

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА ИНЖЕНЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ

2019 Том 15 № 4

DOI 10.22363/1815-5235-2019-15-4

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (открытый доступ)

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал
Издается с 2005 г.

Свидетельство о регистрации СМИ ПИ № ФС77-19706 от 13 апреля 2005 г.

выдано Федеральной службой по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране наследия
Учредитель: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»

ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online)

Периодичность: 6 выпусков в год.

Языки: русский, английский.

Журнал индексируют: РИНЦ, Cyberleninka, DOAJ, EBSCOhost, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, Dimensions.

Включен в Перечень ведущих научных журналов и изданий ВАК при Минобрнауки России по группе научных специальностей 05.23.01 – Строительные конструкции, здания и сооружения, 05.23.02 – Основания и фундаменты, подземные сооружения, 05.23.17 – Строительная механика.

Подписной индекс по каталогу агентства «Роспечать» – 20479 (полгода).

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал «*Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*» знакомит читателей с достижениями отечественных и зарубежных ученых в области геометрии пространственных конструкций, сопротивления материалов, строительной механики, теории упругости и расчета строительных и машиностроительных конструкций, освещает вопросы научно-технического прогресса в строительстве и машиностроении, публикует аналитические обзоры по теме журнала.

Сайт журнала содержит полную информацию о журнале, его редакционной политике и этических принципах, требования к подготовке и условия публикации статей, а также полные выпуски журнала с 2008 г. (в рамках политики свободного доступа).

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Акимов П.А., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

ЗАМЕСТИТЕЛЬ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

Галишикова В.В., д-р техн. наук, доц., РУДН, Москва, Россия

ИСПОЛНИТЕЛЬНЫЙ РЕДАКТОР

Мамиева И.А., РУДН, Москва, Россия

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ:

Азапов В.П., д-р техн. наук, проф., МГСУ, Москва, Россия

Андреев В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Баженов В.А., акад., Национальная академия педагогических наук, д-р техн. наук, проф., КНУСА, Киев, Украина

Буй Суан Нам, доцент, Ханойский университет горного дела и геологии, Ханой, Вьетнам

Ванин В.В., д-р техн. наук, проф., Киевский политехнический университет, Киев, Украина

Голык В.И., д. член РАЕН, д-р техн. наук, проф., Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет), Владикавказ, Россия

Заксенхофер Райханд Ф., профессор, Горный университет в Леобене, Австрия

Зверев Е.М., д-р техн. наук, проф., ИПМ РАН, Москва, Россия

Иванов С.П., д-р техн. наук, проф., ПГТУ (ВолгаТех), Йошкар-Ола, Россия

Карпенко Н.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИИСФ РААСН, Москва, Россия

Колчунов В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ЮЗГУ, Курск, Россия

Красич Соня, кандидат технических наук, Нишский университет, Ниш, Сербия

Лисичкин С.Е., д-р техн. наук, ООО «ИЦСКТЭ», Москва, Россия

Ляхович Л.С., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ТГАСУ, Томск, Россия

Магуле Фредерик, профессор, Высшая инженерная школа «Централь Сьюпелек», Университет Париж-Сакли, Франция

Мандроне Джузеппе, доцент, Университет Турина, Италия

Обозов В.И., д-р техн. наук, проф., ЦНИИСК, Москва, Россия

Санжаровский Р.С., д-р техн. наук, проф., ЕНУ им. Гумилева, Астана, Казахстан

Травуш В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ЭНПИ, Москва, Россия

Якунов Н.М., чл.-корр. РИА, д-р техн. наук, проф., ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

СОДЕРЖАНИЕ

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

- Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Дмитриев Д.С., Павлов А.С., Дядченко Ю.Н., Нагибович А.И.* Расчетное обоснование механической безопасности Конгресс-холла в Челябинске 251
- Колчунов В.И., Демьянов А.И., Наумов Н.В.* Теория «растворения» и «конденсации» физико-геометрических характеристик поперечного сечения произвольной формы при кручении стержней 261
- Пятикрестовский К.П.* Критерии прочности стен из крупных кладочных блоков 271
- Лебедь Е.В.* Изменение напряженного состояния каркаса металлического ребристо-кольцевого купола в процессе монтажа 278

ТЕОРИЯ ТОНКИХ ОБОЛОЧЕК

- Косицын С.Б., Акулич В.Ю.* Определение критической нагрузки потери устойчивости стержневой и плоской моделей круговой цилиндрической оболочки, взаимодействующей с основанием 291
- Mamieva I.A.* Influence of the geometrical researches of ruled surfaces on design of unique structures (Влияние геометрических исследований линейчатых поверхностей на создание уникальных сооружений) 299
- Gbaguidi Aisse G.L.* Influence of the geometrical researches of surfaces of revolution and translation surfaces on design of unique structures (Влияние геометрических исследований поверхностей вращения и поверхностей переноса на создание уникальных сооружений) 308

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ

- Клочков Ю.В., Николаев А.П., Вахнина О.В., Клочков М.Ю.* Варианты определяющих соотношений деформационной теории пластичности в расчете оболочки вращения на основе метода конечных элементов 315
- Полякова Л.С., Андреев В.И.* Решение осесимметричной задачи термоупругости радиально неоднородной цилиндрической оболочки численно-аналитическим методом и методом конечных элементов 323

ДИНАМИКА КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ

- Ляпичев Ю.П.* Методика анализа и оценки риска аварий гидросооружений 327

Редактор Ю.А. Занкина
Дизайн обложки: Ю.Н. Ефремова
Компьютерная верстка: Ю.А. Занкина

Адрес редакции:

Российский университет дружбы народов
Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; тел.: +7 (495) 955-08-28; факс: +7 (495) 955-08-28; e-mail: stmj@rudn.ru; i_mamieva@mail.ru

Подписано в печать 23.08.2019. Выход в свет 30.08.2019. Формат 60×84/8.

Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 10,23. Тираж 250 экз. Заказ № 1456. Цена свободная.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов» (РУДН)
Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

Отпечатано в типографии ИПК РУДН
Российская Федерация, 115419, Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

© Российский университет дружбы народов, 2019
© Кахамарка-Сунига Д., фото на обложке
(Железнодорожная станция Окулус, Нью-Йорк, США), 2019

STRUCTURAL MECHANICS OF ENGINEERING CONSTRUCTIONS AND BUILDINGS

2019 VOLUME 15 No. 4

DOI 10.22363/1815-5235-2019-15-4

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (Open Access)

Founded in 2005

by Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)

ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online)

Published 6 times a year.

Languages: Russian, English.

Indexed by RSCI (elibrary.ru), Cyberleninka, DOAJ, EBSCOhost, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, Dimensions.

The Journal has been included in the list of the leading review journals and editions of the Highest Certification Committee of Ministry of Education and Science of Russian Federation in which the basic results of PhD and Doctoral Theses are to be published.

Review-and-analytic and scientific-and-technical peer-reviewed journal "Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings" shows the readers round the achievements of Russian and foreign scientists in the area of geometry of spatial structures, strength of materials, structural mechanics, theory of elasticity and analysis of building and machine-building structures, illumines the problems of scientific-and-technic progress in building and machine-building, publishes analytic reviews on the aims and scope of the Journal.

The Journal website contains full information about the Journal, editorial policy and ethics, requirements for the preparation and publication of the articles, etc., as well as full-text issues of the Journal since 2008 (Open Access).

EDITORIAL BOARD

EDITOR-IN-CHIEF

P.A. Akimov, Chairman, Member of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, DSc, Professor, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

ASSISTANT EDITOR-IN-CHIEF

V.V. Galishnikova, DSc, RUDN University, Moscow, Russia

MANAGING EDITOR

I.A. Mamieva, RUDN University, Moscow, Russia

MEMBERS OF EDITORIAL BOARD:

V.P. Agapov, DSc, Professor, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

V.I. Andreev, Chairman, Member of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, DSc, Professor, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

V.A. Bazhenov, Member of the National Academy of Educational Science of Ukraine, DSc, Professor, Kiev National University of Building and Architecture, Kiev, Ukraine

Xuan Nam Bui, PhD, Assoc. Professor, Hanoi University of Mining and Geology, Hanoi, Vietnam

V.I. Golik, Member of the Russian Academy of Sciences, DSc, Professor, North-Caucasian Institute of Mining and Metallurgy (State Technological University), Vladikavkaz, Russia

S.P. Ivanov, DSc, Professor, Volga State University of Technology, Yoshkar-Ola, Russia

N.I. Karpenko, Member of the RAACS, DSc, Professor, NIISF RAACS, Moscow, Russia

V.I. Kolchunov, Member of the RAACS, DSc, Professor, South-West State University, Kursk, Russia

Sonja Krasic, PhD of Technical Science, University of Nis, Nis, Serbia

S.E. Lisichkin, DSc, Scientific Research Institute of Energy Structures, Moscow, Russia

L.S. Lyakhovich, Member of the RAACS, DSc, Professor, Tomsk State University of Architecture and Building (TSUAB), Tomsk, Russia

Fredéric Magoulès, DSc, Professor, Centrale Supélec, Université Paris-Saclay, France

Giuseppe Mandrone, PhD, Ass. Prof. in Engineering Geology, University of Torino, Italy

V.I. Obozov, DSc, Professor, Central Research Institute of Building Structures (TzNIISK im. V.V. Kucherenko), Moscow, Russia

Reinhard F. Sachsenhofer, PhD, Professor, Montanuniversität Leoben, Austria

R.S. Sanjarovskiy, DSc, Professor, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

V.I. Travush, Member of the RAACS, DSc, Professor, ENPI, Moscow, Russia

V.V. Vanin, DSc, Professor, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kiev, Ukraine

N.M. Yakupov, Corresponding Member of Russian Engineering Academy, DSc, Professor, IME of FIC KazanSC of RAS, Russia

E.M. Zveryaev, DSc, Professor, Keldysh Institute of Applied Mathematics (Russian Academy of Sciences), Moscow, Russia

CONTENTS

ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

- Belostotsky A.M., Akimov P.A., Dmitriev D.S., Pavlov A.S., Dyadchenko Yu.N., Nagibovich A.I.* Numerical analysis of mechanical safety parameters of Congress Hall building in Chelyabinsk 251
- Kolchunov V.I., Demyanov A.I., Naumov N.V.* Theory of "dissolution" and "condensation" of the physical geometric characteristics of an arbitrary cross-section under the action of torsion with bending 261
- Pyatikrestovsky K.P.* Criteria of strength of walls from large masonry blocks 271
- Lebed E.V.* Changes in the stressed state of the framework of the metal ribbed-ring dome during the assembly process 278

THEORY OF THIN ELASTIC SHELLS

- Kosytsyn S.B., Akulich V.Yu.* The definition of the critical buckling load beam model and two-dimensional model of the round cylindrical shell that interact with the soil 291
- Mamieva I.A.* Influence of the geometrical researches of ruled surfaces on design of unique structures 299
- Gbaguidi Aisse G.L.* Influence of the geometrical researches of surfaces of revolution and translation surfaces on design of unique structures 308

NUMERICAL METHODS OF ANALYSIS OF STRUCTURES

- Klochkov Yu.V., Nikolaev A.P., Vakhnina O.V., Klochkov M.Yu.* Variants of determining correlations of deformation theory of plasticity in the calculation of shell of rotation on the basis of finite element method 315
- Polyakova L.S., Andreev V.I.* Solution of the axisymmetric problem of thermoelasticity of a radially inhomogeneous cylindrical shell by numerical-analytical method and the finite element method 323

DYNAMICS OF STRUCTURES AND BUILDINGS

- Lyapichev Yu.P.* Methods of analysis and risk assessment of accidents of hydraulic structures 327

Copy Editor Iu.A. Zaikina
Graphic Designer Iu.N. Efremova
Layout Designer Iu.A. Zaikina

Address of the Editorial Board:

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)
6 Miklukho-Maklaya St., Moscow, 117198, Russian Federation; tel.: +7 (495) 955-08-28; fax: +7 (495) 955-08-28; e-mail: stmj@rudn.ru; i_mamieva@mail.ru

Printing run 250 copies. Open price

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)
6 Miklukho-Maklaya St., Moscow, 117198, Russian Federation

Printed at Publishing House of RUDN University
3 Ordzhonikidze St., Moscow, 115419, Russian Federation

© Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 2019
© Cajamarca-Zuñiga D., photo on the cover of the Journal
(Oculus Train Station, New York, USA), 2019

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ
ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURESDOI 10.22363/1815-5235-2019-15-4-251-260
УДК 624.07:004.942

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Расчетное обоснование механической безопасности Конгресс-холла в Челябинске

А.М. Белостоцкий^{1,2}, П.А. Акимов^{1,2,3,*}, Д.С. Дмитриев², А.С. Павлов², Ю.Н. Дядченко², А.И. Нагибович²¹Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6²Научно-исследовательский центр СтаДиО, Российская Федерация, 125124, Москва, ул. 3-я Ямского Поля, 18³Российская академия архитектуры и строительных наук, Российская Федерация, 107031, Москва, ул. Большая Дмитровка, д. 24, стр. 1

*pavel.akimov@gmail.com

История статьи:

Поступила в редакцию: 3 июня 2019 г.

Доработана: 12 июля 2019 г.

Принята к публикации: 29 июля 2019 г.

Аннотация

Цели. Статья посвящена актуальным вопросам расчетных исследований напряженно-деформированного состояния (НДС), прочности и устойчивости основания и несущих конструкций при основных и особых сочетаниях нагрузок и воздействий, сравнительного анализа результатов альтернативных расчетов уникального проектируемого объекта строительства – общественно-делового центра «Конгресс-холл» в Челябинске. Описаны природные условия района расположения здания, устройство комбинированного основания, фундаментов и несущих конструкций объекта, основные и особые нагрузки (расчетные и нормативные) и их сочетания, постановка задач расчетных исследований, инструментарий их решения и полученные результаты. **Методы.** Дискретизация по пространству и решение результирующих задач математического (численного) моделирования состояния объекта осуществлялись методом конечных элементов в перемещениях. Построены, разработаны и проверены подробные конечноэлементные модели системы «комбинированное основание – несущие конструкции здания» и отдельных подсистем, адекватно отражающие геометрию-жесткостные, инерционные и нагрузочные характеристики объекта и результирующее НДС, проанализирована устойчивость против прогрессирующего обрушения. Все основные расчеты проведены с использованием лицензионного конечноэлементного программного комплекса ANSYS Mechanical, верифицированного в Российской академии архитектуры и строительных наук (РААСН). **Результаты.** Рассмотрены результирующие параметры НДС, прочности и динамики основания и несущих конструкций объекта при нормативно-регламентированных сочетаниях вертикальных и ветровых нагрузок, а также результаты расчетов на устойчивость против прогрессирующего обрушения. В заключении делается обоснованный вывод о достоверности полученных расчетами критериальных параметров, определяющих прочность, устойчивость и динамику несущих конструкций объекта.

Ключевые слова: математическое моделирование; численное моделирование; компьютерное моделирование; численные методы; метод конечных элементов; механическая безопасность; прочность; устойчивость; напряженно-деформированное состояние; уникальный общественно-деловой комплекс

Для цитирования

Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Дмитриев Д.С., Павлов А.С., Дядченко Ю.Н., Нагибович А.И. Расчетное обоснование механической безопасности Конгресс-холла в Челябинске // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 4. С. 251–260. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-251-260>

Белостоцкий Александр Михайлович, доктор технических наук, профессор, член-корреспондент РААСН; профессор, департамент строительства; генеральный директор; eLIBRARY SPIN-код: 8372-9904; Author ID: 16677; ORCID iD: 0000-0003-3727-2168.

Акимов Павел Алексеевич, доктор технических наук, профессор, академик РААСН, профессор; профессор, департамент строительства; заместитель генерального директора по науке; eLIBRARY SPIN-код: 3838-0100; Author ID: 256191; Web of Science ResearcherID: B-4230-2016; Scopus ID: 35974766800.

Дмитриев Дмитрий Сергеевич, ведущий инженер-расчетчик, отдел расчетных исследований; eLIBRARY SPIN-код: 7607-6978; Author ID: 971521.

Павлов Андрей Сергеевич, кандидат технических наук, ведущий инженер-расчетчик, отдел расчетных исследований; eLIBRARY SPIN-код: 2381-8699; Author ID: 215544; ORCID iD: 0000-0002-0539-5094.

Дядченко Юлия Николаевна, старший инженер-расчетчик, отдел расчетных исследований.

Нагибович Александр Игоревич, ведущий инженер-расчетчик, отдел расчетных исследований; eLIBRARY SPIN-код: 3400-0273; Author ID: 803240.

© Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Дмитриев Д.С., Павлов А.С., Дядченко Ю.Н., Нагибович А.И., 2019

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Введение.

Описание объекта и задач исследования

Климат района работ умеренно-континентальный согласно СП 131.13330.2012 [1], нормативная глубина сезонного промерзания принята по СП 22.13330.2016 [2]. Участок, предназначенный для размещения проектируемого здания, расположен в центральном районе Челябинска, на левом и правом берегах реки Миасс и имеет равнинную поверхность. Категория сложности инженерно-геологических условий на участке работ по геологическим условиям в соответствии с СП 47.13330.2012 [3] – III (сложная). Согласно сейсмическому районированию территории Российской Федерации по СП 14.13330.2014 [4] и картам общего сейсмического районирования территории Российской Федерации сейсмическая интенсивность участка работ по ОСР-2015 С (1 %) – 6 баллов. Здание общественно-делового центра представляет собой прямоугольный в плане и разновысотный в углах прямоугольника объем, покрытый оболочкой третьего порядка (гиперболический параболоид – гипар).

Здание запроектировано в виде двух башен (блоки А и С), расположенных на разных берегах реки Миасс, и пролетной части с помещениями (блок В) над рекой, объединяющей башни в единое здание (рис. 1). Башня на левом берегу (блок А) имеет ширину 81,5 м и длину 80,2 м, высота составляет 174,5 м; ширина и длина башни на правом берегу (блок С) 81,5 и 54,4 м соответственно, высота – 96 м; пролетная часть с помещениями, соединяющая башни, равна 81,5 м в ширину и 84,5 м в длину, блок В размещен на арках, которые опираются на фундаменты башен А и С, стрела арок от поверхности воды составляет 13 м. Общая площадь здания – 131 913,75 м². Количество этажей в блоке А – 30, в блоке В – 6, в блоке С – 16. Высота этажей принята разной для разных частей здания и изменяется от 8,1 до 3,9 м в соответствии с функциональным назначением. Согласно техническому заданию на проектирование здание имеет первых два уровня на разных берегах реки, а третьим уровнем на отметке +13,800 они объединяются в единый объем и тем самым соединяют два берега пешеходным мостом в теплом периметре здания. Для входа в здание на отметке ±0,000 на обоих берегах предусмотрены вестибюли с тамбурами, через которые посетители с помощью эскалаторов и лифтов поднимаются на третий уровень и имеют возможность переходить с одного берега реки Миасс на другой.

В качестве исходных материалов для расчетных исследований использовались комплект акту-

альных чертежей и схем объекта, подготовленных в пакете Autodesk AutoCAD, соответствующие файлы в формате pdf, а также весь объем инженерных изысканий, рекомендации по назначению климатических нагрузок и специальные технические условия (СТУ).



Рис. 1. Визуализация здания общественно-делового центра [Figure 1. Visualization of the cultural and business complex]

Для блока А фундаменты приняты свайно-плитными (сваи были предусмотрены на участках залегания скальных грунтов на больших глубинах), стены, колонны и плиты перекрытия выполнены из монолитного железобетона, на некоторых участках имеются металлические колонны, конструкции шпилей – металлические согласно СП 16-13330.2011 [5] и соответствующим СТУ.

Для блока В конструкция покрытия кровли выполнена в виде плоских ферм, объединенных между собой поперечными балками, продольными и поперечными связями (покрытие представляет собой пространственную металлическую конструкцию, плиты перекрытий решены в железобетоне). Внутреннее пространство блока В – каркасная система с железобетонными плитами перекрытий и ядрами жесткости (лифтовыми и лестничными шахтами, стенами ограждения зрительного зала).

Для блока С фундаменты приняты свайно-плитными, стены, колонны и плиты перекрытий выполнены из монолитного железобетона, конструкции шпилей – металлические согласно СП 16-13330.2011 [5] и СТУ.

Сбор нагрузок произведен в соответствии с требованиями СП 20.13330.2016. Снеговые и ветровые нагрузки принимались с учетом рекомендаций Центрального научно-исследовательского института строительных конструкций (ЦНИИСК) имени В.А. Кучеренко АО «Научно-исследовательский центр “Строительство”» (результаты были получены компанией УНИКОН при модельных испытаниях в аэродинамической трубе с учетом аэродинамически значимых объектов окружающей застройки (рис. 2)).

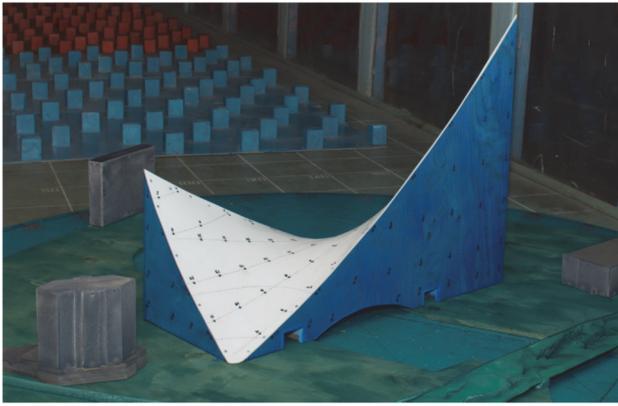


Рис. 2. Модель объекта в аэродинамической трубе
[Figure 2. Object model in a wind tunnel]

Согласно отчету по геологии грунтовые условия по сейсмическим свойствам относятся к I и II категориям. Учитывая СТУ при расчете конструкций принимались следующие поправочные коэффициенты к спектру воздействия: $K_0 = 1,1$, $K_1 = 0,25$, $K_\psi = 1,0$, $A = 0,25$ м/с². В программном комплексе ANSYS использовался спектр ускорений, приведенный вариант которого для грунтов I и II категории с учетом указанных коэффициентов показан на рис. 3.

Определение расчетных сочетаний нагрузок и усилий производилось согласно СП 20.13330.2011 [6], сочетания разделялись на основные и особые (сейсмические и прогрессирующее обрушение).

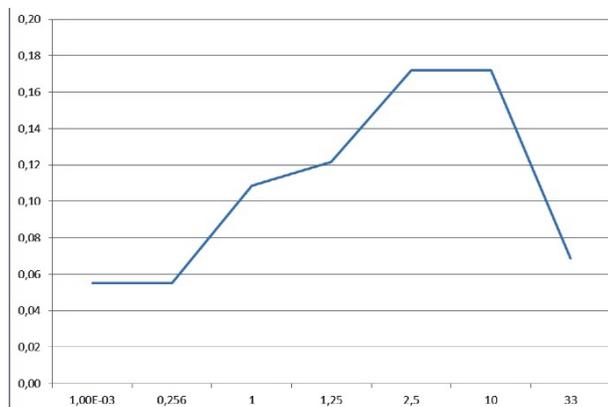


Рис. 3. Приведенный спектр ускорений для программного комплекса ANSYS
[Figure 3. Acceleration spectrum for the ANSYS software package]

В соответствии с техническим заданием были поставлены и решались следующие задачи:

- анализ и обобщение проектной документации и данных изысканий, постановка задач расчетных исследований;
- разработка и верификация расчетных пространственных оболочечно-стержневых конечноэлементных моделей (общую и отдельных блоков) общественно-делового центра;

- определение параметров напряженно-деформированного состояния (перемещения, усилия) при нормативно регламентированных сочетаниях вертикальных и ветровых нагрузок;

- расчеты на устойчивость против прогрессирующего обрушения.

1. Методика исследований

Дискретизация по пространству и решение задач математического (численного) и компьютерного моделирования состояния рассматриваемого объекта осуществлялись методом конечных элементов (МКЭ). Результирующее уравнение движения геометрически линейной системы в матричной форме метода перемещений (в условиях малости перемещений и деформаций) имеет вид [7–13]

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + (K + K_G)\bar{u}(t) = \bar{F}(t) + \bar{R}(\bar{u}, \dot{u}), \quad (1)$$

где M , C , K , K_G – симметрические, положительно определенные, блочноредкозаполненные матрицы масс, демпфирования, жесткости и геометрической жесткости конечноэлементной модели (КЭМ) системы соответственно; t – время; точка ($\dot{\cdot}$) – дифференцирование по времени; $\bar{F}(t)$ – вектор заданных статических и динамических нагрузок; $\bar{R}(\bar{u}, \dot{u})$ – вектор псевдонагрузок, моделирующий физически нелинейные эффекты [14]; $\bar{u}(t)$ – искомый вектор обобщенных динамических перемещений КЭМ.

Общая динамическая постановка (1) естественным образом сводится к важным частным задачам – статической и на собственные значения (собственные частоты и формы колебаний, критические числа и формы потери начальной устойчивости), а также к спектральным формулировкам динамических задач. Для этого используются соответствующие виды нагрузок и решений, выполняется обнуление незначимых матриц. Так, уравнение движения при определении собственных частот колебаний без учета демпфирования имеет вид

$$M\ddot{u}(t) + K\bar{u}(t) = 0. \quad (2)$$

Так как для линейных систем колебания являются гармоническими, то

$$\bar{u}(t) = \bar{\varphi}_i \cos(\omega_i t), \quad (K - \omega_i^2 M)\bar{\varphi}_i = 0, \quad (3)$$

где ω_i – i -ая собственная циклическая частота (в радианах в единицу времени); $\bar{\varphi}_i$ – вектор собственных колебаний.

Отметим, что уравнение движения может также содержать члены уравнения, учитывающие контакт тел, демпфирование, большие деформации. Через

полученные значения циклических частот собственных колебаний можно выразить частоту собственных колебаний:

$$f_i = \omega_i / (2\pi). \quad (4)$$

Очевидно, что разрабатывавшиеся расчетные модели должны были адекватно отражать геометрико-жесткостные и инерционные свойства и нагрузочные характеристики строительных конструкций и основания здания. Для определения перемещений и усилий в строительных конструкциях от действия постоянной и временной, снеговой и ветровой нагрузок строились и анализировались квазистатические расчетные конечноэлементные модели системы «оболочечно-стержневые конструкции – свайное поле» (жесткость свай принималась согласно данным испытаний свай статическими нагрузками). Для определения перемещений и усилий в строительных конструкциях от действия пульсационной ветровой и сейсмической нагрузок строились и анализировались динамические расчетные конечноэлементные модели системы «оболочечно-стержневые конструкции – свайное поле».

Динамическая (пульсационная) составляющая ветрового нагружения определялась на основе статической составляющей с учетом коэффициентов динамичности и пульсации, определенных по СП 20.13330.2011 [6].

Для многоэтажных зданий с постоянными по высоте характеристиками пульсационную составляющую допускается определять по формуле

$$w_p = w_m \xi \zeta(z_e) v, \quad (5)$$

где w_m – значение средней составляющей основной ветровой нагрузки, принимаемое по данным аэродинамических исследований [6; 7]; ξ – коэффициент динамичности, определяемый по графику из [6] при значении логарифмического декремента колебаний $\delta = 0,3$ и параметра $\varepsilon = \sqrt{\gamma_f W_0} / 940 / f_1$; ζ – коэффициент пульсаций ветра; v – коэффициент пространственной корреляции пульсаций давления.

Динамическую реакцию допускается принимать по трем низшим формам колебаний (двум изгибным, одной крутильной) в виде суммы квадратов полученных реакций.

Следует констатировать, что в настоящее время отсутствует обоснованная, внутренне непротиворечивая методика определения критериального параметра – максимального ускорения перекрытий верхних этажей a_{\max} при действии пульсационной составляющей ветровой нагрузки (не должна

превышать $0,08 \text{ м/с}^2$). Практикуются различные приближенные подходы, сводящиеся, как правило, к использованию формулы

$$a_{\max} = u_{\max} \omega^2, \quad (6)$$

где u_{\max} – максимальное горизонтальное перемещение; ω – превалирующая собственная частота (рад/с).

Определение напряженно-деформированного состояния (НДС), динамических характеристик и устойчивости несущих конструкций здания выполнялось по лицензионному программному комплексу (ПК) ANSYS 19.2, реализующему развитые схемы методов конечных элементов и суперэлементов для статических и динамических расчетов пространственных комбинированных систем и поддерживающему все необходимые типы расчетного анализа.

На основании анализа и обобщения имеющихся исходных данных в ПК ANSYS Mechanical были построены и верифицированы пространственные оболочечно-стержневые конечноэлементные модели несущих конструкций отдельных блоков и всего объекта. Железобетонные плиты фундамента, перекрытий, несущие стены моделировались плоскими треугольными и четырехугольными в плане оболочечными конечными элементами (КЭ) постоянной толщины, реализующими гипотезы Кирхгофа – Лява. Железобетонные колонны и балки были представлены пространственными стержневыми КЭ. КЭ жестких вставок типа MPC184 с опцией «жесткая балка» вводились в местах стыковки плит перекрытий и фундаментной плиты с колоннами. Для задания коэффициента жесткости основания (Винклера) элементы поверхностных эффектов типа SURF154 были «наклеены» на фундаментную плиту. Разработаны модели с линейными характеристиками материалов для определения усилий, проверки сечений конструктивных элементов на прочность, определения форм собственных колебаний и форм потери устойчивости. Также разработаны модели для динамических расчетов и расчетов на прогрессирующее обрушение. Эти модели имели более подробную сетку конечных элементов и учитывали геометрическую и физическую нелинейности.

Разработанные расчетные [15] модели адекватно отражали геометрико-жесткостные и инерционные свойства, а также нагрузочные характеристики строительных конструкций и основания здания. Об этом, в частности, свидетельствует и вычислительная размерность построенных ANSYS-моделей. В табл. 1 приведены размерности всех моделей. Особо отметим, что сетка КЭ на плитах фундамента и перекрытий не только обладает необходимой

подробностью для воспроизведения перемещений, сил и моментов, но и сгущена в зонах колонн и пилонов. В табл. 2 представлены сводные данные

по применяемым в ANSYS конечным элементам, которые были использованы в расчетных моделях объекта.

Таблица 1

Разработанные расчетные конечноэлементные модели систем/подсистем несущих конструкций общественно-делового центра и его отдельных блоков
 [Table 1. Computational finite element models of systems/subsystems of load-bearing structures of cultural and business complex and its fragments]

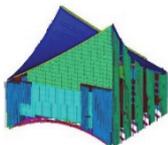
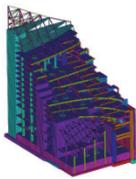
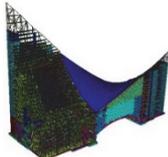
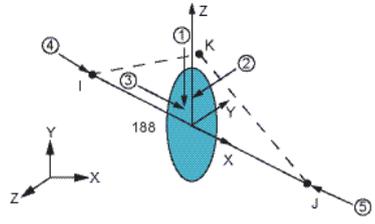
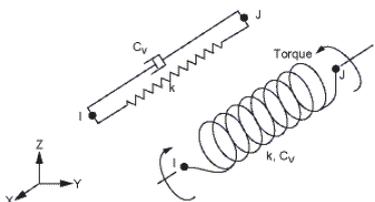
№ [No.]	КЭ-модели системы/подсистемы [Finite element models of systems/subsystems]	Изображение [Visualization]	Количество узлов [Number of nodes]	Количество элементов [Number of finite elements]	Типы КЭ [Types of finite elements]
1	Конструкции блока А – основание [Structures of the block А – foundation]		675 066	635 632	SHELL181 BEAM188 MPC184 SURF154
2	Конструкции блока В – основание [Structures of the block В – foundation]		69 132	93 886	SHELL181 BEAM188 MPC184 SURF154
3	Конструкции блока С – основание [Structures of the block С – foundation]		308 149	322 900	SHELL181 BEAM188 MPC184 SURF154
4	Конструкции всего здания – основание [Structures of the building – foundation]		972 691	1 052 418	SHELL181 BEAM188 MPC184 SURF154

Таблица 2

Конечные элементы в программном комплексе ANSYS
 [Finite elements in ANSYS]

Конечный элемент [Finite element]	Эскиз [Sketch]	Описание [Description]
BEAM188		Двухузловой конечный элемент конечных деформаций [Two-node finite element final deformations]
COMBIN14		Двухузловой конечный элемент пружины, который применяется для моделирования эластомеров [Two-node finite element of springs which is applied for the modeling of elastomers]

Конечный элемент [Finite element]	Эскиз [Sketch]	Описание [Description]
SURF154		Конечный элемент оболочки для приложения нагрузки [Finite element of shells for the application loads]
SHELL181		Трехузловой и четырехузловой конечный элемент оболочки конечных деформаций [Three-node and four-node finite element of end shells deformations]

Соответствие геометрико-жесткостных, инерционных и нагрузочных параметров расчетных моделей проектным данным проверялось:

- визуализацией характерных фрагментов и всей модели в различных ракурсах;
- выдачей объемов, масс и нагрузок характерных фрагментов расчетной модели, их сопоставлением с проектными данными и расчетными моделями в альтернативных программных комплексах;
- анализом результатов статического и динамического расчета, в частности для предельных случаев, имеющих прозрачный физический смысл.

Отметим, что определение собственных частот и форм колебаний механических систем – едва ли не самые информативные верификационные задачи, интегрирующие многие факторы и параметры расчетной модели и в то же время позволяющие выявить их различие.

2. Результаты исследований

Анализ результатов расчетных исследований, выполненных по верифицированному программному комплексу ANSYS Mechanical, показал непротиворечивую картину распределения перемещений и усилий (сил и моментов) в основании, фундаменте и каркасе здания при вертикальных статических и ветровых нагрузках, значимых собственных частот и форм колебаний здания. Критериальные значения кинематических параметров несущих конструкций общественно-делового центра (прогибы, горизонтальные перемещения верха здания, ускорения верхних этажей) находятся в диапазоне нормативно-регламентированных величин (рис. 4).

Проверка сечений покрытия, стальных колонн и опорных арок производилась на основании требований СП 16.13330.2011 [5]. Полученные по комбинациям усилия на базе ПК ANSYS использовались для проверки сечений в сертифицированном ПК СТК-САПР [16].

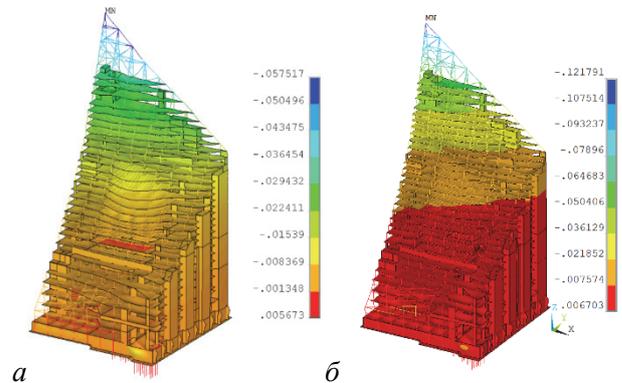


Рис. 4. Блок А. Изополя горизонтальных перемещений U_y (м): а – особое сочетание нагрузок (сейсмическое воздействие по направлению оси Y) $U_{y_{max}} = 57,5$ мм; б – основное сочетание нагрузок (статический ветер в направлении оси Y) $U_{y_{max}} = 121,8$ мм [Figure 4. Block A. Isofields of horizontal displacements U_y (m): а – special load combination (seismic effect along the Y axis direction) $U_{y_{max}} = 57.5$ mm; б – main combination of loads (static wind in the direction of the Y axis) $U_{y_{max}} = 121.8$ mm]

Расчеты включали проверки по первому предельному состоянию (прочность по нормальным, касательным и эквивалентным напряжениям, устойчивости), второму предельному состоянию (гибкости).

Для решения задач устойчивости против прогрессирующего обрушения [17–22] были сформулированы следующие расчетные предпосылки:

– расчет производится в геометрически и физически нелинейной постановке (для стальных конструкций);

– развитие процесса рассматривается во временной области методом прямого интегрирования уравнений динамики (применялся неявный метод Ньюмарка);

– влияние скоростей деформирования на предельную несущую способность элементов в запас не учитывается;

– нагружение модели проводится в два этапа: квазистатически (получение статического НДС конструкций покрытия, временной интервал от 0 до 1,0 сек.) и этап аварийного воздействия (удаление элемента, реакция системы – от 1 сек. и далее до стабилизации или обрушения);

– удаление элемента производится снижением жесткости элемента в 1000 раз за 0,001 сек.;

– расчет производится на расчетные длительные составляющие комбинации нагрузок, которая включает собственный вес, постоянную нагрузку, технологическую нагрузку и снег по карте 1;

– вязкое демпфирование конструкции покрытия принимается 2 % от критического;

– при превышении в любом элементе в любой точке его сечения предела временного сопротивления элемент удаляется из расчетной модели в запас.

На рис. 5 показана схема расположения удаляемых элементов по сценариям инициирующего локального разрушения (сценарий 1 – отказ опорного узла фермы (рис. 6, 7); сценарий 2 – отказ верхнего пояса фермы покрытия в середине пролета).

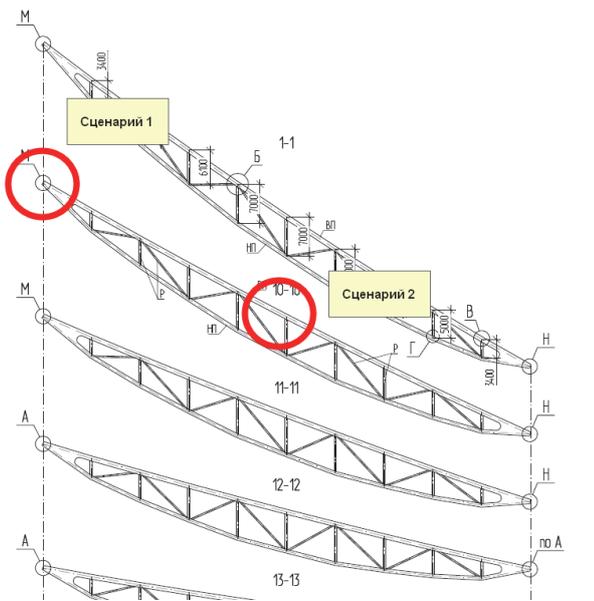


Рис. 5. Схема расположения удаляемых элементов по сценариям 1, 2

[Figure 5. Layout of the remove elements for scenarios 1, 2]

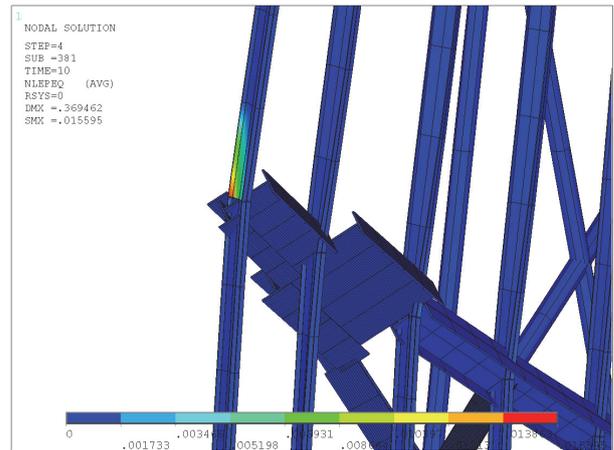


Рис. 6. Накопленные пластические деформации в зоне опорного узла на момент времени 10 сек.

[Figure 6. Accumulated plastic deformation in the area of the reference node at the time of 10 sec.]

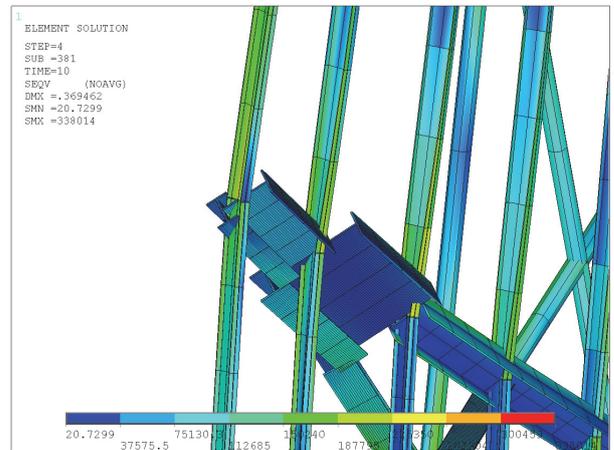


Рис. 7. Эквивалентные напряжения по Мизесу (Па) в зоне опорного узла на момент времени 10 сек.

[Figure 7. Equivalent von Mises stresses (Pa) in the area of the reference node at the time of 10 sec.]

Выполненными расчетными исследованиями сценариев инициирующего локального разрушения несущих конструкций установлено, что при соблюдении принятых параметров проекта (геометрия, свойства материалов и соединений, величины и сочетания нагрузок и воздействий) конструкции каркаса здания устойчивы к прогрессирующему обрушению.

Выводы

Результаты расчетных исследований НДС, прочности и устойчивости основания и несущих конструкций при основных и особых сочетаниях нагрузок и воздействий, а также итоги сравнительного анализа результатов альтернативных расчетов объекта позволяют сделать вывод о механической безопасности [23; 24] соответствующих проектных решений здания общественно-делового центра «Конгресс-холл» в Челябинске.

Полученные результаты математического моделирования для здания общественно-делового центра – статические и ветровые перемещения, собственные частоты и формы колебаний – рекомендуется использовать при разработке программы и методики проведения мониторинга состояния основания и несущих конструкций здания в процессе его строительства и эксплуатации [25; 26].

Список литературы

1. СП 131.13330.2012. Строительная климатология. Актуализированная редакция СНиП 23-01-99* (с Изменениями № 1, 2). Введ. 2013-01-01.
2. СП 22.13330.2016. Основания зданий и сооружений. Актуализированная редакция СНиП 2.02.01-83* (с Изменением № 1). Введ. 2017-07-01.
3. СП 47.13330.2012. Инженерные изыскания для строительства. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 11-02-96. Введ. 2013-07-01.
4. СП 14.13330.2014. Строительство в сейсмических районах. Актуализированная редакция СНиП II-7-81*. Введ. 2014-06-01.
5. СП 16.13330.2011. Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81* (с Изменением № 1). Введ. 2011-05-20.
6. СП 20.13330.2016 Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85* (с Изменением № 1). Введ. 2017-06-04.
7. Белостоцкий А.М., Акимов П.А. Научно-исследовательский центр СтаДиО. 25 лет на фронте численного моделирования // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering (Международный журнал по расчету гражданских и строительных конструкций). 2016. Vol. 12. Issue 1. Pp. 8–45.
8. Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Аул А.А., Дмитриев Д.С., Дядченко Ю.Н., Нагибович А.И., Островский К.И., Павлов А.С. Расчетное обоснование механической безопасности стадионов к Чемпионату мира по футболу 2018 года // Academia. Архитектура и строительство. 2018. № 3. С. 118–129.
9. Rossi D.F., Ferreira W.G., Mansur W.J., Calenzani A.F.G. A Review of Automatic Time-Stepping Strategies on Numerical Time Integration for Structural Dynamics Analysis // Engineering Structures. 2014. Vol. 80. Pp. 118–136.
10. Travush V.I., Belostotsky A.M., Akimov P.A. Contemporary Digital Technologies in Construction. Part 1: About Mathematical (Numerical) Modelling // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. Vol. 456. 012029.
11. Travush V.I., Belostotsky A.M., Akimov P.A. Contemporary Digital Technologies in Construction. Part 2: About Experimental & Field Studies, Material Sciences, Construction Operations, BIM and “Smart” City // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. Vol. 456. 012030.
12. Wang L., Zhong H. A Time Finite Element Method for Structural Dynamics // Applied Mathematical Modelling. 2017. Vol. 41. Pp. 445–461.
13. Yin J., Xu L., Wang H., Xie P., Huang S., Liu H., Yang Z., Li B. Accurate and Fast Three-Dimensional Free

Vibration Analysis of Large Complex Structures Using the Finite Element Method // Computers & Structures. 2019. Vol. 221. Pp. 142–156.

14. Петров В.В. Расчет неоднородных по толщине оболочек с учетом физической и геометрической нелинейностей // Academia. Архитектура и строительство. 2016. № 1. С. 112–117.

15. Ляхович Л.С., Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Роль парадоксов в оценке корректности расчетных моделей // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering (Международный журнал по расчету гражданских и строительных конструкций). 2013. Vol. 9. Issue 2. Pp. 34–42.

16. Водопьянов Р.Ю., Титок В.П., Артамонова А.Е. Программный комплекс ЛИРА-САПР 2015. Руководство пользователя. Обучающие примеры. М.: Электронное издание, 2015. 460 с.

17. Барабаш М.С. Моделирование жизненного цикла конструкций высотных зданий с учетом сопротивляемости прогрессирующему разрушению // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering (Международный журнал по расчету гражданских и строительных конструкций). 2013. Vol. 9. Issue 4. Pp. 101–106.

18. Кашеварова Г.Г., Пенелаяев А.А. Исследование проблемы защиты типовых жилых зданий от прогрессирующего разрушения // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering (Международный журнал по расчету гражданских и строительных конструкций). 2008. Vol. 4. Issue 2. Pp. 69–70.

19. Lin S.-C., Bai Y., Hou J., Huang Y. Progressive Collapse Analysis and Structural Robustness of Steel-Framed Modular Buildings // Engineering Failure Analysis. 2019. Vol. 104. Pp. 643–656.

20. Rahnavard R., Fard F.F.Z., Hosseini A., Suleiman M. Nonlinear analysis on progressive collapse of tall steel composite buildings // Case Studies in Construction Materials. 2018. Vol. 8. Pp. 359–379.

21. Al-Salloum Y.A., Abbas H., Almusallam T.H., Ngo T., Mendis P. Progressive Collapse Analysis of a Typical RC High-Rise Tower // Journal of King Saud University – Engineering Sciences. 2017. Vol. 29. Issue 4. Pp. 313–320.

22. Wilkes J., Krauthammer T. An Energy Flow Approach for Progressive Collapse Assessment // Engineering Structures. 2019. Vol. 190. Pp. 333–344.

23. Travush V., Emelianov S., Kolchunov V., Bulgakov A. Mechanical Safety and Survivability of Buildings and Building Structures under Different Loading Types and Impacts // Procedia Engineering. 2016. Vol. 164. Pp. 416–424.

24. Travush V.I., Martirosyan A.S., Kashevarova G.G. Computer Modeling as Evaluation Method of Column Base Bearing Capacity in Tower Buildings // Procedia Engineering. 2016. Vol. 153. Pp. 773–780.

25. Hattab O., Chaari M., Franchek M.A., Wassar T. An Adaptive Modeling Approach to Structural Health Monitoring of Multistory Buildings // Journal of Sound and Vibration. 2019. 440. Pp. 239–255.

26. Kayukov T.B., Belostotsky A.M., Akimov P.A., Sidorov V.N. Mathematical and Computer Modelling as the Basis of Structural Health Monitoring // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. Vol. 456. 012072.

Numerical analysis of mechanical safety parameters of Congress Hall building in Chelyabinsk

Alexander M. Belostotsky^{1,2}, Pavel A. Akimov^{1,2,3*}, Dmitry S. Dmitriev²,
Andrey S. Pavlov², Yulia N. Dyadchenko², Alexander I. Nagibovich²

¹Peoples' Friendship University of Russia, 6 Miklukho-Maklaya St., Moscow, 117198, Russian Federation

²Scientific Research Center "StADyO", 18 3-ya Yamskogo Polya St., Moscow, 125124, Russian Federation

³Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, 24 Bolshaya Dmitrovka St., Moscow, 107031, Russian Federation

*pavel.akimov@gmail.com

Article history:

Received: June 3, 2019

Revised: July 12, 2019

Accepted: July 29, 2019

For citation

Belostotsky A.M., Akimov P.A., Dmitriev D.S., Pavlov A.S., Dyadchenko Yu.N., Nagibovich A.I. (2019). Numerical analysis of mechanical safety parameters of Congress Hall building in Chelyabinsk. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 15(4), 251–260. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-251-260>

Abstract

Aims of research. The article is devoted to actual problems of computational analysis of stress-strain state, strength and stability of load-bearing structures with allowance for the main and special combinations of loads and impacts, comparison of the results of alternative structural analysis of unique cultural and business complex "Congress Hall" in Chelyabinsk. The natural conditions of the area of location of this object and main load-bearing structures of the object are described. Besides, characteristic and design loads, their combinations, formulation of objectives of computational research and methods of solution are presented. **Methods.** Space discretization and solution of the corresponding problems of mathematical (numerical) and computer modelling of the considering unique building were carried out with the use of finite element method. Detailed finite element models of the coupled system "combined foundation – load-bearing structures" and its fragments (subsystems) were developed and verified. They adequately reflect geometric-stiffness, inertial and load parameters of the object and the resulting stress-strain state. Progressive collapse analysis are under consideration as well. Licensed, certified and verified (by the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences) finite element software package "ANSYS Mechanical" was used. **Results.** The resulting parameters of stress-strain state, strength and dynamics of load-bearing structures of the building with allowance for design (in accordance with design codes) combinations of vertical and wind loads are considered. Besides, information about results of progressive collapse analysis is presented. Thus, a reasonable conclusion is made about the reliability of the criterion parameters of strength, stability and dynamics of the load-bearing structures of the object.

Keywords: mathematical modelling; numerical modelling; computer modelling; numerical methods; finite element method; mechanical safety; strength; stability; stress-strain state; unique cultural and business complex

References

1. SP 131.13330.2012. *Stroitel'naya klimatologiya. Aktualizirovannaya redakciya SNIp 23-01-99* (s Izmeneniyami No. 1, 2) [Construction climatology. Updated version of SNIp 23-01-99* (with Modifications 1, 2)]*. Enter. 2013-01-01.

Alexander M. Belostotsky, Doctor of Science (Technical), Professor, Corresponding Member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences (RAACS); Professor, Department of Construction; Executive Director; eLIBRARY SPIN-code: 8372-9904; Author ID: 16677; ORCID iD: 0000-0003-3727-2168.

Pavel A. Akimov, Doctor of Science (Technical), Professor, Full Member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences (RAACS); Professor, Department of Construction; Vice-Director for Science; eLIBRARY SPIN-code: 3838-0100; Author ID: 256191; Web of Science ResearcherID: B-4230-2016; Scopus ID: 35974766800.

Dmitry S. Dmitriev, leading structural engineer, Department of Computational Analysis; eLIBRARY SPIN-code: 7607-6978; Author ID: 971521.

Andrey S. Pavlov, Candidate of Sciences, leading structural engineer, Department of Computational Analysis; eLIBRARY SPIN-code: 2381-8699, Author ID: 215544; ORCID iD: 0000-0002-0539-5094.

Yulia N. Dyadchenko, senior structural engineer, Department of Computational Analysis.

Alexander I. Nagibovich, senior structural engineer, Department of Computational Analysis; eLIBRARY SPIN-code: 3400-0273; Author ID: 803240.

2. SP 22.13330.2016. *Osnovaniya zdaniy i sooruzhenij. Aktualizirovannaya redakciya SNIp 2.02.01-83* (s Izmeneniyami No. 1) [Foundations of buildings and structures. Updated version of SNIp 2.02.01-83* (with Modification 1)]*. Enter. 2017-07-01.

3. SP 47.13330.2012. *Inzhenernye izyskaniya dlya stroitel'stva. Osnovnye polozheniya. Aktualizirovannaya redakciya SNIp 11-02-96 [Engineering site investigations for construction. Main provisions. Updated version of SNIp 11-02-96]*. Enter. 2013-07-01.

4. SP 14.13330.2014. *Stroitel'stvo v seismicheskikh rajonah. Aktualizirovannaya redakciya SNIp II-7-81* [Construction in seismic areas. Updated version of SNIp II-7-81*]*. Enter. 2014-06-01.

5. SP 16.13330.2011. *Stal'nye konstrukcii. Aktualizirovannaya redakciya SNIp II-23-81* (s Izmeneniyami No. 1) [Steel structures. Updated version of SNIp II-23-81* (with Modification 1)]*. Enter. 2011-05-20.

6. SP 20.13330.2016. *Nagruzki i vozdeystviya. Aktualizirovannaya redakciya SNIp 2.01.07-85* (s Izmeneniyami No. 1) [Loads and impacts. Updated version of SNIp 2.01.07-85* (with Modification 1)]*. Enter. 2017-06-04.

7. Belostotsky A.M., Akimov P.A. (2016). Nauchno-issledovatel'skij centr StaDiO. 25 let na fronte chislenogo modelirovaniya [Scientific Research Centre “StaDiO”. 25 years on the front of numerical modeling]. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 12(1), 8–45.
8. Belostotsky A.M., Akimov P.A., Aul A.A., Dmitriev D.S., Dyadchenko Yu.N., Nagibovich A.I., Ostrovsky K.I. (2018). Raschetnoe obosnovanie mekhanicheskoy bezopasnosti stadionov k Chempionatu mira po futbolu 2018 goda [Analysis of Mechanical Safety of Stadiums for the World Cup 2018]. *Academia. Architecture and Construction*, (3), 118–129.
9. Rossi D.F., Ferreira W.G., Mansur W.J., Calenzani A.F.G. (2014). A review of automatic time-stepping strategies on numerical time integration for structural dynamics analysis. *Engineering Structures*, 80, 118–136.
10. Travush V.I., Belostotsky A.M., Akimov P.A. (2018). Contemporary digital technologies in construction. Part 1: About mathematical (numerical) modelling. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 456, 012029.
11. Travush V.I., Belostotsky A.M., Akimov P.A. (2018). Contemporary Digital Technologies in construction. Part 2: About experimental & field studies, material sciences, construction operations, BIM and “Smart” city. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 456, 012030.
12. Wang L., Zhong H. (2017). A time finite element method for structural dynamics. *Applied Mathematical Modelling*, 41, 445–461.
13. Yin J., Xu L., Wang H., Xie P., Huang S., Liu H., Yang Z., Li B. (2019). Accurate and fast three-dimensional free vibration analysis of large complex structures using the finite element method. *Computers & Structures*, 221, 142–156.
14. Petrov V.V. (2016). Raschet neodnorodnyh po tolshchine obolochek s uchetom fizicheskoy i geometricheskoy nelinejnostej [Calculation of inhomogeneous thickness of shells with considering physical and geometrical nonlinearities]. *Academia. Architecture and Construction*, (1), 112–117.
15. Lyakhovich L.S., Perelmutter A.V., Slivker V.I. (2013). Rol' paradoksov v ocenke korrrektnosti raschetnyh modelej [Role of paradoxes when estimating the correctness of design models]. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 9(2), 34–42.
16. Vodopjanov R.Ju., Titok V.P., Artamonova A.E. (2015). *Programmnyj kompleks LIRA-SAPR 2015. Rukovodstvo pol'zovatelja. Obuchajushhie primery* [Program complex LIRA-SAPR 2015. User's guide. Educational examples]. Moscow: Electronic edition, 460. (In Russ.)
17. Barabash M.S. (2013). Modelirovanie zhiznennogo cikla konstrukcij vysotnyh zdaniy s uchetom soprotivlyaemosti progres-siruyushchemu razrusheniyu [Modeling the Life Cycle High-Rise Buildings Structures in View Resistance Progressive Destruction]. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 9(2), 101–106.
18. Kashevarova G.G., Pepelyaev A.A. (2008). Issledovanie problemy zashchity tipovyh zhilyh zdaniy ot progressiruyushchego razrusheniya [Analysis of the Problem of Protecting of Typical Residential Buildings from Progressive Collapse]. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 4(2), 69–70.
19. Lin S.-C., Bai Y., Hou J., Huang Y. (2019). Progressive Collapse Analysis and Structural Robustness of Steel-Framed Modular Buildings. *Engineering Failure Analysis*, 104, 643–656.
20. Rahnard R., Fard F.F.Z., Hosseini A., Sulaiman M. (2018). Nonlinear analysis on progressive collapse of tall steel composite buildings. *Case Studies in Construction Materials*, 8, 359–379.
21. Al-Salloum Y.A., Abbas H., Almusallam T.H., Ngo T., Mendis P. (2017). Progressive collapse analysis of a typical RC high-rise tower. *Journal of King Saud University – Engineering Sciences*, 29(4), 313–320.
22. Wilkes J., Krauthammer T. (2019). An Energy Flow Approach for Progressive Collapse Assessment. *Engineering Structures*, 190, 333–344.
23. Travush V., Emelianov S., Kolchunov V., Bulgakov A. (2016). Mechanical Safety and Survivability of Buildings and Building Structures under Different Loading Types and Impacts. *Procedia Engineering*, 164, 416–424.
24. Travush V.I., Martirosyan A.S., Kashevarova G.G. (2016). Computer Modeling as Evaluation Method of Column Base Bearing Capacity in Tower Buildings. *Procedia Engineering*, 153, 773–780.
25. Hattab O., Chaari M., Franchek M.A., Wassar T. (2019). An adaptive modeling approach to structural health monitoring of multistory buildings. *Journal of Sound and Vibration*, 440, 239–255.
26. Kaytukov T.B., Belostotsky A.M., Akimov P.A., Sidorov V.N. (2018). Mathematical and Computer Modeling as the Basis of Structural Health Monitoring. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 456, 012072.

DOI 10.22363/1815-5235-2019-15-4-261-270
УДК 624.012.45

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Теория «растворения» и «конденсации» физико-геометрических характеристик поперечного сечения произвольной формы при кручении стержней

Вл.И. Колчунов*, А.И. Демьянов, Н.В. Наумов

Юго-Западный государственный университет, Российская Федерация, 305040, Курск, ул. 50 лет Октября, 94

*vlik52@mail.ru

История статьи:

Поступила в редакцию: 11 июня 2019 г.
Доработана: 29 июля 2019 г.
Принята к публикации: 09 августа 2019 г.

Для цитирования

Колчунов Вл.И., Демьянов А.И., Наумов Н.В. Теория «растворения» и «конденсации» физико-геометрических характеристик поперечного сечения произвольной формы при кручении стержней // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 4. С. 261–270. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-261-270>

Аннотация

Цель исследования заключается в продолжении разработки методики определения напряженно-деформированного состояния стержней при кручении методами сопротивления материалов. **Методы.** Предложен новый подход определения касательных напряжений кручения для стержней произвольного поперечного сечения, базирующийся на упрощенных предпосылках сопротивления материалов. Особенность подхода заключается в аппроксимации прямоугольных и любых сложных поперечных сечений железобетонных конструкций путем описывания вокруг поперечного сечения большого круга с последующим его разбиением на малые квадраты с вписанными в них кругами. **Результаты.** Сформулированы три теоремы, первая из которых связывает накопление касательных напряжений (приращения) от граней прямоугольника до середины прямоугольного сечения с формулой определения касательных напряжений для круглых сечений. Вторая теорема позволяет установить связь между касательными напряжениями, вычисленными для каждого из малых квадратов-крутов, и касательными напряжениями большого круга через их приращение. Третья теорема дает возможность найти касательные напряжения для каждого из малых квадратов-крутов. Предложенный подход позволяет снять вопрос о необходимости использования специальных таблиц для расчета и не только в упругой стадии. Он также позволяет отделить напряженно-деформированное состояние в целом наборе круглых сечений от дополнительного поля, связанного с деформацией прямоугольного сечения. Помимо этого, представленные подходы дают возможность учитывать концентрацию угловых деформаций во входящих углах и других резко изменяющихся геометрических параметрах.

Ключевые слова: методика расчета; кручение; напряженно-деформированное состояние; сопротивление материалов; деформация; концентрация; растворение; конденсация; статико-геометрические характеристики; железобетонные стержни

Введение

Из сопротивления материалов известно, что задачу определения напряжений и деформаций при кручении стержня некруглого поперечного сечения нельзя решить методами, базирующимися на упрощенных предпосылках этой экспериментально-тео-

ретической науки, являющейся одним из разделов строительной механики. Такая задача обычно решается с использованием методов теории упругости и пластичности [1–3]. Тем не менее использование рабочих гипотез сопротивления материалов применительно к стержневым конструкциям весьма привлекательно. В связи с этим возникает резонный вопрос о степени категоричности утверждения о том, что нельзя решить обозначенную выше задачу методами сопротивления материалов? Все ли подходы [4–12] и резервы при этом исчерпаны?

Целью настоящего исследования является продолжение разработки методики определения напряженно-деформированного состояния стержней при

Колчунов Владимир Иванович, доктор технических наук, профессор кафедры уникальных зданий и сооружений.
Демьянов Алексей Иванович, кандидат технических наук, доцент кафедры уникальных зданий и сооружений.
Наумов Николай Валерьевич, аспирант кафедры уникальных зданий и сооружений.

© Колчунов Вл.И., Демьянов А.И., Наумов Н.В., 2019

 This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

кручении методами сопротивления материалов. В задачи исследования входила разработка оригинальных подходов и методик для достижения поставленной цели.

1. Расчетная модель. Решение основных задач

В ходе исследования попытаемся получить решение поставленных задач, оставаясь в рамках гипотез сопротивления материалов. Для решения задачи будем аппроксимировать различные сечения стержней с помощью разбивки их на малые квадраты с последующим вписыванием в эти квадраты кругов. Тогда применительно к этим малым кругам, составляющим поперечное сечение стержней любой формы, будут справедливы формулы сопротивления материалов, полученные для круглых поперечных сечений. При этом необходимо решить три сопутствующие задачи: во-первых, учесть деформацию поперечных сечений стержней некруглой произвольной формы с помощью какой-либо рекуррентной формулы; во-вторых, корректно просуммировать элементарные круги, посредством которых аппроксимируется поперечное сечение любой формы с распределением приходящихся на них крутящих моментов; в-третьих, учесть наличие концентрации деформаций в зоне входящих углов поперечного сечения произвольной формы и местной деформации в углах и других резко изменяющихся геометрических параметрах, а также ее «возврата» в местах, соседствующих с квадратами с нулевой жесткостью.

Решение первой из этих задач предложено нами в работах [7; 13]. При этом основные поправки будут касаться деформации некруглых поперечных сечений.

Для решения второй задачи, будем использовать следующий подход. Вокруг некруглого поперечного сечения описывается большой круг, в котором условно «растворяется» фигура поперечного сечения. При этом все поле большого круга разбивается на ряд квадратов, которые впоследствии заменяются вписанными в них малыми кругами. Малые круги, попавшие в зону, ограниченную контуром поперечного сечения стержня, служат в качестве «конденсирующих» – в них сосредотачиваются элементы жесткости и эффективные значения параметров напряженно-деформированного состояния, которые обеспечивают сопротивление поперечного сечения стержня сдвигу при кручении.

Ранее нами была рассмотрена подобная задача только с одним рядом разбивки по ширине прямоугольного сечения на малые круги [7].

Проанализировав все недостатки отмеченного разбиения, мы усовершенствовали предлагаемый подход. А именно: описываемый круг включает в себя уже не три малых круга, а целый набор таких кругов, которые аппроксимируют любое поперечное сечение, например фигура А – В – С – D для прямоугольного сечения (рис. 1).

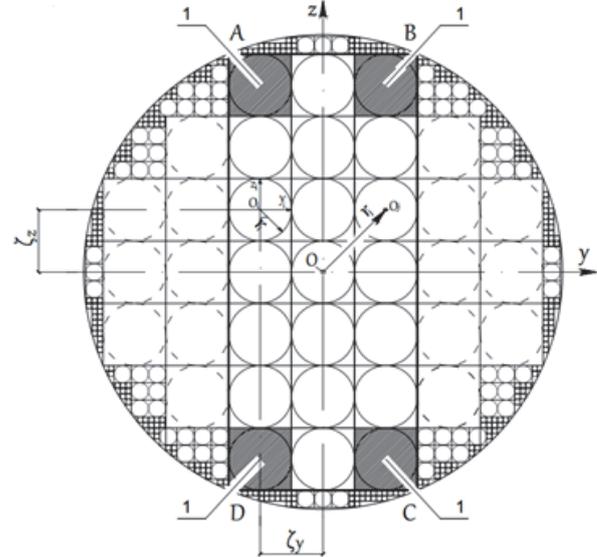


Рис. 1. Аппроксимация прямоугольного поперечного сечения стержня с помощью квадратов и вписанных в них кругов [Figure 1. Approximation of a rectangular cross-section of rods using squares and circles inscribed in them]

Теперь применительно к большому кругу, включающему в себя в том числе и поперечное сечение произвольной формы (рис. 1), можно использовать формулы сопротивления материалов для круглых стержней. Такие формулы справедливы и для каждого из малых кругов, на которые в свою очередь разбит большой круг. В результате представляется возможным записать рекуррентные формулы применительно к расчету стержней произвольного поперечного сечения с введением необходимых поправочных коэффициентов.

2. Введение понятий и формулировка теорем

Анализируя предложенный подход, возникает необходимость во введении понятия эквивалентности между характеристиками крутильной жесткости прямоугольного сечения и круга, описанного вокруг этого прямоугольного сечения:

$$G_{\text{equ}} = \frac{G_{\text{rec}} \cdot I_{\text{rec}}}{I_{\text{bcir}}} = \frac{G_{\text{rec}} \cdot \sum_{i=1}^n (I_{t,i} + r_j^2 \cdot A_i)}{I_{\text{bcir}}}, \quad (1)$$

где I_{bcir} – полярный момент инерции большого круга, описанного вокруг прямоугольного сечения; G_{rec} – модуль сдвига материала прямоугольного сечения; I_{rec} – полярный момент инерции прямоугольного сечения; $I_{t,i,j}$ – полярный момент инерции малых квадратов-кругов, попадающих в контур прямоугольного сечения; n – число малых квадратов-кругов, попадающих в контур прямоугольного сечения; G_{equ} – «эквивалентный» модуль сдвига, связанный с «растворением» в большом круге поперечного сечения произвольной формы, состоящего из ряда малых кругов; r_j – расстояние между центрами большого круга O и малого круга O_i ; A_i – площадь i -того круга.

Для приведения значений полярных моментов к большому кругу будем использовать коэффициент α , отыскиваемый по формуле

$$\alpha = \frac{G_{rec}}{G_{equ}}. \quad (2)$$

В предложенном подходе будем различать не только касательные напряжения τ_1 , возникающие при кручении круглых сечений, но и их приращения $\Delta\tau$ при рассмотрении полосок (сечений), располагаемых от периметра прямоугольного сечения или сечения сложной формы («растворяемых» в описанном большом круге) к его центру, а также значения касательных напряжений, вычисленные для каждого из малых квадратов-кругов в полоске (сечении) и обозначенные как τ_2 .

Согласно определению касательных напряжений, в любом круге τ_1 находится по формуле

$$\tau_1 = \frac{M_t}{I_{bcir}} \cdot r_j = \frac{M_t}{I_{rec} \cdot \alpha} \cdot r_j = \sum \Delta\tau, \quad (3)$$

где M_t – крутящий момент, действующий на прямоугольное сечение.

Применительно к $\Delta\tau$ для любой полоски (сечения), расположенной в пределах большого круга, формула (3) может быть преобразована к виду

$$\Delta\tau = \frac{\sum_{i=1}^f M_{t,i}}{I_{bcir}} \cdot r_j = \frac{\sum_{i=1}^f M_{t,i}}{I_{rec} \cdot \alpha} \cdot r_j, \quad (4)$$

где $M_{t,i}$ – крутящий момент, приходящийся на каждый i -тый малый квадрат-круг; f – число малых квадратов-кругов в одной полоске (сечении); $I_{t,i,j}$ – полярный момент инерции соответ-

ствующего i -того квадрата-круга относительно геометрического центра O большого круга, равный собственному полярному моменту инерции $I_{t,i}$, складываемому с добавочным, равным произведению квадрата расстояния r_j между центром O и центром i -того малого квадрата-круга O_i на площадь i -того малого квадрата-круга A_i .

Действительно, сумма $M_{t,i}$, стоящего в числителе формулы (4), равна суммарному моменту M_t в формуле (3). Таким образом, формула (4) представляет собой некое разложение формулы (3) по приращениям. При этом отдельное приращение может иметь качественно иной вид, чем сумма этих приращений. Здесь можно провести аналогию между касательными напряжениями τ и накапливаемыми сдвигающими силами T [14].

Запишем формулу для определения касательных напряжений τ_2 , вычисленных для каждого из малых квадратов-кругов в полоске (сечении) вертикальной или горизонтальной аналогично формуле (3):

$$\tau_2 = \frac{\sum_{i=1}^f M_{t,i}}{I_{t,i,j} \cdot \alpha} \cdot r_j. \quad (5)$$

Распределение крутящего момента, действующего в большом круге на его составляющие, приходящиеся на каждый малый i -тый квадрат-круг, определяется по формуле, вытекающей из пропорциональности сдвиговых жесткостей:

$$M_{t,i} = M_t \cdot \frac{A_i \cdot G_{rec}}{A_{rec} \cdot G_{rec}} = M_t \cdot \frac{A_i}{A_{rec}}. \quad (6)$$

Важно заметить, что для распределенного крутящего момента должно выполняться соотношение, вытекающее из условия равновесия:

$$\sum_{i=1}^n M_{t,i} = M_t. \quad (7)$$

При обобщении предложенного подхода были выявлены некоторые общие закономерности, которые могут быть представлены в виде следующих теорем.

Теорема 1. Сумма приращений касательных напряжений $\Delta\tau$, накапливаемых в полосках (сечениях) от краев к середине прямоугольного сечения, вписанного в большой круг относительно центра этого большого круга, совпадающего с центром

прямоугольника, равна касательным напряжениям τ_1 в любой выбранной точке этого большого круга с учетом соответствующих «эквивалентных» и «конденсируемых» характеристик.

$$\sum_{i=1}^{n/2} \Delta\tau = \sum_{m=1}^k \frac{\sum_{i=1}^f M_{t,i}}{I_{\text{rec}} \cdot \alpha} \cdot r_j = \tau_1 = \frac{M_t}{I_{\text{bcir}}} \cdot r_j, \quad (8)$$

где k – число полосок (сечений) вертикальных или горизонтальных, на которые разбивается прямоугольное поперечное сечение (рис. 2, *c*) от края сечения до сечения, в котором определяется τ_1 ; f – число малых квадратов-кругов в одной полоске (сечении).

Таким образом интегральная эпюра $\Delta\tau$ (просуммированная) трансформируется в эпюру τ_1 , построенную для центрального сечения круга.

Доказательство теоремы 1. Просуммируем составляющие, стоящие в числителе формул, для определения $\Delta\tau$ по всем полоскам (включающим набор малых квадратов-кругов вдоль выбранного сечения) от краев до середины прямоугольного сечения. Тогда в числителе получим значение полного момента M_t , а в знаменателе – значение полного момента инерции для произвольного поперечного сечения, «растворяемого» в большом круге. Полученная эпюра принимает вид, обусловленный формулой для определения касательных напряжений τ_1 .

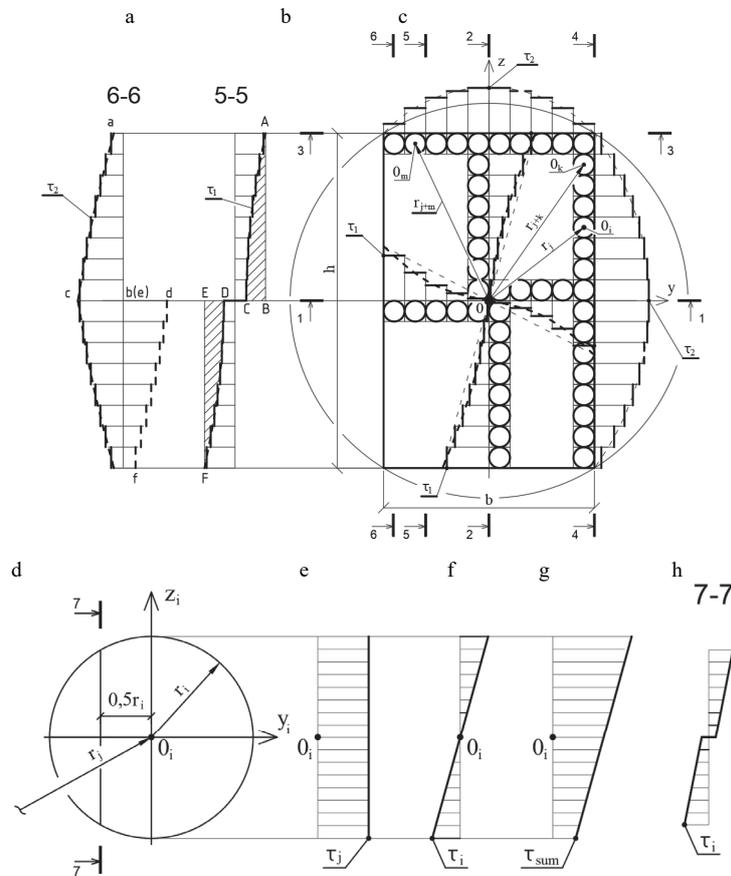


Рис. 2. Эпюры приращений касательных напряжений (*a, c*) и эпюры касательных напряжений в различных сечениях (*b, c*) для прямоугольного сечения и описанного вокруг него большого круга; поперечное сечение малого i -того круга (*d*) с усредненной эпюрой касательных напряжений кручения $\tau_{t,j,i,\text{spr}}$ в i -том круге (*e*), эпюрой местных напряжений τ_{loc} в i -том круге (*f*) и суммарной эпюрой $\tau_{t,j,i,\text{spr}}$ и τ_{loc} в i -том круге (*g*), эпюрой местных напряжений на расстоянии $0,5 r_i$ от центра O_i (*h*)

[Figure 2. Diagrams of increments of tangential stresses (*a, c*) and diagrams of tangential stresses in various sections (*b, c*) for a rectangular section and a large circle described around it; the cross section of the small i -th circle (*d*) with the averaged diagram of tangential torsional stresses $\tau_{t,j,i,\text{spr}}$ in the i -th circle (*e*), the diagram of local stresses τ_{loc} in the i -th circle (*f*) and the total diagram of $\tau_{t,j,i,\text{spr}}$ and τ_{loc} in the i -th circle (*g*), the diagram of local stress at a distance of $0.5 r_i$ from the center O_i (*h*)]

Теорема 2. Значения касательных напряжений, вычисленные для каждого из малых квадратов-кругов τ_2 , могут быть выражены через приращение $\Delta\tau$.

$$\tau_2 = \frac{\sum_{i=1}^f M_{t,i}}{I_{t,i,j} \cdot \alpha} \cdot r_j = \Delta\tau \cdot p, \quad (9)$$

где p – функция от $I_{t,i,j}$.

Доказательство теоремы 2. Введем в числитель и знаменатель полярный момент инерции большого круга I_{bcir} , после заменим часть выражения на $\Delta\tau$ по формуле (4). Часть, оставшуюся без изменений, обозначим через p .

$$\tau_2 = \frac{\sum_{i=1}^f M_{t,i}}{I_{t,i,j} \cdot \alpha} \cdot r_j = \frac{\sum_{i=1}^f M_{t,i}}{I_{bcir}} \cdot \frac{I_{bcir}}{I_{t,i,j} \cdot \alpha} \cdot r_j = \frac{\sum_{i=1}^f M_{t,i}}{I_{bcir}} \cdot r_j \cdot p = \Delta\tau \cdot p. \quad (10)$$

$$p = \frac{I_{bcir}}{I_{t,i,j} \cdot \alpha} = \frac{I_{bcir}}{(I_{t,i} + A_i \cdot r_j^2) \cdot \alpha}. \quad (11)$$

Как видно из полученного выражения, значение p имеет зависимость от $I_{t,i,j}$.

Теорема 2 позволяет установить связь между касательными напряжениями τ_2 и касательными напряжениями большого круга τ_1 через их приращение $\Delta\tau$.

Следствие из теоремы 2. Установленная взаимосвязь эпюр τ_1 и τ_2 через $\Delta\tau$ позволяет сравнить их и отметить, что с учетом знаков они взаимодополняют друг друга до прямоугольника (рис. 4).

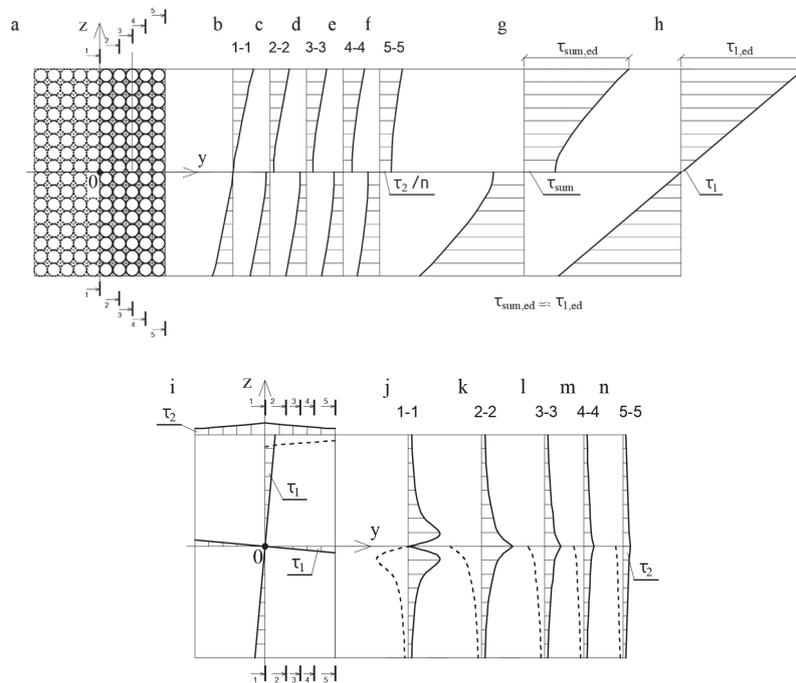


Рис. 3. Аппроксимация прямоугольного поперечного сечения при помощи малых квадратов-кругов (а); эпюры приращений $\Delta\tau$ в сечениях 1-1 – 5-5 (b-f); суммарная эпюра (g); эпюра касательных напряжений τ_1 в большом круге (h); прямоугольное сечение с эпюрами τ_1 в центральных сечениях и эпюрами τ_2 на гранях сечения (i); эпюры τ_2 в сечениях 1-1 – 5-5 (j-n)

[Figure 3. Approximation of a rectangular cross-section using small squares-circles (a); distribution of increments $\Delta\tau$ in sections 1-1 – 5-5 (b-f); summed distribution (g); distribution of tangential stresses in a large circle (h); rectangular cross-section with distribution of τ_1 in the central sections and distribution of τ_2 on the edges of the section (i); distribution of τ_2 in sections 1-1 – 5-5 (j-n)]

Теорема 3. Значения касательных напряжений, вычисленные для каждого из малых квадратов-кругов, обозначенные через τ_2 , для сечений (полосок, включающих набор малых квадратов-кругов вдоль выбранного сечения), расположенных вблизи контурных граней прямоугольника, то есть достаточно удаленных от центра O , обратно пропорциональны радиусам r_j , проведенным из центра большого круга до центра соответствующего i -того квадрата-круга.

$$\tau_2 = \frac{M_t}{A_t} \cdot \frac{1}{r_j}. \quad (12)$$

Доказательство теоремы 3. В соответствии с формулой (4) полярный момент инерции соответствующего i -того квадрата-круга относительно центра тяжести O большого круга $I_{t,i,j}$ равен собственному полярному моменту инерции $I_{t,i}$, складыва-

емому с добавочным, равным произведению квадрата расстояния между центром O и центром i -того малого квадрата-круга O_i на площадь i -того квадрата-круга. При этом, если квадраты-круги находятся в сечениях – полосках, включающих набор малых квадратов-кругов вдоль выбранного сечения, удаленных от центра O (например, в сечениях, расположенных вблизи контурных граней прямоугольника), значениями собственных полярных моментов инерции можно пренебречь по сравнению с добавочными моментами инерции. Тогда из формулы (4) получим:

$$\tau_2 = \frac{\sum_{i=1}^f M_{t,i}}{I_{t,i,j} \cdot \alpha} \cdot r_j = \frac{M_t \cdot \sum_{i=1}^f A_i}{A_i \cdot r_j^2 \cdot \alpha} \cdot r_j = \frac{M_t \cdot f}{A_{\text{rec}} \cdot \alpha} \cdot \frac{1}{r_j} \quad (13)$$

В полученной формуле (13) τ_2 обратно пропорционально r_j , что и требовалось доказать.

Использование эпюр таких напряжений τ_2 позволяет выполнить аппроксимацию распределения касательных напряжений кручения прямоугольников как в центральных сечениях, так и в сечениях, расположенных по его периметру (рис. 2, $a-c$ и 3, $a-h$).

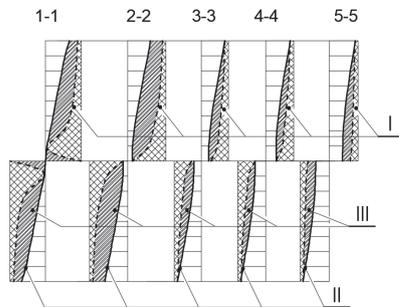


Рис. 4. Дополнение эпюр $\Delta\tau(I)$ до прямоугольников эпюрами $\tau_2(II)$ и $\tau_{\text{dep}}(III)$ в сечениях 1-1 – 5-5

[Figure 4. Adding diagrams $\Delta\tau(I)$ to rectangles with diagrams $\tau_2(II)$ and $\tau_{\text{dep}}(III)$ in sections 1-1 – 5-5]

3. Методика для учета деформации и концентрации угловых деформаций

Теперь остановимся на таких аспектах решения задачи, как учет концентрации напряженно-деформированного состояния (решение третьей задачи) и учет местной деформации. Для простоты рассмотрим эти аспекты на стержнях, состоящих из одно-

го материала, для поперечных сечений произвольной формы (для составных стержней отмеченные аспекты учитываются аналогично).

Картина распределения деформаций на участках стержней, прилегающих к нормальным сечениям, вырезающим узел [7; 13], напоминает, еще до появления трещин, картину, аналогичную выявленной В.И. Мурашевым в стадии трещинообразования. Поэтому представляется наиболее приемлемым учитывать такую концентрацию деформаций с помощью коэффициента $\psi_{b,\tau}$ по физическому смыслу, аналогичному коэффициенту ψ_s , введенному в теорию железобетона В.И. Мурашевым [14]. Это позволяет оперировать в проведенных сечениях средними значениями деформаций, для которых уже справедлива гипотеза плоских поворотов. В стадии, когда сопротивление железобетонного стержня близко к упругому, коэффициент $\psi_{b,\tau}$ определяется с привлечением коэффициента концентрации деформаций k [7, 13]:

$$\psi_{b,\tau} = 1 - \omega_\gamma \frac{k-1}{k}, \quad (14)$$

где ω_γ – коэффициент заполнения эпюры деформаций растянутой арматуры (или сжатого бетона) на участках, отстоящих на h от центра узла.

При этом значения коэффициента k определяются по справочным данным или могут быть получены с использованием метода конечных элементов (МКЭ).

Важным элементом предлагаемого подхода является также предоставляемая возможность (из-за разбиения сечения на малые квадраты-круги) учета местной деформации в углах и других резко изменяющихся геометрических параметрах, а также ее «возврата» в местах, соседствующих с квадратами с нулевой жесткостью.

При учете местной деформации получим:

$$w = \frac{M_t}{G \cdot I_t} \cdot f(y, z) \cdot f_2(x) = \frac{M_t}{G \cdot I_t} \cdot \frac{a_*^2 - b_*^2}{a_*^2 + b_*^2} \cdot y \cdot z \cdot l \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right) + w_{\text{loc}}, \quad (15)$$

где w_{loc} – местная деформация.

Ее целесообразно выразить сразу через составляющие относительных угловых деформаций $\gamma_{\text{dep},yx,\text{loc}}$ и $\gamma_{\text{dep},zx,\text{loc}}$, которые отсчитываются в предлагаемой методике относительно плоскости большого круга.

$$\gamma_{\text{dep},yx} \pm \gamma_{\text{dep},yx,\text{loc}} = \frac{M_t}{G \cdot I_t} \cdot \frac{a_*^2 - b_*^2}{a_*^2 + b_*^2} \cdot l \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right) \cdot z \pm \pm \left(\frac{M_t}{I_t \cdot \alpha \cdot G_{\text{equ}}} \cdot r_{j,A^*} + \frac{M_{t,i}}{I_{t,i} \cdot \alpha \cdot G} \cdot r_{i,A^*} \right)_{yx} \leq \gamma_{\text{dep},yx,ul}, \quad (16)$$

$$\gamma_{\text{dep},zx} \pm \gamma_{\text{dep},zx,\text{loc}} = \frac{M_t}{G \cdot I_t} \cdot \frac{a_*^2 - b_*^2}{a_*^2 + b_*^2} \cdot l \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right) \cdot y \pm \pm \left(\frac{M_t}{I_t \cdot \alpha \cdot G_{\text{equ}}} \cdot r_{j,A^*} + \frac{M_{t,i}}{I_{t,i} \cdot \alpha \cdot G} \cdot r_{i,A^*} \right)_{zx} \leq \gamma_{\text{dep},zx,ul}, \quad (17)$$

где $\gamma_{\text{dep},yx,ul}$ и $\gamma_{\text{dep},zx,ul}$ – составляющие предельных относительных угловых деформаций депланации; $\gamma_{\text{dep},yx}$ и $\gamma_{\text{dep},zx}$ – составляющие относительных угловых деформаций депланации; $\gamma_{\text{dep},yx,\text{loc}}$ и $\gamma_{\text{dep},zx,\text{loc}}$ – составляющие относительных угловых деформаций местной депланации, возникающих в малых квадратах-кругах, расположенных на гранях сечения и в других местах с резко изменяющимися геометрическими параметрами, точках A^* , переходящих из плоскости поперечного сечения YOZ во взаимно перпендикулярные плоскости XOZ и YOX .

Составляющие $\gamma_{\text{dep},yx,\text{loc}}$ и $\gamma_{\text{dep},zx,\text{loc}}$ определяются с использованием закона парности касательных напряжений, при этом выбор знака перед ними выполняется в зависимости от того, в каком квадранте прямоугольников (на которые разбивается поперечное сечение любой формы) расположена точка A^* .

Наконец, необходимо учесть наличие концентрации угловых деформаций в углах и других резко изменяющихся геометрических параметрах, а также в направлении оси x , то есть применительно к местной депланации. При этом коэффициент концентрации $\psi_{b,\tau,\text{loc}}$ вдоль продольной оси стержня x определяется по аналогии с зависимостью (14) с привлечением коэффициента концентрации деформаций $k_{1\text{loc}}$:

$$\psi_{b,\tau,\text{loc}} = 1 - \omega_{\gamma,\text{loc}} \frac{k_{1\text{loc}} - 1}{k_{1\text{loc}}}, \quad (18)$$

где параметры $\omega_{\gamma,\text{loc}}$ и $k_{1\text{loc}}$ по смыслу аналогичны параметрам, используемым в формуле (14), с той только разницей, что они характеризуют местное, а не общее поле угловых деформаций.

При этом значения коэффициента $k_{1\text{loc}}$ легко могут быть получены с использованием МКЭ и

с учетом особенностей работы зоны сопряжения как плосконапряженного (или объемного) элемента при его упругом сопротивлении.

В итоге касательные напряжения в произвольной точке поперечного сечения произвольной формы с учетом предлагаемых подходов складываются из следующих составляющих:

$$\begin{aligned} \tau_{t,A} &= \tau_{t,j,A,\text{cond}} + \tau_{t,i,A,\text{cond}} + \tau_{\text{loc}} + \tau_{\text{conc}} \pm \tau_{\text{conc},\text{loc}} = \\ &= \frac{M_t}{I_t \cdot \alpha} \cdot r_{j,A} + \frac{M_{t,i}}{I_{t,i} \cdot \alpha} \cdot r_{i,A} + \tau_{\text{loc}} + \tau_{\text{conc}} \pm \tau_{\text{conc},\text{loc}} = \\ &= \frac{M_t}{I_t \cdot \alpha} \cdot \sqrt{y_{j,A}^2 + z_{j,A}^2} + \frac{M_{t,i}}{I_{t,i} \cdot \alpha} \cdot \sqrt{y_{i,A}^2 + z_{i,A}^2} + \\ &+ \tau_{\text{loc}} + \tau_{\text{conc}} \pm \tau_{\text{conc},\text{loc}} \leq \tau_{t,u}. \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь $\tau_{t,j,A,\text{cond}}$ и $\tau_{t,i,A,\text{cond}}$ – касательные напряжения в произвольной точке A большого круга, описанного вокруг произвольного поперечного сечения после «конденсации» статико-геометрических характеристик сечения, «растворенного» по этому кругу, и касательные напряжения в произвольной точке A малого квадрата-круга после «конденсации» соответственно, эквивалентные касательным напряжениям τ_1 , вычисленным по формуле для круглого сечения (рис. 2, d, e, f, g);

$r_{j,A}$, $y_{j,A}$, $z_{j,A}$ – расстояния от центра большого круга, описанного вокруг поперечного сечения стержня, до произвольной точки A , находящейся в малом j -том круге, в которой определяются значения касательных напряжений кручения τ_t и ее координаты в общей системе координат YOZ ; M_t – крутящий момент, действующий в поперечном сечении стержня; I_t – площадь и полярный момент инерции поперечного сечения стержня, аппроксимированного малыми квадратами-кругами; τ_{conc} , $\tau_{\text{conc},\text{loc}}$ – касательные напряжения, обусловленные силовой, геометрической и межсредовой концентрацией деформаций, а также составляющие, вызванные местной концентрацией, находятся путем умножения касательных напряжений в зонах концентрации на коэффициенты, полученные из формул (14) и (18) соответственно; $r_{i,A}$, $y_{i,A}$, $z_{i,A}$ – расстояния от центра малого i -того круга до произвольной точки A , находящейся в малом i -том круге, в которой определяются значения касательных напряжений кручения τ_t и ее координаты в местной системе координат $Y_iO_iZ_i$; $M_{t,i}$ – крутящий

момент, приходящийся на i -тый малый круг, на которые разбито поперечное сечение стержня; $I_{t,i}$ – полярный момент инерции i -того малого круга, на которые разбито поперечное сечение стержня (складывается из собственного полярного момента инерции и добавочного, равного $r_j^2 \cdot A_i$); $\tau_{t,u}$ – предельные значения касательных напряжений кручения.

Дополнительно к равнодействующим $\tau_{t,A}$, отыскиваемым по формуле (19), для соответствующих кругов необходимо учитывать составляющие, связанные с деформацией прямоугольного сечения [7].

Тогда, складывая составляющие касательных напряжений при кручении $\tau_{t,A,xy}$, $\tau_{t,A,xz}$, $\tau_{\text{dep},yx}$ и $\tau_{\text{dep},zx}$, получим результирующее напряжение $\tau_{\text{sum},A}$.

$$\tau_{\text{sum},A} = \sqrt{(\tau_{t,A,xy} + \tau_{\text{dep},\text{sum},xy})^2 + (\tau_{t,A,xz} + \tau_{\text{dep},\text{sum},xz})^2}, \quad (20)$$

где $\tau_{\text{dep},\text{sum},xy}$, и $\tau_{\text{dep},\text{sum},xz}$ – суммарные составляющие касательных напряжений деформации, общей и местной, усредненные в i -том круге.

Разработанную методику также можно применять для стержней составного сечения, но при этом необходимо принимать во внимание, что распределение действующего в поперечном сечении крутящего момента выполняется пропорционально соотношениям между общей сдвиговой жесткостью поперечного сечения и сдвиговой жесткостью каждого из приведенных малых кругов (на которые разбито поперечное сечение) относительно общего геометрического центра поперечного сечения:

$$\begin{aligned} M_{t,1} &= M_t \frac{A_{t,1} \cdot G_1}{A_t \cdot G_1} = M_t \frac{A_{t,1}}{A_t}, \\ M_{t,2} &= M_t \frac{A_{t,2} \cdot G_2}{A_t \cdot G_1}, \dots \\ M_{t,i} &= M_t \frac{A_{t,i} \cdot G_i}{A_t \cdot G_1}, \end{aligned} \quad (21)$$

где G_1 , G_2 , G_i – модули сдвига для 1, 2 и i -того малых кругов соответственно (для кругов, попадающих в большой круг, но выходящих за контуры поперечного сечения стержня произвольной формы, принимаются равным нулю).

Выводы

По результатам проведенного исследования предложен новый подход в виде разработанной методики для определения касательных напряжений кручения для стержней произвольного поперечного сечения, базирующийся на упрощенных предположениях сопротивления материалов. Его особенность заключается в аппроксимации прямоугольных и любых сложных поперечных сечений конструкций (в том числе железобетонных) с помощью их разбивки на квадраты с вписанными в них кругами.

При этом для определения касательных напряжений кручения в произвольной точке A в соответствующем круге поперечного сечения, расположенном на расстоянии x от опоры, вначале отыскиваются касательные напряжения для этой точки в большом круге после «растворения» его статико-геометрических характеристик по этому кругу, которые затем суммируются с касательными напряжениями малого круга для этой же точки A .

В пределах большого и каждого i -ого круга становится справедливой зависимость касательных напряжений кручения от расстояния до центра рассматриваемого круга, до произвольной точки A , расположенной в большом круге, в i -том малом круге. Максимальные напряжения, согласно предлагаемой методике, достигаются в серединах длинных сторон прямоугольника, что соответствует их действительному распределению. При этом такая модель позволяет снять вопрос о необходимости использования специальных таблиц для расчета и не только в упругой стадии.

Предлагаемый подход также позволяет отделить напряженно-деформированное состояние в целом наборе круглых сечений от дополнительного поля, связанного с деформацией прямоугольного сечения. Нами откорректированы и существенно дополнены зависимости для учета деформации стержня прямоугольного поперечного сечения, введено понятие и предложены зависимости для учета местной деформации. Акцентируется внимание на физической сути продольных перемещений, обусловленных деформацией, проводится аналогия с элементарными перемещениями, вызываемыми сдвиговыми усилиями.

Предложенная методика позволяет учитывать концентрацию угловых деформаций во входящих углах и других резко изменяющихся геометрических параметрах как относительно плоскости поперечного сечения, так и в направлении продольной оси стержня. При этом используется прием, аналогичный введенному в теорию железобетона В.И. Мурашевым [14], который применим и после появления трещин в железобетонных стержнях.

Список литературы

1. Гольшиев А.Б. Сопротивление железобетона. К.: Основа, 2009. 432 с.
2. Бондаренко В.М. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. М.: АСВ, 2004. 472 с.
3. Iakovenko I., Kolchunov V., Lymar I. Rigidity of reinforced concrete structures in the presence of different cracks // MATEC Web of Conferences. 6th International Scientific Conference “Reliability and Durability of Railway Transport Engineering Structures and Buildings”. Transbud–2017. Vol. 116. Article 02016. Pp. 1–12.
4. Demyanov A., Kolchunov V.I. The dynamic loading in longitudinal and transverse reinforcement at instant emergence of the spatial crack in reinforced concrete element under the action of a torsion with bending // Journal of Applied Engineering Science. 2017. Vol. 15. Article 456. Pp. 377–382.
5. Jariwalaa V.H., Patel P.V., Purohit S.P. Strengthening of RC Beams Subjected to Combined Torsion and Bending with GFRP Composites // Procedia Engineering. 2013. Vol. 51. Pp. 282–289.
6. Rahal K.N., Collins M.P. Compatibility Torsion in Spandrel Beams Using Modified Compression Field Theory // ACI Structural Journal. 2006. Vol. 103. No. 3. Pp. 328–338.
7. Demyanov A.I., Kolchunov V.I.I. To the approximation of rectangular and complex cross-sections of reinforced concrete structures under the action torsion with bending // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Vol. 456. Article 012104. Pp. 1–12.
8. David A.E., Thomas L.H., Simon A.N., Jonathan E.C. Veering and nonlinear interactions of a clamped beam in bending and torsion // Journal of Sound and Vibration. 2018. Vol. 416. Pp. 1–16.
9. Loïc B., Guilhem M., Rached F., Bruno C. Static and dynamic analysis of bending–torsion coupling of a CFRP sandwich beam // Composite Structures. 2016. Vol. 145. Pp. 26–36.
10. Ogawa Y., Kawasaki Y., Okamoto T. Fracture behavior of RC members subjected to bending shear and torsion using acoustic emission method // Construction and Building Materials. 2014. Vol. 67. Pp. 165–169.
11. Lukina A.A., Kholopova I.S., Alpatova V.Y., Solovieva A.V. Beams with corrugated web: calculation peculiarities of bending torsion analysis // Procedia Engineering. 2016. Vol. 153. Pp. 414–418.
12. Kashani M.T., Hashemi S.M. A finite element formulation for bending-torsion coupled vibration analysis of delaminated beams under combined axial load and end moment // Shock and Vibration. 2018. Vol. 2018. Article 1348970. Pp. 1–13.
13. Колчунов Вл.И., Демьянов А.И. К определению напряженно-деформированного состояния стержней произвольного поперечного сечения при кручении методами сопротивления материалов // Строительство и реконструкция. 2019. № 1 (81). С. 10–22.
14. Мурашев В.И. Трещиностойчивость, жесткость и прочность железобетона. М.: Машстройиздат, 1950. 268 с.

RESEARCH PAPER

Theory of “dissolution” and “condensation” of the physical geometric characteristics of an arbitrary cross-section under the action of torsion with bending

Vladimir I. Kolchunov*, Aleksey I. Demyanov, Nikolay V. Naumov

South-West State University, 94 50 Let Oktyabrya St., Kursk, 305040, Russian Federation

*vlik52@mail.ru

Article history:

Received: June 11, 2019

Revised: July 29, 2019

Accepted: August 09, 2019

Abstract

Aim of research – to continue the development of methods for determining the stress-strain state of rods during torsion using materials resistance methods. **Methods.** A new approach for determining tangential torsional stresses for arbitrary cross sectional rods, based on simplified assumptions of material resistance, is proposed. The main feature of this approach is the approximation of rectangular or any complex cross section of reinforced concrete structures by describing a large circle around the cross section and splitting it into small squares with circles inscribed into them. **Results.** Three theorems have been formulated, the first of which relates the accumulation of tangential stresses (increments) from the edges of a rectangle to the middle of a rectangular section with the formula for determining tangent stresses for round sections. The second theorem allows to establish a connection between the tangential stresses calculated for each of the small squares-circles and the tangent stresses of the large circle through their increments. The third theorem makes it possible to find tangential stresses for each of the small square circles. The proposed

For citation

Kolchunov V.I., Demyanov A.I., Naumov N.V. (2019). Theory of “dissolution” and “condensation” of the physical geometric characteristics of an arbitrary cross-section under the action of torsion with bending. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 15(4), 261–270. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-261-270>

approach allows to remove the need to use special tables for the calculation and not only in the elastic stage. It also makes it possible to separate the stress-strain state in the whole set of round cross-sections from the additional field caused by the deplanation of the rectangular cross-section. In addition, the proposed approach makes it possible to take into account the concentration of angular deformations in the incoming angles and other places with changing geometric parameters.

Keywords: calculation methodics; torsion; stress-strain state; resistance of materials; deplanation; concentration; dissolution; condensation; static geometric characteristics; reinforced concrete rods

References

1. Golyshev A.B. (2009). *Soprotivlenie zhelezobetona [The resistance of reinforced concrete]*. Kiev, Osnova Publ., 432. (In Russ.)
2. Bondarenko V.M. (2004). *Raschetnye modeli silovogo soprotivleniya zhelezobetona [The computational model of a power resistance of reinforced concrete]*. Moscow, ASV Publ., 472. (In Russ.)
3. Iakovenko I., Kolchunov V., Lyar I. (2017). Rigidity of reinforced concrete structures in the presence of different cracks. *MATEC Web of Conferences. 6th International Scientific Conference “Reliability and Durability of Railway Transport Engineering Structures and Buildings”*. *Transbud–2017*, 116, 02016, 1–12. doi: 10.1051/mateconf/201711602016
4. Demyanov A., Kolchunov V.I. (2017). The dynamic loading in longitudinal and transverse reinforcement at instant emergence of the spatial crack in reinforced concrete element under the action of a torsion with bending. *Journal of Applied Engineering Science*, 15, 456, 377–382. doi: 10.5937/jaes15-14663
5. Jariwalaa V.H., Patel P.V., Purohit S.P. (2013). Strengthening of RC Beams Subjected to Combined Torsion and Bending with GFRP Composites. *Procedia Engineering*, 51, 282–289.
6. Rahal K.N., Collins M.P. (2006). Compatibility Torsion in Spandrel Beams Using Modified Compression Field Theory. *ACI Structural Journal*, 103(3), 328–338.
7. Demyanov A.I., Kolchunov V.I. (2018). To the approximation of rectangular and complex cross-sections of reinforced concrete structures under the action torsion with bending. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 456, 012104, 1–12. doi: 10.1088/1757-899X/456/1/012104
8. David A.E., Thomas L.H., Simon A.N., Jonathan E.C. (2018). Veering and nonlinear interactions of a clamped beam in bending and torsion. *Journal of Sound and Vibration*, 416, 1–16.
9. Loïc B., Guilhem M., Rached F., Bruno C. (2016). Static and dynamic analysis of bending-torsion coupling of a CFRP sandwich beam. *Composite Structures*, 145, 26–36. doi: 10.1016/j.compstruct.2016.02.055
10. Ogawa Y., Kawasaki Y., Okamoto T. (2014). Fracture behavior of RC members subjected to bending shear and torsion using acoustic emission method. *Construction and Building Materials*, 67, 165–169. doi: 10.1016/j.conbuildmat.2014.05.100
11. Lukina A.A., Kholopova I.S., Alpatova V.Y., Solovieva A.V. (2016). Beams with corrugated web: calculation peculiarities of bending torsion analysis. *Procedia Engineering*, 153, 414–418. doi: 10.1016/j.proeng.2016.08.143
12. Kashani M.T., Hashemi S.M. (2018). A finite element formulation for bending-torsion coupled vibration analysis of delaminated beams under combined axial load and end moment. *Shock and Vibration*, 2018, 1348970, 1–13.
13. Kolchunov V.I., Demyanov A.I. (2019). K opredeleniyu napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya sterzhney proizvodnogo poperechnogo secheniya pri kruchenii metodami soprotivleniya materialov [To determination of stress-strain state for a rod of arbitrary cross-section under torsion using resistance of materials]. *Buildings and Reconstruction*, 81(1), 10–22. (In Russ.)
14. Murashev V.I. (1950) *Treshchinoustoychivost, zhestkost i prochnost zhelezobetona [Crack resistance, stiffness and strength of reinforced concrete]*. Moscow, Mashstroyizdat Publ., 268. (In Russ.)

Vladimir I. Kolchunov, DSc. in Technical Sciences, Professor of the Department of Unique Buildings and Structures.

Aleksej I. Demyanov, PhD in Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Unique Buildings and Structures.

Nikolay V. Naumov, graduate student of the Department of Unique Buildings and Structures.

DOI 10.22363/1815-5235-2019-15-4-271-277
УДК 624.012.042

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Критерии прочности стен из крупных кладочных блоков

К.П. Пятикрестовский*Научно-исследовательский центр «Строительство», Российская Федерация, 109428, Москва, 2-я Институтская улица, д. 6, корп.1
stroymex@list.ru*

История статьи:

Поступила в редакцию: 12 мая 2019 г.

Доработана: 10 июля 2019 г.

Принята к публикации: 25 июля 2019 г.

Аннотация

Цели. В статье ставится задача применить современные критерии прочности анизотропных материалов для расчета многослойных стен из ячеисто-бетонных и силикатных крупных кладочных материалов, отличающихся точными размерами и допускающих тонкошовную кладку с клеевыми швами. Предложения для включения в нормы проектирования указаний, учитывающих работу стеновых материалов в сложных напряженных состояниях, будут представлены посредством серии публикаций. **Методы.** Для решения поставленной задачи используются критерии прочности Г.А. Гениева в достаточно упрощенной форме. Рассматривается объемное напряженное состояние стен из ортотропных материалов. В основу построения критериев прочности положены три возможных различных механизма разрушения – отрыв, сжатие и сдвиг. Для современных тонкостенных кладок характерно сочетание сжимающих (вертикальных) и сдвигающих (горизонтальных) нагрузок. Особый интерес представляет работа кладки на сдвиг, поскольку плоское напряженное состояние изучено недостаточно. Построению критерия прочности кладки при сдвиге и посвящена статья. Особенностью предлагаемых расчетов является сравнительная простота критериев прочности, обусловленная принятыми гипотезами. **Результаты.** Представлены окончательное выражение критерия прочности при сдвиге и последовательность поверочного расчета на сдвиговую прочность в случае простого нагружения. Статья является предварительной для серии расчетов и результатов экспериментальных исследований стен при различных условиях эксплуатации и различных нагрузках.

Ключевые слова: каменная кладка; ортотропные стеновые материалы; критерии прочности при сдвиге

Для цитирования

Пятикрестовский К.П. Критерии прочности стен из крупных кладочных блоков // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 4. С. 271–277. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-271-277>

Введение

Для определения пластичности и прочности материалов, работающих в условиях сложных напряженных состояний, применяются критерии прочности, которые часто выражаются сложными

формулами. Разработкой критериев прочности и пластичности изотропных и анизотропных тел занимались многие известные ученые, такие как И.И. Гольденблат и В.А. Копнов, Г.С. Писаренко и А.А. Лебедев, Е.К. Ашкенази и Э.В. Ганов, Н.М. Беляев, Г.А. Гениев, А.Н. Воронов. Подробный обзор существующих критериев, наиболее близких к рассматриваемой тематике, дается в их монографиях [1–9]. Имеются также более современные работы Н.И. Карпенко, В.М. Бондаренко и В.И. Колчунова, О.В. Кабанцева [11–13] и др.

Наше исследование базируется на работах Г.А. Гениева и его сотрудников [6; 7].

Пятикрестовский Константин Пантелеевич, доктор технических наук, главный научный сотрудник, Центральный научно-исследовательский институт строительных конструкций имени В.А. Кучеренко; eLIBRARY SPIN-код: 7983-5656.

© Пятикрестовский К.П., 2019



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Новые конструктивные решения стеновых каменных конструкций отличаются большим разнообразием, обеспечивающим технологичность, экономическую эффективность и целесообразность создания зданий и сооружений. В ЦНИИСК имени В.А. Кучеренко выполнены экспериментальные исследования наилучших образцов фрагментов стен для оценки рационального массового применения. Материалы отчета о научно-исследовательской работе по теме «Исследование прочности и деформативности кладки из силикатных и ячеистобетонных блоков на клеевых растворах для тонкошовной кладки и определение нормируемых параметров швов» (2017 г., исполнители – О.И. Пономарев, М.А. Мухин) использованы в работах [14; 15].

На рис. 1 показана схема образца кладки с трещинами после испытаний на сжатие. В условиях эксплуатации кроме сжатия материал часто испытывает сдвиг. Разрабатываемые критерии прочности позволяют выполнить анализ плоского напряженного состояния. В частности, хорошо зарекомендовали себя тонкошовные клеевые соединения в стенах из легкобетонных ячеистых и силикатных камней укрупненного формата. Однако требуется совершенствование методики испытаний элементов стен и применение современных методов расчета для дальнейшей модернизации норм проектирования и самих конструктивных решений. В условиях применения новых технологий практика требует соответствующих теоретических приемов и расчета, особенно с учетом пространственной работы стеновых конструкций, вызванной многообразием решений, нагрузок и внутренних усилий от температурных, влажностных, ветровых и других воздействий.

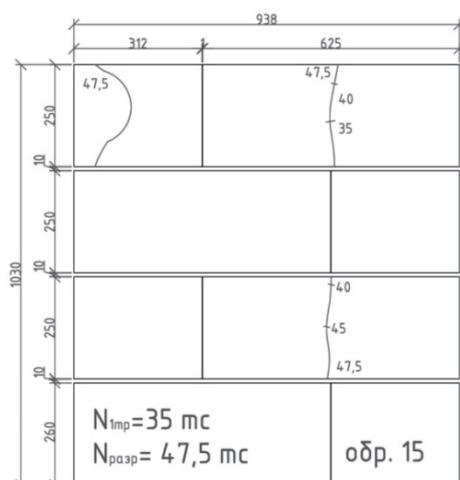


Рис. 1. Схема повреждения образца кладки из ячеистобетонных блоков после испытаний
[Figure 1. Scheme of damage to the masonry sample of cellular concrete blocks after testing]

В предлагаемой статье сделана попытка применить критерии прочности Г.А. Гениева, которые уже прошли научную апробацию, но нуждаются в привязке к реальному проектированию. Здесь ставятся вопросы освоения прогрессивных расчетных предпосылок в их достаточно упрощенных формах. Подобные подходы имеются и в других разработках, касающихся, в частности, композитных и традиционных конструкций [14].

По мнению Г.А. Гениева, каменную кладку допускается рассматривать как однородный ортотропный материал, при построении критериев прочности которого принято обоснованное экспериментальными данными предположение об объемном напряженном состоянии в условиях кратковременного статического нагружения без учета температурно-временных факторов и ползучести. При этом возможны три различных механизма разрушения:

- от отрыва, проявляющегося при одно-, двух- или трехосном растяжении;
- от смятия, проявляющегося при одно-, двух- или трехосном сжатии;
- от сдвига, проявляющегося обычно при смешанных напряженных состояниях, когда главные напряжения отличаются по знаку.

В связи с этим критерий прочности представляется в виде трех независимых аналитических выражений, каждое из которых определяет предел прочного сопротивления материала в предположении того или иного механизма разрушения.

Принципы расчетов

Введем систему координат x, y, z , совмещая ее оси с главными осями анизотропии материала. При выводе предлагаемого критерия прочности каждую разновидность исследуемого материала будем определять девятью независимыми прочностными показателями:

- пределами прочности на растяжение вдоль осей x, y, z – R_{px}, R_{py}, R_{pz} соответственно;
- пределами прочности на сжатие вдоль тех же осей – R_{cx}, R_{cy}, R_{cz} ;
- пределами прочности на сдвиг по площадкам, ортогональным осям x, y, z – C_x, C_y, C_z соответственно.

Положительными напряжениями будем считать растягивающие, отрицательными – сжимающие.

Рассмотрим вопросы построения критерия прочности ортотропных материалов для общего случая трехосного напряженного состояния, когда разрушение материала происходит от сдвига по некоторой площадке скольжения, где процессу разрушения предшествует накопление сдвиговых деформаций [15; 16].

Разрушение материала от сдвига, вызванное действием касательных напряжений обычно происходит при смешанных напряженных состояниях, когда главные нормальные напряжения отличаются по знаку. Вследствие различия пределов прочности на сдвиг в направлениях главных осей анизотропии опасная площадка сдвига не будет, как правило, совпадать с направлением главных касательных напряжений. Ее направление может быть найдено из условия

$$\max[\tau_v - C(v)_v] = 0, \quad (1)$$

где τ_v – касательное напряжение на площадке сдвига.

В целях упрощения процедуры реализации (1) будем исследовать это условие не в осях координат, совпадающих с главными осями анизотропии, а в осях, совпадающих с направлениями главных напряжений.

$$\tau = [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 l^2 m^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 m^2 n^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 n^2 l^2]^{\frac{1}{2}}. \quad (2)$$

Здесь l, m, n – направляющие косинусы нормали v , искомой площадки сдвига в осях главных напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$; $C(v)$ – закон изменения пределов прочности на сдвиг.

Будем считать, что вид зависимости

$$C(v) = C(lvj), j = x, y, z \quad (3)$$

в пространстве главных осей анизотропии установлен из опытов на принудительный сдвиг образцов материала по различным направлениям. Здесь l, v, j – значения направляющих косинусов нормали v площадки сдвига к осям x, y, z .

Аналитическое выражение закона (3) в осях главных напряжений найдем, используя зависимости

$$l_{vj} = ll_{1j} + ml_{2j} + nl_{3j}, j = x, y, z, \quad (4)$$

представляющие собой скалярные произведения единичного вектора \vec{v} и единичных векторов, совпадающих по направлению с осями x, y, z . Направляющие косинусы l_{ij} определяют положение главных напряжений в системе координат x, y, z , и их значения известны для любого момента загрузки.

Ниже приведена матрица направляющих косинусов, обуславливающая взаимную ориентацию осей главных напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, главных осей

анизотропии x, y, z и нормали v к опасной площадке сдвига.

С учетом (4) зависимость (3) может быть представлена в виде

$$C(v) = C(l, m, n), \quad (5)$$

а направление опасной площадки сдвига может быть найдено из условия

$$\max[T(l, m, n)] = 0, \quad (6)$$

где $T = [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 l^2 m^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 m^2 n^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 n^2 l^2]^{\frac{1}{2}} - c(l, m, n) + \lambda(l^2 + m^2 + n^2 - 1)$; λ – множитель Лагранжа.

Условие (6) может быть реализовано в форме

$$\frac{\partial T}{\partial l}; \frac{\partial T}{\partial m}; \frac{\partial T}{\partial n}, \quad (7)$$

что приводит к следующей системе уравнений для определения направляющих косинусов l, m, n нормали v к площадке сдвига

$$\begin{aligned} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 l m^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 l n^2] \tau_v^{-1} - C'_e + 2\lambda l &= 0, \\ [(\sigma_2 - \sigma_3)^2 m n^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2 m l^2] \tau_v^{-1} - C'_m + 2\lambda m &= 0, \\ [(\sigma_3 - \sigma_1)^2 n l^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 n m^2] \tau_v^{-1} - C'_n + 2\lambda n &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Согласно (8) и (2) значение множителя λ равно

$$\lambda = 0,5(C'_l l + C'_m m + C'_n n) - \tau_v, \quad (9)$$

где $C'_l l, C'_m m, C'_n n$ – производные по l, m, n от аналитического выражения закона изменения пределов прочности на сдвиг $C(l, m, n)$ в системе координат, связанной с главными осями напряжений.

Таблица

Матрица направляющих косинусов
[Table 1. The matrix guides of the cosines]

	1	2	3	v
x	l_{1x}	l_{2x}	l_{3x}	l_{vx}
y	l_{1y}	l_{2y}	l_{3y}	l_{vy}
z	l_{1z}	l_{2z}	l_{3z}	l_{vz}
v	l	m	n	–

Аналитическое выражение закона изменения пределов прочности на сдвиг должно явным образом определять значение C в зависимости от направления осей анизотропии, а также соответствовать условиям предельного перехода к изотропному материалу, когда для любого направления $C = \text{const}$. Настоящим требованиям отвечает сле-

дующая форма закона в системе координат, связанной с главными осями анизотропии материала:

$$C(v) = C_x l_{vx}^2 + C_y l_{vy}^2 + C_z l_{vz}^2. \quad (10)$$

Подобная форма закона для случая двухосного напряженного состояния использовалась в работе (4) и удовлетворительно подтверждается экспериментальными данными.

На основании (10) и (4) в осях главных напряжений

$$C(v) = C(l, m, n) = C_x (ll_{1x} + ml_{2x} + nl_{3x})^2 + C_y (ll_{1y} + ml_{2y} + nl_{3y})^2 + C_z (ll_{1z} + ml_{2z} + nl_{3z})^2. \quad (11)$$

При этом в соответствии с (9) и (4) множитель $\lambda = 0$. Подставляя (11) в (8) получим окончательную систему нелинейных алгебраических уравнений для определения направляющих косинусов l, m, n нормали к площадке сдвига, выражающую условие прочности на ней в неявном виде.

$$l[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 m^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 n^2] (C_{11}l + C_{12}m + C_{13}n)^{-1} = m[(\sigma_2 - \sigma_3)^2 n^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2 l^2] (C_{21}l + C_{22}m + C_{23}n)^{-1} = n[(\sigma_3 - \sigma_1)^2 l^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 m^2] (C_{31}l + C_{32}m + C_{33}n)^{-1} = 2\tau_v, \quad (12)$$

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1.$$

$$\text{Здесь } C_{ii} = C_x l_{xi}^2 + C_y l_{yi}^2 + C_z l_{zi}^2;$$

$$C_{ij} = C_x l_{xi} l_{xj} + C_y l_{yi} l_{yj} + C_z l_{zi} l_{zj}, i, j = 1, 2, 3. \quad (12a)$$

Исследуя систему (12), более подробно остановимся на случае, когда главные оси напряжений совпадают с главными осями анизотропии материала. При этом $C_{11} = C_x, C_{22} = C_y, C_{33} = C_z = C_{23} = 0$, а из (12a) следует

$$C_x(\sigma_1 - \sigma_2)^2 i + [C_x(\sigma_2 - \sigma_3)^2 - C_y(\sigma_3 - \sigma_1)^2] N - C_y(\sigma_1 - \sigma_2)^2 M = 0,$$

$$[C_y(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + C_z(\sigma_1 - \sigma_2)^2] L - C_z(\sigma_2 - \sigma_3)^2 N - C_y(\sigma_2 - \sigma_3)^2 M = 0,$$

$$L + M + N = 1, \text{ где } L = l^2; M = m^2; N = n^2. \quad (13)$$

Решая систему линейных алгебраических уравнений (13) относительно L, M, N , находим:

$$L = l^2 = \tau_{23}^2 (C_z \tau_{12}^2 + C_y \tau_{31}^2 - C_x \tau_{23}^2) [\tau_{23}^2 (C_z \tau_{12}^2 + C_y \tau_{31}^2 - C_x \tau_{23}^2) + \tau_{31}^2 (C_x \tau_{23}^2 + C_z \tau_{12}^2 - C_y \tau_{31}^2) + \tau_{12}^2 (C_y \tau_{31}^2 + C_x \tau_{23}^2 + C_z \tau_{12}^2)]^{-1}. \quad (14)$$

Выражение для $M = m^2$ и $N = n^2$ получается из (14) путем замены индексов в числителе по кольцевой подстановке при неизменном знаменателе.

Аналитическое выражение критерия прочности найдем, приравнявая значения касательного напряжения τ_v пределу прочности на сдвиг C_v на площадке сдвига:

$$\tau_v - C_v = 0, \quad (15)$$

$$\tau_v = 2(\tau_{12}^2 l^2 m^2 + \tau_{23}^2 m^2 n^2 + \tau_{31}^2 n^2 l^2)^{\frac{1}{2}}, \quad (16)$$

$$\tau_{ij} = 0,5(\tau_{12}^2 l^2 m^2 + \tau_{23}^2 m^2 n^2 + \tau_{31}^2 n^2 l^2)^{\frac{1}{2}},$$

$$C_v = C_x l^2 + C_y m^2 + C_z n^2. \quad (17)$$

Согласно (14)–(17) критерии прочности при сдвиге:

$$-2(C_x C_y \tau_{23}^2 \tau_{31}^2 + C_y C_z \tau_{31}^2 \tau_{12}^2 + C_z C_x \tau_{12}^2 \tau_{23}^2) - (C_x^2 \tau_{23}^4 + C_y^2 \tau_{23}^4 + C_z^2 \tau_{12}^4) - 4\tau_{12}^2 \tau_{23}^2 \tau_{31}^2 = 0. \quad (18)$$

Выражения (14), определяющие значение направляющих косинусов l, m, n нормали к опасной площадке сдвига, справедливы, когда числитель каждого из них является неотрицательной величиной, что приводит к следующим условиям:

$$-C_x \tau_{23}^2 + C_y \tau_{31}^2 + C_z \tau_{12}^2 \geq 0,$$

$$C_x \tau_{23}^2 - C_y \tau_{31}^2 + C_z \tau_{12}^2 \geq 0,$$

$$C_x \tau_{23}^2 + C_y \tau_{31}^2 - C_z \tau_{12}^2 \geq 0. \quad (19)$$

Эти соотношения можно интерпретировать тремя пересекающимися плоскостями, образующими трехгранную пирамиду, ось которой равнонаклонна к осям x, y, z (рис. 2).

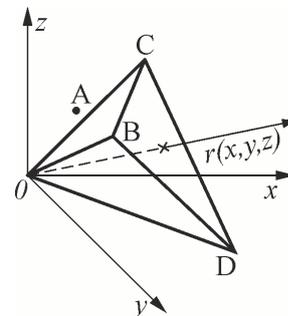


Рис. 2. Трехгранная пирамида, интерпретирующая условия (19) [Figure 2. Three-sided pyramid interpreting the conditions (19)]

Для напряженных состояний, соответствующих траекториям нагружения, расположенным внутри

пирамиды, будут выполняться условия (19), а направления опасной площадки сдвига в предельном состоянии будут определяться формулами (14).

Для состояний, соответствующих одной из граней пирамиды, например, грани при $l = 0$, в этом случае сдвиг будет происходить в плоскости, параллельной главной оси анизотропии x .

Мы рассмотрели один из частных случаев предельного состояния, когда главные оси напряжений совпадают с главными осями анизотропии материала. Общая система уравнений (12) значительно упрощается.

Рассмотрим частный случай, когда только одна из главных осей анизотропии совпадает по направлению с одной из главных осей напряжений, например ось x – с осью σ_1 .

Из системы уравнений (12) следует:

$$\frac{(\sigma_2 - \sigma_3)l}{c_{22}m + c_{23}n} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)l}{c_{32}m + c_{33}n} = 2. \quad (20)$$

Записывая (20) в виде

$$\begin{aligned} (\sigma_2 - \sigma_3 - 2c_{23})m - c_{33}n &= 0, \\ -2c_{22}m + (\sigma_2 - \sigma_3 + 2c_{23})n &= 0 \end{aligned} \quad (21)$$

и раскрывая определитель однородной системы линейных уравнений (21), найдем

$$\sigma_2 - \sigma_3 = 2c_{23}n + (\sigma_1 - \sigma_3)^{\frac{1}{2}} + 2c_{23},$$

откуда с учетом (12а) получим окончательное выражение критерия прочности при сдвиге для рассматриваемого случая:

$$\sigma_2 - \sigma_3 = \left[(c_y - c_z)^2 \sin^2 2\alpha + 4c_y c_z \right]^{\frac{1}{2}} - \frac{(c_y - c_z)}{\sin 2\alpha}. \quad (22)$$

Заключение

Приведем последовательность поверочного расчета на сдвиговую прочность материалов в случае простого нагружения, когда соотношения между главными напряжениями известны и в процессе нагружения не изменяются.

1. Для заданных значений напряжений из системы уравнений (12) с помощью итерационного алгоритма определяются направляющие косинусы l, m, n нормали ν к опасной площадке сдвига в осях $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.

2. По формулам (4) определяются направляющие косинусы l_{vj} ($j = x, y, z$) нормали ν в главных осях анизотропии материала x, y, z .

3. Из выражения (10) находится предел прочности на сдвиг $C(\nu)$ на площадке с нормалью ν .

4. По формуле (2) определяется фиктивное касательное напряжение τ_ν^ϕ на площадке с нормалью ν для заданных значений $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.

5. Находится коэффициент приведения нагрузки к предельной:

$$p = c(\nu) / \tau_\nu^\phi. \quad (23)$$

6. Определяются действительные значения предельных нормальных напряжений:

$$\bar{\sigma}_i = p\sigma_i, \quad i = 1, 2, 3. \quad (24)$$

7. Делается проверка критерия прочности: для найденных значений l, m, n, σ_i проверяется выполнение уравнений (12) и равенства $\tau_\nu = c(\nu)$.

В дальнейших публикациях предполагается привести расчет и результаты испытаний стены в плоском напряженном состоянии.

Список литературы

1. Гольденблат И.И., Копнов В.А. Критерии прочности и пластичности конструкционных материалов. М.: Машиностроение, 1968. 190 с.
2. Писаренко Г.С., Лебедев А.А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. Киев: Наукова думка, 1976. 412 с.
3. Ашкенази Е.К., Морозов А.С. Методика экспериментального исследования упругих свойств композиционных материалов // Заводская лаборатория. 1976. № 6. С. 731–735.
4. Ашкенази Е.К., Ганов Э.В. Анизотропия конструкционных материалов: справочник. Л.: Машиностроение, Лен. отд., 1980. 247 с.
5. Беляев Н.М. Труды по теории упругости и пластичности. М.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1957. 632 с.
6. Гениев Г.А., Курбатов А.С. О предельном сопротивлении анизотропных материалов сдвигу при трехосном напряженном состоянии // Строительная механика и расчет сооружений. 1991. № 3. С. 3–7.
7. Гениев Г.А., Курбатов А.С. О предельных прочностных зависимостях для анизотропных материалов при сдвиге // Методы расчета и оптимизации строительных конструкций на ЭВМ. М.: ЦНИИСК имени В.А. Кучеренко, 1990. С. 60–67.
8. Воронов А.Н. Статические плоские задачи деформационной теории пластичности ортотропных тел: дис. ... канд. техн. наук. М., 1985. 138 с.
9. Гениев Г.А., Курбатов А.С., Самедов Ф.А. Вопросы прочности и пластичности анизотропных материалов. М.: Интербук, 1993. 187 с.
10. Карпенко В.М. Общие модели механики железобетона: монография. М.: Стройиздат, 1996.
11. Бондаренко В.М., Колчунов В.И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона: монография. М.: АСВ, 2004. 472 с.

12. Кабанцев О.В. Деформационные свойства каменной кладки как разномодульной кусочно-однородной среды // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2013. № 4. С. 36–40.

13. Кабанцев О.В. Критерии предельных состояний каменных конструкций сейсмостойких зданий // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2016. № 2. С. 29–39.

14. Page A.W. The biaxial compressive strength of brick masonry // Proc. Inst. Civ. Eng. Part 2. 1981, Sept. Vol. 71 Pp. 893–906.

15. Пономарев О.И., Пятикрестовский К.П., Мухин М.А. Расчет новых каменных конструкций в плоском напряженном состоянии // Вестник НИЦ «Строительство». 2019. № 2 (21). С. 136–146

16. Пятикрестовский К.П., Мухин М.А. Применение современных критериев прочности при разработке новых стеновых тонкошовных клеевых каменных кладок // Фундаментальные, поисковые и прикладные исследования РААСН и научное обеспечение развития архитектуры, градостроительства и строительной отрасли Российской Федерации. М.: АСВ, 2019. С. 236–261.

RESEARCH PAPER

Criteria of strength of walls from large masonry blocks

Konstantin P. Pyatikrestovsky

Research Center of Construction (Joint Stock Company), 6 2-ya Institutskaya St., Moscow, 109428, Russian Federation
stroyemex@list.ru

Article history:

Received: May 12, 2019

Revised: July 10, 2019

Accepted: July 25, 2019

Abstract

Aims of research. The task is to apply modern strength criteria of anisotropic materials for the calculation of multilayer walls made of cellular concrete and silicate large masonry materials, which differ in exact dimensions and allow for thin-seam masonry with adhesive seams. Proposals for the inclusion in the design standards of guidance that takes into account the work of wall materials in complex stress states will be presented in a series of publications. **Methods.** The strength criteria of G.A. Geniev in a rather simplified form are used. The volumetric stress state of walls made of orthotropic materials is considered. The basis for the construction of strength criteria are three possible different mechanisms of destruction – separation, compression and shear. For modern thin-walled masonry is characterized by a combination of compressive (vertical) and shear (horizontal) loads. Of particular interest is the work of the masonry shift, since the plane stress state is not sufficiently studied. The article is devoted to the construction of the criterion of masonry shear strength. The peculiarity of the proposed calculations is the comparative simplicity of the strength criteria due to the accepted hypotheses. **Results.** The final expression of the shear strength criterion and the sequence of the shear strength verification in the case of simple loading are presented. The article is preliminary for a series of calculations and results of experimental studies of the walls under different operating conditions and different loads.

Keywords: masonry; orthotropic wall materials; shear strength criteria

For citation

Pyatikrestovsky K.P. (2019). Criteria of strength of walls from large masonry blocks. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 15(4), 271–277. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-271-277>

References

1. Gol'denblat I.I., Kopnov V.A. (1968). *Kriterii prochnosti i plastichnosti konstrukcionnyh materialov* [Criteria of strength and plasticity of structural materials]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 190. (In Russ.)

2. Pisarenko G.S., Lebedev A.A. (1976). *Deformirovanie i prochnost' materialov pri slozhnom napryazhenom sostoyanii* [Deformation and strength of materials

under complex stress conditions]. Kyiv: Naukova dumka Publ., 412. (In Russ.)

3. Ashkenazi E.K., Morozov A.S. (1976). Metodika ehksperimental'nogo issledovaniya uprugih svojstv kompozicionnyh materialov [Methods of experimental study of elastic properties of composite materials]. *Zavodskaya laboratoriya* [Plant laboratory], (6), 731–735. (In Russ.)

4. Ashkenazi E.K., Ganov Eh.V. (1980). *Anizotropiya konstrukcionnyh materialov: spravochnik* [Anisotropy of structural materials: handbook]. Leningrad: Mashinostroenie Publ., Len. otd., 247. (In Russ.)

5. Belyaev N.M. (1957). *Trudy po teorii uprugosti i plastichnosti* [Works on the theory of elasticity and plas-

Konstantin P. Pyatikrestovsky, Doctor of Science (Technical), chief researcher, Research Institute of Building Constructions (TSNIISK) named after V.A. Koucherenko; eLIBRARY SPIN-code: 7983-5656.

ticity], Moscow, Gos. izd-vo tekhniko-teoreticheskoy literatury Publ., 632. (In Russ.)

6. Geniev G.A., Kurbatov A.S. (1991). O predel'nom soprotivlenii anizotropnykh materialov sdvigu pri trekhosnom napryazhyonnom sostoyanii [On the limit resistance of anisotropic materials to shear at a triaxial stress state]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenij*, (3), 3–7. (In Russ.)

7. Geniev G.A., Kurbatov A.S. (1990). O predel'nykh prochnostnykh zavisimostyakh dlya anizotropnykh materialov pri sdvige [On limit strength dependences for anisotropic materials during shear]. *Metody rascheta i optimizatsii stroitel'nykh konstrukcij na EHVМ*, 60–67. (In Russ.)

8. Voronov A.N. (1985). *Sticheskie ploskie zadachi deformacionnoy teorii plastichnosti ortotropnykh tel* [Static plane problems of deformation theory of plasticity of orthotropic bodies]. (PhD dissertation, Moscow). 138. (In Russ.)

9. Geniev G.A., Kurbatov A.S., Samedov F.A. (1993). *Voprosy prochnosti i plastichnosti anizotropnykh materialov* [Questions of strength and plasticity of anisotropic materials]. Moscow, Interbuk Publ., 187. (In Russ.)

10. Karpenko V.M. (1996). *Obshchie modeli mekhaniki zhelezobetona: monografiya* [General models of reinforced concrete mechanics: monograph]. Moscow, Strojizdat Publ. (In Russ.)

11. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. (2004). *Raschetnye modeli silovogo soprotivleniya zhelezobetona: monografiya* [Computational model of a power resistance of re-

inforced concrete: monograph]. Moscow, ASV Publ., 472. (In Russ.)

12. Kabancev O.V. (2013). Deformacionnye svoystva kamennoy kladki kak raznomodul'noj kusochno-odnorodnoj sredy [Deformation properties of masonry as a multi-modular piecewise homogeneous medium]. *Sejmostojkoe stroitel'stvo. Bezopasnost' sooruzhenij*, (4), 36–40. (In Russ.)

13. Kabancev O.V. (2016). Kriterii predel'nykh sostoyanij kamennykh konstrukcij sejmostojkikh zdaniy [Criteria of limit states of stone structures of earthquake-resistant buildings]. *Sejmostojkoe stroitel'stvo. Bezopasnost' sooruzhenij*, (2), 29–39. (In Russ.)

14. Page A.W. (1981, Sept.). The biaxial compressive strength of brick masonry. *Proc. Inst. Civ. Eng. Part 2*, 71, 893–906.

15. Ponomarev O.I., Pyatikrestovskij K.P., Muhin M.A. (2019). Raschet novykh kamennykh konstrukcij v ploskom napryazhenom sostoyanii [The calculation of new masonry structures under plane stress]. *Vestnik NIC "Stroitel'stvo"*, 2(21), 136–146. (In Russ.)

16. Pyatikrestovskij K.P., Muhin M.A. (2019). Primenenie sovremennykh kriteriev prochnosti pri razrabotke novykh stenovykh tonkoshovnykh kleevykh kamennykh kladok [Application of modern strength criteria in the development of new wall thin-seam adhesive masonry]. *Fundamental'nye, poiskovye i prikladnye issledovaniya RAASN i nauchnoe obespechenie razvitiya arhitektury, gradostroitel'stva i stroitel'noj otrasli Rossijskoj Federacii*, 236–261. (In Russ.)

DOI 10.22363/1815-5235-2019-15-4-278-290
УДК 624.074.2:624.014:693.8

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Изменение напряженного состояния каркаса металлического ребристо-кольцевого купола в процессе монтажа

Е.В. Лебедь

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет,
Россия, 129337, Москва, Ярославское шоссе, 26
evglebed@mail.ru

История статьи:

Поступила в редакцию: 19 июня 2019 г.

Доработана: 23 июля 2019 г.

Принята к публикации: 28 июля 2019 г.

Аннотация

Цели. Выполнить анализ напряженного состояния металлических конструкций ребристо-кольцевого купола полусферической формы при монтаже его каркаса двумя принципиально разными способами – подрачиванием и наращиванием. Так как на разных этапах монтажа в купольном каркасе возникают разные расчетные схемы, то в их конструктивных элементах возникают разные монтажные усилия. Показать, как монтажные усилия приводят к преобразующемуся в процессе возведения напряженному состоянию каркаса ребристо-кольцевого купола. Выполнить анализ напряженных состояний рассматриваемых способов возведения металлического купольного каркаса и дать им оценку. **Методы.** Разработана компьютерная модель металлического ребристо-кольцевого купола из стальных двутавров с жесткими сопряжениями в узлах. Созданы несколько дополнительных монтажных моделей неполного каркаса для исследования рассматриваемых способов монтажа купола на разных этапах. Для каждой монтажной модели купольного каркаса выполнены компьютерные расчеты на действие собственного веса. В результате расчетов определены напряжения в конструктивных элементах каркасов монтажных схем, которые сравнивались с аналогичными напряжениями на действие собственного веса в каркасе проектной схемы. **Результаты.** Представлены графики изменения напряженного состояния конструктивных элементов каркаса металлического ребристо-кольцевого купола. Показаны диаграммы изменения степени использования прочности стали на разных этапах монтажа. Дана сравнительная оценка рассматриваемым монтажным напряженным состояниям. Отмечена неизбежность монтажных напряжений и выбран наиболее эффективный способ монтажа.

Ключевые слова: ребристо-кольцевой купол; металлический каркас; конструктивное решение; способы возведения; монтаж конструкций; компьютерная модель; напряжения в элементах

Для цитирования

Лебедь Е.В. Изменение напряженного состояния каркаса металлического ребристо-кольцевого купола в процессе монтажа // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 4. С. 278–290. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-278-290>

Введение

Каркасы металлических куполов больших пролетов представляют собой пространственные стержневые системы. Это обеспечивает необходимую

жесткость и надежность куполов в качестве покрытий зданий и сооружений. В сочетании с экономичностью расхода металла они занимают ведущее место среди выпуклых пространственных конструкций [1; 2]. Кроме того, купольные покрытия обладают выразительным внешним обликом и широко распространены в мировой строительной практике [3].

Как и другие большепролетные покрытия купола не появляются на месте строительства сразу

Лебедь Евгений Васильевич, кандидат технических наук, доцент, кафедра металлических и деревянных конструкций.

© Лебедь Е.В., 2019



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

и целиком. Свою реальную конструктивную и геометрическую форму они приобретают в процессе возведения за длительный промежуток времени [4; 5]. В процессе монтажа сначала появляются лишь отдельные части купольного каркаса. Затем эти части постепенно увеличиваются путем присоединения конструктивных фрагментов купола. Только по завершении монтажа купольного каркаса образуется не только конструктивная, но и расчетная схема цельного купольного покрытия. Монтаж сопровождается появлением и преобразованием сложных конструктивных систем. На разных этапах монтажа в купольном каркасе возникают разные расчетные схемы, существенно отличающиеся от проектной, и воспринимающие нагрузки от собственного веса конструкций несущего каркаса [5; 6]. Разные расчетные схемы характеризуются также и различной нагрузкой.

На характер монтажа металлических куполов в большой степени влияет конструктивное решение их каркасов. При этом способ возведения выбирается исходя из размера купольного каркаса, размеров его конструктивных элементов и их способности воспринимать монтажные нагрузки [7; 8]. Способ возведения определяет выбор подъемно-транспортных машин и механизмов. Возведение купольных каркасов как пространственных стержневых систем представляет собой технически сложную задачу. От выбора способа возведения зависят технологичность и продолжительность монтажа.

Купольные каркасы в процессе монтажа формируются постепенно, а реальные конструкции в большепролетных металлических куполах обладают значительным собственным весом. Поэтому от того, какой способ возведения используется, зависит напряженное состояние в процессе монтажа. Ранее были рассмотрены особенности работы конструкций купольных каркасов в процессе монтажа при различных способах возведения и, как следствие, применения разных систем временных опор [8]. Обычно подобным образом возводятся относительно невысокие или пологие купола, а также пространственные конструктивные системы более сложных большепролетных покрытий [9]. В высоких или крутых куполах есть возможность избежать применения большого числа временных опор. Но в таких куполах должно быть обязательно обеспечено жесткое сопряжение частей каркаса друг с другом.

К таким способам возведения относятся монтаж подрачиванием и монтаж наращиванием. Монтаж способом подрачивания осуществляется от вершины, когда сначала собирается вершинный фрагмент каркаса, а затем к нему ярус за ярусом присоединяют остальные конструктивные элементы каркаса. При этом используются переставные временные

опоры, поддерживающие собранную центральную часть купольного каркаса на каждом этапе. Монтаж способом наращивания осуществляется от основания, когда сначала устанавливаются конструктивные элементы на опорном контуре, а затем на них устанавливают ярус за ярусом остальные конструктивные элементы каркаса. В этом случае временные опоры не применяют. Поскольку на верхних ярусах незавершенного покрытия монтируемые конструкции создают визуальный эффект навеса, такой монтаж в большепролетных куполах называют также навесным.

В обоих случаях конструктивные элементы каркаса прикрепляются к узлам собранной ранее части купольного каркаса. Так как все элементы обладают собственным весом, в частично собранной части купольного каркаса возникает напряженное состояние, которое непрерывно меняется. На каждой стадии монтажа образуется собственная расчетная схема, называемая монтажной. Каждая монтажная расчетная схема купольного каркаса отличается от проектной схемы каркаса полностью смонтированного купола и от предыдущих монтажных схем. Поэтому в процессе возведения купола в их конструктивных элементах возникают монтажные внутренние усилия, отличающиеся от усилий в элементах каркаса проектной схемы и от усилий в предыдущих монтажных схемах. Кроме того, монтажные усилия в элементах каркаса при разных способах возведения куполов, как подрачивания, так и наращивания, будут отличаться друг от друга, в том числе и на промежуточных монтажных стадиях возведения.

При монтаже способами подрачивания и наращивания всегда существуют конструктивные элементы и фрагменты купольного каркаса, которые похожи на консоли или консольные навесы соответственно. Из-за этого узловые сопряжения конструкций в каркасе и сечения самих конструктивных элементов должны обладать необходимой изгибной жесткостью. Поэтому в одноярусных купольных каркасах в качестве стержневых элементов используются только двутавры. В двухъярусных купольных каркасах могут применяться любые стержневые профили, поскольку они образуют решетчатые элементы ферменного вида [8].

1. Исследование

С целью выяснения характера напряженно-деформированного состояния по величинам внутренних усилий в стержнях металлического купольного каркаса при разных способах монтажа были выполнены специальные компьютерные исследования, которые проводились на компьютерных моделях купольного каркаса как пространственных

стержневых систем [10; 11] в программе SCAD. Объектом исследования служил каркас однополюсного ребристо-кольцевого купола, изображенного на рис. 1. Узлы каркаса купола расположены на сферической поверхности с радиусом кривизны 20 м,

пролетом 40 м и высотой 19,8 м, то есть купол по очертанию представляет собой половину сферы. Во всех узлах купольного каркаса приняты жесткие сопряжения между элементами – как меридиональных ребер, так и колец.

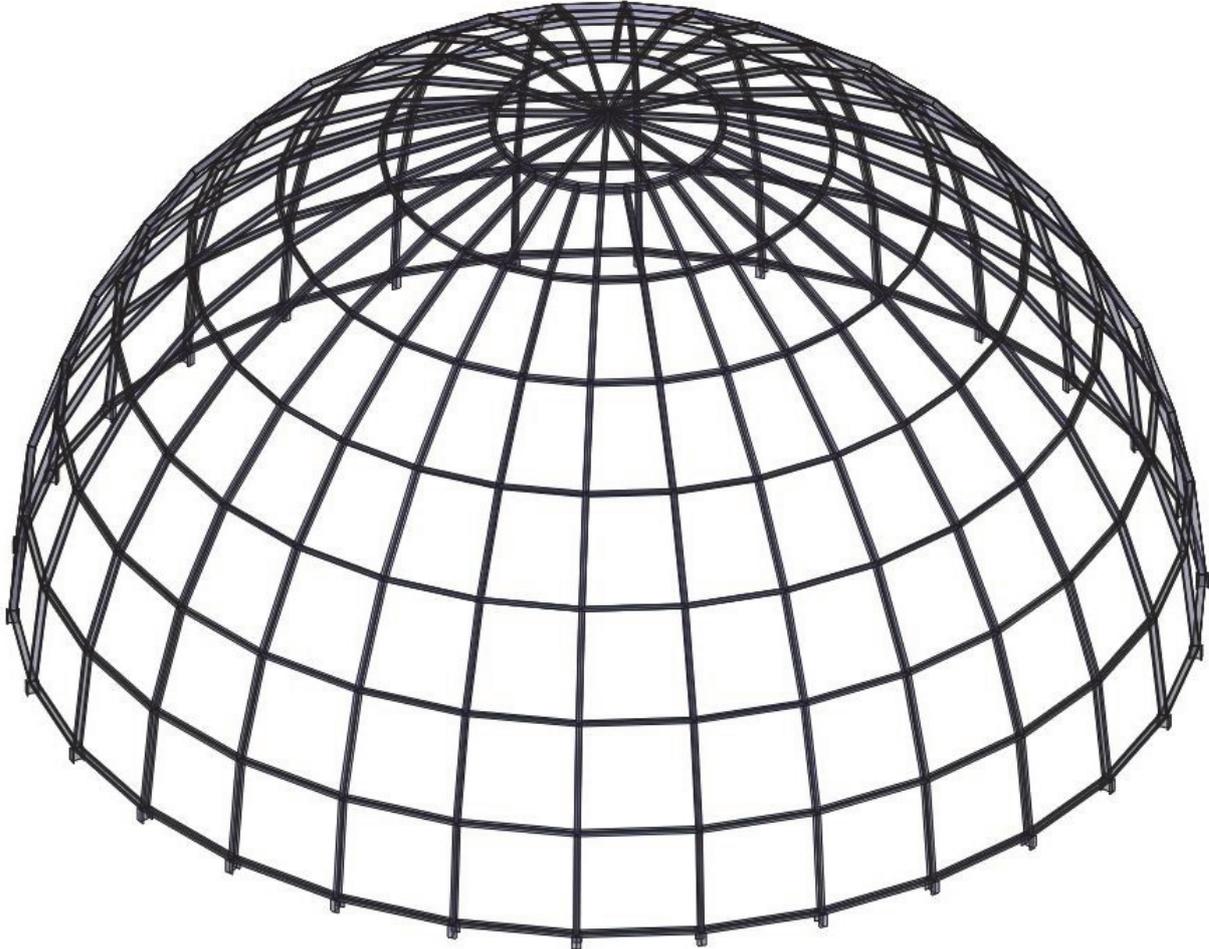


Рис. 1. Каркас исследуемого ребристо-кольцевого купола
[Figure 1. The frame of the investigated ribbed-ring dome]

На основе предварительного приближенно-го расчета купола проектной схемы на несимметричные нагрузки ребра назначены из двутавра 26Ш1, верхнее кольцо – из двутавра 30Ш1, остальные кольца – из двутавра 23Ш1. Расстояние между кольцами вдоль меридионального ребра 3,9 м, расстояние между ребрами вдоль колец от 0,81 м у верхнего кольца до 4,18 м у нижнего кольца. Каркас купола опирается на условные короткие консольные стойки длиной 0,5 м из стального двутавра 40Ш3.

В реальных ребристо-кольцевых куполах в четырех секторах, расположенных симметрично относительно всего каркаса, устанавливаются связи между меридиональными ребрами в каждой ячейке

по всей высоте купола. Учитывая жесткое сопряжение стержней купольного каркаса в узлах, а также симметричное действие нагрузки от собственного веса стержневых элементов, в данном исследовании такие связи в каркас не вводились.

Для исследования напряженного состояния ребристо-кольцевого купола рассматривались конкретные промежуточные монтажные этапы купольного каркаса. Каждый этап подразумевал собранный до замкнутого состояния кольцевой ярус купольного каркаса. Таких ярусов с позиции монтажа в рассматриваемом купольном каркасе насчитывается семь (рис. 1). Поэтому исследование производилось на основе статического расчета компьютерных моделей каркаса каждой из семи монтажных схем про-

межэтажных стадий возведения и проектной схемы купола на действие нагрузки только от собственного веса стержневых элементов. Рассмотрим каждый способ возведения отдельно.

Монтаж способом подрачивания. При этом способе возведения монтаж начинают со сборки вершины купола, ограниченной верхним, или 8-м, кольцом. Собранный купол устанавливают на невысокие стойки из стальной трубы 180×20 мм длиной 4,4 м, расставленные по окружности под узлами верхнего кольца. К верхнему, 8-му, кольцу прикрепляют стержни меридиональных ребер 7-го яруса и стержни 7-го промежуточного кольца (рис. 2, а).

По завершении монтажа 7-го яруса стойки переставляют под узлы 7-го кольца купольного каркаса. Теперь к 7-му кольцу прикрепляют стержни

меридиональных ребер 6-го яруса и стержни 6-го промежуточного кольца (рис. 2, б).

После завершения монтажа 6-го яруса стойки переставляют под узлы 6-го кольца купольного каркаса. Теперь к 6-му кольцу прикрепляют стержни меридиональных ребер 5-го яруса и стержни 5-го промежуточного кольца (рис. 2, в).

Затем стойки переставляют под узлы 5-ого кольца купольного каркаса и выполняют монтаж стержней меридиональных ребер 4-го яруса и стержней 4-го кольца (рис. 2, г). Потом эту процедуру повторяют для 3-го яруса купольного каркаса (рис. 2, д), 2-го яруса (рис. 2, е) и, наконец, 1-го, самого нижнего, яруса ребристо-кольцевого купола (рис. 2, ж).

Монтаж способом подрачивания завершается устройством опор под узлами 1-го, нижнего, кольца купольного каркаса.

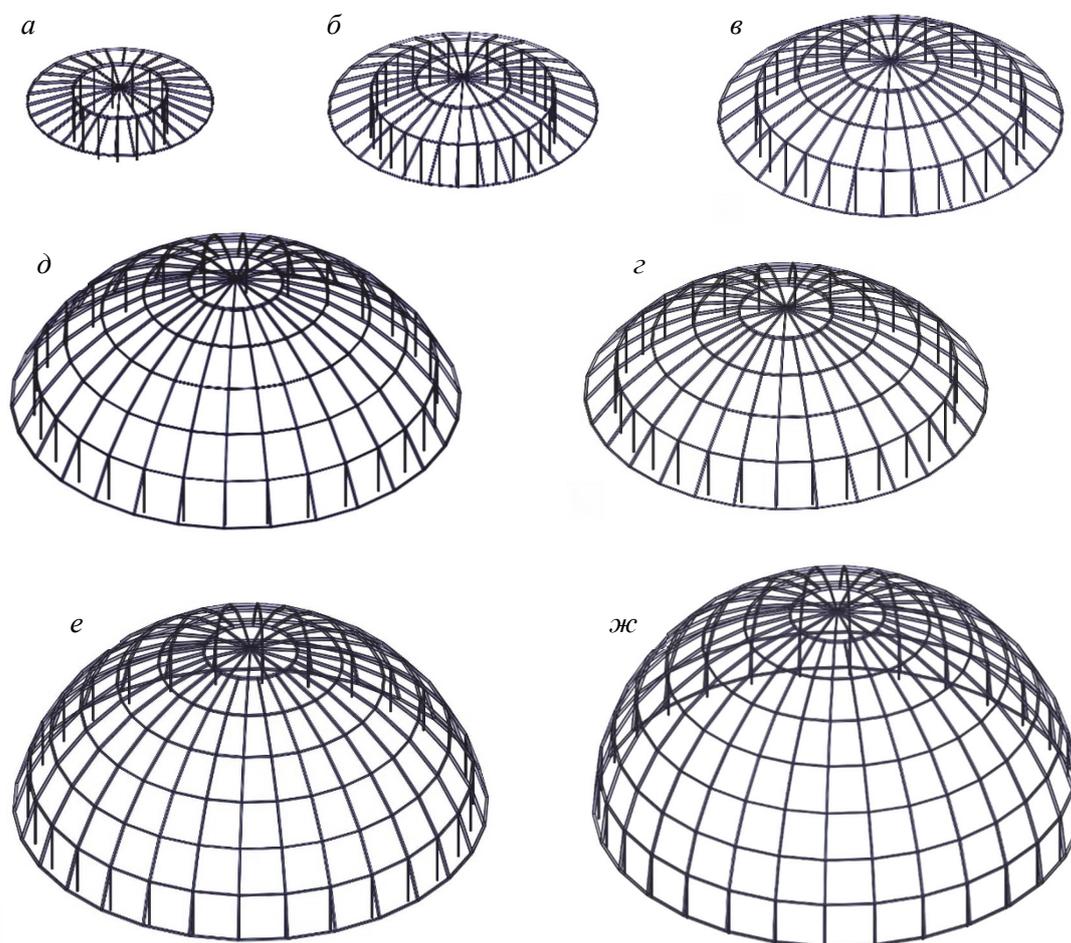


Рис. 2. Этапы монтажа купольного каркаса способом подрачивания:

а – монтаж 7-го яруса; б – монтаж 6-го яруса; в – монтаж 5-го яруса; г – монтаж 4-го яруса;

д – монтаж 3-го яруса; е – монтаж 2-го яруса; ж – монтаж 1-го яруса

[Figure 2. Stages of the “top-down” assembly of the dome framework:

а – installation of the 7th tier; б – installation of the 6th tier; в – installation of the 5th tier;

г – installation of the 4th tier; д – installation of the 3rd tier; е – installation of the 2nd tier; ж – installation of the 1st tier]

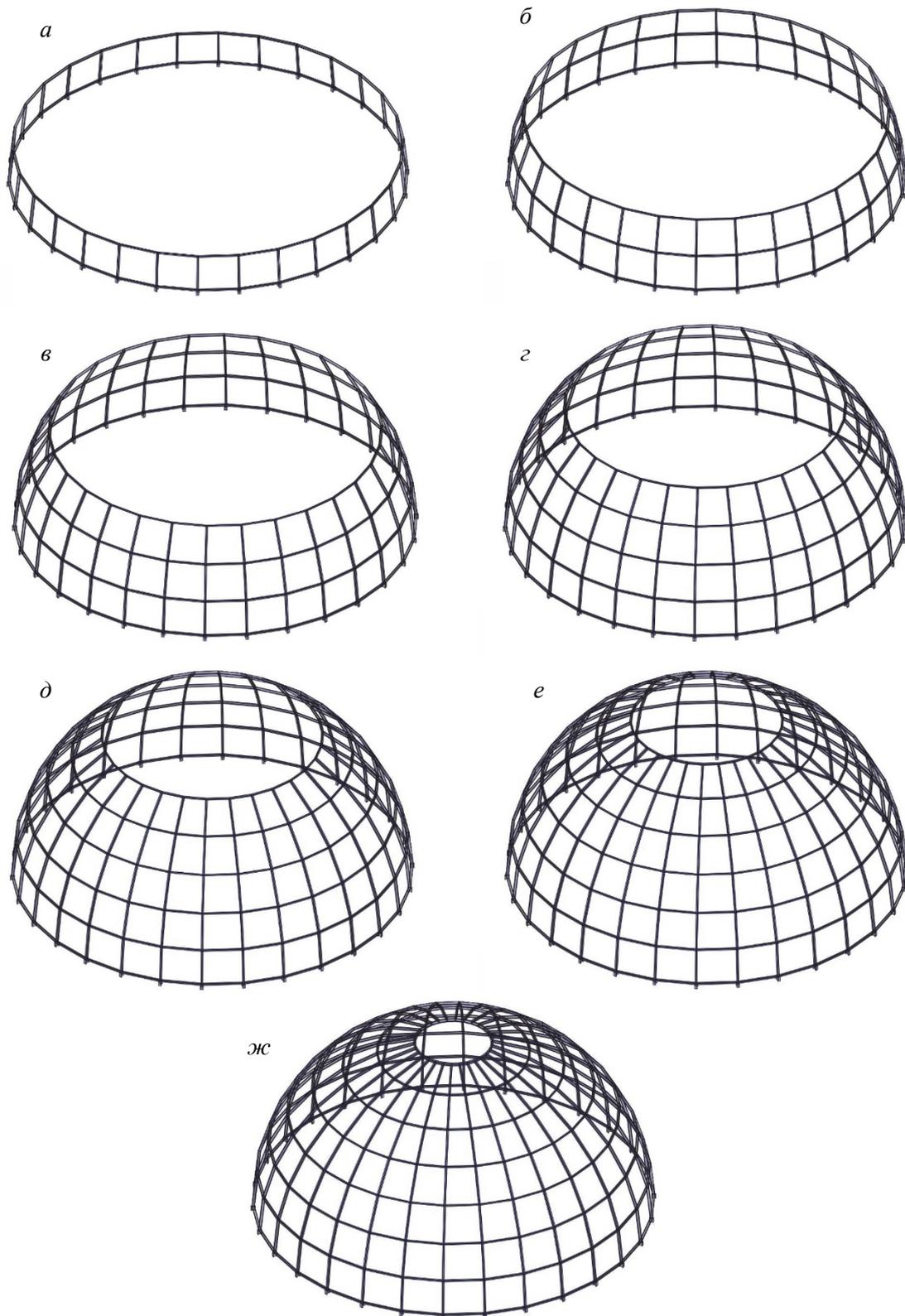


Рис. 3. Этапы монтажа купольного каркаса способом наращивания:

a – монтаж 1-го яруса; *б* – монтаж 2-го яруса; *в* – монтаж 3-го яруса;
г – монтаж 4-го яруса; *д* – монтаж 5-го яруса; *е* – монтаж 6-го яруса; *ж* – монтаж 7-го яруса

[**Figure 3.** Stages of the “bottom-up” assembly of the dome framework:

a – installation of the 1st tier; *б* – installation of the 2nd tier; *в* – installation of the 3rd tier;
г – installation of the 4th tier; *д* – installation of the 5th tier; *е* – installation of the 6th tier; *ж* – installation of the 7th tier]

Монтаж способом наращивания. При этом способе возведения монтаж начинают со сборки нижнего яруса купола в составе 1-го и 2-го колец и стержней меридиональных ребер 1-го яруса (рис. 3, а). По завершении монтажа 1-го яруса к узлам 2-го кольца прикрепляют стержни меридиональных ребер 2-го яруса и стержни 3-го кольца (рис. 3, б). Затем посредством прикрепления к узлам 3-го кольца выполняют монтаж стержней меридиональных ребер 3-го яруса и стержней 4-го кольца (рис. 3, в).

Потом эту процедуру повторяют для 4-го яруса купольного каркаса (рис. 3, г), 5-го яруса (рис. 3, д), 6-го яруса (рис. 3, е) и, наконец, 7-го яруса вместе с верхним 8-м кольцом (рис. 3, ж).

Монтаж способом наращивания завершается сборкой меридиональных стержней 8-го яруса и установкой их в вершине купола.

Анализ работы пространственных стержневых систем купольного типа на компьютерных расчетных моделях имеет большое распространение в различных исследованиях. Например, исследуются напряженные состояния каркасов при изменении геометрических параметров купола [12; 13], при выходе из строя групп элементов [14], при разных геометрических схемах каркаса [15], при разных отношениях высоты купола к диаметру [16], при изменениях пролетов куполов [17], с включением ограждений в ячейках каркаса [18].

В процессе исследования работы каркаса ребристо-кольцевого купола при рассматриваемых способах возведения были получены напряженно-деформированные состояния всех монтажных схем, которые сравнивались друг с другом и с проектной схемой. Анализ напряженных состояний производился по нормальным напряжениям в сечениях конструктивных элементов меридиональных ребер и колец.

При работе купольного каркаса всех монтажных схем и проектной схемы на собственный вес их элементы находятся в состоянии действия продольной силы с изгибом. Поэтому при исследовании вычислялись нормальные напряжения в каждом i -ом элементе по формуле

$$\sigma_i = \frac{N_i}{A_i} \pm \frac{M_{x,i}}{W_{x,i}} \pm \frac{M_{y,i}}{W_{y,i}} .$$

Если от продольной силы в элементах возникают сжимающие напряжения со знаком «-» и наибольшие по абсолютной величине изгибающие моменты расположены в верхней части сечения (растяжение от изгиба сверху), то при вычислении σ_i перед всеми слагаемыми использовался знак «-». Для растягивающих напряжений со знаком «+» в

элементах от продольной силы в таком же случае изгибающих моментов при вычислении σ_i перед всеми слагаемыми использовался знак «+».

Если же наибольшие по абсолютной величине изгибающие моменты расположены в нижней части сечения (растяжение от изгиба снизу), то при вычислении σ_i перед вторым и третьим слагаемыми использовался знак первого слагаемого.

В качестве критерия сравнительной оценки напряжения в элементах купольного каркаса монтажных схем служило сопоставление их с напряжениями в тех же элементах каркаса купола проектной схемы по аналогичному знаку («-» с «-», а «+» с «+»), если по абсолютной величине они были существенно больше, чем с противоположными знаками.

2. Результаты

В результате расчетов были получены напряженно-деформированные состояния каждой из монтажных стержневых систем, образовавшихся на всех этапах монтажа купольного каркаса рассматриваемых способов возведения.

Максимальное вертикальное перемещение от собственного веса каркаса в проектной схеме ребристо-кольцевого купола равно 0,061 см. Максимальные вертикальные перемещения от собственного веса каркаса в монтажных схемах при возведении способом подрачивания от 1-го до 7-го этапа равны 0,065, 0,117, 0,111, 0,098, 0,085, 0,075 и 0,067 см соответственно. Аналогичные перемещения при возведении способом наращивания от 1-го до 7-го этапа равны 0,001, 0,005, 0,011, 0,019, 0,028, 0,042 и 0,058 см соответственно. Эти данные свидетельствуют о незначительных деформациях, что позволяет сосредоточиться на напряженном состоянии стержневых элементов каркаса в процессе монтажа.

В ребристо-кольцевом куполе стержневые элементы каркаса, принадлежащие меридиональным ребрам, и стержневые элементы, принадлежащие кольцам, работают на действие собственного веса по-разному. При этом напряжения σ_i в однотипных элементах разных ярусов i , как монтажных, так и проектной схем, имеют большой разброс значений. Поэтому для анализа напряженных состояний каркаса в процессе монтажа сравнивались напряжения в элементах каждого яруса i монтажных схем с максимальными напряжениями данного типа элементов проектной схемы, то есть вычислялось отношение $\sigma_{M,i} / \sigma_{П,max}$.

Для получения объективных сведений об уровне напряжений в сопоставлении с аналогичным элементом проектной схемы вычислялись и относитель-

ные напряжения в элементах каждого яруса i для самой проектной схемы.

В результате вычисления относительных напряжений в элементах каркаса в разных монтажных схемах при возведении ребристо-кольцевого купола были получены специальные графики, которые представлены на рис. 4 и 5 для возведения способом подращивания и на рис. 6 и 7 для возведения способом наращивания. Эти графики показывают, как изменяются относительные напряжения в элементах купольного каркаса каждого яруса при переходе от одного этапа монтажа к другому.

Здесь необходимо отметить особенности компьютерного начертания в программе Excel приве-

денных графиков. Эти графики отражают относительные напряжения элементов всех ярусов на каждом этапе монтажа, то есть каждой монтажной расчетной модели, в том числе и тех, которые еще не установлены. Поэтому в каждой монтажной расчетной модели для элементов отсутствующих ярусов графики показывают нулевые значения относительных напряжений. Несмотря на кажущуюся абсурдность такого представления, приведенные графики дают возможность удобного визуального сравнения меняющихся напряженных состояний элементов каркаса по этапам монтажа и при разных способах возведения ребристо-кольцевого купола.

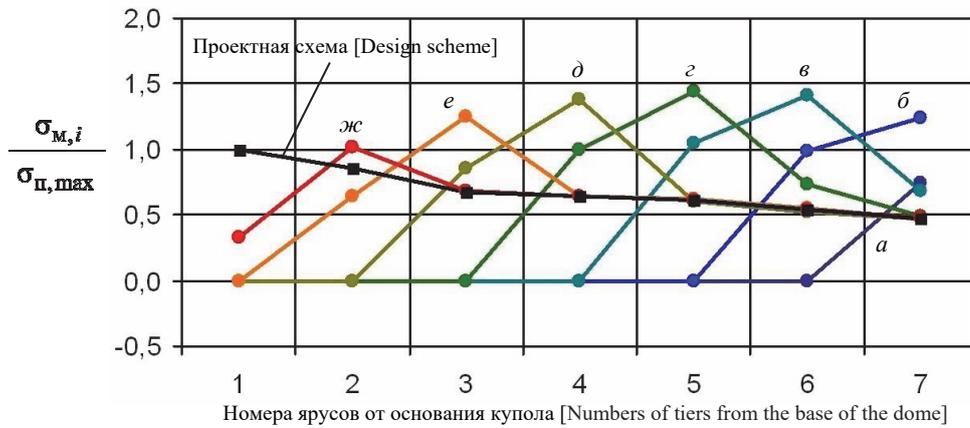


Рис. 4. $\sigma_{M,i} / \sigma_{P,max}$ в поярусных элементах ребер при монтаже каркаса купола подращиванием на разных этапах:
 а – монтаж 7-го яруса; б – монтаж 6-го яруса; в – монтаж 5-го яруса; з – монтаж 4-го яруса;
 д – монтаж 3-го яруса; е – монтаж 2-го яруса; жс – монтаж 1-го яруса

[Figure 4. $\sigma_{M,i} / \sigma_{P,max}$ in the elements of tier ribs at different stages of the “top-down” assembly of the framework of the dome:
 а – installation of the 7th tier; б – installation of the 6th tier; в – installation of the 5th tier;
 з – installation of the 4th tier; д – installation of the 3rd tier; е – installation of the 2nd tier; жс – installation of the 1st tier]

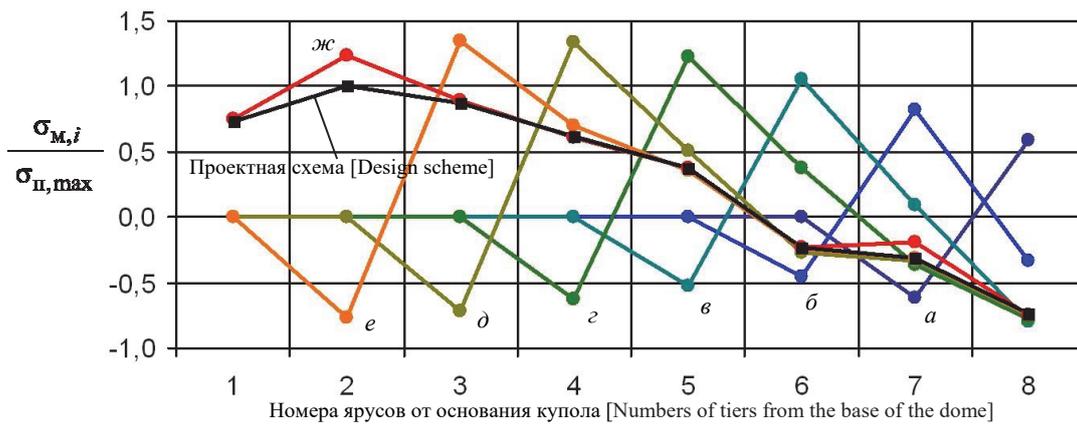


Рис. 5. $\sigma_{M,i} / \sigma_{P,max}$ в поярусных элементах колец при монтаже каркаса купола подращиванием на разных этапах:
 а – монтаж 7-го яруса; б – монтаж 6-го яруса; в – монтаж 5-го яруса; з – монтаж 4-го яруса;
 д – монтаж 3-го яруса; е – монтаж 2-го яруса; жс – монтаж 1-го яруса

[Figure 5. $\sigma_{M,i} / \sigma_{P,max}$ in the elements of tier rings at different stages of “top-down” assembly of the framework of the dome:
 а – installation of the 7th tier; б – installation of the 6th tier; в – installation of the 5th tier;
 з – installation of the 4th tier; д – installation of the 3rd tier; е – installation of the 2nd tier; жс – installation of the 1st tier]

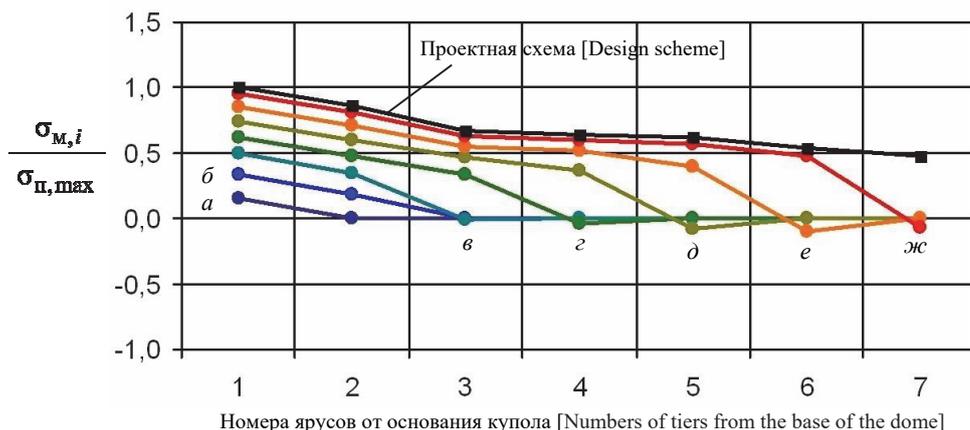


Рис. 6. $\sigma_{M,i} / \sigma_{II,max}$ в поярусных элементах ребер при монтаже каркаса купола наращиванием на разных этапах:
a – монтаж 1-го яруса; *б* – монтаж 2-го яруса; *в* – монтаж 3-го яруса; *г* – монтаж 4-го яруса;
д – монтаж 5-го яруса; *е* – монтаж 6-го яруса; *ж* – монтаж 7-го яруса

[Figure 6. $\sigma_{M,i} / \sigma_{II,max}$ in the tier elements of ribs at different stages of “bottom-up” installation of the framework of the dome:
a – installation of the 1st tier; *б* – installation of the 2nd tier; *в* – installation of the 3rd tier;
г – installation of the 4th tier; *д* – installation of the 5th tier; *е* – installation of the 6th tier; *ж* – installation of the 7th tier]

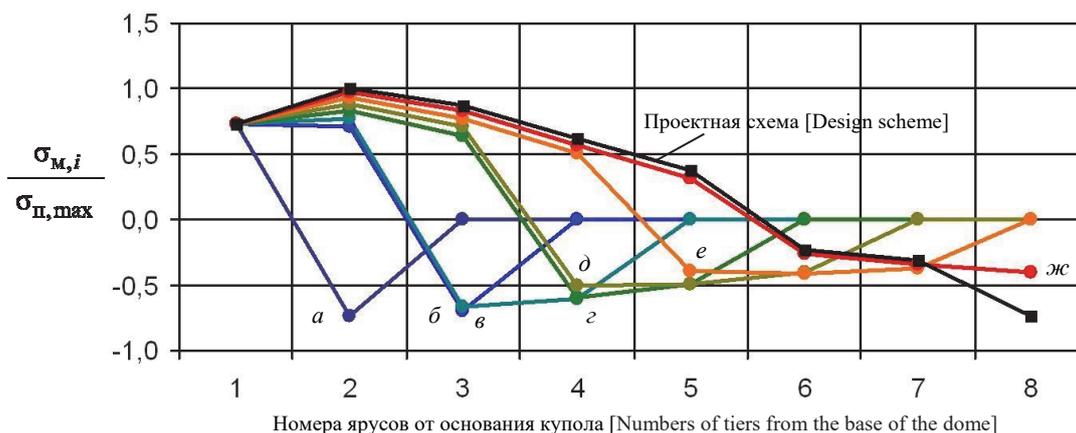


Рис. 7. $\sigma_{M,i} / \sigma_{II,max}$ в поярусных элементах колец при монтаже каркаса купола наращиванием на разных этапах:
a – монтаж 1-го яруса; *б* – монтаж 2-го яруса; *в* – монтаж 3-го яруса; *г* – монтаж 4-го яруса;
д – монтаж 5-го яруса; *е* – монтаж 6-го яруса; *ж* – монтаж 7-го яруса

[Figure 7. $\sigma_{M,i} / \sigma_{II,max}$ in the tier elements of rings at different stages of “bottom-up” installation of the framework of the dome:
a – installation of the 1st tier; *б* – installation of the 2nd tier; *в* – installation of the 3rd tier;
г – installation of the 4th tier; *д* – installation of the 5th tier; *е* – installation of the 6th tier; *ж* – installation of the 7th tier]

Графики монтажа купола способом подрачивания показывают, что напряжения в элементах меридиональных ребер на предыдущем от монтируемого яруса со 2-го этапа (6 ярус) по 6-й этап (2 ярус) превосходят максимальные проектные последовательно в 1,25, 1,41, 1,44, 1,39 и 1,25 раза (рис. 4). Причем монтажные напряжения превосходят проектные в этих же ярусах в 2,63, 2,61, 2,34, 2,16 и 1,85 раза соответственно. А напряжения в элементах верхнего (предыдущего) и нижнего (монтируемого) колец с 1-го этапа (7 ярус) по 6-й этап (2 ярус) проявляют скачущий знако-

переменный (от растяжения к сжатию) характер. Перепад величин напряжений в верхнем (над опорами) и нижнем кольцах последовательно в 1,21, 1,28, 1,58, 1,85, 2,06 и 2,12 раза больше максимального проектного значения (рис. 5).

Графики монтажа купола способом наращивания показывают, что напряжения в элементах меридиональных ребер возрастают постепенно от 1-го этапа (1 ярус) по 6-й этап (6 ярус), пока не достигнут проектного значения. Однако с 4-го по 7-й этап на монтируемом ярусе, то есть 4-м, 5-м, 6-м и 7-м, наблюдаются напряжения противоположного знака

(растяжение) соответственно в $-0,07$, $-0,12$, $-0,19$ и $-0,15$ от проектного (рис. 6). Напряжения в элементах нижнего (предыдущего) и верхнего (монтируемого) колец с 1-го этапа (1 ярус) по 4-й этап (4 ярус) также проявляют скачущий знакопеременный (от растяжения к сжатию) характер. Перепад величин напряжений в монтируемом и нижнем кольцах последовательно в 1,47, 1,41, 1,44 и 1,22 раза больше максимального проектного значения (рис. 7).

Для получения сведений об уровне напряжений в элементах каркаса ребристо-кольцевого купола в процессе монтажа рассматриваемыми способами на разных этапах для элементов меридиональных ребер и колец на рис. 8–11 представлены поярусные диаграммы степени использования прочности по отношению выявленных абсолютных величин напряжений к расчетному сопротивлению стали – $|\sigma_i|/R_y$.

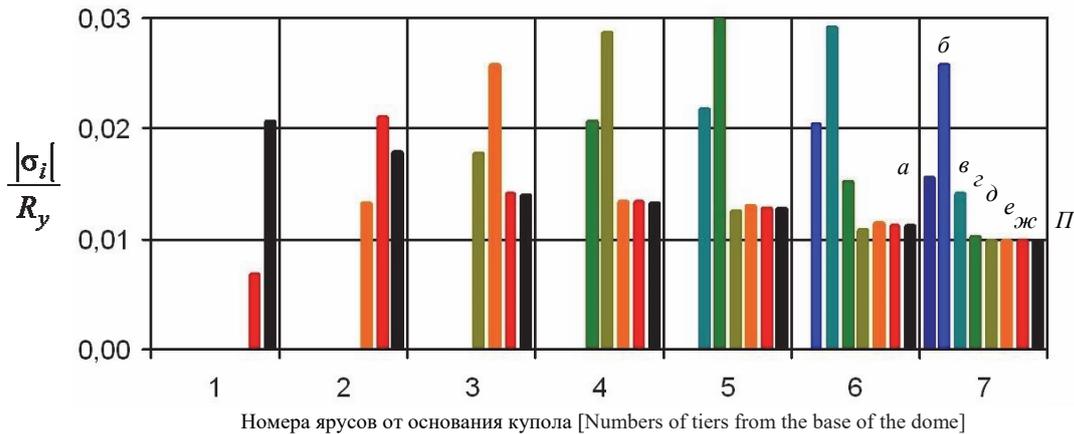


Рис. 8. $|\sigma_i|/R_y$ в поярусных элементах ребер при монтаже каркаса купола подращиванием на разных этапах:

П – проектная схема; а – монтаж 7-го яруса; б – монтаж 6-го яруса; в – монтаж 5-го яруса; г – монтаж 4-го яруса; д – монтаж 3-го яруса; е – монтаж 2-го яруса; ж – монтаж 1-го яруса

[Figure 8. $|\sigma_i|/R_y$ in the elements of tier ribs at different stages of the “top-down” assembly of the framework of the dome:

П – design scheme; а – installation of the 7th tier; б – installation of the 6th tier; в – installation of the 5th tier; г – installation of the 4th tier; д – installation of the 3rd tier; е – installation of the 2nd tier; ж – installation of the 1st tier]

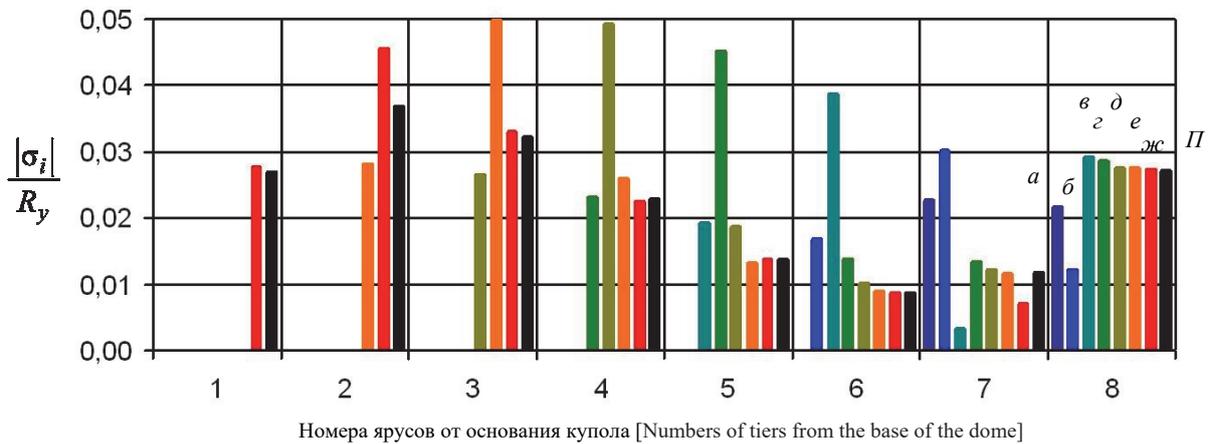


Рис. 9. $|\sigma_i|/R_y$ в поярусных элементах колец при монтаже каркаса купола подращиванием на разных этапах:

П – проектная схема; а – монтаж 7-го яруса; б – монтаж 6-го яруса; в – монтаж 5-го яруса; г – монтаж 4-го яруса; д – монтаж 3-го яруса; е – монтаж 2-го яруса; ж – монтаж 1-го яруса

[Figure 9. $|\sigma_i|/R_y$ in the tier elements of rings at different stages of the “top-down” installation of the framework of the dome:

П – design scheme; а – installation of the 7th tier; б – installation of the 6th tier; в – installation of the 5th tier; г – installation of the 4th tier; д – installation of the 3rd tier; е – installation of the 2nd tier; ж – installation of the 1st tier]

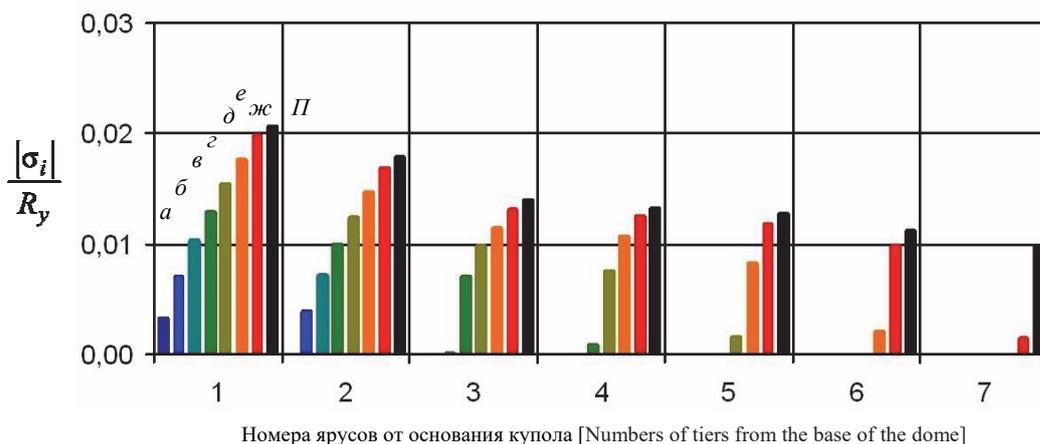


Рис. 10. $|\sigma_i|/R_y$ в поярусных элементах ребер при монтаже каркаса купола наращиванием на разных этапах:

П – проектная схема; а – монтаж 1-го яруса; б – монтаж 2-го яруса; в – монтаж 3-го яруса; г – монтаж 4-го яруса; д – монтаж 5-го яруса; е – монтаж 6-го яруса; ж – монтаж 7-го яруса

[Figure 10. $|\sigma_i|/R_y$ in the tier elements of ribs at different stages of the “bottom-up” assembly of the framework of the dome:

П – design scheme; а – installation of the 1st tier; б – installation of the 2nd tier; в – installation of the 3rd tier; г – installation of the 4th tier; д – installation of the 5th tier; е – installation of the 6th tier; ж – installation of the 7th tier]

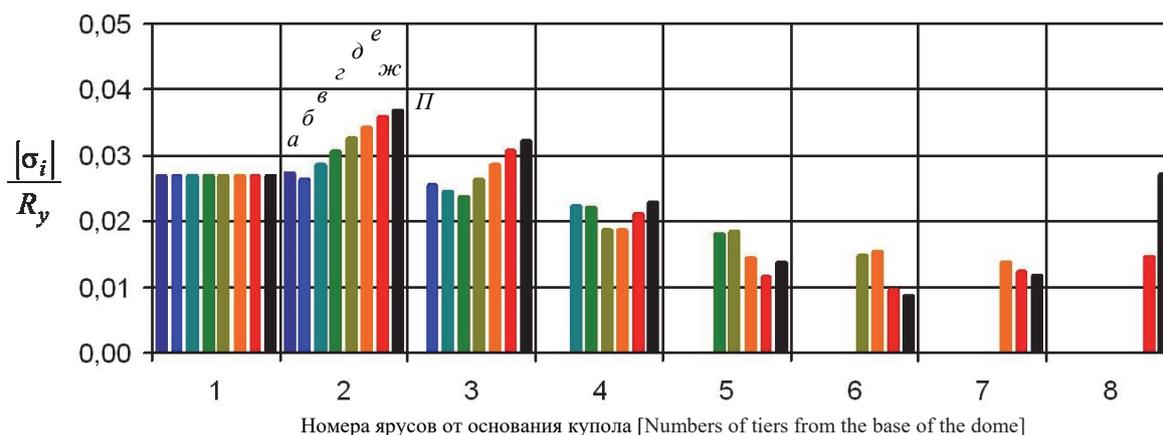


Рис. 11. $|\sigma_i|/R_y$ в поярусных элементах колец при монтаже каркаса купола наращиванием на разных этапах:

П – проектная схема; а – монтаж 1-го яруса; б – монтаж 2-го яруса; в – монтаж 3-го яруса; г – монтаж 4-го яруса; д – монтаж 5-го яруса; е – монтаж 6-го яруса; ж – монтаж 7-го яруса

[Figure 11. $|\sigma_i|/R_y$ in the tier elements of rings at different stages of the “bottom-up” assembly of the framework of the dome:

П – design scheme; а – installation of the 1st tier; б – installation of the 2nd tier; в – installation of the 3rd tier; г – installation of the 4th tier; д – installation of the 5th tier; е – installation of the 6th tier; ж – installation of the 7th tier]

Все диаграммы характеризуются отсутствием графических столбиков на большинстве ярусов вследствие того, что на данном этапе монтажа этого элемента каркаса (ребра или кольца) еще нет в смонтированной части купольного каркаса. Поскольку монтаж подращиванием начинается от 7-го яруса, то на последнем этапе монтажа (1-го яруса) 7-й ярус будет насчитывать 7 графических монтажных столбиков и 1 проектный. Монтаж же наращиванием, наоборот, начинается от 1-го яруса, поэтому на последнем этапе монтажа (7-го яруса) 1-й ярус будет насчитывать 7 графических монтажных столбиков

и 1 проектный. Наличие 8-го яруса в диаграммах для кольцевых элементов (рис. 9, 11), как и в графиках (рис. 5, 7), связано с монтажными усилиями в 8-м кольце купольного каркаса.

Диаграммы на рис. 8 и 9 свидетельствуют о том, что в процессе монтажа способом подращивания в поярусных элементах ребер и колец купольного каркаса происходят значительные изменения напряжений, причем намного превышающие проектные значения. В элементах меридиональных ребер напряжения достигают 3 % прочности при монтаже 4-го яруса купольного каркаса (рис. 8),

а максимальные проектные – только 2,1 %. В элементах колец напряжения достигают 5 % прочности при монтаже 2-го яруса купольного каркаса (рис. 9), а максимальные проектные – только 3,7 %.

Диаграммы на рис. 10 и 11 свидетельствуют о том, что в процессе монтажа способом наращивания в поярусных элементах ребер и колец купольного каркаса также происходят изменения напряжений, но их величины не превосходят проектные значения. В элементах меридиональных ребер напряжения достигают 2 % прочности при монтаже 7-го яруса купольного каркаса (рис. 10) при максимальных проектных – 2,1 %. В элементах колец напряжения достигают 3,6 % прочности при монтаже 7-го яруса купольного каркаса (рис. 11), что близко к максимальным проектным – 3,7 %.

Выводы

На основании изложенного материала можно сделать следующие выводы.

В процессе возведения большепролетных металлических куполов в сечениях конструктивных элементов их каркасов неизбежно появление монтажных напряжений.

Напряженное состояние в элементах каркаса ребристо-кольцевого купола в процессе монтажа формируется по-разному при различных способах возведения и с отклонениями от напряженного состояния проектной схемы.

Напряжения в кольцевых элементах каркаса при монтаже характеризуются резкими скачками величин относительно проектных значений с изменениями характера в схеме «сжатие – растяжение».

Формирование начального напряженного состояния каркаса ребристо-кольцевого купола полусферического очертания при монтаже способом наращивания происходит спокойнее по сравнению с монтажом способом подрачивания и характеризуется меньшими напряжениями.

При проектировании и выборе способа возведения каркаса ребристо-кольцевого купола полусферического очертания большого пролета следует производить его расчет на монтажные напряженные состояния.

При выборе способа возведения каркаса ребристо-кольцевого купола полусферического очертания предпочтение следует отдавать монтажу наращиванием или навесным способом.

Необходимо проведение исследований по оценке степени влияния монтажных напряженных состояний в конструктивных элементах каркасов большепролетных металлических куполов на их эксплуатационную надежность.

Список литературы

1. Тур В.И. Купольные конструкции: формообразование, расчет, конструирование, повышение эффективности. М.: АСВ, 2004. 96 с.
2. Гохарь-Хармандарян И.Г. Большепролетные купольные здания. М.: Стройиздат, 1978. 150 с.
3. Кривошапко С.Н. Металлические ребристо-кольцевые и сетчато-стержневые оболочки XIX – первой половины XX веков // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2014. № 6. С. 4–15.
4. Металлические конструкции: справочник проектировщика: в 3 т. Т. 2. Стальные конструкции зданий и сооружений / под общ. ред. В.В. Кузнецова; ЦНИИпроектстальконструкция имени Н.П. Мельникова. М.: АСВ, 1998. 512 с.
5. Торкатюк В.И. Монтаж конструкций большепролетных зданий. М.: Стройиздат, 1985. 170 с.
6. Гофштейн Г.Е., Ким В.Г., Нищев В.Н., Соколова А.Д. Монтаж металлических и железобетонных конструкций. М.: Стройиздат, 2004. 528 с.
7. Лебедь Е.В., Алукаев А.Ю. Большепролетные металлические купольные покрытия и их возведение // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 1. С. 4–16.
8. Лебедь Е.В. Особенности работы каркасов большепролетных металлических куполов в процессе их возведения // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 6. С. 481–494.
9. Mukaiyama Youichi, Fujino Terumasa, Kuroiwa Yoshihiko, Ueki Takashi. Erection Methods for Space Structures // Evolution and Trends in Design, Analysis and Construction of Shell and Spatial Structures: Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium 2009, Valencia, Spain. 2009. Pp. 1951–1962.
10. Карпиловский В.С., Криксунов Э.З., Маляренко А.А., Перельмутер А.В., Перельмутер М.А. SCAD Office. Вычислительный комплекс SCAD. М.: АСВ, 2004. 592 с.
11. Городецкий А.С., Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкций. К.: Факт, 2005. 344 с.
12. Chandiwala Anuj. Analysis and design of steel dome using software // International Journal of Research in Engineering and Technology (IJRET). 2014. Vol. 3. Issue 3. Pp. 35–39.
13. Jadhav H.S., Patil Ajit S. Parametric Study of Double Layer Steel Dome with Reference to Span to Height Ratio // International Journal of Science and Research (IJSR). 2013. Vol. 2. Issue 8. Pp. 110–118.
14. Handruleva A., Matuski V., Kazakov K. Combined Mechanisms of Collapse of Discrete Single-Layer Spherical Domes // Study of Civil Engineering and Architecture (SCEA). 2012, December. Vol. 1. Issue 1. Pp. 19–27.
15. Amjatha Makkar, Sumayya Abbas, Muhammed Haslin S.M. Finite Element Analysis of Diamatic, Schwedler and Diamatic-Schwedler Hybrid Domes // International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT). 2016. Vol. 39. No. 1. Pp. 57–62.

16. Chacko P., Dipu V.S., Manju P.M. Finite Element Analysis of Ribbed Dome // International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA). 2014. Pp. 25–32.

17. Merilmol Eldhose, Rajesh A.K., Ramadass S. Finite Element Analysis and Parametric Study of Schwedler Dome Using ABAQUS Software // International Journal

of Engineering Trends and Technology (IJETT). 2015. Vol. 28. No.7. Pp. 333–338.

18. Nabeel Abdulrazzaq Jasim, Ihab Sabri Saleh, Saddam Khalaf Faleh. Structural Analysis of Ribbed Domes Using Finite Element Method // International Journal of Civil Engineering Research. 2017. Vol. 8. No. 2. Pp. 113–130.

RESEARCH PAPER

Changes in the stressed state of the framework of the metal ribbed-ring dome during the assembly process

Evgeny V. Lebed

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), 26 Yaroslavskoye shosse, Moscow, 129337, Russian Federation
evglebed@mail.ru

Article history:

Received: June 19, 2019

Revised: July 23, 2019

Accepted: July 28, 2019

Abstract

Aims of research. To analyze the stress state of the metal structures of the ribbed-ring dome of a hemispherical shape during the assembly process of the dome frame in two fundamentally different ways – “top-down” and “bottom-up”. Since different design schemes arise at different stages of assembly of the dome frame, different assembly forces result in their structural elements. To demonstrate how assembly forces lead to the tension state of a ribbed-ring dome that is transformed during the construction process. To perform the analysis of the stress states of the considered assembly methods and to present their evaluation. **Methods.** A computer model of a metal ribbed-ring dome made of steel I-beams with rigid joints has been developed. Several additional assembly models of an incomplete frame have been created for studying the considered assembly at different stages. Computer calculations for the effect of its self-weight were made for each assembly model of the dome frame. As a result of the calculations, the stresses in the structural elements of the frames of the assembly schemes were determined, which were compared with similar stresses resulting from the self-weight in the frame of the design scheme. **Results.** Diagrams of changes in the stress state of structural elements of a metal ribbed-ring dome are presented. The efficiency of use of steel strength at different stages of installation is also shown in the diagrams. A comparative assessment is given for the stress conditions due to the assembly methods under consideration. The inevitability of installation stresses is noted and the most efficient assembly method of installation is chosen.

Keywords: ribbed-ring dome; metal frame; structural scheme; methods of construction; assembly of structures; computer model; stresses in the elements

For citation

Lebed E.V. (2019). Changes in the stressed state of the framework of the metal ribbed-ring dome during the assembly process. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 15(4), 278–290. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-278-290>

References

1. Tur V.I. (2004). *Kupol'nye konstruktsyi: formoobrazovanie, raschet, konstruirovaniye, povysheniye effektivnosti [Dome Structures: Morphogenesis, Analysis, Design, Increase in Effectiveness]*. Moscow, ASV Publ., 96. (In Russ.)

2. Gokhar'-Harmadaryan I.G. (1978). *Bol'sheproletnye kupol'nye zdaniya [Wide-Span Dome Buildings]*. Moscow, Stroyizdat Publ., 150. (In Russ.)

3. Krivoshapko S.N. (2014). Metal ribbed-and-circular and lattice shells from the XIXth until the first half of the XXth century. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (6), 4–15.

4. Torkatyuk V.I. (1985). *Montazh konstruktsiy bol'sheproletnykh zdaniy [Installation of Structures of Large-Span Buildings]*. Moscow, Stroyizdat Publ., 170. (In Russ.)

5. Kuznetsov V.V. (ed.). (1998). *Metallicheskie konstruktsii. T. 2. Stal'nye konstruktsii zdaniy i sooruzheniy. Spravochnik proektirovshchika [Metal Structures. Vol. 2. Steel Structures of Buildings and Constructions. Reference Book for Designer]*. Moscow, ASV Publ., 512. (In Russ.)

6. Gofshteyn G.E., Kim V.G., Nishchev V.N., Sokolova A.D. (2004). *Montazh metallicheskikh i zhelezobetonnykh konstruktsiy [Installation of Metal and Reinforced Concrete Structures]*. Moscow, Stroyizdat Publ., 528. (In Russ.)

7. Lebed E.V., Alukaev A.U. (2018). Large-span metal dome roofs and their construction. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(1), 4–16. (In Russ.)

Evgeny V. Lebed, Candidate of Technical Science, Associate Professor, Department of Metal and Wooden Structures.

8. Lebed E.V. (2018). Behavior of the Frames of Large-span Metal Domes in the Process of their Installation. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(6), 481–494. (In Russ.)
9. Mukaiyama Youichi, Fujino Terumasa, Kuroiwa Yoshihiko, Ueki Takashi. (2009). Erection Methods for Space Structures. *Evolution and Trends in Design, Analysis and Construction of Shell and Spatial Structures: Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium 2009, Valencia, Spain*, 1951–1962.
10. Karpilovskiy V.S., Kriksunov E.Z., Malyarenko A.A., Perel'muter A.V., Perel'muter M.A. (2004). *SCAD Office. Vychislitel'ny kompleks SCAD [SCAD Office. Computer system SCAD]*. Moscow, ASV Publ., 592 (In Russ.)
11. Gorodetskiy A.S., Evzerov I.D. (2005). *Komp'uternye modeli konstruksiy [Computer models of structures]*. Kiev, Fakt Publ., 344. (In Russ.)
12. Chandiwala Anuj. (2014). Analysis and design of steel dome using software. *International Journal of Research in Engineering and Technology (IJRET)*, 3(3), 35–39.
13. Jadhav H.S., Patil Ajit S. (2013). Parametric Study of Double Layer Steel Dome with Reference to Span to Height Ratio. *International Journal of Science and Research (IJSR)*, 2(8), 110–118.
14. Handruleva A., Matuski V., Kazakov K. (2012). Combined Mechanisms of Collapse of Discrete Single-Layer Spherical Domes. *Study of Civil Engineering and Architecture (SCEA)*, 1(1), 19–27.
15. Amjatha Makkar, Sumayya Abbas, Muhammed Haslin S.M. (2016). Finite Element Analysis of Diamatic, Schwedler and Diamatic-Schwedler Hybrid Domes. *International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT)*, 39(1), 57–62.
16. Chacko P., Dipu V.S., Manju P.M. (2014). Finite Element Analysis of Ribbed Dome. *International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA)*, 25–32.
17. Merilmol Eldhose, Rajesh A.K., Ramadass S. (2015). Finite Element Analysis and Parametric Study of Schwedler Dome Using ABAQUS Software. *International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT)*, 28(7), 333–338.
18. Nabeel Abdulrazzaq Jasim, Ihab Sabri Saleh, Saddam Khalaf Faleh. (2017). Structural Analysis of Ribbed Domes Using Finite Element Method. *International Journal of Civil Engineering Research*, 8(2), 113–130.

ТЕОРИЯ ТОНКИХ ОБОЛОЧЕК
THEORY OF THIN ELASTIC SHELLSDOI 10.22363/1815-5235-2019-15-4-291-298
УДК 624.074.433.042.12

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Определение критической нагрузки потери устойчивости стержневой и плоской моделей круговой цилиндрической оболочки, взаимодействующей с основанием

С.Б. Косицын*, В.Ю. Акулич

Российский университет транспорта, Российская Федерация, 127994, Москва, ул. Образцова, 9
*kositsyn-s@yandex.ru

История статьи:

Поступила в редакцию: 13 мая 2019 г.
Доработана: 23 июля 2019 г.
Принята к публикации: 17 августа 2019 г.

Аннотация

Цели исследования – определение критической нагрузки, при которой оболочка, взаимодействующая с окружающим основанием, теряет устойчивость равновесия, и нахождение форм потери устойчивости оболочки в линейной и нелинейной постановках задачи. **Методы.** Проблема решена численным методом с использованием конечно-элементного комплекса, который позволяет исследовать напряженно-деформированное состояние и оценить устойчивость стержневых и плоских систем. Составлено три расчетных случая стержневой модели и два расчетных случая плоской модели круговой цилиндрической оболочки, взаимодействующей с основанием. Выполнен сбор нагрузок, действующих на оболочку. Расчеты проведены в линейной и геометрически нелинейной постановках с использованием линейно-упругой модели материала. Применены контактные элементы двустороннего и одностороннего действия. Критические нагрузки определены относительно действующей нагрузки от собственного веса. **Результаты.** Выявлены критические нагрузки и найдены формы потери устойчивости круговой цилиндрической оболочки, взаимодействующей с окружающим основанием. Проведен сравнительный анализ полученных результатов. Дана оценка запаса устойчивости оболочки относительно действующей нагрузки.

Ключевые слова: устойчивость оболочки; запас устойчивости; контактное взаимодействие; стержневые элементы; плоские элементы

Для цитирования

Косицын С.Б., Акулич В.Ю. Определение критической нагрузки потери устойчивости стержневой и плоской моделей круговой цилиндрической оболочки, взаимодействующей с основанием // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 4. С. 291–298. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-291-298>

Введение

Определение напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек, взаимодействующих с окружающим основанием, является

неотъемлемой частью планов и проектов большого числа транспортных, коммунальных и других подземных сооружений. Несмотря на то, что эти сооружения работают в естественных условиях нагружения, а именно под собственным весом самого сооружения и вышележащих слоев грунта, особый интерес представляет собой критическая нагрузка, при которой конструкция сооружения теряет устойчивость равновесия. Определение этой нагрузки позволит дать оценку запаса устойчивости сооружения, что позволит избежать аварийных

Косицын Сергей Борисович, советник РААСН, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической механики; eLIBRARY SPIN-код: 9390-7610.

Акулич Владимир Юрьевич, аспирант, кафедра теоретической механики.

© Косицын С.Б., Акулич В.Ю., 2019



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

случаев в процессе эксплуатации объекта. В частности, в настоящей работе сделана попытка определения критической нагрузки для оболочки, имитирующей транспортный тоннель.

Численный анализ проведен с целью установления критической нагрузки, при которой конструкция круговой цилиндрической оболочки теряет устойчивость равновесия, и определения форм потери устойчивости при линейном и нелинейном расчетных случаях. Критическая нагрузка представлена в кратном виде к естественной действующей нагрузке для удобства определения коэффициента запаса устойчивости. По полученным результатам проведен сравнительный анализ.

1. Численный анализ стержневой модели системы «оболочка – основание»

Конечно-элементный комплекс MSC Patran – Nastran позволяет исследовать напряженно-деформированное состояние стержневых и плоских систем и отвечает требованиям поставленной задачи [1; 2].

Первый расчетный случай проведен в линейной постановке с линейно-упругой моделью материала. Связи между оболочкой и основанием заданы двусторонними без возможности отлипания оболочки от основания. Второй расчетный случай проведен в линейной постановке с линейно-упругой моделью материала. Связи между оболочкой и основанием заданы односторонними с возможностью отлипания оболочки от основания. Третий расчетный случай проведен в нелинейной постановке с учетом геометрической нелинейности. Модель материала линейно-упругая. Связи между оболочкой и основанием заданы односторонними с возможностью отлипания оболочки от основания.

Расчетные модели состоят из стержневых элементов оболочки и стержневых контактных элементов, аппроксимирующих грунтовое основание. Элементы оболочки и контактные элементы соединены по принципу «узел в узел», эти узлы являются общими. На вторые (свободные) узлы контактных элементов наложены связи по всем степеням свободы [3]. Также все узлы стержневых элементов закреплены от перемещений из плоскости, что обеспечивает геометрическую неизменяемость системы.

Диаметр оболочки $D = 5$ м, толщина оболочки 0,25 м, ширина оболочки 1 м (модель оболочки представляет собой вырезанную полосу из бесконечно длинной оболочки шириной 1 м). Свойства материала оболочки приняты, как для бетона: модуль упругости $E = 3,0 \cdot 10^{10}$ Н/м², коэффициент Пуассона $\mu_{06} = 0,18$, плотность $\rho_{06} = 2300$ кг/м³.

Расстояние от поверхности основания до центра оболочки равно $3,5D$, что учтено при сборе нагрузок на оболочку. Объемный вес основания составил $\gamma = 1600$ кг/м³, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$. Основанию задан коэффициент постели $k = 100$ МПа/м (соответствует глинистым грунтам по [4]). Жесткость контактного элемента при сжатии [5; 6] вычислена по формуле $S_t = k \cdot b \cdot L_e = 2,45 \cdot 10^7$ Н/м, где k – коэффициент постели упругого основания; b – ширина элемента оболочки; L_e – длина элемента оболочки.

Вертикальная нагрузка q_v , приложенная к оболочке, составлена от собственного веса вышележащего грунта без учета возможности образования свода обрушения над оболочкой по формуле (1):

$$q_v = \gamma z, \quad (1)$$

где γ – объемный вес грунта; z – расстояние от поверхности грунта.

Боковая нагрузка q_b , действующая на оболочку, определена с помощью коэффициента бокового давления ξ без учета обратного уклона оболочки в нижней зоне по формуле (2):

$$q_b = \xi \gamma z, \quad (2)$$

где ξ – коэффициент бокового давления.

Таким образом, на оболочку действовали следующие нагрузки от грунтового основания: вертикальная постоянная нагрузка $\gamma z_1 = 235,4$ Н/м², горизонтальная трапециевидная нагрузка – при $z_1 = 3D$ равна $\xi \gamma z_1 = 94,2$ кН/м, при $z_2 = 4D$ равна $\xi \gamma z_2 = 125,5$ Н/м. На рис. 1 показана схема нагружения оболочки, контактные элементы отпора основания не показаны, так как заранее неизвестно, где возникнут зоны отпора основания в случае односторонней работы контактных элементов.

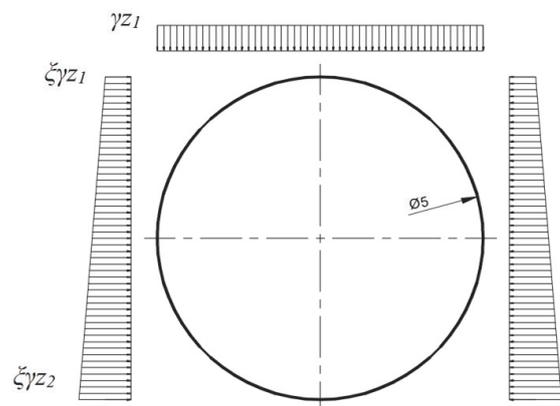


Рис. 1. Схема нагружения оболочки
[Figure 1. Shell loading scheme]

2. Первый расчетный случай. Линейный расчет стержневой модели с двусторонними связями

Первый расчетный случай выполнен с помощью описанной выше стержневой модели. Контактные элементы между оболочкой и окружающим основанием приняты двусторонними. Таким образом, контакт воспринимает как сжимающее, так и растягивающее усилие. Недостатком данной постановки контактного взаимодействия является то, что при прогибе верхнего свода оболочки ее элементы тянут за собой элементы основания, чего в действительности не наблюдается. Задача решена в линейной постановке. Данные допущения для расчетной модели широко используются в инженерных расчетах транспортных тоннелей и коммуникаций, аппроксимированных цилиндрической оболочкой.

Расчет устойчивости первого расчетного случая реализован процедурой определения собственных значений методом Ланцоша.

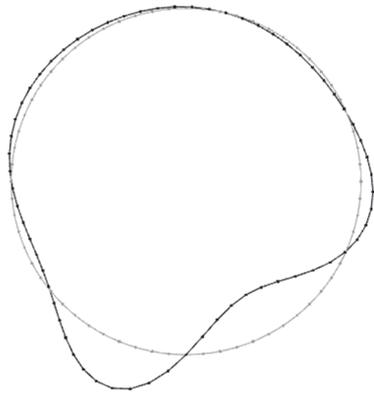


Рис. 2. Форма потери устойчивости стержневой модели при линейном расчете с двусторонними связями
[Figure 2. The form of stability loss of the rod model in the linear calculation with two-way links]

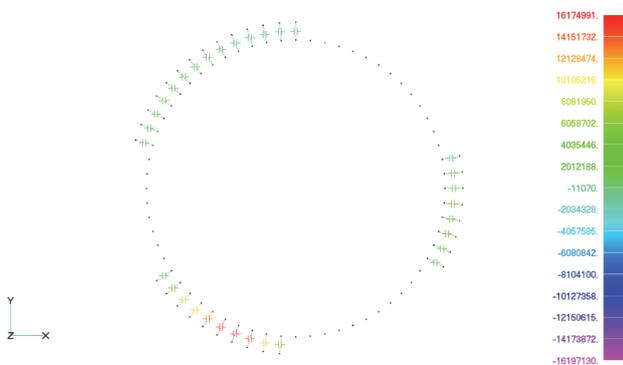


Рис. 3. Сжатые контактные элементы стержневой модели при линейном расчете с двусторонними связями
[Figure 3. Short contact elements truss model for the linear calculation with two-way links]

По результатам расчета критическая нагрузка составляет $235\gamma z_1$. На рис. 2 представлена соответствующая форма потери устойчивости оболочки. Критическая нагрузка определена как запас устойчивости по отношению к действующей нагрузке γz_1 . На рис. 3 показаны только сжатые контактные элементы модели.

3. Второй расчетный случай. Линейный расчет стержневой модели с односторонними связями

Второй расчетный случай выполнен с использованием ранее описанной стержневой модели. Контактные элементы между оболочкой и окружающим основанием приняты односторонними [7–9]. Таким образом, контакт воспринимает только сжимающее усилие, жесткость на растяжение принята нулевой. Задача решена в линейной постановке.

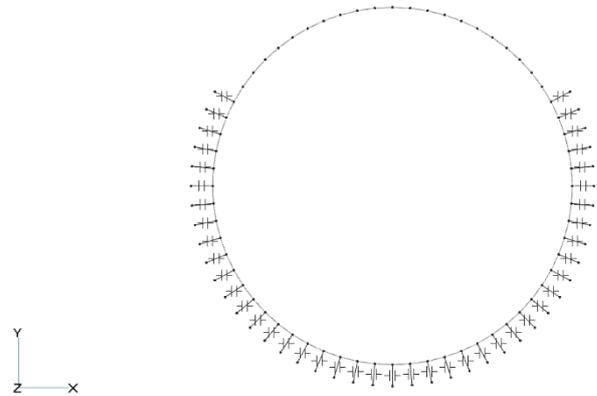


Рис. 4. Вид отредактированной стержневой модели при линейном расчете с односторонними связями после предварительного расчета
[Figure 4. View of the edited rod model in a linear calculation with one-way links after preliminary calculation]

Однако в данной модели растягивающие элементы исключены другим путем. Проведен предварительный расчет от действующей нагрузки γz_1 . Контактные элементы, воспринимающие растягивающие усилие, удалены из модели для выполнения последующего расчета на устойчивость. На рис. 4 показана отредактированная расчетная модель после предварительного расчета.

Отметим, что данная расчетная модель оболочки и основания правдоподобнее предыдущей модели, так как основание воспринимает только сжимающие усилия.

Расчет устойчивости второго расчетного случая реализован процедурой определения собственных значений методом Ланцоша.

По результатам расчета критическая нагрузка составляет $105\gamma z_1$. На рис. 5 представлена соответ-

ствующая форма потери устойчивости оболочки. В результате повторного расчета устойчивости зона отлипания оболочки изменена. На рис. 6 показаны только сжимаемые контактные элементы модели после повторного расчета.

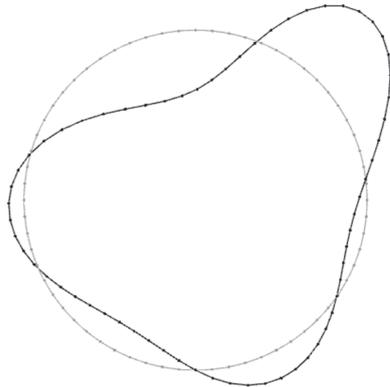


Рис. 5. Форма потери устойчивости стержневой модели при линейном расчете с односторонними связями [Figure 5. The form of stability loss of the rod model in the linear calculation with one-way links]

формированный вид стержневой модели оболочки перед потерей устойчивости, на рис. 8 – только соответствующие сжатые контактные элементы модели, на рис. 9 – форма стержневой модели после потери устойчивости.

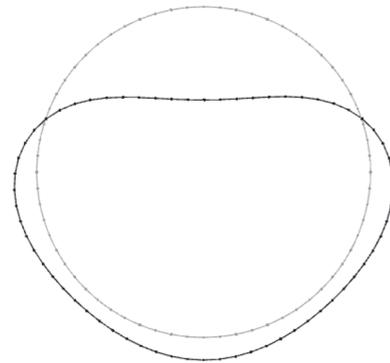


Рис. 7. Деформированный вид стержневой модели при нелинейном расчете с односторонними связями перед потерей устойчивости [Figure 7. Deformed view of the rod model in a nonlinear calculation with one-way links before buckling]

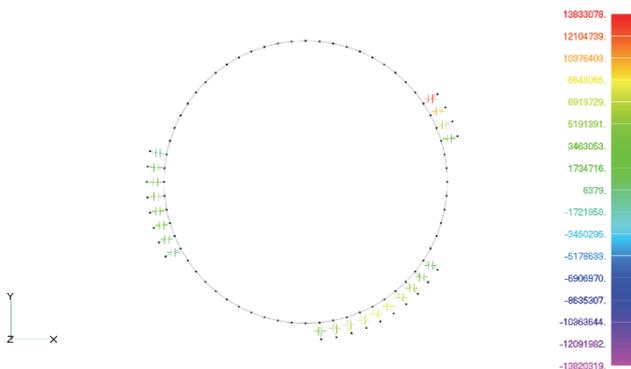


Рис. 6. Сжатые контактные элементы стержневой модели при линейном расчете с односторонними связями [Figure 6. Compressed contact elements of the rod model in a linear calculation with one-way links]

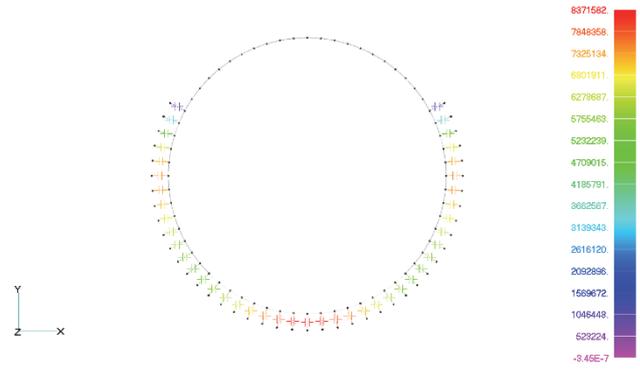


Рис. 8. Сжатые контактные элементы стержневой модели при нелинейном расчете с односторонними связями перед потерей устойчивости [Figure 8. Short contact elements for rod models in the nonlinear calculation with unilateral constraints before buckling]

4. Третий расчетный случай.

Нелинейный расчет стержневой модели с односторонними связями

Третий расчетный случай выполнен с использованием ранее описанной стержневой модели. Расчет проведен в геометрически нелинейной постановке. Учет нелинейности позволяет отслеживать изменение зоны отлипания оболочки от основания и изменение положения оболочки в процессе нагружения. Контактные элементы между оболочкой и окружающим основанием приняты односторонними. Таким образом, контакт воспринимает только сжимающее усилие, жесткость на растяжение принята нулевой.

Величина критической нагрузки получилась равной $69\gamma z_1$, что меньше величин, полученных в предыдущих расчетных случаях, проведенных в линейной постановке [10; 11]. На рис. 7 показан де-

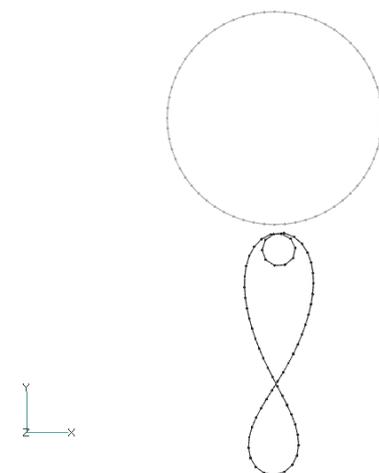


Рис. 9. Деформированный вид стержневой модели при нелинейном расчете с односторонними связями после хлопка [Figure 9. Deformed view of rod model in nonlinear analysis with one-way links after snap-through]

Следует отметить, что полученная форма стержневой модели после хлопка (рис. 9) не является корректной, так как в расчетах не учитывалось контактное взаимодействие между стержневыми конечными элементами оболочки в зонах их пересечения [12; 13].

Ниже в табл. 1 приведены величины критических нагрузок для выполненных расчетных случаев стержневой модели оболочки и основания.

Из табл. 1 следует вывод, что при определении критической нагрузки потери устойчивости стержневой модели нелинейный расчет приводит к значительно меньшей величине нагрузки относительно линейного расчета. Это связано с тем, что в нелинейной модели учтено изменение геометрии оболочки в процессе шагового нагруже-

ния. В линейных расчетах эти особенности деформирования не учитываются [14; 15].

Таблица 1

Величины критической нагрузки стержневой модели оболочки и основания
[Table 1. Critical load values of the core shell and base model]

Расчетный случай [Settlement case]	Критическая нагрузка [Critical load]
1	$235\gamma z_1$
2	$105\gamma z_1$
3	$69\gamma z_1$

На рис. 10 показана кривая зависимости перемещения верхнего узла оболочки от прикладываемой нагрузки. На графике присутствует момент потери устойчивости модели – хлопок.

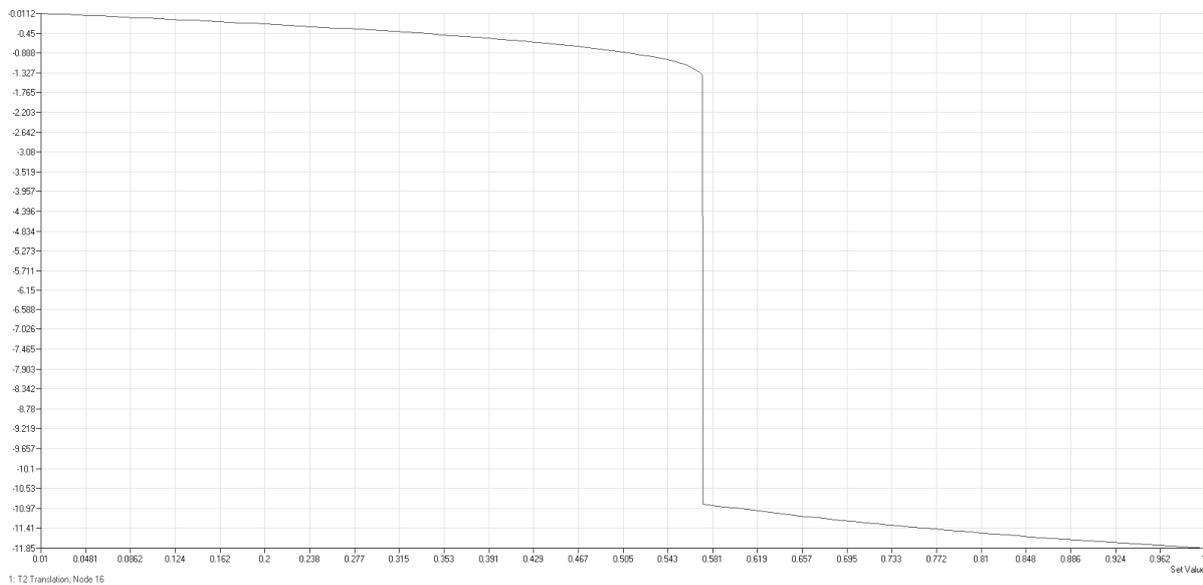


Рис. 10. Кривая зависимости перемещения верхнего узла оболочки от прикладываемой нагрузки стержневой модели при нелинейном расчете с односторонними связями

[Figure 10. The curve of dependence of movement of the top node of the shell on the applied load of the rod model in a nonlinear calculation with one-way links]

5. Численный анализ плоской модели системы «оболочка – основание»

Следующие расчетные случаи выполнены с использованием плоских элементов, аппроксимирующих основание.

Четвертый расчетный случай проведен в линейной постановке с линейно-упругой моделью материала. Связи между оболочкой и основанием заданы односторонними с возможностью отлипания оболочки от основания. Пятый расчетный случай проведен с учетом геометрической нелинейности. Модель материала линейно-упругая. Связи между оболочкой и основанием заданы односторонними с возможностью отлипания оболочки от основания.

Расчетная модель состоит из оболочки, заданной стержневыми элементами, и основания, задан-

ного плоскими элементами. Взаимодействие оболочки и основания реализовано с помощью контактных односторонних элементов.

Габариты оболочки взяты из стержневой модели. Общая ширина расчетной модели составляет $W = 11D$, где D – диаметр оболочки. Общая высота расчетной модели составляет $H = 5D$. Нагрузкой является собственный вес системы. На боковые и нижний торцы основания наложены связи по перемещениям для корректной работы основания.

Материалы приняты неограниченно линейно-упругими. Материал оболочки взят из стержневой модели. Свойства материала окружающего основания: модуль деформации $E_{гр} = 14 \cdot 10^6$ Па, коэффициент поперечной деформации $\mu_{гр} = 0,3$, плотность $\rho_{гр} = 1600$ кг/м³, ускорение свободного па-

дения $g = 9,81 \text{ м/с}^2$. Свойства контактных элементов: при растяжении жесткость равна нулю (очень малое число), а при сжатии – бесконечность (очень большое число).

6. Четвертый расчетный случай. Линейный расчет плоской модели с односторонними связями

Четвертый расчетный случай выполнен с использованием описанной ранее плоской модели. Контактные элементы между оболочкой и окружающим основанием приняты односторонними. Таким образом, на контакте возникает только сжатие, жесткость при растяжении принята нулевой. Задача решена в линейной постановке [16–18].

Расчет устойчивости четвертого расчетного случая реализован процедурой определения собственных значений методом Ланцоша.

Величина критической нагрузки равна $14,4\gamma z_1$. На рис. 11 показана форма потери устойчивости оболочки в четвертом расчетном случае. Потеря устойчивости возникает в нижних слоях основания.

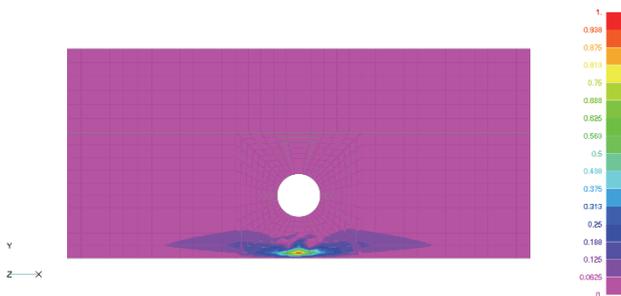


Рис. 11. Форма потери устойчивости плоской модели при линейном расчете с односторонними связями
[Figure 11. The form of loss of stability of a plane model in a linear calculation with one-way links]

7. Пятый расчетный случай. Нелинейный расчет плоской модели с односторонними связями

Пятый расчетный случай выполнен с использованием ранее описанной плоской модели. Расчет проведен в геометрически нелинейной постановке. Учет нелинейности позволяет отслеживать изменение зоны отлипания оболочки от основания и изменение положения оболочки и основания во времени. Контактные элементы между оболочкой и окружающим основанием приняты односторонними. Таким образом, на контакте возникает только сжимающее усилие, жесткость при растяжении принята нулевой.

Наибольшая величина нагрузки, при которой итерации сошлись, оказалась равной $26,5\gamma z_1$. Ее сле-

дует считать критической. На рис. 12 показано соответствующее поле полных перемещений плоской модели.

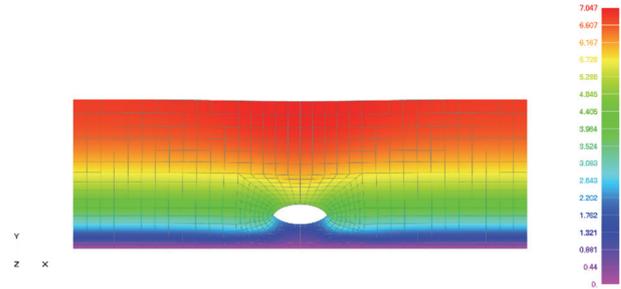


Рис. 12. Поле полных перемещений плоской модели при нелинейном расчете с односторонними связями
[Figure 12. The full displacement of the flat model in the nonlinear calculation with unilateral constraints]

В табл. 2 приведены величины критической нагрузки для двух выполненных расчетных случаев плоской модели оболочки и основания.

Таблица 2

Величины критической нагрузки
плоской модели оболочки и основания
[Table 2. Critical load values of the flat shell and base model]

Расчетный случай [Settlement case]	Критическая нагрузка [Critical load]
4	$14,4\gamma z_1$
5	$26,5\gamma z_1$

Выводы

Вследствие проведенного численного анализа стержневой и плоской моделей оболочки, взаимодействующей с основанием, выполнена поставленная задача: определены критические нагрузки, при которых конструкция оболочки теряет устойчивость равновесия, и найдены формы потери устойчивости в линейном и нелинейном расчетных случаях.

Величина критической нагрузки стержневой модели оболочки, взаимодействующей с основанием, при нелинейном расчете с односторонними связями составляет $69\gamma z_1$. При переходе от стержневой модели к плоской значение критической нагрузки снизилось с $69\gamma z_1$ до $26,5\gamma z_1$. Следовательно, использование плоских элементов, аппроксимирующих основание, значительно уменьшает величину критической нагрузки.

Основываясь на полученных результатах, можно сделать вывод, что данная конструкция оболочки, взаимодействующая с основанием, имеет достаточно большой запас устойчивости относительно действующей нагрузки.

Список литературы

1. Рычков С.П. MSC. Visual Nastran для Windows. М.: ИТ Пресс, 2004. 552 с.
2. Геккелер И.В. Статика упругого тела. М.: Гостехиздат, 1934. 288 с.
3. Вольмир А.С., Куранов Б.А., Турбаивский А.Т. Статика и динамика сложных структур. М.: Машиностроение, 1989. 248 с.
4. Фесик С.П. Справочник по сопротивлению материалов. Киев: Будівельник, 1982. 147 с.
5. Леонтьев А.Н., Леонтьева И.Г. Расчет бесконечно длинной составной балки, расположенной на упругом основании // Вестник МГСУ. 2010. № 4. С. 167–172.
6. Габбасов Р.Ф., Уварова Н.Б., Филатов В.В. Расчет балок на упругом основании с двумя коэффициентами постели // Вестник МГСУ. 2012. № 2. С. 25–29.
7. Косицын С.Б., Долотказин Д.Б. Расчет стержневых систем, взаимодействующих с упругим основанием, методом конечных элементов с использованием программного комплекса MSC/Nastran for Windows: учебное пособие. М.: МИИТ, 2004. 116 с.
8. Косицын С.Б., Чан Суан Линь. Численный анализ напряженно-деформированного состояния ортогонально пересекающихся цилиндрических оболочек без учета и с учетом их одностороннего взаимодействия с окружающим массивом грунта // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2014. № 1. С. 72–78.
9. Косицын С.Б., Чан Суан Линь. Сравнительный анализ различных моделей грунтового основания, окружающего цилиндрическую оболочку, с учетом возможности его отлипания от оболочки // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2013. № 1. С. 65–72.
10. Тимошенко С.П. Устойчивость упругих систем. М.: Гостехиздат, 1955. 92 с.
11. Тимошенко С.П. Курс теории упругости. Киев: Наукова думка, 1972. 567 с.
12. Семенов А.А. Методика исследования устойчивости пологих ортотропных оболочек двойной кривизны при динамическом нагружении // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2017. № 2. С. 145–153.
13. Semenov A.A. Strength and Stability of Geometrically Nonlinear Orthotropic Shell Structures // Thin-Walled Structures. 2016. Vol. 106. Pp. 428–436.
14. Скопинский В.Н., Сметанкин А.Б., Возова Н.В. Выбор схематизированной диаграммы напряжений для упругопластического анализа пересекающихся оболочек // Машиностроение и инженерное образование. 2011. № 1. С. 58–65.
15. Kositsyn S.B., Fedorov V.S., Akulich V.Yu. Geotechnical projection of the influence of the construction of the designed metropolitan tunnel by the method of shield passage on the sedimentation of the earth's surface // Russian Journal of Building Construction and Architecture. 2018. Vol. 37. No. 1. Pp. 81–91.
16. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности: учеб. для строит. спец. вузов. М.: Высш. шк., 1990. 400 с.
17. Шимкович Д.Г. Femap & Nastran. Инженерный анализ методом конечных элементов. М.: ДМК Пресс, 2008. 701 с.
18. Зенкевич О.К. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 542 с.

RESEARCH PAPER

The definition of the critical buckling load beam model and two-dimensional model of the round cylindrical shell that interact with the soil

Sergey B. Kosytsyn*, Vladimir Yu. Akulich

Russian University of Transport, 15 Obraztsova St., Moscow, 127994, Russian Federation

*kosytsyn-s@yandex.ru

Article history:

Received: May 13, 2019

Revised: July 23, 2019

Accepted: August 17, 2019

For citation

Kosytsyn S.B., Akulich V.Yu. (2019). The definition of the critical buckling load beam model and two-dimensional model of the round cylindrical shell that interact with the soil. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 15(4), 291–298. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-291-298>

Abstract

Aims of research. The research is aimed at determining the critical buckling load at which the shell interacting with the soil loses equilibrium stability, and finding the buckling mode of the shell in the linear and nonlinear formulations of the task. **Methods.** The task is solved by a numerical method using a finite element complex, which allows investigating the stress-strain state and assessing the equilibrium stability of beam models and two-dimensional models of the round cylindrical shell. Three design cases of the beam model and two design cases of the two-dimensional model interacting with the soil are compiled. There is a load summary acting on the shell. The calculations are carried out in linear and geometrically nonlinear formulations using a linear elastic model of the material. Contact elements of one-side and two-side action are used. Critical buckling load are determined relative to the actual load of its own weight. **Results.** Critical buckling load are determined and the buckling mode of the round cylindrical shell interacting with the soil are found. There is a comparative analysis of the results. An assessment of the stability margin of the shell relative to the actual load is given.

Keywords: shell stability; stability margin; contact interaction; beam elements; shell elements

References

1. Rychkov S.P. (2004). *MSC. Visual Nastran dlia Windows* [*MSC. Visual Nastran for Windows*]. Moscow, NT Press, 552. (In Russ.)
2. Gekker I.V. (1934). *Statika uprugogo tela* [*Elastic body statics*]. Moscow, Gostekhizdat Publ., 288. (In Russ.)
3. Volmir A.S., Kuranov B.A., Turbaivskii A.T. (1989). *Statika i dinamika slozhnykh struktur* [*Statics and dynamics of complex structures*]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 248. (In Russ.)
4. Fesik S.P. (1982). *Spravochnik po soprotivleniiu materialov* [*Handbook of structural resistance*]. Kiev, Budivelnik Publ., 147. (In Russ.)
5. Leontiev A.N., Leontieva I.G. (2010). Analysis of an infinite composite beam located on elastic foundation. *Vestnik MGSU*, (4), 167–172. (In Russ.)
6. Gabbasov R.F., Uvarova N.B., Filatov V.V. (2012). On calculation of beams resting on two-parameter elastic foundations. *Vestnik MGSU*, (2), 25–29. (In Russ.)
7. Kositsyn S.B., Dolotkazin D.B. (2004). *Raschet sterzhenykh sistem vzaimodeistviushchikh s uprugim osnovaniem metodom konechnykh elementov s ispolzovaniem programmnogo kompleksa MSC/Nastran for Windows* [*Calculation of beam systems interacting with an elastic foundation by finite element method using the software complex MSC/Nastran for Windows*]. Moscow, MIIT Publ., 116. (In Russ.)
8. Kositsyn S.B., Chan Suan Lin. (2014). Numerical analysis of the stress-strain state of orthogonally intersecting cylindrical shells with and without taking into account their one-sided interaction with the surrounding soil mass. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, (1), 72–78. (In Russ.)
9. Kositsyn S.B., Chan Suan Lin. (2013). Comparative analysis of various models of the soil mass surrounding the cylindrical shell, taking into account the possibility of its detachment from the shell. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, (1), 65–72. (In Russ.)
10. Timoshenko S.P. (1955). *Ustoichivost uprugikh sistem* [*Theory of Elastic Stability*]. Moscow, Gostekhizdat Publ., 92. (In Russ.)
11. Timoshenko S.P. (1972). *Kurs teorii uprugosti* [*A course in the theory of elasticity*]. Kiev, Naukova dumka Publ., 567. (In Russ.)
12. Semenov A.A. (2017). Methodology research of stability of shallow orthotropic shells of double curvature under dynamic loading. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, (2), 145–153. (In Russ.)
13. Semenov A.A. (2016). Strength and Stability of Geometrically Nonlinear Orthotropic Shell Structures. *Thin-Walled Structures*, 106, 428–436.
14. Skopinskij V.N., Smetankin A.B., Vozhova N.V. (2011). Selection of schematized stress diagram for elastic-plastic analysis of intersecting shells. *Mechanical Engineering and Engineering Education*, (1), 58–65. (In Russ.)
15. Kositsyn S.B., Fedorov V.S., Akulich V.Yu. (2018). Geotechnical projection of the influence of the construction of the designed metropolitan tunnel by the method of shield passage on the sedimentation of the earth's surface. *Russian Journal of Building Construction and Architecture*, 37(1), 81–91.
16. Aleksandrov A.V., Potapov V.D. (1990). *Osnovy teorii uprugosti i plastichnosti* [*Fundamental theory of elasticity and plasticity*]. Moscow, Vysshaia shkola Publ., 400. (In Russ.)
17. Shimkovich D.G. (2008). *Femap & Nastran. Inzhenernyi analiz metodom konechnykh elementov* [*Femap & Nastran. Finite element engineering analysis*]. Moscow, DMK Press, 701. (In Russ.)
18. Zenkevich O.K. (1975). *Metod konechnykh elementov v tekhnike* [*Finite Element Method in Engineering*]. Moscow, Mir Publ., 542. (In Russ.)

Sergey B. Kositsyn, Adviser of the RAACS, D.Sc. in Engineering, Professor of the Department of Theoretical Mechanics; eLIBRARY SPIN-code: 9390-7610.

Vladimir Yu. Akulich, PhD student of the Department of Theoretical Mechanics.

Influence of the geometrical researches of ruled surfaces on design of unique structures

Iraida A. Mamieva

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya St., Moscow, 117198, Russian Federation
mamieva-ia@rudn.ru

Article history:

Received: May 22, 2019

Revised: July 13, 2019

Accepted: July 27, 2019

For citation

Mamieva I.A. (2019). Influence of the geometrical researches of ruled surfaces on design of unique structures. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 15(4), 299–307. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-299-307>

Abstract

Aims of research. Due to the growing interest in the design, calculation and application of architectural structures and structures in the form of a variety of smooth and composite surfaces, it is interesting to illustrate the use of analytical surfaces, i.e. surfaces that can be defined by vector, parametric or explicit equations, in parametric architecture. **Methods.** Parametric design unlike other styles has a relationship with mathematics. This article continues the author's series of works devoted to the application of analytical surfaces in architecture and engineering structures, the study of the influence of studies on the geometric of ruled surfaces on the creation of unique projects of large-span shell structures and buildings. The article provides a list of known analytical surfaces, and each surface is illustrated by a photo of only one real structure, outlined on this surface. **Results.** It turned out that only degenerate unfolding surfaces described in the scientific literature found application in the world. For those who are interested in the mathematical side of the design of analytical surfaces, their computer modeling, or more detailed information about the real structures in the form of the surfaces under consideration is a bibliography of 20 items.

Keywords: ruled surface; zero Gaussian curvature surfaces; parametric architecture; surface geometry; forming surfaces; surface classification; shell structure; large-span shell structures

Introduction

Nowadays there are known more than 600 analytical surfaces set by the explicit, implicit, or parametrical equations [1] that are grouped in 38 classes. There are several options of classifications of analytical surfaces; the fullest of them is presented in a work [2]. In some works, for example in [3–5], attempts to find out the most popular analytical surfaces among architects which were used for design of public, residential, and industrial buildings were made. The present manuscript continues the researches begun by the author in a work [6] in which the known thin-walled shell erections realized in practice or erections in design

of which the most prominent architects took part, or the structurers having the most optimum technical-and-economic parameters, or the structures noted by prizes and taking high places in various ratings of professional associations and magazines are presented. In this paper, only structures and erection having the form of ruled surfaces would be considered. Every analytical ruled surface is illustrated with one erection outlined on the corresponding surface.

Ruled surfaces

A surface formed by continuous movement of a straight line is called a ruled surface. Ruled surfaces are divided into surfaces of zero and negative Gaussian curvature. Zero Gaussian curvature surfaces are tangential developable surfaces with an edge of regression [7] and degenerated developable surfaces i.e. conical, cylindrical surfaces and the plane.

Iraida A. Mamieva, Assistant of the Department of Civil Engineering.

© Mamieva I.A., 2019



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

A vector equation of a ruled surface can be written in the following form:

$$r = r(u, v) = a(v) + ub(v),$$

where $a(v)$ is the radius-vector of a directrix curve; $b(v)$ is the directrix vector of a rectilinear generatrix.

1. Tangential developable surfaces (torse surfaces)

Those who want to use analytical method of analysis may apply the equation of a tangential developable surface in the vector form:

$$r = r(u, v) = a(v) + ul(v),$$

where $a(v)$ is the radius-vector of a cuspidal edge,

$$a(v) = x(v)i + y(v)j + z(v)k;$$

$x(v)$, $y(v)$, $z(v)$ are the parametric coordinates of the cuspidal edge; $l(v)$ is a unit tangent vector, given at every point of the cuspidal edge by

$$l(v) = a'(v) / |a'(v)|.$$

In the encyclopedia [1], 37 torse surfaces of various types are considered, but only architect Jess Maertterer designed a covering from the torse fragments (Figure 1) made by parabolic bending of metal strips. Now only the architect F.O. Gehry designs structures of this type [8]. All other offers on the application of nondegenerate torse surfaces in construction are presented in the form of sketches, descriptions, and schemes [9–11].



Figure 1. The MARTa museum in Herford, Germany.

The most part of roof covering is a developable surface. Geometric modelling of the roof was fulfilled by Jess Maertterer. The museum was recognized as the best museum of Germany in 2014

2. Conical surfaces

These surfaces are among the most widely used surfaces in architecture [12] and in machine-building structures. The scientific-and-technical literature describes 20 conical surfaces. In these developable surfaces, the edge of regression degenerates into a point that is the vertex of the cone. A conical surface can be described parametrically as

$$S(t, u) = v + uq(t),$$

where v is the radius-vector of a vertex; q is the radius-vector of a directrix.

A pyramid is a special case of a cone with a polygonal base.

2.1. Conical surface of revolution. It is difficult to single out any structure as a remarkable one. As an illustration, we present the conical shape of the Greek Orthodox Church in Milwaukee, Wisconsin, USA (Figure 2).



Figure 2. Annunciation Greek Orthodox Church, Milwaukee, Wisconsin, USA

Source: www.arhinovosti.ru

2.2. Inclined circular conical surface. This surface is rarely used by architects, but architect Arthur Erickson used it successfully for the Museum of Glass in Tacoma (USA, 2002).

3. Cylindrical surfaces

Both the cylindrical surfaces and the circular conical surfaces are used in the architecture and building since ancient times. Often this is the only possible form for some building structures: pipelines, underground utilities, towers and so on. Cylindrical forms of structures were especially popular from the beginning of the 20th century. This is the architectural Deco Style. However, cylinders find their place in modern life. Conventionally, cylindrical structures can be divided into structures with vertical, horizontal, and inclined axes relatively to the earth's surface.

A cylindrical surface is given by a vector equation

$$r(s, \lambda) = \rho(s) + \lambda e,$$

where $\rho(s)$ is the radius-vector of a director curve; e is a unit vector coinciding with the axial direction of the cylinder.

3.1. Cylindrical surface of revolution. In Figure 3, the house-workshop of the architect K.S. Melnikov is presented. This is the one-apartment residential house,

the world famous monument of Soviet avant-garde in architecture. It was built in 1927–1929 in Moscow on the project of the outstanding architect K.S. Melnikov for himself and his family. The architect believed that the round cylindrical form saves construction materials [13]. Structures in the form of the cylindrical surfaces of revolution can be found in any major city of the world.

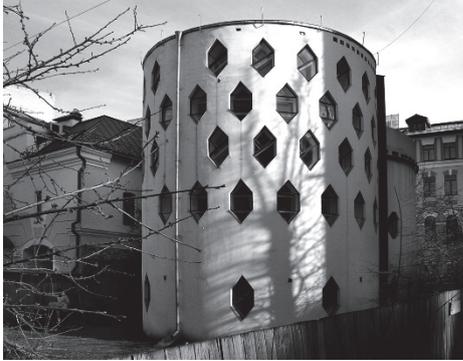


Figure 3. Melnikov's house in the form of two cylinders of different heights, but with the same diameter, Moscow, Russia

3.2. Elliptical cylinder. Even in ancient times, buildings have been built in the form of a vertically placed elliptical cylinder. Basically, they were stadiums and theaters. In support of this, it is possible to point to a stone structure of elliptical shape in plan (149 m in length, 124 m wide and 36 m high) erected in El Jem, Tunisia, II–III centuries. It is larger than the Luzhniki stadium in Moscow and its three-tiered galleries could accommodate up to 30,000 spectators. At present time, architects also do not forget about the architectural advantages of a vertically placed elliptical cylinder. This is clearly seen on the example of a multi-functional exhibition-and-hotel complex in Moscow on Krasnopresnenskaya nab., 14, developed by the company “Zaha Hadid Architects”. Two elliptical in plan high-rise buildings are assumed to build.



Figure 4. Babushkinskaya metro station, Moscow, Russia, 1978. The illumination of the station is provided by lamps, which are located in the slots of the elliptical arch

In Figure 4, another example of the application of the surface in real structures is shown. Here, the shape of an elliptical cylinder segment with the horizontal

axis can be seen in the elliptical vault of the Babushkinskaya underground station in Moscow. The structure of the station is single-vaulted shallow one at a low depth of 10 m. The station was built of precast concrete with the thrust of the vault transmitted to the pre-constructed “walls in the ground.” V.I. Klovov and L.N. Popov are the authors of the architectural decoration of Babushkinskaya.

3.3. Parabolic cylinder. This surface can be seen in parabolic vaults, which can be illustrated by the example of a hangar in Orly near Paris, France, 1916–1924. The famous French engineer E. Freyssinet designed and built a parabolic cylindrical shell to cover the 30-meter span of the plant in Montluçon, France, in 1905. The parabolic vault was used by architects V.S. Andreev and I.G. Taranov in the design of the pavilion “Mechanization” (Figure 5) in 1939. The pavilion was a giant parabolic vault covering a wide alley. Not all architects reacted positively to the idea of the authors of the project.



Figure 5. Pavilion “Mechanization”, Moscow, Russia

3.4. Sinusoidal cylindrical surface. Sinusoidal cylindrical surfaces are used in folded structures of coatings on the “span”, which take up mainly bending internal forces. They are effective for small spans from 12 till 36 m. They are made often of reinforced concrete and fine-mesh wire-fabric reinforced concrete. This surface was used in the design of the bus station roof in Sochi, Russian Federation (Figure 6).



Figure 6. Central Bus Station in Sochi, Russia

3.5. Cylindrical helical strip. The need to apply this surface is caused by technological requirements for the fences of helical ramps for cars and helical pedestrian staircases (Figure 7).



Figure 7. The ramp fence in the form of a helical strip

3.6. Cylindrical-and-conical helical strip. This form of structures has already been encountered in ancient times [8]. The spiral minaret in Samarra, Iraq, was built in 836. It was the largest structure in the Islamic world. From the base to the top, this minaret was made in the form of a cylindrical-and-conical helical strip. This form is used in modern buildings. For example, it can be seen in the form of the facade of the Guggenheim Museum in New York, USA (architect F.L. Wright), or the German Historical Museum in Berlin (architect I.M. Peu, 2001). In Figure 8, it can be seen that the upper part of the Snail tower, a 23-storey residential building, in the Estonian city of Tartu is made in the form of a cylindrical-and-conical helical strip. It is the tallest building in the city since 2008. The height of the building is almost 90 m.



Figure 8. Snail tower, Tartu, Estonia

3.7. Oblique circular cylinder. An oblique circular cylindrical surface is formed by straight generatrices intersecting a directrix base circle but remaining parallel to the axial direction of the cylinder. This direction forms an acute angle with the basis of the cylinder. A solid volume limited by a cylindrical lateral surface and by two circular bases is called an oblique circular cylinder [1]. A well-known inclined circular tower objects constitute rather great list. However,

initially these towers were not planned to be inclined and their shapes, in the strict mathematical sense, are not oblique circular cylindrical surfaces. Now, the design of such structures has become one of the trends of modern high-rise architecture. As an illustration of the application of the considered surface in modern architecture, we can point to the rounded cylindrical cantilever part of the Karolinska medical Institute, Sweden, which became one of the most striking architectural details of this building (Figure 9).

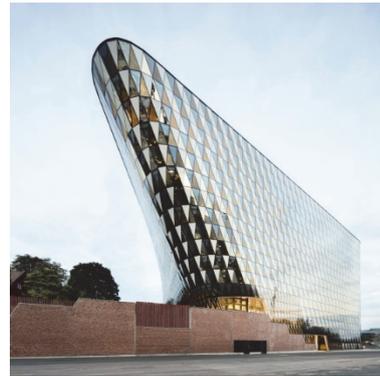


Figure 9. Lecture Hall of Karolinska Medical Institute, Sweden

4. Ruled surfaces of negative Gaussian curvature

Classification of ruled surfaces of negative Gaussian curvature containing 36 names is given in a paper [14] and then in the modernized form was reproduced in a monograph [3].



Figure 10. A helical staircase

4.1. Right helicoid. There are 5 types of ruled helical surfaces of negative Gaussian curvature. They can be seen in the structures of machines of various purposes, in the form of special building equipment. Right helicoids can be one of the main elements of the building, for example, ramps of multistoried garages. Complex highway and urban transportation facilities: reinforced concrete and metal scaffold bridges, overpasses, and complex multi-intersection often include helical sections of the artificial structures.

In the civil and housing construction, helical staircases are widely used, where the right helicoids are taken as their basis (Figure 10). The rectilinear generatrix of a right helicoid crosses the axis of the helicoid at the right angles. Right helicoid is the only ruled minimal surface.

4.2. *One-sheet hyperboloid of revolution.* This surface is embodied in hundreds of cooling towers. In addition, it has found application in many civil and industrial structures, for example, in the form of a planetarium building in San Louis (USA).



Figure 11. One of the few lattice water towers of V.G. Shukhov in our days, Krasnodar, Russia

The advantages of this surface, formed by two families of straight lines, were well illustrated by V.G. Shukhov in his openwork towers (Figure 11). The idea of V.G. Shukhov to create a supporting part of water towers from lattice structures, the rods of which coincide with the straight generatrices of a one-sheet hyperboloid of revolution, was used in many structures. Structures in the form of a one-sheet hyperboloid of revolution were subsequently used by many great architects including Gaudi, Le Corbusier, and Oscar Niemeyer. The most complete possibilities of these surfaces for architecture are described in a paper [15].

4.3. *Conoids.* Conoids can be given with the help of parametrical equations:

$$x = x(u, v) = u \cos v + \alpha f(v),$$

$$y = y(u, v) = u \sin v + \beta f(v), z = z(v) = \gamma f(v),$$

where $\{\alpha, \beta, \gamma\}$ is the unit vector having the direction of the conoidal axis; $f(v)$ is any function.

Usually, conoidal shells are designed with spans from 12 m to 24 m and with the ratio of the span – rise equal to 2:1. Calculations show that the span can reach 60 m. In the former USSR, in countries of Eastern Europe, France and Italy, the conoid shells were widely used in 1950–1960 to cover industrial

buildings with a span of up to 60 m. These shells are an ideal form for buildings with cantilever coverings. One can learn more about the application of conoidal shells in building from the work [16] or in the monograph [3]. This ruled surface in the hands of experienced architects becomes an architectural sight and a landmark building of the city or the architect.

4.3.1. *Right sinusoidal conoid.* This surface was glorified by the famous Spanish architect A. Gaudi. He took it as a basis of a covering of a cheap school for children of builders of a Cathedral in Barcelona, Spain (Figure 12). Some architects call this construction ingenious. Another world-famous Spanish architect S. Calatrava spread the idea of A. Gaudi and used of a sinusoidal conoid for the sculpture “Wave” which was installed in front of the museum in Dallas, USA in 2000 [16].

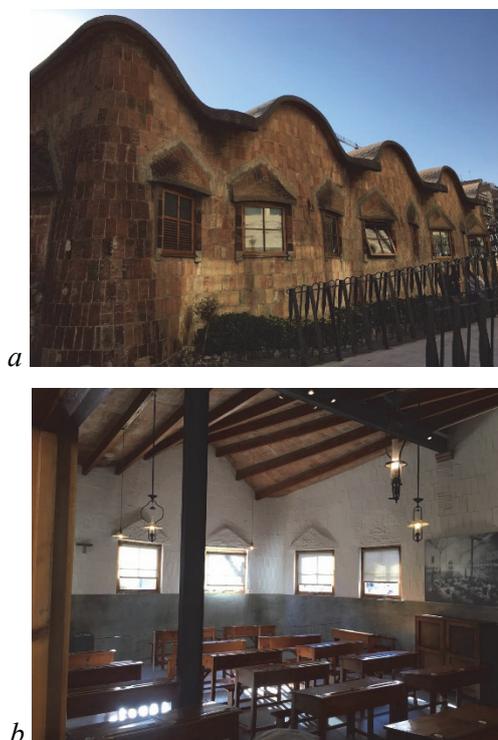


Figure 12. A school with a conoidal roof, Barcelona (Spain):
a – the walls of the school are made of bricks without facing;
b – the metal beams coincide with the straight generatrices of the conoidal surface

4.3.2. *Parabolic conoid.* A classic parabolic conoid was selected for reinforced concrete cover of the Summer Theater in Szczecin, Poland, 1998. The 1:100 scale cover model was tested in an aerodynamic wind tunnel at the technical University of Szczecin. The span of the real shell is 60.68 m, its length is 43.3 m, the height is 22.73 m, the thickness is 8.5 cm [17]. The idea of architects Marcel Breuer, Pier Luigi Nervi, and Bernard Zehrfuss to use a combination of two different parabolic conoids

and a cylinder between them for the device of a dynamic and graceful console canopy in front of the entrance to the UNESCO building (1953) in Paris was later repeatedly used by other architects.

4.4. Hyperbolic paraboloid. Hyperbolic paraboloid (hypar) is twice-ruled surface of negative Gaussian curvature. Any two rectilinear generatrices of hypar belonging to different families intersect. Since the early fifties of the 20th century, a burst of interest to structures made in the form of hypar or composed from fragments of hyperbolic paraboloid took place.



Figure 13. Denver, Colorado, 1959, Courtesy of Princeton University Tedesco Archive [41]

The structures containing several fragments of the hypar aroused the greatest interest and became popular among architects (Figure 13). It is impossible to list all structures in which the form of hyperbolic paraboloid was used, there are hundreds of them. The regularities of the formation of the form of hypar often lead to external similarity, but the plastic capabilities of hypar are so great and visually so various that it is always possible to obtain a structure with individual features. The popularity of the form of hyperbolic paraboloid is evidenced by the fact that Anton Tedesco who is the father of thin-walled shell reinforced concrete structures also participated in the design of the hypar, which, at one time, was considered the world's longest hypar (Denver, Colorado, 1959, courtesy of Princeton University, Tedesco archive).

4.5. Cylindroids. A cylindroid is a ruled surface formed by the movement of rectilinear generatrix along two curvilinear directrices and in all positions, the generating straight line is parallel to any plane of parallelism. Cylindrical surfaces ($K = 0$) may become cylindroids in certain cases. A cylindroid having one of two directrix curves in the form of a straight line is called a conoid. So, a conoid is a particular case of a cylindroid. Now, five cylindroids are known [1]: cylindroid with two directrix ellipses, cylindroid with two directrix circles lying in mutually perpendicular planes, Frezier's Cylindroid, Ball's Cylindroid, cylindroid with a parabola and a sinusoid lying on the pa-

rallel ends. Architectural company "Ishibashi, Tokugawa & Associates" creates expressive structures in Japan. Located in Tokyo, a team of five architects led by the President of the company Toshihiko Ishibashi has achieved recognition in the architectural world and received several prizes for their work, including the Awards for Merit for the "Chiba City Award for Excellence in Architecture" and "The AICA (Aica Kogyo Company, Limited) Jolypate Contest". This company is trying to introduce elements of modern styles in Japanese architecture. The AICA proposed several types of light corrugated metal roofs in the form of cylindroids (Figure 14) [16].



Figure 14. Different types of roofs from corrugated metal in the form of cylindroids, "Ishibashi, Tokugawa & Associates", Tokyo, Japan

Conclusion

The study shows that out of the 86 ruled surfaces of zero Gaussian curvature and 46 ruled surfaces of negative Gaussian curvature listed in the encyclopedia [1] only 16 surfaces have been used in architecture and building in the world. These data suggest that geometers are significantly ahead of the needs of architects and builders, or architects have not yet mastered the entire set of analytical ruled surfaces proposed by geometers, or architects and engineers consider the most analytical surfaces unsuitable for their creative concepts. They prefer analytically undefined surfaces. Often the shape of surface is designed by architects and geometers make later its mathematical description. In a number of works related to the design of objects in the form of analytical surfaces, errors in their definition or discrepancies occur [18–20]. The author in their manuscript tried to use the correct definitions of surfaces and the corresponding terms.

For clarity, a classification of analytical surfaces of zero Gaussian curvature is given in Figure 15 and a classification of ruled surfaces of negative Gaussian curvature is given in Figure 16 [3; 14]. The surfaces, found the application in architecture and building, are darkened.

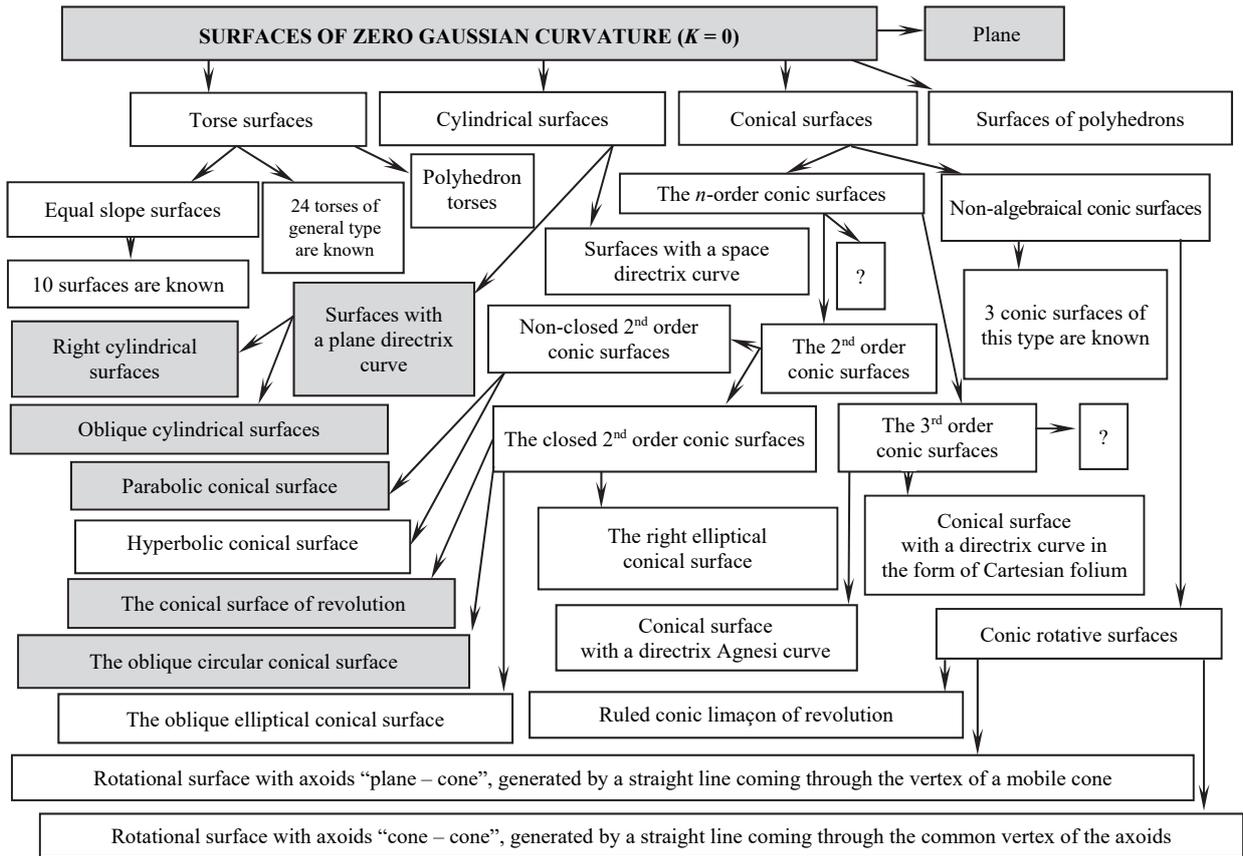


Figure 15. Surfaces of zero Gaussian curvature

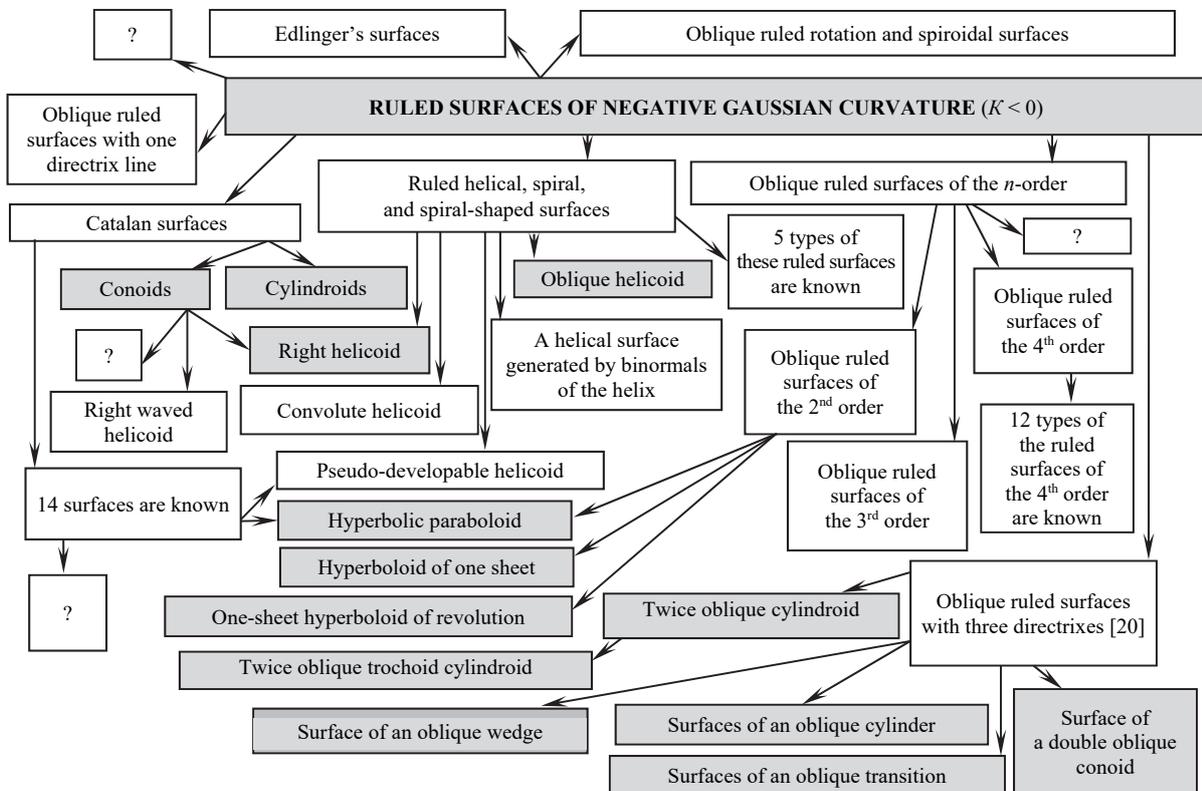


Figure 16. Ruled surfaces of negative Gaussian curvature

With the advent of variation difference method, finite element method, and other numerical methods, engineers received a powerful tool for the expanded using of thin-walled large-span shells and other types of structures of various shapes.

References

1. Krivoschapko S.N., Ivanov V.N. (2015). *Encyclopaedia of Analytical Surfaces*. Switzerland, Springer International Publishing, 752.
2. Grinko E.A. (2018). Classification of analytical surfaces as applied to parametrical architecture and machine building. *RUDN Journal of Engineering Researches*, 19(4), 438–456. (In Russ.) <http://dx.doi.org/10.22363/2312-8143-2018-19-4-438-456>
3. Krivoschapko S.N., Mamieva I.A. (2018). *Analiticheskie poverhnosti v arhitekture zdaniy, konstruktziy i izdeliy [Analytical surfaces in architecture of buildings, structures, and products]*, Moscow: LIBROCOM Publ., 328. (In Russ.)
4. Podgorniy A.L., Grinko E.A., Solovey N.A. (2013). On research of new surface forms as applied to structures of diverse purpose. *RUDN Journal of Engineering Researches*, (1), 140–145. <http://journals.rudn.ru/engineering-researches/article/view/4746> (In Russ.)
5. Mamieva I.A., Razin A.D. (2014). Parametrical architecture in Moscow. *Architecture and construction of Russia*, (6), 25–29. https://elibrary.ru/download/elibrary_21614483_18612954.pdf (In Russ.)
6. Mamieva I.A. (2011). O klassifikatsii analiticheskikh poverhnostey [On classification of analytical surfaces]. *International Scientific-and-Practical Conference "Engineering System – 2011"*, Moscow, 63–65. (In Russ.)
7. Krivoschapko S.N. (1998). Static analysis of shells with developable middle surfaces. *Applied Mechanics Reviews*, 51(12–1), 731–746.
8. Krasic S. (2012). *Geometrijske Povrsi u Arhitekturi*. Gradevinsko-Arhitektonski Fakultet, Univerzitet u Nišu, 238.
9. Lawrence S. (2011). Developable surfaces: their history and application. *Nexus Network Journal*, 13(3), 701–714.
10. Velimirovic L., Cvetkovic M. (2008). Developable surfaces and their application. *Mongeometrija: Proceedings of the 24th International Scientific Conference on Descriptive Geometry, Serbia, September 25–27*, 394–403.
11. Krivoschapko S.N. (2019). Perspectives and advantages of tangential developable surfaces in modeling machine-building and building structures. *Bulletin of Civil Engineers*, 1(72), 20–30.
12. Maryam Ashkan, Yahaya Ahmad. (2012). Significance of conical and polyhedral domes in Persia and surrounding areas: morphology, typologies and geometric characteristics. *Nexus Network Journal*, 14(2), 275–290. doi: 10.1007/s00004-012-0112-x
13. Denisov A.V., Granit B.A., Levochkin S.N. (2018). About technical condition of structures and soil foundation of the Melnikov's House in Moscow. *Industrial and Civil Engineering*, (5), 46–53.
14. Krivoschapko S.N. (2006). Classification of ruled surfaces. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (1), 10–20.
15. Krivoschapko S.N. (2002). Static, vibration, and buckling analyses and applications to one-sheet hyperboloidal shells of revolution. *Applied Mechanics Reviews*, 55(3), 241–270.
16. Krivoschapko S.N. (2017). The application of conoid and cylindroid in forming of buildings and structures of shell type. *Building and Reconstruction*, 5(73), 34–44.
17. Paczkowski W., Drozdowicz R., Mielczarek M. (2001). Badania modelowe powloki walcowej w tunelu aerodynamicznym. *Inzynieria i Budownictwo*, 5(96), 307–309.
18. Mamieva I.A. (2011). Geometrical terminology as applied to umbrella surfaces. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (2), 78–79. <http://journals.rudn.ru/structural-mechanics/article/view/10946> (In Russ.)
19. Krivoschapko S.N. (2017). On errors in terminology on theory of surfaces and geometric modelling. *Geometry & Graphics*, 5(2), 32–38.
20. Gheorghiu Ad., Dragomir V. (1978). *Geometry of Structural Forms*. London, Applied Science Publisher Ltd.

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Влияние геометрических исследований линейчатых поверхностей на создание уникальных сооружений

И.А. Мамиева

Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6
mamieva-ia@rudn.ru

История статьи:

Поступила в редакцию: 22 мая 2019 г.

Доработана: 13 июля 2019 г.

Принята к публикации: 27 июля 2019 г.

Аннотация

Цель исследования, обусловленная ростом интереса к проектированию, расчету и применению архитектурно-строительных конструкций и сооружений в форме разнообразных гладких и составных поверхностей, – проиллюстрировать применение аналитических поверхностей, то есть поверхностей, которые можно задать векторными, параметрическими или явными уравнениями, в параметрической архитектуре. **Методы.** Параметрическое проектирование, в отличие от других стилей, имеет взаимосвязь с математикой. Эта статья продолжает серию работ автора, посвященных применению аналитических

Для цитирования

Mamiyeva I.A. Influence of the geometrical researches of ruled surfaces on design of unique structures (Влияние геометрических исследований линейчатых поверхностей на создание уникальных сооружений) // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 4. С. 299–307. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-299-307>

поверхностей в архитектуре и инженерных конструкциях, изучению влияния исследований по геометрии линейчатых поверхностей на создание уникальных проектов большепролетных оболочечных структур и зданий. В статье приводится перечень известных аналитических поверхностей, каждая из них иллюстрируется фотографией одного реального сооружения, очерченного по описываемой поверхности. **Выводы.** Выяснилось, что только вырожденные развертывающиеся поверхности, описанные в научной литературе, нашли применение в мире. Для тех, кто интересуется математической стороной проектирования аналитических поверхностей, их компьютерным моделированием или более подробными сведениями о реальных сооружениях в форме рассматриваемых поверхностей, приведена библиография из 20 наименований.

Ключевые слова: параметрическая архитектура; геометрия поверхностей; линейчатые поверхности; формообразование поверхностей; классификация линейчатых поверхностей; гауссова кривизна поверхностей; оболочка; большепролетные оболочечные структуры

Список литературы

1. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. Encyclopaedia of Analytical Surfaces. Switzerland: Springer International Publishing, 2015. 752 p.
2. Гринько Е.А. Классификация аналитических поверхностей применительно к параметрической архитектуре и машиностроению // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2018. Т. 19. № 4. С. 438–456. <http://dx.doi.org/10.22363/2312-8143-2018-19-4-438-456>
3. Кривошапко С.Н., Мамиева И.А. Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий: монография. М.: Либроком, 2018. 328 с.
4. Подгорный А.Л., Гринько Е.А., Соловей Н.А. Исследование новых форм поверхностей применительно к конструкциям различного назначения // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2013. № 1. С. 140–145. <http://journals.rudn.ru/engineering-researches/article/view/4746>
5. Мамиева И.А., Разин А.Д. Параметрическая архитектура в Москве // Архитектура и строительство России. 2014. № 6. С. 24–29. https://elibrary.ru/download/elibrary_21614483_18612954.pdf
7. Мамиева И.А. О классификации аналитических поверхностей // Инженерные системы – 2011: тезисы докладов Международной научно-практической конференции. М., 2011. С. 63–65.
7. Krivoshapko S.N. Static analysis of shells with developable middle surfaces // Applied Mechanics Reviews. 1998. Vol. 51. No. 12. Part 1. Pp. 731–746.
8. Krasic S. Geometrijske Površni u Arhitekturi. Građevinsko-arhitektonski fakultet Univerzitet u Nišu, 2012. 238 p.
9. Lawrence S. Developable surfaces: their history and application // Nexus Network Journal. 2011. Vol. 13. No. 3. Pp. 701–714.
10. Velimirovic L., Cvetkovic M. Developable surfaces and their application // Mongeometrija: Proceedings of the 24th International Scientific Conference on Descriptive Geometry, Serbia, September 25–27, 2008. Pp. 394–403.
11. Кривошапко С.Н. Перспективы и преимущества торсовых поверхностей при моделировании машиностроительных и строительных конструкций // Вестник гражданских инженеров. 2019. № 1 (72). С. 20–30.
12. Maryam Ashkan, Yahaya Ahmad. Significance of conical and polyhedral domes in Persia and surrounding areas: morphology, typologies and geometric characteristics // Nexus Network Journal. 2012. Vol. 14. No. 2. Pp. 275–290. doi: 10.1007/s00004-012-0112-x
13. Денисов А.В., Гранит Б.А., Левочкин С.Н. О техническом состоянии конструкций и грунтов памятника архитектуры «Дом Мельникова» в Москве // Промышленное и гражданское строительство. 2018. № 5. С. 46–53.
14. Кривошапко С.Н. Классификация линейчатых поверхностей // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2006. № 1. С. 10–20.
15. Krivoshapko S.N. Static, vibration, and buckling analyses and applications to one-sheet hyperboloidal shells of revolution // Applied Mechanics Reviews. 2002. Vol. 55. No. 3. Pp. 241–270.
16. Кривошапко С.Н. Применение коноида и цилиндрикоида при формообразовании зданий и сооружений оболочечного типа // Строительство и реконструкция. 2017. № 5 (73). С. 34–44.
17. Paczkowski W., Drozdowicz R., Mielczarek M. Badania modelowe powloki walcowej w tunelu aerodynamicznym // Inżynieria i Budownictwo. 2001. No. 5(96). Pp. 307–309.
18. Мамиева И.А. Геометрическая терминология применительно к зонтичным поверхностям // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2011. № 2. С. 78–79. URL: <http://journals.rudn.ru/structural-mechanics/article/view/10946>
19. Кривошапко С.Н. К вопросу об ошибках в терминологии по теории поверхностей и геометрического моделирования // Геометрия и графика. 2017. Т. 5. № 2. С. 32–38.
20. Gheorghiu Ad., Dragomir V. Geometry of Structural Forms. London: Applied Science Publisher Ltd., 1978.

DOI 10.22363/1815-5235-2019-15-4-308-314
UDC 539.3:624.04

RESEARCH PAPER

Influence of the geometrical researches of surfaces of revolution and translation surfaces on design of unique structures

Gérard L. Gbaguidi Aisse

University of Abomey-Calavi, 02 BP 244 Cotonou, Republic of Benin
gbaguidi.gerard@yahoo.fr

Article history:

Received: April 12, 2019

Revised: July 14, 2019

Accepted: July 22, 2019

For citation

Gbaguidi Aisse G.L. (2019). Influence of the geometrical researches of surfaces of revolution and translation surfaces on design of unique structures. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 15(4), 308–314. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-308-314>

Abstract

Aims of research. The use, design and analysis of architectural and building structures in the form of smooth and composite surfaces have become relevant and in demand lately, which determined the purpose of this article – to analyze the use of analytical surfaces given vector, parametric or explicit equations in real structures. **Methods.** The relationship between studies on the geometry of surfaces of revolution and transport and the creation of new forms of thin-walled structures and buildings is determined. An example of a real structure is given on each surface. The article does not consider composite, multifaceted, fractal surfaces, as well as surfaces that are not defined analytically. **Results.** It turned out that only a small number of considered surfaces of these two classes have found application in the world. At the end of the article, a bibliography is presented, which sets out the mathematical side of the design of analytical surfaces, their computer modeling, more detailed information about real structures in the form of the surfaces under consideration.

Keywords: surface of revolution; translation surface; architectural compositions; surface geometry; forming surfaces; surface classification; thin-walled dome

Introduction

Nowadays there are known more than 54 analytical surfaces of revolution, 17 surfaces of right translation, and several surfaces of oblique translation set by the explicit, implicit, or parametrical equations that are listed in an encyclopedia [1] and their graphical pictures are given in a book [2]. In some works, for example in [2–5], attempts to find out the most popular analytical surfaces among architects and builders, which were used for design of public, residential, and industrial buildings, were made. It was established that the most wide-spread forms of large-span shell structures have the middle surfaces in the form of surfaces of revo-

lution or surfaces of right translation. Examine the known thin-walled shell erections having the form of these surfaces of two classes and realized in practice. Every analytical surface would be illustrated with one erection outlined on the corresponding surface. The additional materials and sources connected with the considered subject will be given in the references.

1. Surfaces of revolution

The class of surfaces of rotation is the following class of surfaces from where engineers and architects take analogs of forms of their erections, structures, and products in the most cases. Everyone can create a huge number of surfaces of rotation choosing this or that flat generatrix curve and rotating it around a rotation axis. But only surfaces attracted attention of architects will be given here and these surfaces must be embodied in real structures. From 54 surfaces of revolution, presented in the encyclopedia [1], only spheres and one-sheet hyperboloids, ellipsoids, and paraboloids of revolution,

Gérard Léopold Gbaguidi Aisse, Professor of Department of Civil Engineering; Director, Verechaguine A.K. Graduate School of Civil Engineering, Director of Laboratory of Materials and Structures (LAMS).

© Gbaguidi Aisse G.L., 2019



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

drop-shaped and pseudospherical surfaces, catenoids and barrel-shaped surfaces found application in architecture and building. Their geometry is well investigated but in spite of it, researches try to find the optimal form of shell of revolution under diverse loading. 24 criterion of optimality are known [6].

An explicit equation of a surface of revolution can be presented in the following form:

$$z = f(r) = f(\sqrt{x^2 + y^2}),$$

where $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ is the distance a point of the surface from the axis of rotation.

Right circular cylindrical and conical surfaces [7] are examples of surfaces generated by a straight line. Hyperboloids of one sheet are also surfaces of revolution [8]. It is better to attribute these three surfaces to a class of ruled surfaces.

Parametrical equations of arbitrary surface of revolution are

$$r = r(r, \beta) = r \cos \beta i + r \sin \beta j + f(r) k.$$



a



b



c

Figure 1. The application of spherical surfaces:

a – tom sphere, Dublin, Ireland; b – the geodesic sphere “Spaceship Earth”, the AT & T Pavilion at Epcot in Disney World, Florida; c – the world’s largest wooden dome with a 92 m diameter, TRC “Piterland”, Saint Petersburg

The new Opera House in Sydney (Australia) is one of Australia’s most famous landmarks. The final version of the building contains 4 main shells, 4 side shells, and 2 auxiliary shells [10]. The surface of the half of each shell is a fragment of a sphere. The building covers an area of 2.2 hectares; the sails reach a height of 67 m and are faced with Swedish tiles, shiny in the sun. By the way, one of the reasons for replacing the shape of the elliptic paraboloid with a spherical one was the danger of rebounding of the facing plates from the base due to the difference in temperature deformations.

1.2. Pseudosphere

In the scientific-and-technical literature, examples of using of surface of a pseudosphere in the building industry were not found. Only Kenneth Brecher [11] pre-

Here, an equation of a meridian is taken in the form $r = r(\alpha)$ where α is the angle of the normal to the surface passing through a given point with the axis of rotation. If an equation of a meridian is given in the form $r = r(z)$ then an equation of a surface of revolution can be written with the help of equations:

$$x = r \sin \beta, y = r \cos \beta, z = z$$

where β is the angle of rotation of the plane of the meridian.

So, one can use a system of basic equations for stress-strain analysis in principal curvilinear coordinates [9]. A system of curvilinear coordinates in principal curvature lines coinciding with meridians and parallels is used in all researches devoted to geometrical modelling of surfaces of revolution and to strength analysis of shells of revolution.

1.1. Sphere

This surface is used in four types of structures: small architecture (Figure 1, a), structures in the form of a full sphere (Figure 1, b), 3) spherical domes (Figure 1, c), and structures from fragments of a spherical surface.

sented examples of pseudospheres realized in nature: a gypsum model of pseudosphere made by V.M. Schilling at the end of the XIX century; a large plywood model of pseudosphere “Mathematica” exhibited at the Museum of Science in Boston created by Charles and Ray Eames; a stainless steel sculpture “Cloud Gate” in Chicago’s Millennium Park (Anish Kapoor, 2008); the model “Surface of revolution of constant negative curvature” (author is H. Sugimoto, 2004); the aluminum and glass sculpture by the same author “Conceptual Form 009” (2006); the metal wire figure “Funicular Polygon of Revolution – Pseudosphere” (Robert Le Ricolais, 1894–1977) (Figure 2). All these mathematical models serve educational purposes. In other cases, the authors were limited only to the wishes or suggestions for the application of these shells of rotation [12].

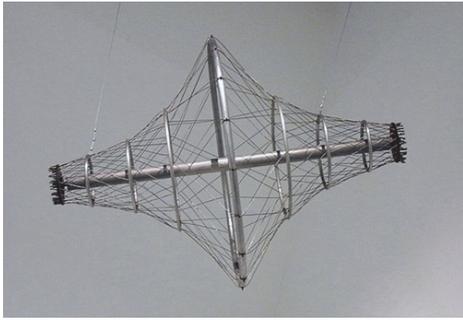


Figure 2. Metal wire shape “Funicular Polygon of Revolution – Pseudosphere”, Robert Le Ricolais

1.3. Paraboloid of revolution

This surface has attracted the attention of ancient builders, for example, the parabolic dome of the Cathedral of St. Peter in Rome marked the beginning of a series of similar structures. It is believed that dome appeared in the East and had, above all, a utilitarian purpose. In the absence of wood, roofs for dwellings were made from clay and bricks. But gradually, thanks to its exceptional aesthetic and technical qualities, the dome acquired an independent semantic content as an architectural form. Intensive experimental and theoretical studies of parabolic shells of revolution, conducted recently, show that they are in demand as in practice so in science too. A very large number of examples of real structures in the form of paraboloid of revolution is given in a paper [13].

1.4. Ellipsoid of revolution

Buildings and structures in the form of ellipsoids of revolution can have not only architectural expressiveness but also some advantages in the distribution of internal force factors. In mechanical engineering, mainly, thin-walled shells in the form of ellipsoids of revolution are used for the bottoms and head parts of tanks and vessels for various purposes. However, there are many examples of the using of ellipsoids of revolution in the building industry. In details, this question is taken up in works [2; 5].



Figure 3. Palace of President of Georgia

The Church in Düsseldorf, architect P. Schneider, can be taken as the most vivid illustration of the functionality and architectural expressiveness of this form. One can point out the glass dome of Palace of President of Georgia in Tbilisi (Figure 3). Its form is very similar to an ellipsoid of revolution. The palace has been built from 2004 till 2009. The author of the project is G. Batiashvili.

1.5. Catenoid

The only minimal surface of revolution is catenoid and it was not used widely in building and machine-building else. The innovative project of a three-story pavilion with hollow columns in the form of a catenoid was presented by B. Janett. This form is chosen to ensure a smooth transition from the walls to the ceiling [14].

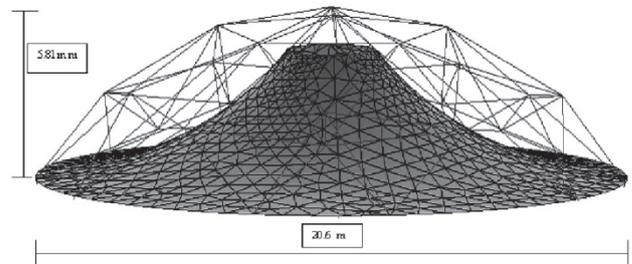


Figure 4. The design model of the pavilion coverage in the park of the Queretaro City, Mexico

A pre-stressed tubular rod structure in the form of a sphere supporting a film coating from polyester in the form of a catenoid with the help of steel cables was installed in the Alfalfares Park of Queretaro City, Mexico (Figure 4). The choice of form was dictated by the requirement of a minimum weight of the structure [15]. The system of catenoid shells from monolithic reinforced concrete of a 40 cm thick forms the structure of the National Theater of Taiwan (National Taichung Theater). It is also known as Taichung Metropolitan Opera House and located in Taichung City. The architectural project was completed by Toyo Ito and architectural group “Da-Ju Architects”.

Apparently, the pavilion in the city of Queretaro (Mexico) and the catenoids of the National Theatre of Taiwan are the first examples of real application of catenoids in architecture.

1.6. The barrel-shaped surface

Very often this name of the surface is used by architects to describe a group of surfaces of rotation of an arbitrary flat curve, facing its vertex in the opposite direction from the axis of rotation. However, the ana-

lytical surface with the same name does not exist, because it is necessary its broader interpretation. For example, a barrel-shaped surface of revolution with a directrix circle exists. This surface was taken as a basis for the shape of a residential building in Moscow (Figure 5.) Barrel-shaped surfaces are sometimes called egg-shaped surfaces. Unfortunately, the authors do not point out the equations of the selected surfaces, but only give the overall dimensions.



Figure 5. The House-Egg, Mashkova St., Moscow, Russia

1.7. Drop-shaped surfaces

This group of surfaces includes the surfaces of revolution resembling in form a drop of liquid lying on a horizontal plane. A thin-walled metal shell in the form of this surface is an equal-strength shell. The first tests of drop-shaped tanks were conducted in the USA in 1936. In 1944, the Gidropsnetsft Institute for the first time in the practice of the Soviet Union has developed a project of the drop-shaped tank with a volume of 2000 m³. S.I. Verevkin and G.M. Chichko are the authors of the project. According to this project in 1947 in Grozny, the first drop-shaped tank was built. In the 1950s, the designers of the USA and Canada worked out drop-shaped shells as applied to water tanks for water towers. The shape of the drop was the basis of the project of the building of the main test stand of the All-Union Electrotechnical Institute in Istra, Moscow region. The structure had a 234 m diameter and a 112 m height. In 1984, the building collapsed immediately after the erection.

The unusual giant complex of the Folk Theater in the form of a drop which had become a new symbol of China was designed by the famous French architect Paul Andre. According to the sum of seats, the theatre of Beijing is already recognized as the largest cultural complex on Earth. The length of the theater building reaches 212 m, its width is 143 m, and the height is 46 m.

1.8. Bullet nose

The upper part of London skyscraper “30 St Mary Axe” till the 17th floor (Foster and Partners, Emporis Skyscraper Award in 2003), Glass Pavilion at the exhibition in Cologne (1914) and some other erections are rather like *bullet nose* in shape. Bullet nose in shape is very like external surface of bullet (Figure 6). This surface is formed by rotation of a curve

$$x = \pm az / \sqrt{b^2 + z^2}$$

around the z axis of rotation (Figure 7).

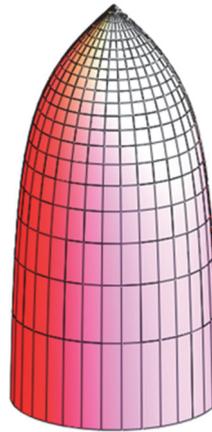


Figure 6. Bullet nose

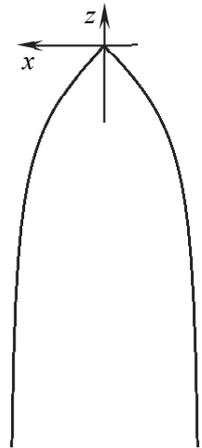


Figure 7. The meridian of bullet nose

2. Surfaces of translation

These are very functional surfaces and therefore architects and civil engineers like them. They are often used as coverings of markets, shopping centers and sports grounds. Translation surfaces are surfaces formed by parallel transfer of a curve of some direction along another curve that is a directrix curve.

A surface of translation is a surface formed by parallel translation of a curve of some direction that is a generatrix curve along another curve that is a directrix curve. So, a point M_0 of the generatrix curve slides along the directrix curve.

2.1. Surfaces of right translation

Surfaces of right translation can be defined by an explicit equation:

$$z = z(x,y) = z_1(x) + z_2(y),$$

where $z = z_1(x)$ is the equation of a plane generatrix curve; $z = z_2(y)$ is the equation of a plane directrix curve. Directrix and generatrix curves of a surface can be arbitrary curves but usually they are taken of the same type.

These surfaces are typically used as shell models on a rectangular or square plan (Figure 8, a).

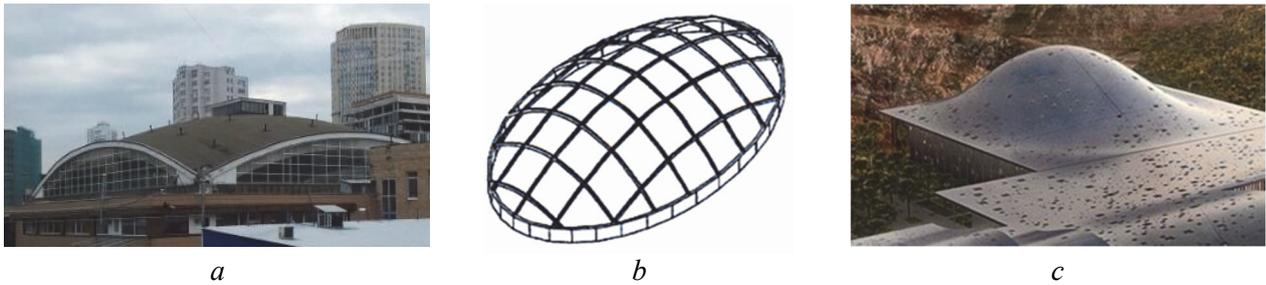


Figure 8. The application of translation surfaces:

a – Cheryomushkinsky market (circular translation surface), Moscow; *b* – the layout of the parabolic arches of the gym, Hungary;
c – a fragment of the covering of Cultural Centre in Muscat, Oman, designed by Architecture-Studio architects (Paris)

Source: <https://www.e-architect.co.uk/oman/cultural-centre-muscat>

2.2. Surfaces of oblique translation

This surface is formed by parallel translation of a plane curve and two of its symmetrical points touch the plane contour continuously. These surfaces can be given by an explicit equation

$$z = g(u - v) + h(u + v),$$

where $z = g(u - v)$ is an equation of a plane generatrix curve; $z = h(u + v)$ is an equation of a plane directrix curve.

Theoretically, such surface can be formed on a contour of an arbitrary outline but the surfaces created on a contour with symmetry, for example, circumferences, ellipses, squares, ovals, rectangles, are of the greatest interest.

For example, in Hungary, a sports hall was built on an elliptical plan with 93×61 m dimensions in axes and a height of 10.5 m. Functional and constructive reasons required the erection of the building on an elliptical plan. The system of parabolic steel tubular arches located along the elliptic paraboloid translation networks with a step of 6 m in both directions was chosen as the supporting structure of the coating (Figure 8, *b*).

2.3. Velaroidal surfaces

Velaroidal (velaroid, funicular) [16]) surface is a translation surface with a generatrix curve that changes its curvature in the process of its movement so that the result is the surface on a flat rectangular plane [17]. At present, three types of velaroidal surfaces are known that are parabolic velaroid, sinusoidal velaroid, and elliptical velaroid. Sometimes, a velaroidal surface is called a funicular surface. As an example, one can point out the reinforced concrete cover of the Nekrasovskiy (Mal'tsevskiy) market in Saint Petersburg. The middle surface of it is the velaroidal surface on a flat square plan with the dimension of 54×54 m. S.I. Evdokimov, O.B. Golyнкиn, G.M. Vlanin are the architects and V.A. Il'ina is the engineer. The market was built in autumn of 1960 [4].

Cultural Center in Muscat, Oman, 2011, is the most interesting velaroidal surface (Figure 8, *c*) of last time.

In some works, velaroidal surfaces on the circular plane are proposed for using but these surfaces have not yet found a real embodiment [18].

In the old time in Georgia, builders have built stone velaroidal domes [19].

Conclusion

The study shows that many analytical surfaces of revolution and translation surfaces listed in the encyclopedia [1] are not used in architecture and building. These data suggest that geometers and mechanical engineers are significantly ahead of the needs of architects and builders, or architects have not yet mastered the entire set of analytical surfaces proposed by geometers, or architects consider the most analytical surfaces unsuitable for their creative concepts. It was found by I.A. Mamieva [20] for ruled surfaces and by the author for surfaces of revolution and translation surfaces.

With the advent of finite difference energy method, finite element method, and other numerical methods, engineers received a powerful tool for the expanded using of thin-walled large-span domes [12; 14] and translation shells made of different materials. One can use the nonlinear physical equations and a large deformation theory of shell. For instance, a review of researches of stress-strain state of shells of revolution with arbitrary form of the meridian can be found in [21] with 79 references. This problem has attracted considerable attention from Z.E. Mazurkiewicz and R.R. Nagorski [22] and A. Zingoni [23].

A great deal of surfaces of revolution exists and is studied in different scientific publications. Tens of surfaces of revolution are presented in an encyclopedia [1]. Such surfaces of revolution as “Lochdiskus”, “Jet Surface”, “Apple Surface”, “Kidney Surface”, “Fish Surface”, “Limpet Torus”, Darwin-de Sitter spheroid, and others are known but used much less and may be found in other original sources, for instance, in the internet site [Parametrische Flächen und Körper, <http://www.3d-meier.de/tut3/>].

References

1. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. (2015). *Encyclopaedia of Analytical Surfaces*. Switzerland, Springer International Publishing, 752.
2. Krivoshapko S.N., Mamieva I.A. (2018). *Analitičke poverhnosti v arhitekturi zdanij, konstruktiv i izdelij* [Analytical surfaces in architecture of buildings, structures, and products]. Moscow: Librocom Publ., 328. (In Russ.)
3. Mamieva I.A., Razin A.D. (2014). Parametrical architecture in Moscow. *Architecture and construction of Russia*, (6), 25–29. https://elibrary.ru/download/elibrary_21614483_18612954.pdf (In Russ.)
4. Mamieva I.A. (2011). O klassifikacii analiticheskih poverhnostej [On classification of analytical surfaces]. *International Scientific-and-Practical Conference "Engineering System – 2011"*, Moscow, 63–65. (In Russ.)
5. Krasic S. (2012). *Geometrijske Površi u Arhitekturi*. Građevinsko-arhitektonski Fakultet, Univerzitet u Nišu, 238.
6. Krivoshapko S.N. (2019). Optimal shells of revolution and main optimizations. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 15(3), 201–209. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-3-201-209>
7. Mamieva I.A., Razin A.D. (2017). Landmark spatial structures in the form of conic surfaces. *Industrial and Civil Engineering*, (10), 5–11. (In Russ.)
8. Krivoshapko S.N. (2002). Static, vibration, and buckling analyses and applications to one-sheet hyperboloidal shells of revolution. *Applied Mechanics Reviews*, 55(3), 241–270.
9. Maan Jawad H. (2004). *Design of Plate & Shell Structures*. ASME Press, 476.
10. Lewis M., Ove Arup. (1973). Roof cladding of the Sydney Opera. *House Journal and Proceedings of the Royal Society of New South Wales*, 106(1–2), 18–32.
11. Brecher K. (2013). Mathematics, Art and Science of the Pseudosphere. *Proceedings of Bridges 2013: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture*, 469–472.
12. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. (2018). Pseudo-spherical shells in building industry. *Building and Reconstruction*, 2(76), 32–40.
13. Krivoshapko S.N. (2017). On application of parabolic shells of revolution in civil engineering in 2000–2017. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (4), 4–14. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2017-4-4-14>
14. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. (2018). Catenoidal shells. *Industrial and Civil Engineering*, (12), 7–13.
15. Horta-Rangel J., Uehara-Guerrero H., Lopez-Lara T., Perez-Rea L., Hernandez-Zaragoza J. and Rojas-Gonzalez E. (2014). Optimal design of a fabric shell using a coupled fem-optimization procedure. *Asian Journal of Science and Technology*, 5(11), 722–726.
16. Rippmann M. (2016, February). *Funicular Shell Design: geometric approaches to form finding and fabrication of discrete funicular structures*. (Doctoral Thesis, ETH Zürich). 308. doi: 10.3929/ethz-a-010656780
17. Rippmann M., Block Ph. (2013). Funicular shell design exploration. *ACADIA 13: Adaptive Architecture: Proceedings of the 33rd Annual Conference of the Association for Computer Aided Design in Architecture (ACADIA)*, Cambridge, 24–26 October, 337–346.
18. Krivoshapko S.N., Gil-oulbe M. (2013). Geometry and Strength of a Shell of Velaroidal Type on Annulus Plan with Two Families of Sinusoids. *International Journal of Soft Computing and Engineering (IJSCE)*, 3(3), 71–73.
19. Gogoberidze Ya.A. (1950). *Covers "Darbazi"*. Tbilisi: Tehnika da shroma Publ., 278.
20. Mamieva I.A. (2019). Influence of the geometrical researches of ruled surfaces on design of unique structures. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 15(4), 299–307.
21. Mihailov B.K., Guriyanov K.V. (1983). *Stress state of shells of revolution (reviews of works devoted to linear theory of shells of revolution during the last 10 years)*. Leningrad: LISI, 28.
22. Mazurkiewicz Z.E., Nagorski R.R. (1990). *Shells of revolution*. Amsterdam, Elsevier Science Publishers, 640.
23. Zingoni Alphose. (2017). *Shell Structures in Civil and Mechanical Engineering: Theory and Analysis. 2nd ed.* Thomas Telford Limited, 438.

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Влияние геометрических исследований поверхностей вращения и поверхностей переноса на создание уникальных сооружений

Ж.Л. Гбагуиди Айссе

Университет Абомей-Калави, 02 BP 244 Котону, Республика Бенин
gbaguidi.gerard@yahoo.fr

История статьи:

Поступила в редакцию: 12 апреля 2019 г.
Доработана: 14 июля 2019 г.
Принята к публикации: 22 июля 2019 г.

Аннотация

Цели. Применение, проектирование и расчет архитектурно-строительных конструкций в форме гладких и составных поверхностей стали актуальными и востребованными в последнее время, что обусловило цель данной статьи – проанализировать применение аналитических поверхностей, заданных векторными, параметрическими или явными уравнениями, в реальных конструкциях. **Методы.** Определяется связь между исследованиями по геометрии поверхностей вращения и переноса и созданием новых форм тонкостенных

Для цитирования

Gbaguidi Aisse G.L. Influence of the geometrical researches of surfaces of revolution and translation surfaces on design of unique structures (Влияние геометрических исследований поверхностей вращения и поверхностей переноса на создание уникальных сооружений) // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 4. С. 308–314. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-308-314>

сооружений и зданий. По каждой поверхности приведен пример реального сооружения. В статье не рассматриваются составные, многогранные, фрактальные поверхности, а также поверхности, не задаваемые аналитически. **Результаты.** Выяснилось, что в мире нашли применение только небольшое число рассматриваемых поверхностей этих двух классов. В конце статьи приведена библиография, в которой изложены математическая сторона проектирования аналитических поверхностей, их компьютерное моделирование, более подробные сведения о реальных сооружениях в форме рассматриваемых поверхностей.

Ключевые слова: поверхность вращения; поверхность переноса; архитектурные композиции; геометрия поверхностей; формообразование поверхностей; классификация поверхностей; тонкостенный купол; оболочка

Список литературы

1. Krivoschapko S.N., Ivanov V.N. Encyclopaedia of Analytical Surfaces. Switzerland: Springer International Publishing, 2015. 752 p.
2. Кривошапко С.Н., Мамиева И.А. Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий: монография. М.: Либроком, 2012. 328 с.
3. Мамиева И.А., Разин А.Д. Параметрическая архитектура в Москве // Архитектура и строительство России. 2014. № 6. С. 24–29. https://elibrary.ru/download/elibrary_21614483_18612954.pdf
4. Мамиева И.А. О классификации аналитических поверхностей // Инженерные системы – 2011: тезисы докладов Международной научно-практической конференции. М., 2011. С. 63–65.
5. Krasic S. Geometrijske Površi u Arhitekturi. Gradevinsko-arhitektonski fakultet Univerzitet u Nišu, 2012. 238 p.
6. Krivoschapko S.N. Optimal shells of revolution and main optimizations // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 3. С. 201–209. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-3-201-209>
7. Мамиева И.А., Разин А.Д. Знаковые пространственные сооружения в форме конических поверхностей // Промышленное и гражданское строительство. 2017. № 10. С. 5–11.
8. Krivoschapko S.N. Static, vibration, and buckling analyses and applications to one-sheet hyperboloidal shells of revolution // Applied Mechanics Reviews. 2002. Vol. 55. No. 3. Pp. 241–270.
9. Maan Jawad H. Design of Plate & Shell Structures. ASME Press, 2004. 476 p.
10. Lewis M., Ove Arup. Roof cladding of the Sydney Opera // House Journal and Proceedings of the Royal Society of New South Wales. 1973. Vol. 106. No. 1–2. Pp. 18–32.
11. Brecher K. Mathematics, Art and Science of the Pseudosphere // Proceedings of Bridges 2013: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture. 2013. Pp. 469–472.
12. Кривошапко С.Н., Иванов В.Н. Псевдосферические оболочки в строительной индустрии // Строительство и реконструкция. 2018. № 2 (76). С. 32–40.
13. Кривошапко С.Н. К вопросу о применении параболических оболочек вращения в строительстве в 2000–2017 годах // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 4. С. 4–14. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2017-4-4-14>
14. Кривошапко С.Н., Иванов В.Н. Катеноидные оболочки // Промышленное и гражданское строительство. 2018. № 12. С. 7–13.
15. Horta-Rangel J., Uehara-Guerrero H., Lopez-Lara T., Perez-Rea L., Hernandez-Zaragoza J., Rojas-Gonzalez E. Optimal design of a fabric shell using a coupled fem-optimization procedure // Asian Journal of Science and Technology. 2014. 5(11). Pp. 722–726.
16. Rippmann M. Funicular Shell Design: Geometric approaches to form finding and fabrication of discrete funicular structures. (Doctoral Thesis, ETH Zürich). 352 p. doi: 10.3929/ethz-a-010656780
17. Rippmann M., Block P. Funicular shell design exploration // ACADIA 13: Adaptive Architecture: Proceedings of the 33rd Annual Conference of the Association for Computer Aided Design in Architecture (ACADIA), Cambridge, 24–26 October 2013. Pp. 337–346.
18. Krivoschapko S.N., Gil-oulbe M. Geometry and Strength of a Shell of Velaroidal Type on Annulus Plan with Two Families of Sinusoids // International Journal of Soft Computing and Engineering (IJSCE). 2013. Vol. 3. Issue 3. Pp. 71–73.
19. Gogoberidze Ya.A. Covers “Darbazi”. Tbilisi: Tehnika da shroma, 1950. 278 p.
20. Мамиева И.А. Influence of the geometrical researches of ruled surfaces on design of unique structures // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 4. С. 299–307.
21. Михайлов Б.К., Гурьянов К.В. Напряженное состояние оболочек вращения (обзор работ по линейной теории оболочек вращения за последние 10 лет). Л.: ЛИСИ, 1983. 28 с.
22. Mazurkiewicz Z.E., Nagorski R.R. Shells of Revolution. Amsterdam: Elsevier Science Publishers, 1990. 640 p.
23. Zingoni Alphonse. Shell Structures in Civil and Mechanical Engineering: Theory and Analysis. 2nd ed. Thomas Telford Limited, 2017. 438 p. (ICE Virtual Library).

Гбагуди Аиссе Жерар Леопольд, доктор наук, профессор факультета гражданского строительства; директор, Высшая школа гражданского строительства имени А.К. Верещагина, заведующий лабораторией материалов и конструкций.



ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ NUMERICAL METHODS OF ANALYSIS OF STRUCTURES

DOI 10.22363/1815-5235-2019-15-4-315-322
УДК 539.3

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Варианты определяющих соотношений деформационной теории пластичности в расчете оболочки вращения на основе метода конечных элементов

Ю.В. Клочков^{1*}, А.П. Николаев¹, О.В. Вахнина¹, М.Ю. Клочков²

¹Волгоградский государственный аграрный университет, Российская Федерация, 400002, Волгоград, Университетский пр., 26

²Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Российская Федерация, 119991, Москва, Ленинские горы, 1
*klotchkov@bk.ru

История статьи:

Поступила в редакцию: 13 марта 2019 г.

Доработана: 3 июня 2019 г.

Принята к публикации: 2 июля 2019 г.

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Администрации Волгоградской области в рамках научного проекта № 18-41-340007 р_а.

Для цитирования

Клочков Ю.В., Николаев А.П., Вахнина О.В., Клочков М.Ю. Варианты определяющих соотношений деформационной теории пластичности в расчете оболочки вращения на основе метода конечных элементов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 4. С. 315–322. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-315-322>

Аннотация

Актуальность. Проблемы снижения материалоемкости объектов строительства и машиностроения диктуют необходимость рассмотрения процессов деформирования конструкций при упруго-пластическом состоянии. Широко используемой теорией учета пластических свойств материала является деформационная теория пластичности. **Целью** данной работы является разработка вариантов получения определяющих соотношений на шаге нагружения при деформировании материала за пределами упругости. **Методы.** Приводятся алгоритмы получения определяющих соотношений теории малых упруго-пластических деформаций на шаге нагружения в двух вариантах. В первом варианте они получаются дифференцированием выражений напряжений как функций деформаций на основе деформационной теории пластичности; во втором варианте определяющие соотношения получаются на основе гипотезы о пропорциональности компонент девиаторов приращений напряжений компонентам девиаторов приращений деформаций. **Результаты.** На тестовом примере расчета защемленной цилиндрической оболочки представлена реализация полученных определяющих соотношений.

Ключевые слова: деформационная теория пластичности; девиатор приращений деформаций; девиатор приращений напряжений; матрица пластичности; метод конечных элементов

Введение

В настоящее время при определении напряженно-деформированного состояния (НДС) оболочечных конструкций необходимо учитывать пласти-

ческую стадию работы применяемого материала. Соотношения между напряжениями и деформациями при этом komponуются на основе теории пластического течения или деформационной теории пластичности [1–3]. При использовании численных методов расчета оболочечных конструкций [4–10] с учетом пластического деформирования обычно используют шаговую процедуру нагружения [11; 12], предусматривающую получение соотношений между приращениями компонент тензора деформаций и приращениями компонент тензора напряжений. Если воспользоваться деформационной теорией пластичности, то вышеупомянутые соотношения на $(j+1)$ -м шаге нагружения можно получить двумя способами. В пер-

Клочков Юрий Васильевич, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики; eLIBRARY SPIN-код: 9436-3693; Author ID: 161677.

Николаев Анатолий Петрович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры прикладной геологии, природообустройства и водопользования; eLIBRARY SPIN-код: 2653-5484; Author ID: 161676.

Вахнина Ольга Владимировна, кандидат технических наук, доцент кафедры высшей математики; eLIBRARY SPIN-код: 3593-0159; Author ID: 573151.

Клочков Михаил Юрьевич, студент третьего курса физического факультета; eLIBRARY SPIN-код: 2767-3955. Author ID: 971170.

© Клочков Ю.В., Николаев А.П., Вахнина О.В., Клочков М.Ю., 2019

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



вом случае можно использовать общепринятый подход, который заключается в применении процедуры дифференцирования компонент тензора деформаций по компонентам тензора напряжений. Во втором случае можно воспользоваться гипотезой о пропорциональности компонент девиатора приращений напряжений компонентам девиатора приращений деформаций [13].

В настоящей работе представлен сравнительный анализ эффективности двух способов получения матрицы пластичности на $(j+1)$ -м шаге нагружения при применении метода конечных элементов (МКЭ) к расчету тонких оболочек при упруго-пластическом деформировании.

1. Матрица пластичности на $(j+1)$ -м шаге нагружения с использованием операции дифференцирования компонент тензора деформаций по компонентам тензора напряжений

На основании второй гипотезы деформационной теории пластичности можно записать соотношение между контравариантными компонентами девиаторов напряжений S^{ij} и деформаций E^{ij} [3]:

$$S^{ij} = (2/3)(\sigma_i/\varepsilon_i)E^{ij}, \quad (1)$$

где $\sigma_i = \sqrt{(3/2)S^{ij}S_{ij}}$; $\varepsilon_i = \sqrt{(3/2)E^{ij}E_{ij}}$ – интенсивности напряжений и деформаций.

Входящие в (1) ко- и контравариантные компоненты девиаторов напряжений и деформаций определяются по формулам [3]

$$\begin{aligned} S^{ij} &= \sigma^{ij} - I_1(\sigma)g^{ij}/3; & S_{ij} &= \sigma_{ij} - I_1(\sigma)g_{ij}; \\ E^{ij} &= \varepsilon^{ij} - I_1(\varepsilon)g^{ij}/3; & E_{ij} &= \varepsilon_{ij} - I_1(\varepsilon)g_{ij}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $I_1(\sigma) = g^{ij}\sigma_{ij} = g_{ij}\sigma^{ij}$; $I_1(\varepsilon) = g^{ij}\varepsilon_{ij} = g_{ij}\varepsilon^{ij}$ – первые инварианты тензоров напряжений и деформаций.

Соотношение (1) с учетом (2) можно представить в виде

$$\begin{aligned} &\sigma^{ij} - I_1(\sigma)g^{ij}/3 = \\ &= (2/3)(\sigma_i/\varepsilon_i)(g^{ik}g^{jl}\varepsilon_{kl} - I_1(\varepsilon)g^{ij}/3). \end{aligned} \quad (3)$$

Применяя к (3) первую гипотезу деформационной теории пластичности, получим следующую зависимость:

$$\begin{aligned} \sigma^{ij} &= (2/3)(\sigma_i/\varepsilon_i)g^{ik}g^{jl}\varepsilon_{kl} + \\ &+ I_1(\varepsilon)g^{ij}(K/3 - (2/9)(\sigma_i/\varepsilon_i)), \end{aligned} \quad (4)$$

где $K = E/(1 - 2\nu)$.

Для получения соотношений между приращениями контравариантных компонент тензора напряжений и ковариантных компонент тензора деформаций на $(j+1)$ -м шаге нагружения воспользуемся зависимостями

$$\begin{aligned} \Delta\sigma^{\alpha\beta} &= \frac{\partial\sigma^{\alpha\beta}}{\partial\varepsilon_{11}}\Delta\varepsilon_{11} + \frac{\partial\sigma^{\alpha\beta}}{\partial\varepsilon_{22}}\Delta\varepsilon_{22} + \\ &+ \frac{\partial\sigma^{\alpha\beta}}{\partial\varepsilon_{12}}\Delta\varepsilon_{12} + \frac{\partial\sigma^{\alpha\beta}}{\partial\varepsilon_{33}}\Delta\varepsilon_{33}, \end{aligned} \quad (5)$$

где греческие верхние индексы α и β последовательно принимают значения 1 и 2.

При вычислении входящих в (5) частных производных $\partial\sigma^{\alpha\beta}/\partial\varepsilon_{ij}$ необходимо предварительно выполнить следующие дифференциальные операции:

$$\frac{\partial(\sigma_i/\varepsilon_i)}{\partial\varepsilon_{ij}} = \frac{\partial(\sigma_i/\varepsilon_i)}{\partial\varepsilon_i} \frac{\partial\varepsilon_i}{\partial\varepsilon_{ij}} = \frac{(E_K - E_C)}{\varepsilon_i} \frac{\partial\varepsilon_i}{\partial\varepsilon_{ij}}, \quad (6)$$

где $E_K = \partial\sigma_i/\partial\varepsilon_i$; $E_C = \sigma_i/\varepsilon_i$ – касательный и секущий модули диаграммы деформирования применяемого материала.

Для получения входящих в (6) производных интенсивности деформаций по ковариантным компонентам тензора деформаций воспользуемся выражением

$$\begin{aligned} \frac{\partial\varepsilon_i}{\partial\varepsilon_{ij}} &= \frac{\partial\varepsilon_i}{\partial E^{11}} \frac{\partial E^{11}}{\partial\varepsilon_{ij}} + \frac{\partial\varepsilon_i}{\partial E^{12}} \frac{\partial E^{12}}{\partial\varepsilon_{ij}} + \\ &+ \frac{\partial\varepsilon_i}{\partial E^{22}} \frac{\partial E^{22}}{\partial\varepsilon_{ij}} + \frac{\partial\varepsilon_i}{\partial E^{33}} \frac{\partial E^{33}}{\partial\varepsilon_{ij}} + \frac{\partial\varepsilon_i}{\partial E_{11}} \frac{\partial E_{11}}{\partial\varepsilon_{ij}} + \\ &+ \frac{\partial\varepsilon_i}{\partial E_{12}} \frac{\partial E_{12}}{\partial\varepsilon_{ij}} + \frac{\partial\varepsilon_i}{\partial E_{22}} \frac{\partial E_{22}}{\partial\varepsilon_{ij}} + \frac{\partial\varepsilon_i}{\partial E_{33}} \frac{\partial E_{33}}{\partial\varepsilon_{ij}}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\text{где } \frac{\partial\varepsilon_i}{\partial E^{ij}} = \frac{E_{ij}}{3\varepsilon_i}; \quad \frac{\partial\varepsilon_i}{\partial E_{ij}} = \frac{E^{ij}}{3\varepsilon_i}.$$

Представив ко- и контравариантные компоненты девиатора деформаций в развернутом виде, получим следующие дифференциальные зависимости:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial E_{11}}{\partial \varepsilon_{11}} &= 1 - \frac{2}{3} I_1(\varepsilon) - \frac{1}{3} g_{11} \frac{\partial I_1(\varepsilon)}{\partial \varepsilon_{11}}; \\
 \frac{\partial E_{11}}{\partial \varepsilon_{22}} &= -\frac{1}{3} g_{11} \frac{\partial I_1(\varepsilon)}{\partial \varepsilon_{22}}; \\
 \frac{\partial E_{11}}{\partial \varepsilon_{12}} &= -\frac{1}{3} g_{11} \frac{\partial I_1(\varepsilon)}{\partial \varepsilon_{12}}; \\
 \frac{\partial E_{11}}{\partial \varepsilon_{33}} &= -\frac{1}{3} g_{11} \frac{\partial I_1(\varepsilon)}{\partial \varepsilon_{33}}; \\
 \frac{\partial E_{22}}{\partial \varepsilon_{11}} &= -\frac{1}{3} g_{22} \frac{\partial I_1(\varepsilon)}{\partial \varepsilon_{11}}; \\
 \frac{\partial E_{22}}{\partial \varepsilon_{22}} &= 1 - \frac{2}{3} I_1(\varepsilon) - \frac{1}{3} g_{22} \frac{\partial I_1(\varepsilon)}{\partial \varepsilon_{22}}; \\
 &\dots\dots\dots \\
 \frac{\partial E^{33}}{\partial \varepsilon_{33}} &= g^{33} g^{33} + 2\varepsilon_{33} g^{33} \frac{\partial g^{33}}{\partial \varepsilon_{33}} - \\
 &-\frac{1}{3} I_1(\varepsilon) \frac{\partial g^{33}}{\partial \varepsilon_{33}} - \frac{1}{3} g^{33} \frac{\partial I_1(\varepsilon)}{\partial \varepsilon_{33}}. \tag{8}
 \end{aligned}$$

Принимая во внимание (6), (7) и (8), можно определить входящие в (5) частные производные $\partial \sigma^{\alpha\beta} / \partial \varepsilon_{ij}$, например:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \sigma^{11}}{\partial \varepsilon_{11}} &= \frac{2}{3} \left[D \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \varepsilon_{11}} C_{11} + \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \left(g^{11} g^{11} + 2\varepsilon_{11} g^{11} \frac{\partial g^{11}}{\partial \varepsilon_{11}} + \right. \right. \\
 &+ 2\varepsilon_{22} g^{12} \frac{\partial g^{12}}{\partial \varepsilon_{11}} + 2\varepsilon_{12} \left. \left(\frac{\partial g^{11}}{\partial \varepsilon_{11}} g^{12} + \frac{\partial g^{12}}{\partial \varepsilon_{11}} g^{11} \right) \right] + \\
 &+ M \left(g^{11} g^{11} + 2\varepsilon_{11} g^{11} \frac{\partial g^{11}}{\partial \varepsilon_{11}} + \right. \\
 &+ 2\varepsilon_{12} \left. \left(\frac{\partial g^{12}}{\partial \varepsilon_{11}} g^{11} + \frac{\partial g^{11}}{\partial \varepsilon_{11}} g^{12} \right) + \right. \\
 &+ \varepsilon_{22} \left. \left(\frac{\partial g^{22}}{\partial \varepsilon_{11}} g^{11} + \frac{\partial g^{11}}{\partial \varepsilon_{11}} g^{22} \right) + \right. \\
 &+ \varepsilon_{33} g^{33} \frac{\partial g^{11}}{\partial \varepsilon_{11}} \left. \right) + \left(-\frac{2}{9} \right) D \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \varepsilon_{11}} B_{11}; \\
 &\dots\dots\dots \\
 \frac{\partial \sigma^{11}}{\partial \varepsilon_{33}} &= \frac{2}{3} D \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \varepsilon_{33}} C_{11} + \left(-\frac{2}{9} \right) D \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \varepsilon_{33}} B_{11} + \\
 &+ M \left(g^{33} g^{11} + \varepsilon_{33} g^{11} \frac{\partial g^{33}}{\partial \varepsilon_{33}} \right);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \sigma^{22}}{\partial \varepsilon_{11}} &= \frac{2}{3} \left[D \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \varepsilon_{11}} C_{22} + \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \left(g^{21} g^{21} + 2\varepsilon_{11} g^{21} \frac{\partial g^{21}}{\partial \varepsilon_{11}} + \right. \right. \\
 &+ 2\varepsilon_{22} g^{22} \frac{\partial g^{22}}{\partial \varepsilon_{11}} + 2\varepsilon_{12} \left. \left(\frac{\partial g^{21}}{\partial \varepsilon_{11}} g^{22} + \frac{\partial g^{22}}{\partial \varepsilon_{11}} g^{21} \right) \right] + \\
 &+ \left(-\frac{2}{9} \right) D \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \varepsilon_{11}} B_{22} + \\
 &+ M \left(g^{11} g^{22} + \varepsilon_{11} \left(\frac{\partial g^{11}}{\partial \varepsilon_{11}} g^{22} + \frac{\partial g^{22}}{\partial \varepsilon_{11}} g^{11} \right) + \right. \\
 &+ 2\varepsilon_{12} \left. \left(\frac{\partial g^{12}}{\partial \varepsilon_{11}} g^{22} + \frac{\partial g^{22}}{\partial \varepsilon_{11}} g^{12} \right) + \right. \\
 &+ 2\varepsilon_{22} g^{22} \frac{\partial g^{22}}{\partial \varepsilon_{11}} + \varepsilon_{33} g^{33} \frac{\partial g^{22}}{\partial \varepsilon_{11}} \left. \right); \\
 &\dots\dots\dots \\
 \frac{\partial \sigma^{33}}{\partial \varepsilon_{33}} &= \frac{2}{3} D \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \varepsilon_{33}} C_{33} + \frac{2}{3} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \left(g^{33} g^{33} + 2\varepsilon_{33} g^{33} \frac{\partial g^{33}}{\partial \varepsilon_{33}} \right) - \\
 &-\frac{2}{9} D \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \varepsilon_{33}} B_{33} + M \left(\varepsilon_{11} g^{11} \frac{\partial g^{33}}{\partial \varepsilon_{33}} + 2\varepsilon_{12} g^{12} \frac{\partial g^{33}}{\partial \varepsilon_{33}} + \right. \\
 &+ \varepsilon_{22} g^{22} \frac{\partial g^{33}}{\partial \varepsilon_{33}} + g^{33} g^{33} + 2\varepsilon_{33} g^{33} \frac{\partial g^{33}}{\partial \varepsilon_{33}} \left. \right),
 \end{aligned}$$

где $D = (E_K - E_C) / \varepsilon_i$; $M = \frac{K}{3} - \frac{2}{9} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i}$;

$$\begin{aligned}
 C_{11} &= g^{11} g^{11} \varepsilon_{11} + g^{12} g^{12} \varepsilon_{22} + 2g^{11} g^{12} \varepsilon_{12}; \\
 B_{11} &= \varepsilon_{11} g^{11} g^{11} + 2\varepsilon_{12} g^{12} g^{11} + \varepsilon_{22} g^{22} g^{11} + \varepsilon_{33} g^{33} g^{11}; \\
 C_{22} &= g^{21} g^{21} \varepsilon_{11} + g^{22} g^{22} \varepsilon_{22} + 2g^{21} g^{22} \varepsilon_{12}; \\
 B_{22} &= \varepsilon_{11} g^{11} g^{22} + 2\varepsilon_{12} g^{12} g^{22} + \varepsilon_{22} g^{22} g^{22} + \varepsilon_{33} g^{33} g^{22}; \\
 C_{33} &= g^{33} g^{33} \varepsilon_{33}; \\
 B_{33} &= \varepsilon_{11} g^{11} g^{33} + 2\varepsilon_{12} g^{12} g^{33} + \varepsilon_{22} g^{22} g^{33} + \varepsilon_{33} g^{33} g^{33}.
 \end{aligned}$$

Соотношения (8) представим в виде матричного произведения

$$\{\Delta \sigma\} = [d] \{\Delta \varepsilon^*\} \tag{9}$$

где $\{\Delta \varepsilon^*\}^T = \{\Delta \varepsilon_{11} \ \Delta \varepsilon_{22} \ 2\Delta \varepsilon_{12} \ \Delta \varepsilon_{33}\}$;
 $\{\Delta \sigma\}^T = \{\Delta \sigma^{11} \ \Delta \sigma^{22} \ \Delta \sigma^{12}\}$.

Учитывая общепринятую в теории тонких оболочек гипотезу о приравнивании нулю нормальных напряжений в направлении нормали к срединной поверхности, запишем равенство

$$\Delta\sigma^{33} = \frac{\partial\sigma^{33}}{\partial\varepsilon_{11}}\Delta\varepsilon_{11} + \frac{\partial\sigma^{33}}{\partial\varepsilon_{22}}\Delta\varepsilon_{22} + \frac{\partial\sigma^{33}}{\partial\varepsilon_{12}}\Delta\varepsilon_{12} + \frac{\partial\sigma^{33}}{\partial\varepsilon_{33}}\Delta\varepsilon_{33} = 0. \quad (10)$$

Из соотношения (10) получим выражение

$$\Delta\varepsilon_{33} = \left(\frac{\partial\sigma^{33}}{\partial\varepsilon_{11}}\Delta\varepsilon_{11} + \frac{\partial\sigma^{33}}{\partial\varepsilon_{22}}\Delta\varepsilon_{22} + \frac{\partial\sigma^{33}}{\partial\varepsilon_{12}}\Delta\varepsilon_{12} \right) / \left(\frac{\partial\sigma^{33}}{\partial\varepsilon_{33}} \right), \quad (11)$$

которое можно представить в матричном виде

$$\Delta\varepsilon_{33} = \{b\}_{1 \times 3}^T \{\Delta\varepsilon\}_{3 \times 1}, \quad (12)$$

где $\{\Delta\varepsilon\}^T = \{\Delta\varepsilon_{11} \Delta\varepsilon_{22} \Delta\varepsilon_{12}\}$.

С учетом (12) скомпонуем матричную зависимость

$$\{\Delta\varepsilon^*\}_{4 \times 1} = [a]_{4 \times 3} \{\Delta\varepsilon\}_{3 \times 1}, \quad (13)$$

где $[a]_{3 \times 4}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & 1 & 0 & b_2 \\ 0 & 0 & 1 & b_3 \end{bmatrix}$.

С учетом (13) выражение (9) можно представить следующим образом:

$$\{\Delta\sigma\}_{3 \times 1} = [C_I]_{3 \times 3} \{\Delta\varepsilon\}_{3 \times 1}, \quad (14)$$

где $[C_I] = [d][a]$ – матрица пластичности на $(j+1)$ -м шаге нагружения.

2. Матрица пластичности на $(j+1)$ -м шаге нагружения

на основе гипотезы о пропорциональности компонент девиатора приращений напряжений компонентам девиатора приращений деформаций

Принимая во внимание гипотезу о пропорциональности компонент девиатора приращений напряжений компонентам девиатора приращений деформаций, запишем следующее соотношение

$$\Delta\varepsilon_{ij} - \frac{1}{3}P(\Delta\varepsilon)g_{ij} = \frac{3}{2}\frac{\Delta\varepsilon_i}{\Delta\sigma_i} \left(\Delta\sigma_{ij} - \frac{1}{3}P(\Delta\sigma)g_{ij} \right), \quad (15)$$

где $P(\Delta\varepsilon) = \Delta\varepsilon_{ij}g^{ij} = \Delta\varepsilon^{ij}g_{ij}$;

$$P(\Delta\sigma) = \Delta\sigma_{ij}g^{ij} = \Delta\sigma^{ij}g_{ij}.$$

Между первыми инвариантами тензоров приращений деформаций и приращений напряжений может быть установлена следующая зависимость:

$$P(\Delta\varepsilon) = \frac{1-2\nu}{E}P(\Delta\sigma). \quad (16)$$

Соотношение (15) с учетом (16) запишем в виде

$$\Delta\varepsilon_{ij} = \frac{3}{2}\frac{1}{E_K}\Delta\sigma_{ij} + P(\Delta\sigma)g_{ij} \cdot A, \quad (17)$$

где $A = \left(\frac{1-2\nu}{3E} - \frac{1}{2E_K} \right)$.

В развернутой форме выражения (17) примут следующий вид:

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_{11} &= \left(\frac{3}{2}\frac{1}{E_K} + g_{11}g^{11}A \right) \Delta\sigma_{11} + \\ &+ g_{11}g^{22}A\Delta\sigma_{22} + g_{11}2g^{12}A\Delta\sigma_{12}; \\ \Delta\varepsilon_{22} &= g_{22}g^{11}A\Delta\sigma_{11} + \\ &+ \left(\frac{3}{2}\frac{1}{E_K} + g_{22}g^{22}A \right) \Delta\sigma_{22} + g_{22}2g^{12}A\Delta\sigma_{12}; \\ \Delta\varepsilon_{12} &= g_{12}g^{11}A\Delta\sigma_{11} + g_{12}g^{22}A\Delta\sigma_{22} + \\ &+ \left(\frac{3}{2}\frac{1}{E_K} + g_{12}2g^{12}A \right) \Delta\sigma_{12}. \end{aligned} \quad (18)$$

Соотношения (18) могут быть представлены в матричной форме

$$\{\Delta\varepsilon\}_{3 \times 1} = [T]_{3 \times 3} \{\Delta\sigma\}_{3 \times 1}, \quad (19)$$

где $\{\Delta\sigma\}^T = \{\Delta\sigma_{11} \Delta\sigma_{22} \Delta\sigma_{12}\}$.

Выполняя операцию обращения из (19) можно получить матрицу пластичности на $(j+1)$ -м шаге нагружения:

$$\{\Delta\sigma\}_{3 \times 1} = [C_{II}]_{3 \times 3} \{\Delta\varepsilon\}_{3 \times 1}, \quad (20)$$

где $[C_{II}] = [T]^{-1}$.

Сопоставляя между собой (14) и (20) отметим, что процедура получения $[C_{II}]$ значительно упрощается по сравнению с $[C_I]$, что в свою очередь облегчает программную реализацию вычислительного алгоритма.

3. Конечный элемент тонкой оболочки

Срединная поверхность тонкой оболочки представлена ансамблем четырехугольных конечных элементов с узлами i, j, k, l , расположенными в вершинах четырехугольников. При формировании матрицы жесткости конечного элемента используются две системы координат: глобальная система криволинейных координат θ^1, θ^2 , связанная с геометрическими параметрами срединной поверхности, и локальная система координат $-1 \leq \xi, \eta \leq 1$, применяемая для реализации процедуры численного интегрирования по площади элемента с помощью квадратуры Гаусса.

Связь между глобальными θ^1, θ^2 и локальными ξ, η координатами устанавливается зависимостью

$$\theta^\alpha = \frac{(1-\xi)(1-\eta)}{2} \theta^{\alpha i} + \frac{(1+\xi)(1-\eta)}{2} \theta^{\alpha j} + \frac{(1+\xi)(1+\eta)}{2} \theta^{\alpha k} + \frac{(1-\xi)(1+\eta)}{2} \theta^{\alpha l}, \quad (21)$$

где α принимает значения 1, 2.

Столбцы узловых неизвестных конечного элемента на $(j+1)$ -м шаге нагружения в глобальной и локальной системах координат были выбраны в следующем виде:

$$\left\{ \Delta U_y^G \right\}_{1 \times 36}^T = \left\{ \left\{ \Delta u_y^G \right\}_{1 \times 12}^T \left\{ \Delta v_y^G \right\}_{1 \times 12}^T \left\{ \Delta w_y^G \right\}_{1 \times 12}^T \right\}; \quad (22)$$

$$\left\{ \Delta U_y^L \right\}_{1 \times 36}^T = \left\{ \left\{ \Delta u_y^L \right\}_{1 \times 12}^T \left\{ \Delta v_y^L \right\}_{1 \times 12}^T \left\{ \Delta w_y^L \right\}_{1 \times 12}^T \right\}; \quad (23)$$

где $\left\{ \Delta q_y^G \right\}_{1 \times 12}^T = \left\{ q^i q^j q^k q^l q_{,\xi}^i q_{,\xi}^j q_{,\xi}^k q_{,\xi}^l q_{,\eta}^i q_{,\eta}^j q_{,\eta}^k q_{,\eta}^l \right\};$

$$\left\{ \Delta q_y^L \right\}_{1 \times 12}^T = \left\{ q^i q^j q^k q^l q_{,\xi}^i q_{,\xi}^j q_{,\xi}^k q_{,\xi}^l q_{,\eta}^i q_{,\eta}^j q_{,\eta}^k q_{,\eta}^l \right\}.$$

Здесь под Δq понимается приращение тангенциальных $\Delta u, \Delta v$ или приращение нормальной компоненты Δw вектора перемещения на $(j+1)$ -м шаге нагружения.

Приращение компоненты вектора перемещения точки внутренней области конечного элемента интерполируется через узловые значения приращений этой же компоненты с помощью зависимостей вида

$$\Delta q = \left\{ \psi \right\}_{1 \times 12}^T \left\{ \Delta q_y^L \right\}_{12 \times 1} \quad (24)$$

где $\left\{ \psi \right\}^T = \left\{ \psi_1 \psi_2 \dots \psi_{12} \right\}$ содержит произведения Эрмитовых полиномов третьего порядка.

Выполняя последовательное дифференцирование (24) по θ^1, θ^2 , можно получить первые и вторые производные приращений компонент вектора перемещения, например:

$$\Delta q_{,\theta^1} = \left(\left\{ \psi_{,\xi} \right\}^T \cdot \xi_{,\theta^1} + \left\{ \psi_{,\eta} \right\}^T \cdot \eta_{,\theta^1} \right) \left\{ \Delta q_y^L \right\};$$

$$\Delta q_{,\theta^1 \theta^1} = \left(\begin{array}{l} \left\{ \psi_{,\xi\xi} \right\}^T \cdot \left(\xi_{,\theta^1} \right)^2 + \\ + \left\{ \psi_{,\eta\eta} \right\}^T \cdot \left(\eta_{,\theta^1} \right)^2 + \\ + 2 \left\{ \psi_{,\xi\eta} \right\}^T \cdot \xi_{,\theta^1} \eta_{,\theta^1} + \\ + \left\{ \psi_{,\xi} \right\}^T \cdot \xi_{,\theta^1 \theta^1} + \left\{ \psi_{,\eta} \right\}^T \cdot \eta_{,\theta^1 \theta^1} \end{array} \right) \left\{ \Delta q_y^L \right\}. \quad (25)$$

Дальнейшая процедура формирования матрицы жесткости четырехугольного конечного элемента и столбца узловых усилий на $(j+1)$ -м шаге нагружения осуществляется стандартным для МКЭ образом [14–19].

4. Пример расчета

В качестве примера решена задача об определении НДС цилиндра, жестко заземленного по левому торцу, нагруженного внутренним давлением интенсивности q . Правый торец свободен. Приняты следующие исходные данные: радиус цилиндра $R = 0,9$ м; длина образующей $L = 0,8$ м; толщина стенки $t = 0,01$ м; модуль упругости $E = 7,5 \cdot 10^4$ МПа; коэффициент Пуассона $\nu = 0,32$. Диаграмма деформирования задана в виде двухзвенной ломаной с пределом текучести $\sigma_T = 200$ Мпа. Кривая упрочнения задана уравнением

$$\sigma_i = (\varepsilon_i - 0,0023496) \cdot 18087,03 + 200,0. \quad (26)$$

Расчеты выполнены по двум вариантам. В первом варианте при формировании матрицы жесткости конечного элемента на $(j+1)$ -м шаге нагружения использована матрица пластичности в виде (14); во втором варианте применена матрица пластичности, полученная в соответствие с (20). Результаты повариантных расчетов показаны в таблице, в которой приведены численные значения нормальных напряжений на внутренней σ^B и наружной σ^H поверхностях цилиндра в жесткой заделке ($x = 0,0$ м) и на свободном торце ($x = 0,8$ м) в зависимости от количества шагов нагружения. Как видно из таб-

лицы, нормальные напряжения в жесткой заделке в первом варианте имеют меньшие, примерно на 20 %, значения по сравнению со вторым вариантом. Нормальные напряжения на свободном торце в обоих вариантах практически совпадают и соответствуют условиям равновесия. Меридиональные напряжения

σ_M должны быть равны нулю, так как горизонтальная нагрузка отсутствует, а кольцевые напряжения на свободном торце могут быть вычислены по формуле $\sigma_k = qR/t = 2,5 \text{ МПа} \cdot 0,9 \text{ м} / 0,01 \text{ м} = 225,0 \text{ МПа}$, что и наблюдается в обоих вариантах расчета.

Таблица

Численные значения нормальных напряжений в сечениях цилиндрической оболочки
[Table. Numerical values of normal stresses in sections of a cylindrical shell]

Сечение [Section]	Напряжения, МПа [Stress, MPa]	Варианты расчета [Variants of calculation]					
		I			II		
		Число шагов нагружения [Number of loading steps]					
		40	60	80	40	60	80
Опорное, $x = 0,0 \text{ м}$ [Support, $x = 0,0 \text{ м}$]	σ_M^B	322,4	322,2	322,1	399,6	399,0	399,6
	σ_M^H	-322,2	-322,1	-322,0	-399,8	-399,3	-399,5
	σ_k^B	131,3	131,2	131,1	151,1	151,1	151,5
	σ_k^H	-131,2	-131,1	-131,0	-151,2	-151,2	-151,4
Свободный торец, $x = 0,8 \text{ м}$ [Free end, $x = 0,8 \text{ м}$]	σ_M^B	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	σ_M^H	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	σ_k^B	225,04	225,04	225,04	224,99	224,99	224,99
	σ_k^H	225,04	225,04	225,04	224,99	224,99	224,99

Вывод

Способ получения матрицы пластичности (15)–(20) на $(j+1)$ -м шаге нагружения, основанный на гипотезе о пропорциональности компонент девиаторов приращений напряжений компонентам девиаторов приращений деформаций, является более предпочтительным по сравнению со способом (5)–(14), в котором для получения определяющих соотношений на шаге нагружения выполняется дополнительная операция дифференцирования полных напряжений по компонентам деформаций, приводящая к снижению корректности поставленной задачи.

Список литературы

1. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести: учебник для студентов вузов. М.: Машиностроение, 1968. 400 с.
2. Трусов П.В., Швейкин А.И. Теория пластичности. Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2011. 419 с.

3. Седов Л.И. Механика сплошной среды. М.: Наука, 1976. 574 с.

4. Solodovnikov A.S., Sheshenin S.V. Numerical study of strength properties for a composite material with short reinforcing fibers // Moscow University Mechanics Bulletin. 2017. Vol. 72. No. 4. Pp. 94–100.

5. Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S., Yatsura A.V. Stress-Strain State Near a Hole in a Shear-Compliant Composite Cylindrical Shell with Elliptical Cross-Section // International Applied Mechanics. 2018. Vol. 54. No. 5. Pp. 559–567.

6. Storozhuk E.A., Yatsura A.V. Analytical-numerical solution of static problems for noncircular cylindrical shells of variable thickness // International Applied Mechanics. 2017. Vol. 53. Issue 3. Pp. 313–325.

7. Пятикрестовский К.П., Соколов Б.С., Травули В.И. Современные критерии прочности древесины и возможности программирования расчета комплексных конструкций при сложном напряженном состоянии // Academia. Архитектура и строительство. 2015. № 3. С. 125–131.

8. Kayumov R.A. Postbuckling behavior of compressed rods in an elastic medium // Mechanics of Solids. 2017. Vol. 52. No. 5. Pp. 575–580.

9. Galishnikova V.V., Pahl P.Ja. Constrained construction of planar Delaunay triangulations without flipping // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 2. С. 154–174.

10. Голованов А.И., Коноплев Ю.Г., Султанов Л.У. Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел. IV. Конечноэлементная реализация. Примеры решения задач // Ученые записки Казанского университета. Серия: Физико-математические науки. 2010. Т. 152. № 4. С. 115–126.

11. Хайруллин Ф.С., Мингалиев Д.Д. Расчет тонких оболочек с использованием аппроксимирующих функций различного порядка // Вестник Казанского технологического университета. 2017. Т. 20. № 14. С. 102–104.

12. Paimushin V.N., Kholmogorov S.A. Physical-mechanical properties of a fiber-reinforced composite based on an elur-p carbon tape and XT-118 binder // Mechanics of Composite Materials. 2018. Vol. 54. No. 1. Pp. 2–12.

13. Гуреева Н.А., Клочков Ю.В., Николаев А.П. Определяющие соотношения для нелинейно упругих тел и их реализация в расчете осесимметрично нагруженных оболочек вращения на основе смешанного МКЭ // Ученые записки Казанского университета. Серия: Физико-математические науки. 2015. Т. 157. № 2. С. 28–39.

14. Якупов С.Н., Киямов Х.Г., Якупов Н.М., Хасанова Л.И., Бикмухамметов И.И. Эффект concentra-

ции напряжений в стержне прямоугольного сечения в области крепления от продольных усилий // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 6. С. 451–458.

15. Agapov V., Golovanov R. Comparative analysis of the simplest finite elements of plates in bending // Advances in Intelligent Systems and Computing. 2018. Vol. 692. Pp. 1009–1016.

16. Nguyen Nhung, Waas Anthonym. Nonlinear, finite deformation, finite element analysis // ZAMP. Z. Angew. Math. and Phys. 2016. Vol. 67. No. 9. Pp. 35/1–35/24.

17. Lei Z., Gillot F., Jezequel L. Developments of the mixed grid isogeometric Reissner – Mindlin shell: serendipity basis and modified reduced quadrature // Int. J. Mech. 2015. Vol. 54. Pp. 105–119.

18. Hanslo P., Larson M.G., Larson F. Tangential differential calculus and the finite element modeling of a large deformation elastic membrane problem // Comput. Mech. 2015. Vol. 56. No. 1. Pp. 87–95.

19. Yamashita Hirok, Valkeapaa Antti I., Jayakumar Paramsothy, Syqiyama Hiroyuki. Continuum mechanics based bilinear shear deformable shell element using absolute nodal coordinate formulation // Trans. ASME. J. Comput. and Nonlinear Dyn. 2015. Vol. 10. № 5. Pp. 051012/1–051012/9.

RESEARCH PAPER

Variants of determining correlations of deformation theory of plasticity in the calculation of shell of rotation on the basis of finite element method

Yuriy V. Klochkov^{1*}, Anatoliy P. Nikolaev¹, Olga V. Vakhnina¹, Mikhail Yu. Klochkov²

¹Volgograd State Agricultural University, 26 University Ave., Volgograd, 400002, Russian Federation

²Lomonosov Moscow State University, 1 Leninskiye Gory, Moscow, 119899, Russian Federation

*klochkov@bk.ru

Article history:

Received: March 13, 2019

Revised: July 3, 2019

Accepted: July 2, 2019

Acknowledgements:

The investigation was carried out with the financial support of the Russian Foundation for Basic Research and the Administration of the Volgograd region as part of the research project No. 18-41-340007 p_a.

For citation

Klochkov Yu.V., Nikolaev A.P., Vakhnina O.V., Klochkov M.Yu. (2019). Variants of determining correlations of deformation theory of plasticity in the calculation of shell of rotation on the basis of finite element method. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 15(4), 315–322. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-315-322>

Abstract

Relevance. The problems of decline of resource-demanding of objects of building and engineer dictate the necessity of consideration of processes of deformation of constructions at the resiliently-plastic state. The widely in-use theory of account of practical properties of material is a deformation theory of plasticity. **The aim of the research** is development of variants of receipt of determining correlations on the step of lading at deformation of material outside a resiliency. **Methods.** Algorithms over of receipt of determining correlations of theory of small resiliently-plastic deformations are brought on the step of lading in two variants. In the first they turn out differentiation of expressions of tensions as functions of deformations on the basis of deformation theory of plasticity; in the second determining correlations turn out on the basis of hypothesis about the proportion of components of deviators increases of tensions to components of deviators increases of deformations. **Results.** On the test example of calculation of the jammed cylindrical shell realization of the got determining correlations is presented.

Keywords: deformation theory of plasticity; deviator increases of deformations; deviator increases of tensions; matrix of plasticity; method of eventual elements

References

1. Malinin N.N. (1968). *Prikladnaya teoriya plastichnosti i polzuchesti: uchebnik dlya studentov vuzov* [Applied theory of plasticity and creep: textbook for the students of technical colleges]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 400. (In Russ.)
2. Trusov P.V., Shveikin A.I. (2011). *Teoriya plastichnosti [Theory of plasticity]*. Perm, PNIPU Publ., 419. (In Russ.)
3. Sedov L.I. (1976). *Mehanika sploshnoi sredi [Mechanics of continuous environment]*. Moscow, Nauka Publ., 574.
4. Solodovnikov A.S., Sheshenin S.V. (2017). Numerical study of strength properties for a composite material with short reinforcing fibers. *Moscow University Mechanics Bulletin*, 72(4), 94–100.
5. Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S., Yatsura A.V. (2018). Stress-Strain State Near a Hole in a Shear-Compliant Composite Cylindrical Shell with Elliptical Cross-Section. *International Applied Mechanics*, 54(5), 559–567.
6. Storozhuk E.A., Yatsura A.V. (2017). Analytical-numerical solution of static problems for noncircular cylindrical shells of variable thickness. *International Applied Mechanics*, 53(3), 313–325.
7. Pyatikrestovskii K.P., Sokolov B.S., Travush V.I. (2015). Sovremennii kriterii prochnosti drevesini i vozmozhnosti programmirovaniya rascheta kompleksnih konstrukcii pri slojnom napryajennom sostoyanii [Modern criteria of durability of wood and possibility of programming of calculation of complex constructions at the difficult tense state]. *Academia. Arhitektura i stroitelstvo*, (3), 125–131. (In Russ.)
8. Kayumov R.A. (2017). Postbuckling behavior of compressed rods in an elastic medium. *Mechanics of Solids*, 52(5), 575–580.
9. Galishnikova V.V., Pahl P.Ja. (2018). Constrained construction of planar Delaunay triangulations without flipping. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(2), 154–174.
10. Golovanov A.I., Konoplev Yu.G., Sultanov L.U. (2010). Chislennoe issledovanie konechnih deformacii giperuprugih tel. IV. Konechnoelementnaya realizaciya. Primeri resheniya zadach [Numerical research of eventual deformations of hyperresilient bodies. IV. Finite-elements realization. Examples of decision of tasks]. *Uchenie zapiski Kazanskogo universiteta. Seriya: Fiziko-matematicheskie nauki*, 152(4), 115–126. (In Russ.)
11. Hairullin F.S., Mingaliev D.D. (2017). Raschet tonkih obolochek s ispolzovaniem approksimiruyuschih funkicii razlichnogo poryadka [Calculation of thin shells with the use of approximating functions of different order]. *Vestnik Kazanskogo tehnologicheskogo universiteta*, 20(14), 102–104. (In Russ.)
12. Paimushin V.N., Kholmogorov S.A. (2018). Physical-mechanical properties of a fiber-reinforced composite based on an elur-p carbon tape and XT-118 binder. *Mechanics of Composite Materials*, 54(1), 2–12.
13. Gureeva N.A., Klochkov Yu.V., Nikolaev A.P. (2015). Opredelyayushchie sootnosheniya dlya nelineino uprugih tel i ih realizaciya v raschete osesimmetrichno nagrujennih obolochek vrascheniya na osnove smeshannogo MKE [Determining correlations for nonlinear resilient bodies and their realization in the calculation of axesymmetrical of the loaded shells of rotation on the basis of mixed FEM]. *Uchenie zapiski Kazanskogo universiteta. Seriya: Fiziko-matematicheskie nauki*, 157(2), 28–39. (In Russ.)
14. Yakupov S.N., Kiyamov H.G., Yakupov N.M., Hasanova L.I., Bikmuhammetov I.I. (2018). Effekt koncentracii napryajenii v sterjne pryamougolnogo secheniya v oblasti krepleniya ot prodolnih usilii [Effect of concentration of tensions in the bar of rectangular section in area of fastening from longitudinal efforts]. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(6), 451–458. (In Russ.)
15. Agapov V., Golovanov R. (2018). Comparative analysis of the simplest finite elements of plates in bending. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 692, 1009–1016.
16. Nguyen Nhung, Waas Anthonym. (2016). Nonlinear, finite deformation, finite element analysis. *ZAMP. Z. Angew. Math. and Phys.*, 67(9), 35/1–35/24.
17. Lei Z., Gillot F., Jezequel L. (2015). Developments of the mixed grid isogeometric Reissner – Mindlin shell: serendipity basis and modified reduced quadrature. *Int. J. Mech.*, 54, 105–119.
18. Hanslo P., Larson M.G., Larson F. (2015). Tangential differential calculus and the finite element modeling of a large deformation elastic membrane problem. *Comput. Mech.*, 56(1), 87–95.
19. Yamashita Hirok, Valkeapaa Antti I., Jayakumar Paramsothy, Syqiyama Hiroyuki. (2015) Continuum mechanics based bilinear shear deformable shell element using absolute nodal coordinate formulation. *Trans. ASME. J. Comput. and Nonlinear Dyn.*, 10(5), 051012,1–051012,9.

Yuriy V. Klochkov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Higher Mathematics Department; eLIBRARY SPIN-code: 9436-3693; Author ID: 161677.

Anatolij P. Nikolaev, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Applied Geodesy, Environmental Engineering and Water Use Department; eLIBRARY SPIN-code: 2653-5484; Author ID: 161676.

Olga V. Vakhnina, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Higher Mathematics Department; eLIBRARY SPIN-code: 3593-0159; Author ID: 573151.

Mikhail Yu. Klochkov, a third-year student of the Faculty of Physics; eLIBRARY SPIN-code: 2767-3955; Author ID: 971170.

DOI 10.22363/1815-5235-2019-15-4-323-326
УДК 624.04

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Решение осесимметричной задачи термоупругости радиально неоднородной цилиндрической оболочки численно-аналитическим методом и методом конечных элементов

Л.С. Полякова, В.И. Андреев*

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет,
Российская Федерация, 129337, Москва, Ярославское шоссе, 26

*asv@mgsu.ru

История статьи:

Поступила в редакцию: 27 апреля 2019 г.

Доработана: 25 июня 2019 г.

Принята к публикации: 20 августа 2019 г.

Для цитирования

Полякова Л.С., Андреев В.И. Решение осесимметричной задачи термоупругости радиально неоднородной цилиндрической оболочки численно-аналитическим методом и методом конечных элементов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 4. С. 323–326. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-323-326>

Аннотация

Цель работы заключается в сравнении двух методов расчета на примере решения осесимметричной задачи термоупругости. **Методы.** Расчет толстостенной цилиндрической оболочки на температурное воздействие проведен численно-аналитическим методом и методом конечных элементов, реализованным в программном комплексе ЛИРА-САПР. Оболочка состоит из трех слоев: два слоя жаростойкого бетона и наружный стальной слой. При расчете учитываются кусочно-линейная неоднородность оболочки, обусловленная ее трехслойной конструкцией, и непрерывная неоднородность, вызванная воздействием стационарного температурного поля. Численно-аналитический метод расчета предполагает вывод разрешающего дифференциального уравнения, которое решается методом прогонки, предусмотрена возможность учета нелинейного характера деформирования материала с использованием метода последовательных приближений. Для решения данной задачи методом конечных элементов построена аналогичная расчетная модель оболочки в программном комплексе ЛИРА-САПР. Приведены решения задачи термоупругости для бесконечного цилиндра (в условиях плоского деформированного состояния) и для цилиндра конечной длины со свободными торцами. **Результаты.** Сравнение результатов расчета проводится по полученным значениям кольцевых напряжений σ_θ .

Ключевые слова: неоднородность; нелинейно упругий материал; бетон; термоупругость; цилиндрическая оболочка

Введение

Конструктивные элементы в виде полых цилиндров имеют широкое применение в технологическом оборудовании химической и энергетической промышленности. Такие конструкции часто работают в условиях повышенных и высоких температур. В статье предлагается решение задачи термоупругости с уче-

том изменения свойств материала (бетона) в зависимости от температуры и с учетом его физической нелинейности. В работе [1] описан численно-аналитический метод решения такого типа задач, нами выполнен сравнительный анализ результатов расчета численно-аналитическим методом и методом конечных элементов, реализованным в программном комплексе ЛИРА-САПР. Задача решается в постановке плоского деформированного состояния (ПДС) и для конечного цилиндра со свободными торцами.

1. Постановка задачи

Рассматривается задача расчета трехслойной цилиндрической оболочки на температурное воздействие. Материалы оболочки: внутренний слой

Полякова Людмила Сергеевна, магистр, аспирант кафедры сопротивления материалов; eLIBRARY SPIN-код: 4913-4377.

Андреев Владимир Игоревич, профессор, доктор технических наук, заведующий кафедрой сопротивления материалов; eLIBRARY SPIN-код: 9906-7214; ORCID iD: 0000-0002-1057-4329.

© Полякова Л.С., Андреев В.И., 2019



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

из жаростойкого бетона на глиноземистом цементе (бетон № 1) толщиной 50 мм, средний слой из жаростойкого бетона на портландцементе (бетон № 2) – 100 мм, наружный слой из стали – 40 мм. Внутри поддерживается постоянная температура 500 °С.

Распределение температуры внутри многослойной стенки, полученное при решении уравнения теплопроводности, показано на рис. 1: $r_1 = 0,55$ м, $r_2 = 0,6$ м, $r_3 = 0,7$ м, $r_4 = 0,74$ м; $T_6 = 500$ °С, $T_1 = 488,9$ °С, $T_2 = 380,4$ °С, $T_3 = 199,5$ °С, $T_4 = 197,3$ °С, $T_n = 20$ °С.

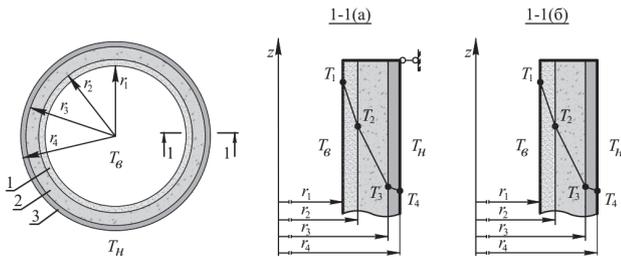


Рис. 1. Распределение температуры в трехслойной оболочке: 1 – бетон № 1; 2 – бетон № 2; 3 – сталь
[Figure 1. Temperature distribution in a three-layer shell: 1 – concrete № 1; 2 – concrete № 2; 3 – steel]

Изменение начального модуля упругости бетонов в зависимости от температуры принималось по данным из [2].

При решении численно-аналитическим методом для описания нелинейного характера деформирования бетонов использовались опытные диаграммы деформирования жаростойких бетонов, приведенные в [2]. В решении используется диаграмма $\sigma_i - \varepsilon_i$, которая описывается зависимостью с тремя константами, предложенной в [3]:

$$\sigma_i = E\varepsilon_i - A\varepsilon_i^\alpha. \quad (3)$$

Возникающая в результате воздействия повышенных температур неоднородность бетона учитывается заменой констант E , A и α на функции $E(T)$, $A(T)$ и $\alpha(T)$. В работе [4] приведены функции $E(T)$, $A(T)$ и $\alpha(T)$, позволяющие аппроксимировать опытные диаграммы деформирования бетонов, а также приведен вид этих диаграмм.

Значения коэффициента линейной температурной деформации для бетонов в зависимости от температуры применялись по таблицам из [5], в задаче принимаются значения α_b , соответствующие режиму длительного нагрева при повторном воздействии температуры.

2. Метод расчета

В [1] описан численно-аналитический метод решения плоской осесимметричной задачи для толстостенных оболочек из физически нелинейного ради-

ально неоднородного материала при произвольных зависимостях механических характеристик от радиуса. В основу решения дифференциального уравнения относительно σ_r положен метод прогонки с определенным шагом, для учета физической нелинейности используется метод последовательных приближений. При решении дифференциального уравнения принят постоянный шаг $h = 0,005$ м, то есть трехслойная оболочка общей толщиной 0,19 м разбивается при решении на 38 кольцевых слоев, каждому из которых соответствует набор параметров E , ν и α ; при учете физической нелинейности для каждого слоя задается диаграмма $\sigma_i - \varepsilon_i$.

Решение при условии плоского деформированного состояния предполагает, что цилиндр является очень длинным и рассматриваются напряжения, возникающие на достаточном удалении от концов. Метод решения аналогичной задачи с учетом местных возмущений вблизи концов цилиндра подробно описан в [6].

Для решения данной задачи методом конечных элементов использовался программный комплекс ЛИРА-САПР. Была создана модель цилиндра, разбитого по радиусу на 38 конечных элементов, и заданы 38 типов жесткостей и температурная нагрузка для каждого кольцевого слоя. При решении плоской задачи были ограничены перемещения вдоль оси z по торцам цилиндра. При решении задачи для конечного цилиндра освобождался от закрепления один торец, при этом общая длина цилиндра составляла 1,45 м, так как численно-аналитический расчет показал, что напряжения, возникающие вблизи свободных торцов цилиндра, быстро убывают с увеличением расстояния от конца, и на расстоянии 1,5 м их влияние незначительно.

3. Результаты

На рис. 2 представлена деформированная под воздействием температуры КЭ-модель цилиндрической оболочки.



Рис. 2. Деформированная цилиндрическая оболочка, полученная в программе ЛИРА-САПР
[Figure 2. Deformed cylindrical shell obtained in the program LIRA-CAD]

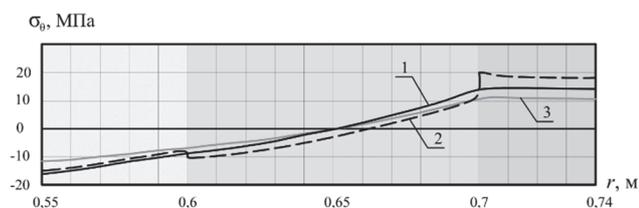


Рис. 3. Распределение напряжений σ_θ по толщине оболочки:
 1 – линейный расчет численно-аналитическим методом;
 2 – линейный расчет методом КЭ;
 3 – нелинейный расчет численно-аналитическим методом
[Figure 3. The distribution of stresses across the shell thickness:
 1 – linear calculation by numerical-analytical method;
 2 – linear calculation by the FE method;
 3 – non-linear calculation by numerical-analytical method]

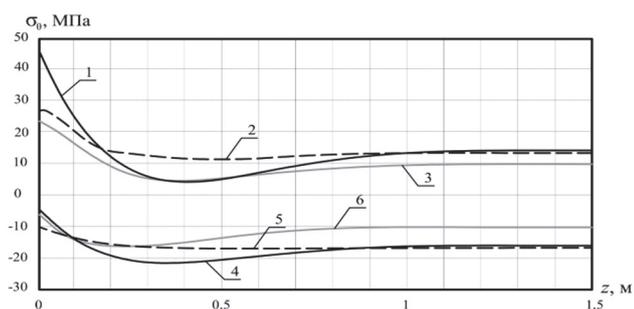


Рис. 4. Напряжения σ_θ вблизи свободного торца цилиндра при $r = 0,55$ м и $r = 0,7$ м:
 1 – линейный расчет численно-аналитическим методом, м;
 2 – линейный расчет методом КЭ в программе ЛИРА-САПР, м;
 3 – нелинейный расчет численно-аналитическим методом, м;
 4 – линейный расчет численно-аналитическим методом, м;
 5 – линейный расчет методом КЭ в программе ЛИРА-САПР, м;
 6 – нелинейный расчет численно-аналитическим методом, м
[Figure 4. Stresses near the free end of the cylinder at $r = 0,55$ m and $r = 0,7$ m:
 1 – linear calculation by numerical-analytical method, m;
 2 – linear calculation by the FE method in the LIRA-CAD software program, m;
 3 – non-linear calculation by numerical-analytical method, m;
 4 – linear calculation by numerical-analytical method, m;
 5 – linear calculation by the FE method in the LIRA-CAD software program, m;
 6 – non-linear calculation by numerical-analytical method, m]

На рис. 3 показаны напряжения σ_θ , распределенные по толщине оболочки при $z \geq 1,5$ м. На рис. 4 показаны напряжения σ_θ вблизи свободного торца

цилиндра в наиболее напряженных кольцевых слоях бетона $r = 0,55$ м и $r = 0,7$ м.

Выводы

Результаты решения плоской задачи (рис. 3) методом КЭ в программе ЛИРА-САПР показывают резкие перепады напряжений в местах смены материала, обусловленные перераспределением напряжений в пользу материалов с большим модулем упругости, которых нет при численно-аналитическом расчете и не должно быть в плоской задаче при отсутствии деформаций по z .

Результаты решения задачи термоупругости цилиндра конечной длины показывают значительное расхождение максимальных напряжений вблизи свободного торца цилиндра.

Список литературы

1. Андреев В.И., Полякова Л.С. Физически нелинейные задачи для неоднородных толстостенных оболочек // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2016. Vol. 12. Issue 4. Pp. 36–40.
2. Ушаков А.В. Основные закономерности деформирования обычного и жаростойких бетонов при нагреве: дис. ... канд. техн. наук. Волгоград, 2006. 212 с.
3. Лукаш П.А. Основы нелинейной строительной механики. М.: Стройиздат, 1978. 208 с.
4. Polyakova L.S., Andreev V.I. Calculation of a non-linearly elastic three-layer cylindrical shell taking into account the continuous inhomogeneity caused by the temperature field // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 2018. Vol. 456. 012124.
5. СП 27.13330.2011. Бетонные и железобетонные конструкции, предназначенные для работы в условиях воздействия повышенных и высоких температур. М., 2011. 116 с.
6. Andreev V.I., Polyakova L.S. Calculation of non-linear elastic three-layer cylindrical shell of finite length with taking into account the continuous inhomogeneity caused by the temperature field // E3s Web of Conferences. 2019. Vol. 91. 02018.

RESEARCH PAPER

Solution of the axisymmetric problem of thermoelasticity of a radially inhomogeneous cylindrical shell by numerical-analytical method and the finite element method

Lyudmila S. Polyakova, Vladimir I. Andreev*

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), 26 Yaroslavskoye shosse, Moscow, 129337, Russian Federation
 *asv@mgsu.ru

Article history:

Received: April 27, 2019

Revised: July 25, 2019

Accepted: August 20, 2019

Abstract

The aim of research is to compare two calculation methods using the example of solving the axisymmetric thermoelasticity problem. **Methods.** The calculation of a thick-walled cylindrical shell on the temperature effect was carried out by the numerical-analytical method and the finite element method, implemented in the LIRA-CAD software package. The shell consists of three layers:

For citation

Polyakova L.S., Andreev V.I. (2019). Solution of the axisymmetric problem of thermoelasticity of a radially inhomogeneous cylindrical shell by numerical-analytical method and the finite element method. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 15(4), 323–326. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-323-326>

two layers of heat-resistant concrete and an outer steel layer. In the calculation, a piecewise linear inhomogeneity of the shell due to its three-layer structure and continuous inhomogeneity caused by the influence of a stationary temperature field is taken into account. The numerical-analytical method of calculation involves the derivation of a resolving differential equation, which is solved by the sweep method, it is possible to take into account the nonlinear nature of the deformation of the material using the method of successive approximations. To solve this problem by the finite element method, a similar computational model of the shell was constructed in the LIRA-CAD software package. The solution of the problem of thermoelasticity for an infinite cylinder (under conditions of a plane deformed state) and for a cylinder of finite length with free ends is given. **Results.** Comparison of the calculation results is carried out according to the obtained values of ring stresses σ_{θ} .

Keywords: inhomogeneity; nonlinearity; concrete; thermoelasticity; cylindrical shell

References

1. Andreev V.I., Polyakova L.S. (2016). Physically nonlinear problems for inhomogeneous thick-walled shells. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 12(4), 36–40. (In Russ.)
2. Ushakov A.V. (2006). Osnovnye zakonomernosti deformirovaniya obychnogo i zharostojkih betonov pri nagreve [The basic laws of deformation of conventional and heat-resistant concrete during heating]. (PhD dissertation, Volgograd). 212. (In Russ.)
3. Lucas P.A. (1978). Osnovy nelineinoi stroitel'noi mekhaniki [The foundations of nonlinear structural mechanics]. Moscow: Stroizdat Publ., 208. (In Russ.)
4. Polyakova L.S., Andreev V.I. (2018). Calculation of a nonlinearly elastic three-layer cylindrical shell taking

into account the continuous inhomogeneity caused by the temperature field. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, 456, 012124.

5. SP 27.13330.2011. (2011). *Betonnye i zhelezobetonnye konstrukcii, prednaznachennye dlya raboty v usloviyah vozdeystviya povyshennyh i vysokih temperatur* [Concrete and reinforced concrete structures designed to work in conditions of exposure to high and high temperatures]. Moscow, 116. (In Russ.)

6. Andreev V.I., Polyakova L.S. (2019). Calculation of nonlinear elastic three-layer cylindrical shell of finite length with taking into account the continuous inhomogeneity caused by the temperature field. *E3S Web of Conferences*, 91, 02018.

Lyudmila S. Polyakova, master, graduate student, Department of Strength of Materials; eLIBRARY SPIN-code: 4913-4377.

Vladimir I. Andreev, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Strength of Materials; eLIBRARY SPIN-code: 9906-7214; ORCID iD: 0000-0002-1057-4329.

ДИНАМИКА КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ DYNAMICS OF STRUCTURES AND BUILDINGS

DOI 10.22363/1815-5235-2019-15-4-327-336
УДК 626.627.03.42.0193

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Методика анализа и оценки риска аварий гидросооружений

Ю.П. Ляпичев

ОА «Институт Гидропроект», Российская Федерация, 125993, Москва, Волоколамское шоссе, 2
Международная комиссия по большим плотинам (СИГБ), 61 Kleber Ave., Paris, 75016, French Republic
lyapichev@mail.ru

История статьи:

Поступила в редакцию: 15 марта 2019 г.
Доработана: 11 июня 2019 г.
Принята к публикации: 15 июля 2019 г.

Аннотация

Актуальность исследования обусловлена произошедшими за последние 10 лет тяжелыми авариями на крупных ГЭС и плотинах в РФ (Саяно-Шушенская ГЭС, 2009), США (плотина Оровилл, 2018), Бразилии (дамба Брумадиньо, 2019), Колумбии (ГЭС Итуанго, 2018) и других странах, в связи с чем возникла необходимость совершенствования программ обеспечения безопасности гидротехнических сооружений (ГТС) и плотин. **Методы** этой важной работы заключаются в разработке современной методики анализа и оценки риска аварий ГТС и плотин. Внедрение этого метода в программы обеспечения безопасности ГТС (плотин) в передовых в строительстве ГТС странах (Китай, Бразилия, Канада, США, Россия, Колумбия, Норвегия, Испания и др.) показывает, что, несмотря на ряд трудностей в применении анализа оценок риска аварий ГТС, этот подход приносит большую пользу при контроле безопасности ГТС и плотин. **Цель** статьи – ознакомить специалистов и инженеров-гидротехников с современной методикой анализа и оценки риска аварий ГТС и плотин и практическим ее применением в РФ.

Ключевые слова: гидротехнические сооружения; ГТС; безопасность гидротехнических сооружений и плотин; оценка риска аварий гидротехнических сооружений и плотин; вероятность отказа

Для цитирования

Ляпичев Ю.П. Методика анализа и оценки риска аварий гидросооружений // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. №. 4. С. 327–336. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-327-336>

Введение

В 2008 г. в рамках национального проекта «Образование» в Российском университете дружбы народов (РУДН) на кафедре гидравлики и гидротехнических сооружений была создана научно-учебная лаборатория (НУЛ) «Гидрологическая и техническая безопасность ГТС», а также учебно-методический комплекс (УМК) с этим же названием (разработчик УМК и научный руководитель

НУЛ – автор настоящей статьи). На основе УМК впервые в РФ был разработан новый учебный курс и подготовлено учебное пособие «Гидрологическая и техническая безопасность гидросооружений» [1] для магистров, обучающихся по специализации «Гидротехническое строительство» в РУДН и других вузах РФ.

К преимуществам методологии анализа и оценки риска аварий гидротехнических сооружений (ГТС) относятся:

- комплексность методологии, так как анализируются все причины и сценарии отказов и учитываются последствия аварий по всем сценариям;
- возможность учета факторов, не поддающихся количественной оценке (суффозия грунтов, человеческий фактор и др.);

Ляпичев Юрий Петрович, доктор технических наук, профессор, эксперт по зарубежным проектам АО «Институт Гидропроект»; член Международной комиссии по большим плотинам (СИГБ).

© Ляпичев Ю.П., 2019



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

– возможность ранжирования опасностей для конкретного ГТС и его группы по уровню риска для населения, экономики и окружающей среды;

– ясность процесса анализа риска, позволяющая улучшить понимание особенностей ГТС и уровня его безопасности и выявить эффективные пути предупреждения аварий, локализации и ликвидации их последствий.

В России и за рубежом практика применения анализа риска аварий ГТС пока ограничена из-за отсутствия единого подхода к решению таких задач. Определенные затруднения при оценке риска связаны с вопросом о критериях приемлемого риска аварий ГТС, особенно риска для жизни людей.

1. Методика анализа и оценки риска аварий гидросооружений

В 2003 г. Международная комиссия по большим плотинам (СИГБ) выпустила Бюллетень № 130 «Оценка риска при контроле безопасности плотин», в котором сделан обзор используемых в анализе риска ГТС методов, их достоинств и недостатков [2]. По мнению авторов Бюллетеня, «в будущем развитии вероятностной количественной оценки риска заключен потенциал значительного повышения безопасности плотин».

СИГБ рекомендует оценивать риск в виде математического ожидания последствий наступления опасного события (как произведение вероятности этого события на математическое ожидание величины его последствий) или в виде сценария вероятностей событий и их последствий. Таким образом, риск зависит от вероятности аварии плотины и ее последствий и представляет собой большую величину, даже если эта вероятность очень мала.

Численные расчеты очень важны при идентификации механизма аварии, их анализ и оценку вероятностей реакции системы «плотина – основание – водохранилище» связывают со стохастическим методом Монте-Карло. В пособии РУДН рекомендуется использовать программы расчетов, такие как CADAM [3] и FLAC [4], для моделирования типов аварий плотин, включающих все типы скольжения (тело плотины, основание, контакт «основание – плотина» и др.), пластическое течение грунтов и трещинообразование бетона.

В настоящее время отмечается три уровня применимости анализа и оценок приемлемости риска при контроле безопасности ГТС [2]:

– в первой группе стран анализ риска аварий ГТС рекомендован и широко используется (например, в Норвегии, Канаде, Нидерландах, где регламентирован анализ риска аварий и разработаны критерии этого анализа);

– во второй группе стран ведутся исследования по безопасности ГТС, но имеются трудности в их применении (например, в Швеции и Испании анализ риска рекомендован, но применяется пока только к критическим ситуациям);

– в третьей, самой большой, группе стран (РФ, Франция, США, Англии и др.) принята позиция выжидания, анализ риска используют в промышленности, но пока не применяют к ГТС, за отдельными исключениями.

Анализ и оценка риска аварий ГТС в России регламентированы требованиями Федерального закона «О безопасности ГТС» и распространяются на плотины, здания ГЭС, водосбросы и водоспуски, туннели, каналы, судоходные шлюзы, сооружения для защиты от разрушений берегов водохранилищ и русел рек, защитные дамбы жидких отходов предприятий (хвостохранилищ), аварии которых могут привести к критической ситуации.

В 2003 г. в СНиП 33-01-2003 [5] были включены допускаемые значения вероятностей возникновения аварий на ГТС I–III классов: для I класса – $5 \cdot 10^{-5}$ 1/год, для II – $5 \cdot 10^{-4}$ 1/год, для III – $2,5 \cdot 10^{-3}$ 1/год.

В 2000 г. АО ВНИИГ разработал «Методические указания по проведению анализа риска аварий ГТС», устанавливающие методические принципы, термины и определения анализа риска, требования к оформлению результатов и методы анализа риска аварий ГТС разных типов и классов [6]. В 2003 г. АО НИИЭС разработал «Методику оценки уровня безопасности ГТС» [7], использованную в учебном пособии РУДН [1].

Главная проблема при оценке риска аварий плотин заключается в ее адекватности ситуации принятия решения. При оценке риска следует учитывать, что он носит условный характер и определяется объективными и субъективными факторами. Адекватность оценки риска аварии плотины зависит от квалификации эксперта и его умения работать с этими факторами.

При оценке техногенного риска решаются следующие задачи (рис. 1).

1. *Задачи анализа риска*, в основе которых лежит идентификация опасностей и факторов риска, сводящаяся к выявлению опасных неконтролируемых обстоятельств и испытывающих опасные воздействия объектов риска. В анализе риска устанавливают причинно-следственные отношения между опасностями и факторами риска, воздействиями на ГТС и его ответными реакциями, а также потенциальные ущербы, оценивают вероятности их возникновения для последующей оценки риска.

2. *Задачи оценки риска*, среди которых различают задачи оценки приемлемости риска, задачи расчета (оценки количественных значений риска)

и задачи оценивания риска (проверки значений риска на допустимость).

3. *Задачи управления риском.* Одной из сложных задач исследований риска аварий ГТС является оценка его приемлемости. Расчеты риска ведут по принципу «лучше переоценить риск, чем его недооценить». Оценку приемлемого риска устанавливают согласно правилу практически обоснованного минимального риска (as low as reasonably practicable risk principle, ALARP).

Оценку риска аварий плотин можно проводить с использованием разных методов, учитывая априорную и апостериорную информацию, статистические данные о вероятностях реакций ГТС на воздействия. Специалисты часто не имеют возможности непосредственно применить вероятностные модели, на которых могут базироваться рациональные выводы. Среди основных сложностей можно отметить невозможность четко моделировать ряд форм аварий ГТС.

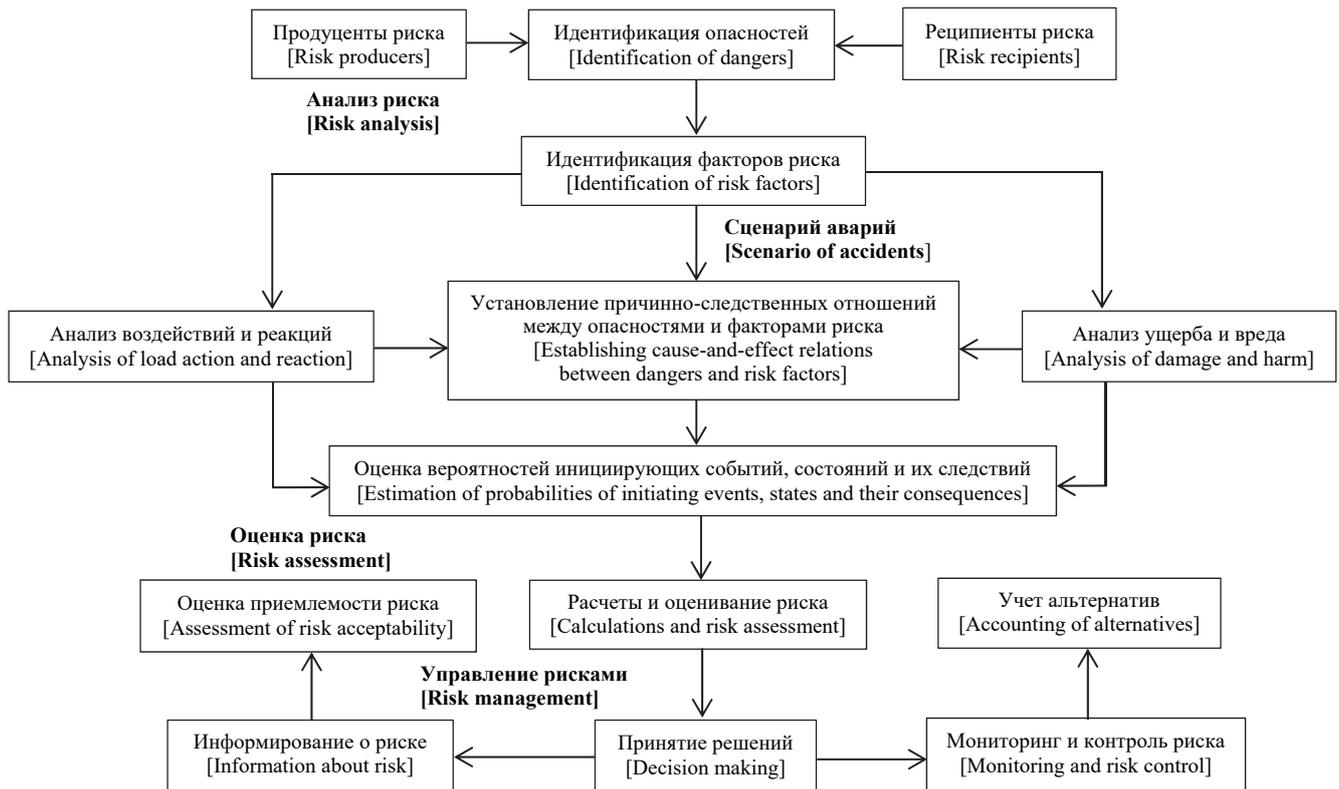


Рис. 1. Блок-схема основных задач исследований техногенного риска
[Figure 1. Flow chart of the principal tasks of technological risk studies]

Оценку риска аварий ГТС можно осуществлять как сопоставлением расчетных значений риска с допустимыми, так и выбором из возможных решений варианта, при котором риск минимизируется (согласно принципу ALARP).

Анализ и оценка риска связаны с анализом и оценкой техногенной безопасности. При этом риск выражают через вероятность аварии, которую рассматривают как количественный показатель безопасности, например, вероятность отказа – как показатель надежности.

Представление риска аварий в форме вероятности при оценке безопасности плотины оправдано. Для любого опасного воздействия (гидрологического, статического, сейсмического и т.п.), как правило, последствия аварии плотины могут силь-

но не отличаться. Нет больших отличий в том, из-за чего состоялся прорыв напорного фронта: из-за обрушения откоса плотины от землетрясения и разжижения грунтов, перелива воды из-за осадки гребня плотины, отказа водосбросов, заклинивания затворов, суффозии грунтов и др. Экологические и экономические последствия прорыва напорного фронта от этих причин могут быть близкими. Социальные последствия также могут быть близкими, особенно когда число жертв мало зависит от времени добегания волны прорыва. В этом случае оценка риска очень упрощается, так как можно не оценивать число потенциальных жертв, экономические и экологические потери. Это приемлемо и тогда, когда расхождение в вероятностях опасных событий отвечает расхождением соответ-

ствующих рисков и когда последствия аварии катастрофичны и их трудно оценить количественно.

Выбор метода анализа и оценки риска зависит от цели исследований риска. Объединение цели исследований риска с методом его анализа и оценки определяет перспективы оценки риска аварий плотин и использование результатов этих исследований на практике. Это могут быть задачи, связанные с раскрытием неопределенности, задачи оптимизации и выбора среди возможных решений вариантов с минимальным риском.

В вопросе раскрытия неопределенности оценка риска аварий плотин может проводиться для решения следующих задач:

- ранжирования опасностей и факторов риска с выявлением приоритетных. Риск тонко реагирует на изменчивость и неопределенность данных, широко изменяется, диагностируя проблемные факторы;

- исследования поведения ГЭС с точки зрения изменчивости его реакций на случайные изменения внешних влияний и условий эксплуатации;

- обоснования потребности в дополнительной информации и исследованиях. Разные изменчивость и неопределенность факторов и параметров производят разные вклады этих факторов и параметров в общий риск аварий. Риск указывает на места, где неопределенность проявляется максимально;

- рассмотрения оценки риска аварий на плотинах как итерационного процесса, повторяющегося, когда поступает новая информация. Знание рисков помогает выявить альтернативы, снижающие идентифицированные риски с учетом ограниченности ресурсов для обеспечения безопасности. Выбор оптимального решения можно сделать с учетом приоритета рисков;

- модифицирования оценки риска согласно новым данным, установления новых определяющих факторов и параметров (рис. 2). Эффективность мероприятий, направленных на уменьшение риска, оценивается при сопоставлении рисков, прогнозируемых до и после внедрения соответствующих мероприятий. В таком виде оценка риска аварий плотин становится интегральной составляющей процесса обеспечения ее безопасности.

С учетом сложностей в анализе риска ГЭС недостаток информации о ГЭС заставляет специалистов использовать как количественные, так и качественные оценки уровня безопасности ГЭС с применением экспертных суждений и статистических данных об авариях ГЭС. Эти причины способствуют разнообразию приемов анализа и оценки риска аварий ГЭС. Процедура анализа риска наиболее

эффективна, если ее осуществляет группа экспертов, представителей эксплуатирующего предприятия, проектировщиков ГЭС, специалистов по гидрологии и устойчивости ГЭС.

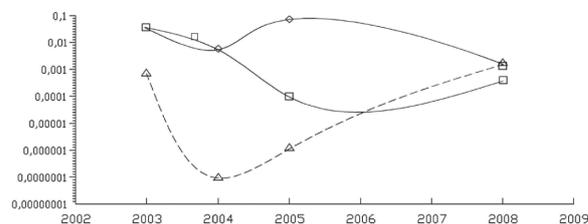


Рис. 2. Результаты расчетов вероятности аварии бетонной плотины Бурейской ГЭС при вводе ее в эксплуатацию в 2003–2008 гг.:
 ▲ – вероятность потери устойчивости плотины;
 ■ – вероятность перелива воды через плотину;
 ◆ – обобщенная вероятность аварии плотины

[Figure 2. Results of analyses of the probability of an accident of concrete dam of Bureya hydropower plant during its commissioning in 2003–2008
 ▲ – probability of stability loss of dam;
 ■ – probability of water overflow of dam;
 ◆ – generalized probability of dam accident]

Риск – динамическая характеристика опасности – сочетание частоты и последствий конкретного опасного события. Риск включает два элемента: ожидаемую частоту реализации опасного события и его последствия.

Анализ риска – процесс установления опасностей и оценки риска для отдельных лиц, имущества и окружающей природной среды, который заключается в использовании информации для установления опасностей и оценки риска, определенных по результатам идентификации аварий ГЭС.

Идентификация опасности – процесс выявления существования опасности источника потенциального ущерба людям, имуществу и окружающей среде.

Вычисление риска – определение уровня риска анализируемой опасности для здоровья человека, имущества и окружающей среды. Вычисление риска включает анализ и количественную оценку частоты реализации опасного события, анализ и оценку последствий опасного события и их сочетание.

Оценка риска – процесс выработки решения, являются ли вычисленные риски приемлемыми, меры контроля за ГЭС адекватными и, если это не так, какие дополнительные меры контроля требуются.

Допустимый риск – риск, уровень которого допустим, обоснован исходя из экономических и социальных соображений.

2. Основные вопросы, на которые анализ риска должен давать ответы

Что плохого может произойти? – *Идентификация опасностей.*

Как часто это может случаться? – *Анализ частоты.*

Какие будут последствия? – *Анализ последствий.*

Приведены характеристики следующих методов анализа риска: 1) «Что будет, если?» (What if?); 2) проверочный лист (Check list); 3) анализ опасности и работоспособности ГТС (Hazard and operability study – HAZOP); 4) аварии ГТС и их последствия (Failure mode and effects – FMEA); 5) анализ аварий, их последствий и критических состояний ГТС (Failure mode, effects and critical analysis – FMESA); 6) анализ дерева отказов (Fault tree analysis – FTA); 7) анализ дерева событий (Event tree analysis – ETA).

Основные положения анализа и оценки риска распространяются на ГТС всех типов и классов. В пособии [1] представлены фрагменты реализации основных положений, ориентированных в первую очередь на грунтовые и водосбросные сооружения (Приложения 2, 5). Анализ риска бетонных плотин и накопителей промтоходов, сооружений для защиты от наводнений и разрушений берегов водохранилищ можно выполнять согласно указаниям Приложений 1, 3, 6, которые могут быть дополнены настоящей методикой анализа количественной оценки риска аварий ГТС разных типов и классов.

Разнообразие методик показывает динамичность современного состояния проблемы анализа и оценки риска аварий ГТС в России и за рубежом. Сейчас, как отмечено в Бюллетене № 130 СИГБ [2], пока маловероятна единая методика анализа риска аварий ГТС. Более продуктивной является формулировка общих положений методики анализа и оценки риска аварии ГТС.

3. Области применения анализа риска аварий ГТС

На этапе размещения и проектирования ГТС:

– идентификация опасностей и сравнительная оценка риска аварий ГТС для различных проектных решений при обосновании оптимального варианта;

– обоснование приемлемости риска аварий проектируемого ГТС для персонала, населения, имущества и природной среды территории;

– подготовка информации для разработки инструкций по безопасности ГТС, планов ликвидации аварии и действий в чрезвычайных ситуациях;

– обоснование страховых тарифов и ставок для заключения договора страхования гражданской ответственности объекта – владельца ГТС.

На этапе эксплуатации и реконструкции ГТС:

– уточнение информации об основных опасностях (например, при изменении социально-экономической инфраструктуры в нижнем бьефе гидроузла);

– оценка соответствия состояния ГТС и условий его эксплуатации нормам;

– определение приоритетных мер по ремонту и реконструкции ГТС, обоснование эффективности затрат на ремонт и реконструкцию;

– уточнение страховых тарифов и ставок;

– тщательное расследование причин аварий и неполадок ГТС;

– разработка рекомендаций по организации безопасной эксплуатации ГТС, взаимодействию с органами надзора, лицензированию и т.д.;

– совершенствование планов локализации аварийных ситуаций и действий.

4. Методы анализа рисков

Эти методы еще не доступны для полностью количественного и тщательного анализа рисков для плотин. Сейчас структура анализа рисков может быть использована для обеспечения характеристики индекса рисков, являющихся частично научными и частично субъективными, с целью его применения при управлении безопасностью.

Имеется обширная литература по общим принципам анализа рисков, в частности, по анализу режимов разрушений (FMEA и FMESA), анализу дерева отказов и методам надежности. С другой стороны, недостаточно литературы по анализу дерева событий и другим аналитическим методам, таким как анализ последствий разрушения плотины, необходимый для анализа рисков. В настоящее время проводятся исследования, направленные на развитие необходимых знаний и содействие развитию анализа рисков.

Хотя существует много способов, с помощью которых базовая методика может быть применена к инженерным системам, а также способ, в котором выходные данные включены в более широкие исследования риска и надежности, используются две определенные методики: FMEA и FMESA (режим разрушения, последствия и анализ критичности). Большое различие между этими двумя приложениями в том, что первое касается только понимания диапазона и влияния режимов разрушения системы, а второе перечисляет сведения о вероятности возникновения и последствия для каждого режима разрушения. Это позволяет ранжировать различные события в порядке присвоен-

ного рейтинга риска. Главные принципы FMEA и FMESA являются общими для международных стандартов и будут понятны и приемлемы для широкого круга международных экспертов риска.

Анализ дерева событий (ЕТА) – это методика, качественная или количественная, которая используется для определения возможных результатов и,

если требуется, их вероятностей, учитывая возникновение исходного события. ЕТА – это индуктивный режим анализа, отвечающий на вопрос «Что произойдет, если...?». Например, «Что произойдет, если будет высокий приток в водохранилище (ВБ)?» Пример дерева событий для одного режима разрушения плотины от паводка представлен на рис. 3.

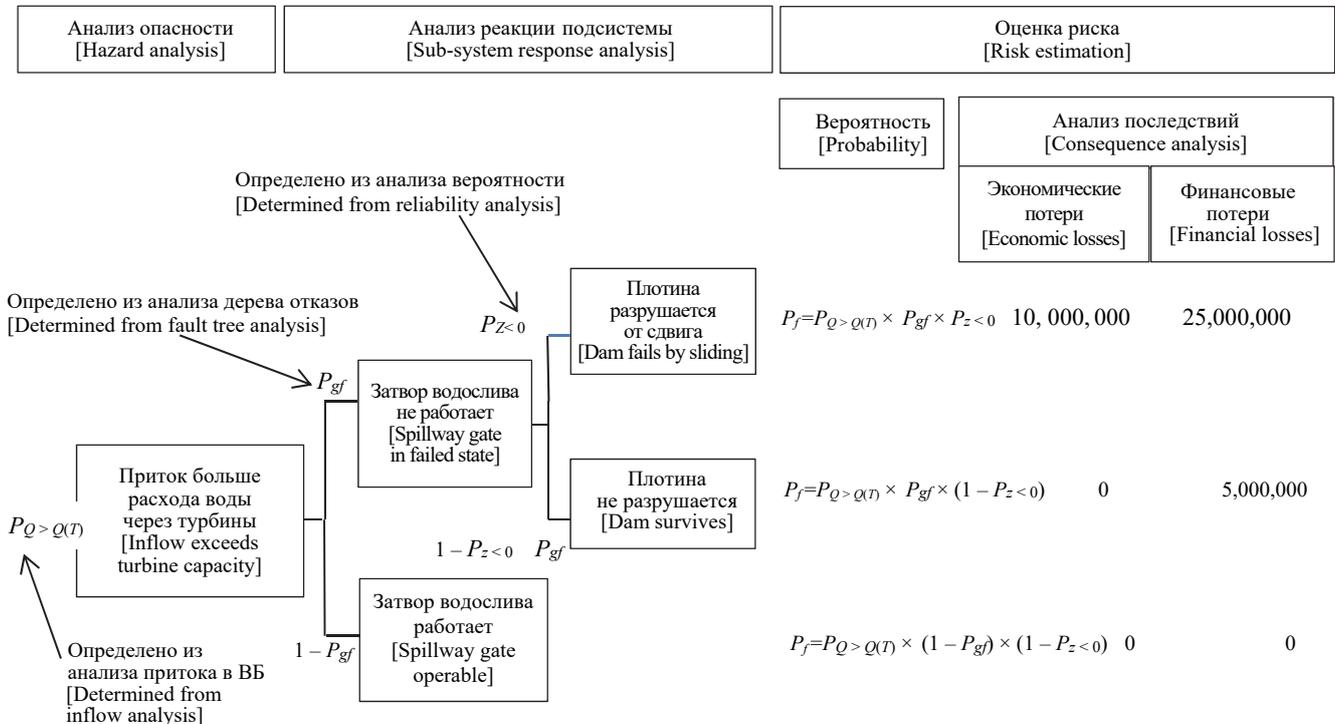


Рис. 3. Пример гипотетического анализа дерева событий (ЕТА):
 [Figure 3. Example of hypothetical analysis of the event tree (ETA)]

В методике ЕТА по безопасности плотин выявляется взаимосвязь между функционированием или отказом разных облегчающих систем, что полезно для определения событий, которые требуют дальнейшего анализа методом дерева отказов (то есть отдельные ветви дерева событий становятся главными событиями).

Анализ дерева отказов (FТА) – это методика, качественная или количественная, с помощью которой условия и факторы, способствующие определённому нежелательному событию (названному топ-событием), дедуктивно определены, логически организованы и представлены графически. Отказы, определенные в дереве, могут быть связаны со сбоями аппаратных компонентов, человеческой ошибкой или любым другим событием, которое приводит к нежелательному результату (например, переливу дамбы). Начиная с топ-события, определяются возможные причины (режимы) отказа на следующем, более низком, уровне функциональной системы. После пошагового опреде-

ления нежелательной работы системы последовательно нижние уровни системы приведут к желаемому уровню системы, который обычно является режимом отказа компонента системы.

На рис. 4 показана модель разрушения при сдвиге бетонной плотины в анализе надежности. Вероятности рассчитываются с использованием методов теории надежности, таких как метод Монте-Карло (уровень III).

Возможность исправления неспособности человека закрыть, например, водовод в сочетании с разрушением конструкции рассматривается как значительное преимущество вероятностного подхода, который обычно используется в анализе рисков. За последние 20 лет появилось множество литературы по методам теории надежности, включая анализ надежности человека [8; 9]. Человеческий фактор и анализ надежности человека являются критически важным элементом и для анализа надежности ГТС.

Риск определяется количественно, связывая каждое значение вероятности для каждой ветви в

дереве событий или каждой точки данных в дереве отказов. Индивидуальные вероятности обычно задаются, используя статистические оценки, инженерные модели и экспертные мнения взаимодополняющим образом. В последние 10 лет появились общие принципы количественного анализа рисков, которые обеспечивают полезное руководство при применении анализа рисков для оценки безопасности плотин [10].

$$Z_{\text{sliding}} < 0 \text{ (i.e. } F - P < 0\text{);}$$

$$P = 0,5\rho_w(h_w)^2;$$

$$F = (G - U)\text{tg}\varphi;$$

$$G = \rho_c[(bH + 0,5(B - b)h_s]h_w;$$

$$U = 0,5\rho_w h_w B.$$

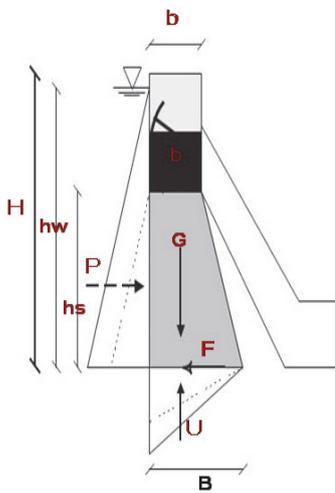


Рис. 4. Модель разрушения при сдвиге бетонной плотины в анализе надежности
[Figure 4. Model of sliding failure of concrete dam in the reliability analysis]

Основные принципы количественной оценки дерева событий заключаются в том, что процесс этой оценки должен основываться на воспроизводимости, исправлении неопределенности, проверке достоверности.

Воспроизводимость – у специалистов есть возможность просматривать и при необходимости воспроизводить расчеты. Следовательно, расчетные модели полностью определены и данные доступны.

Неопределенность – оценки риска сопровождаются анализом неопределенности в каждой оценке. В анализе четко указаны источники, природа и масштабы неопределенностей.

Проверка достоверности. Анализ поддается эмпирическому контролю, хотя на практике это может быть сложно и нецелесообразно.

Вероятностные задания основаны на данных и феноменологических моделях. С обширными данными и элементарным теоретическим пониманием явлений статистический прогноз является наилучшим подходом к вероятностному заданию. Напротив, при хорошем теоретическом понимании и репрезентативной модели явлений, но при недостатке данных, чисто теоретический прогноз является общим подходом.

Все эти соображения указывают на необходимость использования:

- полной базы данных о причинах разрушения плотин и инцидентов;
- надежных феноменологических моделей опасностей, инициирующих режимы отказов;
- моделей разрушения и механизмов прорыва плотины.

Во всех случаях ключевой целью является полная спецификация неопределенности в синтетических, измеренных или экспертных параметрах.

Применение этих идей с учетом безопасности плотины показано на рис. 4. Данный пример упрощает физику устойчивости бетонных плотин на сдвиг, в частности, предположение о противодействии, которое представлено треугольником, что маловероятно. Цель примера – представить основные понятия, с которыми имеет дело расчетчик.

Сдвиг плотины произойдет, когда высокие притоки в ВБ и отказ затвора совпадут, что приведет к подъему уровня ВБ, вследствие чего сдвигающая сила гидростатического давления ВБ превысит сопротивление трения плотины на сдвиг. Функция сдвига Z содержит два неопределенных параметра – F (сопротивление сдвигу) и P (давление ВБ), представленные функциями плотности вероятности. Плотина начнет скользить, когда сдвигающая нагрузка на нее (P) превысит сопротивление сил трения по основанию (F), что случится, когда функция сдвига ($Z = F - P$) < 0. Эти распределения вероятностей состоят из более фундаментальных параметров пиков притока в ВБ (рис. 5, а) и надежности затвора водослива (рис. 5, в), которые определяются пиками отметки ВБ, h_w (рис. 5, б).

Другие параметры модели (угол трения φ и плотность бетона ρ_c) определяются путем измерений или из прошлых опытов (рис. 5, г).

Предполагается, что неопределенности в B , b , g и ρ_w ничтожно малы. Отношение между P и F определяется посредством интеграции этих распределений, определенных констант и определяющих зависимостей (рис. 5, д) с совокупным распределением функции сдвига Z , как показано на рис. 5, е. Результат, полученный на рис. 5, е, будет таким же, как на рис. 3.

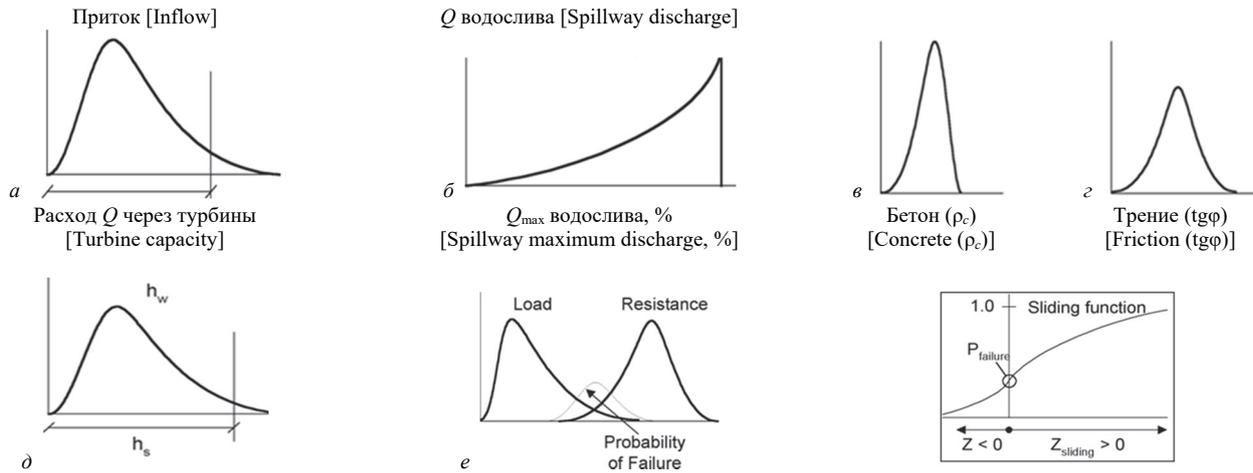


Рис. 5. Влияние вероятностей изменения основных параметров плотины на вероятность ее разрушения:

a – изменение пиков притоков; *б* – изменение пика уровней ВБ; *в* – надежность затвора; *г* – свойства материалов; *д* – нагрузка – сопротивление; *е* – распределение функции сдвига Z ; \uparrow – вероятность разрушения; P_{failure} – точка разрушения 0
[Figure 5. Influence of probability of change of principal parameters of dam on probability of its failure:
a – distribution of inflow peaks; *б* – distribution of reservoir level peaks; *в* – gate reliability; *г* – material properties; *д* – load – resistance; *е* – distribution of sliding function Z ; \uparrow – probability of failure; P_{failure} – point of failure 0]

Термины приемлемый и допустимый риск следует тщательно различать.

Приемлемый риск определяется как «риск для целей жизни или работы каждого, кто может быть им затронут и готов согласиться с принятием механизмов контроля риска» [11].

Допустимый риск – это «риск в пределах его диапазона, с которым в обществе можно жить, обеспечивая определенные выгоды. Это диапазон риска, который не считается незначительным и который возможно уменьшить» [11].

5. Категории рисков

В настоящее время в наиболее многостороннем подходе к оценке риска [10] рассматриваются следующие категории рисков (рис. 6).

Широко приемлемый риск – ежегодный риск несчастных случаев, значительно ниже 10^{-6} , возникающий из любого конкретного источника, принимаемый за незначительный риск.

Недопустимый риск – ежегодный риск несчастных случаев, превышающий 10^{-4} , считается недопустимым при нормальных обстоятельствах. Это не исключает возможности добровольного участия людей в рекреационных мероприятиях, связанных с более высоким уровнем риска, часто в диапазоне от 10^{-3} до 10^{-2} летальных исходов в год.

Допустимый риск – годовой риск несчастных случаев между 10^{-6} и 10^{-4} .

Что касается *индивидуального риска*, то прирост риска, налагаемого на человека плотинной, не должен превышать малую долю фонового риска, с которым люди живут ежедневно.

Социальный риск – вероятность события, которое может привести к многочисленным жертвам, не должна превышать значение, являющееся функцией числа возможных жертв и уменьшающееся по мере роста числа жертв.

Треугольник на рис. 6 показывает движения риска от основания до верха.

Ширина перевернутого треугольника на рис. 6 представляет растущий уровень риска для конкретной опасности, измеряемый индивидуальным риском и социальными проблемами.

Представлены три области риска.

Недопустимые риски у вершины треугольника – в этой области риски будут рассматриваться как неприемлемые независимо от выгод, если только эти риски не могут быть резко снижены в более низком регионе.

Широко приемлемые риски в нижней части треугольника – риски, попадающие в этот регион, обычно рассматриваются как незначительные и контролируемые и не требуют дополнительных действий для их снижения, если не доступны разумно осуществимые меры (принцип ALARP).

Допустимые риски между двумя другими регионами – риски в этом регионе типичны для рисков, связанных с деятельностью, которую люди готовы терпеть с целью получения выгоды, ожидая, что:

- характер и уровень рисков правильно оценены, а результаты использованы должным образом для определения мер контроля;
- остаточные риски не являются чрезмерно высокими и поддерживаются на минимально возможном уровне (принцип ALARP);
- риски периодически пересматриваются для подтверждения соответствия критериям ALARP.

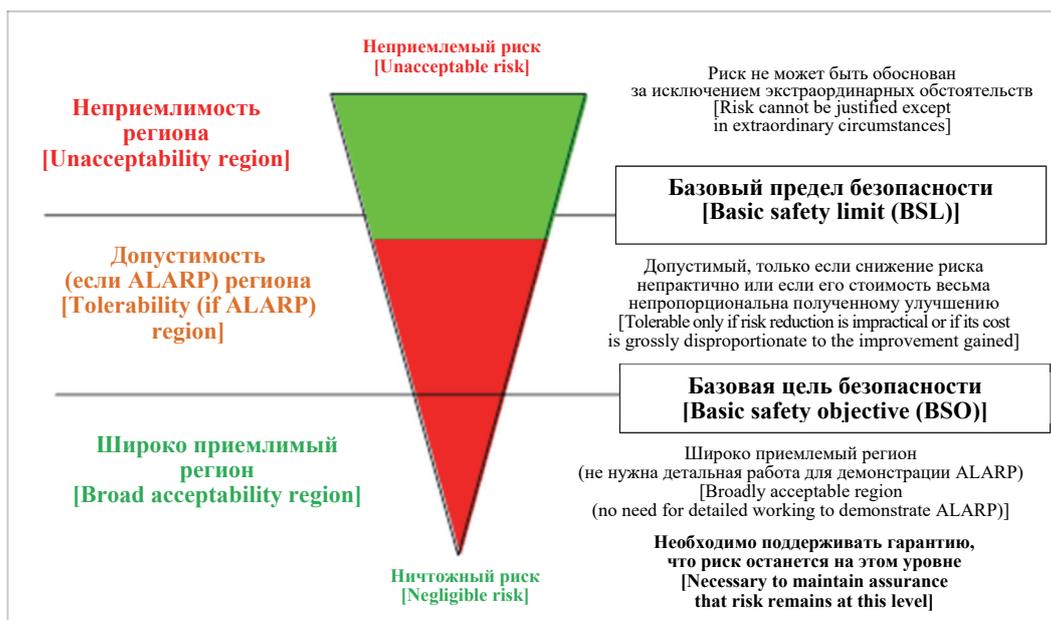


Рис. 6. Допустимые и недопустимые риски в разных обстоятельствах:
[Figure 6. Tolerable and unacceptable risks in various circumstances]

Выводы и рекомендации по оценке рисков аварий ГТС в РФ

Методы анализа и оценки риска продолжают развиваться и совершенствоваться в направлении учета основных факторов при проектировании, строительстве и эксплуатации ГТС (плотин).

Наиболее эффективным подходом является сочетание экспертных, графоаналитических и статистических методов для анализа и оценки рисков аварий ГТС (плотин). Необходимо адаптировать методы качественной и количественной оценки рисков в других отраслях (прежде всего, в атомной энергетике) к строительству плотин. Следует учитывать особенности проектирования, строительства, эксплуатации плотин и уникальность каждой плотины, а также анализировать и систематизировать информацию о сбоях на плотинах различных типов и назначений.

Надлежит расширить применение количественной оценки рисков, наряду с преобладающей качественной оценкой, для подготовки лицензий плотин по безопасности. В настоящее время подготовлены лицензии по безопасности 64 крупных плотин, которые находятся под надзором Госэнергонадзора РФ.

Список литературы

1. Ляпичев Ю.П. Гидрологическая и техническая безопасность гидросооружений: учебное пособие для магистров и аспирантов. М.: Изд-во РУДН, 2008. 222 с.

2. ICOLD Bulletin 130. Risk analysis for dam safety. Paris: ICOLD Publ., 2003. 162 p.

3. CADAM – version 1.4.3 (April 2001) / Polytechnic School of Montreal, Department of Civil and Geological Engineering (Canada). URL: <http://www.struc.polymtl.ca/cadam/>

4. FLAC – version 8.0 (2018). Explicit continuum modelling of non-linear material behavior in 2D / ITASCA (USA). URL: <http://www.itascascg.com/>

5. СНиП 33-01-2003. Гидротехнические сооружения. Основные положения проектирования. М.: Госстрой РФ, 2003.

6. Методические указания по проведению анализа риска аварий ГТС. СПб.: АО «ВНИИГ имени Веденева», 2000.

7. Методика оценки уровня безопасности гидротехнических сооружений. М.: АО «НИИЭС», 2003. 85 с.

8. ICOLD Bulletin 154. Appendix B-2. Safety Decision Making – Explicit Consideration of Risk. Paris: ICOLD Publ., 2007. 162 p.

9. Reducing Risks, Protecting People / HSE (Health and Safety Executive). London: Her Majesty's Stationary Office, 2001.

10. Hartford D., Beacher G. Risk and uncertainty in dam safety (CEA technologies dam safety group). London: Thomas Telford Ltd., 2007. 391 p.

11. ICOLD Bulletin 170. Flood Evaluation and Dam Safety – Risk-Based Analysis. Paris: ICOLD Publ., 2016. 153 p.

Methods of analysis and risk assessment of accidents of hydraulic structures

Yury P. Lyapichev

Hydroproject Institute (Joint Stock Company), 2 Volokolamskoe shosse, Moscow, 125993, Russian Federation
International Commission on Large Dams (ICOLD), 61 Kleber Ave., Paris, 75016, French Republic
lyapichev@mail.ru

Article history:

Received: March 15, 2019

Revised: June 11, 2019

Accepted: July 15, 2019

For citation

Lyapichev Yu.P. (2019). Methods of analysis and risk assessment of accidents of hydraulic structures. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 15(4), 327–336. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-327-336>

Abstract

Relevance of the research is due to the fact that over the past 10 years severe accidents at large hydropower plants and dams occurred in Russia (Sayano-Shushenskaya HPP, 2009), USA (Oroville dam, 2018), Brazil (Brumadinho dike, 2019), Colombia (HPP Ituango, 2018) and other countries, the need has arisen to improve the safety programs of the HS and dams. The main method of this important work is to use methods of analysis and assessment of risk accidents of HS and dams. **Methods** of this important work are to develop modern methodology for analyzing and assessing the risk of accidents of HS and dams. The introduction of the method of analysis and risk assessment in the safety programs of hydraulic structures (dams) in countries that are advanced in the construction of HS (China, Brazil, Canada, USA, Russia, Colombia, Norway, Spain, etc.) shows that in applying risk assessment analysis accidents of HS and dams still a number of difficulties, but this approach is of great benefit in monitoring the safety of HS and dams. **The aim of this article** is to familiarize and train specialists and hydraulic engineers with modern methods for assessing the safety of HS and dams.

Keywords: hydraulic structures; HS; safety of HS and dams; accident risk assessment; probability of failure

References

1. Lyapichev Yu.P. (2008). *Gidrologicheskaya i tekhnicheskaya bezopasnost' gidrosooruzhenij: uchebnoe posobie dlya magistrantov i aspirantov [Hydrological and technical safety of hydraulic structures: manual]*. Moscow, RUDN Publ., 222. (In Russ.)
2. ICOLD Bulletin 130. (2003). *Risk analysis for dam safety. Guidelines and management*. Paris, ICOLD Publ., 162.
3. Polytechnic School of Montreal, Department of Civil and Geological Engineering (Canada). (April 2001). *CADAM – version 1.4.3*. <http://www.struc.polymtl.ca/cadam/>
4. ITASCA (USA). (2018). *FLAC – version 8.0. Explicit continuum modelling of non-linear material behavior in 2D*. <http://www.itascacg.com/>
5. SNiP 33-01-2003. (2003). *Gidrotekhnicheskie sooruzheniya. Osnovnye polozeniya proektirovaniya [Hydraulic structures. Main design regulations]*. Moscow, Gosstroj RF Publ. (In Russ.)
6. JSC “VNIIG named after Vedenev”. (2000). *Metodicheskie ukazaniya po provedeniyu analiza riska avarij GTS [Guidelines for conducting an accident risk analysis of hydraulic structures]*. Saint Peterburg. (In Russ.)
7. JSC “NIIES”. (2003). *Metodika ocenki urovnya bezopasnosti gidrotekhnicheskikh sooruzhenij [Methods of assessment of level of safety of hydraulic structures]*. Moscow, 85. (In Russ.)
8. ICOLD Bulletin 154. (2007). *Appendix B-2. Safety Decision Making – Explicit Consideration of Risk*. Paris, ICOLD Publ., 162.
9. HSE (Health and Safety Executive). (2001). *Reducing Risks, Protecting People*. London, Her Majesty's Stationary Office.
10. Hartford D., Beacher G. (2007). *Risk and uncertainty in dam safety (CEA technologies dam safety group)*. London, Thomas Telford Ltd., 391.
11. ICOLD Bulletin 170. (2016). *Flood Evaluation and Dam Safety – Risk-Based Analysis*. Paris, ICOLD Publ., 153.

Yury P. Lyapichev, Doctor of Technical Sciences, Professor, expert for Foreign Projects of JSC “Hydroproject Institute”; member of the International Commission on Large Dams (ICOLD).