркасов при возникновении такого явления, как прогрессирующее обрушение [21–25]. Анализ опыта расчета каркасов печей показал, что исследования поведения каркасов печей под воздействием взрыва практически не проводятся. В отечественных [18] и зарубежных [12] нормативных документах не приведены методики расчета каркасов печей с учетом взрывного воздействия. По указанной причине перспективным направлением исследования в данной области является изучение поведения каркасов печей на действие особого воздействия от взрыва газозвуковой смеси.

### Заключение

По результатам серии расчетов установлено, что влияние повреждений, вызванных эксплуатацией в агрессивной среде, приводит к снижению эксплуатационной пригодности и несущей способности до 50 %; влияние повреждений, обусловленных взрывом ГПВС внутри пространства печи, приводит к снижению несущей способности до 300 %, вплоть до выключения отдельных конструктивных элементов печи из работы.

Установлено, что снижение несущей способности до 300 % вызвано реализовавшимися вследствие воздействия взрывной нагрузки деформациями стрелкой до 150 мм.

Проведенные исследования показали необходимость совершенствовать конструкцию несущего каркаса печи в направлении модернизации технологии и конструктивной формы несущего каркаса печи.

Требуется разработать эффективную конструкцию взрывных окон и оптимизировать несущие конструкции в направлении эффективного сопротивления воздействию взрывных нагрузок.

### Список литературы

1. *Timoshenko S.P., Gere J.M.* Theory of Elastic Stability. McGraw, 1963. 560 с.
2. *Вольмир А.С.* Нелинейная динамика пластинок и оболочек. М.: Наука, 1972. 432 с.
3. *Вайнберг Д.В., Вайнберг Е.Д.* Расчет пластин. Київ: Будівельник, 1970. 436 с.
4. *Евзеров И.Д.* Задачи устойчивости для стержней и пластин // Инженерно-строительный журнал. 2014. № 1 (45). С. 6–11. DOI: 10.5862/MCE.45.2.
5. *Лалин В.В., Рыбаков В.А., Морозов С.А.* Исследование конечных элементов для расчета тонкостенных стержневых систем // Инженерно-строительный журнал. 2012. № 1 (27). С. 53–73. DOI: 10.5862/MCE.27.7.
6. *Лалин В.В., Рыбаков В.А.* Конечные элементы для расчета ограждающих конструкций из тонкостенных профилей // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 8 (26). С. 69–80. DOI: 10.5862/MCE.26.11.
7. *Dugué J.* Fired equipment safety in the oil & gas industry: A review of changes in practices over the last 50 years // 11<sup>th</sup> European Conference on Industrial Furnaces and Boilers, INFUB-11. Energy Procedia. 2017. Vol. 120. Pp. 2–19. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2017.07.151>
8. *Ляшонок С.Ю.* Обзор конструктивных особенностей трубчатых печей // Вестник ИрГТУ. 2013. № 12 (83). С. 213–218.
9. *Ентус Н.Р., Шарихин В.В.* Трубчатые печи в нефтеперерабатывающей и нефтехимической промышленности. М.: Химия, 1987. 304 с.
10. Методика определения остаточного ресурса трубчатых печей нефтеперерабатывающих, нефтехимических и химических производств / ВНИКТИнефтехимоборудование. Волгоград, 1998. 34 с.
11. ДиОР-05. Методика диагностирования технического состояния и определения остаточного ресурса технологического оборудования нефтеперерабатывающих, нефтехимических производств / ВНИКТИнефтехимоборудование. Волгоград, 2006. 87 с.
12. ISO 13577-2:2014. Industrial furnaces and associated processing equipment. Safety. Part 2: Combustion and fuel handling systems. 2014. P. 102.
13. *Казенов А.А., Филатов Г.В., Ханин Ю.Д., Мешков В.И.* Трубчатые печи: каталог. 5-е изд., испр. и доп. М.: ЦИНТИХИМНЕФТЕМАШ, 1998. 27 с.
14. Пособие по обследованию и проектированию зданий и сооружений, подверженных воздействию взрывных нагрузок. М., 2000. 121 с.
15. *Бейкер У., Кокс П., Уэстайн П. и др.* Взрывные явления. Оценка и последствия: в 2 кн. Кн. 1 / пер. с англ.; под ред. Я.Б. Зельдовича, Б.Е. Гельфанда. М.: Мир, 1986. 319 с.
16. *Бесчастнов М.В.* Промышленные взрывы. Оценка и предупреждение. М.: Химия, 1991. С. 432.
17. СП 20.13330.2016. СНиП 2.07.07-81\*. Нагрузки и воздействия. М.: Стандартинформ, 2016. 103 с.
18. СП 16.13330.2017. СНиП П-23-81\*. Стальные конструкции. М.: Стандартинформ, 2017. 140 с.
19. СП 296.1325800.2017. Здания и сооружения. Особые воздействия. М.: Стандартинформ, 2017. 23 с.
20. СП 266.1325800.2016. Конструкции сталежелезобетонные. Правила проектирования. М.: Стандартинформ, 2017. 103 с.
21. *Işık E., Özdemir M.* Performance based assessment of steel frame structures by different material models // Int. J. Steel Struct. 2017. Vol. 17. Pp. 1021–1031. <https://doi.org/10.1007/s13296-017-9013-x>



22. *Hoseini Vaez S.R., Sarvdalir S.* Reliability-Based Optimization of One-Bay 2-D Steel Frame // *KSCE J. Civ. Eng.* 2018. Vol. 22. Pp. 2433–2440. <https://doi.org/10.1007/s12205-017-1881-2>

23. *Pourasil M.B., Mohammadi Y., Gholizad A.* A proposed procedure for progressive collapse analysis of common steel building structures to blast loading // *KSCE J. Civ. Eng.* 2017. Vol. 21. Pp. 2186–2194. <https://doi.org/10.1007/s12205-017-0559-0>

24. *Abdollahzadeh G., Shalika R.* Retrofitting of Steel Moment-Resisting Frames under Fire Loading against Progressive Collapse // *Int. J. Steel Struct.* 2017. Vol. 17. Pp. 1597–1611. <https://doi.org/10.1007/s13296-017-1225-6>

25. *Naji A.* Sensitivity and fragility analysis of steel moment frames subjected to progressive collapse // *Asian J. Civ. Eng.* 2018. Vol. 19. Pp. 595–606. <https://doi.org/10.1007/s42107-018-0045-0>

RESEARCH PAPER

## Damage analysis and assessment of the impact of damage on the operation of supporting structures of oil refining tube furnaces

Alexander V. Golikov\*, Dmitry I. Subbotin

*Volgograd State Technical University, 2 Lenina Ave, Volgograd, 400005, Russian Federation*

\*alexandr\_golikov@mail.ru

### Article history:

Received: March 31, 2020

Revised: April 21, 2020

Accepted: April 28, 2020

### Abstract

**Relevance.** Due to the widespread use in practice, tubular furnaces were chosen as the object of study of this work. The article provides an analysis of damage to the supporting structures of oil refining tubular furnaces. The causes of damage and the physical nature of the development of damage are established. According to the results of field surveys, it was found that about 10% of the furnaces are operated with damage in the form of significant curvature of the supporting structures that developed as a result of the explosion of the gas-air mixture and the technological product inside the furnace space. **The aim of the work** is to analyze the damage and assess the impact of damage on the operation of the supporting structures of furnaces. **Methods.** The main research results were obtained by static numerical analysis of spatial models of furnace frameworks in the LIRA-SAPR software package. This complex belongs to the class of software products that implement the finite element method. **Results.** According to the results of calculating a series of models of structures, the effect of damage on the operation of the supporting structures of the furnace is determined. Based on the analysis of calculation data for models of tube furnaces with damage and comparison of calculation results for furnace models with structural damage identified during the survey, ways to optimize the design decisions of an industrial furnace are determined. Studies have shown the need to improve the design of tube furnaces in the direction of improving technology and improving the structural form of the supporting frame of the furnace.

**Keywords:** industrial furnaces, examination, damage, deformations, stress-strain state

### For citation

Golikov A.V., Subbotin D.I. Damage analysis and assessment of the impact of damage on the operation of supporting structures of oil refining tube furnaces. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(3):193–202. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-193-202> (In Russ.)

### References

1. Timoshenko S.P., Gere J.M. *Theory of Elastic Stability*. McGraw; 1963.
2. Volmir A.S. *Nelineinaya dinamika plastinok i obo-lochek [Nonlinear dynamics of plates and shells]*. Moscow: Nauka Publ.; 1972. (In Russ.)
3. Weinberg D.V., Weinberg E.D. *Raschet plastin [Calculation of plates]*. Kiev: Budivelnik Publ.; 1970. (In Russ.)

4. Evzerov I.D. Stability problems for rods and plates. *Engineering and Construction Journal*. 2014;1(45):6–11. DOI: 10.5862 / MCE.45.2. (In Russ.)
5. Lalin V.V., Rybakov V.A., Morozov S.A. The study of finite elements for the calculation of thin-walled bar systems. *Engineering and Construction Journal*. 2012;1(27): 53–73. DOI: 10.5862 / MCE.27.7. (In Russ.)
6. Lalin V.V., Rybakov V.A. Finite elements for the calculation of enclosing structures from thin-walled profiles. *Engineering and Construction Journal*. 2011;8(26):69–80. DOI: 10.5862 / MCE.26.11. (In Russ.)
7. Dugué J. Fired equipment safety in the oil & gas industry. A review of changes in practices over the last

*Alexander V. Golikov*, Cand. Tech. Sci., senior lecturer, Department of Building Structures, Foundations and Reliability of Structures; eLIBRARY SPIN-code: 1369-7819.

*Dmitry I. Subbotin*, master student, Department of Building Structures, Foundations and Reliability of Structures; eLIBRARY SPIN-code: 6354-2208.

50 years. *11<sup>th</sup> European Conference on Industrial Furnaces and Boilers, INFUB-11. Energy Procedia*. 2017;120:2–19. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2017.07.151>

8. Lyashonok S.Yu., Dyachkova S.G. Obzor konstruktivnih osobennosti trubchatih pechei [Review of design features of tubular furnaces]. *Bulletin of ISTU*. 2013;12(83): 213–218. (In Russ.)

9. Entus N.R., Sharikhin V.V. *Trubchatie pechi v neftepererabativayuschei i neftehimicheskoi promishlennosti [Tube furnaces in the refining and petrochemical industries]*. Moscow; 1987. (In Russ.)

10. VNIKTIneftekhimoborudovanie. *Metodika opredeleniya ostatochnogo resursa trubchatih pechei neftepererabativayuschihih neftehimicheskikh i himicheskikh proizvodstv [Methodology for determining the residual life of tube furnaces in oil refining, petrochemical and chemical industries]*. Volgograd; 1998. (In Russ.)

11. VNIKTIneftekhimoborudovanie. DiOR-05. *Metodika diagnostirovaniya tehnikeskogo sostoyaniya i opredeleniya ostatochnogo resursa tehnologicheskogo oborudovaniya neftepererabativayuschihih neftehimicheskikh proizvodstv [Technique for diagnosing the technical condition and determining the residual resource of technological equipment of oil refining, petrochemical industries]*. Volgograd; 2006. (In Russ.)

12. ISO 13577-2:2014. *Industrial furnaces and associated processing equipment. Safety. Part 2: Combustion and fuel handling systems* (p. 102). 2014.

13. Kazenov A.A., Filatov G.V., Khanin Yu.D., Meshkov V.I. *Tube furnaces: Catalog*. 5<sup>th</sup> ed. Moscow: TSINTIHIMNEFTEMASH Publ.; 1998. (In Russ.)

14. *Manual for the inspection and design of buildings and structures subject to explosive loads*. Moscow; 2000. (In Russ.)

15. Baker W., Cox P., Westine P. et al. *Vzrivnie yavleniya. Ocenka i posledstviya [Explosive phenomena. Assessment and consequences]*. Moscow: Mir Publ.; 1986. (In Russ.)

16. Beschastnov M.V. *Promishlennii vzrivi. Ocenka i preduprezhdenie [Industrial explosions. Assessment and warning]*. Moscow: Khimiya Publ.; 1991. (In Russ.)

17. SP 20.13330.2016. SNiP 2.07.07\_81\*. *Nagruzki i vozdeistviya [Loads and impacts]*. Moscow: Standartinform Publ.; 2016. (In Russ.)

18. SP 16.13330.2017. SNiP II\_23\_81\*. *Stalnie konstrukcii [Steel structures]*. Moscow: Standartinform Publ.; 2017. (In Russ.)

19. SP 296.1325800.2017. *Zdaniya i sooruzheniya. Osobie vozdeistviya [Buildings and structures. Special effects]*. Moscow: Standartinform Publ.; 2017. (In Russ.)

20. SP 266.1325800.2016. *Konstrukcii stalejezobetonnii. Pravila proektirovaniya [Steel-reinforced concrete structures. The rules of design]*. Moscow: Standartinform Publ.; 2017. (In Russ.)

21. Işık E., Özdemir M. Performance based assessment of steel frame structures by different material models. *Int. J. Steel Struct.* 2017;17:1021–1031. <https://doi.org/10.1007/s13296-017-9013-x>

22. Hoseini Vaez S.R., Sarvdalir S. Reliability-Based Optimization of One-Bay 2-D Steel Frame. *KSCE J. Civ. Eng.* 2018;22:2433–2440. <https://doi.org/10.1007/s12205-017-1881-2>

23. Pourasil M.B., Mohammadi Y., Gholizad A. A proposed procedure for progressive collapse analysis of common steel building structures to blast loading. *KSCE J. Civ. Eng.* 2017;21:2186–2194. <https://doi.org/10.1007/s12205-017-0559-0>.

24. Abdollahzadeh G., Shalimar R. Retrofitting of Steel Moment-Resisting Frames under Fire Loading against Progressive Collapse. *Int. J. Steel Struct.* 2017;17:1597–1611. <https://doi.org/10.1007/s13296-017-1225-6>

25. Naji A. Sensitivity and fragility analysis of steel moment frames subjected to progressive collapse. *Asian J. Civ. Eng.* 2018;19:595–606. <https://doi.org/10.1007/s42107-018-0045-0>

## The trends and practical look of advanced steel frame structures

Nikolay I. Vatin<sup>1</sup>, Tesfaldet H. Gebre<sup>2\*</sup>, Shishay B. Gebreslassie<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, 29 Politechnicheskaya St, Saint Petersburg, 195251, Russian Federation

<sup>2</sup>Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation

\*tesfaldethg@gmail.com

### Article history:

Received: March 12, 2020

Revised: May 17, 2020

Accepted: May 28, 2020

### Abstract

**The aim of the work** is to present the trend of the advancement of steel design code and practical approach of steel frame design from the current AISC-LFDR to the advanced analysis. As the trend of steel frame analysis method is from first-order elastic analysis to second-order inelastic analysis which is an advanced analysis. **Methods.** In this paper the comparison between the load – displacement curves of several structural analysis methods is presented. Case studies are considered to analyze by different methods and comparison of practical advanced analysis method with PROKON software. The case studies includes a two-story one bay steel frame and four bays of twelve-stories steel frame. The **results** of first-order elastic, elastic buckling, second-order and nonlinear analyses of an unbraced frame are compared and their difference is presents. The proposed software for advanced methods demonstrates the accuracy and the computational efficiency in predicting the nonlinear analysis response of steel frame structures.

**Keywords:** steel frame analysis, sway frame, nonlinear analysis, advanced analysis

### For citation

Vatin N.I., Gebre T.H., Gebreslassie S.B. The trends and practical look of advanced steel frame structures. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(3):203–208. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-203-208>

## Introduction

The current design approach under American Institute of Steel Construction (AISC) specifications includes three design methods and the most common and up-to-date approach for steel design is the load and resistance factor design specification (LRFD). On the other hand, the plastic design (PD) approach and the allowable stress design specification (ASD) are quiet used. The aim of steel structure designer is to analyze the structural member of the frame through assessing displacements, internal forces and moments and checking member safety.

Different methods are available for analysis and design of steel frame structures and likewise there are many commercial software packages used in practice which provide a variety of approaches to the problem [1–4]. The steel framed structure behavior is affected by the geometric and material nonlinearities which includes second-order effect and gradual yielding respectively. As the trend of steel frame analysis method is from first-order elastic analysis to second-order inelastic analysis which is an advanced analysis. Elastic structural analysis is developed to calculate the internal forces at each member of the structure, whereas inelastic structural analysis is utilized to predict the ultimate strength of each isolated member [3–5]. The comparison between the load-displacement curves of several structural analysis is shown in Figure 1 because it includes the key factors influencing steel frame behavior. These approaches are well documented by McGuire, Gallagher, and Ziemian (2000) as well as in the individual references cited [6–7].

The purpose of this paper is to present the trend and practical approach of steel frame design from the

Nikolay I. Vatin, D.Sc. (Eng.), Professor, Higher School of Industrial Civil and Road Construction; eLIBRARY SPIN-code: 4386-7789, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-1196-8004>.

Tesfaldet Hadgembes Gebre, PhD Student, Department of Civil Engineering, Engineering Academy; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-7168-5786>.

Shishay Berhane Gebreslassie, master student, Department of Civil Engineering, Engineering Academy; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-5683-829X>.

© Vatin N.I., Gebre T.H., Gebreslassie S.B., 2020

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



current AISC-LFDR to the advanced analysis. The first-order analysis (Elastic analysis) is the most common method as the deflection is limited to a small and the equations of equilibrium are developed with reference to undeformed configuration of the structure as presented in Figure 1. The first-order analysis is not an advanced analysis method as the code ignoring the effect of buckling, yielding and imperfections for example residual stress, crookedness's and twist as they are considered in the advanced analysis [6]. An elastic buckling analysis can provide the critical buckling load of a single column and is the basis for the effective length factor. It can be seen in Figure 1 that the results of this analysis do not provide a load-displacement curve but rather the single value of load at which the structure buckles.

In the AISC LFRD-1993, the second-order  $P-\delta$  and  $P-\Delta$  effects can be estimated from a first-order analysis by using the respective  $B1$  and  $B2$  magnification factor to correlate the linear moments to second-order moments based on the results from Kanchanalai (1977) and Bjorhovde et al. (1978). Unlike the first-order analysis, in which the equilibrium and kinematic relationships of a frame are established with respect to the undeformed geometry of the structure, the equations of equilibrium in the second-order analysis are associated with the deformed geometry of the structure [8–9]. The important attributes which affect the behavior of steel framed structures may be grouped into two categories: geometric and material nonlinearities. The geometric nonlinearity includes second-order effects associated with  $P-\delta$  and  $P-\Delta$  effects and geometric imperfections [10]. The material nonlinearity includes gradual yielding associated with the influence of residual stresses and flexure [11]. Generally two components second-order effects should be included in the analysis. Primarily, when the influence of member curvature is included, it is said that the  $P-\delta$  effects or member effects are included, and, secondly, while the side-sway effects are included, it is said that the  $P-\Delta$  effects, also referred to as the story sway or frame effects, are included. The load-displacement history obtained through second-order analysis may approach to the critical buckling load obtained from the eigenvalue solution as shown in Figure 1. Second-order analysis usually requires an iterative solution so it is a bit more complex than the first-order elastic analysis [8; 12]. Because of the problems inherent with iterative solutions, many researchers have proposed one-step approximations to the second-order elastic analysis [12]. It should also be noted that not all commercial computer analysis software includes both the member effects and the frame effects.

First-order rigid-plastic analysis neglects the effects of elastic deflections and assumes that all struc-

tural deformation takes place in discrete regions, called plastic hinges, where plasticity has developed. Once a sufficient number of plastic hinges have formed so that the structure will collapse, it is said that a mechanism has formed and no additional load can be placed on the structure. Thus, a plastic-mechanism analysis can predict the collapse load of the structure as shown in Figure 1.

There are two main types of second-order analysis, i.e. second-order elastic analysis and second-order inelastic analysis. The first type does not consider the effect of material yielding therefore section capacity check per member is required to locate the load causing the first plastic moment or first yield moment of the structure [3; 8; 13]. It has a limitation in providing information about non linearity of the structure and excludes the necessity of moment amplification factor. The second type considers the effect of material yielding so the maximum failure load can be directly located by the load deflection plot. The section capacity check is therefore used for assessing the condition of plastic hinge formation [1; 3; 14–18]. Direct second-order inelastic analysis for frame design without the use of  $K$ -factor to do member by-member capacity checks with code requirements [3].

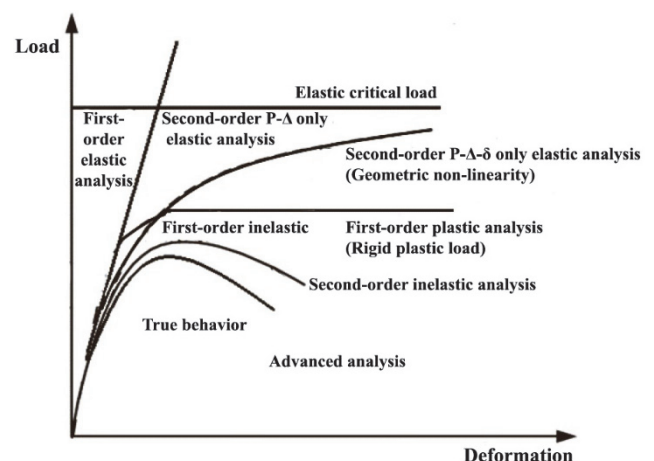


Figure 1. Load-displacement curve for different method of analysis

Advanced analysis is defined as any analysis method that accurately represents the behavioral effects associated with member primary limit states to the extent that corresponding specification checks are superseded [19].

## 1. Methods and discussion

### 1.1. Comparison of first-order, elastic buckling and second-order elastic analyses

Figure 2 is considered to show the similarity and difference between the three methods and the analysis is carried out using PROKON (2019) by considering

different cases of deformations. The frame is formed with three W8×28 members subjected to gravity load and a lateral load. The result of the three analysis is presented graphically in Figure 2. As the graph is presented load vs displacement, both first-order and elastic buckling analysis are formed linearly but yielded in different points. The first-order analysis yield as a linear and the elastic buckling analysis yield with a critical load of  $P_{cr}$  but both intersects each other at one point. In the case of second-order elastic analysis the approach is done by considering different load steps, the maximum load should be less than  $P_{cr}$  thus the lateral displacement increases gradually to a large amount consequently additional moments are developed.

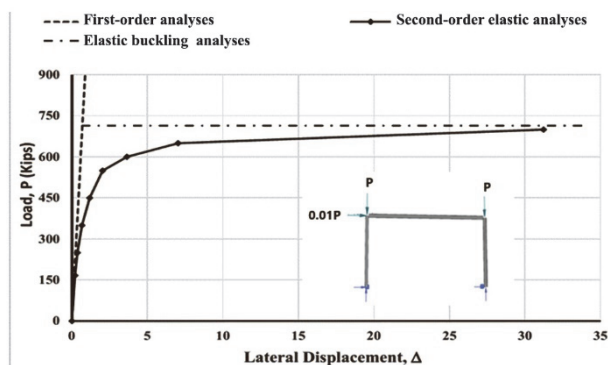


Figure 2. Comparison of load/lateral displacement results for the frame

The frame is loaded with gravity load of  $P$ , a lateral load of  $0.01P$  and in addition the columns are treated as pin supports. The relationship between displacement and load is shown in Figure 2 as the elastic buckling analysis yields a critical load of 714 Kips with the given frame buckling in a sideways mode. The point of intersection of the first-order and elastic buckling is denoted by the load of 714 Kips and displacement of 0.69 in. The results of the second-order elastic analysis are also shown in Figure 2. This analysis was carried out at eight different load levels. It can be seen that as the magnitude of the load  $P$  is increased, the lateral displacement increases at a progressively greater rate. This reflects the influence of the additional moments induced as the structure deflects. As the load approaches 714 Kips, the slope of the load-displacement curve approaches to zero and the displacement tends toward infinity, confirming that a second-order elastic analysis can be used to approximate the results of an elastic buckling analysis.

### 1.2. Examples 1:

#### two-story unbraced plane frame analysis

A two-story one bay steel frame is considered and analyzed by different methods as it is tabulated in the table below. Different methods are presented below

which allow us to compare the trend of steel frame analysis as shown in Figure 3. The steel frame is subjected to the combined factored gravity and lateral loads and also considering preliminary member sizes and yield stress of steel  $F_y = 50$ . The comparison is done by considering the steel frame as sway frame and their results are tabulated in the Table 1.

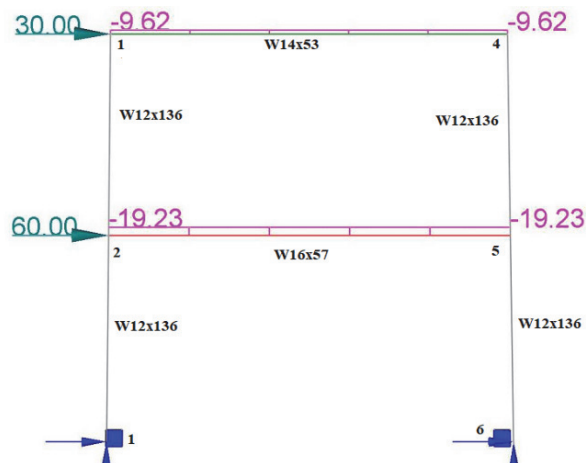


Figure 3. Two-story unbraced frame

Although steel structures can be adequately designed by using the AISC-LRFD method as shown in the previous section, the member capacity checks and the determination of effective length factors and their procedures are often tedious and confusing. Also, since AISC-LRFD method is a member-based design approach, inelastic member forces will not be redistributed and the actual structural behavior and failure mode cannot be predicted.

### 1.3. Examples 2:

#### analysis for geometrically nonlinear plane frame

In order to account for the true stiffness of elastic frames in the determination of the effective length factors of their columns a geometrically nonlinear analysis of the frame as a whole is performed using java software [19]. The properties of the frame and a load pattern for the frame are prescribed. The applied load is the product of the load pattern and a load factor. The nonlinear analysis is performed by increasing the load factor stepwise with the constant arc method [10].

The nonlinear governing equations are solved with a stepwise iterative method and controlled by keeping the arc increment constant [20; 21]. The displacement increments in the steps are summed to yield the total displacements. In each step of the analysis, the tangent stiffness matrix  $K$  of the current frame configuration is decomposed into the product of a left triangular matrix  $L$  with unit diagonal elements, a diagonal matrix  $D$  with diagonal coefficients  $d_i$  and a right triangular matrix  $L^T$ . The product  $d_1 d_2 d_3 \dots d_n$  of the diagonal coeffi-

icients of  $D$  equals the determinant of the tangent stiffness matrix  $K$  of the frame in the current load step.

$$K = LDL^T, \det K = d_1, d_2, d_3, \dots, d_n.$$

Unbraced building frame with hinged and fixed supports is considered for comparison between software for nonlinear analysis with java programming and

PROKON structural analysis and design. The frame given in Figure 4 consists of four bays of equal width 6.0 m and twelve stories of equal height 4.0 m. All girders carry a uniformly distributed load of 80.0 KN/m. The coordinate origin is located at the foundation of the leftmost column. Axis  $x$  is directed horizontally from left to right, axis  $y$  vertically from bottom to top.

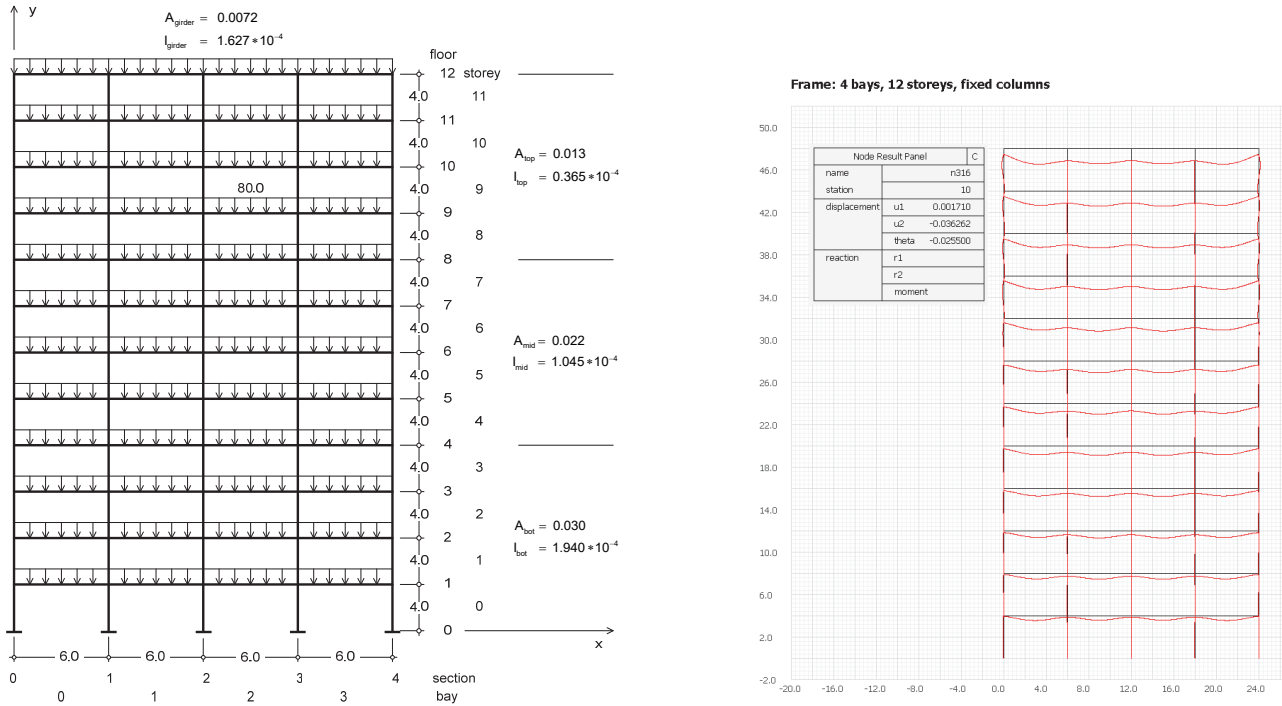


Figure 4. Graphic display with the generated frame, member property and displacement of the frame

Table 1

Comparative result of sway frame using different method of analysis

Members/ nodes with unites	First-order elastic	Elastic buckling	Second-order elastic	First-order vs. second-order (%)	Nonlinear analysis	Second-order elastic vs. nonlinear analysis (%)
M12 (Kipin)	62264.26	—	54416.74	12.60	57321.54	5.07
M23 (Kipin)	81156.09	—	81173.42	0.02	80246.77	1.14
N2/5 (Kipin)	149028.27	—	153159.72	2.77	153536.88	0.25
M25(Mid) (Kipin)	87765	—	80443.00	8.34	79942	0.62
M45 (Kipin)	82782.84	—	86703.16	4.74	85358.65	1.55
M56 (Kipin)	66245.44	—	66456.55	0.32	68178.22	2.59
N3/4 (Kipin)	74561.95	—	79964.77	7.25	78176.09	2.24
M34(Mid) (Kipin)	71508.69	—	87657.9	0.49	69783.60	1.98
N25 (Kip)	342.69	510.60	385.27	12.43	362.29	5.96
N34 (Kip)	1008.64	1502.87	1041.43	3.25	1024.77	1.60
N12 (Kip)	4472.84	6664.53	4416.01	1.27	4425.07	0.21
N23 (Kip)	1490.93	731.4857	1472.41	1.26	1480.8	0.57
N45 (Kip)	1510.51	2250.66	1529.02	1.23	1520.58	0.55
N56 (Kip)	4528.36	6747.26	4585.19	1.25	4573.83	0.25
Δ3 (in)	2.28	—	6.27	175.00	5.76	8.13
Δ2 (in)	0.8	—	2.57	221.25	2.35	8.56
v3 (in)	0.81	—	0.81	0.00	0.86	6.17
v2 (in)	0.61	—	0.61	0.00	0.63	3.28

## 2. Result and discussion

The results of comparative steel frame analysis using first-order elastic, elastic buckling, second-order and nonlinear analyses of an unbraced frame are given in Table 2. By ignoring all second-order moments, first-order elastic analysis calculates the linear behavior of steel frame. The second-order analysis result may be used to approximate using elastic buckling analysis of member axial force. For the frame of Figure 3,

the second-order sway deflections are about 8% larger than those of the second-order analysis, while the moment at the top of the right-hand lower story column is about 12.6% larger than that of the first-order analysis. The nonlinear sway deflections are about 175% larger than those of the first-order analysis, while the moment at the top of the right-hand lower story column is about 5.07% larger than that of the second-order analysis.

Table 2

Comparison result of java software for nonlinear analysis and PROKON software

Members/nodes	Unites	Method of analysis for pinned support		Method of analysis for fixed support	
		PROKON	Java software	PROKON	Java software
Vertica displacement top left node	mm	14.04	14.2	35.7	36.3
Vertica displacement top middle nodes	mm	32.80	30	76.06	76.4
Mid span moment for top story	kNm	128.20	130	431	430
End moments for top story	kNm	248.52	240	576.52	578

The unbraced building frame in Figure 4 is analyzed with hinged and fixed supports using software for nonlinear analysis with java programming. The load pattern is applied in 10 steps. The pinned and fixed support frame reaches a singular state for load factors 0.9628 and 2.4412 respectively. The displacement of the frame in the singular state is shown in Figure 3 and the results for displacement and bending moments using java software for nonlinear analysis and PROKON software are presented in Table 2.

In this example we checked the developed practical advanced analysis software which can be used for nonlinear inelastic analysis of steel frame structures. Referencing the numerical example, the proposed software demonstrates the accuracy and the computational efficiency in predicting the nonlinear analysis response of steel frame structures. It can be concluded that the proposed software and the comparison with other software's show the reliable and valuable for application in engineering design.

### Conclusion

As the trend of the frame analysis and design is from hand calculation approach based on member capacity checks to computer-based approach based on advanced analysis to consider the interdependent effects between member and frame stability. Both first-order and elastic buckling analysis are formed linearly but yielded in different points but in second-order analysis the maximum load should be less than  $P_{cr}$  thus the lateral displacement increases gradually to a large amount consequently additional moments are developed.

According AISC, the term advanced analysis strictly means second-order inelastic analysis for frame design

without the use of the effective length factor ( $K$ -factor). Elastic structural analysis is developed to calculate the internal forces at each member of the structure, whereas inelastic structural analysis is utilized to predict the ultimate strength of each isolated member. The software demonstrates the computational efficiency in predicting the nonlinear analysis response of steel frame structures and the comparison with other software's show the reliable and valuable for application in engineering design. In order to achieve its full potential as a tool for the practical design of steel frames, the upcoming work required in order to take part of the 3D member behavior and member stability analysis with advance analysis.

### References

1. American Society of Civil Engineers Advanced Analysis in Steel Frame: Design Guidelines for Direct Second-Order Inelastic Analysis. 2013.
2. Chen W.F., Sohal I.S. *Plastic Design and Second-Order Analysis of Steel Frames*. 2013. <https://doi.org/10.1007/978-1-4613-8428-1>
3. Chen W.F. Toward practical advanced analysis for steel frame design. *Structural Engineering International*. 2009; 19(3):234–239.
4. Surovek A.E., White D.W. Alternative Approaches for Elastic Analysis and Design of Steel Frames. I: Overview. *J. Struct. Eng.* 2004;130(8):1186–1196.
5. Galishnikova V.V., Gebre T.H., Al-Sabri S.A.M., Saffia-Doe O. Second Order Structural Theory for the Stability Analysis of Columns. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings* 2018;14(3):192–197. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-3-192-197>
6. Trahair N.S. Trends in the code design of steel framed structures. *Adv. Steel Constr.* 2018;14(1):37–56.

7. Bernuzzi C., Cordova B., Simoncelli M. Unbraced steel frame design according to EC3 and AISC provisions. *J. Constr. Steel Res.* 2015;114:157–177. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2015.07.012>
8. White D.W., Hajjar J.F. Application of Second-Order Elastic Analysis in LRFD: Research to Practice. *Engineering Journal, American Institute of Steel Construction.* 1991;28:133–148.
9. Xu L. Second-order analysis for semi rigid steel frame design. *Can. J. Civ. Eng.* 2011;28(1):59–76.
10. Galishnikova V.V., Pahl P.J., Dunaisk P. *Geometrically non-linear analysis.* Stellenbosch: SUN MeDIA; 2012.
11. Chen W.F. *Advanced Analysis of Steel Frames: Theory, Software, and Applications.* CRC Press; 2018.
12. Geschwindner L.F. A Practical Look at Frame Analysis, Stability and Leaning. *Columns Engineering Journal.* 2002;39(4):167–181.
13. Torkamani M.A.M., Sönmez M.S., Cao J. Second-Order Elastic Plane-Frame Analysis Using Finite-Element Method. *Journal of Structural Engineering.* 1997;123(9):1225–1235. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1997)123:9(1225).
14. Maleck A.E. *Second-Order Inelastic and Modified Elastic Analysis and Design Evaluation of Planar Steel Frames.* 2001.
15. Surovek A., White D.W. Direct Analysis Approach for the Assessment of Frame Stability: Verification Studies. *Structural Stability Research Council Annual Stability Conference.* 2001.
16. White D.W., Surovek A.E. et al. Stability Analysis and Design of Steel Building Frames Using the 2005 AISC Specification. *Steel Structures.* 2006;6:71–91.
17. White D.W., Surovek A., Chang C.-J. Direct analysis and design using amplified first-order analysis. Part 2: Moment frames and general framing systems. *Engineering Journal (New York).* 2007;44(4):323–340.
18. Elghazouli A.Y. Non-Linear Static and Cyclic Analysis of Steel Frames with Semi-Rigid Connections. *Struct. Saf.* 2001;23(2):195–197.
19. Galishnikova V.V., Gebre T.H. A comparative study of beam design curves against lateral torsional buckling using AISC, EC and SP. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings.* 2019;15(1):25–32.
20. Galishnikova V.V., Pahl P.J. Analysis of frame buckling without sidesway classification. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings.* 2018;14(4):299–312.
21. Nagarajan P. *Matrix Methods of Structural Analysis.* CRC Press, Boca Raton Publ.; 2019.

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

## Тенденции и практический вид современных стальных каркасных конструкций

Н.И. Ватин<sup>1</sup>, Т.Х. Гебре<sup>2\*</sup>, Ш.Б. Гебреслассие<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Российская Федерация, 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 29

<sup>2</sup>Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6  
\*tesfaldethg@gmail.com

### История статьи:

Поступила в редакцию: 12 марта 2020 г.

Доработана: 17 мая 2020 г.

Принята к публикации: 28 мая 2020 г.

### Аннотация

**Цель** исследования – изучить тенденцию развития строительных норм по стальным конструкциям и практического подхода к проектированию стальных каркасов от ныне действующих стандартов Американского института стальных конструкций до расчетов по методам более высокого порядка, поскольку развитие теории расчета стальных конструкций заключается в переходе от упруго-линейного расчета первого порядка к нелинейному расчету второго порядка. **Методы.** В работе представлено сравнение зависимостей нагрузки от перемещения, полученных по различным теориям расчета. Проводятся расчет конкретных примеров конструкций различными методами и сопоставление практического метода высокого порядка с программой PROKON. Конкретные примеры включают в себя двухэтажную однопролетную стальную раму и двенадцатиэтажную четырехпролетную раму. **Результаты.** Выполнено сравнение результатов упруго-линейного расчета первого порядка, расчета устойчивости по упругой схеме, расчета второго порядка и нелинейного расчета стальных рам и показано их различие. Предложенное программное обеспечение для расчета по методам высокого порядка демонстрирует точность и вычислительную эффективность в определении нелинейного поведения стальных конструкций.

**Ключевые слова:** расчет стальных рам, рамы с поперечным смещением, нелинейный расчет, расчет высокого порядка

### Для цитирования

Vatin N.I., Gebre T.H., Gebreslassie S.B. The trends and practical look of advanced steel frame structures (Тенденции и практический вид современных стальных каркасных конструкций) // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 3. С. 203–208. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-203-208>

Ватин Николай Иванович, доктор технических наук, профессор высшей школы промышленно-гражданского и дорожного строительства; eLIBRARY SPIN-код: 4386-7789, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-1196-8004>.

Гебре Тесфалдет Хадзембес, аспирант, департамент строительства, Инженерная академия; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-7168-5786>.

Гебреслассие Шишай Берхане, магистрант, департамент строительства, Инженерная академия; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-5683-829X>.



ДИНАМИКА КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ  
DYNAMICS OF STRUCTURES AND BUILDINGSDOI 10.22363/1815-5235-2020-16-3-209-218  
УДК 624.154

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

## Оценка взаимного влияния свай при вертикальных колебаниях фундамента

А.О. Колесников<sup>1\*</sup>, В.Н. Попов<sup>2</sup>, Т.Н. Костюк<sup>1</sup><sup>1</sup>Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин), Российская Федерация, 630008, Новосибирск, ул. Ленинградская, 113<sup>2</sup>Институт теоретической и прикладной механики имени С.А. Христиановича СО РАН, Российская Федерация, 630090, Новосибирск, ул. Институтская, 4/1

\*ao\_kolesnikov@mail.ru

## История статьи:

Поступила в редакцию: 17 февраля 2020 г.

Доработана: 20 мая 2020 г.

Принята к публикации: 22 мая 2020 г.

## Благодарности

Работа выполнена по Программе фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013–2020 годы (проект АААА-А17-117030610136-3).

## Для цитирования

Колесников А.О., Попов В.Н., Костюк Т.Н. Оценка взаимного влияния свай при вертикальных колебаниях фундамента // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 3. С. 209–218. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-209-218>

## Аннотация

**Цель** исследования – изучение изменения динамической жесткости свайного фундамента от расстояния между сваями при вертикальных колебаниях с использованием экспериментальных данных из литературных источников и решения волновых моделей, описывающих вертикальные колебания тонкой пластины с круглыми вырезами. **Методы.** Для проверки достоверности решений волновых моделей, описывающих изменение динамических жесткостей при вертикальных колебаниях свайных фундаментов, используются данные, полученные в экспериментах по определению собственных частот связанных ростверками групп 3×3 висячих свай с различными расстояниями между ними. Также использованы данные, полученные при вынужденных вертикальных колебаниях связанных ростверками групп свай 2×2 при различных нагрузках и расстояниях между сваями. При обработке имеющихся амплитудно-частотных кривых решается обратная задача с использованием теории нелинейных колебаний для определения динамической жесткости. Оценивается соответствие между измеренными и прогнозируемыми данными при описании поведения свайно-грунтовой системы. **Результаты.** Установлено, что соотношения, учитывающие взаимное влияние висячих свай в кусте, полученные в рамках решений волновых моделей и применяемые для расчета динамических жесткостей при вертикальных колебаниях свайных фундаментов, позволяют получать удовлетворительные результаты по точности. Отклонение результатов расчетов от данных экспериментальных исследований не превышает 15 %.

**Ключевые слова:** свайный фундамент, взаимное влияние свай в группе, расстояние между сваями, свайно-грунтовая система, волновая модель

## Введение

Получение высокой точности оценки характеристик колебаний свайных фундаментов, исполь-

зуемых под машины с динамическими нагрузками, всегда актуальная проблема [1–25]. Динамика взаимодействия свайного фундамента с грунтом представляет собой одну из наименее изученных задач, а взаимное влияние свай в группе еще более ее усложняет. В случаях, когда расстояние между сваями велико, групповую жесткость можно оценить простым суммированием жесткостей от одиночных свай. Однако сваи, находящиеся на близком расстоянии друг от друга, имеют значительное взаимное влияние, и в результате их эффективность может сильно меняться. Для оценки динамического взаимодействия свай как между собой, так и с грунтом необ-

Колесников Алексей Олегович, кандидат технических наук, доцент, кафедра инженерной геологии, оснований и фундаментов; eLIBRARY SPIN-код: 1225-7017, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-3627-5888>.

Попов Владимир Николаевич, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник; eLIBRARY SPIN-код: 9483-9689, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-6043-2134>.

Костюк Татьяна Николаевна, магистрант, кафедра инженерной геологии, оснований и фундаментов; eLIBRARY SPIN-код: 5302-2974, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-5605-7944>.

© Колесников А.О., Попов В.Н., Костюк Т.Н., 2020

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

ходимо создание теорий, описывающих процессы и экспериментальные исследования для проверки их применимости.

Отметим, что работы по определению амплитудно-частотных характеристик свайных фундаментов ведутся продолжительное время, но пока далеки от своего завершения. Точное теоретическое решение проблемы динамического взаимодействия сваи и грунта осложняется нелинейностью процесса, поэтому используются приближенные методы. В частности, можно упомянуть подходы, предложенные в [9–12]. Многие исследования посвящены взаимодействию с грунтом одной сваи при динамической нагрузке, но наряду с этим анализируется поведение и групп свай. Для получения оценок динамического состояния свайных сооружений в сложных условиях эксплуатации широко применяются методы численного моделирования с использованием конечных или граничных элементов [16–19].

В большинстве инженерных задач, взаимодействие сваи и грунта обычно хорошо описывается в рамках теории упругости, и, как показывают многие теоретические и экспериментальные исследования, волновые модели достаточно точно отражают процесс колебаний фундаментов в грунте [1–5; 14; 25]. Анализ реакции упругого полупространства, возбуждаемого периодической вертикальной силой, действующей вдоль вертикальной оси, выполненный Г. Лэмбом в 1904 г. является первым исследованием в этой области [26]. В настоящее время при определении амплитудно-частотных характеристик свайных фундаментов под действием динамических нагрузок успешно используются решения, полученные для задач колебания бесконечной пластины с круглым вырезом [14]. Однако практический интерес представляют обобщения этого результата на случаи, когда вырезом больше одного. Для определения связей между перемещениями и реакциями на боковой поверхности погруженных твердых тел, расположенных либо в ряд, либо в кусте, в [16; 27; 28] предложено решение задачи о вертикальных колебаниях пластины с несколькими круглыми вырезами и получены формулы для определения жесткостных и демпфирующих характеристик системы (см. схему на рис. 1). Но остается открытым вопрос о достоверности и точности полученных результатов.

В связи с этим настоящая работа посвящена исследованию изменений динамических жесткостей при вертикальных колебаниях свайных фундаментов с учетом расстояния между висячими сваями с использованием теоретических оценок, полученных в [27; 28], и их сопоставлению с экспериментальными данными из литературных источников [7–9;

29; 30]. За основу взяты результаты серии экспериментов на полигоне с группами висячих свай  $3 \times 3$ , связанных ростверком, по определению собственных частот фундаментов ( $s/d = m = 2, 3, 5$ ;  $d$  – диаметр сваи,  $s$  – расстояние между центральными осями соседних свай), проведенных и описанных нами в [29; 30]. Наряду с этим использовались результаты экспериментов на принудительную вертикальную вибрацию групп свай  $2 \times 2$ , объединенных ростверком, при  $s/d = 2, 3, 4$ , полученные в полевых условиях при различных нагрузках [8; 9].

### Методика исследований

Оценивалось соответствие между измеренными и прогнозируемыми данными при описании нелинейного поведения свайно-грунтовой системы. Для определения динамической жесткости и затухания решалась обратная задача с использованием теории нелинейных колебаний при обработке имеющихся в [7; 8] амплитудно-частотных кривых.

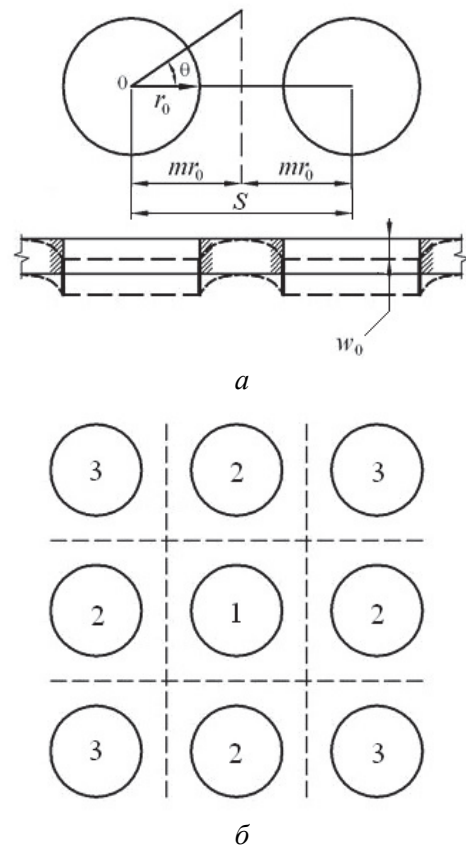


Рис. 1. Схема расположения вырезов в колеблющейся тонкой пластине:  $a$  – двух соседних;  $b$  – по схеме  $3 \times 3$

[Figure 1. The arrangement of cuts in a vibrating thin plate:  $a$  – two neighboring;  $b$  – according to the  $3 \times 3$  scheme]

В работе [14] при рассмотрении депланационных осесимметричных колебаний бесконечно тонко-

го слоя с одним круглым вырезом, имеющим радиус  $r_0$ , описываемых уравнением движения упругой среды при отсутствии объемных сил в цилиндрической системе координат  $(r, t)$  в виде

$$\frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial w}{\partial r} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$$

с граничным условием на контуре

$$w(r_0, t) = w_0 e^{i\omega t}$$

определено, что реакция слоя грунта единичной толщины, приложенная к боковой поверхности сваи, описывается как

$$S_{w0}(a_0) w_0 e^{i\omega t} = \mu w_0 e^{i\omega t} (S_{w1,0} + i S_{w2,0}),$$

где действительную  $S_{w1,0}$  и мнимую  $S_{w2,0}$  безразмерные части  $S_{w0}$  можно представить в виде

$$S_{w1,0}(a_0) = 2\pi a_0 \frac{J_0(a_0)J_1(a_0) + Y_0(a_0)Y_1(a_0)}{J_0^2(a_0) + Y_0^2(a_0)},$$

$$S_{w2,0}(a_0) = \frac{4}{J_0^2(a_0) + Y_0^2(a_0)}. \quad (1)$$

Здесь  $J_n, Y_n$  – функции Бесселя первого и второго рода;  $w = w(r, t)$  – перемещение вдоль оси  $z$ ;  $\rho$  – плотность;  $w_0$  – амплитуда колебаний;  $\omega$  – угловая частота колебаний;  $\mu$  – коэффициент Ламе, эквивалентный модулю сдвига  $G$ ,  $a_0 = \omega r_0 / \sqrt{\mu/\rho}$  – безразмерная частота.

В работе [16] рассмотрены депланационные колебания слоя с несколькими круглыми вырезами в ряд, имеющими радиусы  $r_0$ , центры которых расположены на расстоянии  $s = 2r_0 m$  или  $m$  диаметров друг от друга,  $m > 1$  (см. схему на рис. 1, а), а также для внутреннего из вырезом, упорядоченных по схеме, представленной на рис. 1, б, для которого реакция слоя грунта единичной толщины, примыкающего к боковой поверхности сваи, согласно [27] записывается как

$$S_{w1}(a_0, ma_0) w_0 e^{i\omega t} = \mu w_0 e^{i\omega t} (S_{w1,1} + i S_{w2,1}), \quad (2)$$

где  $S_{w1,1}, S_{w2,1}$  – действительные и мнимые безразмерные части  $S_{w1}$  можно представить в виде

$$S_{w1,1}(a_0, ma_0) = S_{w1,0} - \frac{3}{2} S_{w1cor}(a_0, ma_0),$$

$$S_{w2,1}(a_0, ma_0) = S_{w2,0} - \frac{3}{2} S_{w2cor}(a_0, ma_0),$$

$$S_{w1cor}(a_0, ma_0) = \pi a_0 \frac{J_0(a_0)J_1(ma_0) + Y_0(a_0)Y_1(ma_0)}{J_0^2(a_0) + Y_0^2(a_0)} C,$$

$$S_{w2cor}(a_0, ma_0) = \pi a_0 \frac{Y_0(a_0)J_1(ma_0) + J_0(a_0)Y_1(ma_0)}{J_0^2(a_0) + Y_0^2(a_0)} C,$$

$$C = \frac{\sum_{n=1}^2 J_{2n-1}(a_0) [Y_{2n-2}(a_0) - Y_{2n}(a_0)] - \sum_{n=1}^2 -Y_{2n-1}(a_0) [Y_{2n-2}(a_0) - Y_{2n}(a_0)]}{\sum_{n=1}^2 J_{2n-1}(a_0) [Y_{2n-2}(ma_0) - Y_{2n}(ma_0)] - \sum_{n=1}^2 -Y_{2n-1}(a_0) [Y_{2n-2}(ma_0) - Y_{2n}(ma_0)]},$$

здесь в отличие от (1) появились дополнительные члены, учитывающие влияние соседних вырезом.

В работе [28] были получены выражения, описывающие реакцию слоя грунта граничного (не углового) выреза (см. схему на рис. 1, б)

$$S_{w2}(a_0, ma_0) w_0 e^{i\omega t} = \mu w_0 e^{i\omega t} (S_{w1,2} + i S_{w2,2}),$$

$$S_{w1,2}(a_0, ma_0) = S_{w1,0}(a_0) - \frac{5}{4} S_{w1cor}(a_0, ma_0),$$

$$S_{w2,2}(a_0, ma_0) = S_{w2,0}(a_0) - \frac{5}{4} S_{w2cor}(a_0, ma_0)$$

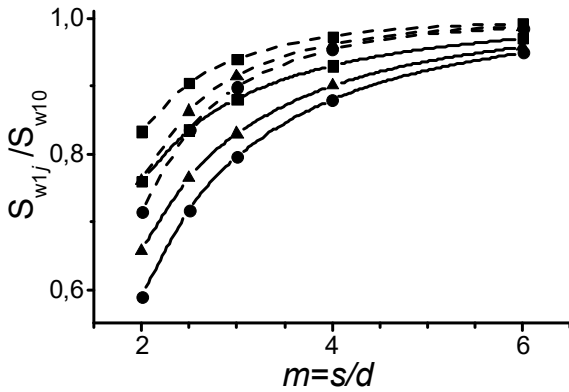
и углового выреза

$$S_{w3}(a_0, ma_0) w_0 e^{i\omega t} = \mu w_0 e^{i\omega t} (S_{w1,3} + i S_{w2,3}),$$

$$S_{w1,3}(a_0, ma_0) = S_{w1,0}(a_0) - \frac{7}{8} S_{w1cor}(a_0, ma_0),$$

$$S_{w2,3}(a_0, ma_0) = S_{w2,0}(a_0) - \frac{7}{8} S_{w2cor}(a_0, ma_0).$$

Таким образом, динамические жесткости  $S_{wj}$  ( $j = 1, 2, 3$ ) описываются комплексными функциями, зависящими от частоты колебаний  $\omega$ , размеров выреза  $r_0$ , а также плотности  $\rho$  и модуля сдвига среды  $\mu$ . Реакции опережают соответствующие перемещения на временные интервалы  $\Delta_j$ , которые определяются из соотношений  $\Delta_j = \arctan(S_{w2,j} / S_{w1,j})$ . Параметры, характеризующие амплитуду перемещений, можно оценить из соотношений  $A_j = (S_{w1,j}^2 + S_{w2,j}^2)^{0,5}$ .



**Рис. 2.** Изменение относительной жесткости при  $a_0 = 0,05$  (штриховые кривые) и  $a_0 = 0,35$  (сплошные кривые) от расстояния между сваями и их положения в кусте  
 • ( $j = 1$ ), ▲ ( $j = 2$ ), ■ ( $j = 3$ )  
**[Figure 2.** Variation of the relative stiffness at  $a_0 = 0,05$  (dashed curves) and  $a_0 = 0,35$  (solid curves) from the distance between the piles and their position in a group  
 • ( $j = 1$ ), ▲ ( $j = 2$ ), ■ ( $j = 3$ )]

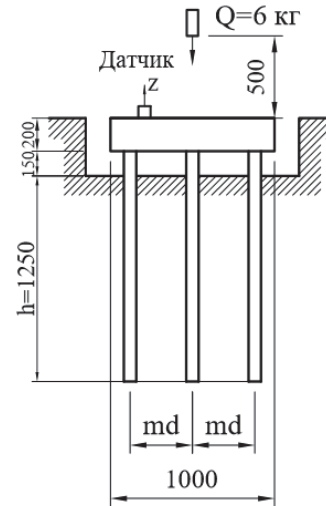
Рис. 2 иллюстрирует изменение относительной динамической жесткости  $S_{w1,j} / S_{w1,0}$ ,  $j = 1, 2, 3$  при  $a_0 = 0,05; 0,35$  в зависимости от расстояния между сваями и их положения в кусте согласно схеме на рис. 1, б. Из представленных результатов следует, что при сокращении расстояния между сваями жесткость может уменьшаться до 40 %.

Для проверки представленных теоретических оценок динамического взаимодействия системы «свая – грунт – свая» использованы результаты серии полевых экспериментов со связанными ростверками группами висячих свай 3×3 (схемы на рис. 3 и 1, б) по определению собственных частот фундаментов, опубликованные в [29; 30]. Все три опытных фундамента были выполнены в виде монолитного железобетонного ростверка с габаритными размерами 1,0×1,0×0,2 м, опирающегося на девять жестко закрепленных свай диаметром  $d = 76$  мм ( $r_0 = d/2$ ) с рабочей длиной 1,4 м, изготовленных из металлических труб с толщиной стенки 3,5 мм. Расстояние между осями свай равнялось  $2d, 3d$  и  $5d$ . Масса  $M$  каждого из фундаментов составляла 690 кг. Ростверк с грунтом не соприкасался. Величина заглубления свай в грунт  $h = 1,25$  м. Импульсное нагружение производилось стальным грузом, имеющим форму параллелепипеда массой 6 кг, который свободно падал на поверхность каждого испытуемого фундамента с высоты 0,5 м.

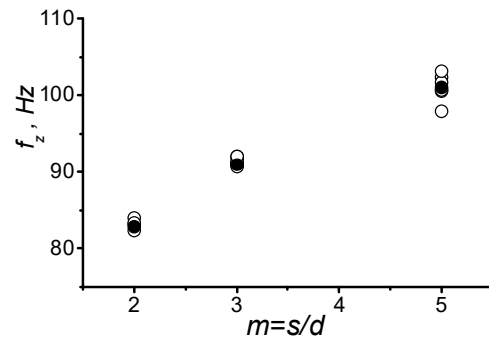
Грунт опытного полигона до глубины 9,3 м состоял из лессовидной маловлажной супеси с плотностью  $\rho = 1,7$  т/м<sup>3</sup> и модулем деформации  $E = 14$  МПа, подстилаемой полутвердыми суглинками. Грунтовые

воды на площадке отсутствовали. Значение скорости поперечных волн для грунта опытного полигона было экспериментально определено как  $V_s = 146$  м/с.

Результаты исследований [29; 30] на опытном полигоне по определению собственных частот фундаментов представлены на рис. 4 и в табл. 1.



**Рис. 3.** Схема экспериментальных исследований опытных фундаментов  
**[Figure 3.** Scheme of testing foundations experimental researches]



**Рис. 4.** Собственные частоты свайных фундаментов 3×3 при различных  $s/d$ :  
 о – эксперимент; • – среднее значение  
**[Figure 4.** Natural frequencies of the pile foundations 3×3 at different  $s/d$ :  
 о – experiment; • – average value]

Таблица 1

**Измеренные частоты**  
**[Table 1. Measured frequencies]**

Расстояние между сваями [Distance between piles]	Измеренная частота $f_z$ , Гц (среднее значение) [Measured frequency $f_z$ , Hz (average value)]
2d	82,90
3d	91,36
5d	101,05

Собственные частоты  $\lambda_z$  при вертикальных колебаниях фундаментов и жесткости  $K_z$  при наличии демпфирования связаны соотношениями

$$\lambda_z = 2\pi f_z \approx \sqrt{K_z/M}, \quad K_z \approx \lambda_z^2 M,$$

где  $M$  – масса всей конструкции.

Жесткости групп свай при различных величинах  $s$  были определены с использованием результатов измерений, представленных в табл. 1, и формулы

$$K_z^g(m) = [2\pi f_z(m)]^2 M. \quad (3)$$

Согласно [2; 27], с использованием соотношения (2) для определения реакции слоя грунта толщиной  $h$ , примыкающего к боковой поверхности свай, получены теоретические оценки жесткости по боковой поверхности групп свай:

$$K_z^g(m) = \mu h S_{w1}^g(a_0, ma_0), \quad (4)$$

откуда следует, что значение коэффициента жесткости свай в кусте  $S_{w1}^g$  связано с безразмерной частотой колебаний  $a_0$  и расположением свай в ростверке. Для рассматриваемых фундаментов из 3×3 свай  $h = 1,25$  м и  $S_{w1}^g$  определяется согласно схеме на рис. 1, б по формуле

$$S_{w1}^g(a_0, ma_0) = S_{w1,1}(a_0, ma_0) + 4S_{w1,2}(a_0, ma_0) + 4S_{w1,3}(a_0, ma_0),$$

где  $a_0 = \omega r_0 / \sqrt{\mu \rho}$ ,  $\omega = 2\pi f_z$ ,  $\mu = V_s^2 \rho$  – модуль сдвига;  $V_s$  – скорость поперечных волн в грунте.

В рассматриваемых случаях безразмерная частота колебаний  $a_0$  изменяется в диапазоне от 0,13 до 0,17. При оценке изменения жесткости системы от расстояния между сваями использовалась  $a_0 = 0,15$ .

Результаты, полученные при проведении инженерных расчетов с использованием формул (3), (4) представлены на рис. 5. Расчетная кривая и точки, соответствующие результатам измерений, иллюстрируют изменение жесткостей относительно значения при  $s/d = 5$ . Величины, полученные с использованием формулы (4), имеют максимальное различие с опытными данными, не превышающее 14 %. Представленный результат подтверждает, что расчеты в рамках используемых приближений позволяют получить удовлетворительное совпадение с экспериментальными данными.

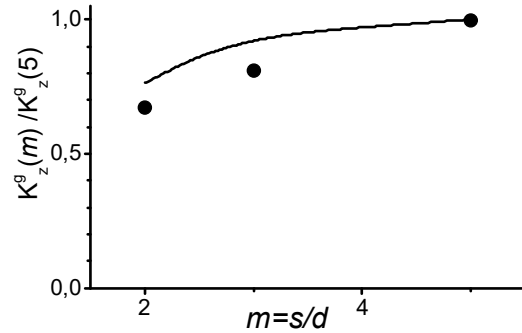


Рис. 5. Изменение жесткости системы от расстояния между сваями: сплошная линия – результаты расчетов; • – эксперимент [Figure 5. Changing in system stiffness depending on distance between piles: solid line – result of calculation; • – experiment]

Таблица 2

Резонансные частоты  $f_{res}$  и амплитуды  $A_{res}$  [Table 2. Resonant frequencies  $f_{res}$  and amplitudes  $A_{res}$ ]

$m e r_e$ , кг·м [kg·m]	$s/d = 2$		$s/d = 3$		$s/d = 4$	
	$A_{res}$ , мм [mm]	$f_{res}$ , Гц [Hz]	$A_{res}$ , мм [mm]	$f_{res}$ , Гц [Hz]	$A_{res}$ , мм [mm]	$f_{res}$ , Гц [Hz]
0,0187	0,0358	29,61	0,0317	35,45	0,0262	38,21
0,0278	0,0510	29,22	0,0422	34,41	0,0381	36,71
0,0366	0,0633	28,95	0,0589	33,35	0,0501	35,18
0,0450	0,0832	28,46	0,0707	32,73	0,0619	33,50

В качестве дополнительной проверки соотношений для получения теоретических оценок использованы результаты динамических испытаний в полевых условиях по определению резонансных частот и амплитуд фундаментов при различных уровнях вертикального гармонического возбуждения с ростверками для групп висячих свай 2×2 [7–9; 31]. Все опытные фундаменты были выполнены в виде монолитного железобетонного ростверка с габаритными размерами 0,57×0,57×0,25 м, опирающегося на четыре жестко закрепленные бетонные сваи. Диаметр свай  $d = 100$  мм, расстояние между осями свай  $s$  равнялось  $2d$ ,  $3d$  и  $4d$ . Ростверки с грунтом не соприкасались. Величина заглубления свай в грунт  $h = 1,5$  м. Испытания проводились при различных эксцентрических моментах  $m_e r_e = 0,0187$ ; 0,0278; 0,0366 и 0,0450 кг·м, где  $m_e$  – масса эксцентричной вращающейся части в генераторе, а  $r_e$  – эксцентриситеты массы. Методология вибрационных испытаний описана в [8]. Масса каждого из фундаментов  $M_0 = 1200$  кг, включая массу вращающейся части. Для грунта опытного полигона определены значения модуля сдвига  $\mu$  от  $14 \cdot 10^6$  до  $26 \cdot 10^6$  Н/м<sup>2</sup> и скорости поперечных волн  $V_s$  в диа-

пазоне 95–150 м/с, которые зависят от глубины [9]. Результаты определения резонансных частот  $f_{res}$  и амплитуд  $A_{res}$  представлены в табл. 2.

При экспериментальных исследованиях часто приходится решать обратные задачи теории колебаний [31]. Сначала по измеренным амплитудно-частотным кривым определяются эффективная масса, жесткость и демпфирование свайно-грунтовой системы. Затем, с использованием найденных значений параметров, в рамках теории колебаний вычисляются амплитудно-частотные кривые и результаты сравниваются с результатами испытаний.

Рассмотрим воздействие на фундамент гармонически меняющейся силы с амплитудой, пропорциональной квадрату частоты  $\omega$ :

$$P_z = r_e m_e \omega^2,$$

тогда уравнение движения для рассматриваемой системы можно записать следующим образом:

$$M\ddot{z} + \Phi K_z \dot{z} + K_z z = m_e r_e \omega^2 \sin \omega t.$$

Здесь  $M$  – эффективная масса, которая включает  $M_0$  и массу присоединенного грунта, колеблющегося вместе с фундаментом;  $K_z$  – жесткость;  $\Phi$  – модуль затухания. Решение этого уравнения записывается в виде

$$z = A \sin(\omega t + \delta),$$

$$\text{tg}(\delta) = -\frac{\Phi \omega K_z / M}{K_z / M - \omega^2},$$

где амплитуда  $A$  описывается формулой

$$A = \frac{m_e r_e \omega^2}{M \sqrt{(K_z / M - \omega^2)^2 + (\Phi \omega K_z / M)^2}}. \quad (5)$$

Из (5) следует, что амплитуда зависит от частоты вынуждающей силы. При режиме колебаний на больших частотах, когда коэффициент динамичности близок к единице, амплитуда колебаний будет равна  $A_\infty = m_e r_e / M$ . До выхода системы в режим колебаний на больших частотах возможно возникновение резонанса с амплитудой

$$A_{res} = \frac{A_\infty}{\Phi \sqrt{(K_z / M)(1 - \Phi^2 K_z / 4M)}} \quad (6)$$

при частоте

$$\omega_{res} = \sqrt{\frac{K_z / M}{1 - \Phi^2 K_z / 2M}}, \quad \Phi^2 K_z / M < 2. \quad (7)$$

Соотношения (6), (7) позволяют оценить значения  $\Phi$  и  $K_z / M$ , если при проведении измерений на каком-либо объекте были определены величины  $A_{res}$  и  $f_{res}$  ( $\omega_{res} = 2\pi f_{res}$ ):

$$K_z / M = \omega_{res}^2 \sqrt{1 - (A_\infty / A_{res})^2},$$

$$\Phi = \omega_{res}^{-1} \sqrt{\frac{2 - 2\sqrt{1 - (A_\infty / A_{res})^2}}{\sqrt{1 - (A_\infty / A_{res})^2}}}.$$

На рис. 6, а представлены экспериментальные частотные кривые для группы свай при  $s = 4d$  для различных значений  $m_e r_e$  [8].

При известных  $m_e r_e$ , согласно [28], эффективную массу  $M$  можно оценить, используя экспериментальные значения для  $A_\infty - M = m_e r_e / A_\infty$ , а затем уточнить при последующих расчетах. Полученная таким образом величина  $M$  составляет 3200 кг, что намного больше массы конструкции  $M_0 = 1200$  кг.

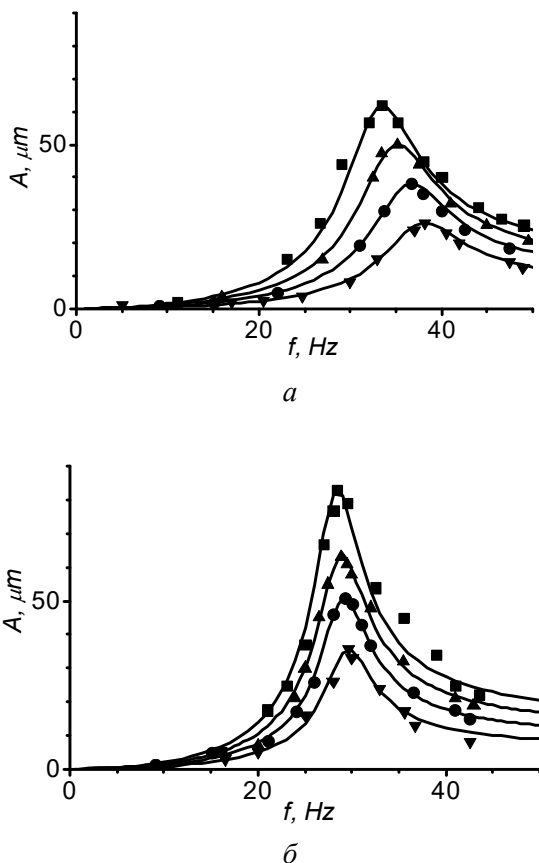
Используя данные из табл. 2 с резонансными частотами  $f_{res}$  и амплитудами  $A_{res}$  ( $s = 4d$ ), определяются значения  $K_z^g / M$  для группы свай при различных значениях  $s$ . Результаты расчетов  $K_z^g / M$  и  $\Phi$  представлены в табл. 3. Нелинейные амплитудно-частотные кривые, рассчитанные с определенными  $M$ ,  $K_z^g / M$  и  $\Phi$ , изображены на рис. 6, а. В качестве дополнительной проверки выполнены расчеты для  $s = 2d$  при том же значении  $M = 3200$  кг и соответствующих этому варианту величинах  $K_z^g / M$  и  $\Phi$  (рис. 6, б). Приведенные данные иллюстрируют, что теоретические результаты удовлетворительно согласуются с данными измерений, имеющимися в доступных литературных источниках.

Таблица 3

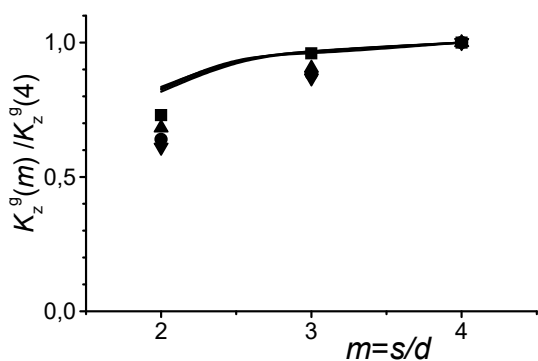
Результаты расчетов  $K_z^g / M$  и  $\Phi$

[Results of calculations of  $K_z^g / M$  and  $\Phi$ ]

$m_e r_e$ , кг·м [kg·m]	$s/d = 2$		$s/d = 3$		$s/d = 4$	
	$K_z^g / M$ , 1/с <sup>2</sup> [1/с <sup>2</sup> ]	$\Phi$ , с [s]	$K_z^g / M$ , 1/с <sup>2</sup> [1/с <sup>2</sup> ]	$\Phi$ , с [s]	$K_z^g / M$ , 1/с <sup>2</sup> [1/с <sup>2</sup> ]	$\Phi$ , с [s]
0,0187	3,41·10 <sup>4</sup>	0,89·10 <sup>-3</sup>	4,88·10 <sup>4</sup>	0,84·10 <sup>-3</sup>	5,62·10 <sup>4</sup>	0,95·10 <sup>-3</sup>
0,0278	3,32·10 <sup>4</sup>	0,94·10 <sup>-3</sup>	4,57·10 <sup>4</sup>	0,97·10 <sup>-3</sup>	5,18·10 <sup>4</sup>	1,00·10 <sup>-3</sup>
0,0366	3,25·10 <sup>4</sup>	1,01·10 <sup>-3</sup>	4,31·10 <sup>4</sup>	0,94·10 <sup>-3</sup>	4,71·10 <sup>4</sup>	1,05·10 <sup>-3</sup>
0,0450	3,15·10 <sup>4</sup>	0,96·10 <sup>-3</sup>	4,14·10 <sup>4</sup>	0,98·10 <sup>-3</sup>	5,31·10 <sup>4</sup>	1,10·10 <sup>-3</sup>



**Рис. 6.** Экспериментальные и расчетные частотные кривые группы свай 2×2 при  $s = 4d$  (а),  $s = 2d$  (б), для различных значений  $r_e m_e = 0,0187$  (▼),  $0,0278$  (●),  $0,0366$  (▲),  $0,0450$  (■), кг·м [7; 8] (кривые – результаты расчетов)  
**[Figure 6.** Experimental and calculated frequency curves of the pile group 2×2 at  $s = 4d$  (a),  $s = 2d$  (b), for different values  $r_e m_e = 0,0187$  (▼),  $0,0278$  (●),  $0,0366$  (▲),  $0,0450$  (■), kg·m [7; 8] (curves – results of calculations)]



**Рис. 7.** Изменение относительной жесткости группы свай 2×2 от расстояния между сваями в кусте: эксперимент при различных значениях  $r_e m_e = 0,0187$  (▼),  $0,0278$  (●),  $0,0366$  (▲),  $0,0450$  (■), кг·м [8], кривые – результаты расчетов  
**[Figure 7.** Variation the relative stiffness of a group piles 2×2 from the distance between the piles in the group: the experiment at different values  $r_e m_e = 0,0187$  (▼),  $0,0278$  (●),  $0,0366$  (▲),  $0,0450$  (■), kg·m [8], (curves – results of calculations)]

Значения  $K_z^g / M$  для группы свай позволяют оценить собственные частоты  $\lambda_z$  при вертикальных колебаниях фундаментов и наличии демпфирования –  $\lambda_z \approx \sqrt{K_z / M}$ . Из представленных в табл. 3 результатов следует уменьшение собственных частот при увеличении интенсивности возбуждения, что согласуется с выводами из [31] о нелинейном поведении рассматриваемой системы «свай – грунт». Модуль затухания изменяется слабо, и его средняя величина оценивается как  $\Phi \approx 0,97 \cdot 10^{-3}$  с. Сравнение с экспериментом подтверждает, что аналитические методы позволяют описывать основные особенности амплитудно-частотного поведения групп свай при малых вертикальных вибрационных воздействиях. В рассмотренных случаях эффективная масса и демпфирование сохраняют свои величины при увеличении интенсивности возбуждения. Изменение, определяемой по результатам экспериментов динамической жесткости относительно максимального значения при  $s/d = 4$ , представлено на рис. 7.

Согласно [2], теоретическая оценка жесткости по боковой поверхности группы свай получена с использованием соотношения

$$K_z^g(m) = 4\mu h S_{1,3}(a_0, m a_0),$$

где  $h$  – величина заглубления свай в грунт.

Определено, что в рассматриваемых случаях при имеющихся значениях радиуса сваи, скорости поперечных волн и определенных резонансных частотах возможные значения безразмерной частоты колебаний  $a_0 = r_0 \omega / V_s$ ,  $\omega = 2\pi f_{rez}$  изменяются в диапазоне от 0,06 до 0,1. При оценке изменения жесткости системы от расстояния между сваями использовалось  $a_0 = 0,08$ . Близко расположенные кривые на рис. 7 иллюстрируют изменение рассчитанных жесткостей относительно максимального значения при  $s/d = 4$  для различных  $m_e r_e$ .

Из сравнения теоретической оценки с экспериментами следует, что рассматриваемый аналитический метод позволяет прогнозировать основные особенности динамического взаимодействия между сваями в группе. Максимальное отличие между экспериментальными результатами и теоретическими оценками, которые уменьшают эффект взаимодействия, при  $s/d = 2$  составляет около 15 %, а при величине параметра  $s/d = 3$  результаты различаются не более чем на 5 %. Вместе с тем необходимо отметить, что нами не учитывается взаимодействие под концом свай, которое является существенным. Однако в результате можно сделать

вывод об удовлетворительном совпадении, хотя очевидно, что разработка теоретических оценок взаимодействия группы свай между собой и грунтом требует дальнейшего совершенствования с привлечением экспериментальных данных, полученных при испытаниях полноразмерных свайных фундаментов в полевых условиях.

### Заключение

Проведено сравнение теоретических результатов с данными экспериментов по количественной оценке взаимодействия связанных ростверком висячих свай при вертикальных колебаниях. Использовались полученные ранее аналитические выражения для расчетов динамической жесткости свай в группе в зависимости от их расположения и расстояния между ними. По результатам проведенных исследований установлено, что соотношения, полученные в рамках волновых моделей, учитывающих взаимное влияние свай в кусте, применяемые для расчета динамических жесткостей при вертикальных колебаниях свайных фундаментов, позволяют получать удовлетворительные результаты по точности, что подтверждается их сравнением с данными экспериментальных исследований.

### Список литературы

1. *Prakash S., Puri V.K.* Foundations for machines: analysis and design. NY: J. Wiley & Sons, 1988. 656 p.
2. *Chowdhury I., Dasgupta S.P.* Dynamics of Structures and Foundations: A Unified Approach: Fundamentals: 1. CRC Press, 2008. 882 p.
3. *Пятецкий В.М., Александров Б.К., Савинов О.А.* Современные фундаменты машин и их автоматизированное проектирование. М.: Стройиздат, 1993. 416 с.
4. *Савинов О.А.* Современные конструкции фундаментов под машины и их расчет. Ленинград: Стройиздат, 1979. 200 с.
5. *Guo W.D.* Theory and practice of pile foundations. CRC Press, 2013. 576 p.
6. *Novak M., El Sharnouby B.* Evaluation of dynamic experiments on pile group // Journal of Geotechnical Engineering. 1984. Vol. 110. Issue 6. Pp. 738–756.
7. *Rashidifar M.A., Rashidifar A.A., Abertavi A.* Non-linear characteristics of the pile soil system under vertical vibration // Universal journal of engineering science. 2016. Vol. 4. Issue 4. Pp. 59–65.
8. *Manna B., Baidya D.K.* Dynamic nonlinear response of pile foundations under vertical vibration – Theory versus experiment // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2010. Vol. 30. Pp. 456–469.
9. *Das S.K., Manna B., Baidya D.K.* Prediction of pile-separation length under vertical vibration using ANN // 14<sup>th</sup> Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering 2011. Hong Kong, China. Curran Associates, Inc, 2013. Vol. 2. Pp. 887–892.
10. *El Naggar M., Novak M.* Nonlinear axial interaction in pile dynamics // Journal of Geotechnical Engineering ASCE. 1994. Vol. 120. Issue 4. Pp. 678–696.
11. *Matlock H., Foo S.H.C., Bryant L.M.* Simulation of lateral pile behaviour under earthquake motion // Proc. ASCE. Specialty Conf. on Earthq. Eng. and Soil Dyn., XI. 1978. Pp. 600–619.
12. *Novak M., Sheta M.* Approximate approach to contact problems of piles // Proc: Dyn. Response of Pile Found: Analytical Aspects. NY: ASCE. 1980. Pp. 53–79.
13. *Veletsos A.S., Dotson, K.W.* Vertical and torsional vibration of foundations in inhomogeneous media // JI. of Geotech. Eng., ASCE. 1988. Vol. 114. Issue 9. Pp. 1002–1021.
14. *Баранов В.А.* О расчете вынужденных колебаний заглубленного фундамента // Вопросы динамики и прочности: труды Рижского ПИ. 1967. № 14. С. 195–209.
15. *Нуждин Л.В., Забылин М.И.* Жесткость и демпфирование вертикальных колебаний свайного фундамента в слоистом основании // Изв. вузов. Строительство и архитектура. 1990. № 12. С. 36–41.
16. *Нуждин Л.В., Гензе П.А., Попов В.Н.* Оценка динамических реакций на контурах нескольких круглых вырезов в бесконечной пластине // Изв. вузов. Строительство. 2005. № 4. С. 47–53.
17. *Wu W., Wang K., Zhang Z., Leo C.* Soil-pile interaction in the pile vertical vibration considering true three-dimensional wave effect of soil // International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. 2013. Vol. 37. Issue 17. Pp. 2860–2876.
18. *Medina C., Aznárez J., Padrón L., Maeso O.* Effects of soil-structure interaction on the dynamic properties and seismic response of piled structures // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2013. Vol. 53. Pp. 160–175.
19. *Allani M., Holeyman A.* Numerical evaluation of effects of nonlinear lateral pile vibrations on nonlinear axial response of pile shaft // Soils and Foundations. 2013. Vol. 53. Issue 3. Pp. 395–407.
20. *Khalil M.M., Hassan A.M., Elmamlouk H.H.* Dynamic behavior of pile foundations under vertical and lateral vibrations // HBRC Journal. 2019. Vol. 15. Issue 1. Pp. 55–71. DOI: 10.1080/16874048.2019.1676022.
21. *Amiri A.M., Ghanbari A.A., Derakhshandi M.* An analytical model for estimating the vibration frequency of structures located on the pile group in the case of floating piles and end-bearing pile march // Civil Engineering Journal. 2018. Vol. 4. Issue 2. Pp. 450–468. DOI: 10.28991/cej-0309105.
22. *Biswas S., Manna B.* Experimental and theoretical studies on the nonlinear characteristics of soil-pile systems under coupled vibrations // Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. 2018. Vol. 144. Issue 3. Article number 04018007. DOI: 10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0001850.
23. *Biswas S., Manna B., Baidya D.K.* Experimental and theoretical study on the nonlinear response of full-scale single pile under coupled vibrations // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2017. Vol. 94. Pp. 109–115. DOI: 10.1016/j.soildyn.2017.01.012.
24. *Gazetas G., Markis N.* Dynamic pile-soil-pile interaction. Part I: Analysis of axial vibration // Earthquake



Engineering and Structural Dynamics. 1991. Vol. 20. Issue 2. Pp. 115–132. DOI:10.1002/eqe.4290200203.

25. Novak M. Dynamic Stiffness and Damping of Piles // Canadian Geotechnical Journal. 1974. Vol. 11. Issue 4. Pp. 574–598.

26. Lamb H. On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid // Philos. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A. 1904. Vol. 203. Pp. 1–42.

27. Колесников А.О., Попов В.Н. Оценка динамических реакций на контурах нескольких круглых вырезов при колебаниях пластины // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2014. № 3. С. 37–43.

28. Колесников А.О., Попов В.Н. Динамические реакции на контурах круговых вырезов с учетом их взаимного расположения при колебаниях пластины // Известия ВНИИГ имени Б.Е. Веденеева. 2017. Т. 283. С. 3–10.

29. Колесников А.О., Попов В.Н., Костюк Т.Н. Исследование влияния заглубления и расположения свай

на собственные частоты при колебаниях фундаментов // Известия вузов. Строительство. 2019. № 5. С. 39–52.

30. Колесников О.А., Костюк Т.Н., Попов В.Н. Расчет вертикальной жесткости свайного фундамента с учетом взаимного влияния свай // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 3. С. 229–336.

31. Manna B., Baidya D.K. Nonlinear vertical dynamic response of pile groups // Proceedings of the 17<sup>th</sup> International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. 2009. IOS Press. Pp. 1128–1131. DOI: 10.3233/978-1-60750-031-5-1128.

32. Novak M. Data reduction from nonlinear response curves // Journal of Engineering Mechanics, ASCE. 1971. 97(EM4). Pp. 1187–1204.

33. Lorenz H. Elasticity and damping effects of oscillating bodies on soil // Symposium on Dynamic Testing on Soils, ASTM STP. 1953. No. 156. Pp. 113–122.

RESEARCH PAPER

## Evaluation of the pile interaction at vertical vibrations of foundation

Aleksei O. Kolesnikov<sup>1\*</sup>, Vladimir N. Popov<sup>2</sup>, Tatiana N. Kostiuk<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin), 113 Leningradskaya St, Novosibirsk, 630008, Russian Federation

<sup>2</sup>Khrstianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of SB RAS, 4/1 Institutskaya St, Novosibirsk, 630090, Russian Federation

\*ao\_kolesnikov@mail.ru

### Article history:

Received: February 17, 2020

Revised: May 20, 2020

Accepted: May 22, 2020

### Acknowledgements:

The research has been carried out within the Program of Fundamental Research of the State Academies of Sciences 2013-2020 (project No. AAAA-A17-117030610136-3).

### For citation

Kolesnikov A.O., Popov V.N., Kostiuk T.N. Evaluation of the pile interaction at vertical vibrations of foundation. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(3):209–218. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-209-218> (In Russ.)

### Abstract

**The aim of the work** – to research changes in the dynamic stiffness of pile foundations from the distance between the piles during vertical vibrations using experimental data from literature sources and solving wave models describing the vertical vibrations of a thin plate with round cuts. **Methods.** To verify the reliability of solutions of wave models describing changes in dynamic stiffness during vertical vibrations of pile foundations, it is used data obtained in experiments to determine the eigenfrequencies of 3×3 groups of friction piles with different distances between them. Also the data obtained from forced vertical oscillations of 2×2 groups of friction piles connected by pile-caps at different loads and distances between piles was used. In the processing of available amplitude-frequency curves for determining the dynamic stiffness the inverse problem is solved using the theory of nonlinear oscillations. The correspondence between the measured and predicted data is evaluated, when describing the behavior of the pile-ground system. **Results.** It is established that the relations that take into account the mutual influence of piles in the group, obtained in the framework of wave models solutions and used for calculating dynamic stiffness in vertical vibrations of pile foundations, allow us to obtain satisfactory results in accuracy. The deviation of the calculation results from the experimental data does not exceed 15%.

**Keywords:** pile foundation, mutual influence of piles in a group, distance between piles, pile-ground system, wave model

## References

1. Prakash S., Puri V.K. *Foundations for machines: analysis and design*. NY: J. Wiley & Sons; 1988.

**Aleksei O. Kolesnikov**, Cand. Sc. (Technical), Associate Professor, Department of Engineering Geology, Bases and Foundations; eLIBRARY SPIN-code: 1225-7017, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-3627-5888>.

**Vladimir N. Popov**, Dr. Sc. (Physics-Mathematical), chief researcher; eLIBRARY SPIN-code: 9483-9689, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-6043-2134>.

**Tatiana N. Kostiuk**, master student, Department of Engineering Geology, Bases and Foundations; eLIBRARY SPIN-code: 5302-2974, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-5605-7944>.

2. Chowdhury I., Dasgupta S.P. *Dynamics of Structures and Foundations: A Unified Approach: Fundamentals: 1*. CRC Press, 2008.

3. Pyateckij V.M., Aleksandrov B.K., Savinov O.A. *Sovremennye fundamenty mashin i ikh avtomatizirovannoe proektirovanie [Modern foundations of machines and their computer design]*. Moscow: Strojizdat Publ., 1993. (In Russ.)

4. Savinov O.A. *Sovremennye konstruksii fundamentov pod mashiny i ikh raschet [Modern construction of foundations for machines and their calculation]*. Leningrad: Strojizdat Publ.; 1979. (In Russ.)

5. Guo W.D. *Theory and practice of pile foundations*. CRC Press; 2013.
6. Novak M., El Sharnouby B. Evaluation of dynamic experiments on pile group. *Journal of Geotechnical Engineering*. 1984;110(6):738–756.
7. Rashidifar M.A., Rashidifar A.A., Abertavi A. Nonlinear characteristics of the pile soil system under vertical vibration. *Universal Journal of Engineering Science*. 2016;(4):59–65.
8. Manna B., Baidya D.K. Dynamic nonlinear response of pile foundations under vertical vibration – Theory versus experiment. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2010;30:456–469.
9. Das S.K., Manna B., Baidya D.K. Prediction of pile-separation length under vertical vibration using ANN. *14<sup>th</sup> Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering 2011. Hong Kong, China*. 2013;2: 887–892.
10. El Naggar M., Novak M. Nonlinear axial interaction in pile dynamics. *Journal of Geotechnical Engineering ASCE*. 1994;120(4):678–696.
11. Matlock H., Foo S.H.C., Bryant L.M. Simulation of lateral pile behaviour under earthquake motion. *Proc. ASCE. Specialty Conf. on Earthq. Eng. and Soil Dyn., XI*. 1978:600–619.
12. Novak M., Sheta M. Approximate approach to contact problems of piles. *Proc. Dyn. Response of Pile Found. Analytical Aspects* (p. 53–79). NY: ASCE; 1980.
13. Veletsos A.S., Dotson K.W. Vertical and torsional vibration of foundations in inhomogeneous media. *Jl. of Geotech. Eng., ASCE*. 1988;114(9):1002–1021.
14. Baranov V.A. O raschete vyzhdenykh kolebaniy zaglubennogo fundamenta [On the calculation of forced oscillations of the deepening foundation]. *Voprosy dinamiki i prochnosti: Trudy Rzhskogo politekhnicheskogo instituta*. 1967;(14):195–209. (In Russ.)
15. Nuzhdin L.V., Zabylin M.I. Zhestkost' i dempfirovanie vertikal'nykh kolebaniy svajnogo fundamenta v sloistom osnovanii [Stiffness and damping of vertical vibrations of the pile foundation in a layered bases]. *Izv. vuzov. Stroitel'stvo i arkhitektura*. 1990;12:36–41. (In Russ.)
16. Nuzhdin L.V., Genze P.A., Popov V.N. Otsenka dinamicheskikh reaksij na konturakh neskol'kikh kruglykh vyrezov v beskonechnoj plastine [Estimation of dynamic reactions on the contours of several circular cuts in an infinite plate]. *Izv. vuzov. Stroitel'stvo*. 2005;4:47–53. (In Russ.)
17. Wu W., Wang K., Zhang Z., Leo C. Soil-pile interaction in the pile vertical vibration considering true three-dimensional wave effect of soil. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. 2013; 37(17):2860–2876.
18. Medina C., Aznárez J., Padrón L., Maeso O. Effects of soil-structure interaction on the dynamic properties and seismic response of piled structures. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2013;53:160–175.
19. Allani M., Holeyman A. Numerical evaluation of effects of nonlinear lateral pile vibrations on nonlinear axial response of pile shaft. *Soils and Foundations*. 2013;53(3):395–407.
20. Khalil M.M., Hassan A.M., Elmamlouk H.H. Dynamic behavior of pile foundations under vertical and lateral vibrations. *HBRC Journal*. 2019;15(1):55–71. DOI: 10.1080/16874048.2019.1676022.
21. Amiri A.M., Ghanbari A.A., Derakhshandi M. An analytical model for estimating the vibration frequency of structures located on the pile group in the case of floating piles and end-bearing pile march. *Civil Engineering Journal*. 2018;4(2):450–468. DOI: 10.28991/cej-0309105.
22. Biswas S., Manna B. Experimental and theoretical studies on the nonlinear characteristics of soil-pile systems under coupled vibrations. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. 2018;144(3):04018007. DOI: 10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0001850.
23. Biswas S., Manna B., Baidya D.K. Experimental and theoretical study on the nonlinear response of full-scale single pile under coupled vibrations. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2017;94:109–115. DOI: 10.1016/j.soildyn.2017.01.012.
24. Gazetas G., Markis N. Dynamic pile-soil-pile interaction. Part I: Analysis of axial vibration. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 1991;20(2):115–132. DOI: 10.1002/eqe.4290200203.
25. Novak M. Dynamic Stiffness and Damping of Piles. *Canadian Geotechnical Journal*. 1974;11(4):574–598.
26. Lamb H. On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid. *Philos. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A*. 1904;203:1–42.
27. Kolesnikov A.O., Popov V.N. Estimation of dynamic responses on contours of several round cuts at vibrations of a thin plate. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2014;3:37–43. (In Russ.)
28. Kolesnikov A.O., Popov V.N. Dinamicheskie reaksii na konturakh krugovykh vyrezov s uchedom ikh vzaimnogo raspolozheniya pri kolebaniyakh plastiny [Dynamic reactions on contours of circular cuts taking into account their mutual arrangement at plate oscillations]. *Izvestiya VNIIG imeni B.Ye. Vedeneeva*. 2017;283:3–10. (In Russ.)
29. Kolesnikov A.O., Popov V.N., Kostiuk T.N. Issledovanie vliyaniya zaglubleniya i raspolozheniya svaj na sobstvennyye chastoty pri kolebaniyakh fundamentov [Investigation of the influence of deepening and piles location on natural frequencies during foundation vibrations]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo*. 2019;5:39–52. (In Russ.)
30. Kolesnikov A.O., Kostiuk T.N., Popov V.N. Calculation of foundation vertical stiffness with the piles mutual influence effect. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2019;15(3):229–236. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-3-229-236> (In Russ.)
31. Manna B., Baidya D.K. Nonlinear vertical dynamic response of pile groups. *Proceedings of the 17<sup>th</sup> International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*. 2009:1128–1131. DOI: 10.3233/978-1-60750-031-5-1128.
32. Novak M. Data reduction from nonlinear response curves. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 97(EM4)*. 1971:1187–1204.
33. Lorenz H. Elasticity and damping effects of oscillating bodies on soil. *Symposium on Dynamic Testing on Soils, ASTM STP*. 1953;156:113–122.

DOI 10.22363/1815-5235-2020-16-3-219-225  
УДК 539.376

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

## Устойчивость геометрически нелинейных пластинчатых систем под действием динамических нагрузок

С.П. Иванов<sup>1,2\*</sup>, А.С. Иванова<sup>1</sup>, О.Г. Иванов<sup>1</sup><sup>1</sup>Поволжский государственный технологический университет, Российская Федерация, 424000, Йошкар-Ола, пл. Ленина, 3<sup>2</sup>Марийский государственный университет, Российская Федерация, 424000, Йошкар-Ола, пл. Ленина, 1

\*sp-ivanov@mail.ru

### История статьи:

Поступила в редакцию: 28 января 2020 г.

Доработана: 04 марта 2020 г.

Принята к публикации: 24 марта 2020 г.

### Аннотация

**Актуальность.** Односвязные и многосвязные пластинчатые системы часто используют в строительстве, авиастроении, кораблестроении, машиностроении, приборостроении. Вследствие этого исследование устойчивости геометрически нелинейных пространственных пластинчатых систем является актуальной темой как при действии статических, так и динамических нагрузок. Но, несмотря на значительные достижения в этой области, имеется еще много нерешенных проблем. Так, запросы вышеуказанных областей применения тонкостенных пространственных систем требуют дальнейшего исследования статической и динамической устойчивости. **Цель** – разработка метода расчета на устойчивость геометрически нелинейных пластинчатых систем типа призматических оболочек под действием динамических сжимающих нагрузок. **Методы.** Рассматривается пластинчатая система, на которую в продольном направлении действуют динамические сжимающие нагрузки. Учитываются гипотезы Кирхгофа – Лява. Геометрическая нелинейность вводится через соотношения между деформациями и перемещениями. Диаграмма деформирования материала – линейная. Перемещение точек в нормальном направлении к срединной плоскости пластин определяется в виде разложения по Власову. Для решения задачи используются энергетический метод и вариационный метод Власова. Экстремальное значение полной энергии определяется с использованием уравнений Эйлера – Лагранжа. В результате получена система основных нелинейных дифференциальных уравнений для исследования потери устойчивости пластинчатой системы под действием динамических сжимающих нагрузок. **Результаты.** Разработанный метод применяется для расчета на устойчивость геометрически нелинейной призматической оболочки с замкнутым контуром поперечного сечения при центральном сжатии под действием динамической нагрузки. Края оболочки опираются на диафрагмы. Исследуется потеря устойчивости призматической оболочки в продольном направлении по одной и двум полуволнам синусоиды. Численное интегрирование нелинейных дифференциальных уравнений выполняется методом Рунге – Кутты. По результатам расчетов построены графики зависимости относительной величины прогиба от динамического коэффициента. Рассмотрено влияние скорости изменения сжимающего напряжения, начального несовершенства оболочки и других параметров на критерий динамической устойчивости пластинчатой системы.

**Ключевые слова:** динамическая устойчивость, геометрическая нелинейность, пластинчатая система, призматическая оболочка, вариационный метод Власова

### Для цитирования

Иванов С.П., Иванова А.С., Иванов О.Г. Устойчивость геометрически нелинейных пластинчатых систем под действием динамических нагрузок // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 3. С. 219–225. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-219-225>

Иванов Сергей Павлович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой сопротивления материалов и прикладной механики ПГТУ; профессор кафедры электромеханики МарГУ; eLIBRARY SPIN-код: 5963-6739.

Иванова Анастасия Сергеевна, старший преподаватель, кафедра сопротивления материалов и прикладной механики; eLIBRARY SPIN-код: 9568-3451.

Иванов Олег Геннадьевич, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры сопротивления материалов и прикладной механики; eLIBRARY SPIN-код: 5052-9077.

© Иванов С.П., Иванова А.С., Иванов О.Г., 2020



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

### Введение

Для расчета на устойчивость пластин и оболочек используются различные аналитические, численно-аналитические и численные методы. К численным методам расчета относится метод конечных элементов (МКЭ), который совершенно непригоден для ручного счета. Вариационный метод В.З. Власова [1; 2] относится ко второму виду методов расчета, где в отличие от МКЭ конечные уравнения можно реализовать в замкнутом виде. Данный метод эффективно применяется для расчета пластин и оболочек на прочность как при статических, так и при динамических воздействиях [1]. Также он применяется и при исследованиях на устойчивость [1; 3], доказывающих, что метод В.З. Власова достаточно эффективен для изучения физически и геометрически нелинейных пластинчатых систем.

Тема, связанная с исследованием устойчивости пространственных пластинчатых систем, является одной из важнейших проблем механики деформируемого твердого тела. При движении таких систем в жидкости или воздушной среде (например, при воздействии ветровой нагрузки) может возникать динамическая потеря устойчивости [5; 6]. В настоящее время в области расчетов на устойчивость тонкостенных конструкций имеется достаточно большое число публикаций [6–15]. Анализируя указанные статьи, можно сделать общие выводы. Такого вида работы были выполнены ранее А.С. Вольмиром [5; 6] и П.А. Лукашем [13] только без применения метода МКЭ. Данная работа отличается от статей [14; 15] тем, что здесь не определяется верхняя и нижняя критические силы и не решается статическая задача. Критическое значение динамической силы определяется из условия бурного выпучивания. Вычисляется отношение динамической нагрузки к статической критической нагрузке.

### 1. Разработка математической модели

В отличие от работ [3; 4] настоящая статья посвящена исследованию устойчивости пластинчатых систем (типа призматических оболочек) под действием динамической нагрузки  $P(t)$  с учетом геометрической нелинейности (рис. 1).

Через  $u = u(x, s, t)$ ;  $v = v(x, s, t)$ ;  $w = w(x, s, t)$  ( $t$  – время) обозначим перемещения точки  $M$  срединной поверхности оболочки в направлении координатных осей  $x, s, z$  (рис. 1). Геометрическую нелинейность вводим через известные соотношения [1]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= e_x^0 + e_x^1 - z\chi_x; \varepsilon_s = e_s^0 + e_s^1 - z\chi_s; \\ \varepsilon_{xs} &= e_{xs}^0 + e_{xs}^1 - 2z\chi_{xs}, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} e_x^0 &= \frac{\partial u}{\partial x}; e_s^0 = \frac{\partial v}{\partial s}; e_{xs}^0 = \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial x}; e_x^1 = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2; e_s^1 = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial s} \right)^2; \\ e_{xs}^1 &= \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial s}; \chi_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \chi_s = \frac{\partial^2 w}{\partial s^2}; \chi_{xs} = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial s}. \end{aligned}$$

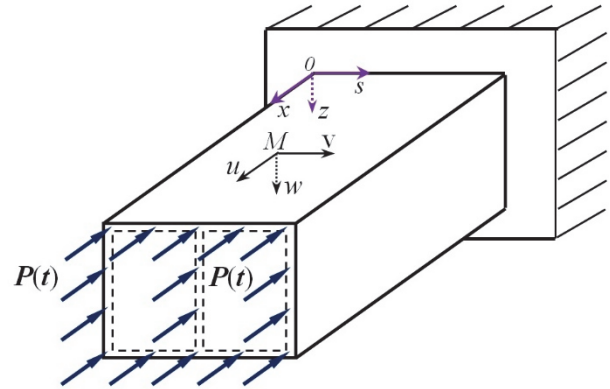


Рис. 1. Общая схема многосвязной пластинчатой системы [Figure 1. The general diagram of a multi-connected plate system]

Определим полную энергию  $L$  системы:

$$L = \Pi + K, \quad (2)$$

состоящей из потенциальной  $\Pi$  и кинетической  $K$  энергий:

$$\begin{aligned} \Pi &= \iint \left[ \frac{1}{2} \left( M_x \chi_x + M_s \chi_s + 2M_{xs} + N_x e_x + N_s e_s + 2N_{xs} e_{xs} \right) + P(t) \frac{w_{xx}^2}{2} \right] dx ds; \\ K &= \frac{\rho}{g} \int \frac{1}{2} (u_t^2 + v_t^2 + w_t^2) dt. \end{aligned} \quad (3)$$

Внутренние усилия (изгибающие моменты  $M_x, M_s$ , действующие соответственно в продольном  $x$  и поперечном  $s$  направлениях, крутящие моменты  $M_{xs}$ , нормальные  $N_x, N_s$  и сдвигающие  $N_{xs}$  силы) определяются по следующим формулам [1]:

$$\begin{aligned} M_x &= -D(w_{xx} + \nu w_{ss}); \\ N_x &= K_1 \left( u_x + \frac{1}{2} w_x^2 \right); \\ M_s &= -D(w_{ss} + \nu w_{xx}); \\ N_s &= K_1 \left( v_s + \frac{1}{2} w_s^2 \right); \\ M_{xs} &= M_{sx} = -D(1-\nu)w_{xs}; \\ N_{xs} &= G\delta(u_s + v_x + w_x w_s), \end{aligned} \quad (4)$$

где в формулах (3) и (4) индексы при перемещениях  $u, v, w$  обозначают частные производные по переменным  $x, s, t$ :

$$e_x = e_x^0 + e_x^1; \quad e_s = e_s^0 + e_s^1; \quad e_{xs} = e_{xs}^0 + e_{xs}^1;$$

$$D = \frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)}; \quad K_1 = \frac{E\delta}{1-\nu^2}.$$

Здесь  $E, G$  – модули упругости первого и второго рода;  $\delta$  – толщина пластин оболочки.

Все перемещения запишем в виде ряда [1; 2]:

$$u(x, s, t) = \sum_i U_i(t) \varphi_i(x, s);$$

$$v(x, s, t) = \sum_k V_k(t) \psi_k(x, s);$$

$$w(x, s, t) = \sum_d W_d(t) f_d(x, s);$$

$$(i = 1, 2, \dots, m; k, d = 1, 2, \dots, n), \quad (5)$$

где  $U_i(t), V_k(t), W_d(t)$  – обобщенные перемещения, которые зависят только от времени и определяются из решения задачи;  $\varphi_i(x, s), \psi_k(x, s), f_d(x, s)$  – функции распределения, которые задаются заранее [1; 3].

Число обобщенных перемещений можно сократить, используя условия совместности деформаций в узловых точках контура поперечного сечения оболочки, и при  $d = k$  [1]

$$W_d(t) = V_k(t). \quad (6)$$

С учетом соотношения (6) определим минимум функционала (2) [1]:

$$\frac{\partial L}{\partial U_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial U_{i,t}} = 0; \quad \frac{\partial L}{\partial V_k} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial V_{k,t}} = 0. \quad (7)$$

В развернутой форме уравнения (7) принимают следующий вид:

$$\begin{cases} \sum_i (\gamma_1 a_{ji} - b_{ji}) U_i - \sum_k c_{jk} V_k - \frac{\rho}{gG} \sum_i a_{ji} U_{i,t} = \Phi_j; \\ \sum_k \begin{bmatrix} -\gamma_1 e_{hk} + \\ +r_{hk} + \frac{P(t)}{a^* G} e_{hk}^* \\ -\gamma_1 n_{hk} \end{bmatrix} V_k + \sum_i c_{hi} U_i - \frac{\rho}{gG} \sum_k d_{hk} V_{k,t} + Q_k = \Phi_h; \\ (i, j = 1, 2, 3, \dots, m; \quad k, h = 1, 2, 3, \dots, n), \end{cases} \quad (8)$$

$$\Phi_j = -\gamma_1 \int_s \sum_k V_k f_{k,x} \sum_k V_k f_{k,xx} \varphi_j \delta ds + \int_s \sum_k V_k f_{k,x} \sum_k V_k f_{k,x} \varphi_{j,s} \delta ds;$$

$$\Phi_h = -\gamma_1 \left[ \int_s \sum_i U_i \varphi_{i,xx} \sum_k V_k f_{k,x} f_h \delta ds + \int_s \sum_i U_i \varphi_{i,x} \sum_k V_k f_{k,xx} f_h \delta ds + \frac{3}{2} \int_s (V_k f_{k,x})^2 \sum_k V_k f_{k,xx} f_h \right] -$$

$$- \int_s \left[ \sum_i U_i \varphi_{i,xs} \sum_k V_k f_{k,x} + \sum_k V_k \psi_{k,xx} \sum_k V_k f_{k,s} + \sum_k V_k f_{k,x} \sum_k V_k f_{k,s} \sum_k V_k f_{k,xx} + \sum_k V_k f_{k,xx} (\sum_k V_k f_{k,s})^2 \right] f_h \delta ds -$$

$$- \int_s (\sum_k V_k f_{k,xx} \sum_k V_k f_{k,s} + \sum_k V_k f_{k,x} \sum_k V_k f_{k,xx}) \psi_h \delta ds. \quad (10)$$

где  $\gamma_1 = \gamma / (1 - \nu^2)$ ,  $\gamma = E / G$  – отношение модуля упругости  $E$  к модулю сдвига  $G$ ,  $G = E / [2(1 + \nu)]$ ; величина  $a^*$  – длина контура поперечного сечения оболочки, на который действует динамическая нагрузка  $P(t)$ ; нагрузка  $Q_k$  позволяет учитывать начальное несовершенство оболочки.

В системе уравнений (8) в функциях  $U_{i,t}, V_{k,t}$ ,  $U_{i,tt}, V_{k,tt}$  индексы после запятой указывают на дифференцирование по времени  $t$ .

Коэффициенты уравнений (8) имеют вид [1; 3]:

$$a_{ji} = \iint_{x,s} \varphi_{j,x} \varphi_{i,x} \delta ds dx;$$

$$b_{ji} = \iint_{x,s} \varphi_{j,s} \varphi_{i,s} \delta ds dx;$$

$$c_{jk} = \iint_{x,s} \varphi_{j,s} \psi_{k,x} \delta ds dx;$$

$$c_{hi} = \iint_{x,s} \psi_{h,x} \varphi_{i,s} \delta ds dx;$$

$$e_{hk} = \iint_{x,s} J f_{h,xx} f_{k,xx} ds dx;$$

$$r_{hk} = \iint_{x,s} \psi_{h,x} \psi_{k,x} \delta ds dx;$$

$$d_{hk} = \iint_{x,s} (J f_{h,xx} f_{k,xx} + \psi_k \psi_h \delta) ds dx;$$

$$e_{hk}^* = \iint_{x,s} f_{h,xx} f_{k,xx} ds dx;$$

$$n_{hk} = \iint_{x,s} f_{h,ss} f_{k,ss} ds dx;$$

$$J = \frac{\delta^3}{12}. \quad (9)$$

В выражениях (9)  $\varphi_{i,x} = \partial \varphi_i / \partial x$ ,  $\varphi_{j,y} = \partial \varphi_j / \partial y$ ,  $f_{h,xx} = \partial^2 f_h / \partial x^2, \dots$

Правые части  $\Phi_j$  и  $\Phi_h$  уравнений (8) имеют следующий вид:

Получена общая система  $(m + n)$  дифференциальных уравнений (8). Данные уравнения пригодны для исследования устойчивости призматических оболочек под действием динамических нагрузок  $P(t)$ , которые могут изменяться по различным законам [6]. А.С. Вольмир в работе [6] отмечает: «Говоря о непрерывном увеличении нагрузки, мы имеем при этом в виду, что важный для нас процесс прощелкивания оболочки происходит на восходящем участке диаграммы нагружения; дальнейшим поведением конструкции мы не интересуемся». Решающее влияние на бурное выпучивание оболочки оказывает скорость возрастания нагрузки. Далее это будет продемонстрировано на примере расчета призматической системы.

## 2. Алгоритм решения задачи

Уравнения (8) для решения конкретной задачи можно реализовать двумя способами.

*Первый способ* заключается в непосредственном интегрировании по времени нелинейных дифференциальных уравнений при заданной нагрузке  $P(t)$ , изменяющейся во времени. При достижении критического значения времени  $t$  колебательный процесс нарушается, происходит резкое увеличение амплитуды колебаний, что соответствует бурному выпучиванию оболочки. Далее определяется соответствующее значение динамической нагрузки по формуле, которая задана для  $P(t)$ .

*Второй способ* заключается в использовании новой переменной  $t^*$  [6], которая связана с временной сжимающей нагрузкой  $P(t)$  и Эйлеровой критической нагрузкой  $P_{кр}$  следующей зависимостью  $t^* = P(t)/P_{кр}$ . А.С. Вольмир [6] отмечает: «Под величиной  $K_d$  понимается отношение динамической “критической” нагрузки к верхней статической критической нагрузке, вычисленной для идеальной оболочки или пластинки с теми же параметрами». Далее по преобразованным уравнениям строятся графики зависимости прогиба от  $t^*$ .

Для численного интегрирования дифференциальных уравнений используем метод Рунге – Куты по программе, составленной на языке Фортран.

## 3. Пример расчета

Применим второй способ решения по полученным уравнениям (8) для исследования динамической устойчивости односвязной призматической оболочки при центральном сжатии (рис. 2) [1]. Оболочка опирается торцами на диафрагмы, которые считаются абсолютно жесткими в своей плоскости и абсолютно гибкими из плоскости.

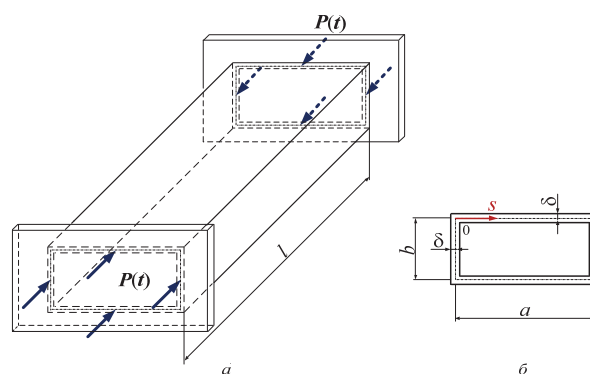
Приняты следующие геометрические параметры замкнутой призматической оболочки:  $a = 2,4$  м;

$b = 1,6$  м;  $\delta = 0,1$  м;  $l = 31,4$  м. Коэффициент Пуассона материала оболочки  $\nu = 0,2$ ; объемный вес материала  $\rho = 20$  кН/м<sup>3</sup>.

Положим, что динамическая нагрузка изменяется по линейному закону:

$$P(t) = k \cdot t \cdot a^* \cdot \delta, \quad (11)$$

где  $k$  – величина, которая характеризует скорость изменения сжимающего напряжения;  $a^*$  – периметр контура поперечного сечения.



**Рис. 2.** Односвязная призматическая оболочка:  
а – схема оболочки под действием динамической нагрузки;  
б – поперечное сечение оболочки

**[Figure 2.** The single-connected prismatic shell:  
а – the diagram of shell under the action of dynamic load;  
б – the cross section of shell]

Для данной замкнутой оболочки при потере устойчивости от центрального сжатия по крутильной форме перемещения можно представить в виде [1]

$$\begin{aligned} u(x, s, t) &= U_1(t) \varphi_1(x, s); \\ v(x, s, t) &= V_1(t) \psi_1(x, s) + V_2(t) \psi_2(x, s); \\ w(x, s, t) &= W_1(t) f_1(x, s) + W_2(t) f_2(x, s), \end{aligned} \quad (12)$$

где  $U_1(t)$ ,  $V_1(t)$ ,  $V_2(t)$ ,  $W_1(t)$ ,  $W_2(t)$  – обобщенные перемещения в направлении осей  $x$ ,  $s$ ,  $z$ ;  $\varphi_1(x, s)$ ,  $\psi_1(x, s)$ ,  $\psi_2(x, s)$ ,  $f_1(x, s)$ ,  $f_2(x, s)$  – координатные функции, которые задаются при крутильной форме потери устойчивости в поперечном направлении (рис. 2, а, б).

Для данной оболочки в случае потери устойчивости по синусоиде в направлении оси  $x$  координатные функции можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \varphi_1(x, s) &= \varphi_1(s) \cos \lambda x; & \psi_1(x, s) &= \psi_1(s) \sin \lambda x; \\ \psi_2(x, s) &= \psi_2(s) \sin \lambda x; & f_1(x, s) &= f_1(s) \sin \lambda x; \\ f_2(x, s) &= f_2(s) \sin \lambda x, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\lambda = m_1\pi/l$ ,  $l$  – длина оболочки;  $m_1$  – число полу-волн.

Функции распределения  $\varphi_1(s)$ ,  $\psi_1(s)$ ,  $\psi_2(s)$ ,  $f_1(s)$ ,  $f_2(s)$ , зависящие от переменной  $s$  (рис. 2, б), представлены в работе [1]. Обход замкнутого контура ведется начиная с левого верхнего угла (рис. 2, б). Используя данные функции по формулам (9) с учетом (13) определяем коэффициенты уравнения (8).

Дифференциальные уравнения устойчивости (8) для данной призматической оболочки под действием динамической нагрузки принимают вид

$$\begin{aligned}
 & (\gamma_1 a_{11} - b_{11})U_1 - c_{11}V_1 - c_{12}V_2 + \frac{P}{gG}a_{11}U_{1,t} = \Phi_1; \\
 & \left[ r_{11} + \frac{2\gamma}{1+\nu}m_{11} - \frac{b^2 + a^2}{4}P(t) \right] V_1 + \\
 & + \left[ r_{11} + \frac{2\gamma}{1+\nu}m_{11} - \frac{b^2 + a^2}{4}P(t) \right] V_2 + \\
 & + c_{11}U_1 + \frac{P}{gG}(d_{11}V_{1,t} + d_{12}V_{2,t}) = \Phi_2; \\
 & \left[ r_{21} + \frac{2\gamma}{1+\nu}m_{21} - \frac{b^2 - a^2}{4}P(t) \right] V_1 + \\
 & + \left[ r_{22} + \frac{2\gamma}{1+\nu}m_{22} - \gamma_1 n_{22} - \frac{b^2 + a^2}{4}P(t) \right] V_2 + \\
 & + c_{21}U_1 + \frac{P}{gG}(d_{21}V_{1,t} + d_{22}V_{2,t}) = \Phi_3;
 \end{aligned} \tag{14}$$

Здесь  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$ ,  $\Phi_3$  учитывают геометрическую нелинейность системы и определяются по формулам (10) при  $i = 1$ ;  $k, h = 1, 2$ .

Уравнения (14) можно решить первым способом, непосредственно интегрируя их по времени.

Конечную реализацию уравнений (14) проводим, используя второй способ, вводя следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 P_{кр} &= 0,00134E; \quad t^* = \frac{P(t)}{P_{кр}}; \quad \zeta_1 = \frac{V_1}{\delta}; \quad \zeta_2 = \frac{V_2}{\delta}; \\
 S^* &= \frac{\delta^2 (a^* s)^2}{P_{кр}^2 \cdot \lambda^2 \cdot g \cdot G},
 \end{aligned} \tag{15}$$

где  $P_{кр}$  – величина статической критической нагрузки;  $t^*$  – безразмерный параметр времени;  $\zeta$  – относительная величина прогиба пластин оболочки;  $S^*$  – параметр скорости изменения напряжения (нагрузки) [1].

Пренебрегаем депланицией оболочки, вводим новую переменную  $t^*$ , с учетом (15) после некоторых преобразований уравнения (14) приводим к следующему виду:

$$\begin{aligned}
 & 66,242 \cdot (0,0549 - t^*)\zeta_1 + 25,478 \cdot (0,0607 - t^*)\zeta_2 + \\
 & + S^* (13,65\zeta_{1,t^*} + 4,78\zeta_{2,t^*}) + Q_1 = \Phi_2(\zeta_1, \zeta_2); \\
 & 25,478 \cdot (0,0607 - t^*)\zeta_1 + 66,242 \cdot (0,0549 - t^*)\zeta_2 + \\
 & + S^* (4,78\zeta_{1,t^*} + 13,65\zeta_{2,t^*}) + Q_2 = \Phi_3(\zeta_1, \zeta_2),
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\text{где } \zeta_{1,t^*} = \frac{d^2 \zeta_1}{dt^{*2}}, \quad \zeta_{2,t^*} = \frac{d^2 \zeta_2}{dt^{*2}}.$$

По результатам численного интегрирования дифференциальных уравнений (16) с помощью метода Рунге – Кутты построены графики зависимости перемещения  $\zeta = v/\delta$  узловой точки поперечного сечения, расположенного в середине пролета, от параметра времени  $t^* = P(t)/P_{кр}$  (рис. 3).

На рис. 3 графики 1, 2, 3 построены соответственно для скоростей  $S^* = 10, 50, 100$  изменения сжимающей нагрузки при потере устойчивости по одной полуволне синусоиды  $m_1 = 1$  и параметру, учитывающему величину начального несовершенства оболочки  $Q_1 = Q_2 = 0,1$ . График 4 соответствует параметру  $S^* = 50$  при  $m_1 = 1, Q_1 = Q_2 = 0,01$ . График 5 построен для  $S^* = 50$  при  $m_1 = 2, Q_1 = Q_2 = 0,1$ .

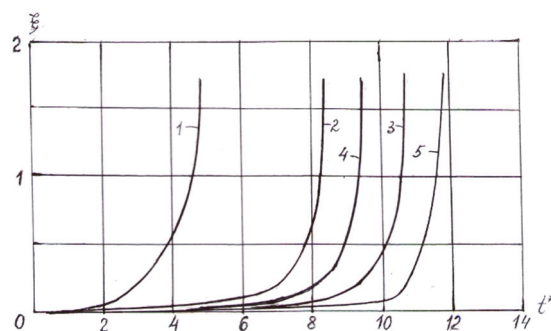


Рис. 3. Графики зависимости перемещения  $\zeta$  от параметра времени  $t^*$   
 [Figure 3. Graphs of the displacement  $\zeta$  against the time parameter  $t^*$ ]

Из анализа графиков следует, что с увеличением скорости действия нагрузки  $S^*$  величина динамического коэффициента  $K_d = t^*$  возрастает значительно (см. графики 1, 2 и 3). При увеличении числа полуволн  $m_1$  величина  $K_d$  также значительно возрастает (видно из сравнения графиков 2 и 5). При уменьшении начального несовершенства значение  $K_d$  увеличивается (см. графики 2 и 4).

Для сравнения выполнен расчет и первым способом. Оба способа дают близкие результаты.

### Заключение

Разработана математическая модель расчета на устойчивость пластинчатых систем при действии динамической нагрузки с учетом геометрической

нелинейности. Получена система нелинейных дифференциальных уравнений для исследования динамической устойчивости призматических оболочек.

Предложен алгоритм конечной реализации уравнений двумя способами. Предпочтение отдано второму способу, так как его использование сразу выявляет, во сколько раз динамическая нагрузка превышает статическую критическую нагрузку (на основе величины  $t^*$ ).

В качестве примера выполнен расчет на устойчивость оболочки замкнутого контура при действии динамической нагрузки, изменяющейся по линейному закону. Рассмотрено влияние скорости изменения сжимающего напряжения, начального несовершенства оболочки и числа полуволн на критерий динамической устойчивости оболочки.

### Список литературы

1. Иванов С.П., Иванова А.С. Приложение вариационного метода В.З. Власова к решению нелинейных задач пластинчатых систем: монография. Йошкар-Ола: ПГТУ, 2015. 248 с.
2. Власов В.З. Тонкостенные пространственные системы. М.: Госстройиздат, 1958. 502 с.
3. Иванов С.П., Иванова А.С. Динамическая устойчивость физически нелинейных пластинчатых систем // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2014. № 4. С. 11–20.
4. Иванов С.П., Иванов О.Г., Иванова А.С. Динамическая устойчивость физически нелинейных пластинчатых систем при сжатии в двух направлениях // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 2. С. 132–141.
5. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967. 984 с.
6. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. М.: Наука, 1972. 432 с.
7. Хамитов Т.К., Фатыхова Р.Р. Об устойчивости упругопластической цилиндрической оболочки при продольном ударе // Известия КГАСУ. 2016. № 4 (38). С. 490–496.
8. Трушин С.И., Журавлева Т.А., Сысоева Е.В. Устойчивость нелинейно-деформируемых цилиндрических оболочек при действии неравномерных нагрузок // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2013. № 2. С. 3–10.
9. Трушин С.И., Журавлева Т.А., Сысоева Е.В. Динамическая потеря устойчивости нелинейно-деформируемых сетчатых пластин из композиционного материала с различными конфигурациями решетки // Научное обозрение. 2016. № 4. С. 44–51.
10. Vescovini R., Dozio L. Exact refined buckling solutions for laminated plates under uniaxial and biaxial loads // Composite Structures. 2015. Vol. 127. Pp. 356–368.
11. Nazarimofrad E., Barkhordar A. Buckling analysis of orthotropic rectangular plate resting on Pasternak elastic foundation under biaxial in-plane loading // Mechanics of Advanced Materials and Structures. 2016. Vol. 23. No. 10. Pp. 1144–1148.
12. Ruocco E., Reddy J.N. A closed-form solution for buckling analysis of orthotropic Reddy plates and prismatic plate structures // Composites Part B: Engineering. 2019. Vol. 169. Pp. 258–273.
13. Лукаш П.А. Основы нелинейной строительной механики. М.: Стройиздат, 1978. 204 с.
14. Косицын С.Б., Акулич В.Ю. Определение критической нагрузки потери устойчивости стержневой и плоской моделей круговой цилиндрической оболочки, взаимодействующей с основанием // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 4. С. 291–298.
15. Мануйлов Г.А., Косицын С.Б., Грудцына И.Е. Численный анализ устойчивости подкрепленных пластин с некратами критическими нагрузками // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 1. С. 54–61.

RESEARCH PAPER

## The stability of geometrically nonlinear plate systems under the action of dynamic loads

Sergey P. Ivanov<sup>1,2\*</sup>, Anastasia S. Ivanova<sup>1</sup>, Oleg G. Ivanov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Volga State University of Technology, 3 Lenin Sq, Yoshkar-Ola, 424000, Russian Federation

<sup>2</sup>Mari State University, 1 Lenin Sq, Yoshkar-Ola, 424000, Russian Federation

\*sp-ivanov@mail.ru

### Article history:

Received: January 28, 2020

Revised: March 04, 2020

Accepted: March 24, 2020

### Abstract

**Relevance.** Single-connected and multi-connected plate systems are widely used in construction, aircraft, shipbuilding, mechanical engineering, instrument making. As a result, the study of the stability of geometrically nonlinear plate

**Sergey P. Ivanov**, Doctor of Science, Professor, Head of the Department of Strength of Materials and Applied Mechanics of VSUT; Professor of the Department of Electromechanics of MarSU; eLIBRARY SPIN-code: 5963-6739.

**Anastasia S. Ivanova**, senior lecturer, Department of Strength of Materials and Applied Mechanics; eLIBRARY SPIN-code: 9568-3451.

**Oleg G. Ivanov**, Cand. Sc., Associate Professor, Department of Strength of Materials and Applied Mechanics; eLIBRARY SPIN-code: 5052-9077.



systems is an urgent topic. But, despite significant achievements in this area, there are still many unsolved problems. Thus, the requests of the above-mentioned areas of application of thin-walled spatial systems require further study of the issue of static and dynamic stability. **The aim of the work** – development of a method of the dynamic stability analysis of geometrically nonlinear plate systems such as prismatic shells under the action of dynamic compression loads. **Methods.** A plate system, which is subject to dynamic compression loads in the longitudinal direction, is considered. Kirchhoff – Love hypotheses are taken into account. The material stress-deformation diagram is linear. The displacement of points in the normal direction to the median plane of the plates is determined in the form of the Vlasov expansion. To derive the basic differential equations of stability, the energy method and the variational Vlasov method are used. The extreme value of the total energy is determined using the Euler – Lagrange equation. As a result, a set of basic nonlinear differential equations for studying the buckling of the plate system under the action of dynamic compression loads is obtained. **Results.** The developed method is used to stability analysis of a geometrically nonlinear prismatic shell with a closed contour of the cross section, under central compression under the action of dynamic loading. The edges of the shell rest on the diaphragm. The buckling of the prismatic shell in the longitudinal direction along one and two half-waves of a sinusoid is studied. The numerical integration of nonlinear differential equations is performed by the Runge – Kutta method. Based on the calculation results, graphs of the dependence of the relative deflection on the dynamic coefficient are constructed. The influence of the rate of change of compression stress, the initial imperfection of the system, and other parameters on the criteria for the dynamic stability of the plate system is investigated.

**Keywords:** dynamic stability, geometric nonlinearity, plate system, prismatic shells, variation method of Vlasov

#### For citation

Ivanov S.P., Ivanova A.S., Ivanov O.G. The stability of geometrically nonlinear plate systems under the action of dynamic loads. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(3):219–225. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-219-225> (In Russ.)

#### References

- Ivanov S.P., Ivanova A.S. *Prilozheniye variacionnogo metoda V.Z. Vlasova k resheniyu nelinejnykh zadach plastinchatykh sistem [Application of V.Z. Vlasov's variational method to solving nonlinear problems of plate systems]*. Yoshkar-Ola: PGTU Publ.; 2015. (In Russ.)
- Vlasov V.Z. *Tonkostennyye prostranstvennyye sistemy [Thin-Walled spatial systems]*. Moscow: Gosstrojizdat Publ.; 1958. (In Russ.)
- Ivanov S.P., Ivanova A.S. The dynamic stability of physically nonlinear plate systems. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2014;(4):11–20. (In Russ.)
- Ivanov S.P., Ivanov O.G., Ivanova A.S. The dynamic stability of physically nonlinear plate systems under biaxial compression. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018;(2):132–141. (In Russ.)
- Volmir A.S. *Ustojchivost' deformiruemyyh sistem [Stability of deformable systems]*. Moscow: Nauka Publ.; 1967. (In Russ.)
- Volmir A.S. *Ustojchivost' deformiruemyyh sistem [Non-linear dynamic of plats and shells]*. Moscow: Nauka Publ.; 1972. (In Russ.)
- Khamitov T.K., Fatykhova R.R. On stability of elastic-plastic cylindrical shell under longitudinal impact. *News of the KSUAE*. 2016;(4):490–496. (In Russ.)
- Trushin S.I., Sysoeva E.V., Zhuravleva T.A. The stability of nonlinear deformable cylindrical composite shells under non-uniform loads. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2013;(2):3–10. (In Russ.)
- Trushin S.I., Zhuravleva T.A., Sysoeva E.V. Dynamic buckling of nonlinearly deformable reticulate plates from composite material with different lattice configurations. *Nauchnoe obozrenie [Scientific review]*. 2016;(4):44–51. (In Russ.)
- Vescovini R., Dozio L. Exact refined buckling solutions for laminated plates under uniaxial and biaxial loads. *Composite Structures*. 2015;(12):356–368.
- Nazarimofrad E., Barkhordar A. Buckling analysis of orthotropic rectangular plate resting on Pasternak elastic foundation under biaxial in-plane loading. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 2016;23(10):1144–1148.
- Ruocco E., Reddy J.N. A closed-form solution for buckling analysis of orthotropic Reddy plates and prismatic plate structures. *Composites Part B: Engineering*. 2019;(169):258–273.
- Lukash, P.A. *Osnovy nelinejnoj stroitel'noj mekhaniki [Fundamentals of nonlinear structural mechanics]*. Moscow: Strojizdat Publ.; 1978. (In Russ.)
- Kosytsyn S.B., Akulich V.Yu. The definition of the critical buckling load beam model and two-dimensional model of the round and two-dimensional model of the round cylindrical shell that interact with the soil. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2019; 15(4):291–298. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-291-298> (In Russ.)
- Manuylov G.A., Kosytsyn S.B., Grudtsyna I.E. Numerical analysis of stability of the stiffened plates subjected aliquant critical loads. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(1):54–61. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-1-54-61> (In Russ.)

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ  
EXPERIMENTAL RESEARCHESDOI 10.22363/1815-5235-2020-16-3-226-232  
UDC 691.112

RESEARCH PAPER

Experimental determination of the limiting flexibility of eucalyptus wood  
for axially compressed elementsDavid Cajamarca-Zuniga<sup>1,2\*</sup>, Cristhian Carrasco<sup>1</sup>, Belen Molina<sup>1</sup><sup>1</sup>Catholic University of Cuenca, Av. De las Americas & Humboldt, Cuenca, 010101, Republic of Ecuador<sup>2</sup>Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation

\*cajamarca.zuniga@gmail.com

## Article history:

Received: February 01, 2020

Revised: May 05, 2020

Accepted: May 14, 2020

## Abstract

**Relevance.** Wood is one of the most widely used building materials throughout history, and because of its physical-mechanical properties it mainly has been used in flexed and compressed elements. Eucalyptus was introduced to Latin America in the mid-19<sup>th</sup> century and nowadays is one of the most used woods for construction in the Andean region of Ecuador. To designing slender structural elements under axial loading engineers usually use the Euler formula, but it is applicable only if the compression stress does not exceed the proportional limit. One way to determine if the compression stress will be below the proportional limit is by comparing of the slenderness of the element with the limiting flexibility of its material which allows knowing if the buckling will occur in the elastic zone where Euler formula applies. **The aim of the work** – determine the magnitude of the limiting flexibility of eucalyptus, since this wood has been the subject of some investigations, however, no information about the limiting flexibility magnitude for the calculation of axially compressed elements. **Methods.** The laboratory tests to determine the magnitudes of the modulus of elasticity, proportional limit, admissible compression stress and limiting flexibility was carried out. Results. This experimental investigation shows that the magnitude of the limiting flexibility or so-called critical slenderness ratio for eucalyptus globulus is 59.

**Keywords:** axial loading, central-compressed elements, critical force, critical slenderness ratio, eucalyptus, limiting flexibility, proportionality stress

## For citation

Cajamarca-Zuniga D., Carrasco C., Molina B. Experimental determination of the limiting flexibility of eucalyptus wood for axially compressed elements. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(3):226–232. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-226-232>

## Introduction

Eucalyptus is a fast growing diffuse-porous hardwood genus of trees from the Myrtle family [1], there are about 500 species in the world, most of which are

originally from Australia. The genus eucalyptus first was described by the French botanist C.L. L'Héritier in 1788 [2]. After the introduction of the eucalyptus to Ecuador, a large variety of forests of this tree appeared in highlands where the spice eucalyptus globulus dominates among others [3]. The Eucalyptus is a widely used wood in the construction sector in the Andean region of Ecuador [4], it can reach an height of 20 m and a diameter of 0.25 m at the age of 5 to 10 years, while at an older age it can reach a height of 60 m.

This investigation aims to determine the magnitude of the flexibility of Eucalyptus since this wood has not been the subject of investigations like other woods [5] and the existing investigations about it [5–11] don't

**David Cajamarca-Zuniga**, Master of Science, PhD postgraduate student, Department of Civil Engineering, Engineering Academy of RUDN University; Docent of the Department of Civil Engineering at CUC; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-8796-4635>, eLIBRARY SPIN-code: 6178-4383.

**Cristhian Carrasco**, Civil Engineer graduate, Department of Civil Engineering; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-3019-5721>.

**Belen Molina**, Civil Engineer graduate, Department of Civil Engineering; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-0001-2154>.

© Cajamarca-Zuniga D., Carrasco C., Molina B., 2020



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

give information about the limiting flexibility (critical slenderness ratio) for the calculation of axially compressed elements.

In this article are presented the results of laboratory tests on the definition of the magnitude of admissible compressive stress parallel to grain, modulus of elasticity and proportional stress with the purpose of the definition of the value of limiting flexibility ( $\lambda_{lim}$ ) of this material.

For the calculation of axially compressed elements, the magnitude of the critical force usually is determined with the Euler formula, however, it is applicable only when the axial compression stresses do not exceed the stress of proportionality. Therefore, is necessary to determine if the compression stresses will be below the proportional range, by comparing the magnitude of the slenderness  $\lambda$  (geometric characteristic of the element) with the magnitude of the limiting-flexibility  $\lambda_{lim}$  (mechanical characteristic of the material), this comparison allows to determine if the element has great or intermediate slenderness, to proceed to the calculation of the element considering the risk of loss of stability (buckling).

If the element has great slenderness, the buckling would occur in the elastic zone and Euler formula can be applied to determine the magnitude of the critical load, but if the element has “intermediate” slenderness the loss of stability would occur in the plastic zone and the Euler formula is no more applicable, here empirical formulas such as F.S. Yasinskiy (1895) [12] could be used, however, the problem is determining if the element has “great” or “intermediate” slenderness, and the answer to this question is in the magnitude of limiting flexibility.

## 1. Methodology

First, a bending test was performed to verify the obtained results by comparing them with the information available about the bending mechanical properties of eucalyptus, then the compression test was performed on 21 various-sizes samples to analyse their behaviour according to the variation of slenderness. The experimental analysis was based on norms and standards of the “Pan American Standards Commission” (COPANT 461, COPANT 464, COPANT 555), “American Society for Testing and Materials” ASTM D143-94 (2000) and “International Organization for Standardization” ISO 13061-17:2017 [13–17], which describe the materials, equipment and procedures to obtain: the stresses for ultimate bending and compression parallel to the grain, the average modulus of elasticity, the maximum breaking load and the stress-strain graph, that permit determine the mechanical properties of the wood.



Figure 1. Compression test

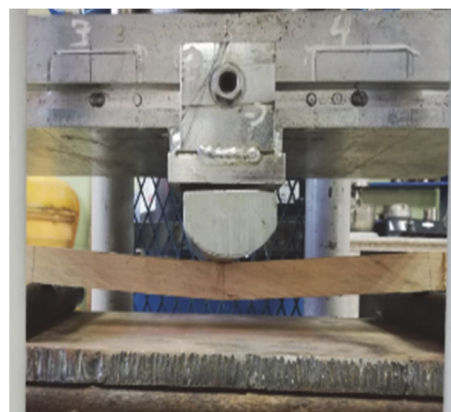


Figure 2. Flexure test

The compression test (Figure 1) was carried out according to standards in samples with a cross-section of 5×5 cm and 20 cm of length [14], the flexure test (Figure 2) was carried out in samples with a cross section of 5×5 cm and 75 cm between supports, however an alternative cross-section of 2×2×30 cm could be used for samples from trees of small diameter (30 cm or less) and also when long samples cannot be obtained due to a bent tree, tilting of grains, knots or other defects [15].

## 2. Bending test

The flexural testing was carried out on 20 samples, in accordance with [13; 15–17], the information about deflections and loads were recorded, and then the corresponding magnitude of bending moment and normal stress under flexure were calculated in order to obtain the stress-strain curve and the modulus of elasticity.

The results of the flexure test are shown in the Figure 3. According to the results of this experiment, the modulus of elasticity in bending for the eucalyptus

globulus is  $E = 104\,180.68\text{ kgf/cm}^2$ , the ultimate strength is  $800.46\text{ kgf/cm}^2$ , and the proportional limit is  $517.47\text{ kgf/cm}^2$ .

Table 1

**Flexural mechanical properties**

Flexural mechanical properties of eucalyptus globulus		
	kgf/cm <sup>2</sup>	mPa
Modulus of elasticity	104 180.68	10 220.12
Stress of the proportional limit	517.47	50.76
Ultimate strength	800.46	78.53

The obtained results are according with the existing information about the flexure mechanical properties of eucalyptus, some of which is shown in [1; 6–9; 18–21].

**3. Compression parallel to the grain test**

The experiments were performed on 21 specimens based on the standards [14; 16; 17], taking into account that the COPANT-464 standard specifies that the cross-section of the specimen for the compression test parallel to the grain is  $5 \times 5 \times 20\text{ cm}$  [14]. The standard dimensions, both in height and in the cross-section, were varied to test different slendernesses. The dimensions of the analysed samples have shown in Table 2.

The compression test was performed until the failure of each sample, and both the longitudinal deformation and the corresponding compression load were registered to calculate the compression stresses according to the cross-sections of each sample and to get the stress-strain curves (Figure 4).

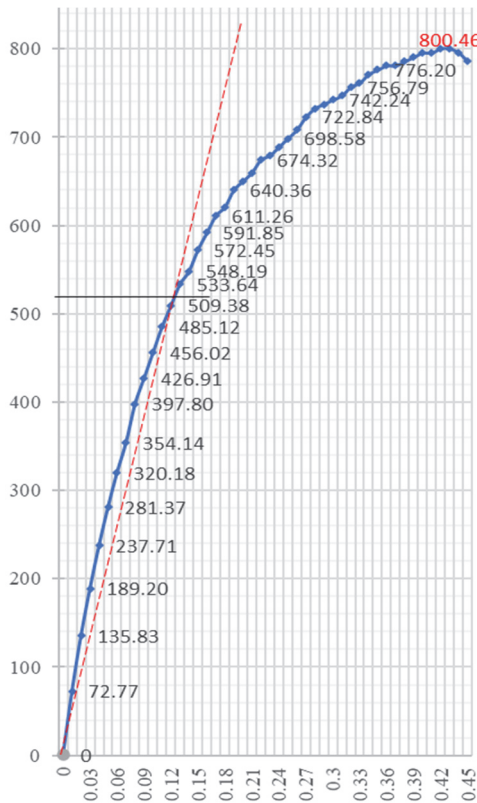


Figure 3. Stress-strain curve for bending, kgf/cm<sup>2</sup>

Table 2

**Dimensions of specimens for compression test**

ID.Nº.	Length, cm	$a_{max}$ , cm	$a_{min}$ , cm	Mass, kg	Area, cm <sup>2</sup>	$I_{min}$ , cm <sup>4</sup>	$i_{min}$ , cm	$\lambda$	Specific weight, kgf/m <sup>3</sup>
1	13-c	4.10	3.90	0.070	15.990	20.267	1.13	3.64	1067.74
2	13-a	5.15	3.90	0.080	15.990	20.267	1.13	4.57	971.48
3	13-b	6.60	3.90	0.100	15.990	20.267	1.13	5.86	947.56
4	8	9.59	3.95	0.160	15.603	20.287	1.14	8.41	1069.32
5	20	10.07	2.92	0.090	8.614	6.121	0.84	11.95	1037.55
6	19	10.16	2.93	0.090	8.585	6.142	0.85	12.01	1031.84
7	9	10.20	3.96	0.170	15.800	20.648	1.14	8.92	1054.83
8	18	10.20	2.06	0.060	4.408	1.559	0.59	17.15	1334.35
9	7	12.30	3.89	0.220	15.210	19.180	1.12	10.95	1175.96
10	5	14.57	3.93	0.230	15.720	20.233	1.13	12.84	1004.19
11	4	15.10	3.52	0.240	13.834	14.284	1.02	14.86	1148.94
12	1	15.14	3.97	0.240	15.761	20.700	1.15	13.21	1005.78
13	2	15.26	3.91	0.240	15.640	19.925	1.13	13.52	1005.59
14	3	15.30	3.77	0.230	14.703	17.414	1.09	14.06	1022.42
15	17	19.45	3.95	0.340	15.761	20.492	1.14	17.06	1109.15
16	10	19.75	3.96	0.430	15.721	20.544	1.14	17.28	1384.89
17	12	19.90	3.96	0.390	15.761	20.596	1.14	17.41	1243.46
18	14	19.90	3.93	0.380	15.877	20.435	1.13	17.54	1202.70
19	16	19.98	3.45	0.320	13.455	13.346	1.00	20.06	1190.34
20	21	20.05	2.90	0.180	8.555	5.996	0.84	23.95	1049.39
21	15	20.10	3.92	0.350	15.837	20.280	1.13	17.76	1099.52

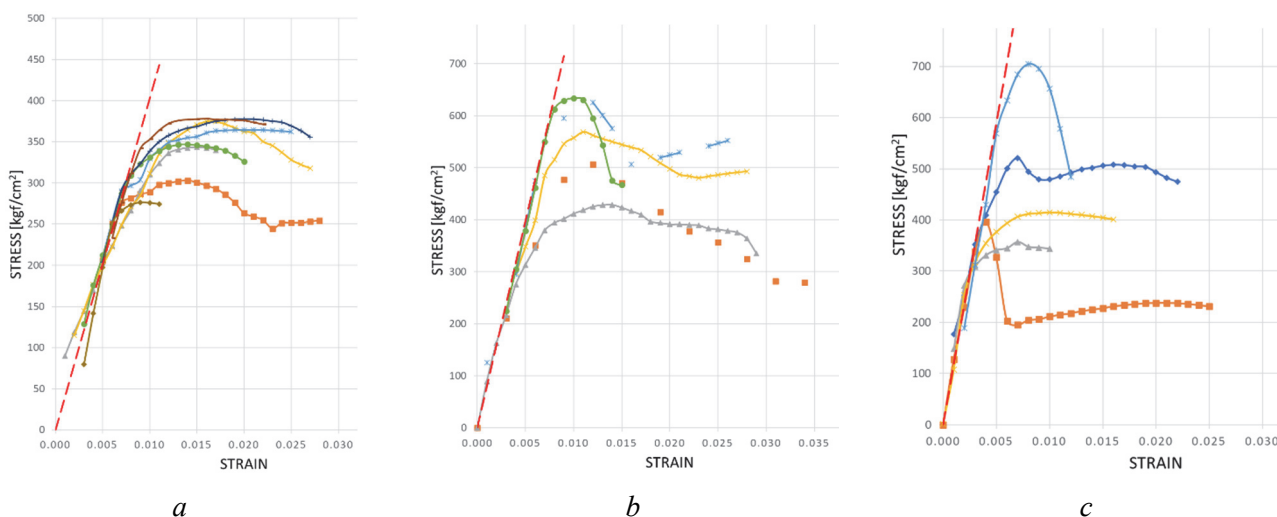


Figure 4. Stress-strain curves for compression parallel to the grain

Compression tests parallel to the grain indicate three characteristic behaviours as a function of the modulus of elasticity. For slenderness less than  $\lambda = 20.06$ , 42.85% of the samples presented a minimum modulus of elasticity  $MOE_{min} = 42\,210.42\text{ kgf/cm}^2$  (Figure 4, a), 33.33% of the samples an intermediate magnitude of  $MOE_{int} = 79\,811.58\text{ kgf/cm}^2$  (Figure 4, b) and 23.82% a maximum value of  $MOE_{max} = 117\,781.86\text{ kgf/cm}^2$  (Figure 4, c). The results are summarized in the Table 3 and Figure 5.

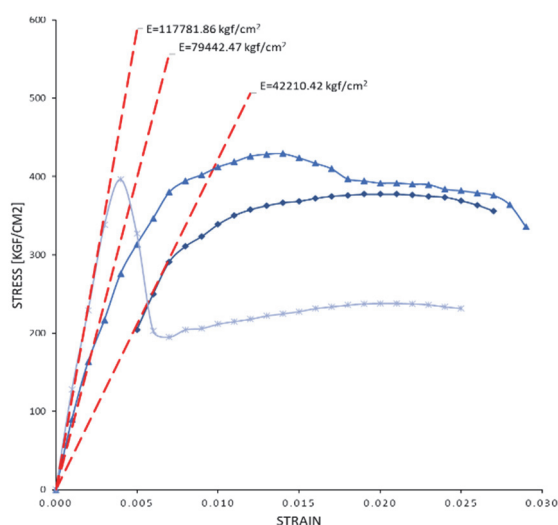


Figure 5. Stress-strain curves and MOE of eucalyptus in compression parallel to the grain

Table 3

Grain-parallel compression mechanical properties

Mechanical properties under compression parallel to the grain		
	Modulus of elasticity, kgf/cm <sup>2</sup>	Proportional limit, kgf/cm <sup>2</sup>
Minimum ( $E_{min}$ )	42 210.42	277.61
Intermediate ( $E_{int}$ )	79 442.47	296.30
Maximum ( $E_{max}$ )	117 781.86	329.13
Mean value ( $E_m$ )	79 811.58	301.01

In this test case, the obtained results are according with the existing information about the compression parallel to the grain mechanical properties of eucalyptus, some of which is shown in [8; 9; 19; 20].

4. Analysis of results

The buckling of a compressed slender-element can lead to a sudden failure of a structure, and as a result, special attention must be given to the design of these elements so they can safely support their intended loadings without buckling. The well-known Euler formula (1) usually is used by engineers to designing slender-structural elements under axial loading, but this formula is applicable only if the compression stress does not exceed the proportional limit.

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{min}}{(\mu \cdot L)^2} \tag{1}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{F_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{min}}{(\mu \cdot L)^2 \cdot A} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{min}}{\mu^2 \cdot L^2 \cdot A} \tag{2}$$

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}} \tag{3}$$

In the formula (2) the length  $L$ , the area moment of inertia  $I_{min}$  and area of cross-section  $A$  are geometric characteristics of the element, then the expression (2) can be written like this:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot i_{min}^2}{\mu^2 \cdot L^2} \tag{4}$$

In the formula (4) the only geometric characteristics of the element are the radius of gyration  $i_{min}$  and the length  $L$ , while the effective-length factor is  $\mu$ . The effective-slenderness ratio of the element as a function of geometric characteristics is shown in the formula (5), in consequence the slenderness can be considered as a geometric characteristic of the element.

$$\lambda = \frac{\mu \cdot L}{i_{\min}} \tag{5}$$

Then, the expression (2) could be wrote like (6).

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} \leq \sigma_{pl} \tag{6}$$

Here we can see that the critical stress is a function of both a physical-mechanical property of the material  $E$  and a geometric characteristic of the element  $\lambda$ , where  $E$  represents the constant of proportionality and is applicable under stresses that not exceed the proportional limit, for this reason, Euler formula is applicable only for stresses that do not exceed the proportional limit of the material.

From the expression (6) it is possible to obtain the inequality (7), whose right side represents a physical-mechanical characteristic of the material known as “limiting flexibility” ( $\lambda_{lim}$ ).

$$\lambda \geq \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_{pl}}} = \lambda_{lim} \tag{7}$$

Therefore, if we compare the slenderness of the element with the limiting flexibility of its material and when  $\lambda$  is higher than  $\lambda_{lim}$ , then the buckling will occur in the elastic region and the Euler formula is applicable, otherwise buckling will have a plastic behaviour [22].

We experimentally have determined the physical-mechanical characteristics of eucalyptus, including

the value of the “limiting flexibility”. The results are shown in the Table 4.

Table 4

Experimental results for limiting flexibility of eucalyptus

Mechanical properties of eucalyptus wood under compression parallel to the grain			
	Modulus of elasticity	Proportional limit	Limiting flexibility
	$E$ , kgf/cm <sup>2</sup>	$\sigma_{pl}$ , kgf/cm <sup>2</sup>	$\lambda_{lim}$
Minimum	42 210.42	277.61	39
Intermediate	79 442.47	296.30	52
Maximum	117 781.86	329.13	59

The Euler formula for “intermediate-slenderness” elements will predict very high values of critical force that do not reflect the failure load seen in practice. To account for this, a correction curve is used for these elements. The J.B. Johnson formula has been shown to correlate well with real buckling failures [23], and is given by the equation (8) [24; 25].

$$\sigma_{cr,J} = \sigma_{adm} - \frac{1}{E} \cdot \left( \frac{\sigma_{adm}}{2\pi} \cdot \lambda \right)^2 \tag{8}$$

Based on the results of the laboratory tests, the stress-slenderness graph (Figure 6) has been prepared, where the Euler and Johnson curves are indicated for the minimum, intermediate, maximum and mean value of the MOE. Consequently, from the graph the magnitude of the limiting flexibility of eucalyptus has been determined as  $\lambda_{lim} = 57.5$ .

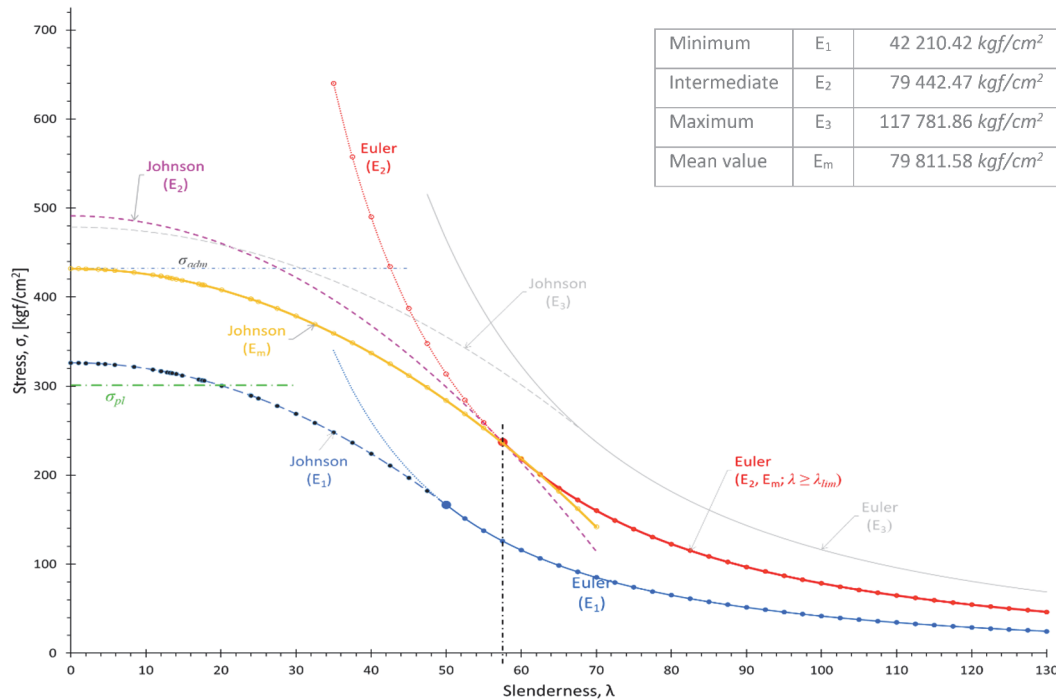


Figure 6. Stress-slenderness graph for eucalyptus wood

## Conclusion

According to [10; 11] the mechanical properties (MOE and MOR) of eucalyptus wood under compression parallel to the grain showed a strong correlation with the basic density and the linear and volumetric contractions of the tree.

A total of 41 samples were tested. Based on the tests and the calculations different magnitudes of limiting slenderness have been determined, i.e. from formula (7) we have three values 39, 52 and 59 and 57.5 from the Figure 6 for the average value of the MOE. As we know, the Euler formula for “intermediate-slenderness” elements will predict high-values of critical force. For this reason and safety, we consider that the greater value of limiting slenderness should be assumed. This is 59.

In this experimental investigation, the following mechanical properties of eucalyptus globulus were obtained (Table 5).

Table 5

Mechanical properties of eucalyptus globulus wood

Static bending			
Modulus of elasticity	$E$	104 180.68	kgf/cm <sup>2</sup>
Proportional limit	$\sigma_{pl}$	517.47	kgf/cm <sup>2</sup>
Ultimate strength	$\sigma_u$	800.46	kgf/cm <sup>2</sup>
Compression parallel to the grain			
Modulus of elasticity	$E$	79 811.58	kgf/cm <sup>2</sup>
Proportional limit	$\sigma_{pl}$	301.01	kgf/cm <sup>2</sup>
Admissible stress	$\sigma_{adm}$	431.90	kgf/cm <sup>2</sup>
Limiting flexibility	$\lambda_{lim}$	59	

Although some research has been performed on relevant eucalyptus species, the mechanical behaviour of Eucalyptus wood is far less known compared to other woods [5], e.g. pine or bamboo [22; 26–32].

In this investigation was determined a novel data about the limiting flexibility or so-called “critical slenderness ratio” for eucalyptus globulus, and it could be considered  $\lambda_{lim} = 59$ . However, there are required more researches about the physical-mechanical properties of the eucalyptus.

## References

- Warren E., Smith R.G.B., Apiolaza L.A., Walker J.C.F. Effect of stocking on juvenile wood stiffness for three Eucalyptus species. *New For.* 2009;37(3):241–250. DOI: 10.1007/s11056-008-9120-9.
- Food and Agriculture Organization of the United Nations (FAO). *El eucalipto en la repoblación forestal*. Rome, Italy; 1981. (In Spanish.)
- Acosta Solis M. *El eucalipto en el Ecuador*. Instituto Ecuatoriano de Ciencias Forestales, Quito, Ecuador; 1949. (In Spanish.)

- Aguirre Z., Loja A., Solano C., Aguirre N. *Especies forestales mas aprovechadas en la region sur del Ecuador*. Loja, Ecuador: Universidad Nacional de Loja; 2015 (In Spanish.)
- Pagel C.L., Lenner R., Wessels C.B. Investigation into material resistance factors and properties of young, engineered Eucalyptus grandis timber. *Constr. Build. Mater.* 2020;230:117059. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2019.117059.
- Vinueza M. Ficha Técnica No. 15 Eucalyptus Globulus Labill. *Ecuador Forestal*. Quito, 2013 (In Spanish.)
- Acosta S., Zakowicz M. et al. *Propiedades físicas mecánicas de la madera de Eucalyptus grandis de las procedencias genéticas: Kendall (Australia), huerto semillero de Sudáfrica y semilla local Concordia, plantadas comercialmente en Argentina*. Argentina; 2004 (In Spanish.)
- Crafford P.L., Wessels C.B. The potential of young, green finger-jointed Eucalyptus grandis lumber for roof truss manufacturing. *South. For.* 2016;78(1):61–71. DOI: 10.2989/20702620.2015.1108618.
- Piter J.C., Zerbino R.L., Blaß H.J. Visual strength grading of Argentinean Eucalyptus grandis: Strength, stiffness and density profiles and corresponding limits for the main grading parameters. *Holz als Roh- und Werkst.* 2004; 62(1):1–8. DOI: 10.1007/s00107-003-0433-2.
- Gonçalves F.G. et al. Parâmetros dendrométricos e correlações com propriedades tecnológicas em um híbrido clonal de Eucalyptus urophylla x Eucalyptus grandis. *Rev. Arvore.* 2010;34(5):947–959. DOI: 10.1590/s0100-67622010000500020.
- Da Cruz C.R., Lima J.T., De Muniz G.I.B. Variações dentro das árvores e entre clones das propriedades físicas e mecânicas da madeira de híbridos de Eucalyptus. *Sci. For. Sci.* 2003;64: 33–47.
- Johnston B.G., Hon M. Column buckling theory: Historic highlights. *J. Struct. Eng. (United States)*. 1983;10(9):2086–2096. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1984)110:8(1930).
- The Pan American Standards Commission. COPANT-461. *Timber. Method for determining apparent specific weight*. 1972.
- The Pan American Standards Commission. COPANT-464. *Timber. Method of determining the compression parallel to grain*. 1972.
- The Pan American Standards Commission. COPANT-555. *Timber. Static bendig test method*. 1973.
- American Society for Testing and Materials. ASTM D143-94. *Standard Test Methods for Small Clear Specimens of Timber*. Pennsylvania; 2000.
- International Organization for Standardization. ISO 13061-17:2017. *Physical and mechanical properties of wood – Test methods for small clear wood specimens – Part 17: Determination of ultimate stress in compression parallel to grain*. Geneva; 2017.
- Vinueza M. Ficha Técnica No. 10. Eucalipto. *Ecuador Forestal*. Quito; 2012. (In Spanish.)
- Cueto G. et al. Influencia del raleo sobre el módulo de elasticidad y ruptura en Eucalyptus grandis. *Agrociencia Uruguay*. 2013;17(1):91–97. DOI: 10.2477/vol17iss1pp91-97. (In Spanish.)
- Kimmich D. *Propiedades físicas, mecánicas, usos y aplicaciones de la madera de Eucalyptus grandis*. Available from: <https://www.monografias.com/trabajos66/usuarios-eucalipto-grandis/usuarios-eucalipto-grandis.shtml> (Accessed 18<sup>th</sup> April 2020). (In Spanish.)

21. Nocetti M., Pröller M. et al. Investigating the potential of strength grading green Eucalyptus grandis lumber using multi-sensor technology. *BioResources*. 2017;12(4): 9273–9286. DOI: 10.15376/biores.12.4.9273-9286.
22. Huang D., Bian Y., Huang D., Zhou A., Sheng B. An ultimate-state-based-model for inelastic analysis of intermediate slenderness PSB columns under eccentrically compressive load. *Constr. Build. Mater.* 2015;94:306–314. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2015.06.059.
23. MechaniCalc. *Column Buckling*. Available from: <https://mechanicalcalc.com/reference/column-buckling> (Accessed 14<sup>th</sup> March 2020).
24. Dornfeld W. Columns. *Machine Design Lecture Notes* (p. 8). Fairfield University; 2019.
25. Mohamed H., Aziz H. An Appraisal of Euler and Johnson Buckling theories under dynamic compression buckling loading. *Iraqi J. Mech. Mater.* 2007;9(2):173–181.
26. Wang X., Zhou A., Zhao L., Chui Y.H. Mechanical properties of wood columns with rectangular hollow cross section. *Constr. Build. Mater.* 2019;214:133–142. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2019.04.119.
27. Li X., Ashraf M. et al. Experimental and numerical study on bending properties of heterogeneous lamella layups in cross laminated timber using Australian Radiata Pine. *Constr. Build. Mater.* 2020;247:118525. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2020.118525.
28. Burdzik W. Grade verification of sa pine – bending, modulus of rupture, modulus of elasticity, tension and compression. *South. African For. J.* 2004;202(1):21–27. DOI: 10.1080/20702620.2004.10431786.
29. Roth B.E., Li X., Huber D.A., Peter G.F. Effects of management intensity, genetics and planting density on wood stiffness in a plantation of juvenile loblolly pine in the southeastern USA. *For. Ecol. Manage.* 2007;246(2–3): 155–162. DOI: 10.1016/j.foreco.2007.03.028.
30. Wessels C.B., Dowse G.P., Smit H.C. The flexural properties of young *Pinus elliottii* × *Pinus caribaea* var. hondurensis timber from the Southern Cape and their prediction from acoustic measurements. *South. For.* 2011; 73(3–4): 137–147. DOI: 10.2989/20702620.2011.640427.
31. Sharma B., Gatóo A., Bock M., Ramage M. Engineered bamboo for structural applications. *Constr. Build. Mater.* 2015;81:66–73. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2015.01.077.
32. Sun X., He M., Li Z. Novel engineered wood and bamboo composites for structural applications: State-of-art of manufacturing technology and mechanical performance evaluation. *Constr. Build. Mater.* 2020;249(1239):118751. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2020.118751.

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

## Экспериментальное определение предельной гибкости древесины эвкалипта для центрально сжатых элементов

Д. Кахамарка-Сунига<sup>1,2\*</sup>, К. Карраско<sup>1</sup>, Б. Молина<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Католический университет г. Куэнка, Республика Эквадор, 010101, Куэнка, Ав. De las Americas & Humboldt

<sup>2</sup>Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6

\*cajamarca.zuniga@gmail.com

### История статьи:

Поступила в редакцию: 01 февраля 2020 г.

Доработана: 05 мая 2020 г.

Принята к публикации: 14 мая 2020 г.

### Аннотация

**Актуальность.** Древесина является одним из наиболее широко используемых строительных материалов на протяжении всей истории и, благодаря своим физико-механическим свойствам, в основном применяется в изгибаемых и сжатых элементах. Эвкалипт был завезен в Латинскую Америку в середине XIX в. и в настоящее время является наиболее востребованной древесиной для строительства в Андском регионе Эквадора. Для расчета стержней при осевом сжатии обычно используется формула Эйлера, но она применима, лишь если напряжение сжатия не превышает величины предела пропорциональности. Один из способов определить, находится ли напряжение ниже предела пропорциональности, заключается в сравнении гибкости элемента с предельной гибкостью его материала, что позволяет узнать, будет ли расчет на устойчивость проводиться в упругой зоне, где применима формула Эйлера. **Цель** исследования – определить величину предельной гибкости эвкалипта, так как, хотя эта древесина была предметом нескольких исследований, по-прежнему нет сведений о величине ее предельной гибкости для расчета центрально-сжатых элементов на устойчивость. **Методы.** Проводились лабораторные испытания для установления величины модуля упругости, предела пропорциональности, допустимого напряжения сжатия и предельной гибкости. **Результаты.** Экспериментальное исследование показывает, что величина предельной гибкости для эвкалипта шаровидного равна 59.

**Ключевые слова:** осевое сжатие, критическая сила, эвкалипт, предельная гибкость, гибкость элемента, предел пропорциональности

### Для цитирования

Cajamarca-Zuniga D., Carrasco C., Molina B. Experimental determination of the limiting flexibility of eucalyptus wood for axially compressed elements (Экспериментальное определение предельной гибкости древесины эвкалипта для центрально сжатых элементов) // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 3. С. 226–232. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-226-232>

Кахамарка-Сунига Давид, аспирант РУДН; доцент инженерного факультета КУК; eLIBRARY SPIN-код: 6178-4383, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-8796-4635>.

Карраско Кристиан, инженер-строитель, выпускник инженерного факультета; ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3019-5721>.

Молина Белен, инженер-строитель, выпускница инженерного факультета; ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-0001-2154>.



## ТЕОРИЯ ТОНКИХ ОБОЛОЧЕК THEORY OF THIN ELASTIC SHELLS

DOI 10.22363/1815-5235-2020-16-3-233-240  
УДК 69.001.12:72.01:514.75

ОБЗОРНАЯ СТАТЬЯ

### Большепролетные структуры в дипломных проектах студентов РУДН

И.А. Мамиева

Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6  
i\_mamieva@mail.ru

#### История статьи:

Поступила в редакцию: 22 января 2020 г.

Доработана: 05 марта 2020 г.

Принята к публикации: 14 апреля 2020 г.

#### Аннотация

В настоящее время возвращается интерес к проектированию и применению оболочечных конструкций в архитектуре и строительстве. В связи с появлением современных компьютеров, уточненных методов расчета оболочек, новых строительных материалов, развитием дифференциальной геометрии и бурным ростом численных методов расчета возникла возможность создавать архитектурные шедевры из оболочек канонических и неканонических форм, которые становятся визитной карточкой города или страны. Эта проявляющаяся тенденция у молодых российских и зарубежных специалистов внушает оптимизм ученым, чьи исследования связаны с тонкостенными оболочками. В статье рассмотрены некоторые итоги работы департамента строительства Инженерной академии Российского университета дружбы народов по привлечению студентов к архитектурному проектированию и вовлечению магистрантов в научные исследования по архитектуре, теории расчета тонкостенных пространственных конструкций и их применению в строительстве и архитектуре. Приводятся публикации студентов по рассматриваемому направлению.

**Ключевые слова:** оболочка, архитектура оболочек, концептуальное архитектурное проектирование, оптимальная оболочка вращения, аналитическая геометрия, аналитические поверхности, формообразование поверхностей, учебный процесс в магистратуре

#### Для цитирования

Мамиева И.А. Большепролетные структуры в дипломных проектах студентов РУДН // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 3. С. 233–240. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-233-240>

#### Введение

Купола, своды и навесы впервые были сконструированы еще в Средние века и получили распространение по всему миру, но важные инженерные решения, уточненные результаты расчета и методики возведения тонких большепролетных оболочек появились в период с 1920 по 1963 г. В то время у ученых не было сомнений, что эти конструкции найдут широкое применение в будущем. Конические, цилиндрические поверхности, поверхности

вращения и переноса обычно называют каноническими поверхностями. Оболочки, очерченные по другим поверхностям, называют оболочками неканонической формы. В 1960-е гг. заведующий кафедрой сопротивления материалов УДН имени П. Лумумбы, доктор технических наук, профессор В.Г. Рекач создал научную школу по расчету тонких оболочек неканонической формы, которая актуальна и в настоящее время в департаменте строительства Инженерной академии РУДН [1].

Однако после 1963 г. вопросы применения тонкостенных большепролетных оболочек стали ставиться под сомнение. Тем не менее с появлением уточненных методов расчета оболочек, а также новых строительных материалов, с развитием дифференциальной геометрии и численных методов расчета

Мамиева Ираида Ахсарбеговна, ассистент, департамент строительства, Инженерная академия; eLIBRARY SPIN-код: 3632-0177.

© Мамиева И.А., 2020



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

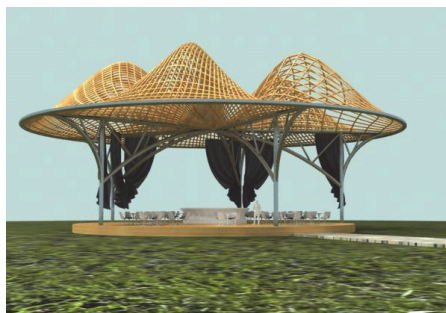
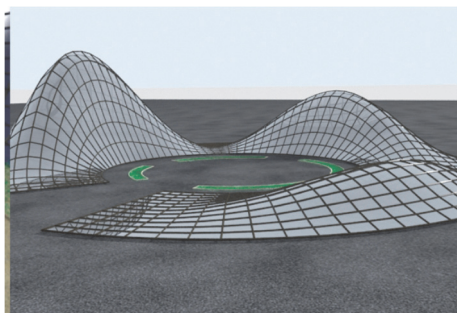
интерес к применению оболочек в архитектуре и строительстве в XXI в. стал увеличиваться. Кафедра прочности материалов и конструкций РУДН никогда не прекращала исследований в этой области [2].

Все больше студентов стали интересоваться вопросами использования оболочечных конструкций и сооружений в своих дипломных проектах, поэтому было решено создать магистратуру по подготовке специалистов по архитектуре, геометрии и расчету большепролетных пространственных структур и оболочек [3]. В помощь магистрантам сотрудниками, преподавателями и профессорами департамента строительства РУДН были подготовлены монографии, учебники и обзорные статьи, например [4–6].

Рассмотрим некоторые итоги работы департамента строительства РУДН по привлечению студентов в архитектурное проектирование и вовлечению магистрантов в научные исследования по архитектуре, теории расчета тонкостенных пространственных конструкций и их применению в строительстве и архитектуре.

### 1. Параметрическая архитектура

Параметрическая архитектура – новый стиль в архитектуре, основанный на аналитических методах задания поверхностей, математическом и компьютерном моделировании. Этот стиль сформировался в начале XXI в. Самыми известными архитекторами, работавшими в этом стиле, считаются Заха Хадид и Патрик Шумахер.



**Рис. 1.** Параметрическая архитектура: фрагменты дипломных диссертаций магистрантов-архитекторов  
[Figure 1. Parametrical architecture: fragments of diploma papers of Master's Degree students in Architecture]

Это направление пользуется большой популярностью среди магистрантов-архитекторов. Ими был опубликован ряд научных статей [7; 8] и защищено несколько магистерских диссертаций (рис. 1). Для расширения кругозора студентов преподаватели департамента также были вовлечены в исследования по этой тематике [9].

### 2. Бионическая архитектура

«Архитектурная бионика – новое явление в архитектурной науке и практике, изучает законы формирования и структурообразования живых тканей, занимается анализом конструктивных систем живых организмов по принципу экономии материала, энергии и обеспечения надежности» [5].



**Рис. 2.** Бионическая архитектура: пример из дипломной диссертации магистранта-архитектора «Участок жилого района в Бресте» [8]  
[Figure 2. Bionic architecture: an example from a diploma paper of Master's Degree student in Architecture "Fragment of residential district in Brest" [8]]

Это архитектурное направление воплощено во многих зданиях и сооружениях мира, поэтому молодые магистранты, имея наглядные примеры, стараются применять методы бионической архитектуры в своих проектах (рис. 2) и представляют свои разработки на научных конференциях [10; 11]. Учитывая это, преподаватели департамента помогают им, публикуя свои результаты исследований [12].

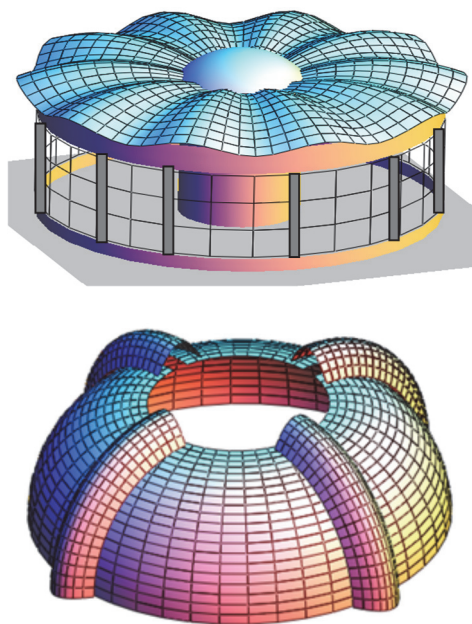
### 3. Тонкостенные большепролетные структуры неканонической формы

В департаменте строительства работают несколько преподавателей – представителей научной школы по расчету тонких оболочек неканонической формы, поэтому студенты, еще обучаясь в бакалавриате Инженерной академии РУДН, выбирают тему исследований по своему желанию.

#### 3.1. Циклические оболочки

Доктор технических наук, профессор В.Н. Иванов является известным специалистом по геометрии и статическому расчету циклических оболочек [13], то есть оболочек, срединные поверхности которых образуются движением в простран-

стве окружности постоянного или переменного радиуса. Магистерские диссертации, выполненные под его руководством, отличаются оригинальностью и практической направленностью (рис. 3) [14; 15].



**Рис. 3.** Циклические оболочки: примеры из дипломных диссертаций магистрантов-строителей [Figure 3. Cyclic shells: examples from diploma papers of Master's Degree students in Civil Engineering]

### 3.2. Поверхность Монжа

Резную поверхность Монжа можно построить кинематическим методом качения без скольжения плоскости с плоской линией по разворачивающейся поверхности. Простейшим примером поверхности Монжа служит поверхность вращения, которую можно рассматривать как вырожденную поверхность Монжа. Под руководством В.Н. Иванова студенты исследуют эти кинематические поверхности Монжа [16] и пытаются найти им применение в архитектуре. В дальнейшем некоторые студенты продолжают исследования в аспирантуре, развивая результаты, полученные их руководителем [17].

### 3.3. Винтовые и спиральные оболочки

Оболочки в форме винтовых и спиральных поверхностей исследуются доктором технических наук, профессором С.Н. Кривошапко [18] и его учениками [19; 20], которые также работают в Инженерной академии РУДН, поэтому магистранты имеют большой выбор тем по исследованию тонких оболочек в форме винтовых и спиральных поверхностей (рис. 4). Свои результаты студенты докладывали на научно-технических конференциях и публиковали в научных статьях [21; 22].



**Рис. 4.** Модели линейчатых винтовых поверхностей [Figure 4. Models of ruled helical surfaces]

### 3.4. Топографические поверхности

Задание поверхностей аналитическими формулами или численными отметками может использоваться не только в архитектуре и строительстве, но и в маркшейдерском деле [23]. Некоторых студентов, обучающихся в специалитете «Маркшейдерское дело», заинтересовывают способы построения топографических и непрерывно-топографических поверхностей при помощи компьютерного моделирования [24] или аппроксимация рельефа известными аналитическими топографическими поверхностями.

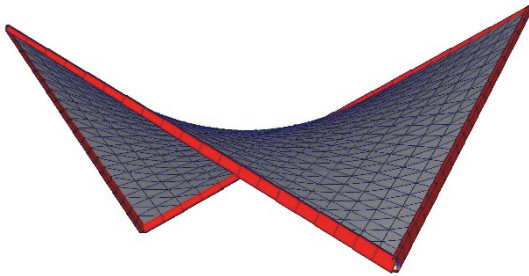
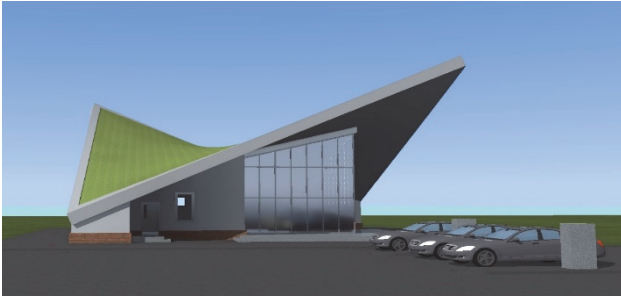
### 3.5. Торсовые оболочки

Проблемами статического расчета торсовых оболочек в РУДН стали заниматься под руководством профессора В.Г. Рекача в 1964 г. [2]. Были защищены шесть кандидатских и одна докторская диссертации. Линейчатые срединные поверхности этих оболочек могут быть развернуты на плоскость без разрывов и складок [4; 25]. Торсовые изделия, полученные параболическим изгибанием тонкого металлического листа, нашли применение в судостроении и машиностроении. Однако примеров реального применения этих оболочек в строительстве и архитектуре не обнаружено. Учитывая полезные свойства торсовых поверхностей, молодые исследователи предлагают свои рекомендации по созданию торсовых строительных конструкций и их расчету [26].

## 4. Тонкостенные большепролетные структуры канонической формы

Не утратили своей актуальности и оболочки канонических форм. Система цилиндрических форм, или группа фрагментов сферической формы, или установленные определенным образом конические оболочки создают очень выразительные архитектурные образы, которые можно увидеть в реальных сооружениях. Они стали визитными карточками соответствующих городов и стран, поэтому молодежь не теряет к ним интерес.

**Гипары** благодаря своим методикам формообразования, архитектурной выразительности и хорошо разработанным методам расчета будут всегда использоваться инженерами и архитекторами. Ежегодно магистры Инженерной академии РУДН выбирают в качестве основы своей диссертации гиперболические параболоиды (рис. 5) или планируют их использовать в своих дальнейших разработках [27].



**Рис. 5.** Гипар: пример из дипломной диссертации магистранта-строителя (эскиз и расчетная схема для МКЭ)  
[Figure 5. Hupar: an example from a diploma paper of Master's Degree student in Civil Engineering (a draft and a calculated diagram for FEM)]

### 5. Оптимальные оболочки вращения

Сравнительно недавно в департаменте строительства Инженерной академии РУДН стали работать над поиском оптимальных оболочек вращения в зависимости от приложенной внешней нагрузки [28; 29]. Студенты заинтересовались этой тематикой и принимают участие в ее разработке [30].

### 6. Материалы для тонкостенных большепролетных структур

Вначале проектирования тонкостенного объекта обязательно встанет вопрос о выборе его формы и материала для строительства. Несмотря на огромный ассортимент новых строительных материалов, студенты в основном предпочитают металл, бетон, дерево и реже композиты или полимерные материалы.

В помощь студентам преподавателями был подготовлен ряд обзорных статей по зданиям, сооружениям и конструкциям, выполненным из наибо-

лее используемых строительных материалов [31; 32]. Некоторые обзоры были составлены студентами [33–35].

### 7. Выводы

Создание магистратуры по направлению «Строительство», специализация «Архитектура, геометрия и расчет большепролетных пространственных структур» и по направлению «Архитектура», специализация «Архитектура зданий и сооружений. Творческие концепции архитектурной деятельности» в Инженерной академии РУДН обусловлено сегодняшними тенденциями в развитии современного архитектурного стиля – хай-тека, олицетворяющего «новаторскую архитектуру» и претендующего на доминирование в XXI в.



**Рис. 6.** Студенты-архитекторы инженерного факультета РУДН на Международной научной студенческой конференции, 2013 г., Киев, Украина  
[Figure 6. Students-architects of the Engineering Department of RUDN University at the International scientific student conference, 2013, Kiev, Ukraine]



**Рис. 7.** Аспиранты и студенты РУДН. ВВЦ, IX Всероссийская выставка НТТМ-2009, Москва  
[Figure 7. Postgraduates and students of RUDN University. VDNH, IX all-Russian exhibition NTTM-2009, Moscow]

Отраслевой журнал «Строительство» в № 3 за 2016 г. отмечает, что «строительным компаниям, архитектурным бюро и проектным НИИ впору приоткрыться к студентам магистратуры. Это штучные специалисты, получающие уникальное образование практически в индивидуальном порядке». Магистранты с увлечением работают над проблемой внедрения оболочек в своих странах и городах. Студентка Мария Салех завоевала первое место в конкурсе молодых ученых РУДН с проектом «Применение конструкций сетчатых оболочек в формообразовании прогрессивной архитектуры» [8]. Е. Тупикова предложила вариант спортивно-развлекательного комплекса с тремя инновационными оболочками в форме велароидальной поверхности и двух зонтичных и стала победителем в конкурсе УМНИК-МФТИ. Группой студентов разработан проект оригинальной консольной автомобильной дороги к частному домовладению в Московской области. Можно привести еще десятки оригинальных решений в области архитектуры и строительства, предложенных магистрантами. Они с удовольствием участвуют в международных студенческих научных конференциях (рис. 6) и различных конкурсах (рис. 7).

### Заключение

Опыт работы двух магистратур архитектурно-строительной направленности показывает, что тематика, связанная с проектированием и расчетом на прочность и устойчивость оболочечных большепролетных структур, вызывает большой интерес у молодых российских и зарубежных специалистов, что внушает оптимизм ученым, чьи исследования связаны с тонкостенными оболочками, и надежду на возрождение запроса на создание этих структур [36; 37]. Автор полностью согласен с мнением профессора А.Л. Хейфеца и соавт. [36], что «создание форм на основе аналитических поверхностей является сравнительно новым актуальным направлением в концептуальном архитектурном проектировании. Требуется дальнейшая научная и методическая проработка нового направления применительно к практике проектирования и учебному процессу».

### Список литературы

1. Мамиева И.А. Научные школы инженерного факультета Российского университета дружбы народов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2009. № 4. С. 3–8.
2. Мамиева И.А. Вклад кафедры прочности материалов и конструкций РУДН в развитие архитектуры и теории расчета тонкостенных пространственных кон-

струкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2011. № 4. С. 81.

3. Мамиева И.А. О подготовке специалистов по архитектуре, геометрии и расчету большепролетных пространственных структур и оболочек // Строительство и реконструкция. 2016. № 5 (67). С. 114–118.

4. Иванов В.Н., Кривошапко С.Н. Аналитические методы расчета оболочек неканонической формы: монография. М.: РУДН, 2010. 542 с.

5. Кривошапко С.Н., Галишикова В.В. Архитектурно-строительные конструкции: учебник. М.: Юрайт, 2015. 476 с.

6. Гринько Е.А. Обзорные работы по геометрии, прочности, устойчивости, динамике и применению оболочек со срединными поверхностями различных классов // Монтажные и специальные работы в строительстве. 2012. № 2. С. 15–21.

7. Rynkovskaya M.I., Simo D. Cylindrical surfaces for social significant architectural projects in Cameroon // moNGeometrija 2012: Proceedings of 3<sup>rd</sup> International Scientific Conference (Serbia, Novi Sad, June 21<sup>st</sup>–24<sup>th</sup> 2012). Novi Sad, 2012. Pp. 487–498.

8. Салех М.С. Применение современных методов автоматизированного проектирования для формообразования и расчета сооружений прогрессивной архитектуры // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2016. № 6. С. 8–13.

9. Мамиева И.А., Разин А.Д. Параметрическая архитектура в Москве // Архитектура и строительство России. 2014. № 6. С. 24–29.

10. Казарян А.А. Геометрическое описание бионических форм в архитектуре // Прикладна геометрія, дизайн та об'єкти інтелектуальної власності: матеріали ІІ-ї Міжнародної науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених. Вип. 2. К.: ДІЯ, 2013. С. 82–84.

11. Салех М.С. Бионика и геометрическое формообразование в архитектуре Сантьяго Калатравы // Прочность, ползучесть и разрушение строительных и машиностроительных материалов и конструкций: труды Международной молодежной научной конференции (Москва, 18–21 ноября 2014 г.). М.: РУДН, 2014. С. 288–292.

12. Вирченко Г.А., Шамбина С.Л. Компьютерное вариантное моделирование поверхностей бионических архитектурных форм // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2016. № 3. С. 79–83.

13. Иванов В.Н. Циклические поверхности: геометрия, классификация, конструирование оболочек // Архитектура оболочек и прочностной расчет тонкостенных строительных и машиностроительных конструкций сложной формы. М.: Изд-во РУДН, 2001. С. 126–134.

14. Губина Е.Н. О формообразовании основных циклических поверхностей // Прочность, ползучесть и разрушение строительных и машиностроительных материалов и конструкций: труды Международной молодежной научной конференции (Москва, 18–21 ноября 2014 г.). М.: РУДН, 2014. С. 320–324.

15. Иванов В.Н., Шмелева А.А. Геометрия и формообразование тонкостенных пространственных конструкций

на основе нормальных циклических поверхностей // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2016. № 6. С. 3–8.

16. Гафурова Ю.Ф., Филипова Е.Р. Поверхность Монжа как решение объемно-планировочной композиции галереи // Научному прогрессу – творчество молодых: материалы IX Международной молодежной научной конференции по естественнонаучным и техническим дисциплинам (18–19 апреля 2014 г., Йошкар-Ола). Йошкар-Ола, 2014. С. 163–165.

17. Ivanov V.N., Muxammad R. Geometry of carved Monge surface and shell structuring // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2002. Т. 1. С. 27.

18. Krivoschapko S.N. Geometry and strength of general helicoidal shells // Applied Mechanics Reviews. May 1999. Vol. 52. No. 5. Pp. 161–175.

19. Рынковская М.И. Применение и расчет геликоидальных оболочек в архитектуре и строительстве // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2012. № 4. С. 84–90.

20. Туникова Е.М. Полуаналитический расчет оболочки в форме длинного пологого косоугольного геликоида в неортогональной несопряженной системе координат по моментной теории // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2016. № 3. С. 3–8.

21. Гришина А.А. О линейчатых винтовых поверхностях // Прочность, ползучесть и разрушение строительных и машиностроительных материалов и конструкций: труды Международной молодежной научной конференции (Москва, 18–21 ноября 2014 г.). М.: Изд-во РУДН, 2014. С. 316–319.

22. Тица Л., Драгович М., Килибарда Л., Милошевич М. Спиральные структуры в современной архитектуре // Современные проблемы механики, энергоэффективность сооружений и ресурсосберегающие технологии: сб. тр. научной школы-семинара молодых ученых и студентов с международным участием (Москва, РУДН, 15–17 сентября 2015 г.). М.: РУДН, 2015. С. 185–188.

23. Акили М.Д.М., Гринько Е.А. Применение топографических и непрерывно-топографических поверхностей в маркшейдерском деле // Научному прогрессу – творчество молодых: материалы IX Международной молодежной научной конференции по естественнонаучным и техническим дисциплинам (18–19 апреля 2014 г., Йошкар-Ола). Йошкар-Ола, 2014. С. 133–135.

24. Акили М.Д.М. Математическое моделирование топографических и непрерывно-топографических поверхностей // Прочность, ползучесть и разрушение строительных и машиностроительных материалов и конструкций: труды Международной молодежной научной конференции (Москва, 18–21 ноября 2014 г.). М.: РУДН, 2014. С. 330–334.

25. Krivoschapko S.N. Static analysis of shells with developable middle surfaces // Applied Mechanics Reviews. December 1998. Vol. 51. No. 12. Part 1. Pp. 731–746.

26. Алешина О.О. Исследования по геометрии и расчету торсовых оболочек одинакового ската // Строительная механика и расчет сооружений. 2019. № 3. С. 63–70.

27. Якимчук Е.В. Использование поверхности гиперболического параболоида в архитектуре // Прикладна геометрія, дизайн та об'єкти інтелектуальної власності: матеріали П-ї Міжнародної науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених. Вип. 2. Київ: ДІА, 2013. С. 209–213.

28. Krivoschapko S.N. Optimal shells of revolution and main optimizations // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 3. С. 201–209.

29. Кривошапко С.Н. Оболочки вращения неканонических форм // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2018. № 7 (715). С. 66–79.

30. Борзенкова Ю.В., Черникова В.В. Выбор оптимальной поверхности вращения // Научному прогрессу – творчество молодых. 2018. № 4. С. 15–18.

31. Krivoschapko S.N., Bock Hyeng C.A., Mamieva I.A. Chronology of erection of the earliest reinforced concrete shells // International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences. 2014. Vol. 18. Issue 2. Pp. 95–108.

32. Krivoschapko S.N. The perspectives of application of thin-walled plastic and composite polymer shells in civil and industrial architecture // Journal of Reinforced Plastics and Composites. 2018. Vol. 37. Issue 4. Pp. 217–229. DOI: 10.1177/0731684417740770.

33. Комарова И.А. Применение металлических конструкций в 2002–2014 годах // Научному прогрессу – творчество молодых: материалы IX Международной молодежной научной конференции по естественнонаучным и техническим дисциплинам (18–19 апреля 2014 г., Йошкар-Ола). Йошкар-Ола, 2014. С. 174–175.

34. Адегоке Муритала Адедано. Advanced materials and technologies for energy efficient buildings // Прочность, ползучесть и разрушение строительных и машиностроительных материалов и конструкций: труды Международной молодежной научной конференции (Москва, 18–21 ноября 2014 г.). М.: РУДН, 2014. С. 198–204.

35. Пономарева А.А. Многообразие пространственных сетчатых конструкций из клееной древесины // Прикладна геометрія, дизайн та об'єкти інтелектуальної власності: матеріали П-ї Міжнародної науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених. Вип. 2. Київ: ДІА, 2013. С. 244–246.

36. Хейфец А.Л., Саморуков А.В., Буторина И.В. О возможности архитектурного проектирования на основе аналитических поверхностей // Наука ЮУрГУ. Секция технических наук: материалы 63-й науч. конф. / отв. за вып. С.Д. Ваулин; Юж.-Урал. гос. ун-т. Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2011. Т. 1. С. 187–190.

37. Bradshaw R., Campbell D., Gargari M., Mirmiran A., Tripeny P. Special structures. Past, present, and future // Journal of Structural Engineering. June 2002. Vol. 128. Issue 6. Pp. 691–701.

# Large-span structures in diploma projects of students architects of RUDN University

**Iraida A. Mamieva**

*Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation*  
i\_mamieva@mail.ru

## Article history:

Received: January 22, 2020

Revised: March 05, 2020

Accepted: April 14, 2020

## Abstract

At present, there is a renewed interest in the design and application of wall structures in architecture and construction. With the advent of modern computers, refined methods for calculating shells, new building materials, the development of differential geometry and the rapid growth of numerical methods of calculation, it became possible to create architectural masterpieces from shells of canonical and non-canonical forms, which can be the hallmark of a city or country. This emerging trend among young Russian and foreign specialists inspires optimism among scientists who are researching thin-walled shells. The article considers some results of the work of the Department of Civil Engineering of the Engineering Academy of the Peoples' Friendship University of Russia on attracting students to architectural design and involving undergraduates in researches on architecture, the theory of thin-walled spatial structures and their application in construction and architecture. The publications of students in this field are presented.

**Keywords:** shell, shell architecture, conceptual architectural design, optimal rotation shell, analytical geometry, analytical surfaces, surface shaping, educational process in the master's program

## For citation

Mamieva I.A. Large-span structures in diploma projects of students architects of RUDN University. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020; 16(3):233–240. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-233-240> (In Russ.)

## References

1. Mamieva I.A. Scientific schools of engineering faculty of Peoples' Friendship University of Russia. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2009; (4):3–8. (In Russ.)
2. Mamieva I.A. Contribution of chair of strength of materials and structures of RUDN in development of architecture and theory of analysis of thin-walled space structures. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2011;(4):81–81. (In Russ.)
3. Mamieva I.A. On teaching of specialists in architecture, geometry, and strength analysis of large-span space structures and shells. *Building and Reconstruction*. 2016;5(67): 114–118. (In Russ.)
4. Ivanov V.N., Krivoschapko S.N. *Analytical Methods of Analysis of Shells of Non-Canonical form: Monograph*. Moscow: RUDN University Publ.; 2010. (In Russ.)
5. Krivoschapko S.N., Galishnikova V.V. *Architectural-and-Building Structures*. Moscow: YuRAIT Publ.; 2015. (In Russ.)
6. Grinko E.A. Survey works on geometry, durability, stability, dynamics, and application of environments with middle surfaces of various classes. *Mont. i spetz. raboty v stroitel'stve*. 2012;(2):15–21. (In Russ.)
7. Rynkovskaya M.I., Simo D. Cylindrical surfaces for social significant architectural projects in Cameroon. *moNGeometrija 2012: Proceedings of 3<sup>rd</sup> International Scientific Conference (Serbia, Novi Sad, June 21<sup>st</sup>–24<sup>th</sup> 2012)* (p. 487–498). Novi Sad; 2012.
8. Salekh M.S. Application of modern techniques aided design for forming and calculation of erections of pro-

gressive architecture. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2016;(6):8–13. (In Russ.)

9. Mamieva I.A., Razin A.D. Parametricheskaya arkhitektura v Moskve [Parametrical architecture in Moscow]. *Arkhitektura i stroitel'stvo Rossii [Architecture and Construction of Russia]*. 2014;(6):24–29. (In Russ.)

10. Kazaryan A.A. Geometric description of bionic forms in architecture. *Prikladna geometriya, dizayn ta ob'ekti intelektual'noy vlasnosti: Materiali II-oy Mizhnarodnoy naukovopraktichnoy konferentsii studentiv, aspirantiv ta molodikh vchenikh* (issue 2, p. 82–84). Kiev: DIYa Publ.; 2013.

11. Salekh M.S. Bionic and geometric morphogenesis in architecture of Santiago Calatrava. *Strength, Creep, and Destruction of Building and Mechanical Materials and Structures: Proc. of International Scientific Youth Conference (November 18–21, 2014)* (p. 288–292). Moscow: RUDN University Publ.; 2014. (In Russ.)

12. Virchenko G.A., Shambina S.L. Computer variant surface modeling of bionic architectural forms. *RUDN Journal of Engineering Researches*. 2016;(3):79–83. (In Russ.)

13. Ivanov V.N. Cyclic surfaces: geometry, classification, design of shells. *Shells in Architecture and Strength Analysis of Thin-Walled Civil-Engineering and Machine-Building Constructions of Complex Forms: Proc. Int. Conf. (June 4–8, 2001, Moscow, Russia)* (p. 126–134). Moscow: RUDN University Publ.; 2001. (In Russ.)

14. Gubina E.N. About the formation of the most common cyclic surfaces. *Strength, Creep, and Destruction of Building and Mechanical Materials and Structures: Proc. of International Scientific Youth Conference (November 18–21, 2014)* (p. 320–324). Moscow: RUDN University Publ.; 2014. (In Russ.)

**Iraida A. Mamieva**, Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Engineering Academy; eLIBRARY SPIN-code: 2021-6966.

15. Ivanov V.N., Shmeleva A.A. Geometry and formation of the thin-walled space shell structures on the base of normal cyclic surfaces. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2016;(6):3–8. (In Russ.)
16. Gafurova Yu.F., Filipova E.R. A Monge surface for design of gallery. *Nauchnomu progressu – tvorchestvo molodykh [Creative Work of Youths for Scientific Progress]*: Proc. of the IX International Youth Scientific Conference on Natural Scientific and Technical Branches of Science (Yoshkar-Ola, April 18–19, 2014) (p. 163–165). Yoshkar-Ola; 2014. (In Russ.)
17. Ivanov V.N., Muxammad R. Geometry of carved Monge surface and shell structuring. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2002;(1):27.
18. Krivoshapko S.N. Geometry and strength of general helicoidal shells. *Applied Mechanics Reviews*. 1999;52(5): 161–175.
19. Rynkovskaya M. On application and analysis of helicoidal shells in architecture and civil engineering. *RUDN Journal of Engineering Researches*. 2012;(4):84–90. (In Russ.)
20. Tupikova E.M. Semi-analytical analysis of a long shallow oblique helicoidal shell in a non-orthogonal non-conjugate coordinate system. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2016;(3):3–8. (In Russ.)
21. Grishina A.A. On ruled helical surfaces. Strength, Creep, and Destruction of Building and Mechanical Materials and Structures: Proc. of International Scientific Youth Conference (November 18–21, 2014) (p. 316–319). Moscow: RUDN University Publ.; 2014. (In Russ.)
22. Titsa L., Dragovich M., Kilibarda L., Milosevic M. Spiral structures in modern architecture. *Modern problems of mechanics, energy efficiency of equipment and resource-saving technologies: Collection of scientific school-seminar of young scientists and students with international participation (Moscow, RUDN University, September 15–17, 2015)* (p. 185–188). Moscow: RUDN University Publ.; 2015.
23. Akili J., Grinko E.A. The application of topographic and continuously-topographic surfaces in mine surveying practice. *Nauchnomu progressu – tvorchestvo molodykh [Creative Work of Youths for Scientific Progress]*: Proc. of the IX International Youth Scientific Conference on Natural Scientific and Technical Branches of Science (Yoshkar-Ola, April 18–19, 2014) (p. 133–135). Yoshkar-Ola, 2014. (In Russ.)
24. Akili J. Mathematical modelling of topographic and continuously-topographic surfaces. Strength, Creep, and Destruction of Building and Mechanical Materials and Structures: Proc. of International Scientific Youth Conference (November 18–21, 2014) (p. 330–334). Moscow: RUDN Publ.; 2014. (In Russ.)
25. Krivoshapko S.N. Static analysis of shells with developable middle surfaces. *Applied Mechanics Reviews*. 1998; 51(12(1)):731–746.
26. Aleshina O.O. Studies of geometry and calculation of torso shells of an equal slope. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2019;(3):63–70. (In Russ.)
27. Yakimchuk E.V. Using surface of hyperbolic paraboloid in architecture. *Prikladna geometriya, dizayn ta ob'ekti intelektual'noy vlasnosti: materiali II-oy Mizhnarodnoy naukovo-praktichnoy konferentsii studentiv, aspirantiv ta molodikh vchenikh* (issue 2, p. 209–213). Kiev: DIYa Publ.; 2013. (In Russ.)
28. Krivoshapko S.N. Optimal shells of revolution and main optimizations. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2019;15(3):201–209. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-3-201-209>
29. Krivoshapko S.N. Shells of revolution of non-trivial forms. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Stroitel'stvo*. 2018;7(715):66–79. (In Russ.)
30. Borsenkova Yu.V. Chernikova V.V. Selection of optimal surface of revolution. *Nauchnomu progressu – tvorchestvo molodykh [Creative Work of Youths for Scientific Progress]*. 2018;(4):15–18. (In Russ.)
31. Krivoshapko S.N., Bock Hyeng C.A., Mamieva I.A. Chronology of erection of the earliest reinforced concrete shells. *International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences*. 2014;18(20):95–108.
32. Krivoshapko S.N. The perspectives of application of thin-walled plastic and composite polymer shells in civil and industrial architecture. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*. 2018;37(4):217–229. DOI: 10.1177/0731684417740770.
33. Komarova I.A. The application of metal structures in 2002–2014. *Nauchnomu progressu – tvorchestvo molodykh [Creative Work of Youths for Scientific Progress]*: Proc. of the IX International Youth Scientific Conference on Natural Scientific and Technical Branches of Science (Yoshkar-Ola, April 18–19, 2014) (p. 174–175). Yoshkar-Ola; 2014. (In Russ.)
34. Adegoke Muritala Adedapo. Advanced materials and technologies for energy efficient buildings. *Strength, Creep, and Destruction of Building and Mechanical Materials and Structures: Proc. of International Scientific Youth Conference (November 18–21, 2014)* (p. 198–204). Moscow: RUDN University Publ.; 2014. (In Russ.)
35. Ponomareva A.A. Variety of space net structures from glued wood. *Prikladna geometriya, dizayn ta ob'ekti intelektual'noy vlasnosti: materiali II-oy Mizhnarodnoy naukovo-praktichnoy konferentsii studentiv, aspirantiv ta molodikh vchenikh* (issue 2, p. 244–246). Kiev: DIYa Publ.; 2013. (In Russ.)
36. Khyeifets A.L., Samorukov A.V., Butorina I.V. On opportunity of architectural design on the base of analytical surfaces. *Nauka YuUrGU. Sekzii technicheskikh nauk: Materiali 63-iy nauchn. konf.* (vol. 1, p. 187–190). Chelyabinsk; 2011. (In Russ.)
37. Bradshaw R., Campbell D., Gargari M., Mirmiran A., Tripeny P. Special structures. Past, present, and future. *Journal of Structural Engineering*. 2002;128(6):691–701.