

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА ИНЖЕНЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ

2018 Том 14 № 5

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (открытый доступ)

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал
Издается с 2005 г.

Свидетельство о регистрации СМИ ПИ № ФС77-19706 от 13 апреля 2005 г.

выдано Федеральной службой по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране наследия
Учредитель: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»

ISSN 1815-5235 (print), 2587-8700 (online).

Периодичность 6 выпусков в год.

Языки: русский, английский.

Журнал индексируют: РИНЦ, Cyberleninka, DOAJ, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, Dimensions.

Включен в Перечень ведущих научных журналов и изданий ВАК при Минобрнауки России по группе научных специальностей 05.23.01 – Строительные конструкции, здания и сооружения, 05.23.02 – Основания и фундаменты, подземные сооружения, 05.23.17 – Строительная механика.

Подписной индекс по каталогу агентства «Роспечать» – 20479 (полгода).

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал «*Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*» знакомит читателей с достижениями отечественных и зарубежных ученых в области геометрии пространственных конструкций, сопротивления материалов, строительной механики, теории упругости и расчета строительных и машино-строительных конструкций, освещает вопросы научно-технического прогресса в строительстве и машиностроении, публикует аналитические обзоры по теме журнала.

Сайт журнала содержит полную информацию о журнале, его редакционной политике и этических принципах, требования к подготовке и условия публикации статей, а также полные выпуски журнала с 2008 г. (в рамках политики свободного доступа).

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Акимов П.А., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

ЗАМЕСТИТЕЛЬ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

Галишичкова В.В., д-р техн. наук, доц., РУДН, Москва, Россия

ИСПОЛНИТЕЛЬНЫЙ РЕДАКТОР

Мамиева И.А., РУДН, Москва, Россия

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ:

Ванин В.В., д-р техн. наук, проф., Киевский политехнический университет, Киев, Украина

Лисичкин С.Е., д-р техн. наук, ООО «ИЦСКТЭ», Москва, Россия

Зверев Е.М., д-р техн. наук, проф., ИПМ РАН, Москва, Россия

Обозов В.И., д-р техн. наук, проф., ЦНИИСК, Москва, Россия

Буй Суан Нам, доцент, Ханойский университет горного дела и геологии, Ханой, Вьетнам

Санжаровский Р.С., д-р техн. наук, проф., ЕНУ им. Гумилева, Астана, Казахстан

Аганов В.П., д-р техн. наук, проф., МГСУ, Москва, Россия

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

Андреев В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Баженов В.А., акад., Национальная академия педагогических наук, д-р техн. наук, проф., КНУСА, Киев, Украина

Голик В.И., д. член РАЕН, д-р техн. наук, проф., Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет), Владикавказ, Россия

Заксенхофер Райханд Ф., профессор, Горный университет в Леобене, Австрия

Иванов С.П., д-р техн. наук, проф., ПГТУ (ВолгаТех), Йошкар-Ола, Россия

Карпенко Н.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИИСФ РААСН, Москва, Россия

Колчунов В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ЮЗГУ, Курск, Россия

Мандроне Джузеппе, доцент, Университет Турина, Италия

Красич Соня, кандидат технических наук, Нишский университет, Ниш, Сербия

Мазуле Фредерик, профессор, Высшая инженерная школа «Централь Сюпелек», Университет Париж-Сакли, Франция

Ляхович Л.С., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ТГАСУ, Томск, Россия

Травуш В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ЭНПИ, Москва, Россия

Якутов Н.М., чл.-корр. РИА, д-р техн. наук, проф., ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

СОДЕРЖАНИЕ

ДИНАМИКА КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ

Колесников А.О., Попов В.Н. Расчет собственной частоты колебаний заглубленного фундамента при импульсном нагружении 360

Булушев С.В. Сравнение результатов расчета сооружений на заданные акселерограммы нелинейным статическим и нелинейным динамическим методами 369

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Sanjarovsky R.S., Ter-Emmanuilyan T.N., Manchenko M.M. Insolvent ways of development of the modern theory of reinforced concrete (Несостоятельные пути развития современной теории железобетона) 379

Баклыков И.В. Учет наполнения водохранилища при расчете напряженно-деформированного состояния бетонной плотины 390

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Харун М., Коротеев Д.Д., Дхар П., Ждеро С., Елроба Ш.М. Физико-механические свойства базальто-волоконистого высокопрочного бетона 396

ПРОБЛЕМЫ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Гушев М.С., Сейфуллаев А.И., Абдуллаева Дж.Н. Исследование распространения упругих волн в составном цилиндре с начальным кручением 404

РАСЧЕТЫ НА УСТОЙЧИВОСТЬ

Danilov A.I., Kalugin I.A. Analytical and finite element modeling in the calculation and design of reinforcements of stretched elements by fiber-reinforced polymers based on high-strength fiber using adhesive joints (Аналитическое и конечно-элементное моделирование при расчете и проектировании усиленных растянутых элементов фиброармированными полимерами на основе высокопрочного волокна с применением клеевых соединений) 414

Раззаков С.Ж., Жураев Б.Г., Жураев Э.С. Устойчивость стен индивидуальных жилых домов с деревянным каркасом 427

РАСЧЕТ ПОДЗЕМНЫХ СООРУЖЕНИЙ

Голик В.И., Белодеров А.А., Логачев А.В., Шурыгин Д.Н. Моделирование и мониторинг породных конструкций по геомеханическому фактору при отработке пологих залежей 436

РЕЦЕНЗИИ, ОТЗЫВЫ

Мондрус В.Л. Отзыв на учебное пособие «Справочное пособие по строительной механике» 446

Редактор Ю.А. Занкина
Дизайн обложки: Ю.Н. Ефремова
Компьютерная верстка: Ю.А. Занкина

Адрес редакции:

Российский университет дружбы народов
Россия, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; тел.: +7 (495) 955-08-58; факс: +7 (495) 955-08-58; e-mail: stmj@rudn.university; i_mamieva@mail.ru

Подписано в печать 15.10.2018. Выход в свет 29.10.2018. Формат 60x84/8.

Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 10,69. Тираж 250 экз. Заказ № 1872. Цена свободная.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов» (РУДН)
Россия, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

Отпечатано в типографии ИПК РУДН:
Россия, 115419, Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

STRUCTURAL MECHANICS OF ENGINEERING CONSTRUCTIONS AND BUILDINGS

2018 VOLUME 14 No. 5

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (Open Access)

Founded in 2005

by Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)

ISSN 1815-5235 (print), 2587-8700 (online).

Published 6 times a year.

Languages: Russian, English.

Indexed by RSCI (elibrary.ru), Cyberleninka, DOAJ, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, Dimensions.

The Journal has been included in the list of the leading review journals and editions of the Highest Certification Committee of Ministry of Education and Science of Russian Federation in which the basic results of PhD and Doctoral Theses are to be published.

Review-and-analytic and scientific-and-technical peer-reviewed journal "Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings" shows the readers round the achievements of Russian and foreign scientists in the area of geometry of spatial structures, strength of materials, structural mechanics, theory of elasticity and analysis of building and machine-building structures, illumines the problems of scientific-and-technic progress in building and machine-building, publishes analytic reviews on the aims and scope of the Journal.

The Journal website contains full information about the Journal, editorial policy and ethics, requirements for the preparation and publication of the articles, etc., as well as full-text issues of the Journal since 2008 (Open Access).

EDITORIAL BOARD

EDITOR-IN-CHIEF

P.A. Akimov, Chairman, Member of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, DSc, Professor, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

ASSISTANT EDITOR-IN-CHIEF

V.V. Galishnikova, DSc, RUDN University, Moscow, Russia

MANAGING EDITOR

I.A. Mamieva, RUDN University, Moscow, Russia

MEMBERS OF EDITORIAL BOARD:

V.V. Vanin, DSc, Professor, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kiev, Ukraine

S.E. Lisichkin, DSc, Scientific Research Institute of Energy Structures, Moscow, Russia

E.M. Zveryaev, DSc, Professor, Keldysh Institute of Applied Mathematics (Russian Academy of Sciences), Moscow, Russia

V.I. Obozov, DSc, Professor, Central Research Institute of Building Structures (TzNIISK im. V.V. Kucherenko), Moscow, Russia

Xuan Nan Bui, PhD, Assoc. Professor, Hanoi University of Mining and Geology, Hanoi, Vietnam

R.S. Sanjarovskiy, DSc, Professor, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

V.P. Agapov, DSc, Professor, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

EDITORIAL COUNCIL

V.I. Andreev, Chairman, Member of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, DSc, Professor, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

V.A. Bazhenov, Member of the National Academy of Educational Science of Ukraine, DSc, Professor, Kiev National University of Building and Architecture, Kiev, Ukraine

V.I. Golik, Member of the Russian Academy of Sciences, DSc, Professor, North-Caucasian Institute of Mining and Metallurgy (State Technological University), Vladikavkaz, Russia

Reinhard F. Sachsenhofer, PhD, Professor, Montanuniversität Leoben, Austria

S.P. Ivanov, DSc, Professor, Volga State University of Technology, Yoshkar-Ola, Russia

N.I. Karpenko, Member of the RAACS, DSc, Professor, NIISF RAACS, Moscow, Russia

V.I. Kolchunov, Member of the RAACS, DSc, Professor, South-West State University, Kursk, Russia

Giuseppe Mandrone, PhD, Ass. Prof. in Engineering Geology, University of Torino, Italy

Sonja Krasic, PhD of Technical Science, University of Nis, Nis, Serbia

Fredéric Magoulès, DSc, Professor, Centrale Supélec, Université Paris-Saclay, France

L.S. Lyakhovich, Member of the RAACS, DSc, Professor, Tomsk State University of Architecture and Building (TSUAB), Tomsk, Russia

V.I. Travush, Member of the RAACS, DSc, Professor, ENPI, Moscow, Russia

N.M. Yakupov, Corresponding Member of Russian Engineering Academy, DSc, Professor, IME of FIC KazanSC of RAS, Russia

CONTENTS

DYNAMICS OF STRUCTURES AND BUILDINGS

- Kolesnikov A.O., Popov V.N.* Calculation of the natural oscillation frequency of the submerged basement subject to pulsed loading 360
- Bulshuev S.V.* Comparison of the calculation results of structures for specified accelerograms by nonlinear static and nonlinear dynamic methods 369

ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

- Sanjarovskiy R.S., Ter-Emmanuilyan T.N., Manchenko M.M.* Insolvent ways of development of the modern theory of reinforced concrete 379
- Baklykov I.V.* Accounting for the filling of the reservoir when calculating the stress-strain state of a concrete dam 390

EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS

- Kharun M., Koroteev D.D., Dkhar P., Zdero S., Elroba S.M.* Physical and mechanical properties of basalt-fibered high-strength concrete 396

PROBLEMS OF THEORY OF ELASTICITY

- Guliyev M.S., Seyfullayev A.I., Abdullayeva J.N.* Investigation of the distribution of elastic waves in the composite cylinder with the initial torch 404

BUCKLING ANALYSIS

- Danilov A.I., Kalugin I.A.* Analytical and finite element modeling in the calculation and design of reinforcements of stretched elements by fiber-reinforced polymers based on high-strength fiber using adhesive joints 414
- Razzakov S.J., Juraev B.G., Juraev E.S.* Sustainability of walls of individual residential houses with a wooden frame 427

ANALYSIS OF UNDERGROUND STRUCTURES

- Golik V.I., Belodedov A.A., Logachev A.V., Shurygin D.N.* Modeling and monitoring of rock structures on the geotechnical factor in the development of shallow deposits 436

REVIEWS, REFERENCES

- Mondrus V.L.* Review for the textbook "Handbook on Structural Mechanics" 446

Copy Editor Iu.A. Zaikina
Graphic Designer Iu.N. Efremova
Layout Designer Iu.A. Zaikina

Address of the Editorial Board:

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)
6 Miklukho-Maklaya St., Moscow, 117198, Russian Federation; tel.: +7 (495) 955-08-58; fax: +7 (495) 955-08-58; e-mail: stmj@rudn.university; i_mamieva@mail.ru

Printing run 250 copies. Open price

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)
6 Miklukho-Maklaya St., Moscow, 117198, Russian Federation

Printed at Publishing House of RUDN University:
3 Ordzhonikidze St., Moscow, 115419, Russian Federation

© Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 2018
© Krivoshepko N.S., photo on the cover of the Journal (Glass Crust, Zaryadye Park, Moscow), 2018

Динамика конструкций и сооружений

УДК 624.154
DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-360-368

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Расчет собственной частоты колебаний заглубленного фундамента при импульсном нагружении

А.О. Колесников^{1*}, В.Н. Попов²¹Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет
ул. Ленинградская, 113, Новосибирск, Российская Федерация, 630008²Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН
ул. Институтская, 4/1, Новосибирск, Российская Федерация, 630090

*Автор, ответственный за переписку

(поступила в редакцию: 09 июля 2018 г.; доработана: 02 октября 2018 г.; принята к публикации: 10 октября 2018 г.)

Цель. Рассматривается возможность использования формул, полученных в рамках волновой модели и СП 26.13330.2012, для определения динамических жесткостей при рассмотрении вертикальных и горизонтальных колебаний заглубленных фундаментов на обычном и свайном основании.

Методика исследования. Рассчитываются изменения собственных частот колебаний системы в зависимости от заглубления. Полученные результаты сравниваются с данными экспериментальных исследований, полученных в ходе серии импульсных динамических нагружений, выполненных в полунатурных условиях на моделях фундаментов. Значения скоростей поперечных волн определялись непосредственно на опытном полигоне по результатам измерений.

Выводы. Определено, что заглубление приводит к повышению частот собственных колебаний как свайных фундаментов, так и фундаментов на естественном основании. Полное заглубление способствует увеличению частот при горизонтальных колебаниях более чем в 1,6 раза, при вертикальных колебаниях до 1,4 раза и его влияние на фундаменты на естественном основании более значительно. Показано преимущество результатов расчетов в рамках волновой модели по сравнению с методом из СП 26.13330.2012 и их высокое совпадение с величинами, полученными в ходе экспериментов, что позволяет достоверно определять амплитудно-частотные характеристики фундаментов. Результаты, определяемые согласно СП 26.13330.2012, имеют значительно более низкие значения частот собственных колебаний и не в полной мере учитывают влияние заглубления. Максимальное расхождение с экспериментальными данными составляет при вертикальных колебаниях для фундамента на сваях и на естественном основании – 33 %. В случае горизонтальных колебаний максимальные расхождения составляют от 20 % для фундамента на естественном основании до 27 % для свайного фундамента.

Ключевые слова: фундамент под машину, заглубленный фундамент, волновая модель, собственная частота колебаний фундамента

Введение

В настоящее время существуют требования к точности результатов при расчетах колебаний фундаментов [1–3]. В связи с этим в используемых моделях необходимо более полно учитывать динамические характеристики системы «заглубленный фундамент – основание» [4–10]. Так,

увеличение жесткости фундамента за счет взаимодействия с окружающей средой заглубленных боковых граней приводит к повышению частот его собственных колебаний, что подтверждается экспериментами, проведенными на опытном полигоне, в лабораторных и натурных условиях [3; 5; 10–12]. Таким образом, учет влияния плотного контакта боковой поверхности фундамента с

окружающим грунтом при расчетах и проектировании фундаментов под машины позволит определить более точные значения амплитудно-частотных характеристик колебаний системы в целом [4; 6; 12; 13].

Вместе с тем при проведении расчетов на этапе проектирования или исследования характеристик обычных и свайных заглубленных фундаментов наблюдается расхождение полученных результатов с данными экспериментальных исследований [5; 10; 12]. Возможно, существует необходимость учитывать геометрию фундамента и другие его индивидуальные характеристики, чтобы повысить точность расчетов, однако это требует детального исследования [14; 15]. Необходимо отметить, что вычисление динамической жесткости фундамента является важной и актуальной инженерной задачей, так как правильность определения собственной частоты колебаний системы «фундамент – машина» позволяет предупредить возникновение резонансных явлений. При этом на практике желательно получать достоверные результаты, используя при расчетах достаточно простые соотношения. В связи с этим настоящая работа посвящена проведению инженерных расчетов с использованием формул из [4; 14] для определения собственной частоты при вертикальных и горизонтальных колебаниях фундаментов с учетом их заглубления и сопоставлению результатов с данными, полученными в ходе экспериментов на опытном полигоне.

Методика исследования

С целью оценки влияния заглубления на собственные частоты при вертикальных и горизонтальных колебаниях фундаментов были проведены экспериментальные исследования, схема которых представлена на рис. 1. Испытывались два специально изготовленных фундамента, один из которых свайный (Ф-1), а другой – на естественном основании (Ф-2). Опытный фундамент Ф-1 был выполнен в виде монолитного железобетонного ростверка с габаритными размерами $1,0 \times 1,0 \times 1,0$ м, опирающегося на 4 жестко закрепленные сваи диаметром 114 мм с рабочей длиной 2 м, изготовленные из металлических труб с толщиной стенки 6 мм. Расстояние между осями свай, равное шести с половиной диаметрам, составляло 750 мм и исключало их взаимное влияние в кусте [15]. Монолитный фундамент на

естественном основании Ф-2 имел аналогичные с фундаментом Ф-1 размеры – $1,0 \times 1,0 \times 1,0$ м. Опалубкой при бетонировании опытных фундаментов служили тщательно выровненные стенки котлована. Грунт опытного полигона до глубины 9,3 м состоял из лессовидной маловлажной твердой супеси с удельным весом $17,0 \text{ кН/м}^3$ и модулем деформации $E = 14 \text{ МПа}$, подстилаемой полутвердыми суглинками. Грунтовые воды на площадке отсутствовали.

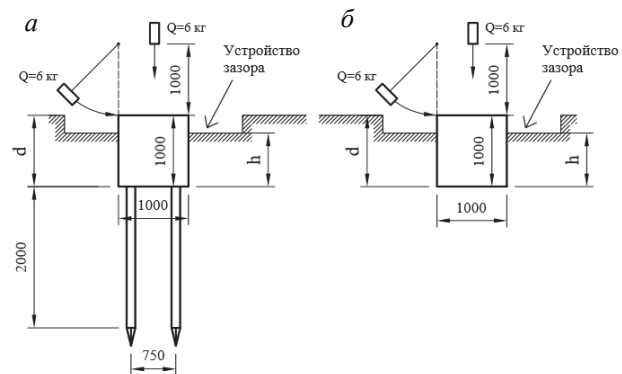


Рис. 1. Схема опытных фундаментов Ф-1 (а) и Ф-2 (б):
h – высота засыпки; *d* – глубина заложения
[Figure 1. Experimental foundation layout F-1 (a) and F-2 (b):
h – backfill height; *d* – foundation depth]

По одинаковой методике выполнялись серии импульсных динамических нагружений (по 20 раз) при различных вариантах заглубления. Импульсная нагрузка прикладывалась с помощью стального груза, имеющего форму параллелепипеда, массой 6 кг. Для получения нагрузки в вертикальном направлении груз свободно падал на поверхность испытуемого фундамента с высоты 1,0 м. Для создания нагружения в горизонтальном направлении использовался маятник, подвешенный над боковой гранью фундамента на высоте 1,0 м, груз на бечевке опускался с высоты 1,0 м и ударял в верхнюю кромку фундамента. При полном заглублении фундамента, чтобы не создавать помехи, вблизи точки воздействия незначительная часть грунта была удалена.

Для определения собственных частот колебаний использовалась аппаратура АВМ-1, позволяющая регистрировать колебания и одновременно обрабатывать получаемую информацию, включающая пять трехкоординатных датчиков виброакселерометров марки ADXL, аналого-цифровой преобразователь (АЦП) и персональный компьютер. Датчик представлял собой металлический корпус, выполненный в виде куба, с возможно-

стью его закрепления на поверхности фундамента, с установленными внутри платами с интегральными двухканальными акселерометрами. Основные характеристики виброакселерометра – измерительный диапазон ± 5 g, спектральная плотность шума $250 \mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$ rms. Датчики подключались к АЦП с помощью соединительных кабелей. В качестве АЦП использовался внешний модуль E14-140 производства L-CARD. Диапазон измерений применяемой аппаратуры представлен на рис. 2.

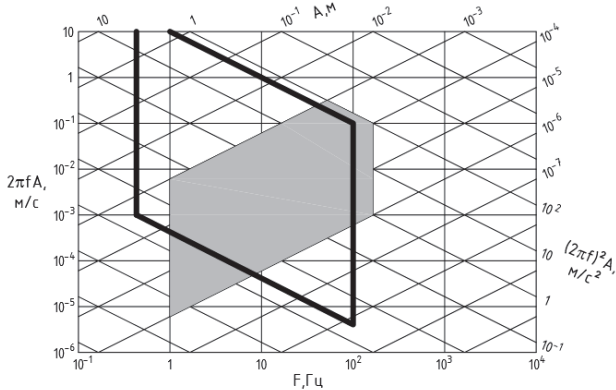


Рис. 2. Диапазон измерений применяемой аппаратуры:
 ■ – область измеряемых параметров; ———— – виброметр АВМ-1
[Figure 2. Measuring range of the vibration equipment:
 ■ – area of measuring parameters; ———— – vibrometer AVM-1]

Данные измерений для каждого из фундаментов Ф-1 и Ф-2 сравнивались с результатами инженерных расчетов, полученных при использовании аналитических выражений, предложенных в [4; 14] и СП 26.13330.2012.

Собственные частоты колебаний фундаментов, λ_z при вертикальных и λ_x при горизонтальных колебаниях фундаментов определяются согласно

$$\lambda_z = \sqrt{\frac{K_z}{m}}, \quad \lambda_x = \sqrt{\frac{K_x}{m}},$$

где K_z , K_x – вертикальная и горизонтальная жесткости фундамента соответственно; m – масса фундамента.

Подход к определению динамической жесткости заглубленных фундаментов, основанный на волновых моделях, предполагает суммирование значений, найденных отдельно для боковой поверхности, подошвы и свай при их наличии [1; 9].

Вертикальные (z) и горизонтальные (x) жесткости заглубленных опытных фундаментов определяются следующим образом:

– для свайных фундаментов суммированием жесткости на боковой поверхности заглубленного ростверка K_1 и жесткостей K_2 каждой из N свай в основании:

$$K_z = K_{z1} + \sum_{i=1}^N K_{z2i}, \quad K_x = K_{x1} + \sum_{i=1}^N K_{x2i}; \quad (1)$$

– для фундаментов на естественном основании суммированием жесткостей по боковой поверхности заглубленного фундамента K_1 и под его подошвой K_3 :

$$K_z = K_{z1} + K_{z3}, \quad K_x = K_{x1} + K_{x3}. \quad (2)$$

Вертикальная жесткость по боковой поверхности заглубленного ростверка или фундамента определяется по формуле

$$K_{z1} = V_{s0}^2 \rho_0 S_{w1} h,$$

где ρ_0 – плотность грунта засыпки; V_{s0} – скорость поперечных волн в засыпке фундамента (ростверка); h – высота засыпки; S_{w1} – коэффициент, определяемый безразмерной частотой колебаний $a_0 = r\omega/V_{s0}$ и геометрической формой в плане заглубленного фундамента (ростверка); ω – круговая частота колебаний; r – характерный размер: $r = r_0$ для круглого в плане фундамента с радиусом r_0 , $r = \sqrt{ab/\pi}$ для прямоугольного в плане тела со сторонами a и b [1; 4; 14]. Например, для круглого в плане тела

$$S_{w1}(a_0) = 2\pi a_0 \frac{J_0(a_0)J_1(a_0) + Y_0(a_0)Y_1(a_0)}{J_0^2(a_0) + Y_0^2(a_0)},$$

где J_0 , J_1 , Y_0 , Y_1 – функции Бесселя первого и второго рода.

Вертикальная жесткость одиночной сваи определяется по формуле

$$K_{z2} = \frac{E_p A_p}{r_p} f_{19.1},$$

где E_p – модуль упругости материала сваи; A_p – площадь поперечного сечения сваи; r_p – радиус круглой сваи (или $r_p = c/\sqrt{\pi}$ в случае квадратной в сечении сваи со стороной c); $f_{19.1}$ – коэффициент, определяемый по табл. 1, согласно [7] зависящий от соотношений L/r_p и E_p/G , где L – длина сваи; $G = V_s^2 \rho$ – модуль сдвига грунта; ρ – плотность грунта, который прорезает свая.

Таблица 1

Коэффициенты вертикальной жесткости $f_{19,1}$
для свисающих свай
[Table 1. Vertical stiffness coefficients $f_{19,1}$
for friction piles]

L / r_p	E_p / G				
	10000	2500	1000	500	250
10,8696	0,0021	0,0052	0,0104	0,0187	0,0332
21,7391	0,0031	0,0083	0,0166	0,0301	0,0509
32,6087	0,0042	0,0104	0,0218	0,0364	0,0571
43,4783	0,0042	0,0125	0,0260	0,0405	0,0582
46,7391	0,0052	0,0135	0,0270	0,0416	0,0582
54,3478	0,0052	0,0145	0,0281	0,0416	0,0582
65,2174	0,0062	0,0166	0,0291	0,0416	0,0582
76,0870	0,0062	0,0177	0,0301	0,0416	0,0582
86,9565	0,0073	0,0187	0,0301	0,0416	0,0582
100,0000	0,0083	0,0197	0,0301	0,0416	0,0582

Вертикальная жесткость под подошвой фундамента определяется по формуле

$$K_{z3} = V_s^2 \rho r F_{1z},$$

где ρ – плотность грунта; V_s – скорость поперечных волн в грунте ниже подошвы фундамента; F_{1z} – коэффициент определяемый согласно [1]:

$$F_{1z} = 5,33 - 0,9a_0^2.$$

Горизонтальная жесткость по боковой поверхности заглубленного ростверка или фундамента определяется по формуле

$$K_{x1} = V_{s0}^2 \rho_0 S_{u1} h,$$

где S_{u1} – коэффициент, согласно [1; 4; 14] связанный с безразмерной частотой колебаний a_0 и геометрической формой заглубленного фундамента (ростверка). Например, для круглого в плане тела

$$S_{u1}(a_0) = \pi a_0^2 \left[1 + 2 \frac{J_0(a_0)J_2(a_0) + Y_0(a_0)Y_2(a_0)}{J_0^2(a_0) + Y_0^2(a_0)} \right].$$

Горизонтальная жесткость одиночной сваи определяется по формуле

$$K_{x2} = \frac{E_p I_p}{r_p^3} f_{11,1},$$

где I_p – момент инерции сечения сваи; $f_{11,1}$ – коэффициент, определяемый согласно [16]:

$$f_{11,1} = 7,25(V_s / V_c)^2 + 0,38(V_s / V_c) - 0,0013,$$

где $V_c = \sqrt{E_p / \gamma_p}$; γ_p – удельный вес материала сваи.

Горизонтальная жесткость под подошвой фундамента определяется по формуле

$$K_{x3} = V_s^2 \rho r F_{1x},$$

где F_{1x} – коэффициент, определяемый согласно [1]:

$$F_{1x} = 4,86 - 0,2a_0^2.$$

Результаты исследований

Результаты измерений и расчетов частот собственных колебаний фундаментов Ф-1 и Ф-2 приведены в табл. 2 и 3 соответственно. Для каждого испытуемого фундамента производилась регистрация частот собственных колебаний и одновременный расчет по формулам (1), (2) для различных уровней их относительного заглубления $h/d = 1; 0,75; 0,5; 0,25; 0$. Вычисления проводились согласно [4] для круглого в плане фундамента, [14] для прямоугольного в плане тела и согласно СП 26.13330.2012. При определении суммарной жесткости свай в основании их взаимное влияние не учитывалось [15].

Необходимо отметить, что при расчетах использовались значения скоростей поперечных волн V_s , определенных непосредственно на опытном полигоне с помощью метода описанного в [16]. Для этого использовались две, погруженные в грунт на расстоянии 2 м друг от друга металлические сваи «источник» и «приемник» диаметром 76 мм и длиной 1500 мм, имеющие на верхних торцах металлические пластины с закрепленными трехкоординатными вибродатчиками. При ударе по свае-источнику регистрировались импульсы на ней и на свае-приемнике. По времени прохождения импульса между сваями определялась скорость поперечных волн в грунте в зависимости от вертикального или горизонтального направления приложения импульсной нагрузки. Значения скоростей для грунта опытного полигона определены как $V_{s1} = 146$ м/с – при приложении нагрузки в вертикальном направлении и $V_{s2} = 105$ м/с – при приложении нагрузки в горизонтальном направлении. Разные значения, полученные в зависимости от направления удара, свидетельствуют об анизотропии скоростей упругих волн в грунте [17].

Таблица 2

Частоты собственных колебаний фундамента Ф-1
[Table 2. Natural frequencies of the foundation F-1]

№ п/п	Заглубление, h/d [Deepening, h/d]	Измеренная частота, Гц [Measured frequency, Hz]		Расчетная частота, Гц [Theoretical frequency, Hz]					
				СП 26.13330.2012 [SP 26.13330.2012]		[4]		[14]	
				Гор. [Hor.]	Верт. [Vert.]	Гор. [Hor.]	Верт. [Vert.]	Гор. [Hor.]	Верт. [Vert.]
1	1,00	42,47	54,54	31,04	36,17	39,97	56,59	41,33	59,01
2	0,75	41,43	52,25	30,09	35,46	36,96	54,33	39,57	56,23
3	0,50	38,71	50,00	28,60	34,75	35,92	51,96	37,73	53,29
4	0,25	33,85	47,61	26,48	33,27	34,85	49,49	35,79	50,19
5	0,00	30,03	45,40	24,17	31,72	33,75	46,88	33,75	46,88

Таблица 3

Частоты собственных колебаний фундамента Ф-2
[Table 3. Natural frequencies of the foundation F-2]

№ п/п	Заглубление, h/d [Deepening, h/d]	Измеренная частота, Гц [Measured frequency, Hz]		Расчетная частота, Гц [Theoretical frequency, Hz]					
				СП 26.13330.2012 [SP 26.13330.2012]		[4]		[14]	
				Гор. [Hor.]	Верт. [Vert.]	Гор. [Hor.]	Верт. [Vert.]	Гор. [Hor.]	Верт. [Vert.]
1	1,00	36,10	45,76	28,83	30,30	34,68	44,74	38,27	47,79
2	0,75	32,25	42,30	27,95	29,70	32,08	41,83	35,01	44,29
3	0,50	28,80	39,50	26,56	29,10	29,25	38,70	31,41	40,49
4	0,25	25,45	35,25	24,60	27,85	26,11	35,30	27,34	36,29
5	0,00	22,30	31,15	22,45	26,56	22,55	31,54	22,55	31,54

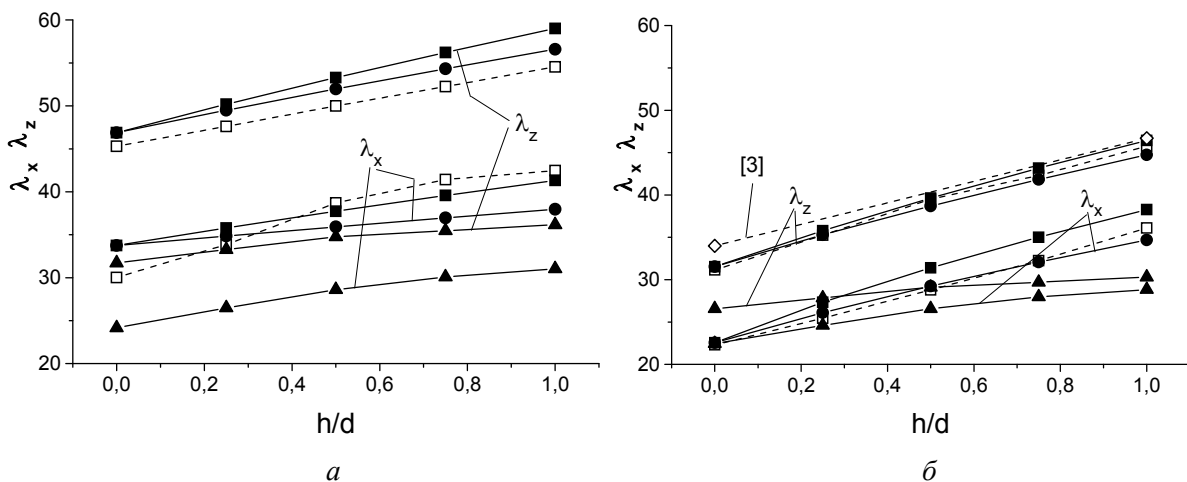


Рис. 3. Зависимость резонансных частот λ_x, λ_z от величины относительного заглубления h/d фундамента:

a – Ф-1; b – Ф-2. Штриховые линии – данные измерений авторов (□) и [3] (◇);
сплошные линии – результаты расчетов согласно [4] (●), [14] (■) и СП 26.13330.2012 (▲)

[Figure 3. Correlation of the resonant frequencies λ_x, λ_z from the relative depth of foundation h/d :

a – F-1; b – F-2. Dashed lines – the results of measurements of the authors (□) and [3] (◇);
solid lines – the results of calculations according to [4] (●), [14] (■) and SP 26.13330.2012 (▲)]

Из результатов экспериментов, проведенных на опытном полигоне, следует, что увеличение заглубления приводит к повышению частот собственных колебаний как свайных фундаментов, так и фундаментов на естественном основании. Изменение частот от заглубления имеет фактически линейную зависимость (рис. 3). Полное заглубление способствует увеличению частот при горизонтальных колебаниях для свайного фундамента в 1,5 раза, для фундамента на естественном основании более чем в 1,6 раз, при вертикальных колебаниях для свайного фундамента в 1,3 раза, для фундамента на естественном основании в 1,4 раза. Можно отметить, что для фундаментов на естественном основании заглубление более значительно влияет на изменение частот собственных колебаний, чем для свайных. В качестве подтверждения полученных результатов измерений на рис. 3, б представлены данные из [3] для фундамента аналогичных размеров и со схожими свойствами грунта.

Приведенные в табл. 2 и 3 результаты, полученные согласно СП 26.13330.2012, иллюстрируют значительно более низкие значения рассчитанных частот собственных колебаний, чем были определены в ходе опытных замеров. Можно сделать вывод, что заглубление в данном случае учитывается не в полной мере. Это подтверждается тем, что максимальное расхождение с экспериментальными данными составляет при вертикальных колебаниях для фундамента на сваях и на естественном основании – 33 %. В случае горизонтальных колебаний максимальные расхождения составляют от 20 % для фундамента на естественном основании до 27 % для свайного фундамента.

Таблицы и рис. 3 отображают результаты, полученные при проведении инженерных расчетов с использованием формул (1), (2) для определения жесткостей заглубленных фундаментов на сваях и на естественном основании. При вычислении частот собственных колебаний фундаментов коэффициенты S_{w1} и S_{u1} определялись согласно [4] для круглого в плане тела и [14] для прямоугольного в плане тела. На основании представленных значений частот можно утверждать, что расчеты в рамках используемых приближений позволяют получить хорошее совпадение с экспериментальными данными. Частоты для прямоугольного в плане тела имеют более высокие значения, что объясняется большей боковой

поверхностью заглубленного фундамента, взаимодействующей с грунтом и, как следствие, большей жесткостью.

Рассматривая результаты, полученные с использованием S_{w1} и S_{u1} , определяемым по формулам [4] для круглого в плане тела, различие с опытными данными при горизонтальных колебаниях оценивается от 6 до 12,5 % для свайных фундаментов и до 4 % для фундаментов на естественном основании. Большая величина расхождения зафиксирована при заглублении $h/d = 0$ как следствие погрешности вычисления суммарной жесткости свай в основании. При вертикальных колебаниях различие с опытными данными меньше – до 4 % для свайных фундаментов, около 2 % для фундаментов на естественном основании.

При оценке результатов, полученных со значениями S_{w1} и S_{u1} , рассчитанными на основании [14] для прямоугольного в плане тела, получаем, что при горизонтальных колебаниях различие с опытными данными составляет от 3 до 12,5 % для свайных фундаментов и 6 % для фундаментов на естественном основании. Здесь также максимальное расхождение получено при заглублении $h/d = 0$ в ходе вычисления жесткостей свай в основании. При вертикальных колебаниях различие с опытными данными не превышает 8 % для свайных фундаментов и 4 % для фундаментов на естественном основании.

Выводы

По результатам проведенных исследований можно сделать следующие выводы. Определено, что соотношения и формулы [4; 14], полученные в рамках волновой модели и применяемые для расчета динамических жесткостей при рассмотрении вертикальных и горизонтальных колебаний заглубленных фундаментов на обычном и свайном основании, позволяют получать более точные результаты при определении резонансных частот по сравнению с методом предложенным в СП 26.13330.2012, что подтверждается сравнением результатов с данными экспериментальных исследований, выполненных в полунатурных условиях. Частоты колебаний, найденные с использованием рассмотренных формул, показывают лучшее приближение к частотам, определенным опытным путем, по сравнению с существующими методами действующих норм.

Сравнение результатов по определению частот собственных колебаний не выявило явного преимущества в использовании формул для круглого или квадратного в плане тела, что делает желательным дальнейшие исследования заглубленных фундаментов под динамическими нагрузками при значительном различии в соотношении их сторон и анализ амплитудной характеристики колебаний системы.

© Колесников А.О., Попов В.Н., 2018



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Список литературы

1. *Забьлин М.И.* Расчет фундаментов под машины. Новосибирск: НИСИ, 1983. 83 с.
2. *Пятецкий В.М., Александров Б.К., Савинов О.А.* Современные фундаменты машин и их автоматизированное проектирование. М.: Стройиздат, 1993. 416 с.
3. *Колоушек В.* Динамика строительных конструкций. М.: Стройиздат, 1965. 632 с.
4. *Баранов В.А.* О расчете вынужденных колебаний заглубленного фундамента // Вопросы динамики и прочности. Труды Рижского политехнического института. Рига. 1967. № 14. С. 195–209.
5. *Семижонов Е.М.* Вынужденные вертикальные колебания массивных фундаментов, защемленных в грунте // Труды координационных совещаний по гидротехнике. Л.: Энергия, 1973. С. 46–51.
6. *Алексеев Б.Г., Швец Н.С., Аграновский Г.Г., Рахлин Ю.Б.* О расчетах защемленных в грунте массивных фундаментов под машины с динамическими нагрузками // Изв. Вузов. Строительство и архитектура. 1978. № 1. С. 31–37.
7. *Novak M., El Sharnouby B.* Stiffness and damping constants for single piles // *Geotechnical Engineering*. 1983. Vol. 109. Pp. 961–974.
8. *Холмянский М.Л.* Учет влияния заглубления и боковой засыпки фундаментов машин на динамические свойства их основания // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1991. № 5. С. 17–19.
9. *Колесников А.О., Попов В.Н.* Оценка влияния заглубления ростверка при колебаниях свайного фундамента // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2009. № 2. С. 55–61.
10. *Колесников А.О., Попов В.Н.* Экспериментальные исследования заглубления ростверка при колебаниях свайного фундамента // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2010. № 4. С. 75–80.
11. *Nath U.K., Hazarika P.J.* Lateral resistance of pile cap – an experimental investigation // *International Journal of Geotechnical Engineering*. 2013. Vol. 7. Issue 3. Pp. 266–272.
12. *Bhowmik D., Baidya D.K., Dasgupta S.P.* A numerical and experimental study of hollow steel pile in layered soil subjected to vertical dynamic loading // *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. June 2016. Vol. 85. Pp. 161–165.
13. *Ali O.S., Aggour M.S., McCuen R.H.* Dynamic of soil-pile interactions for machine foundations // *International Journal of Geotechnical Engineering*. 2016. Vol. 8. Pp. 236–247.
14. *Нуждин Л.В., Колесников А.О.* К оценке динамических реакций на контуре прямоугольного выреза в бесконечной пластине // Известия вузов. Строительство. 2004. № 5. С. 22–31.
15. *Колесников А.О., Попов В.Н.* Динамические реакции на контурах круговых вырезов с учетом их взаимного расположения при колебаниях пластины // Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева. 2017. Т. 283. С. 3–10.
16. *Chowdhury I., Dasgupta S.P.* Dynamics of Structure and Foundation – A Unified Approach: 1. Fundamentals. CRC Press, 2008. 882 p.
17. *Петрашень Г.И.* Распространение волн в анизотропных упругих средах. Л.: Наука, 1980. 280 с.

Об авторах

Колесников Алексей Олегович – кандидат технических наук, доцент, кафедра инженерной геологии, оснований и фундаментов, Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (СИБСТРИН) (Новосибирск, Россия). *Область научных интересов:* экспериментальные и теоретические исследования колебаний фундаментов. *Контактная информация:* e-mail – ao_kolesnikov@mail.ru. eLIBRARY SPIN-код: 1225-7017. ORCID iD: 0000-0002-3627-5888. Author ID: 150161.

Попов Владимир Николаевич – доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича, Сибирское отделение Российской академии наук (Новосибирск, Россия). *Область научных интересов:* теоретические исследования колебаний фундаментов. *Контактная информация:* e-mail – popov@itam.nsc.ru. eLIBRARY SPIN-код: 9483-9689. ORCID iD: 0000-0002-6043-2134. Author ID: 14977.

Для цитирования

Колесников А.О., Попов В.Н. Расчет собственной частоты колебаний заглубленного фундамента при импульсном нагружении // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2018. Т. 14. № 5. С. 360–368. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-360-368.

Calculation of the natural oscillation frequency of the submerged basement subject to pulsed loading

Aleksei O. Kolesnikov^{1*}, Vladimir N. Popov²

¹Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering
113 Leningradskaya St., Novosibirsk, 630008, Russian Federation

²Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics, SB RAS
4/1 Institutskaya St., Novosibirsk, 630090, Russian Federation

*Corresponding author

(received: July 09, 2018; revised: October 02, 2018; accepted: October 10, 2018)

Abstract. The aim of work. To determine the dynamic stiffness at considering vertical and horizontal vibrations of embedded foundations on a conventional and pile base, the possibility of using formulas obtained within the framework of the wave model and SP 26.13330.2012 is considered.

Solution technique. Depending on deepening changes, the natural-vibration frequencies of the system oscillations are calculated. The obtained results are compared with the experimental data obtained in a series of impulse dynamic loads performed on foundation models in semi-real conditions. The values of the transverse wave velocities were determined directly on the experimental range from the results of measurements.

Results. It is determined that deepening leads to an increase in the frequencies of natural oscillations, both pile foundations and shallow foundations. Full penetration helps to increase natural-vibration frequencies. For horizontal oscillations more than 1.6 times, for vertical oscillations up to 1.4 times. The influence of deepening on shallow foundations is more significant. The advantage of the calculations results and their high agreement with the values obtained during the experiments in the framework of the wave model in comparison with the method from SP 26.13330.2012 is shown. It allows to reliably determining the amplitude-frequency characteristics of the foundations. The results determined in accordance with SP 26.13330.2012, have significantly lower values of the natural-vibration frequencies and do not fully take into account the influence of deepening. The maximum difference with the experimental data for vertical vibrations for a foundation on piles and for a shallow foundation is 33 %. In case of horizontal fluctuations, the maximum differences are from 20 % for a shallow foundation and up to 27 % for a pile foundation.

Keywords: foundation under equipment, embedded foundation, wave model, natural-vibration frequency of the foundation

References

1. Zabylin M.I. (1983). *Raschet fundamentov pod mashiny [Calculation of machine foundations]*. Novosibirsk: NISI Publ., 83. (In Russ.)
2. Pyatetskiy V.M., Aleksandrov B.K., Savinov O.A. (1993). *Sovremennye fundamenty mashin i ikh avtomatizirovannoe proektirovanie [Modern foundations of machines and their automated design]*. Moscow: Stroiizdat Publ., 416. (In Russ.)
3. Koloushek V. (1965). *Dinamika stroitel'nykh konstruktсий [Dynamics of building structures]*. Moscow: Stroiizdat Publ., 632. (In Russ.)
4. Baranov V.A. (1967). O raschete vyinuzhdennykh kolebaniy zaglublennogo fundamenta [On the calculation of forced oscillations of the deepening foundation]. *Voprosy dinamiki i prochnosti, Trudy Rzhskogo politekhnicheskogo instituta*, (14), 195–209. (In Russ.)
5. Semizhonov Y.M. (1973). Vynuzhdennyye vertikal'nyye kolebaniya massivnykh fundamentov, zashchem-

lennykh v grunte [Forced vertical oscillations of massive foundations restrained in ground]. *Trudy koordinatsionnykh soveshchaniy po gidrotekhnike*. Energiya Publ., 46–51. (In Russ.)

6. Alekseyev B.G., Shvets N.S., Agranovskiy G.G., Rakhlin Y.B. (1978). O raschetakh zashchemlennykh v grunte massivnykh fundamentov pod mashiny s dinamicheskimi nagruzkami [On calculations of massive foundations restrained in ground under machines with dynamic loadings]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo i arkhitektura*, (1), 31–37. (In Russ.)

7. Novak M., El Sharnouby B. (1983). Stiffness and damping constants for single piles. *Geotechnical Engineering*, 109, 961–974.

8. Kholmyanskiy M.L. (1991). Uchet vliyaniya zaglubleniya i bokovoy zasyipki fundamentov mashin na dinamicheskie svoystva ikh osnovaniya [Accounting for influence of the deepening and backfilling of machine foundations on the dynamic properties of their foundations]. *Osnovaniya, fundamenty i mekhanika gruntov*, (5), 17–19. (In Russ.)

9. Kolesnikov A.O., Popov V.N. (2009). Otsenka vliyaniya zaglubleniya rostverka pri kolebaniyakh svaynogo fundamenta [Evaluation of deepening influence of the pile-cap under the oscillations of the pile foundation]. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 5(2), 55–61. (In Russ.)

10. Kolesnikov A.O., Popov V.N. (2010). Eksperimental'nyie issledovaniya zaglubleniya rostverka pri kolebaniyakh svaynogo fundamenta [Experimental investigation of pile-cap deepening at oscillations of the pile foundation]. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (4), 75–80. (In Russ.)

11. Nath U.K., Hazarika P.J. (2013). Lateral resistance of pile cap – an experimental investigation. *International Journal of Geotechnical Engineering*, 7(3), 266–272.

12. Bhowmik D., Baidya D.K., Dasgupta S.P. (2016). A numerical and experimental study of hollow steel pile in layered soil subjected to vertical dynamic loading. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 85, 161–165.

13. Ali O.S., Aggour M.S., McCuen R.H. (2016). Dynamic of soil-pile interactions for machine foundations. *International Journal of Geotechnical Engineering*, 8, 236–247.

14. Nuzhdin L.V., Kolesnikov A.O. (2004). K otsenke dinamicheskikh reaktsiy na konture pryamougol'nogo vyireza v beskonechnoy plastine [To an estimation of dynamic reactions on the contour of a rectangular cut in an infinite plate]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo*, (5), 22–31. (In Russ.)

15. Kolesnikov A.O., Popov V.N. (2017). Dinamicheskie reaktsii na konturakh krugovykh vyirezov s uchetom ikh vzaimnogo raspolozheniya pri kolebaniyakh plastinyi [Dynamic reactions on contours of circular cuts taking into account their mutual arrangement at plate oscillations].

Izvestiya VNIIG im. B.Ye. Vedeneeva, 283, 3–10. (In Russ.)

16. Chowdhury I., Dasgupta S.P. (2008). *Dynamics of Structure and Foundation – A Unified Approach: 1. Fundamentals*. CRC Press, 882.

17. Petrashen' G.I. (1980). *Rasprostraneniye voln v anizotropnykh uprugikh sredakh [Propagation of waves in anisotropic elastic media]*. Leningrad: Nauka Publ., 280. (In Russ.)

About the authors

Aleksei O. Kolesnikov – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Department of Engineering Geology, bases and foundations, Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (SIBSTRIN) (Novosibirsk, Russia). *Research interests*: experimental and theoretical investigations of foundation oscillations. *Contacts*: e-mail – ao_kolesnikov@mail.ru. eLIBRARY SPIN-code: 1225-7017. ORCID iD: 0000-0002-3627-5888. Author ID: 150161.

Vladimir N. Popov – Dr Sci. (Phys.-Math.), Chief Researcher, Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences (Novosibirsk, Russia). *Research interests*: theoretical investigations of foundation oscillations. *Contacts*: e-mail – popov@itam.nsc.ru. eLIBRARY SPIN-code: 9483-9689. ORCID iD: 0000-0002-6043-2134. Author ID: 14977.

For citation

Kolesnikov A.O., Popov V.N. (2018). Calculation of the natural oscillation frequency of the submerged basement subject to pulsed loading. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(5), 360–368. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-360-368. (In Russ.)

УДК 624.04

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-369-378

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Сравнение результатов расчета сооружений на заданные акселерограммы нелинейным статическим и нелинейным динамическим методами

С.В. Булушев

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет
Ярославское шоссе, 26, Москва, Российская Федерация, 129337

(поступила в редакцию: 21 августа 2018 г.; доработана: 17.09.2018 г.; принята к публикации: 28 сентября 2018 г.)

Актуальность. Современные нормы проектирования зданий и сооружений с учетом сейсмических воздействий предполагают расчет конструкций в нелинейной постановке. Одною линейно-спектрального метода, который применялся и применяется до сих пор, для расчета уже недостаточно. Это связано с тем, что он не позволяет напрямую учесть нелинейную работу конструкций. Для решения поставленной задачи могут быть использованы нелинейные динамические методы расчета во временной области. На данный момент такие методы реализованы лишь в специализированных программных комплексах и в большинстве случаев не могут быть использованы обычными проектировщиками. Таким образом, появилась необходимость в применении более простых методов нелинейного расчета. В зарубежных нормах для расчета сейсмостойкости зданий и сооружений уже давно применяются нелинейные статические методы, или «пушвер анализ» (pushover analysis). Но в отечественной практике проектирования до недавнего времени этим методам не уделялось должного внимания. Тем самым актуальность исследования возможности применения этих методов в инженерной практике не вызывает сомнения.

Цель. Целью данной статьи является оценка точности нелинейного статического метода по сравнению с нелинейным динамическим методом при расчете сооружений на заданные акселерограммы.

Методы. В статье рассмотрены три стальные рамы: одно-, трех- и семизэтажная. Подбор сечений выполнен в соответствии с требованиями норм по сейсмостойкому строительству на сейсмические нагрузки уровня ПЗ. Также рамы рассчитаны на сейсмическое воздействие уровня МРЗ на набор акселерограмм различного частотного состава. Расчет производился нелинейным динамическим методом в программном комплексе LS-DYNA и нелинейным статическим методом в программных комплексах «ЛИРА 10.6» и MATLAB.

Выводы. Расчеты показали, что во всех рассмотренных случаях, кроме одного, нелинейный статический метод показал консервативную оценку реакции системы по сравнению с нелинейным динамическим методом. Но в некоторых случаях получилась слишком большая погрешность.

Ключевые слова: сейсмостойкость, нелинейный метод расчета, нелинейный статический метод расчета, нелинейный динамический метод расчета, пушвер анализ, акселерограмма

Введение

В современных российских нормах по сейсмостойкому строительству¹ при проектировании зданий и сооружений необходимо выполнять расчет на два уровня сейсмических нагрузок: уровень ПЗ (проектное землетрясение) и уровень МРЗ (максимальное расчетное землетрясение). С расчетом на ПЗ все достаточно понятно и просто. В этом случае используется линейно-спектральный метод (ЛСМ), который является нормативным и применяется в

СП 14.13330.2014¹. Однако при расчете на МРЗ для более адекватной оценки требуется напрямую учитывать нелинейную работу конструкций. Наиболее точно это можно сделать с помощью нелинейных динамических методов (НДМ). В этом случае проектировщику, как правило, приходится обращаться в специализированные организации для расчета зданий и сооружений на МРЗ. Это связано с тем, что нелинейные динамические методы расчета во временной области реализованы лишь в сложных программных комплексах. В то же время нелинейные статические методы (НСМ), которые достаточно давно разработаны и применяются за рубежом [1–7], а также включены в иностранные нормы проекти-

¹ СП 14.13330.2014. Строительство в сейсмических районах. Актуализированная редакция СНиП II-7-81*. М., 2014.

рования², не получили должного развития. Лишь в последнее время нелинейные статические методы стали активно исследоваться [8–20].

Цель исследования

Ранее в работе [7] была предложена методика нелинейного статического анализа зданий и сооружений на сейсмические воздействия на основе FEMA 440. В работах [8–9] была проведена оценка точности нелинейного статического метода при расчете на проектный спектр землетрясения в соответствии с СП 14.13330.2014.

Целью данной работы является оценка точности нелинейного статического метода по сравнению с нелинейным динамическим методом при расчете сооружений на заданные акселерограммы.

Материалы и методы

В работе рассмотрены три однопролетные жесткие рамы из стальных двутавров: одно-, трех- и семиэтажная. На рис. 1 приведена расчетная схема трехэтажной рамы. Размеры остальных приняты по аналогии. Материал колонн – сталь С345, балок – С255 в соответствии с СП 16.13330.2011³. Диаграммы работы стали приняты упруго-пластическими (рис. 2).

Сечения рам подобраны в соответствии с СП 14.13330.2014 при расчете на сейсмическое воздействие уровня ПЗ интенсивностью 8 баллов в ПК «ЛИРА 10.6». Частоты первой формы колебаний рам равны 1,521, 0,702 и 0,375 Гц соответственно. Параметр затухания для конструкций $\xi = 3\%$ от критического.

Расчет рам на сейсмические воздействия уровня МРЗ производился в нелинейной постановке с применением синтезированных акселерограмм. Для расчета было синтезировано 5 акселерограмм с

доминантными частотами 0,25, 0,5, 1,0, 1,5 и 2 Гц (рис. 3–7 соответственно). Все акселерограммы нормированы на ускорение 2 м/с^2 .

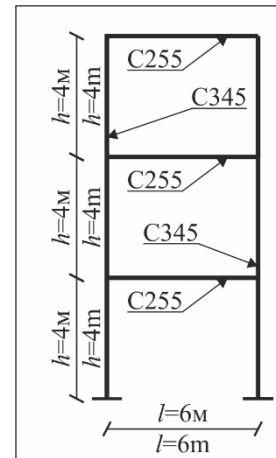


Рис. 1. Расчетная схема трехэтажной рамы
[Figure 1. The design scheme of the three-storey frame]

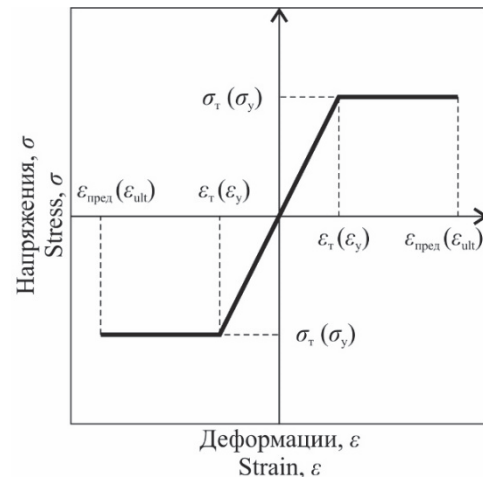


Рис. 2. Общий вид диаграммы деформирования стали
[Figure 2. General view of steel deformation diagram]

Расчет нелинейным динамическим методом (НДМ) проводился в программном комплексе LS-DYNA путем непосредственного решения уравнений движения во временной области с помощью явных схем интегрирования. Во всех расчетах учитывались физическая и геометрическая нелинейности. Одноэтажная рама рассчитывалась на акселерограммы № 3–5. Трехэтажная и семиэтажная на акселерограммы № 1–3.

Аналогичные расчеты проводились нелинейным статическим методом на основании методики, предложенной ранее в [7], в программных комплексах «ЛИРА 10.6» и MATLAB. Расчеты выполнены как с учетом физической и геометрической нелинейностей (ГН), так и с учетом только физической нелинейности.

² Applied Technology Council (ATC). Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings. Rep. No. ATC-40, Volumes 1 and 2, Redwood City, CA, 1996.

European Standard. Eurocode-Basis of Structural Design: EN 1990: 2002(E). April, 2002. 87 p.

FEMA 273. Federal Emergency Management Agency. NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings, Washington, D.C. October, 1997.

FEMA-274. Federal Emergency Management Agency. NEHRP Commentary on the Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings, Washington, D.C. October, 1997.

FEMA 356. Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings. American Society of Civil Engineers (ASCE), Washington, D.C. November, 2000.

FEMA 440. Improvement of nonlinear static seismic analysis procedures. Rep. No. ATC-55, Redwood City, CA, 2005.

³ СП 16.13330.2011. Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81*. М., 2011.

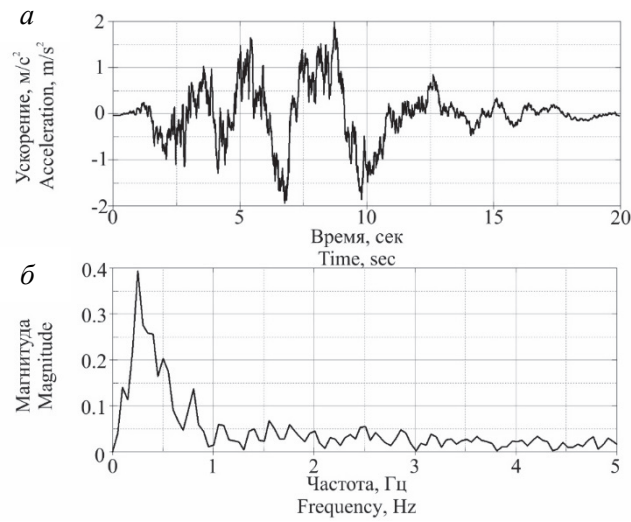


Рис. 3. Акселерограмма № 1: а – акселерограмма; б – спектральный состав
[Figure 3. Accelerogram № 1: а – accelerogram; б – spectral composition]

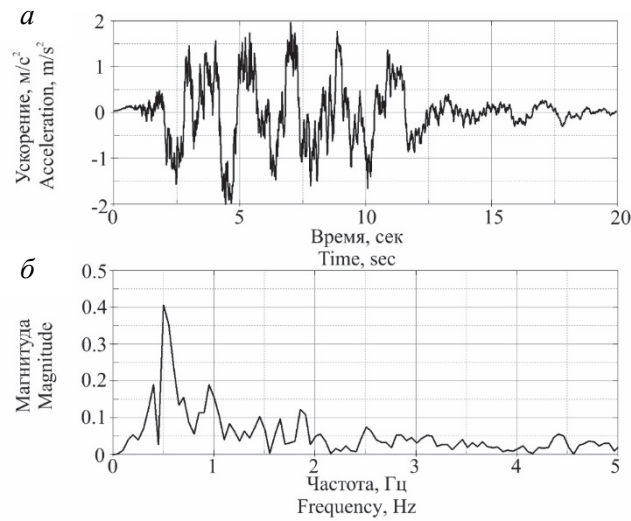


Рис. 4. Акселерограмма № 2: а – акселерограмма; б – спектральный состав
[Figure 4. Accelerogram № 2: а – accelerogram; б – spectral composition]

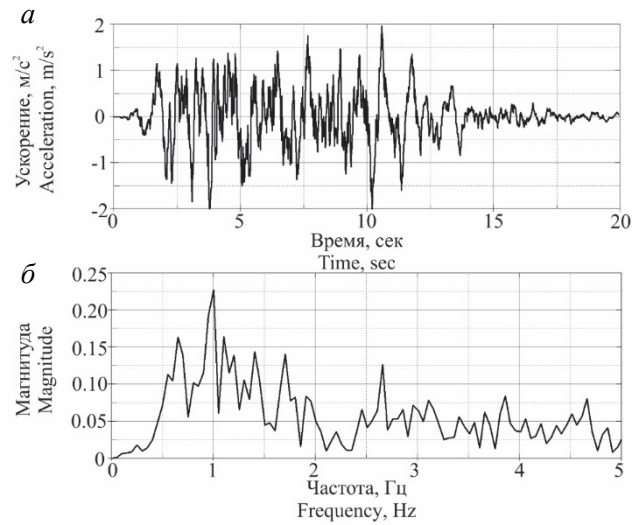


Рис. 5. Акселерограмма № 3: а – акселерограмма; б – спектральный состав
[Figure 5. Accelerogram № 3: а – accelerogram; б – spectral composition]

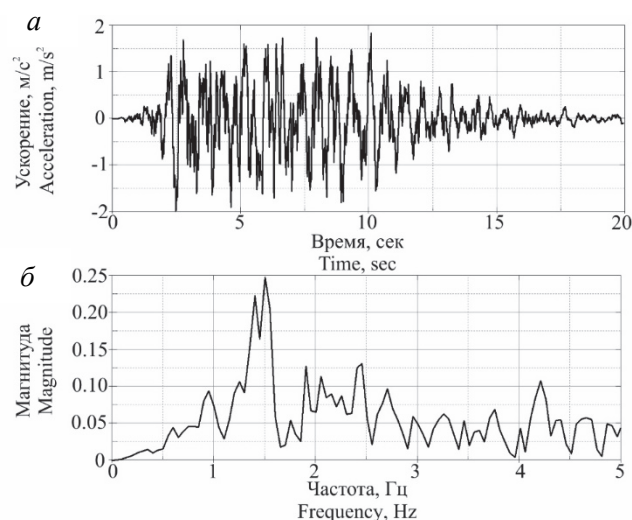


Рис. 6. Акселерограмма № 4: *a* – акселерограмма; *б* – спектральный состав
[Figure 6. Accelerogram № 4: *a* – accelerogram; *б* – spectral composition]

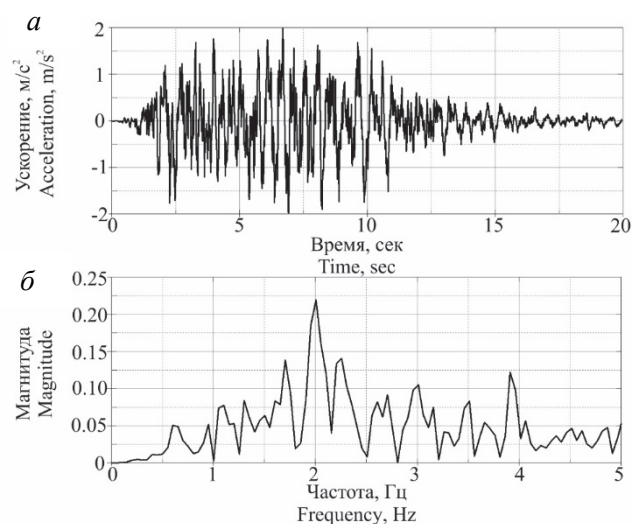


Рис. 7. Акселерограмма № 5: *a* – акселерограмма; *б* – спектральный состав
[Figure 7. Accelerogram № 5: *a* – accelerogram; *б* – spectral composition]

Результаты

Результаты показали, что при расчете на МРЗ ни одна рама не обрушилась, за исключением случая расчета нелинейным статическим методом одноэтажной рамы на акселерограмму № 1. В качестве сравнения нелинейного статического и нелинейного динамического методов использовалась величина максимального перемещения верха конструкции. На рис. 8–10 приведены результаты расчета трех рам. Остальные результаты сведены в табл. 1–3.

Обсуждение

В работах [8–9] при расчете нелинейным статическим методом на проектный спектр в соответствии с СП 14.13330.2014 были получены значи-

тельные расхождения с нелинейным динамическим методом как в большую, так и в меньшую сторону. В проведенном исследовании нелинейный статический метод показал консервативные результаты во всех случаях, кроме одного – при расчете одноэтажной рамы на акселерограмму № 1. Разница в перемещениях по сравнению с нелинейным динамическим методом составляет до 50 %, за исключением случая расчета трехэтажной рамы на акселерограмму № 1.

В работах [1; 2; 7] исследовались различные модификации нелинейного статического метода. Было показано, что при расчете только по одной форме собственных колебаний в определенных случаях результаты могут достаточно сильно расходиться по сравнению с нелинейным динамиче-

ским методом. При этом в целом метод оценивается как достаточно эффективный при оценке реакции сооружений на сейсмические воздействия. Для по-

лучения более точных результатов предлагается использовать модальный «пушOVER анализ», который позволяет учитывать высшие формы колебаний.

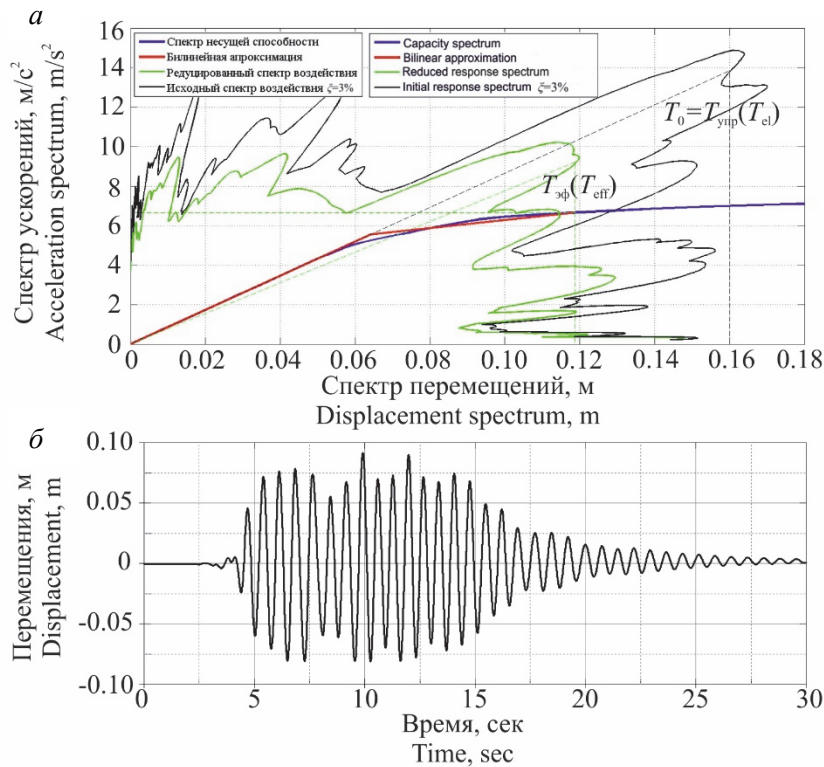


Рис. 8. Перемещения верха одноэтажной рамы при расчете на акселерограмму № 4: *a* – НСМ с ГН; *б* – НДМ [Figure 8. Displacement of the top of a single-story frame when calculating for an accelerogram № 4: *a* – nonlinear static method with accounting geometric nonlinearity; *б* – nonlinear dynamic method]

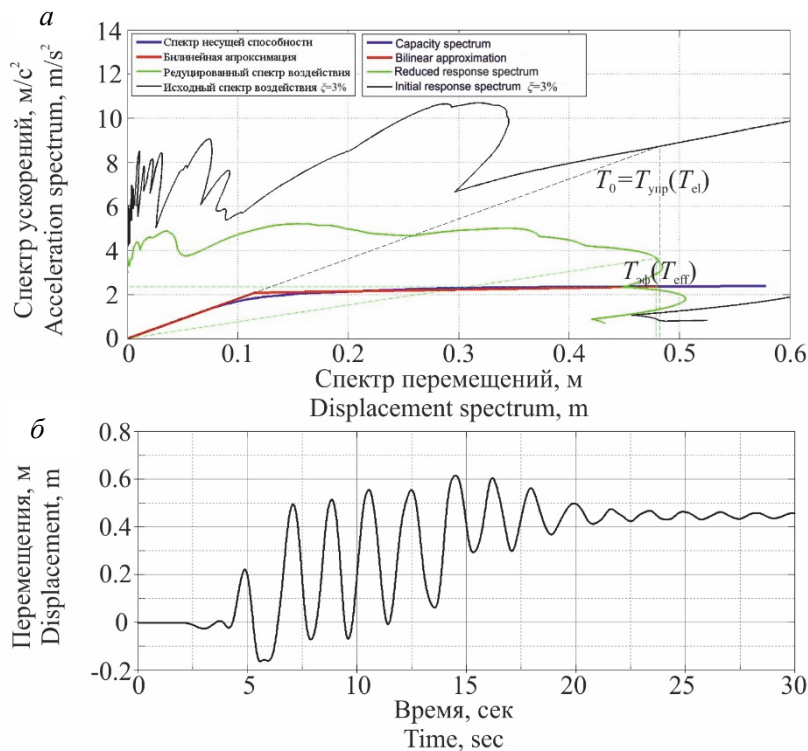


Рис. 9. Перемещения верха трехэтажной рамы при расчете на акселерограмму № 2: *a* – НСМ с ГН; *б* – НДМ [Figure 9. Displacements of the top of the three-story frame when calculating the accelerogram № 2: *a* – nonlinear static method with accounting geometric nonlinearity; *б* – nonlinear dynamic method]

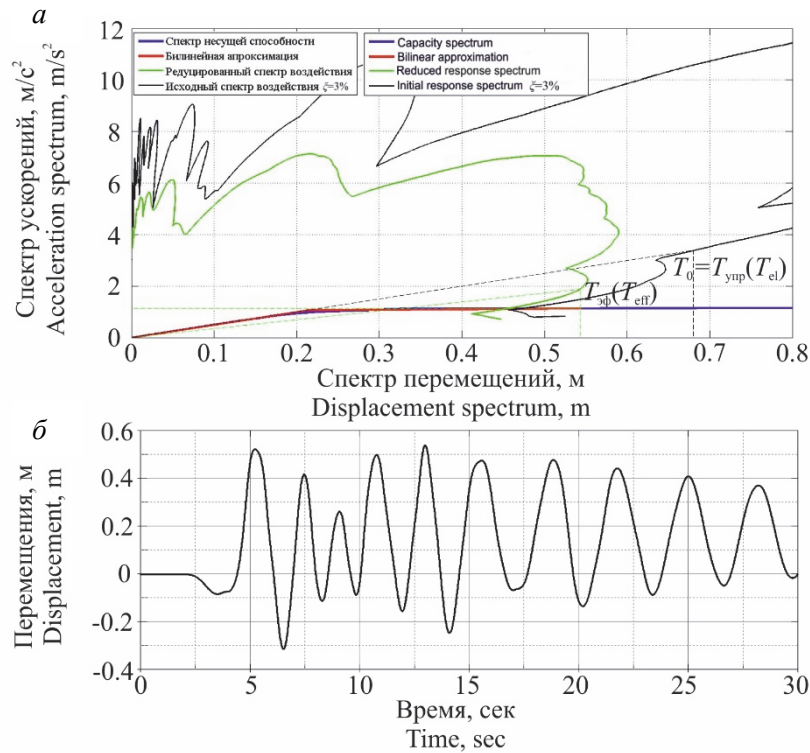


Рис. 10. Перемещения верха семиэтажной рамы при расчете на акселерограмму № 2: а – НСМ с ГН; б – НДМ
 [Figure 10. Displacements of the top of a seven-story frame when calculating for an accelerogram № 2:
 а – nonlinear static method with accounting geometric nonlinearity; б – nonlinear dynamic method]

Таблица 1

Результаты для одноэтажной рамы
 [Table 1. Results of calculation for one-story frame]

Воздействие [Impact]	Доминирующая частота воздействия, Гц [Dominant frequency of impacts, Hz]	Разница с основной собственной частотой конструкции, % [The difference with the basic natural frequency of the design, %]	Максимальное перемещение верха рамы, м [Maximum displacement of the top of the frame, m]		Разница, % [The difference, %]	Максимальное перемещение верха рамы, м [Maximum displacement of the top of the frame, m]		Разница, % [The difference, %]
			НДМ	НСМ без ГН		НДМ	НСМ с ГН	
Акселерограмма № 3 [Accelerogram № 3]	1,00	-34,25	0,099	0,071	-28,28	0,099	0,073	-26,26
Акселерограмма № 4 [Accelerogram № 4]	1,50	-1,38	0,092	0,119	29,35	0,092	0,118	28,26
Акселерограмма № 5 [Accelerogram № 5]	2,00	31,49	0,055	0,058	5,45	0,055	0,058	5,45

Таблица 2

Результаты для трехэтажной рамы
 [Table 2. Results of calculation for three-story frame]

Воздействие [Impact]	Доминирующая частота воздействия, Гц [Dominant frequency of impacts, Hz]	Разница с основной собственной частотой конструкции, % [The difference with the basic natural frequency of the design, %]	Максимальное перемещение верха рамы, м [Maximum displacement of the top of the frame, m]		Разница, % [The difference, %]	Максимальное перемещение верха рамы, м [Maximum displacement of the top of the frame, m]		Разница, % [The difference, %]
			НДМ	НСМ без ГН		НДМ	НСМ с ГН	
Акселерограмма № 1 [Accelerogram № 1]	0,25	-64,39	0,392	0,844 (разр.)	115,31	0,392	3,161 (разр.)	706,38
Акселерограмма № 2 [Accelerogram № 2]	0,50	-28,77	0,617	0,626	1,46	0,617	0,667	8,10
Акселерограмма № 3 [Accelerogram № 3]	1,00	42,45	0,249	0,332	33,33	0,249	0,344	38,15

Результаты для семиэтажной рамы
[Table 3. Results of calculation for seven-story frame]

Воздействие [Impact]	Доминирующая частота воздействия, Гц [Dominant frequency of impacts, Hz]	Разница с основной собственной частотой конструкции, % [The difference with the basic natural frequency of the design, %]	Максимальное перемещение верха рамы, м [Maximum displacement of the top of the frame, m]		Разница, % [The diffe- rence, %]	Максимальное перемещение верха рамы, м [Maximum displacement of the top of the frame, m]		Разница, % [The diffe- rence, %]
			НДМ	НСМ без ГН		НДМ	НСМ с ГН	
Акселерограмма №1 [Accelerogram № 1]	0,25	-33,33	1,780	2,429	36,46	1,780	2,393	34,44
Акселерограмма №2 [Accelerogram № 2]	0,50	33,33	0,541	0,766	41,59	0,541	0,772	42,70
Акселерограмма №3 [Accelerogram № 3]	1,00	166,67	0,251	0,266	5,98	0,251	0,256	1,99

В работах [17; 18] предлагается использовать нелинейный статический метод для расчетов зданий и сооружений в соответствии с СП 14.13330.2014. Несмотря на существенные допущения, применяемые в нелинейном статическом методе в отличие от линейно-спектрального метода, он напрямую учитывает повреждения конструкций. Тем самым позволяя отказаться от коэффициента K_1 . Утверждается, что метод является достаточно простым и наглядным, и может применяться при проектировании зданий и сооружений с прогнозируемым уровнем повреждений их несущих конструкций. Однако автор не приводит оценку погрешности нелинейного статического метода на основе более точных аналитических или численных методов (например, с применением нелинейного динамического метода).

Заключение

Нелинейный статический метод не противоречит требованиям российских норм и может применяться при расчетах зданий и сооружений на сейсмические воздействия. Так или иначе, этот подход уже начал использоваться в инженерной практике. Однако на данный момент единая методика расчета отсутствует.

В настоящей работе произведена оценка точности предложенной ранее методики нелинейного статического анализа по отношению к нелинейному динамическому методу при расчете на синтезированные акселерограммы. Для рассмотренных задач в большинстве случаев методика дала консервативную оценку реакции системы. Однако в некоторых случаях расхождения имеют существенную величину даже для простых расчетных схем.

Таким образом, необходимо проведение дальнейших исследований и совершенствование нели-

нейного статического метода, в том числе развитие модального «пушвер анализа». Требуется верификация этого метода для зданий и сооружений разных конструктивных схем и этажности, а также для различных материалов конструкций. Необходимо определить область применения нелинейного статического метода, в которой он будет давать практически приемлемые результаты.

© Булушев С.В., 2018



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Благодарности. Статья посвящается светлой памяти Гурама Автандиловича Джинчвелашвили. Он был отличным учителем и прекрасным человеком. Автор безгранично ценит полученные от него знания и опыт.

Список литературы

1. Chopra A.K., Goel R.K. Capacity-demand diagram methods based on inelastic design spectrum // Proceedings of 12 World Conference on Earthquake Engineering. Auckland, New Zealand, 2000. Paper № 1612.
2. Chopra A.K., Goel R.K. A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings // Earthquake engineering and structural dynamics. 2002. No. 31. Pp. 561–582.
3. Datta T.K. Seismic Analysis of Structures. John Wiley & Sons (Asia) Pte. Ltd., 2010. 464 p.
4. Fajfar P., Krawinkler H. Performance-Based Seismic Design Concepts and Implementation // Proceedings of the International Workshop Bled. Slovenia, June 28 – July 1, 2004. PEER Report 2004/05. College of Engineering, University of California, Berkeley.
5. Gupta B. Enhanced pushover procedure and inelastic demand estimation for performance-based seismic evaluation of buildings: Ph.D. Dissertation. Orlando, Florida, University of Central Florida, 1998.
6. Paz M., Leigh W. Structural Dynamics: Theory and Computation. 5th ed. 2004. 844 p.

7. *Themelis S.* Pushover analysis for seismic assessment and design of structures: Ph.D. Dissertation. Heriot-Watt University, School of Built Environment, 2008.

8. *Джинчвелашвили Г.А., Булушев С.В., Колесников А.В.* Нелинейный статический метод анализа сейсмостойкости зданий и сооружений // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2016. № 5. С. 39–47.

9. *Джинчвелашвили Г.А., Булушев С.В.* Оценка точности нелинейного статического метода анализа сейсмостойкости сооружений // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 2. С. 41–48.

10. *Джинчвелашвили Г.А., Булушев С.В.* Расчетное обоснование заданного уровня сейсмостойкости сооружений // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 1. С. 70–79.

11. *Джинчвелашвили Г.А.* Нелинейные динамические методы расчета зданий и сооружений с заданной обеспеченностью сейсмостойкости: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. М.: МГСУ, 2015. 46 с.

12. *Соснин А.В.* Особенности оценки дефицита сейсмостойкости железобетонных каркасных зданий методом нелинейного статического анализа в SAP2000 // Техническое регулирование в транспортном строительстве. 2015. Т. 14. № 6. С. 97–110.

13. *Мкртычев О.В., Джинчвелашвили Г.А.* Проблемы учета нелинейностей в теории сейсмостойкости (гипотезы и заблуждения). М.: МГСУ, 2012. 192 с.

14. *Мкртычев О.В., Джинчвелашвили Г.А., Дзержинский Р.И.* Философия многоуровневого проектирования в свете обеспечения сейсмостойкости сооружений // Геология и геофизика Юга России. 2016. № 1. С. 71–81.

15. *Мкртычев О.В., Джинчвелашвили Г.А.* Оценка работы зданий и сооружений за пределами упругости при сейсмических воздействиях // Theoretical Foundation of Civil Engineering: XXI Russian-Slovak-Polish Seminar. Moscow – Archangelsk July 3–6 2012. Pp. 177–186.

16. *Немчинов Ю.И., Марьенков Н.Г., Хавкин А.К., Бабик К.Н.* Проектирование зданий с заданным уровнем обеспечения сейсмостойкости (с учетом рекомендаций Еврокода 8, международных стандартов и требований ДБН). Киев: Минрегион Украины; ГП НИИСК, 2012. 53 с.

17. *Соснин А.В.* Об особенностях методологии нелинейного статического анализа и его согласованности с базовой нормативной методикой расчета зданий и сооружений на действие сейсмических сил // Вестник ЮУрГУ. Серия: Строительство и архитектура. 2016. Т. 16. № 1. С. 12–19.

18. *Соснин А.В.* Об уточнении коэффициента допускаемых повреждений K1 и его согласованности с концепцией редукиции сейсмических сил в постановке спектрального метода (в порядке обсуждения) // Вестник гражданских инженеров. 2017. № 1(60). С. 92–116.

19. *Чхиквадзе К.Т., Цискрели Ц.Г., Члаидзе Н.Ш., Каджая Л.Д.* Применение нелинейного статического (Pushover) метода для оценки поведения конструкций при сейсмическом воздействии // Строительная механика и расчёт сооружений. 2010. № 2. С. 48–52.

20. *Чхиквадзе К.Т., Цискрели Ц.Г., Члаидзе Н.Ш., Каджая Л.Д.* Построение кривой «Pushover» для оценки поведения конструкции при сейсмическом воздействии за пределом упругости // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2010. № 2. С. 31–33.

Об авторе

Булушев Сергей Валерьевич – инженер, Научно-исследовательская лаборатория «Надежность и сейсмостойкость сооружений» (НИЛ НСС), Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (Москва, Россия). *Область научных интересов:* теория надежности строительных конструкций, теория сейсмостойкости сооружений, нелинейные динамические методы расчета. *Контактная информация:* e-mail – sergey.bulushev@gmail.com. eLIBRARY SPIN-код: 9165-7831. ORCID iD: 0000-0001-7239-4668.

Для цитирования

Булушев С.В. Сравнение результатов расчета сооружений на заданные акселерограммы нелинейным статическим и нелинейным динамическим методами // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 5. С. 369–378. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-369-378.

RESEARCH PAPER

Comparison of the calculation results of structures for specified accelerograms by nonlinear static and nonlinear dynamic methods

Sergey V. Bulushev

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University)
26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation

(received: August 21, 2018; revised: September 17, 2018; accepted: September 28, 2018)

Abstract. Relevance. Modern national standards for the design of buildings and structures for seismic impacts suggest the calculation of structures in a nonlinear setting. Only linear-spectral method, which has been used and is still used, is not enough for calculation. This is due to the fact that it does not allow directly taking into account the nonlinear work of

the structures. To solve the problem, nonlinear dynamic methods of calculation in the time domain can be used. At the moment, such methods are implemented only in specialized software complexes, and in most cases cannot be used by ordinary designers. Thus, it became necessary to apply simpler nonlinear calculation methods. In foreign standards for calculation of seismic resistance of buildings and structures, nonlinear static methods, or pushover analysis, have long been used. But in the national design practice until recently, these methods have not received due attention. Thus, the relevance of the study of the possibility of using these methods in engineering practice is beyond doubt.

The aim of work. The purpose of this article is to estimate the accuracy of a nonlinear static method in comparison with a nonlinear dynamic method when calculating structures for given accelerograms.

Solution technique. In the article three steel frames are considered: one-, three- and seven-story. The selection of sections was made in accordance with the requirements of the national standards on earthquake-resistant construction for seismic loads of the basic safety earthquake (BSE) level. Next, frames are designed for the seismic loads of the maximum considered earthquake (MCE) level on a set of accelerograms of different frequency composition. The calculation was performed by a nonlinear dynamic method in the LS-DYNA software package and a nonlinear static method in the LIRA 10.6 and MATLAB software complexes.

Results. Calculations showed that in all the cases considered, except for one, a nonlinear static method showed a conservative estimate of the response of the system, in comparison with the nonlinear dynamic method. But in some cases the reaction was greatly overestimated.

Keywords: seismic resilience, nonlinear calculation technique, nonlinear dynamic calculation technique, nonlinear static calculation technique, pushover analysis, accelerogram

References

1. Chopra A.K., Goel R.K. (2000). Capacity-demand diagram methods based on inelastic design spectrum. *Proceedings of 12 World Conference on Earthquake Engineering, Auckland, New Zealand*. Paper № 1612.
2. Chopra A.K., Goel R.K. (2002). A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings. *Earthquake engineering and structural dynamics*, (31), 561–582.
3. Datta T.K. (2010). *Seismic Analysis of Structures*. John Wiley & Sons (Asia) Pte. Ltd, 464.
4. Fajfar P., Krawinkler H. (2004). Performance-Based Seismic Design Concepts and Implementation. *Proceedings of the International Workshop Bled, Slovenia, June 28 – July 1, 2004*. PEER Report 2004/05. College of Engineering, University of California, Berkeley.
5. Gupta B. (1998). *Enhanced pushover procedure and inelastic demand estimation for performance-based seismic evaluation of buildings* (PhD Thesis). Orlando, Florida, University of Central Florida.
6. Paz M., Leigh W. (2004). *Structural Dynamics: Theory and Computation*. 5th ed. 844.
7. Themelis S. (2008). *Pushover analysis for seismic assessment and design of structures* (PhD Thesis). Heriot-Watt University, School of Built Environment.
8. Dzhinchvelashvili G.A., Bulushev S.V., Kolesnikov A.V. (2016). Nonlinear static method of analysis of seismic resistance of buildings and structures. *Earthquake engineering. Constructions safety*, (5), 39–47. (In Russ.)
9. Dzhinchvelashvili G.A., Bulushev S.V. (2017). Accuracy evaluation of the nonlinear static analysis method of the structures seismic resistance. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (2), 41–48. (In Russ.)
10. Dzhinchvelashvili G.A., Bulushev S.V. (2018). Accuracy evaluation of the nonlinear static analysis method of the structures seismic resistance. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(1), 70–79. (In Russ.)
11. Dzhinchvelashvili G.A. (2015). *Nelineinye dinamicheskie metody rascheta zdaniy i sooruzheniy s zadannoi obespechennost'yu seismostoikosti [Nonlinear dynamic methods of calculation of buildings and structures with a given security seismic stability]* (Abstract of Dr Dissertation). Moscow: MGSU Publ., 46. (In Russ.)
12. Sosnin A.V. (2015). The features of evaluation of deficit of seismic resistance of reinforced concrete frame buildings by the method of nonlinear static analysis in SAP2000. *Technical Regulation in Transport Construction*, 14(6), 97–110. (In Russ.)
13. Mkrtychev O.V., Dzhinchvelashvili G.A. (2012). *Problemy ucheta nelineynostey v teorii seysmostoykosti (gipotezy i zabluzhdeniya) [Accounting problems of nonlinear seismic stability in the theory (hypothesis and error)]*. Moscow: MGSU Publ, 192. (In Russ.)
14. Mkrtychev O.V., Dzhinchvelashvili G.A., Dzerzhinskij R.I. (2016). The philosophy of multi-level design in light of the provision of seismic stability of buildings. *Geology and Geophysics of the South of Russia*, (1), 71–81. (In Russ.)
15. Mkrtychev O.V., Dzhinchvelashvili G.A. (2012). Ocenka raboty zdaniy i sooruzheniy za predelami uprugosti pri sejsmicheskikh vozdeystviyah [Assessment of buildings and structures beyond the elastic limit at the seismic influences]. *Theoretical Foundation of Civil Engineering, XXI Russian-Slovak-Polish Seminar*, Moscow – Archangelsk, July 3–6, 177 – 186. (In Russ.)
16. Nemchinov Ju.I., Mar'enkov N.G., Havkin A.K., Babik K.N. (2012). Proektirovanie zdaniy s zadannym urovnem obespecheniya seismostoikosti (s uchedom rekomendatsii Evrokoda 8, mezhdunarodnykh standartov i trebovaniy DBN) [Designing buildings with a given level of seismic resistance (taking into account the recommendations of Euro-

code 8, international standards and DBN requirements)]. Kiev: Minregion Ukrainy, GP NIISK Publ., 53. (In Russ.)

17. Sosnin A.V. (2016). On the peculiarities of the methodology of nonlinear static analysis and its consistency with the basic normative methodology for calculating buildings and structures for the action of seismic forces. *Bulletin of the South Ural University. Serie: Construction Engineering and Architecture*, 16(1), 12–19. (In Russ.)

18. Sosnin A.V. (2017). About refinement of the seismic-force-reduction factor (K1) and its coherence with the concept of seismic response modification in formulation of the spectrum method (in order of discussion). *Bulletin of Civil Engineers*, 60(1), 92–116. (In Russ.)

19. Chkhikvadze K.T., Tsiskreli Ts.G., Chlaidze N.Sh., Kadzhaya L.D. (2010). The application of nonlinear static (Pushover) methods for estimating the behavior of structures under seismic excitation. *Structural Mechanics and Analysis of Construction*, (2), 48–52. (In Russ.)

20. Chkhikvadze K.T., Tsiskreli Ts.G., Chlaidze N.Sh., Kadzhaya L.D. (2010). Pushover Curve Plotting to Assess Nonlinear Behavior of Plane Frame under Earthquake Effect.

Earthquake engineering. Constructions safety, (2), 31–33. (In Russ.)

About the author

Sergey V. Bulushev – Engineer, the Research Laboratory “Reliability and Seismic Stability of Structures”, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (Moscow, Russia). *Research interests*: the theory of reliability of building structures, the theory of seismic stability of structures, nonlinear dynamic methods of calculation. *Contact*: e-mail – sergey.bulushev@gmail.com. eLIBRARY SPIN-code: 9165-7831. ORCID iD: 0000-0001-7239-4668.

For citation

Bulushev S.V. (2018). Comparison of the calculation results of structures for specified accelerograms by nonlinear static and nonlinear dynamic methods. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(5), 369–378. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-369-378. (In Russ.)

Расчет и проектирование строительных конструкций

УДК 624.012

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-379-389

RESEARCH PAPER

Insolvent ways of development of the modern theory of reinforced concrete

Rudolf S. Sanjarovsky¹, Tatyana N. Ter-Emmanuilyan^{2*}, Maxim M. Manchenko³¹L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana
2 Satpaev St., Astana, 010000, Republic of Kazakhstan²Russian University of Transport (MIIT)
9 Obrazcova St., bldg. 9, Moscow, 127994, Russian Federation³Krylov State Research Centre
44 Moskovskoe Shosse, St. Petersburg, 196158, Russian Federation

*Corresponding author

(received: September 05, 2018; accepted: November 15, 2018)

Abstract. The *aim of the work* is to identify and analyze errors in the field of creep theory, where, as indicated by the leaders and authors of this theory, there is an “established consensus”. Here we are not talking about a different point of view or simplifications in standardization, since the elimination of the identified errors will significantly simplify the theory of long-term resistance of reinforced concrete. The analysis presented below is important not only for scientific theory, but also for the vast international practice of reinforced concrete construction.

On the inconsistency of the theory of creep of reinforced concrete: this system arose and develops because of the construction of the theory on a set of erroneous principles, rules and unauthorized methods; it is aggravated by the numerous changes (random or deliberate) of the fundamental experimental properties of concrete; it is based on the inheritance of the principles of the inappropriate theory of Boltzmann elastic aftereffect.

About the inconsistency of the theory of versatile and comprehensive evidence of: the presence of a system of gross mathematical errors; violations of the principles and rules of classical mechanics and Eurocodes; inconsistencies with well-known experimental data; negative results of design practices, including world experience in designing unique structures by Ramboll institutions (UK). The main results were reported by the authors at the Sixth International Symposium on Life – Cycle Civil Engineering in Ghent (Belgium), IALCCE 2018, October 28–31.

Keywords: elastoplastic deformations of concrete, creep theory of concrete, long-term resistance of reinforced concrete, modern building codes

Introduction

Eurocode is a system which includes scientific developments and experience of outstanding scientists from various countries, motivated formulation of the main Principles and Rules, the classical mechanics and general theory of computing of elastoplastic systems, detailed and numerous experimental data. Non-linearity of deformational properties of reinforced concrete at short and long term loadings is the basis of standards of Eurocode 2 [1]. Dependence “strain – deformation” of concrete has a descending interval and limited extension creep deformations are nonlinear from the very low levels of strain. Violation of the Euro-

code system, as a rule, leads to errors in the scientific and normative theories, additionally accompanied by a violation of the rules of mechanics and mathematics.

The requirements for computational models of reinforced concrete to consider instant nonlinear properties are not met in current normative and technical documents of many countries, international institutes for standardization [2–5], Principles and Rules of Eurocodes, despite the prohibitions of methods by the Eurocode:

– the theory of long-term resistance of reinforced concrete is built on an irrelevant computational model containing errors that cause fundamental defects in the theory;

– short-term nonlinear properties of concrete are substituted by linear creep properties, causing gross errors in the evaluation of the bearing capacity of reinforced concrete, also leading to a violation of the principle of independence of the action of forces;

– short-term nonlinear deformations of reinforced concrete are not taken into account in calculations of the bearing capacity. A jump occurring from the elastic stage of deformation to the missing plastic hinge, which is accompanied by the disappearance of the length of the structure is considered normal. These errors that we discovered are not a simplification of standardization. For example, in [2] it is reported that the developed theory is “on an international scale the basis of a new advanced format for calculating creep”, Gordon Clark, director of Ramboll, president FIB 2014 [13], warned designers about failure of the theory of creep in real design. We have identified and analyzed this inconsistency, the errors of theory and international standards, in particular [2–4]. This will be shown below in the materials of the article, at the end of which numerical errors of error are presented, which only amount to taking into account the instantaneous deformations in the creep theory of 300% [7].

Basic errors

We investigate the fundamental errors of the normative theory of long-term resistance of reinforced concrete. The managers of its creation specify that this theory was coordinated and promoted by international standards institutes within the framework of the global harmonization scenario. It is implemented in the standards of a number of countries and now proposed for inclusion in Eurocode 2 [2]. Considering the ageing and the dependence of modulus of elasticity on time (non-stationary properties) of concrete are considered as the main achievements and distinctive features of these standards. However these major achievements are errors.

The principle of superposition is the basis of both the modern scientific creep theory of concrete, which is called the “world harmonized format” by foreign scientists, and the developments “in recent decades of international standardization institutions... for recommendations, norms and technical guidance documents” [2–4]. These works also indicate that McHenry in USA (1943) “substantiated this trend by experimental studies of the creep of hermetic specimens using the principle of superposition which is characteristic for the theory of Volterra”.

We give the basic law of creep of concrete in the original notation [2]:

$$\varepsilon_{\sigma}(t) = \sigma(t_0)J(t, t_0) + \int_{t_0}^t J(t, t') d\sigma(t'), \quad (1)$$

where $\varepsilon_{\sigma}(t)$ is the complete strain from stress $\sigma(t)$;

$J(t, t') = \frac{1}{E_c(t')} + \frac{\varphi(t, t')}{E_c(t')}$ – compliance function;

$E_c(t')$ is nonstationary modulus of elasticity; $\varphi(t, t')$ is nonstationary creep characteristic considering ageing.

In scientific publications (1) is usually integrated by parts, thus obtaining

$$\varepsilon_{\sigma}(t) = \frac{\sigma(t)}{E_c(t)} - \int_{t_0}^t \sigma(t') \frac{\partial}{\partial t'} \left[\frac{1}{E_c(t')} + \frac{\varphi(t, t')}{E_c(t')} \right] dt'. \quad (1')$$

The term $\frac{\varphi(t, t')}{E_c(t')}$ is a measure of the creep of

concrete $C(t, t')$ used in publications in our country, which is preferable to application of the creep characteristics in the processing of experiments.

We emphasize that ageing of concrete is taken into account in $\varphi(t, t')$ and $C(t, t')$, and the modulus of elastic-instantaneous deformation $E_c(t')$ essentially depends on the age of the concrete.

Equations (1), (1') are substantiated by two fundamental assumptions: the principle of linear connection between stresses and strains

$$\varepsilon_{\sigma}(t, t') = \sigma(t')J(t, t'); \quad (1'')$$

the principle of superposition, verbally formulated in various versions in numerous well-known publications on the theory of creep of concrete, reference books, for example in [9].

Serious mistakes in (1) make the normative theory inconsistent with Eurocode, unreliable and uneconomical. Losses from such norms and calculations are significant as annual global volume of usage of concrete and reinforced concrete is 4 billion m³. Let us also recall the tragedy of the collapse of the Transvaal Park (Moscow, 2004), caused by creep problems in concrete.

We note that the article has no relation to the “ongoing disputes, ...discrepancies and uncertainties” existing in this section of creep of reinforced concrete. Also, in this paper we do not discuss a different point of view. We, using the Eurocode system, identify and analyze the errors in that area of creep, where, as the leaders and developers of norms indicate, there is a “steady consensus” [2–4].

The main mathematical error in (1) lies in its basis – the principle of superposition, which appeared in the theory of reinforced concrete after the work of McHenry. This principle incorrectly builds the core of

creep, incorrectly describes the processes of changing instantaneous deformations and creep strains. The errors in the principle of superposition can be determined in various ways: for example, by constructing and solving a differential equation corresponding to a linear con-

nection (1''); solving the inverse problem of classical mechanics; analysing the value of the total strain rate corresponding to (1'').

Applying the last method the following is obtained:

$$v_{\sigma}(t, t') = \dot{\sigma}(t') \cdot J(t, t') + \sigma(t') \frac{\partial J(t, t')}{\partial t} + \sigma(t') \frac{\partial J(t, t')}{\partial t'}$$

From this formula it is clearly seen that four terms, caused by the rate of change in the compliance factor, are lost in the main law (1):

$$\begin{aligned} & -\sigma(t') \frac{\dot{E}_c(t')}{E_c^2(t')} + \sigma(t') \frac{1}{E_c(t')} \frac{\partial \varphi(t, t')}{\partial t} + \sigma(t') \frac{1}{E_c(t')} \frac{\partial \varphi(t, t')}{\partial t'} - \\ & -\sigma(t') \varphi(t, t') \frac{\dot{E}_c(t')}{E_c^2(t')} \end{aligned} \tag{2}$$

and the value of these terms is comparable with that of the remaining term. These losses cause considerable discrepancies between the theory and the experiments described in the scientific literature, e.g. [8].

Opposite mathematical actions, first differentiation and then integration, are performed (and without any need) over the known result (1'') of the classical theory in the principle of superposition.

One term for instantaneous deformations and several terms for creep deformations are lost in the process of differentiation. After integration, the losses are included into the values of deformations, and then into the theory of design calculations.

The principle of superposition distorts the classical linear connection (1''), causing three types of er-

rors [8; 10; 11], distorting the theory of creep of concrete:

1. incorrectly determines the values of short-term linear strains;
2. incorrectly finds the expression of a nucleus describing the process of changing linear creep strains;
3. erroneously classifies as instantaneous elastic deformations to creep strains.

Let us consider them in more detail.

1. The rate of elastic deformation equals

$$\dot{\varepsilon}_y(t') = \dot{\sigma}(t') \frac{1}{E_c(t')} + \sigma(t') \frac{\partial}{\partial t'} \frac{1}{E_c(t')}$$

Integrating, we obtain

$$\varepsilon_y(t) - \varepsilon_y(t_0) = \int_{t_0}^t \frac{1}{E_c(t')} d\sigma(t') + \int_{t_0}^t \sigma(t') \frac{\partial}{\partial t'} \frac{1}{E_c(t')} dt'$$

Integrating the first term by parts, we find

$$\varepsilon_y(t) - \varepsilon_y(t_0) = \frac{\sigma(t)}{E_c(t)} - \frac{\sigma(t_0)}{E_c(t_0)} - \int_{t_0}^t \sigma(t') \frac{\partial}{\partial t'} \frac{1}{E_c(t')} dt' + \int_{t_0}^t \sigma(t') \frac{\partial}{\partial t'} \frac{1}{E_c(t')} dt'$$

Hence the short-term deformation equals

$$\varepsilon_y(t) = \frac{\sigma(t)}{E_c(t)}$$

It is also clear that the first term under the integral sign (1') is superfluous, and the use of the overlapping principle in (1) and (1')

$$\varepsilon_y(t) = \frac{\sigma(t_0)}{E_c(t_0)} - \int_{t_0}^t \frac{1}{E_c(t')} d\sigma(t') = \frac{\sigma(t)}{E_c(t)} - \int_{t_0}^t \sigma(t') \frac{\partial}{\partial t'} \frac{1}{E_c(t')} dt', \tag{4}$$

is strongly erroneous.

The principle of overlapping erroneously reconstructs the actual, real elastic linear model of concrete with the $E_c(t)$ module; the principle attaches to it a non-existent and unreal model of a linear viscous fluid with a viscosity coefficient $K_1(t') = \frac{E_c^2(t')}{\dot{E}_c(t')}$,

thus forming Maxwell's scheme.

Let us consider an example, putting $\sigma(t) = \sigma_0 = \text{const}$ in (3), (4), we will receive

$$\varepsilon_e(t) = \frac{\sigma_0}{E_c(t)} \text{ and } \varepsilon_e(t_0) = \frac{\sigma_0}{E_c(t_0)} = \text{const.}$$

Comparison of these deformations is shown in figure 1.

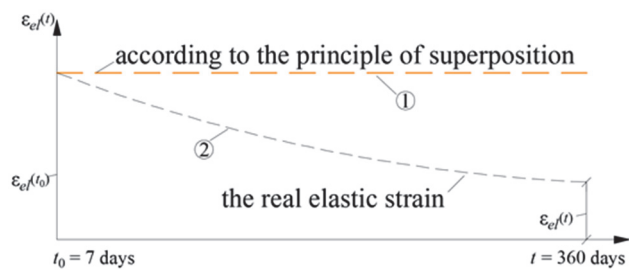


Figure 1. Comparison of $\varepsilon_e(t_0)$ and $\varepsilon_e(t)$

Curve 2 in figure 1 corresponds to the VNIIG data on the changing of modulus of elasticity with time. Errors in the value of elastic deformation are about 300% at $t = 360$ days.

1. In the region of creep deformations, the number of additional (fictitious) bodies arising due to an incorrect scheme for constructing the creep kernel (hereditary function of type I) increases substantially. It depends on the form of the function $\varphi(t, t')$ describing the nonstationary creep characteristic in the main law (1). We write this function in a well-known, widely used in the scientific literature form

$$\frac{\varphi(t, t')}{E_c(t')} = \frac{\varphi_\infty(t') [1 - e^{-\gamma(t-t')}] }{E_c(t')}, \quad (5)$$

where $\varphi_\infty(t')$ is a function considering the ageing of concrete.

In the famous monograph of I.E. Prokopovich the creep behavior $\varphi(t, t')$ used by foreign scientists has the designation $\bar{C}(t, \tau)$, these are identical quantities.

In case (5) the fundamental law (1) forms four extra (fictitious) bodies: two Voigt type bodies and two viscous elements connected in series with each other. Deformations of these bodies are equal

$$\varepsilon_{1f}(t) = \int_{t_0}^t \sigma(t') \frac{1}{\eta_{1f}(t')} e^{-\gamma(t-t')} dt',$$

$$\eta_{1f}(t') = \frac{E_c(t')}{\dot{\varphi}_\infty(t')}; \quad (6)$$

$$\varepsilon_{2f}(t) = \int_{t_0}^t \sigma(t') \frac{1}{\eta_{2f}(t')} dt',$$

$$\eta_{2f}(t') = \frac{E_c^2(t')}{\dot{E}_c(t')} \frac{1}{\varphi_\infty(t')}; \quad (7)$$

$$\varepsilon_{3f}(t) = \int_{t_0}^t \sigma(t') \frac{1}{\eta_{3f}(t')} e^{-\gamma(t-t')} dt',$$

$$\eta_{3f}(t') = -\frac{E_c^2(t')}{\dot{E}_c(t')} \frac{1}{\varphi_\infty(t')}; \quad (8)$$

$$\varepsilon_{4f}(t) = \int_{t_0}^t \sigma(t') \frac{1}{\eta_{4f}(t')} dt',$$

$$\eta_{4f}(t') = -\frac{E_c(t')}{\dot{\varphi}_\infty(t')}; \quad (9)$$

where $\eta_{1\phi}, \dots, \eta_{4\phi}$ are the viscosity coefficients or the coefficients of internal resistance of the fictitious bodies; moreover, the bodies (8) of Voigt and (9) of the viscous element expand under compression.

The creep deformations (6) – (9), caused by the effect of the superposition principle on the classical bond (1''), are a fiction; they are also summed up with a short-term fictitious deformation

$$\varepsilon_{5\phi}(t) = -\int_{t_0}^t \sigma(t') \frac{\partial}{\partial t'} \frac{1}{E_c(t')} dt'; \quad (10)$$

$$\varepsilon_{\sigma\phi}(t) = \sum_{i=1}^5 \varepsilon_{i\phi}(t),$$

and introduce large errors in the value of the total deformation $\varepsilon_\sigma(t)$ determined by the creep law (1').

For example (Recommendations, 1988), at constant stresses, the error from applying the superposition principle for creep strains reaches 100%:

$$\frac{\varepsilon_{\sigma\phi}(t)_{\text{mistakes}}}{\varepsilon_{\sigma\phi}(t)_{\text{principle}}} = 1 - \frac{\int_{t_0}^t \Omega(\tau) f(t-\tau) d\tau}{\Omega(t_0) f(t-t_0) d\tau},$$

where $\Omega(\tau)$ is “the function of the effect of ageing on the measure of creep”; $f(t-\tau)$ is – “a function that takes into account the increase in time creep measure”.

1. The fact of appearance of a single short-term strain $\frac{1}{E_c(t')}$ in the nucleus of creep of the integral equation (1'):

$$\frac{\partial}{\partial t'} [\varepsilon_{e,1}(t') + C(t, t')] = \frac{\partial}{\partial t'} \left[\frac{\varepsilon_e(t')}{\sigma(t')} + C(t, t') \right],$$

led to the temptation of erroneous substitution of the properties of short-term deformation $\varepsilon_{e,1}(t')$ by

the properties of deformations of the hereditary type $\varepsilon_{e,1}(t, t')$.

The error is corrected by making new mistakes. Concrete has essentially non-linear properties at short-term and long-term loading. The short-term load diagram has a falling section and a limited extent, see figure 2. In the main law (1), (1') only linear deformation $\varepsilon_l(t) = \varepsilon_e(t)$ is taken into account, and the nonlinear deformation $\varepsilon_n(t)$ is ignore, see figure 2. S.V. Aleksandrovsy indicates the reason for this circumstance: “It is very difficult to take into account the dependence of the modulus of elasticity on stresses and age of concrete simultaneously. Therefore, the modern theory of creep of concrete takes into account only a change in the modulus in time...”

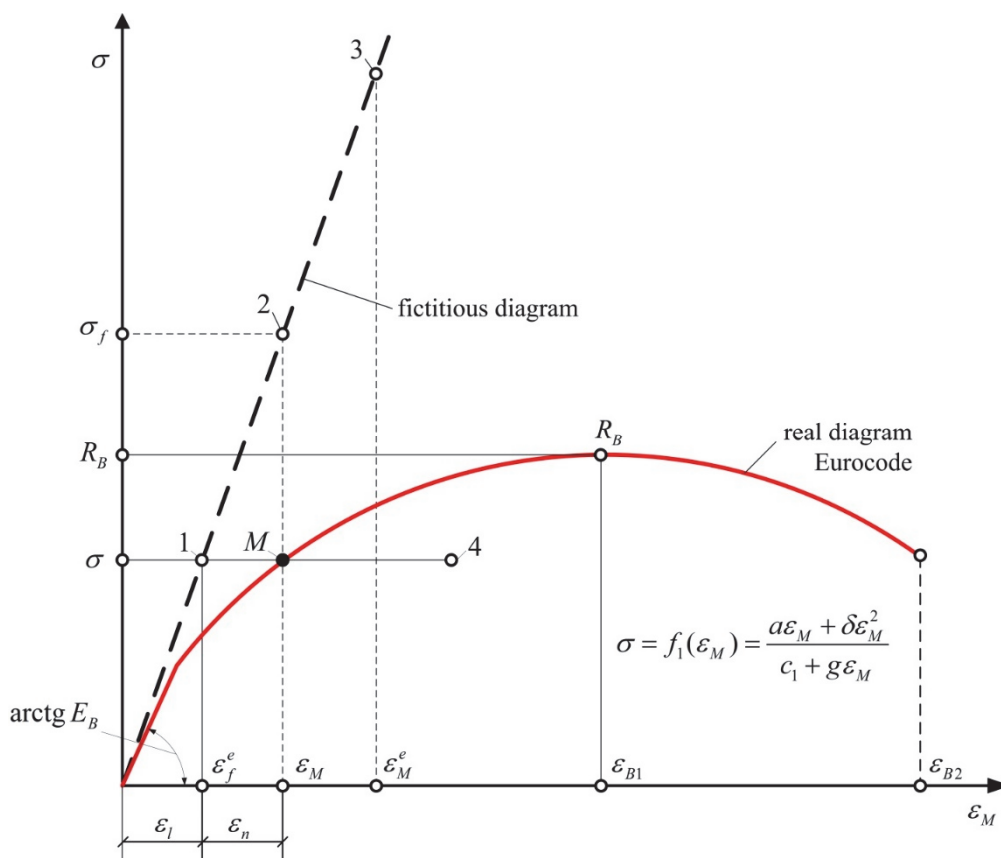


Figure 2. Distortion of the σ - ε diagram of concrete

Let us consider two types of such substitution.

The first substitution. A representative forum poses the erroneous task of “taking into account the influence of the pre-history of deformation on the modulus of elastic-instantaneous deformations”. The basic equation of the creep theory takes the form (in the original notation):

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E_c(t, t')} - \int_{t_0}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E_c(t, \tau)} + C(t, \tau) \right] d\tau. \quad (11)$$

An “experimentally valid” expression appears for the modulus of elastic deformation of concrete

An “experimentally valid” expression appears for the modulus of elastic deformation of concrete

$$E_{t, \tau} = E_t + a_{n, \tau} \varphi_t E_\tau,$$

where φ_t is characteristic of creep of concrete.

And other erroneous forms of the main creep law appear

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} + \int_{\tau_1}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \chi(t, \tau) d\tau - \int_{\tau_1}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} C^*(t, \tau) d\tau, \tag{12}$$

where $\frac{\partial}{\partial \tau} C^*(t, \tau) = \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \right]$; $\chi(t, \tau)$ has the name “reducing correction... to the current specific elastic-instantaneous deformations”.

The second substitution. The nonlinear short-term strain $\varepsilon_n(t)$ is erroneously attributed to the deforma-

tion properties of the hereditary type $\varepsilon_n(t, t')$, the erroneous overlapping principle is used, and, instead of the simple algebraic formula $\varepsilon_n(t) = B_2(t) \sigma^2(t)$ (B_2 is a known coefficient), the integral following is contrived:

$$\varepsilon_n(t) = \int_{t_0}^t \sigma(t') \frac{\partial}{\partial t'} \frac{\varepsilon_n(t, t')}{\sigma(t')} dt' = \int_{t_0}^t \sigma(t') \frac{\partial}{\partial t'} C_n(t, t') dt', \tag{13}$$

where $C_n(t, t')$ is called the measrue of fast-flowing creep.

$$C(t, t') + C_n(t, t') = \frac{1}{E_c(t')} [\varphi(t, t') + \varphi_n(t, t')], \tag{14}$$

taken into account in (1'). The gross errors in the theory from such a substitution of the short-term nonlinearity of concrete we considered in [10] and [8].

Famous foreign scientists renamed “fast-flowing creep” into “minute creep”, and the erroneous idea of the Second substitution is presented as their important achievement.

The principle of superposition in the theory of creep of concrete is a mathematical error committed in the expensive interpretation of the principle of the linear superposition of Boltzmann. In international norms of reinforced concrete, it is estimated incorrectly: it is supposedly “a tendency to study creep... according to the principle of superposition peculiar to Volterra's theory”. Let us consider this in more detail.

We investigate the essence and the secondary nature of the Boltzmann scheme for the theory of creep of concrete on the example of concrete considered in the well-known paper of G.N. Maslov No. 4. Here the concrete has stationary properties corresponding to the classical theory. In the notation of G.N. Maslov the compliance function has the form

$$\varepsilon_\sigma(t) = \sigma_0 \left[\frac{1}{E_0} + \frac{1}{E_0} \varphi(t - t_0) \right] + \int_{t_0}^t \left[\frac{1}{E_0} + \frac{1}{E_0} \varphi(t - t') \right] d\sigma(t'). \tag{15'}$$

Unlike (15), the compliance function is used in the transformation (15'), which attracted the attention of scientists. However, the transformation (15') is possible only with substantial and very strong restrictions. In the expensive interpretation of compliance,

$$J(t - t') = F(t - \tau) = a - be^{-\beta(t - \tau)},$$

where $a = \frac{C_0 + E_0}{C_0 E_0}$; E_0 is an elastic modulus;

$b = \frac{1}{E_0}$; $\eta = \frac{C_0}{\beta}$, η is a stationary coefficient of linear viscosity.

In the theory of creep, the fundamental solution of the corresponding differential equation is known to have the form

$$\varepsilon_\sigma(t) = \frac{\sigma(t)}{E_0} - \int_{t_0}^t \sigma(t') \frac{1}{E_0} \frac{\partial \varphi(t - t')}{\partial t'} dt', \tag{15}$$

where $\varphi(t - t') = E_0 \frac{1}{C_0} [1 - e^{-\beta(t - t')}]$ is characteristic of creep.

The Boltzmann case is obtained from the solution of (15) by means of a number of its transformations mathematically valid only under the conditions of stationary properties

these restrictions were not taken into account, and the theory of creep of concrete proved to be deeply erroneous.

Here, firstly, the property of the process that creates the temptation to expand the theory and transforms

into the above-mentioned gross error for nonstationary $E(t')$ accompanying the normative linear creep theory of concrete is imposed on instantaneous deformation with an extremely simple physical meaning for an arbitrary t . In scientific literature there is even an authoritative statement that “elastic-instantaneous deformations strictly obey... the principle of superposition”.

Secondly, it is necessary to integrate (15) by parts, that in the extensive interpretation of the compliance function under the conditions of ageing of concrete (1) creates another temptation, traditionally leading to another gross error in finding the core of the integral equation. As it is known, for non-stationary properties of concrete, the creep strain is obtained from another solution of differential equation, a solution written in a more complex form

$$\varepsilon_{cc}(t) = e^{-F(t)} \left[\varepsilon_{c0} + \int_{t_0}^t \sigma(t) \frac{1}{\eta(t)} e^{F(t)} dt \right],$$

$$F(t) = \int_{t_0}^t \beta(t) dt,$$

where the parameters $\eta(t)$ and $\beta(t)$ in (15) are functions of time.

In the concrete of G.N. Maslov the rate of deformation degenerates due to the difference kernel. In the case of an extensive interpretation of the compliance factor, the application of the Boltzmann principle usually becomes incorrect. The nonstationary model of Maslov concrete with a coefficient of viscosity $\eta(t) = C_0(t)/\beta$ and a time-dependent module $E_0(t)$ demonstrates this:

– it satisfies experiments with simple loading at low levels $\sigma \approx 0,1R_{np}$;

$$\varepsilon_{\sigma}(t) = \sigma_0 \left[\frac{1}{E_0} + \frac{1}{\eta}(t-t_0) \right] + \int_{t_0}^t \left[\frac{1}{E_0} + \frac{1}{\eta}(t-t') \right] d\sigma(t'), \quad (16)$$

where η is a stationary coefficient of viscosity.

With a variable viscosity coefficient $\eta(t) = \frac{E_0}{\phi(t)}$, we obtain the theory of ageing of concrete (Dischinger, Whitney); $\phi(t) = \phi_{\infty}(1 - e^{-bt})$, which by series expansion gives the function of Freudenthal $\phi(t) = \frac{\phi_{\infty}t}{\frac{1}{b} + t}$, substantiated by the experiments of Davis and Glanville.

– it satisfies the requirements of classical mechanics;

– it does not satisfy the conditions of the Boltzmann principle.

The Boltzmann principle distorts the essence of the nonstationary Maslov model. It replaces one classical body of creep of concrete with a chain model of successively connected bodies with a set of erroneous properties.

In the theory of creep of concrete, there is a case when extensive interpretation of the compliance function is unacceptable even with a difference kernel. For example, the nucleus of creep in a number of known works is represented in the form (the second case)

$$K(t-t') = \frac{Ae^{-\beta(t-t')}}{(t-t')^{\alpha-1}}.$$

Certain forces correspond to this kinematic equation of motion in connection with the solution of the inverse problem of mechanics. The analysis of the differential creep equation reveals that in this nucleus there is a resistance force with a coefficient of viscosity of the linear model equal to

$\eta(t, t') = \frac{1}{A}(t-t')^{\alpha-1}$, which is impossible by the

same reasons as in the above-mentioned case of applying the hereditary properties of the elastic modulus $E(t, t')$.

The third case corresponds to the extensive interpretation of the compliance function in the “chain model”. This case is present in theoretical rheology, and as a repetition – in the norms of reinforced concrete.

We preliminarily write the Boltzmann scheme for the Maxwell body in the form

In the “chain model”, by successively connecting bodies (15) and (16), we have an extension record of the compliance function

$$J(t-t') = \frac{1}{E_0} + \frac{1}{E_0} \phi(t-t') + \frac{1}{\eta}(t-t'). \quad (17)$$

A pair of integral equations corresponding to the expansion hypothesis (17), and solved either with respect to deformations $\varepsilon_{\sigma}(t)$, or relative to the stres-

ses $\sigma(t)$, in theoretical rheology are called “Boltzmann – Volterra equations”. It is also indicated that this pair “represents a complete mathematical formulation of the principle of linear superposition”.

$$\ddot{\varepsilon}_\sigma(t) \frac{\eta}{\beta} + \dot{\varepsilon}_\sigma(t) \eta = \ddot{\sigma}(t) \frac{\eta}{E_0 \beta} + \dot{\sigma}(t) \left(\frac{\eta}{E_0} + \frac{1}{\beta} + \frac{\eta}{C_0} \right) + \sigma(t). \tag{17'}$$

It can be seen from (17') that there is a resistance force $\ddot{\varepsilon}_\sigma(t) \frac{\eta}{\beta}$ proportional to the acceleration, which is incompatible with classical mechanics, and, in connection with Art. 5.1.1(3)P Eurocode 0, the chain model is an inappropriate design model.

The components of the force of the computational model can be a function of position $\varepsilon_\sigma(t)$, speed $\dot{\varepsilon}_\sigma(t)$, time and other quantities. If there is (among others) a force proportional to acceleration $\ddot{\varepsilon}_\sigma(t)$, then the fundamental principle of mechanics about the independence of the action of forces is violated. The well-known scientist L. Pare has estab-

However, such a chain model, with its extensive interpretation of the compliance coefficient, is essentially erroneous. This is evidenced by its reduction to a differential form:

lished the unacceptability of such forces in both problems of mechanics and in applications [6].

Unfortunately, in the scientific literature on concrete, in international norms, there are a number of errors analogous to those described, and consisting in an extensive interpretation of the compliance function in the form of a chain model [2], including for taking into account the rapidly flowing creep.

Thus, in the case of consistent merging of Maslov's theory and the theory of ageing of concrete (D. McHenry, A.V. Yashin, T. Hansen, I.E. Prokopovich and I.I. Ulitsky), the creep equation has the form

$$\ddot{\varepsilon}(t) + \beta \dot{\varepsilon}(t) = \ddot{\sigma}(t) \frac{1}{E_0} + \dot{\sigma}(t) \left(\frac{\dot{\phi}_t}{E_0} + \frac{\beta}{E_0} + \frac{\beta}{C_0} \right) + \sigma(t) \left(\frac{\ddot{\phi}_t}{E_0} + \frac{\dot{\phi}_t}{E_0} \right).$$

If another viscous element (with viscosity $\eta(t) = \Delta e^{-\alpha t}$) is added to this chain in order to take into account the rapidly flowing creep, that was previously assu-

med by the Eurocode developers before its approval, then we get another erroneous version of the theory (written without averaging)

$$\ddot{\varepsilon}(t) + \beta \dot{\varepsilon}(t) = \ddot{\sigma}(t) \frac{1}{E_0} + \dot{\sigma}(t) \left(\frac{\dot{\phi}_t}{E_0} + \frac{\beta}{E_0} + \frac{1}{\eta(t)} \right) + \sigma(t) \left(\frac{\ddot{\phi}_t}{E_0} + \frac{\beta \dot{\phi}_t}{E_0} + \frac{\beta}{\eta(t)} - \frac{\dot{\eta}(t)}{\eta^2(t)} \right). \tag{*}$$

When Eurocode 2 was adopted, the theory of ageing and the viscous element were removed from this model, the error was annulled. In the Eurocode rules, only classic concrete G.N. Maslov is left; from its creep characteristics, a normative coefficient of creep development is obtained

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{t - t_0}{\beta_n + t - t_0} \right]^{0.3},$$

where $\beta_n = 1/\beta$.

It is obtained by decomposing $e^{-\beta(t-t_0)}$ in a series using two terms. The exponent 0.3 of the power function takes into account on average the ageing of the concrete.

In the case of nonlinear creep and short-term non-linearity in Eurocodes, the use of the Boltzmann scheme is also erroneous. For nonlinear creep of concrete of G.N. Maslov (the fourth case) within the framework of generally accepted hypotheses, the rate of deformation is

$$\begin{aligned} v_\sigma \{t, t', F[\mu(t'), t']\} &= \dot{\sigma}(t') \cdot F[\mu(t'), t'] \frac{1}{E_0} \varphi(t-t') + \\ &+ \sigma(t') \cdot \dot{\mu}(t') \frac{\partial F[\mu(t'), t']}{\partial \mu} \frac{1}{E_0} \varphi(t-t') + \sigma(t') \cdot \frac{\partial F[\mu(t'), t']}{\partial t'} \frac{1}{E_0} \varphi(t-t') + \\ &+ \sigma(t') \cdot F[\mu(t'), t'] \cdot \frac{1}{E_0} \left[\frac{\partial \varphi(t-t')}{\partial t} + \frac{\partial \varphi(t-t')}{\partial t'} \right], \end{aligned}$$

which is not taken into account in the traditional theory. Here $F[\mu(t'), t']$ is a non-linearity function, in which the voltage $\mu(t') = \sigma(t')$ is usually taken (after the work of Leaderman) as a nonlinearity parameter, which is incorrect: the methods of classical mecha-

tics show that such an assumption is a very superficial assumption. We will devote a separate article to this problem.

For example, under this assumption, a series of multiple Volterra – Frechet integrals

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\sigma}(t) &= \int_{-\infty}^t J_1(t-t') d\sigma(t') + \int_{-\infty}^t \int_{-\infty}^t J_2(t-t', t-t'') d\sigma(t') d\sigma(t'') + \dots \\ \varepsilon_{\sigma}(t) &= J_1(t)\sigma + J_2(t, t)\sigma^2 + J_3(t, t, t)\sigma^3 + \dots \end{aligned}$$

is a nonintegral form [12]. Recently, some papers have appeared that develop “a modification of the principle of superposition of deformations for nonlinear creep” in the form

$$\varepsilon(t, t_0) = \varepsilon(t_0) + \int_{t_0}^t \left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \right] d\sigma_c(\tau), \quad (18)$$

where $\sigma_c(\tau) = S[\sigma(\tau)]$ is the known stress function $\sigma[\tau]$.

The error of this formulation is similar to that used in (1). The total strain rate here is

$$v_{\sigma}(t, \tau) = \dot{S}[\sigma(\tau)] \left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \right] + S[\sigma(\tau)] \frac{d}{dt} \frac{1}{E(\tau)} + S[\sigma(\tau)] \frac{\partial}{\partial \tau} C(t, \tau) + S[\sigma(\tau)] \frac{\partial}{\partial t} C(t, \tau). \quad (18')$$

From this it is clear that the last three terms in (18') are lost in (18). The significance of these terms is identical to the significance that we described in items 1–3 above. We must additionally pay attention to the fact that the identity of the nonlinear function $S[\sigma(\tau)]$ for short-term and long-term deformations is also incorrect. But even if another function $S_g[\sigma(\tau)]$ is used for creep strains, then, as it is noted above, this assumption is a very superficial assumption that does not correspond to the real nonlinear creep theory of concrete, which will be published later. This theory has nothing to do with the principle of superposition.

Conclusions

In conclusion, we will estimate the errors of the considered models of standards. From formulas (1'), (2), for example, it follows that the superposition principle complicates and distorts the classical elastic model of concrete; adding to it an unreal model of a viscous fluid with a viscosity coefficient $\dot{E}_c(t')/\dot{E}_c^2(t')$, forming a Maxwell scheme.

In the numerical example $\sigma(t) = \sigma_0 = \text{const}$, let us find the theoretical value of elastic deformation $\varepsilon_e(t) = \varepsilon_e(t_0) = \sigma_0/E_c(t_0)$. Next, we eliminate the error caused by the loss of the first term in (2), and find the actual elastic deformation $\varepsilon_e(t) = \sigma_0/E_c(t)$. Comparison of these deformations is shown in figure 1.

Curve 2 in figure 1 corresponds to well-known data (RRIHE) on the modulus of elasticity in time. The error in the value of elastic deformation reaches at $t = 360$ days, $\approx 300\%$.

© Sanzharovsky R.S., Ter-Emmanuilyan T.N., Manchenko M.M., 2018



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

References

1. EN 1992-2 2004. *Eurocode 2: Design of concrete structures*.
2. Chiorino M.A. (2014). Analysis of structural effects of time-dependent behavior of concrete. *Concretely and reinforced concrete – glance at future. Plenary papers of III All Russian (II International) conference on concrete and reinforced concrete, Moscow, 7, 338–350*.
3. *FIB. Model Code for Concrete Structures 2010*. (2013). Ernst & Sohn, 402.
4. Chiorino M.A. (Chairm. of the Edit. Team). ACI Committee 209. (March 2011). *ACI 209.3R-XX. Analysis of creep and shrinkage effects on concrete structures. Final draft, 228*.
5. Mukhamediev T.A., Kuzevanov D.V. (2012). On the calculation of eccentrically compressed reinforced concrete elements in SNiP 52/01. *Concrete and reinforced concrete, (2), 21–24*. (In Russ.)
6. Pars L.A. (1971). *A treatise on analytical dynamics*. Moscow: Nauka Publ., 636. (In Russ.)

7. Sanzharovsky R.S., Ter-Emmanuilyan T.N., Manchenko M.M. (2018). Superposition principle as the fundamental error of the creep theory and standards of the reinforced concrete. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(2), 92–104. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-2-92-104. (In Russ.)

8. GOSSTROJ USSR; NIIZB. (1976). *Polzuchest' i usadka betona i zhelezobetonnykh konstrukcij. Sostoyanie problemy i perspektivy razvitiya [Creep and shrinkage of concrete and reinforced concrete structures. State of the problem and development prospects]*. Moscow: Strojizdat Publ., 351. (In Russ.)

9. Veryuzhskij Yu.V., Golyshv A.B., Kolchunov V.I., Klyueva N.V., Lisicin B.M., Mashkov I.L., Yakovenko I.A. (2014). *Spravochnoe posobie po stroitel'noj mekhanike. T. I [Reference manual for structural mechanics. Vol. I]*. Moscow: Izdatel'stvo ASV Publ., 506–508. (In Russ.)

10. Sanzharovsky R.S., Manchenko M.M. (2016). Errors in the concrete theory and creep modern regulations. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (3), 25–32. (In Russ.)

11. Sanjarovskiy R., Ter-Emmanuilyan T., Manchenko M. (2015). Creep of concrete and its instant nonlinear deformation in the calculation of structures. *CONCREEP 10*, 238–247.

12. Rabotnov Yu.N. (1977). *Elementy nasledstvennoj mekhaniki tverdyh tel [Elements of hereditary mechanics of solids]*. Moscow, 384. (In Russ.)

13. Clark G. (2014). Challenges for concrete in tall buildings. *Concrete and reinforced concrete – glance in the future. Plenary papers of III All Russian (II International)*

conference on concrete and reinforced concrete, Moscow, 7, 103–112.

About the authors

Rudolf S. Sanzharovsky – Dr Sci. (Eng.), Professor, Principal Researcher, L.N. Gumilyov Eurasian National University (Astana, Kazakhstan). *Research interests*: the development of the theory of creep of concrete with allowance for instantaneous and long-term nonlinearity, as well as their accounting in the calculations of structures. *Contact information*: e-mail – salsa87@bk.ru.

Tatyana N. Ter-Emmanuilyan – Dr Sci. (Eng.), Professor, Department of Theoretical Mechanics, Russian University of Transport (MIIT) (Moscow, Russia). *Research interests*: development of new numerical methods for calculating of building structures, taking into account creep of materials. *Contact information*: e-mail – tanya_ter@mail.ru.

Maxim M. Manchenko – Cand. Sci. (Eng.), Senior Researcher, Krylov State Research Centre (Saint Petersburg, Russia). *Research interests*: creep of concrete taking into account instantaneous and long-term nonlinearity, strength of hull structures of vessels made of composite materials. *Contact information*: e-mail – salsa87@bk.ru.

For citation

Sanjarovsky R.S., Ter-Emmanuilyan T.N., Manchenko M.M. (2018). Insolvent ways of development of the modern theory of reinforced concrete. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(5), 379–389. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-379-389.

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Несостоятельные пути развития современной теории железобетона

Р.С. Санжаровский¹, Т.Н. Тер-Эммануильян^{2*}, М.М. Манченко³

¹Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева
ул. Сатпаева, 2, Астана, Республика Казахстан, 010000

²Российский университет транспорта (МИИТ),
ул. Образцова, д. 9, стр. 9, Москва, Российская Федерация, 127994

³Крыловский государственный научный центр
Московское шоссе, 44, Санкт-Петербург, Российская Федерация, 196158

*Автор, ответственный за переписку

(поступила в редакцию: 05 сентября 2018 г.; принята к публикации: 15 ноября 2018 г.)

Целью работы являются выявление и анализ ошибок в той области теории ползучести, где, как свидетельствуют руководители и авторы этой теории, есть «установившийся консенсус». Здесь не идет речь об иной точке зрения или об упрощениях в стандартизации, т.к. устранение выявленных ошибок существенно упростит теорию длительного сопротивления железобетона. Изложенный в статье анализ важен не только для научной теории, но и для огромной международной практики железобетонного строительства.

О несостоятельности теории ползучести железобетона можно сказать следующее. Эта система возникла и развивается из-за построения теории на совокупности ошибочных принципов, правил и самовольных приемов; усугубляется из-за многочисленных подмен (случайных или преднамеренных) фундаментальных опытных свойств бетона; основывается на наследовании принципов, несоответствующих теории упругого последействия Больцмана.

Против теории разносторонне и комплексно свидетельствуют: наличие системы грубых математических ошибок; нарушение принципов и правил классической механики и Еврокодов; несоответствие общеизвестным экспериментальным данным; отрицательные результаты проектной практики, в том числе мировой опыт проектирования уникальных сооружений структурами Ramboll (Великобритания).

Основные результаты были сообщены авторами на Шестом Международном симпозиуме по жизненным циклам в промышленном и гражданском строительстве в Генте (Бельгия), IALCCE 2018, 28–31 октября.

Ключевые слова: упругопластические деформации бетона, теория ползучести бетона, долговечность железобетона, современные строительные нормы

Список литературы

1. EN 1992-2 2004. Eurocode 2: Design of concrete structures.
2. Chiorino M.A. Analysis of structural effects of time – dependent behavior of concrete: an internationally harmonized format // Concrete and reinforced concrete – glance at future. Plenary papers of III All Russian (II International) Conference on Concrete and Reinforced Concrete. Vol. 7. М., 2014. Pp. 338–350.
3. FIB. Model Code for Concrete Structures 2010. Ernst & Sohn, 2013. 402 p.
4. ACI 209.3R-XX. Analysis of creep and shrinkage effects on concrete structures. Final draft / M.A. Chiorino (Chairm. of Edit. Team); ACI Committee 209. March 2011. 228 p.
5. Мухамедиев Т.А., Кузеванов Д.В. К вопросу расчета внецентренно сжатых железобетонных элементов по СНиП 52-01 // Бетон и железобетон. 2012. № 2. С. 21–24.
6. Парс Л.А. Аналитическая динамика. М.: Наука, 1971. 636 с.
7. Санжаровский Р.С., Тер-Эммануильян Т.Н., Манченко М.М. Принцип наложения как основополагающая ошибка теории ползучести и стандартов по железобетону // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 2. С. 92–104. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-2-92-104.
8. Ползучесть и усадка бетона и железобетонных конструкций. Состояние проблемы и перспективы развития / Госстрой СССР; НИИЖБ. М.: Стройиздат, 1976. 349 с.
9. Верюжский Ю.В., Гольшиев А.Б., Колчунов В.И., Ключева Н.В., Лисицин Б.М., Машков И.Л., Яковенко И.А. Справочное пособие по строительной механике: в 2 т. Т. I. М.: АСВ, 2014. С. 506–508.
10. Санжаровский Р.С., Манченко М.М. Ошибки в теории ползучести железобетона и современные нормы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2016. № 3. С. 25–32.
11. Sanjarovskiy R., Ter-Emmanuilyan T., Manchenko M. Creep of concrete and its instant nonlinear deformation in the calculation of structures // CONCREEP 10. 2015. Pp. 238–247.
12. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1977. 384 с.
13. Clark G. Challenges for concrete in tall buildings / Concrete and reinforced concrete – glance in the future. Plenary papers of III All Russian (II International) conference on concrete and reinforced concrete. Vol. 7. М., 2014. Pp. 103–112.

Об авторах

Санжаровский Рудольф Сергеевич – доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева (Астана, Казахстан). *Область научных интересов:* разработка теории ползучести бетона с учетом мгновенной и длительной нелинейности, а также их учет в расчетах конструкций. *Контактная информация:* e-mail – salsa87@bk.ru.

Тер-Эммануильян Татьяна Николаевна – доктор технических наук, профессор, кафедра теоретической механики, Российский университет транспорта (МИИТ) (Москва, Россия). *Область научных интересов:* разработка новых численных методов расчета строительных конструкций с учетом ползучести материалов. *Контактная информация:* e-mail – tanya_ter@mail.ru.

Манченко Максим Михайлович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Крыловский научный центр (Санкт-Петербург, Россия). *Область научных интересов:* ползучесть бетона с учетом мгновенной и длительной нелинейности, прочность корпусных конструкций кораблей из полимерных композиционных материалов. *Контактная информация:* e-mail – salsa87@bk.ru.

Для цитирования

Санжаровский Р.С., Тер-Эммануильян Т.Н., Манченко М.М. Insolvent ways of development of the modern theory of reinforced concrete (Несостоятельные пути развития современной теории железобетона) // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 5. С. 379–389. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-379-389.

УДК 627.8.04

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-390-395

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Учет наполнения водохранилища при расчете напряженно-деформированного состояния бетонной плотины

И.В. Баклыков

АО «Проектно-изыскательский и научно-исследовательский институт “Гидропроект” им. С.Я. Жука»
Волоколамское шоссе, 2, Москва, 125080, Российская Федерация

(поступила в редакцию: 02 апреля 2018 г.; доработана: 05 сентября 2018 г.; принята к публикации: 15 сентября 2018 г.)

Цель. В работе рассматривается вопрос учета водохранилища при расчете напряженно-деформированного состояния бетонной плотины и ее основания.

Методы. Как правило, водохранилища в глобальном масштабе представляют собой большую гравитационную массу в виде воды, которая оказывает воздействие на инженерно-геологическую обстановку в большой толще пород основания. Для исследования данного фактора проведены исследования силовой составляющей водохранилища на основании системы «водохранилище – сооружение – основание». Для расчетов был выбран гидроузел Богучанской ГЭС, который входит в Ангарский каскад и располагается в Сибири. Для выполнения расчетов деформированного состояния создана трехмерная математическая конечно-элементная модель системы «водохранилище – сооружение – основание» на основе которой определены прогнозные значения расчетной осадки бетонной плотины. Математическая модель состоит из фрагмента основания, представленного литосферой и верхней частью астеносферы. Для верификации предложенного учета водохранилища прогнозные величины осадки были сравнены с натурными геодезическими данными, при этом результаты сравнения показали высокую степень корреляции. Высокая степень корреляции позволяет предположить, что предложенный метод достаточно хорошо прогнозирует осадку основания и сооружения при наполнении водохранилища.

Выводы. Результаты проведенных исследований и сопоставлений расчетных и натуральных данных показали необходимость учета водохранилища при расчетных прогнозах величин осадки гидротехнических сооружений и их оснований. Данный прогноз важен при определении критериальных значений диагностических показателей для контроля безопасности сооружения.

Ключевые слова: водохранилище, осадка основания, напряженно-деформированное состояние плотины, конечно-элементная модель

Введение

Водоохранилища, создаваемые при сооружении гидроузла, являются источниками сильных техногенных воздействий на геологическую среду [1–6]. Создаваемые водохранилища формируют на большой территории техногенную гидрогеологическую обстановку. Создание водохранилищ приводит к неустановившимся фильтрационным процессам в больших массивах оснований плотин, проявляющихся в изменении силовых и температурных воздействий на горные породы.

На плотинах проводятся многочисленные натурные исследования, в частности ведется мониторинг за осадкой сооружений как в строительный период, так и в период наполнения и эксплуатации сооружения. Многие авторы, ведущие наблюдения за осадкой, отмечают, что при напол-

нении водохранилища плотины приобретают дополнительную осадку [7–11].

Силовое воздействие на систему «водохранилище – сооружение – основание» со стороны водохранилища проявляется через несколько форм, среди которых можно выделить основные, проявляющиеся вследствие фильтрационных воздействий на массив основания и берегов, а также оставшийся в верхнем бьефе «неизрасходованный» на формирование фильтрации напор. Фильтрационные воздействия на породы основания проявляются в виде поверхностных и объемных сил.

Цели исследования и постановка задачи

Целью настоящей работы является определение реальной осадки ложа водохранилища с учетом давления веса водохранилища. В статье в качестве при-

мера описываются исследования влияния водохранилища на напряженно-деформированное состояние плотины Богучанской ГЭС на основе пространственных конечно-элементных моделей системы «водохранилище – сооружение – основание».

В исследованиях использовалась математическая конечно-элементная модель системы «водохранилище – сооружение – основание» в трехмерной постановке.

Разработка математических моделей велась с учетом рекомендаций и наработок [12–16], которые позволили достичь высокой точности расчетов.

В связи с тем, что, как правило, водохранилище ГЭС распространяется на многие километры, исследования были проведены для двух математических моделей:

- общая модель, включающая территорию в несколько десятков километров, для определения общей осадки ложа водохранилища;

- локальная модель, позволяющая проанализировать воздействие водохранилища на бетонную плотину.

Результаты исследований

Зона водохранилища Богучанской ГЭС затрагивает огромную территорию, представленную на рис. 1.

Общая модель включает фрагмент основания (литосферы и верхней части астеносферы), подверженный нагрузке, вызванной весом воды в водохранилище (рис. 2).

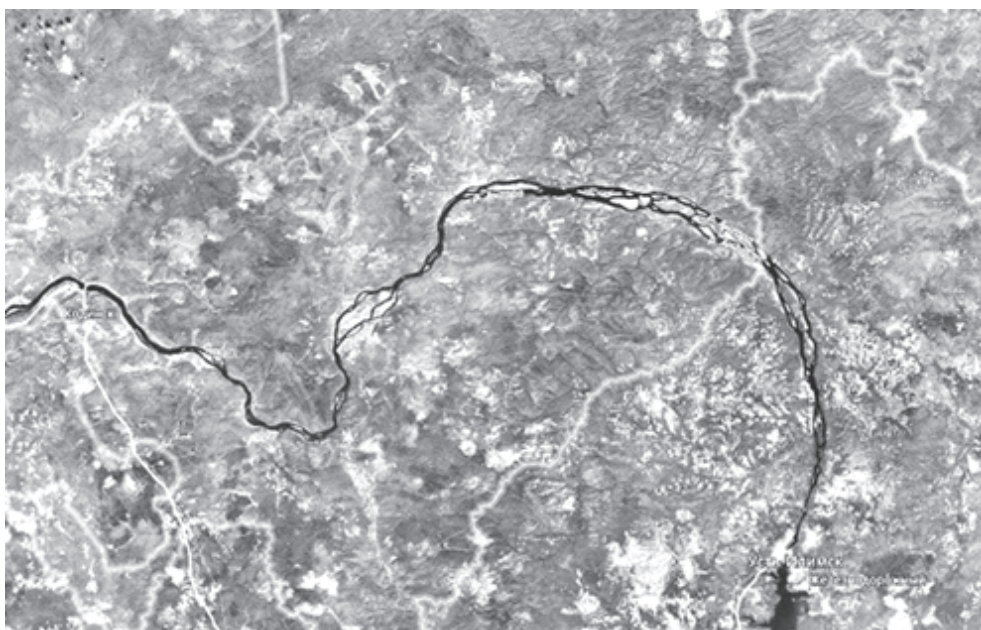


Рис. 1. Карта расположения Богучанского водохранилища
[Figure 1. Location map of the Boguchansky reservoir]

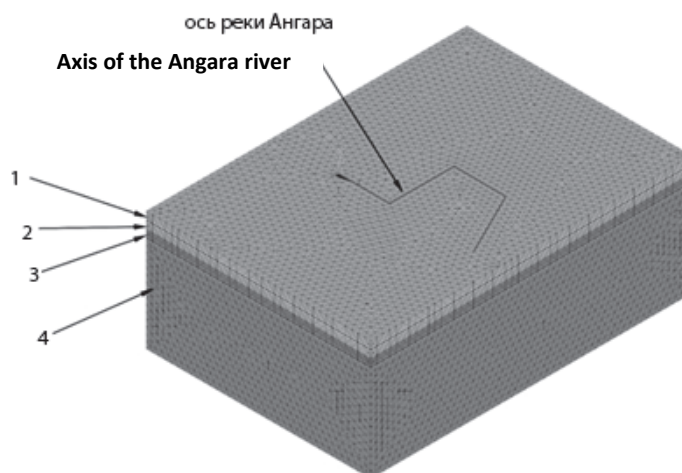


Рис. 2. Общая модель системы «водохранилище – основание»
[Figure 2. General model of the “reservoir – foundation” system]

Основание представлено прочными материалами, в связи с этим в расчетах приняты линейно-упругие модели материалов. Однако, как известно, чем глубже от дневной поверхности расположен грунт, тем он более прочный, соответственно, с глубиной дополнительные деформации от нагрузки уменьшаются. Для этого основание по высоте было разбито на слои с разными модулями деформации.

Так как глубины расчетной области достаточно большие, физико-механические параметры для них были определены исключительно математически (на основе зависимости модуля деформации

от скорости прохождения сейсмических волн), исходя из распределения скоростей продольных сейсмических волн [17]. Значения физико-механических параметров сведены в таблице.

Результаты расчета деформированного состояния основания представлены на рис. 3.

Как видно из рис. 3, после начала наполнения водохранилища постепенно под действием веса воды основание начинает прогибаться.

Заметно, что при наполнении водохранилища высотой 73 м до отметки НПУ дополнительные вертикальные перемещения ложа водохранилища составляют 143 мм.

Таблица

Физико-механические параметры
[Table. Physico-mechanical parameters]

№ материала [Item no.]	E , МПа [E , MPa]	ν	γ , тс/м ³ [γ , tf/m ³]	$\text{tg}\varphi$	C , МПа [C , MPa]	Название [Name]
1	16 000	0,20	–	–	–	1-й слой земной коры [1st layer of the earth's crust]
2	55 000	0,20	–	–	–	2-й слой земной коры [2nd layer of the earth's crust]
3	100 000	0,20	–	–	–	3-й слой земной коры [3rd layer of the earth's crust]
4	100 000	0,20	–	–	–	астеносфера [asthenosphere]

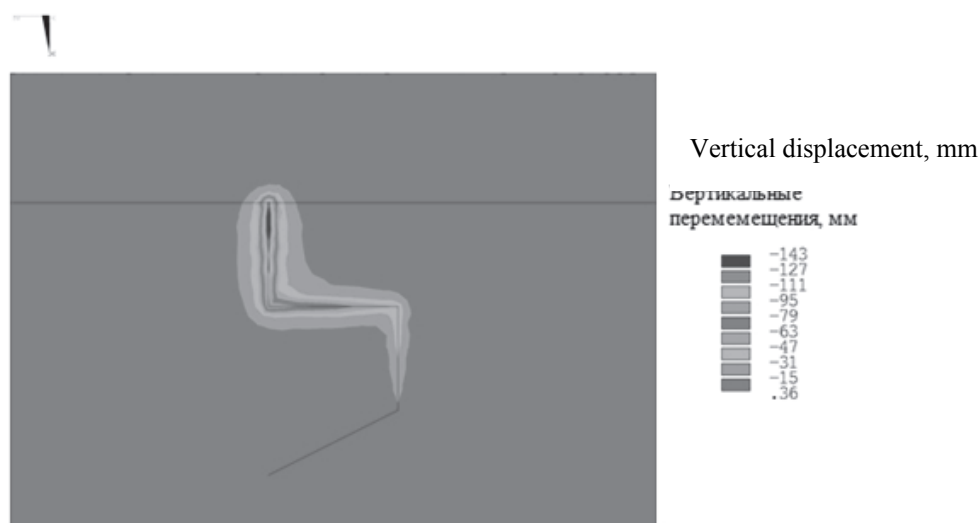


Рис. 3. Дополнительная осадка ложа водохранилища при его наполнении до отметки нормального подпорного уровня (НПУ)
[Figure 3. Additional sediments of the reservoir bed when it is filled to the normal retaining level]

При рассмотрении плана перемещений, а также разреза вдоль русла реки вблизи ГЭС (рис. 4.), можно увидеть, что вокруг водохранилища образуется так называемая «воронка проседания», которая распространяется на расстояние порядка 90 км.

Натурные геодезические измерения, как правило, привязываются к фундаментальному реперу, и все измерения отсчитываются исходя из того, что репер неподвижен.

Однако, как видно из рис. 4, фундаментальный репер, который обычно относится по-

дальше от сооружения (порядка 2 км) и считается неподвижным, в свою очередь, попадает в ту самую «воронку проседания», тем самым приобретая дополнительное перемещение.

В связи с этим при сравнении расчетной осадки и измеренной геодезией необходимо учитывать именно относительную расчетную осадку (относительно фундаментального репера).

Сравнение осадки показано на рис. 5.

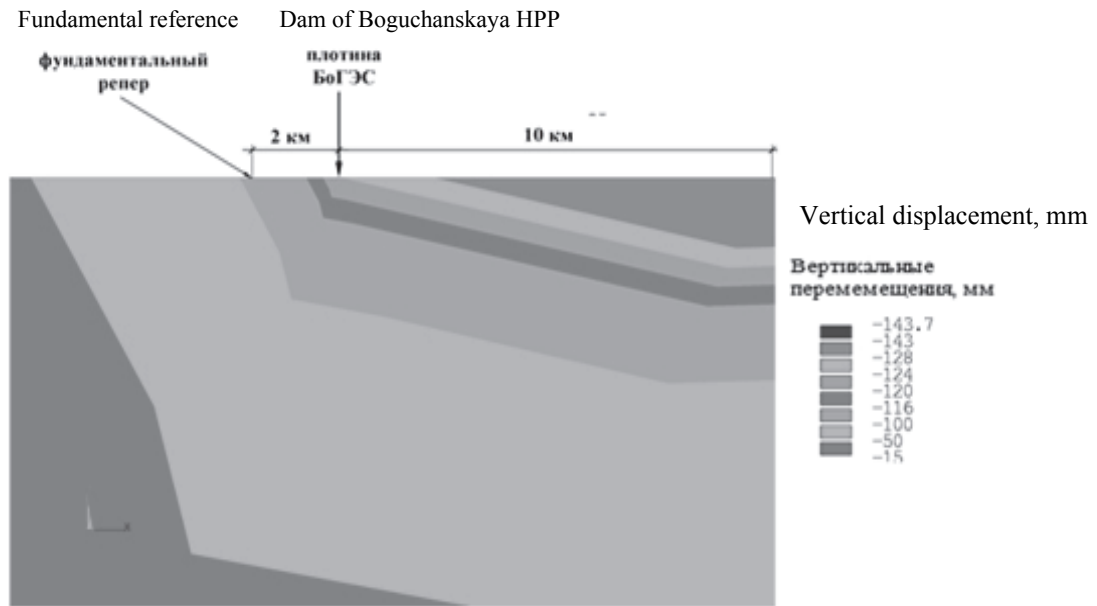


Рис. 4. Вертикальные перемещения на разрезе вдоль русла реки
 [Figure 4. Vertical displacements in the section along the river bed]

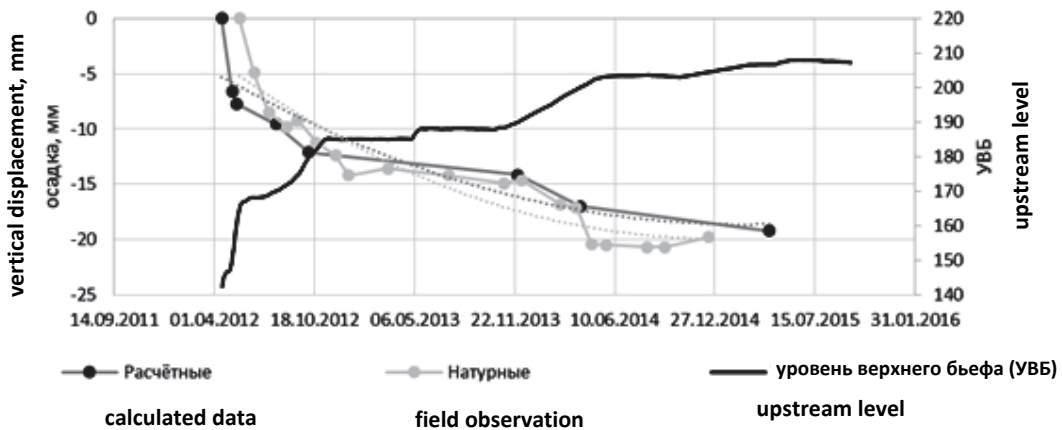


Рис. 5. Сравнение расчетной осадки и натуральных геодезических наблюдений
 [Figure 5. Comparison of calculated sediment and field geodesic observations]

Выводы

Расчеты показали, что наполнение водохранилища влияет на окружающую инженерно-геологическую обстановку. В частности, создание водохранилищ приводит к проседанию, пусть даже небольшому, поверхности вокруг самого водохранилища. Но что самое важное, наполнение водохранилища влияет на глобальные перемещения плотины.

© Баклыков И.В., 2018



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Список литературы

1. Савич А.И., Газиев Э.Г. Влияние водохранилищ на поведение скальных массивов оснований высоких плотин // Гидротехническое строительство. 2005. № 11. С. 33–37.
2. Тетельмин В.В., Уляшинский В.А. Техногенные воздействия и процессы в скальных основаниях плотин. М.: Энергоатомиздат, 1990. 160 с.
3. Балавазе Б.К., Абашидзе В.Г. Наклоны и деформации земной коры в районе Ингурской ГЭС. Тбилиси: Мецниереба, 1985. 117 с.
4. Савич А.И., Ильин М.М. Особенности влияния водохранилищ на скальные основания больших плотин // Гидротехническое строительство. 2003. № 3. С. 48–53.

5. *Тетельмин В.В., Баклыков И.В.* Глубинные процессы массо- и теплопереноса в основаниях высоких плотин // Известия ВНИИГ. 2017. Т. 283. С. 46–54.

6. *Zoback M.D.* Reservoir Geomechanics. Cambridge University Press, 2010. 461 p.

7. *Абакаров А.Р., Дурчева В.Н.* Состояние Чиркейского гидроузла по данным многолетних комплексных натуральных наблюдений // Гидротехническое строительство. 2004. № 9. С. 43–51.

8. *Дурчева В.Н., Пучкова С.М.* Работа плотины Бурейской ГЭС при наполнении водохранилища // Гидротехническое строительство. 2006. № 1. С. 8–15.

9. *Марчук А.Н., Марчук Н.А.* Тектонофизические аспекты напряженно-деформированного состояния больших бетонных плотин // Гидротехническое строительство. 2010. № 3. С. 31–34.

10. *Stateler J.N., Iarossi B.* Using monitoring programmes to manage dam safety risks // Hydropower and dams. 2016. No. 4. Pp. 90–96.

11. *Brouillac P., Carreaud P.* New approaches for improved dam monitoring // Hydropower and dams. 2015. No. 3. Pp. 70–75.

12. *Volynchikov A.N., Mgalobelov Y.B., Baklykov I.V.* Connecting of the concrete and rock-fill dams at the Boguchanskaya HPP // Power Technology and Engineering. 2015. Vol. 48. No. 6. Pp. 431–438.

13. *Лисичкин С.Е., Рубин О.Д., Шакарс И.Э., Новиков С.П.* Расчетная оценка напряженно-деформированного состояния левого блока здания Плявиньской ГЭС с учетом данных натуральных наблюдений // Гидротехническое строительство. 1998. № 2. С. 47–53.

14. *Рубин О.Д., Лисичкин С.Е., Гребенищikov В.П., Цыбаков В.А., Нефедов А.В., Катанов А.Д., Понома-*

рев Д.И. Расчетное обоснование решений по обеспечению надежности конструкций водосброса № 2 бетонной плотины Богучанской ГЭС // Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева. 2005. Т. 244. С. 227–233.

15. *Рубин О.Д., Лисичкин С.Е., Ляпин О.Б., Нефедов А.В.* Исследования бетонных и железобетонных энергетических сооружений // Гидротехническое строительство. 1999. № 8/9. 1999. С. 22–28.

16. *Козинец Г.Л.* Математическое пространственное моделирование гидроагрегатных блоков высоконапорных ГЭС // Гидротехническое строительство. 2014. № 11. С. 22–25.

17. Глубинное строение слабосейсмичных регионов СССР. М.: Наука, 1987. 238 с.

Об авторе

Баклыков Игорь Вячеславович – ведущий инженер АО «Проектно-изыскательский и научно-исследовательский институт “Гидропроект” им. С.Я. Жука» (Москва, Россия). *Область научных интересов:* гидротехническое строительство, расчеты сооружений в пространственной постановке, анализ натуральных данных. *Контактная информация:* e-mail – moscow_igor88@mail.ru. eLIBRARY SPIN-код: 7987-9045.

Для цитирования

Баклыков И.В. Учет наполнения водохранилища при расчете напряженно-деформированного состояния бетонной плотины // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 5. С. 390–395. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-390-395.

RESEARCH PAPER

Accounting for the filling of the reservoir when calculating the stress-strain state of a concrete dam

Igor V. Baklykov

JSC “Institute Hydroproject”
2 Volokolamskoe Shosse, Moscow, 125080, Russian Federation

(received: April 02, 2018; revised: September 05, 2018; accepted: September 15, 2018)

Abstract. The aim of work. The paper considers the issue of reservoir accounting when calculating the stress-strain state of a concrete dam and its foundation.

Solution technique. As a rule, reservoirs on a global scale represent a large gravitational mass in the form of water, which affects the engineering-geological situation in a large deep of rocks foundation. To study this factor, an investigation was made of the power component of the reservoir on the basis of the “reservoir – structure – rock foundation” system. For the calculations, the hydro power plant of Boguchanskaya HPP was selected, which is part of the Angara river cascade and is located in Siberia. To perform the stress-strain state calculations, a three-dimensional mathematical finite element model of the “reservoir – structure – rock foundation” system was created on the basis of which the predicted values of the calculated draft of the concrete dam are determined. The mathematical model consists of a fragment of the rock foundation, represented by the lithosphere and the upper part of the asthenosphere. To verify the proposed reservoir account, the predicted sediment values were compared with geodesic data, while the comparison results showed a high degree of

correlation. A high degree of correlation suggests that the proposed method predicts the rock foundation and structure sediments quite well when filling the reservoir.

Results. The results of the conducted investigations and comparisons of calculated and field data have shown the necessity of reservoir accounting when calculating predictions of sediment values of hydraulic structures and their rock foundation. This forecast is quite important in determining the critical values of diagnostic indicators for the safety control of the structure.

Keywords: reservoir, rock foundation sediments, stress-strain state of the dam, finite element model

References

1. Savich A.I., Gaziev Eh.G. (2005). Vliyanie vodohranilishch na povedenie skal'nykh massivov osnovaniy vysokikh plotin [Influence of reservoirs on the behavior of rock massifs in the foundations of high dams]. *Gidrotekhnicheskoe stroitel'stvo [Hydrotechnical construction]*, (11), 33–37. (In Russ.)
2. Tetel'min V.V., Ulyashinskij V.A. (1990). *Tekhnogennye vozdeystviya i processy v skal'nykh osnovaniyakh plotin [Man-caused impacts and processes in rock bases of dams]*. Moscow: Ehnergoatomizdat publ., 160. (In Russ.)
3. Balavaze B.K., Abashidze V.G. (1985). *Naklony i deformacii zemnoj kory v rajone Ingurskoj GEHS [The slopes and deformations of the earth's crust in the region of the Inguri hydroelectric power station]*. Tbilisi: Mecniereba publ., 117. (In Russ.)
4. Savich A.I., Il'in M.M. (2003). Osobennosti vliyaniya vodohranilishch na skal'nye osnovaniya bol'shikh plotin [Features of the influence of reservoirs on the rock bases of large dams]. *Gidrotekhnicheskoe stroitel'stvo [Hydrotechnical construction]*, (3), 48–53. (In Russ.)
5. Tetel'min V.V., Baklykov I.V. (2017). Glubinnye processy masso- i teploperenosa v osnovaniyakh vysokikh plotin [Deep processes of mass and heat transfer in the foundations of high dams]. *Izvestiya VNIIG*, 283. (In Russ.)
6. Zoback M.D. (2010). *Reservoir Geomechanics*. Cambridge University Press, 461.
7. Abakarov A.R., Durcheva V.N. (2004). Sostoyanie Chirkejskogo gidrouzla po dannym mnogoletnih kompleksnykh naturnykh nablyudenij [The state of the Chirkei hydroelectric complex according to the data of long-term complex natural observations]. *Gidrotekhnicheskoe stroitel'stvo [Hydrotechnical construction]*, (9), 43–51. (In Russ.)
8. Durcheva V.N., Puchkova S.M. (2006). Rabota plotiny Burejskoj GEHS pri napolnenii vodohranilishcha [The work of the dam at the Bureyskaya HPP during the filling of the reservoir]. *Gidrotekhnicheskoe stroitel'stvo [Hydrotechnical construction]*, (1), 8–15. (In Russ.)
9. Marchuk A.N., Marchuk N.A. (2010). Tektonofizicheskie aspekty napryazhyonno-deformirovannogo sostoyaniya bol'shikh betonnykh plotin [Tectonophysical aspects of the stress-strain state of large concrete dams]. *Gidrotekhnicheskoe stroitel'stvo [Hydrotechnical construction]*, (3), 31–34. (In Russ.)
10. Jay N. (2016). Stateler, Brad Iarossi Using monitoring programmes to manage dam safety risks. *Hydropower and dams*, (4), 90–96.
11. Brouillac P., Carreaud P. (2015). New approaches for improved dam monitoring. *Hydropower and dams*, (3), 70–75.
12. Volynchikov A.N., Mgalobelov Y.B., Baklykov I.V. (2015). Connecting of the concrete and rock-fill dams at the Boguchanskaya HPP, *Power Technology and Engineering*, 48(6), 431–438.
13. Lisichkin S.E., Rubin O.D., Shakars I.Eh., Novikov S.P. (1998). Raschyotnaya ocenka napryazhyonno-deformirovannogo sostoyaniya levogo bloka zdaniya Plyavin'skoj GEHS s uchyotom dannykh naturnykh nablyudenij [A computational estimate of the stress-strain state of the left block of the Plavinskaya HPP building, taking into account the field observations], *Gidrotekhnicheskoe stroitel'stvo [Hydrotechnical construction]*, (2), 47–53. (In Russ.)
14. Rubin O.D., Lisichkin S.E., Grebenshchikov V.P., Cybakov V.A., Nefyodov A.V., Katanov A.D., Ponomaryov D.I. (2005). Raschyotnoe obosnovanie reshenij po obespecheniyu nadyozhnosti konstrukcij vodosbrosa № 2 betonnoj plotiny Boguchanskoj GEHS [Calculation justification of the decisions to ensure the reliability of the spillways design of No. 2 concrete dam of the Boguchanskaya HPP]. *Izvestiya VNIIG [Proceedings of the VNIIG]*, 244, 227–233. (In Russ.)
15. Rubin O.D., Lisichkin S.E., Lyapin O.B., Nefedov A.V. (1999). Issledovaniya betonnykh i zhelezobetonnykh ehnergeticheskikh sooruzhenij [Investigations of concrete and jelly-zibeton energy facilities], *Gidrotekhnicheskoe stroitel'stvo [Hydrotechnical construction]*, (8/9), 22–28. (In Russ.)
16. Kozinec G.L. (2014). Matematicheskoe prostranstvennoe modelirovanie gidroagregatnykh blokov vysokonapornykh GEHS [Mathematical spatial modeling of hydrounit blocks of high-pressure hydroelectric power stations], *Gidrotekhnicheskoe stroitel'stvo [Hydrotechnical construction]*, (11), 22–25. (In Russ.)
17. *Glubinnoe stroenie slabosejsmichnykh regionov SSSR [Deep structure of the weakly seismic regions of the USSR]*. (1987). Moscow: Nauka publ., 238. (In Russ.)

About the author

Igor V. Baklykov – Leading Engineer of the JSC “Institute Hydroproject” (Moscow, Russia). *Scientific interests:* hydrotechnical construction, calculations of structures in 3D, analysis of field data. *Contact information:* e-mail – moscow_igor88@mail.ru. eLIBRARY SPIN-code: 7987-9045.

For citation

Baklykov I.V. (2018). Accounting for the filling of the reservoir when calculating the stress-strain state of a concrete dam. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(5), 390–395. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-390-395. (In Russ.)

Экспериментальные исследования

УДК 691.3
DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-396-403

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Физико-механические свойства базальто-волоконистого высокопрочного бетона

М. Харун*, Д.Д. Коротеев, П. Дхар, С. Ждеро, Ш.М. Елроба

Российский университет дружбы народов
ул. Миклухо-Маклая, 6, Москва, Российская Федерация, 117198

*Автор, ответственный за переписку

(поступила в редакцию: 03 августа 2018 г.; принята к публикации: 17 октября 2018 г.)

Актуальность. Базальтовые волокна все чаще изучаются для применения в промышленном и гражданском строительстве благодаря хорошим механическим свойствам, термической и химической стойкости, а также экологичности.

Цель. Массовое производство высокопрочного бетона в России во многом связано с применением органических модификаторов серии МБ, содержащих в разных пропорциях микрокремнезем, золу-уноса, регулятор твердения и суперпластификатор С-3. Целью экспериментального исследования является изучение влияния базальтовых волокон в высокопрочном бетоне.

Методы. Исследования физико-механических свойств базальто-волоконистого высокопрочного бетона проведены на образцах с размерами 100×100×100 и 100×100×400 мм с применением модификатора МБ10-30С. В рамках исследования определены: прочность на сжатие, прочность на растяжение при изгибе, прочность на осевое растяжение и момент трещинообразования в различные периоды твердения бетона (после 7, 14, 28 и 60 суток твердения).

Выводы. Исследования показали, что добавление базальтовой фибры в высокопрочный бетон снижает прочность на сжатие на 18–20 %, однако позволяет повысить его поведение при растяжении на 42–48 %.

Ключевые слова: базальтовая фибра, высокопрочный бетон, прочность на сжатие, прочность на растяжение при изгибе, прочность на осевое растяжение, момент трещинообразования

Введение

Базальтовые волокна представляют интерес для применения в строительстве благодаря их механическим характеристикам, основные из которых: диаметр волокон от 10 до 20 мкм, температура применения от –200 до +600 °С, плотность 2800 кг/м³, модуль упругости от 9100 до 1100 кг/мм² [1]. В настоящее время базальтовое волокно применяется для изготовления базальтовых сеток и арматуры, которые используются при оштукатуривании поверхностей строительных конструкций, армировании стяжек пола и кровли, соединении многослойных стен и перегородок из различных материалов, каменной кладке [2], а также в качестве фибры (рубленых волокон различной длины и диаметра) для объемного армирования бетонных конструкций в дорожном, промышленном и гражданском строительстве [3].

Перспективным, но пока недостаточно изученным, является вопрос применения базальто-

вой фибры при изготовлении высокопрочных бетонов. Учеными в России проводятся исследования влияния базальтовой фибры на свойства различных типов бетона.

Авторы работы [4] проанализировали целесообразность добавления базальтовой фибры в газобетон автоклавного твердения и пришли к выводу, что базальтовая фибра растворяется в процессе автоклавной обработки и не оказывает положительного влияния на трещиностойкость и долговечность газобетона.

В работе [5] исследованы физико-механические свойства бетона, предназначенного для аэродромных покрытий, с добавлением базальтовой фибры длиной 6 мм (2 % от массы вяжущего). Прочность на сжатие образцов в 28-суточном возрасте составила: без добавления фибры – 51,2 МПа, с фиброй – 52,6 МПа; прочность на растяжение при изгибе составила: без фибры – 4,69 МПа, с фиброй – 5,2 МПа.

В работе [6] исследовано влияние базальтовой фибры длиной 12 мм и диаметром 10 мкм на прочность мелкозернистых фибробетонов. Испытания проведены на образцах-балочках 4×4×16 см. Наилучшие показатели прочности были получены при концентрации базальтовой фибры в бетоне в количестве 1,4 кг/м³, при этом прочность на сжатие составила 42,86 МПа, на растяжение при изгибе – 2,7 МПа.

За рубежом также проводятся исследования свойств фибробетонов. Д. Брэнстон [7] обнаружил, что добавление базальтовой фибры в бетон является эффективным средством для предотвращения трещинообразования в результате снижения свободной усадки бетона, а также замедления роста трещин, если они все же возникают. Некоторые специалисты отмечают, что добавление базальтовой фибры в высокопрочный бетон повышает прочность на растяжение и критический коэффициент интенсивности напряжений [8; 9]. Исследования С. Хайта [10] свидетельствуют, что добавление базальтовой фибры в железобетонные конструкции повышает их модуль упругости. Экспериментальные исследования С. Джианга [11] показали, что добавление базальтовой фибры в бетон улучшили его прочность на растяжение, прочность на изгиб и ударную вязкость.

З.О. Пехливанли [12] исследовал армированный базальтоволокнистый легкий автоклавный газобетон и обнаружил, что добавление базальтовой фибры в автоклавный газобетон повышает его прочность на сжатие и изгиб.

Массовое производство высокопрочных бетонов в России во многом связано с применением органоминеральных модификаторов серии МБ, содержащих микрокремнезем, золу-уноса, регулятор твердения и суперпластификатор С-3 в разных пропорциях. Многие исследователи изучали физико-механические свойства высокопрочных бетонов с использованием модификаторов серии МБ [13; 14], однако влияние на эти свойства базальтовой фибры до сих пор мало исследовано.

В связи с этим целью данного исследования является определение физико-механических характеристик, таких как: прочность на сжатие, прочность на растяжение при изгибе, прочность на осевое растяжение и момент трещинообразования базальто-волокнистого высокопрочного бетона с добавлением модификатора серии МБ.

Материалы и методика исследования

Для изготовления высокопрочного бетона при проведении экспериментальных исследований был выбран модификатор марки МБ10-30С. Модификаторы серии МБ являются композиционными

материалами на органоминеральной основе, минеральная часть которых состоит из микрокремнезема и кислой золы-уноса, а органическая часть представлена суперпластификатором С-3 и регулятором твердения.

Экспериментальные исследования проведены на следующем составе высокопрочного бетона: портландцемент марки М500 = 500 кг/м³, модификатор МБ10-30С = 125 кг/м³, песок с модулем крупности 2,7 = 585 кг/м³, щебень фракции 5–20 мм = 1005 кг/м³, вода = 187,5 л/м³, для базальто-волокнистого высокопрочного бетона – рубленая базальтовая фибра длиной 12 мм = 24 кг/м³ (в количестве 1 % от веса бетона).

Экспериментальные исследования проведены в соответствии с ГОСТ 10180-2012.¹

В рамках исследования были изготовлены 16 серий образцов высокопрочного бетона вышеуказанного состава, из них 8 серий (по 4 серии с базальтовой фиброй и без нее) с размерами 100×100×100 мм и 8 серий с размерами 100×100×400 мм.

В соответствии с планом эксперимента каждая серия состояла из 3-х образцов, по 12 образцов каждого типа, всего было изготовлено 48 образцов. Все образцы твердели до их распалубливания в течение первых 48 часов, укрытые пленкой для предотвращения испарения из них влаги, после распалубливания – под слоем систематически увлажняемых опилок в помещении при температуре 19–22 °С и влажности выше 50 %.

Лабораторные испытания образцов проведены после 7, 14, 28 и 60 суток твердения в гидравлическом прессе с нагрузкой до 1500 кН на сжатие и до 150 кН на изгиб².

Прочность на сжатие определялась по формуле (1)¹:

$$R_c = \alpha \cdot \frac{F_c}{A}, \quad (1)$$

где α – масштабный коэффициент для приведения прочности бетона к прочности в образцах базовых размера и формы ($\alpha = 0,95$ для образцов-кубов с размерами 100×100×100 мм); F_c – разрушающая нагрузка, Н; A – площадь рабочего сечения образца, мм².

Прочность на растяжение при изгибе определялась по формуле (2)

$$R_{ct} = \delta \cdot \frac{F_t \cdot l}{a \cdot b^2}, \quad (2)$$

¹ ГОСТ 10180-2012. Бетоны. Методы определения прочности по контрольным образцам. М., 2013.

² СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. М., 2015.

где δ – масштабный коэффициент для приведения прочности бетона к прочности в образцах базовых размера и формы ($\delta = 0,95$ для призм с размерами $100 \times 100 \times 400$ мм); F_t – разрушающая нагрузка, Н; l – расстояние между опорами при испытании образцов на растяжение при изгибе, мм; a, b – ширина и высота поперечного сечения призмы.

Прочность на осевое растяжение определялась по формуле (3)

$$R_{ctf} = \frac{R_{ct}}{1,75}. \quad (3)$$

Момент трещинообразования определен по формуле (4)³

$$M_{crc} = R_{ct} \cdot \frac{bh^2}{3,5}, \quad (4)$$

где b, h – ширина и высота поперечного сечения образца соответственно.

Результаты и их обсуждение

В рамках исследования были определены наиболее важные физико-механические характеристики, а именно: прочность на сжатие, прочность на растяжение при изгибе, прочность на осевое растяжение и момент трещинообразования высокопрочного бетона с модификатором МБ10-30С с добавлением базальтовой фибры (1 % от веса образцов) и без нее.

Во время экспериментальных исследований были испытаны следующие типы образцов:

1. 8 серий образцов-кубов (по 4 серии с базальтовой фиброй и без нее) с размерами $100 \times 100 \times 100$ мм для определения прочности на сжатие (табл. 1).

2. 8 серий образцов-призм (по 4 серии с базальтовой фиброй и без нее) с размерами $100 \times 100 \times 400$ мм для определения прочности на изгиб (табл. 2).

Таблица 1³

Результаты лабораторных испытаний образцов из высокопрочного бетона с размерами $100 \times 100 \times 100$ мм
[Table 1. Results of the laboratory tests of high-strength concrete specimens of $100 \times 100 \times 100$ mm]

Время твердения, сутки [Curing Period, Days]	Среднее значение R_c образцов без добавления базальтовой фибры, МПа [Average R_c of specimens without basalt fiber, MPa]	Среднее значение R_c образцов с добавлением 1 % базальтовой фибры, МПа [Average R_c of specimens with 1 % basalt fibers, MPa]
7	69,68	56,73
14	86,45	69,86
28	100,23	80,52
60	102,72	82,21

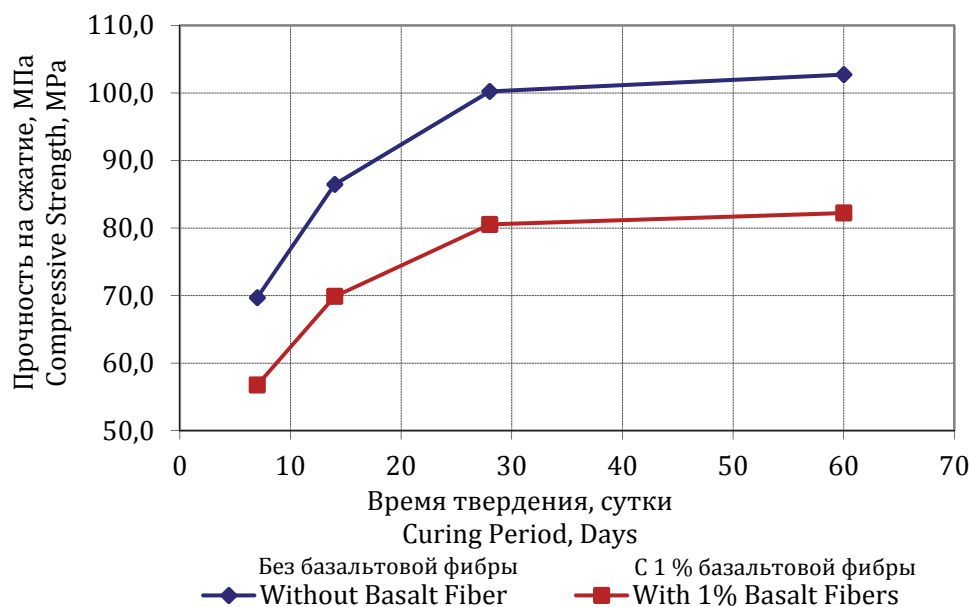


Рис. 1. Прочность на сжатие образцов из высокопрочного бетона с размерами $100 \times 100 \times 100$ мм в зависимости от времени твердения
[Figure 1. Compressive strength of high-strength concrete specimens of $100 \times 100 \times 100$ mm depending on the curing period]

³ СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. М., 2015.

На рис. 1 показана диаграмма изменения прочности на сжатие образцов из высокопрочного бетона в зависимости от времени твердения.

Анализ диаграммы на рис. 1 показывает, что прочность образцов из высокопрочного бетона растет плавно и равномерно, независимо от того, добавлена базальтовая фибра или нет.

Исследования образцов из высокопрочного бетона (табл. 1 и рис. 1), проведенные с использованием модификатора МБ10-30С, свидетельствуют, что добавление в них базальтовой фибры снижает прочность на сжатие на 18–20 %. Результаты испытаний также показали, что прочность на сжа-

тие образцов в возрасте 7 суток достигает 70 % от прочности в 28-суточном возрасте, независимо от того, добавлена базальтовая фибра или нет. Это дает возможность нагружать конструкции, такие как колонны и стены из высокопрочного бетона, на ранних стадиях твердения.

Лабораторные испытания также показали, что у высокопрочного бетона, изготовленного с применением модификатора МБ10-30С, средняя прочность после 60 суток твердения увеличилась чуть более чем на 2 % по сравнению с прочностью в 28-суточном возрасте, независимо от того, добавлена базальтовая фибра или нет.

Таблица 2

Результаты лабораторных испытаний образцов из высокопрочного бетона с размерами 100×100×400 мм
 [Table 2. Results of the laboratory tests of high-strength concrete specimens of 100×100×400 mm]

Время твердения, сутки [Curing Period, Days]	Образцы без добавления базальтовой фибры [Specimens without basalt fiber]			Образцы с добавлением 1 % базальтовой фибры [Specimens with 1 % basalt fibers]		
	Среднее значение R_{ct} , МПа [Average R_{ct} , MPa]	Среднее значение R_{cf} , МПа [Average R_{cf} , MPa]	Среднее значение M_{crs} , Н·м [Average M_{crs} , N·m]	Среднее значение R_{ct} , МПа [Average R_{ct} , MPa]	Среднее значение R_{cf} , МПа [Average R_{cf} , MPa]	Среднее значение M_{crs} , Н·м [Average M_{crs} , N·m]
7	6,73	3,84	1099,46	9,83	5,60	1605,21
14	7,19	4,12	1216,80	10,35	5,93	1752,19
28	7,57	4,32	1236,69	11,13	6,35	1817,93
60	8,16	4,66	1332,80	11,99	6,85	1959,21

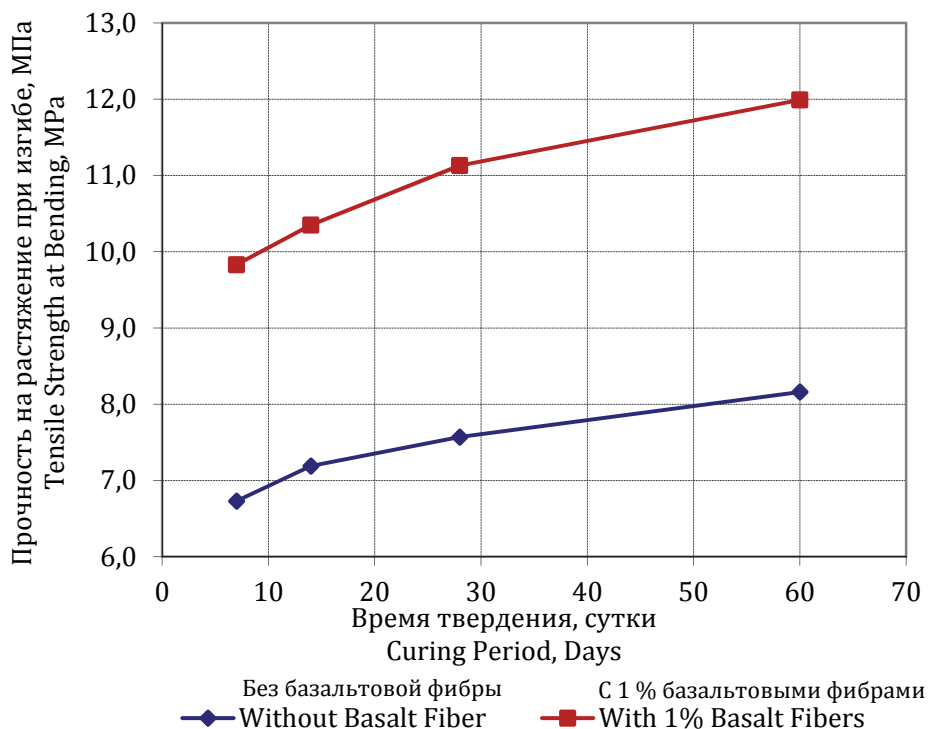


Рис. 2. Прочность на растяжение при изгибе образцов из высокопрочного бетона с размерами 100×100×400 мм в зависимости от времени твердения
 [Figure 2. Tensile strength at bending of high-strength concrete specimens of 100×100×400 mm depending on the curing period]

Диаграммы на рис. 2, 3 и 4 показывают кинетику поведения при растяжении образцов из вы-

сокопрочного бетона в зависимости от времени твердения.

Результаты испытаний образцов (табл. 2, рис. 2 и 3) показывают, что высокопрочный бетон, изготовленный с применением модификатора МБ10-30С, приобретает к 28 суткам твердения прочность при растяжении примерно 7,5 % от прочности на сжатие, независимо от того, добавлена базальтовая фибра или нет.

Анализируя диаграммы на рис. 2, 3 и 4, а также табл. 2, можно прийти к выводу, что добавление 1 %

базальтовой фибры от массы высокопрочного бетона повышает его поведение при растяжении на 42–48 %.

Анализ рис. 1–4, а также табл. 1 и 2 показывает, что физико-механические характеристики высокопрочного бетона, изготовленного с применением модификатора МБ10-30С, независимо от того, добавлена базальтовая фибра или нет, плавно и равномерно повышаются в течение первых 7 суток твердения, как и в обычном бетоне.

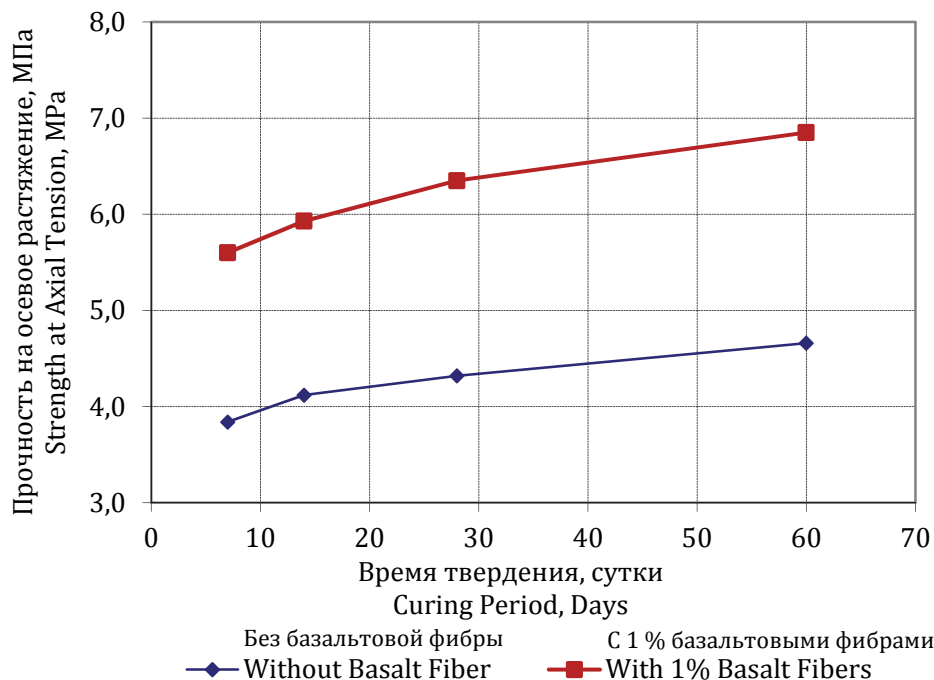


Рис. 3. Прочность на осевое растяжение образцов из высокопрочного бетона с размерами 100×100×400 мм в зависимости от времени твердения
 [Figure 3. Strength at axial tension of high-strength concrete specimens of 100×100×400 mm depending on the curing period]

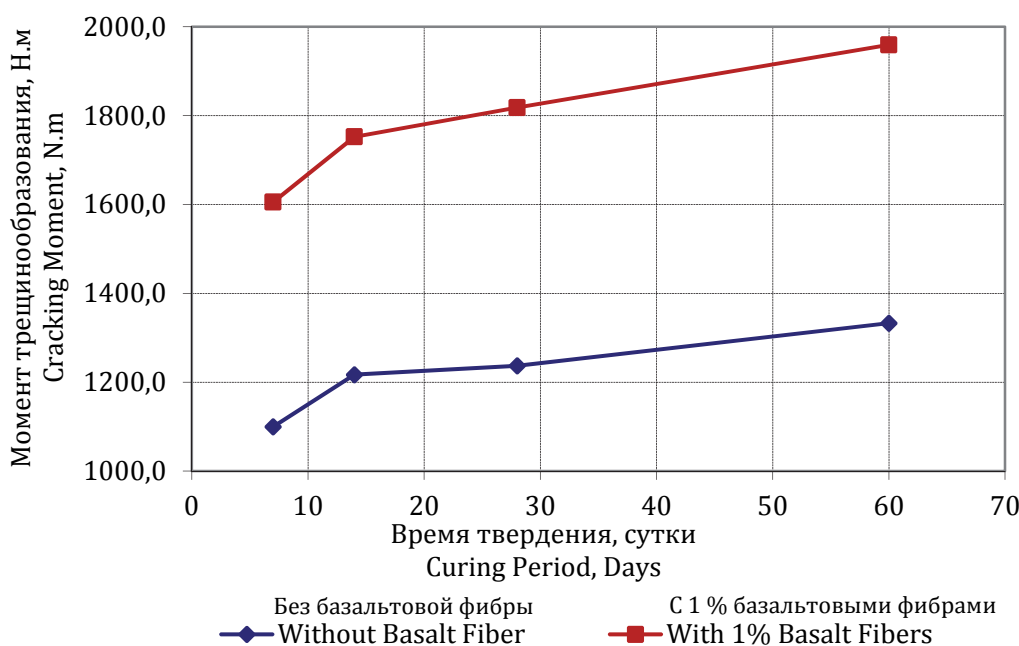


Рис. 4. Момент трещинообразования образцов из высокопрочного бетона с размерами 100×100×400 мм в зависимости от времени твердения
 [Figure 4. Cracking moment of high-strength concrete specimens of 100×100×400 mm depending on the curing period]

Заключение

1. Основываясь на экспериментальных исследованиях высокопрочного бетона с применением модификатора МБ10-30С с добавлением 1 % базальтовой фибры и без нее, определены физико-механические характеристики, такие как: прочность на сжатие, прочность на растяжение при изгибе, прочность на осевое растяжение, момент трещинообразования.

2. Добавление 1 % базальтовой фибры от массы высокопрочного бетона снижает прочность на сжатие на 18–20 %, но в то же время позволяет повысить его поведение при растяжении на 42–48 %.

© Харун Х., Коротеев Д.Д.,
Дхар П., Ждеро С., Елроба Ш.М., 2018



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Список литературы

1. Клюев С.В. Экспериментальные исследования фибробетонных конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2011. № 4. С. 71–75.

2. Грановский А.Ф., Галишикова В.В., Берестенко Е.И. Перспективы применения арматурных сеток на основе базальтового волокна в строительстве // Промышленное и гражданское строительство. 2015. № 3. С. 59–63.

3. Оснос С.П., Краюшкина Е.В., Химерик Т.Ю. Армирующие и композитные материалы на основе БНВ в дорожном строительстве // Композитный мир. 2017. № 5. С. 52–64.

4. Сарайкина К.А., Курзанов А.Д. Долговечность автоклавного газобетона, армированного базальтовой фиброй // Вестник ПНИПУ: Урбанистика. 2012. № 4. С. 103–108.

5. Кудряков А.В., Стещенко А.Б. Пенобетон дисперсно-армированный теплоизоляционный естественного твердения // Вестник ТГАСУ. 2014. № 2. С. 127–133.

6. Перфилов В.А., Зубова М.О. Влияние базальтовых волокон на прочность мелкозернистых фибробетонов // Интернет-вестник ВолгГАСУ. Серия: Политематическая. 2015. № 1 (37). С. 1–4.

7. Branston J., Das S., Kenno S.Y., Taylor C. Influence of basalt fibres on free and restrained plastic shrinkage // Cement and Concrete Composites. 2016. Vol. 74. Pp. 182–190.

8. Ayub T., Shafiq N., Nuruddin M.F. Mechanical Properties of High-Performance Concrete Reinforced with Basalt Fibers // Procedia Engineering. 2014. Vol. 77. Pp. 131–139.

9. Kizilkanat A.B., Kabay N., Akyüncü V., Chowdhury S., Akça A.H. Mechanical properties and fracture behavior of basalt and glass fiber reinforced concrete: An experimental study // Construction and Building Materials. 2015. Vol. 100. Pp. 218–224.

10. High C., Seliem H.M., El-Safty A., Rizkalla S.H. Use of basalt fibers for concrete structures // Construction and Building Materials. 2015. Vol. 96. Pp. 37–46.

11. Jiang C., Fan K., Wu F., Chen D. Experimental study on the mechanical properties and microstructure of chopped basalt fibre reinforced concrete // Materials & Design. 2014. Vol. 58. Pp. 187–193.

12. Pehlivanlı Z.O., Uzun İ., Demir İ. Mechanical and microstructural features of autoclaved aerated concrete reinforced with autoclaved polypropylene, carbon, basalt and glass fiber // Construction and Building Materials. 2015. Vol. 96. Pp. 428–433.

13. Каприелов С.С., Шейнфельд А.В., Аль-Омаис Д., Зайцев А.С. Высокопрочные бетоны в конструкции фундаментов высотного комплекса «ОКО» в ММДЦ «Москва-Сити» // Промышленное и гражданское строительство. 2017. № 3. С. 53–57.

14. Karpenko N.I., Mishina A.V., Travush V.I. Impact of Growth on Physical, Mechanical and Rheological Properties of High Strength Steel Fiber Reinforced Concrete // Procedia Engineering. 2015. Vol. 111. Pp. 390–397.

Об авторах

Харун Махмуд – кандидат технических наук, доцент департамента строительства Инженерной академии, Российский университет дружбы народов (Москва, Россия). *Область научных интересов:* модифицированные бетоны на композитных вяжущих. *Контактная информация:* e-mail – kharun_m@pfur.ru.

Коротеев Дмитрий Дмитриевич – кандидат технических наук, доцент департамента строительства Инженерной академии, Российский университет дружбы народов (Москва, Россия). *Область научных интересов:* технология бетонных работ. *Контактная информация:* e-mail – koroteev_dd@pfur.ru.

Дхар Прашанта – старший преподаватель департамента строительства Инженерной академии, Российский университет дружбы народов (Москва, Россия). *Область научных интересов:* модифицированные бетоны на композитных вяжущих. *Контактная информация:* e-mail – dkhar_p@pfur.ru.

Ждеро Славко – магистрант департамента строительства Инженерной академии, Российский университет дружбы народов (Москва, Россия). *Область научных интересов:* технология бетонных работ. *Контактная информация:* e-mail – slavko-zdero@yandex.ru.

Элроба Шериф Мохамед – магистрант департамента строительства Инженерной академии, Российский университет дружбы народов (Москва, Россия). *Область научных интересов:* технология бетонных работ. *Контактная информация:* e-mail – smelroba@gmail.com.

Для цитирования

Харун М., Коротеев Д.Д., Дхар П., Ждеро С., Елроба Ш.М. Физико-механические свойства базальто-волоконистого высокопрочного бетона // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 5 С. 396–403. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-396-403.

Physical and mechanical properties of basalt-fibered high-strength concrete

Makhmud Kharun*, Dmitry D. Koroteev, Prashanta Dkhar, Slavko Zdero, Sherif M. Elroba

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)
6 Miklukho-Maklaya St., Moscow, 117198, Russian Federation

*Corresponding author

(received: August 03, 2018; accepted: October 17, 2018)

Abstract. Relevance. Basalt fibers are increasingly studied in structural applications due to its environmental friendliness, good mechanical properties, thermal and chemical resistance.

The aim of work. Mass production of high-strength concrete in Russia is mostly associated with the use of organomineral modifiers of the MB series, which consist of composition microsilica, fly ash, hardening regulator and superplasticizer C-3 in various proportions. The purpose of the experimental research is to study the effect of basalt fibers in high-strength concrete.

Solution technique. The research of physical and mechanical properties of basalt-fibered high-strength concrete was made on samples with detentions of 100×100×100 and 100×100×400 mm with the use of modifier MB10-30C. The compressive strength, the tensile strength at bending, the strength at axial tension, and the cracking moment in various periods of curing (after 7, 14, 28 and 60 days of curing) were determined under the research.

Results. The research results show that the use of basalt fibers in high-strength concrete resulted in a decrease in the compressive strength about 18–20 %, however, enhance the tensile behavior about 42–48 %.

Keywords: basalt fiber, high-strength concrete, compressive strength, tensile strength at bending, strength at axial tension, cracking moment

References

1. Klyuev S.V. (2011). Eksperimental'nyye issledovaniya fibrobetonnykh konstruktiv [Experimental research of fiber-reinforced concrete structures]. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruktiv i sooruzheniy [Structural mechanics of Engineering Constructions and Buildings]*, (4), 71–75. (In Russ.)
2. Granovskiy A.F., Galishnikova V.V., Berestenko E.I. (2015). Perspektivy primeneniya armaturnykh setok na osnove bazal'tovogo volokna v stroitel'stve [Prospects for the use of reinforcing nets based on basalt fiber in construction]. *Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitel'stvo [Industrial and Civil Construction]*, (3), 59–63. (In Russ.)
3. Osnos S.P., Krayushkina E.V., Khimerik T.Yu. (2017). Armiruyushchiye i kompozitnyye materialy na osnove BNV v dorozhnom stroitel'stve [Reinforcing and composite materials based on BNV in road construction]. *Kompozitnyy mir [Composite World]*, (5), 52–64. (In Russ.)
4. Saraykina K.A., Kurzanov A.D. (2012). Dolgovechnost' avtoklav'nogo gazobetona, armirovannogo bazal'tovoy fibroy [Durability of autoclaved aerated concrete reinforced with basalt fiber]. *Vestnik PNIPU: Urbanistika [PNRPU Bulletin. Urban development]*, (4), 103–108. (In Russ.)
5. Kudyakov A.V., Steshenko A.B. (2014). Teploizolyatsionnyy yestestvennogo tverdeniya [Foam concrete is a dispersed-reinforced thermal insulation of natural hardening]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta [Journal of Construction and Architecture]*, (2), 127–133. (In Russ.)
6. Perfilov V.A., Zubova M.O. (2015). Vliyaniye bazal'tovykh volokon na prochnost' melkozernistykh fibrobetonov [Effect of basalt fibers on the strength of fine-aggregate fibrous concrete]. *Internet-vestnik VolgGASU. Seriya: Politemicheskaya [Internet-bulletin of VolgGASU. Serie: Polythematic]*, 37(1), 1–4. (In Russ.)
7. Branston J., Das S., Kenno S.Y., Taylor C. (2016). Influence of basalt fibres on free and restrained plastic shrinkage. *Cement and Concrete Composites*, 74, 182–190.
8. Ayub T., Shafiq N., Nuruddin M.F. (2014). Mechanical Properties of High-performance Concrete Reinforced with Basalt Fibers. *Procedia Engineering*, 77, 131–139.
9. Kizilkanat A.B., Kabay N., Akyüncü V., Chowdhury S., Akça A.H. (2015). Mechanical properties and fracture behavior of basalt and glass fiber reinforced concrete: an experimental study. *Construction and Building Materials*, 100, 218–224.
10. High C., Seliem H.M., El-Safty A., Rizkalla S.H. (2015). Use of basalt fibers for concrete structures. *Construction and Building Materials*, 96, 37–46.
11. Jiang C., Fan K., Wu F., Chen D. (2014). Experimental study on the mechanical properties and microstructure of chopped basalt fibre reinforced concrete. *Materials & Design*, 58, 187–193.
12. Pehlivanlı Z.O., Uzun İ., Demir İ. (2015). Mechanical and microstructural features of autoclaved aerated

concrete reinforced with autoclaved polypropylene, carbon, basalt and glass fiber. *Construction and Building Materials*, 96, 428–433.

13. Kapielov S.S., Sheynfel'd A.V., Al'-Omais D., Zaytsev A.S. (2017). Vysokoprochnyye betony v konstruktsii fundamentov vysotnogo kompleksa "OKO" v MMDTS "Moskva-Siti" [High-strength concrete in the construction of the foundations of the high-altitude complex "OKO" in MIBC "Moscow City"]. *Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitel'stvo [Industrial and Civil Construction]*, (3), 53–57. (In Russ.)

14. Karpenko N.I., Mishina A.V., Travush V.I. (2015). Impact of Growth on Physical, Mechanical and Rheological Properties of High Strength Steel Fiber Reinforced Concrete. *Procedia Engineering*, 111, 390–397.

About the authors

Makhmud Kharun – PhD, Associate Professor of the Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University) (Moscow, Russia). *Research interests*: modified concrete on composite binders. *Contact*: e-mail – kharun_m@pfur.ru.

Dmitry D. Koroteev – PhD, Associate Professor of the Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN

University) (Moscow, Russia). *Research interests*: technology of concrete works. *Contact*: e-mail – koroteev_dd@pfur.ru.

Prashanta Dkhar – Assistant Professor of the Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University) (Moscow, Russia). *Research interests*: modified concrete on composite binders. *Contact*: e-mail – dkhar_p@pfur.ru.

Slavko Zdero – Masters Student of the Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University) (Moscow, Russia). *Research interests*: technology of concrete works. *Contact*: e-mail – slavko-zdero@yandex.ru.

Sherif M. Elroba – Masters Student of the Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University) (Moscow, Russia). *Research interests*: technology of concrete works. *Contact*: e-mail – smelroba@gmail.com.

For citation

Kharun M., Koroteev D.D., Dkhar P., Zdero S., Elroba S.M. (2018). Physical and mechanical properties of basalt-fibered high-strength concrete. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(5), 396–403. DOI: 10.22363/18155235-2018-14-5-396-403. (In Russ.)

Проблемы теории упругости

УДК 539.3

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-404-413

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Исследование распространения упругих волн в составном цилиндре с начальным кручением

М.С. Гулиев¹, А.И. Сейфуллаев^{2*}, Дж.Н. Абдуллаева³¹Гянджинский государственный университет
проспект Ш.И. Хатаи, 187, Гянджа, Азербайджанская Республика, AZ2000²Институт математики и механики, Национальная академия наук Азербайджана
ул. Вахабзаде, 9, Баку, Азербайджанская Республика, AZ1143³Азербайджанский государственный педагогический университет
ул. Узеира Гаджибейли, 68, Баку, Азербайджанская Республика, AZ1000

*Автор, ответственный за переписку

(поступила в редакцию: 03 мая 2018 г.; принята к публикации: 15 августа 2018 г.)

Цель. Работа посвящена изучению распространения осесимметричных продольных волн в составном цилиндре с начальными кручениями.

Методы. Начальные напряжения в цилиндре определяются с привлечением классической линейной теории упругости. Предлагаются методы решения соответствующих задач о собственном значении. Приведены численные результаты и проведен их анализ. При этом установлено, что наличие начального кручения в цилиндрах не исключает появление в отдельности осесимметричной продольной и осесимметричных волн в составном цилиндре.

Выводы. Получено, что при отсутствии начального кручения в составном цилиндре между дисперсионными кривыми, соответствующими модам осесимметричных продольных и крутильных волн, имеются точки пересечения. Показано, что в случае, когда хотя бы на одном цилиндре имеет место начальное кручение, осесимметричная продольная и крутильная волны не могут распространяться в отдельности, т.е. имеет место взаимовлияние между этими двумя типами осесимметричных волн в составном цилиндре. Развита методика решения поставленной задачи и получены соответствующие дисперсионные уравнения для составного цилиндра. Приведено решение дисперсионных уравнений и получены дисперсионные кривые, разработан алгоритм для построения этих кривых.

Ключевые слова: упругие волны, кручение, напряжение, функция Бесселя, функция Макдональда

Введение

Задачи, относящиеся к области теории распространения упругих волн, имеют место во всех областях естествознания и современной техники. Этим и объясняется повышенное внимание к такого рода исследованиям со стороны представителей различных научных направлений фундаментального и прикладного характера. Одной из интересных и актуальных проблем, которые относятся к нелинейным динамическим эффектам, является теория распространения упругих волн в телах с начальными напряжениями. Круг прикладных аспектов задач, относящихся к этой пробле-

ме, весьма широк. К числу этих аспектов можно отнести такие научные направления, как механика материалов и элементов конструкций, геофизика, механика композитных материалов, механика горных пород, биомеханика, неразрушающие методы определения напряжений и др. Существует ряд явлений, относящихся к влиянию начальных напряжений на распространение упругих волн, к исследованию которых можно подойти в рамках линеаризованной теории распространения упругих волн в телах с начальными напряжениями. Указанная теория строится в результате последовательной линеаризации нелинейной теории. Применение вышеизложенных линеаризованных урав-

нений проводится в рамках приближенных и точных подходов. Под приближенным подходом понимается использование нелинейных уравнений в рамках различных упрощающих гипотез геометрического и физического характера. Эти гипотезы позволяют упрощать математические решения задач. Вместе с тем приближенные подходы, основывающиеся на этой гипотезе, имеют определенные ограничения. Например, с применением приближенных подходов невозможно исследовать приповерхностные динамические явления, распространение волн в массивных телах с начальными напряжениями и т.п. Изложенное вызывает необходимость применения точного трехмерного линейаризованного подхода, т.е. подхода в рамках так называемой трехмерной линейаризованной теории распространения упругих волн в телах с начальными напряжениями (ТЛТРУВТНН). Исследования в рамках ТЛТРУВТНН приведены в статьях [1–7]. В данной работе исследуется задача о распространении продольных осесимметричных волн в составном цилиндре с начальными кручениями.

Постановка задачи

Рассмотрим составной цилиндр с круговыми поперечными сечениями, схематически показанный на рис. 1.

С цилиндрами свяжем цилиндрическую систему координат $O r \theta z$ и положения точек цилиндров определим лагранжевыми координатами в этой системе. Величины, относящиеся к внутреннему сплошному цилиндру с радиусом R , отметим верхним индексом (2) , а величины, относящиеся к внешнему полому цилиндру с толщиной h , верхним индексом (1) . Примем, что до компоновки цилиндров они отдельно скручены, причем k -ый ци-

линдр имеет постоянную кручения $\vartheta^{(k)} (k = 1, 2)$ на единицу длины. Вместе с тем в случае $\vartheta^{(1)} = \vartheta^{(2)}$ исследование, проведенное ниже, правомочно и для тех случаев, когда составной цилиндр скручивается после их соединения. В этих случаях начальное напряженно-деформированное состояние в цилиндрах определяем в рамках классической линейной теории упругости. При этом получаем, что на каждом цилиндре имеется только напряжение $\sigma_{z\theta}^{(k),0} = \mu^{(k)} \vartheta^{(k)} r$, которое отлично от нуля, где $\mu^{(k)}$ – модуль сдвига материала k -го цилиндра, r – радиальная координат. Материалы цилиндров принимаем однородными, изотропными и линейно упругими.

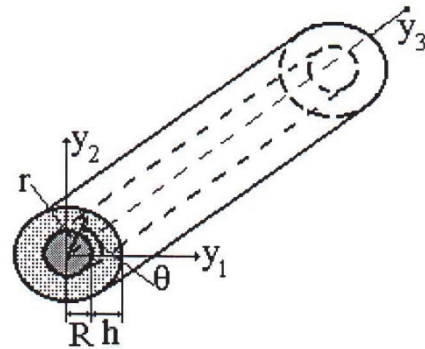


Рис. 1. Геометрия составного цилиндра
[Figure 1. Compound cylinder geometry]

Таким образом, в рамках, изложенных выше, исследуем распространение осесимметричной продольной волны в составном цилиндре с начальными кручениями. При этом линейаризованные уравнения движения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{rr}^{(n)}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zr}^{(n)}}{\partial z} + \frac{1}{r} (\sigma_{rr}^{(n)} - \sigma_{\theta\theta}^{(n)}) - \sigma_{z\theta}^{(n),0} \frac{2}{r} \frac{\partial u_{\theta}^{(n)}}{\partial z} &= \rho^{(n)} \frac{\partial^2 u_r^{(n)}}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(n)}}{\partial r} + \frac{2}{r} \sigma_{\theta\theta}^{(n)} + \frac{\partial \sigma_{z\theta}^{(n)}}{\partial z} + \frac{2}{r} \sigma_{z\theta}^{(n),0} \frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial z} &= \rho^{(n)} \frac{\partial^2 u_{\theta}^{(n)}}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial \sigma_{rz}^{(n)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \sigma_{rz}^{(n)} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(n)}}{\partial z} \rho^{(n)} &= \rho^{(n)} \frac{\partial^2 u_z^{(n)}}{\partial t^2}, \quad n = 1, 2. \end{aligned} \tag{1}$$

Запишем соотношения упругости:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(n)} &= \lambda^{(n)} (\epsilon_{rr}^{(n)} + \epsilon_{\theta\theta}^{(n)} + \epsilon_{zz}^{(n)}) + 2\mu^{(n)} \epsilon_{rr}^{(n)}, & \sigma_{\theta\theta}^{(n)} &= \lambda^{(n)} (\epsilon_{rr}^{(n)} + \epsilon_{\theta\theta}^{(n)} + \epsilon_{zz}^{(n)}) + 2\mu^{(n)} \epsilon_{\theta\theta}^{(n)}, \\ \sigma_{zz}^{(n)} &= \lambda^{(n)} (\epsilon_{rr}^{(n)} + \epsilon_{\theta\theta}^{(n)} + \epsilon_{zz}^{(n)}) + 2\mu^{(n)} \epsilon_{zz}^{(n)}, & \sigma_{r\theta}^{(n)} &= 2\mu^{(n)} \epsilon_{r\theta}^{(n)}, \\ \sigma_{rz}^{(n)} &= 2\mu^{(n)} \epsilon_{rz}^{(n)}, & \sigma_{r\theta}^{(n)} &= 2\mu^{(n)} \epsilon_{z\theta}^{(n)}, \end{aligned} \tag{2}$$

а также геометрические соотношения:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr}^{(n)} &= \frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^{(n)} = \frac{u_r^{(n)}}{r}, \quad \varepsilon_{zz}^{(n)} = \frac{\partial u_z^{(n)}}{\partial z}, \quad \varepsilon_{r\theta}^{(n)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\theta^{(n)}}{\partial r} - \frac{u_r^{(n)}}{r} \right), \\ \varepsilon_{rz}^{(n)} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z^{(n)}}{\partial r} + \frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial z} \right), \quad \varepsilon_{z\theta}^{(n)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\theta^{(n)}}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

В уравнениях (1) – (3) использованы общеизвестные обозначения. Будем предполагать, что на поверхности контакта цилиндров, т. е. при $r = R$,

имеет место условие идеального контакта. Это условие в рассматриваемом случае можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(2)} \Big|_{r=R} &= \sigma_{rr}^{(1)} \Big|_{r=R}, \quad \left(\sigma_{r\theta}^{(2)} - \sigma_{z\theta}^{(2),0} \frac{\partial u_r^{(2)}}{\partial z} \right) \Big|_{r=R} = \left(\sigma_{r\theta}^{(1)} - \sigma_{z\theta}^{(1),0} \frac{\partial u_r^{(1)}}{\partial z} \right) \Big|_{r=R}, \\ \left(\sigma_{rz}^{(2)} - \sigma_{z\theta}^{(2),0} \frac{u_\theta^{(2)}}{r} \right) \Big|_{r=R} &= \left(\sigma_{rz}^{(1)} - \sigma_{z\theta}^{(1),0} \frac{u_\theta^{(1)}}{r} \right) \Big|_{r=R}, \\ u_r^{(2)} \Big|_{r=R} &= u_r^{(1)} \Big|_{r=R}, \quad u_\theta^{(2)} \Big|_{r=R} = u_\theta^{(1)} \Big|_{r=R}, \quad u_z^{(2)} \Big|_{r=R} = u_z^{(1)} \Big|_{r=R}. \end{aligned} \quad (4)$$

Кроме того, на свободной поверхности внешнего цилиндра, т. е. при $r = R + h$, выполняются следующие условия:

$$\sigma_{rr}^{(1)} \Big|_{r=R+h} = 0, \quad \left(\sigma_{r\theta}^{(1)} - \sigma_{z\theta}^{(1),0} \frac{\partial u_r^{(1)}}{\partial r} \right) \Big|_{r=R+h} = 0, \quad \left(\sigma_{rz}^{(1)} - \sigma_{z\theta}^{(1),0} \frac{u_\theta^{(1)}}{r} \right) \Big|_{r=R+h} = 0. \quad (5)$$

Таким образом, исследование дисперсии осесимметричной продольной волны в составном цилиндре с начальными кручениями сводится к решению задач о собственном значении, заключающем в себе уравнения движения (1), механические (2) и геометрические (3) соотношения с контактными (4) и граничными (5) условиями. Отметим, что указанные уравнения и соотношения также являются уравнениями и соотношениями ТЛТУВТНН. Однако эти уравнения и соотношение получаются в случае, когда начальные деформации являются малыми. Причем напряженно-деформированные состояния, относящиеся к начальному состоянию, определяются в рамках классической линейной теории упругости.

Отметим, что в случае, когда начальные кручения в цилиндрах отсутствуют, т.е. при $\mathfrak{G}^{(1)} = \mathfrak{G}^{(2)} = 0$, изложенная выше постановка задачи переходит к постановке соответствующих задач в рамках классической линейной теории эластодинамики. Как известно, в классическом случае осесимметричная продольная и осесимметричная крутильная волны распространяются в составном цилиндре отдельно, т.е. без взаимосвязи. Однако, как будет показано ниже, в случае, когда

$\left\{ \mathfrak{G}^{(1)} \neq 0; \quad \mathfrak{G}^{(2)} = 0 \right\}$ или $\left\{ \mathfrak{G}^{(1)} \neq 0; \quad \mathfrak{G}^{(2)} \neq 0 \right\}$, осесимметричные продольная и крутильная волны не могут распространяться в отдельности, т. е. имеет место взаимовлияние между этими двумя типами осесимметричных волн в составном цилиндре.

Метод решения

Начнем с представления перемещений. Согласно предположению о том, что волны двигаются вдоль цилиндров, т. е. вдоль оси OZ , эти представления можем записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} u_r^{(n)} &= U^{(n)}(r) \cos(kz - \omega t), \\ u_\theta^{(n)} &= V^{(n)}(r) \cos(kz - \omega t), \\ u_z^{(n)} &= W^{(n)}(r) \sin(kz - \omega t). \end{aligned} \quad (6)$$

Подставляя (6) в соотношения (3), из (2), (1) получаем следующее уравнение для неизвестных функций $U^{(n)}(r)$, $V^{(n)}(r)$ и $W^{(n)}(r)$:

$$\begin{aligned}
 & (2 + \alpha^{(n)}) \left[\frac{d^2 U^{(n)}}{dr_1^2} + \frac{d}{dr_1} \left(\frac{U^{(n)}}{r_1} \right) \right] + (1 + \alpha^{(n)}) \frac{dW^{(n)}}{dr_1} - U^{(n)} - \nu^{(n)} 2V^{(n)} = -\frac{c^2}{(c_2^{(n)})^2} U^{(n)}, \\
 & \frac{d}{dr_1} \left[\frac{dV^{(n)}}{dr_1} - \frac{V^{(n)}}{r_1} \right] + \frac{2}{r_1} \left[\frac{dV^{(n)}}{dr_1} - \frac{V^{(n)}}{r_1} \right] - V^{(n)} - \nu^{(n)} U^{(n)} = -\frac{c^2}{(c_2^{(n)})^2} V^{(n)}, \\
 & \frac{d}{dr_1} \left[\frac{dW^{(n)}}{dr_1} - U^{(n)} \right] + \frac{1}{r_1} \left[\frac{dW^{(n)}}{dr_1} - U^{(n)} \right], \\
 & \alpha^{(n)} \left[\frac{dU^{(n)}}{dr_1} - \frac{U^{(n)}}{r_1} + W^{(n)} \right] - 2W^{(n)} = -\frac{c^2}{(c_2^{(n)})^2} W^{(n)}, \tag{7}
 \end{aligned}$$

где $r_1 = kr, \quad \alpha^{(n)} = \frac{\lambda^{(n)}}{\mu^{(n)}}.$ (8)

В (8) k – волновое число, $\lambda^{(n)}$ и $\mu^{(n)}$ – постоянные Ламе частного решения уравнения (7) примем в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 U^{(n)}(r) &= A^{(n)} J_1(X^{(n)} r_1), \\
 V^{(n)} &= B^{(n)} J_1(X^{(n)} r_1), \\
 W^{(n)}(r) &= C^{(n)} J_0(X^{(n)} r_1), \tag{9}
 \end{aligned}$$

где $J_0(\chi^{(n)} r_1)$ и $J_1(\chi^{(n)} r_1)$ – функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка соответственно. Подставляя частные решения (9) в уравнение (7), получаем следующие уравнения относительно неизвестных постоянных $A^{(n)}, B^{(n)}$ и $C^{(n)}$:

$$\begin{aligned}
 & A^{(n)} \left[(2 + \alpha^{(n)}) (-\chi^{(n)})^2 + ((s^{(n)})^2 - 1) \right] + C^{(n)} (1 + \alpha^{(n)}) (-\chi^{(n)}) - B^{(n)} \nu^{(n)} 2 = 0, \\
 & -A^{(n)} \nu^{(n)} + B^{(n)} \left[-(\chi^{(n)})^2 + (s^{(n)})^2 - 1 \right] = 0, \tag{10} \\
 & -A^{(n)} (1 + \alpha^{(n)}) \chi^{(n)} + C^{(n)} \left[-(\chi^{(n)})^2 - \alpha^{(n)} + (s^{(n)})^2 - 2 \right] = 0.
 \end{aligned}$$

Из условия существования нетривиального решения получаем следующее уравнение для определения значения параметра $\chi^{(n)}$:

$$(\chi_1^{(n)})^3 + (\chi_1^{(n)})^2 a_4^{(n)} + \chi_1^{(n)} a_2^{(n)} + a_0^{(n)} = 0, \tag{11}$$

где

$$\begin{aligned}
 \chi_1^{(n)} &= (\chi^{(n)})^2, \quad a_4^{(n)} = \frac{e_4^{(n)} + f_4^{(n)}}{e_6^{(n)}}, \quad a_2^{(n)} = \frac{e_2^{(n)} + f_2^{(n)}}{e_6^{(n)}}, \\
 a_0^{(n)} &= \frac{e_0^{(n)} + f_0^{(n)}}{e_6^{(n)}}, \quad e_6^{(n)} = -(2 + \alpha^{(n)}),
 \end{aligned}$$

$$e_4^{(n)} = (3 + \alpha^{(n)}) \left((s^{(n)})^2 - 1 \right) + (2 + \alpha^{(n)}) \left(-\alpha^{(n)} + (s^{(n)})^2 - 2 \right),$$

$$\begin{aligned}
 e_2^{(n)} &= -\left((s^{(n)})^2 - 1 \right) \left[(s^{(n)})^2 - 1 + (3 + \alpha^{(n)}) \left(-\alpha^{(n)} + (s^{(n)})^2 - 2 \right) \right], \\
 e_0^{(n)} &= \left((s^{(n)})^2 - 1 \right) \left(-\alpha^{(n)} + (s^{(n)})^2 - 2 \right), \quad f_4^{(n)} = (1 + \alpha^{(n)})^2, \\
 f_2^{(n)} &= -(1 + \alpha^{(n)})^2 \left((s^{(n)})^2 - 1 \right) + 2(v_1^{(n)})^2, \\
 f_0^{(n)} &= -2(v_1^{(n)})^2 \left(-\alpha^{(n)} + (s^{(n)})^2 - 2 \right), \quad s^{(n)} = c / c_2^{(n)}, \quad v_1^{(n)} = v^{(n)} R.
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

Из (11), применяя известные формулы Кардана для решения кубического алгебраического уравнения, получаем:

$$\begin{aligned}
 \chi_{11}^{(n)} &= \frac{\varphi^{(n)}}{|\varphi^{(n)}|^2} \sqrt{-P^{(n)} / 3} \cos(\varphi^{(n)} / 3) - a_4^{(n)} / 3, \quad \varphi^{(n)} = \arctan\left(2\sqrt{-D^{(n)}} / (-Q^{(n)}) \right), \\
 \chi_{12}^{(n)} &= \frac{\varphi^{(n)}}{|\varphi^{(n)}|} \sqrt{-P^{(n)} / 3} \left(-\cos(\varphi^{(n)} / 3) - \sqrt{3} \sin(\varphi^{(n)} / 3) \right) - a_4^{(n)} / 3, \\
 \chi_{13}^{(n)} &= \frac{\varphi^{(n)}}{|\varphi^{(n)}|} \sqrt{-P^{(n)} / 3} \left(-\cos(\varphi^{(n)} / 3) + \sqrt{3} \sin(\varphi^{(n)} / 3) \right) - a_4^{(n)} / 3, \\
 P^{(n)} &= -(a_4^{(n)})^2 / 3 + a_2^{(n)}, \quad Q^{(n)} = 2(a_4^{(n)})^3 / 27 - a_4^{(n)} / 3 + a_0^{(n)}, \\
 D^{(n)} &= (Q^{(n)})^2 / 4 + (P^{(n)})^3 / 27.
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

Будем рассматривать случаи, когда

$$(\chi_{li}^{(n)})^2 > 0 \quad \text{или} \quad (\chi_{li}^{(n)})^2 < 0. \tag{14}$$

Отметим, что случаи, когда $\chi_{li}^{(n)}$ является комплексным числом, реальная часть которого отлична от нуля, не будут рассмотрены в настоящей работе. Кроме того, поскольку случаи

$\chi_{li}^{(n)} = 0$ соответствуют недисперсионному моду, для простоты изложения решения, соответствующие этому случаю, также не будут рассмотрены. Таким образом, частные решения уравнения (7) (обозначим их через $U_i^{(2)}, V_i^{(2)}, W_i^{(2)}$ для внутреннего цилиндра и через $U_{i1}^{(1)}, U_{i2}^{(1)}, V_{i1}^{(1)}, V_{i2}^{(1)}, W_{i1}^{(1)}, W_{i2}^{(1)}$ для внешнего цилиндра) получаем в следующем виде.

Случай, когда $(\chi_{li}^{(n)})^2 > 0$.

$$\left. \begin{aligned}
 U_i^{(2)} &= J_1\left(\sqrt{\chi_{li}^{(2)}} r_1\right), & V_i^{(2)} &= J_1\left(\sqrt{\chi_{li}^{(2)}} r_1\right), & W_i^{(2)} &= J_0\left(\sqrt{\chi_{li}^{(2)}} r_1\right) \\
 U_{i1}^{(1)} &= J_1\left(\sqrt{\chi_{li}^{(1)}} r_1\right), & V_{i1}^{(1)} &= J_1\left(\sqrt{\chi_{li}^{(1)}} r_1\right), & W_{i1}^{(1)} &= J_0\left(\sqrt{\chi_{li}^{(1)}} r_1\right) \\
 U_{i2}^{(1)} &= Y_1\left(\sqrt{\chi_{li}^{(1)}} r_1\right), & V_{i2}^{(1)} &= Y_1\left(\sqrt{\chi_{li}^{(1)}} r_1\right), & W_{i2}^{(1)} &= Y_0\left(\sqrt{\chi_{li}^{(1)}} r_1\right)
 \end{aligned} \right\} \tag{15}$$

Случай, когда $(\chi_{li}^{(n)})^2 < 0$.

$$\left. \begin{aligned} U_i^{(2)} &= I_1\left(\sqrt{|\chi_{li}^{(2)}|} r_1\right), & V_i^{(2)} &= I_1\left(\sqrt{|\chi_{li}^{(2)}|} r_1\right), & W_i^{(2)} &= I_0\left(\sqrt{|\chi_{li}^{(2)}|} r_1\right) \\ U_{i1}^{(1)} &= I_1\left(\sqrt{|\chi_{li}^{(1)}|} r_1\right), & V_{i1}^{(1)} &= I_1\left(\sqrt{|\chi_{li}^{(1)}|} r_1\right), & W_{i1}^{(1)} &= I_0\left(\sqrt{|\chi_{li}^{(1)}|} r_1\right) \\ U_{i2}^{(1)} &= K_1\left(\sqrt{|\chi_{li}^{(1)}|} r_1\right), & V_{i2}^{(1)} &= K_1\left(\sqrt{|\chi_{li}^{(1)}|} r_1\right), & W_{i2}^{(1)} &= K_0\left(\sqrt{|\chi_{li}^{(1)}|} r_1\right) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

где $Y_0\left(\sqrt{|\chi_{li}^{(n)}|} r_1\right)$ и $Y_1\left(\sqrt{|\chi_{li}^{(n)}|} r_1\right)$ – функции Бесселя второго рода нулевого и первого порядка соответственно; $I_0\left(\sqrt{|\chi_{li}^{(n)}|} r_1\right)$ и $I_1\left(\sqrt{|\chi_{li}^{(n)}|} r_1\right)$ – функции Бесселя чисто мнимого аргумента нулевого и первого порядка соответственно;

$K_0\left(\sqrt{|\chi_{li}^{(n)}|} r_1\right)$ и $K_1\left(\sqrt{|\chi_{li}^{(n)}|} r_1\right)$ – функции Макдональда нулевого и первого порядка соответственно. Отметим, что при математических преобразованиях, проведенных выше, использованы известные рекуррентные соотношения типа

$$\begin{aligned} J'_0(x) &= -J_1(x), & J'_p(x) + \frac{p}{x} J_p(x) &= J_{p-1}(x); \\ I'_0(x) &= I_1(x), & I'_p(x) + \frac{p}{x} I_p(x) &= -I_{p-1}(x); \\ K'_0(x) &= -K_1(x), & K'_p(x) + \frac{p}{x} K_p(x) &= K_{p-1}(x); \\ Y'_0(x) &= -Y_1(x), & Y'_p(x) + \frac{p}{x} Y_p(x) &= Y_{p-1}(x). \end{aligned} \quad (17)$$

Таким образом, общее решение уравнения (7) можем записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} U^{(2)} &= \sum_{i=1}^3 A_i^{(2)} U_i^{(2)}, & V^{(2)} &= \sum_{i=1}^3 B_i^{(2)} V_i^{(2)}, & W^{(2)} &= \sum_{i=1}^3 C_i^{(2)} W_i^{(2)}, \\ U^{(1)} &= \sum_{i=1}^3 \left(A_{i1}^{(1)} U_{i1}^{(1)} + A_{i2}^{(1)} U_{i2}^{(1)} \right), & V^{(1)} &= \sum_{i=1}^3 \left(B_{i1}^{(1)} V_{i1}^{(1)} + B_{i2}^{(1)} V_{i2}^{(1)} \right), \\ W^{(1)} &= \sum_{i=1}^3 \left(C_{i1}^{(1)} W_{i1}^{(1)} + C_{i2}^{(1)} W_{i2}^{(1)} \right). \end{aligned} \quad (18)$$

Подставляя (18) в уравнение (7) получаем следующие соотношения между неизвестными постоянными $A_i^{(2)}$, $B_i^{(2)}$, $C_i^{(2)}$, $A_{i1}^{(1)}$, $A_{i2}^{(1)}$, $B_{i1}^{(1)}$, $B_{i2}^{(1)}$, $C_{i1}^{(1)}$ и $C_{i2}^{(1)}$.

Для случая, когда $(\chi_{li}^{(n)})^2 > 0$, $n = 1, 2$:

$$\begin{aligned} C_i^{(2)} &= \frac{\sqrt{\chi_{li}^{(2)}} (1 + \alpha^{(2)})}{-\chi_{li}^{(2)} - \alpha^{(2)} + (s^{(2)})^2 - 2} A_i^{(2)}; & B_i^{(2)} &= \frac{\nu_1^{(2)}}{-\chi_{li}^{(2)} + (s^{(2)})^2 - 1} A_i^{(2)}; \\ C_{ik}^{(1)} &= \frac{\sqrt{\chi_{li}^{(1)}} (1 + \alpha^{(1)})}{-\chi_{li}^{(1)} - \alpha^{(1)} + (s^{(1)})^2 - 2} A_{ik}^{(1)}; & B_{ik}^{(1)} &= \frac{\nu_1^{(1)}}{-\chi_{li}^{(1)} + (s^{(1)})^2 - 1} A_{ik}^{(1)}. \end{aligned} \quad (19)$$

Для случая, когда $(\chi_{li}^{(n)})^2 < 0$, $n = 1, 2$:

$$C_i^{(2)} = \frac{\sqrt{\chi_{li}^{(2)}} (1 + \alpha^{(2)})}{|\chi_{li}^{(2)}| - \alpha^{(2)} + (s^{(2)})^2 - 2} A_i^{(2)}; \quad B_i^{(2)} = \frac{v_1^{(2)}}{|\chi_{li}^{(2)}| + (s^{(2)})^2 - 1} A_i^{(2)}; \tag{20}$$

$$C_{ik}^{(1)} = \frac{\sqrt{\chi_{li}^{(1)}} (1 + \alpha^{(1)})}{|\chi_{li}^{(1)}| - \alpha^{(1)} + (s^{(1)})^2 - 2} A_i^{(1)}; \quad B_{ik}^{(1)} = \frac{v_1^{(1)}}{|\chi_{li}^{(1)}| + (s^{(1)})^2 - 1} A_{ik}^{(1)} .$$

Таким образом, полностью определяем решения поставленной задачи о распространении волн с начальными кручениями в составном цилиндре.

Подставляя решение (18) в соотношение (6), проведя соответствующие математические выкладки, из (3), (2) и (6) получаем выражение для напряжений и перемещений через неизвестные постоянные, входящие в общее решение (18). Далее, удовлетворяя контактные (4) и граничные (5) условия, получаем систему однородных алгебраических уравнений для этих неизвестных постоянных. Из условия существования нетривиально-

го решения системы приравняем к нулю детерминант этой системы. Получаем дисперсионное уравнение в следующем виде:

$$\det \left\| \alpha_{ij} (S^{(1)}, S^{(2)}, kR, \vartheta^{(1)}, \vartheta^{(2)}) \right\| = 0 \tag{21}$$

$i, j = 1, 2, 3, 4, 5, \dots, 9.$

Следует отметить, что при $\vartheta^{(2)} = \vartheta^{(1)} = 0$ дисперсионные уравнения (21) можно представить в следующем виде:

$$\left(\det \left\| \alpha_{1ij} (s^{(n)}, kR) \right\| \right) \left(\det \left\| \alpha_{2ln} (s^{(n)}, kR) \right\| \right) = 0, \quad i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, \quad l, n = 1, 2, 3, \tag{22}$$

где $\det \left\| \alpha_{1ij} (s^{(1)}, s^{(2)}, kR) \right\| = 0 \tag{23}$

и $\det \left\| \alpha_{2ln} (s^{(1)}, s^{(2)}, kR) \right\| = 0 \tag{24}$

являются дисперсионными уравнениями для продольной и крутильной осесимметричных волн в составном цилиндре соответственно.

Численные результаты и их анализ

Численные результаты получаются для составного цилиндра из решения дисперсионного уравнения (20) (для случая, когда $\vartheta = 0$). При обсуждении численных результатов верхние индексы (2) и (1) будем менять с верхними индексами (f) и (m) соответственно. Кроме того, будем предполагать, что $v^{(f)} = v^{(m)} = 0,3$, $\rho^{(f)} = \rho^{(m)}$, $E^{(f)} / E^{(m)} = 5,0$, $h / R = 0,5$. При этом в основном будем рассматривать случай, когда $\vartheta^{(f)} = \vartheta^{(m)} = 0,05$. Введем обозначения $\vartheta = \vartheta^{(m)} = \vartheta^{(f)}$.

Дисперсионные кривые, полученные при $\vartheta_1 = 0,0$, приведены на рис. 2 для случая, когда $E^{(f)} / E^{(m)} = 5,0$. На рисунке приведены дисперсионные кривые, соответствующие первой дисперсионной моде крутильной волны (кривая обозначена через *TW*), первой дисперсионной моде продольной волны (кривая обозначена через *LW*) и первой недисперсионной моде, относящейся одновременно к обоим типам волн. Кроме того, на рисунке отмечена точка пересечения кривых, соответствующих первой дисперсионной моде крутильных волн и первой дисперсионной моде продольных волн.

Как видно из рис. 2, для мод продольных и крутильных волн скорость распространения волн получает конечно-предельное значение при $kR \rightarrow 0$.

Для нахождения этих предельных значений в работах [3; 4] заданы аналитические формулы.

Кроме того, при $kR \rightarrow \infty$ скорость распространения волн по поверхности внешнего цилиндра, соответствующая скорости волны Рэлея ($C_R^{(m)}$), и скорость распространения крутильной волны приближаются к скорости распространения поперечной волны ($C_2^{(m)}$).

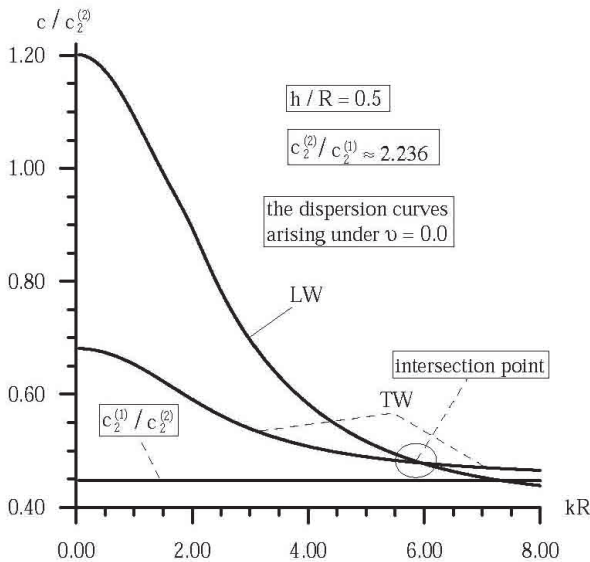


Рис. 2. Дисперсионные кривые для составного цилиндра при $C_2^{(f)}/C_2^{(m)} \approx 2,236$ и при отсутствии начального кручения: intersection point – точка пересечения [Figure 2. Dispersion curves for a compound cylinder for with and without initial torsion]

Теперь рассмотрим дисперсионные кривые, полученные из решения уравнения (21) при $\nu = 0,05$.

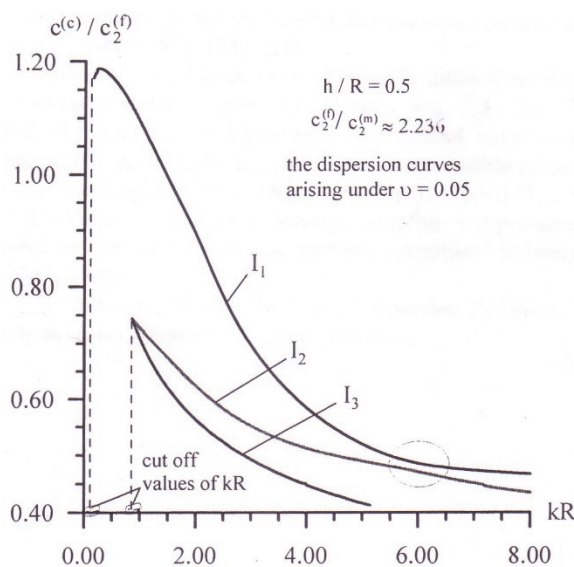


Рис. 3. Дисперсионные кривые [Figure 3. Dispersion curves]

Эти кривые обозначены на рис. 3. Кривые J_2 и J_3 показывают крутильные волны первой моды, а кривая J_1 показывает продольные волны первой моды. Как видно из рис. 3, кривые в отличие от состояния $\nu \neq 0$. Для kR существуют разрывные значения и при условии $kR \rightarrow 0$ отсутствует конечное предельное значение скорости распространения волны. Кроме того, дисперсионные кривые J_1 и J_2 нигде не пересекаются.

Заключение

Как видно из полученных математических результатов, действие начального кручения в цилиндре на величину распространения волны в цилиндре носит не только количественный, но и качественный характер.

© Гулиев М.С., Сейфуллаев А.И., Абдуллаева Дж.Н., 2018



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Список литературы

1. Гузь А.Н. Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями. Киев: А.С.К., 2004. 672 с.
2. Akbarov S.D. Recent investigations on the dynamical problems of the elastic body with initial (residual) stresses (review) // Int. Appl. Mechanic. 2007. Vol. 43. No. 12. Pp. 3–27.
3. Akbarov S.D., Guliev M.S. Axisymmetric longitudinal wave propagation in a finite pre-strained compound circular made from compressible materials // CMES – Computer Modeling in Engineering and Sciences. 2009. Vol. 39. No. 2. Pp. 155–177. doi.org/10.1007/s10778-010-0255-y.
4. Akbarov S.D., Guliev M.S. Propagation of axisymmetric longitudinal waves in a finitely pre-strained circular cylinder embedded in a finitely pre-strained infinite elastic body // Mechanics of Composite Materials. 2008. Vol. 44. No. 5. Pp. 465–478. doi.org/10.1007/s11029-008-9045-6.
5. Demiray H., Suhubi E.S. Small torsional oscillation in initially twisted circular rubber cylinder // International Journal of Engineering Sciences. 1970. Vol. 8. Pp. 19–30.
6. Ozturk A., Akbarov S.D. Torsional wave propagation in a pre-stressed circular cylinder embedded in a pre-stressed elastic medium // Applied Mathematical Modelling. 2009. Vol. 33. Pp. 3636–3649.
7. Seyfullayev A.I., Guliyev M.S. On the axisymmetric wave propagation in a finite restrained compound circular cylinder made from compressible materials // In-

ternational Journal of Nanosystems. 2010. Vol. 2. No. 2. P. 33–42.

Об авторах

Гулиев Муган Салман оглу – доктор физико-математических наук, профессор кафедры физики, Гянджинский государственный университет (Гянджа, Азербайджан). *Область научных интересов:* динамические задачи теории упругости. *Контактная информация:* e-mail – a.seyfullayev@yahoo.com.

Сейфуллаев Ализаде Имамали – кандидат физико-математических наук, доцент, главный научный сотрудник отдела волновой динамики, Институт математики и механики, Национальная академия наук Азербайджана (Баку, Азербайджан). *Область научных интересов:* механика разрушения и динамические задачи нелинейной теории упругости. *Контактная информация:*

e-mail – a.seyfullayev@yahoo.com. eLIBRARY SPIN-код: 7412-8270.

Абдуллаева Джамиля Новруз – доцент, преподаватель кафедры методики математики, Азербайджанский государственный педагогический университет (Баку, Азербайджан). *Область научных интересов:* механика разрушения и динамические задачи нелинейной теории упругости. *Контактная информация:* e-mail – a.seyfullayev@yahoo.com.

Для цитирования

Гулиев М.С., Сейфуллаев А.И., Абдуллаева Дж.Н. Исследование распространения упругих волн в составном цилиндре с начальным кручением // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 5. С. 404–413. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-404-413.

RESEARCH PAPER

Investigation of the distribution of elastic waves in the composite cylinder with the initial torch

Mugan S. Guliyev¹, Alizade I. Seyfullayev^{2*}, Jamile N. Abdullayeva³

¹Ganja State University

187 Sh.I. Xatai Avenue, Ganja, AZ2000, Republic of Azerbaijan

²Institute of Mathematics and Mechanics of the Azerbaijan National Academy of Sciences

9 B. Vahabzade, Baku, AZ1143, Republic of Azerbaijan

³Azerbaijan State Pedagogical University

68 Uzeyir Hacibeyli, Baku, AZ1000, Republic of Azerbaijan

*Corresponding author

(received: May 03, 2018; accepted: August 15, 2018)

Abstract. The aim of work. The work is devoted to the study of the propagation of axisymmetric longitudinal waves in a compound cylinder with initial torsion.

Solution technique. The initial stresses in the cylinder are determined using the classical linear theory of elasticity. Methods for solving corresponding problems of intrinsic significance are proposed. Numerical results are given and their analysis is carried out.

Results. It was found that the presence of initial torsion in cylinders does not exclude the appearance of an axisymmetric longitudinal and axisymmetric waves in a compound cylinder separately. It is found that, in the absence of initial torsion in the compound cylinder, there are intersection points between the dispersion curves corresponding to the modes of axially symmetric longitudinal and torsional waves.

It is shown that in the case when initial torsion takes place on at least one cylinder, the axisymmetric longitudinal and torsional waves can not propagate separately, i.e. there is an interference between these two types of axisymmetric waves in a composite cylinder. Methods for solving the problem are developed and corresponding dispersion equations for a compound cylinder are obtained. Dispersion equations are solved and dispersion curves are obtained, an algorithm is developed for constructing these curves.

Keywords: elastic waves, torsion, stress, Bessel function, MacDonald function

References

1. Guz A.N. (2004). *Uprugiye volni v telakh s nachalnymi (ostatochnimi) napryajeniyami [Elastic waves in bodies with initial (residual) stresses]*. Kiev, A.S.K. Publ., 672. (In Russ.)
2. Akbarov S.D. (2007). Recent investigations on the dynamical problems of the elastic body with initial (residual) stresses (review). *Int. Appl. Mechanics*, 43(12), 3–27.
3. Akbarov S.D., Guliev M.S. (2009). Axisymmetric longitudinal wave propagation in a finite pre-strained compound circular made from compressible materials. *CMES – Computer Modeling in Engineering and Sciences*, 39(2), 155–177, doi.org/10.1007/s10778-010-0255-y.
4. Akbarov S.D., Guliev M.S. (2008). Propagation of axisymmetric longitudinal waves in a finitely pre-strained circular cylinder embedded in a finitely pre-strained infinite elastic body. *Mechanics of Composite Materials*, 44(5), 465–478, doi.org/10.1007/s11029-008-9045-6.
5. Demiray H., Suhubi E.S. (1970). Small torsional oscillation in initially twisted circular rubber cylinder. *International Journal of Engineering Sciences*, 8, 19–30.
6. Ozturk A., Akbarov S.D. (2009). Torsional wave propagation in a pre-stressed circular cylinder embedded in a pre-stressed elastic medium. *Applied Mathematical Modelling*, 33, 3636–3649.
7. Seyfullayev A.I., Guliyev M.S. (2010). On the axisymmetric wave propagation in a finite restrained compound circular cylinder made from compressible materials. *International Journal of Nanosystems*, 2(2), 33–42.

About the authors

Guliyev Mugan Salman oglu – Dr Sci. (Phys.-Math.), Professor, Faculty of General Technical Disciplines, Department of Physics, Genje State University (Genje, Azerbaijan). *Research interests*: dynamic problems of the elasticity theory. *Contact*: e-mail – a.seyfullayev@yahoo.com.

Seyfullayev Alizade Imamali oglu – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Chief Research Fellow, Professor Assistant, Department of Wave Dynamics, Institute of Mathematics and Mechanics, Azerbaijan National Academy of Sciences (Baku, Azerbaijan). *Research interests*: fracture mechanics and dynamic problems of non-linear elasticity theory. *Contact*: e-mail – a.seyfullayev@yahoo.com. eLIBRARY SPIN-code: 7412-8270.

Abdullayeva Jamile Novruz gyzi – Lecturer, Department of Methodology for Mathematics, Azerbaijan State Pedagogical University (Baku, Azerbaijan). *Research interests*: dynamic problems of non-linear elasticity theory. *Contact*: e-mail – a.seyfullayev@yahoo.com.

For citation

Guliyev M.S., Seyfullayev A.I., Abdullayeva J.N. (2018). Investigation of the distribution of elastic waves in the composite cylinder with the initial torch. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(5), 404–413. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-404-413. (In Russ.)

Расчеты на устойчивость

УДК 624.014.2

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-414-426

RESEARCH PAPER

Analytical and finite element modeling in the calculation and design of reinforcements of stretched elements by fiber-reinforced polymers based on high-strength fiber using adhesive joints

Aleksandr I. Danilov^{1*}, Ivan A. Kalugin²¹Moscow State University of Civil Engineering (National Research University)
26 Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation²RKK Energy PJSC
4A Lenina St., Korolev City, Moscow Region, 141070, Russian Federation

*Corresponding author

(received: September 10, 2018; accepted: October 22, 2018)

Abstract. Subject. Analysis of applicability and effectiveness of various complexity level models in design of reinforcement of stretch elements by gluing on their surface high-strength fiber reinforced polymers (HSFRP).

Research objectives. Determine the necessary level of complexity of the calculation model based on the comparison of calculation results obtained on models of various complexity within the elastic behavior of the reinforced element and analysis of features of its elastoplastic behavior in case of its overload.

Materials and methods. Few relatively simple variants of HSFRP-reinforcement structures with application of four Finite Element Method (FEM) simulation models of varying complexity and an analytic approach. Plane and spatial Finite Element (FE) models with PC LIRA (SCAD) and FEMAP (NASTRAN) apply in considered series of numerical experiments. Comparative analysis of results of elastic FEM calculation based on various FE models with the results obtained using analytical expressions. A number of diagrams and tables represent the results of calculations. Nonlinear FEM analysis reveals some features of the reinforced elements response under extreme loads.

Results. The effect of various factors on the bonded joint behavior observed, the equations and formulae for the analysis and design are applied, the analytical approach based numerical results well correspond with those obtained using FEM. A number of nonlinear FEM calculations discover some features of elastic-plastic response of joints.

Conclusions. All the considered here FE models within the limits of elastic design are quite compatible mutually and with an approximate analytical approach as well. The least time- and effort-expensive for the stage of preliminary assessment of the various parameters effect on the glued joint behavior in the elastic design of the stretched elements reinforcement is an analytical approach allowing instantaneously obtain the resulting main components of stresses and forces in the components of joint to scroll through parameter values. FEM simulation for elastic calculation is expedient for verification of results. The simplified plain FEM simulation seems to be quite reliable here. In inelastic state of the reinforced element material yet, the features of its stress-strain distribution not observable in the elastic stage of its loading and requiring special attention and refined FEM simulation may dominate.

Keywords: bonded connection, adhesive layer, shear strength, shear modulus, analytical solution, FEM

General

HSFRP-reinforcement of steel elements (by high-strength fiber reinforced polymeric materials) using the adhesive and combined joints can radically simplify and accelerate the technology of reinforcement operation for steel structures in many cases

without interrupting the process of their normal service.

The implementation of HSFRP-reinforcement with adhesive joints involves the reinforced element surface preparation for gluing. Allowing for the real dimensions of building structures, an important parameter is the area of gluing contact surfaces value

that may the dimensions of glue layer dictate. In case of rod elements reinforcement, the rational length of the bonding area may be dominant parameter, since the shear stress distribution in the adhesive layer may be extremely uneven along its length. This is especially true for adhesive joints when reinforcing stretched elements. Surface preparation, as the foreign experience of strengthening steel elements of bridge structures shows, is the most labor-intensive taking a lot of time operation of the reinforcement process.

Carbon high-strength fibers, having a tensile strength many times exceeding the ultimate tensile strength, have a modulus of elasticity close to the elastic modulus of the metal of the reinforced elements. However, the total cross-section of high-strength fibers in the reinforcement elements is very insignificant in comparison with the cross-sectional dimensions of the reinforced elements of building structures, and therefore such reinforcement elements can be significantly included in the work of the reinforced element only under pre-tension, which in case of glue joints is highly problematic. Yet, with significant plastic deformations, the polymer elements can be actively involved in the work of the main element, redistributing a significant part of the acting force, while remaining in the elastic state, thus preventing the transition of local damage of elements in the global destruction of the structure.

Allowing for the noted problems, one of its solution factors is the development of a technique for analyzing the polymer reinforcement structure response at the stages of preliminary assignment of parameter values and evaluation of the so obtained layout solution (search through the permissible parameter values for the joint components) and at the stage of taking the final constructive solution. At the first stage, it is reasonable to use the least labor-intensive and time saving FEM and analytical elastic models. The second stage realization may need more accurate calculation methods based on nonlinear models.

Publications review

Along with traditional methods of reinforcing elements of steel structures using welded and bolted joints, the use of high-strength fiber-reinforced polymer materials (for example, carbon fiber reinforced polymers (CFRP)) can be quite effective, providing, with an insignificant increase in the weight of the structure, that there is no weakening of cross sections, additional stress concentrators or additional potential areas of corrosion, as well as a less labor intensive reinforcement process than traditional ones.

In [1] the authors consider the application of carbon polymers in building structures. The [2] and [3] present the recently obtained results of experimental studies of the behavior of adhesive joints in the strengthening of damaged steel elements working in tension. The work [4] considered principal aspects of ensuring the structure reliability level control by incorporating reserve (intercepting) elements that do not take on the loads in normal service conditions but become active in emergencies and start working as bearing in the overall structure at load level when some elements lose their bearing capacity. Polymer materials, due to their unique properties, are ideal for such applications in stretch zones.

Steel reinforcement elements increase the weight of structures, are prone to corrosion, and lead to the forming of additional zones of stress concentration in the base metal resulting from welding or drilling [5]. Welding may involve additional problems of quality control of welded joints, welding in hard-to-reach places, welding residual stresses, cracking in welded zones subject to heating, and a significant decrease in fatigue strength [6].

Welding in an explosive atmosphere is possible only with long breaks in normal operation of the facility and strict safety measures, which significantly increases the cost of repairs [7].

Polymers have high strength and wear resistance, as well as resistance to aggressive environment. The weight of polymer reinforcement system is several times lower than that of steel of similar reinforcement [8]. At the same time, the resistance of a high-strength fiber to stretching can be many times higher than that of steel, and the modulus of elasticity may be close to or even much higher than that of steel [9]. In [10–18], various aspects of use of polymers in the repair and strengthening of building structures for improving fatigue strength, stability with the use of adhesive and mechanical connections are considered.

Materials and methods

The use of adhesive joints in bearing structures, for all its attractiveness due to a number of features, causes plausible doubts in designers, as a little-studied field.

For the confident use of glued joints, the condition is the reflection in the normative documents of the requirements for the physical and mechanical properties of the materials used and rules and recommendations for design of glue joints. The performance of the bearing glue joints that the application of existing and/or development of new adhesive

compositions must provide should be regulated as well.

The analysis of various parameters and properties of the adhesive layer effect on the adhesive joint response and the structure reinforcement effect on structure resistance forecast is possible on the basis of a comparison of the results of numerical and physical experiments with approximate calculations on the basis of analytic relations allowing at relatively little time and effort to consider any required number of different combinations of joint parameters, especially when planning an experiment.

For numerical realization and comparison of the results, let consider a steel strip 10 mm width and 6 mm thick. For a strip of greater width, say 100 mm, nothing fundamentally changes, except for some uneven stress distribution over its width. The thickness of the element increase leads to increase in the length of the gluing according to increase of the element limit load. The assumed reinforcement length of 100 mm is convenient for FE modeling and may be quite realistic for local compensation for “point” damage. The reinforcement length increase, as will be discussed below, increases the shear stress in the adhesive layer and the longitudinal force in the CFRP. Nevertheless, one can adequately project the presented numerical results onto the symmetric

reinforcement of any cross section shape element under axial tension.

The main attention concentrates, first, to a comparative analysis of the calculation results based on FE models of different complexity level and, respectively, time and resource expensive, as well as using analytical expressions. The effect of the length of the reinforcement section and the thickness of the adhesive layer is also considered. The second issue is the reinforcement assembly response to the tension force, much higher than the plastic cross-section tension resistance in the reinforcement region, with the steel transition to the elastoplastic stage of the material response.

Five (four FE and analytic) models of the CFRP reinforcement joint:

1. the steel strip and reinforcement tape are both modeled by rod elements with a section of 10×3 and 10×1 mm, respectively (figure 1, *model 1*);
2. the steel strip and CFRP reinforcing tape are modeled by flat shell elements 10 mm thick oriented in the plane of the screen (figure 1, *model 2*);
3. the steel strip and CFRP reinforcing tapes are modeled by flat shell elements 10 mm thick, oriented along the normal to the screen plane (figure 1, *model 3*);
4. steel and CFRP tape are modeled by 3-dimensional solid type FE ($1 \times 1 \times 1$ mm);
5. analytical expressions.

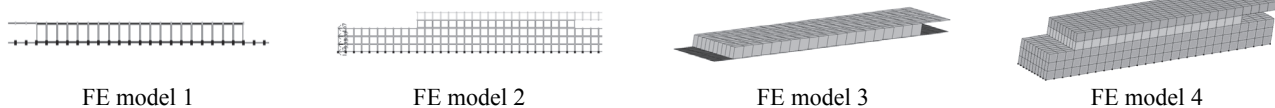


Figure 1. 2D (1 and 2) and 3D (3 and 4) FE models

Due to the double symmetry of the joint, its upper left quarter with corresponding boundary conditions is considered. At the free end of the steel strip, an axial force of 10 kN is applied. Allowing for the adhesive layer analysis features, it is simulated in 1 and 2 models by flat elements (in the screen plane), and in 3 and 4 models by 3-dimensional solid type FE ($1 \times 1 \times 1$ mm).

Fragments with glue layer 1 mm depth. Top line on the model 1 – CFRP, bottom – steel with applied 10 kN tension force on the free end (10 mm long), the bold dark nodes have no in plane horizontal constraints. The opposite ends (50 mm from the end of the glue layer) of steel and polymer are both fixed.

Here the choice of FE type for modeling is obvious in figures 3 and 4. Also the figure 4 represents the bonded joint structure (1 mm node step).

Model 5 – analytic.

The equilibrium conditions of the adhesion layer element of glued joint lead to the differential equation in the form (1)

$$\tau'' - \beta^2 \tau = 0, \quad (1)$$

$$\beta^2 \equiv \frac{G_a}{t_a} b_p \cdot \left(\frac{1}{A_p A_p} + \frac{1}{A_s A_s} \right), \quad (2)$$

where τ – shear stress in the adhesive layer; G_a – adhesive shear modulus, R_a – shear strength; t_a – adhesive layer thickness; b_p – width of the adhesive layer and CFRP tape; d – length of the adhesive layer on one side of the joint; E_s – elasticity modulus of the tension element material; A_s – cross-section area of tension element; E_p – elasticity modulus of the CFRP material; A_p – cross-section area of CFRP material.

The solution of this equation follows

$$\tau(x) = P(B_{11}sh(\beta x) + B_{21}ch(\beta x)), \quad (3)$$

$$B_{11} = -\frac{G_a}{\beta \cdot t_a} \cdot \frac{1}{A_s A_s},$$

$$B_{21} = \frac{\beta}{b_p} \cdot \frac{1}{sh(\beta d)} + B_{11} \cdot \frac{1-ch(\beta d)}{sh(\beta d)}. \quad (4)$$

The tension force in the CFRP reinforcement tape at the gluing length may be defined from

$$N_p(x) = P \cdot \frac{b_p}{\beta} \cdot ((B_{11}ch(\beta x) - 1) + B_{21}sh(\beta x)). \quad (5)$$

The x coordinate is measured from the left end of the gluing length on the left side of connection.

From the condition of limiting shear stresses in the adhesive, it is easy to obtain a constraint on the applied force P .

$$\tau(x) = P \cdot [B_{11}sh(\beta x) + B_{21}ch(\beta x)] \leq R_a. \quad (6)$$

Results

Joint fragment model parameters:

- strip 60 mm long, steel (in nonlinear design later will be C255 from GOST RF), cross section

10×3 mm. The yield stress tension resistance for steel is $10 \times 3 \times 250 = 7500 \text{ N} \approx 0.730 \text{ ton}$;

- the top (and bottom) CFRP tape 50 mm long is of 10×1 mm cross-section ($E_p = 200 \text{ GPa}$, $R_{pu} = 2000 \text{ MPa}$). Then $2000 \text{ MPa} \times 10 \text{ mm}^2 = 20000 \text{ N} \approx 2 \text{ t}$ is the ultimate tension force for one tape;

- the adhesive layer length on one side of the joint is 20 mm, the total cross-section is $10 \times 1 \text{ mm}^2$ (the shear module G_a is taken 200 MPa (Poisson factor 0.20), the shear strength R_{as} supposed about 15 MPa or so;

- the tensile force applied to the steel strip is 7500 N.

The adhesive layer depth is 1 mm allowing for the conventionality of this quantity. With an increase in thickness of the glue layer, the guarantee of its strength is supposed to reduce due to an enhanced probability of internal defects occurrence. At the same time, its total compliance to shear strain, allowing reducing shear stresses in glue layer with lengthening it.

Figures 2–8 present some FE modeling results using PC LIRA, showing adequate mutual affinity.

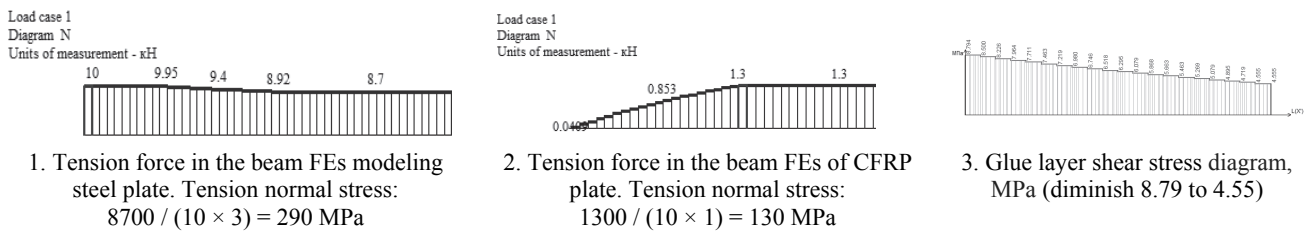


Figure 2. Tension and shear results in FE model 1 (figure 1)

The effect of reinforcement may be estimated as 13% $((10 - 8.7) / 10)$. The diagrams are shortened by cutting off their long right hand regions.

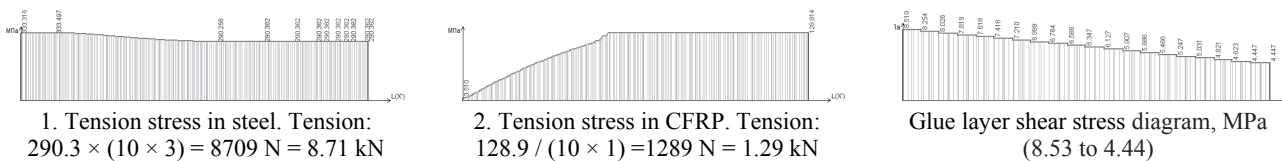


Figure 3. FE results for model 2 (figures 1–2)

The effect of reinforcement may be estimated as 13% $((10 - 8.7) / 10)$. The diagrams are shortened by cutting off their long right hand parts with constant force values.

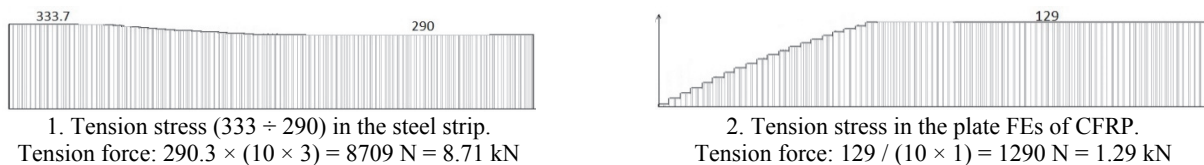


Figure 4. FE results using model 3 (figures 1–3)

Both diagrams have the right hand region cut off.

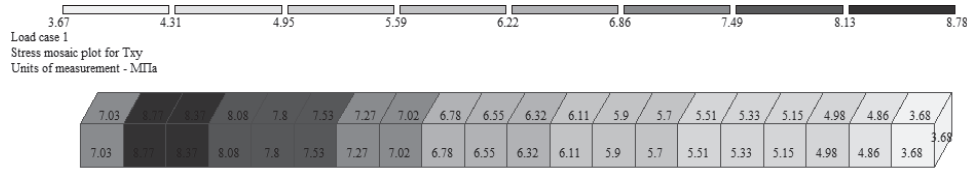
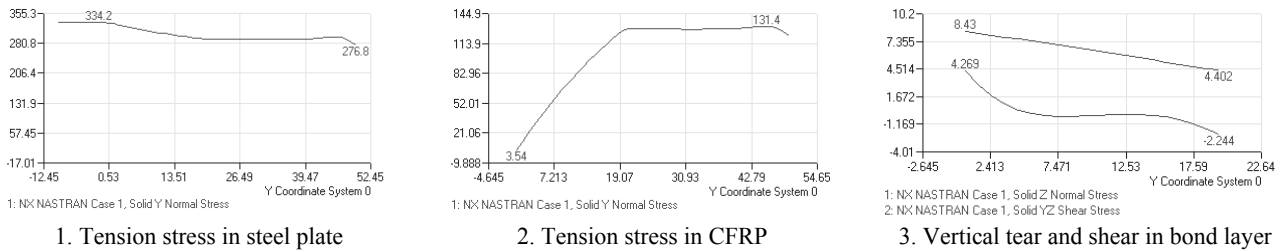


Figure 5. Glue layer shear stress contour plot for solid FE, MPa:

FE group along the glue layer in the middle of its width, values in the left second and third FEs are about 8.6

Model 4 (figures 1–3) type application in LIRA for the same sample and 3D FE dimensions gives very close results to those above and they are not presented here to save the paper space.

All presented above data result from using the PC LIRA-SAPR 13. Very close results supplies the using FEMAP with NASTRAN PC for the same 3D model.



1. Tension stress in steel plate

2. Tension stress in CFRP

3. Vertical tear and shear in bond layer

Figure 6. FEMAP (NASTRAN) – for the same 3D model as in LIRA (on 3 tear stress – bottom curve, shear – top)

The results (MPa) in figures correspond to solid FE middle points. The FEMAP results are very close to previous.

Analytic model 5 results using eqv. (1) – (6):

For above input data the formulae give the following values: in steel 8.696 kN (290 MPa tension stress); in CFRP 1.304 kN (130 MPa tension stress); in glue 9.079 MPa to 4.531 MPa shear stress.

So, very close results may be obtained through absolutely incomparable expenses (time and effort).

These analytical expressions, though being constrained in application, if programmed using any avail-

able means (Excel, MathCad or any alike) allow to obtain immediately the above results for any number of design cases just by varying input parameters (materials, geometry, properties, applied tension load). It facilitates analyzing the effect of various parameters values and their combinations on the reinforcement structure behavior and to select the most effective combination.

As a sample one may analyze the effect of reinforcement length (L , mm) on the shear stress (T_x , MPa) in glue and tension reduction in steel (%). All the rest input parameters are as in previous samples.

Table 1

Glue layer length L_{gl} and the reinforcement length effect on the glue shear stress and tension reduction (%)

L_{gl} , mm	L	50	100	200	300	500	1000	1500	2000	3000
20	T_0	9.079	11.154	12.573	13.112	13.569	13.931	14.055	14.118	14.182
	T_{20}	4.531	7.219	8.999	9.681	10.264	10.725	10.884	10.964	11.045
	%	13.0	17.6	20.7	21.8	24.3	23.6	23.9	24.0	24.2
50	T_0	8.439	9.032	9.224	9.279	9.319	9.348	9.357	9.362	9.367
	T_{50}	0.000	1.876	2.483	2.655	2.784	2.875	2.905	2.920	2.934
	%	16.7	21.6	23.2	23.6	24.0	24.2	23.3	24.3	24.4
100	T_0	–	8.883	8.902	8.905	8.906	8.907	8.907	8.907	9.367
	T_{100}	–	0.000	0.367	0.412	0.438	0.454	0.459	0.462	0.464
	%	–	23.2	24.2	24.3	24.4	24.4	24.4	24.4	24.4

These values correspond to applied tension 10 kN. Elastic calculation mode.

These data are the result of model 5 (analytic) approach numerical realization tested partially on FE models approaches and allow concluding in particular that the rational glue layer length value is around 100–150 mm if possible.

The applied load is much greater than the reinforced part of steel element tension resistance.

The CFRP reinforcement task here is to provide the structure resistance even if it cannot be provided for the steel element.

Let the strip is twice as wide outside reinforcement length as inside. The applied load is twice higher than needed to reach the yield stress in the reinforced steel part. The CFRP must compensate and provide structure resistance.

Depth: steel – 3 mm, glue – 1 mm, CFRP – 1 mm. Length: CFRP – 200 mm (total reinforcement length 400), glue layer – 50, 60, 100, 150 mm. Materials: glue and CFRP elastic – as before, steel – nonlinear S255 (GOST RF), stress-strain diagram – SP 16.13330.2017. 10 mm distance between left steel and polymer ends. On the left end the steel strip is 20 mm wide and diminishes to 10 mm on the length 50 mm. The table 1 represents the analytic model 5 results for applied force 7.5 kN (stress 7500 / 30 = 250 MPa).

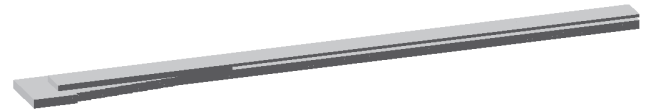


Figure 7. FE model type 2. 3D presentation. Left top quarter of the total structure shown

Table 2

Glue layer length L_{gl} and the reinforcement length effect on the glue shear stress and tension reduction (%)

L_{gl}, mm	L	50	100	200	300	500	1000	1500	2000	3000
50	T_0	6.33	6.77	6.92	6.96	6.99	7.011	7.02	7.02	7.03
	T_{50}	0.00	1.41	1.86	1.99	2.09	2.16	2.18	2.19	2.20
	%	16.7	21.6	23.2	23.6	24.0	24.2	23.3	24.3	24.4
100	T_0	–	6.66	6.68	6.69	6.68	6.63	6.68	6.68	6.68
	T_{100}	–	0.00	0.28	0.31	0.33	0.34	0.34	0.35	0.35
	%	–	23.2	24.2	24.3	24.4	24.4	24.4	24.4	24.4
150	T_0	–	–	6.67	6.67	6.67	6.67	6.67	6.67	6.67
	T_{150}	–	–	0.04	0.05	0.05	0.06	0.06	0.06	0.06
	%	–	–	24.4	24.4	24.4	24.4	24.4	24.4	24.4

These results show that here the most effective glue layer length value is 150 mm where possible.

In nonlinear analysis below after a number of tests, the tension forces $1.6 \times 7.5 = 12.24$ kN applies. Divided by steel section it gives $12240 / (10 \times 3) = 408$ MPa. It is much higher than yield and just a little lower than ultimate stress. It may be a kind of overload or on the contrary damaged steel element (cross-section reduction). Anyway some extraordinary situation is meant and the CFRP reinforcement must save the situation.

The key factor here is obviously the strength of glue layer translating the exhaust tension portion from steel to polymer reinforcement. Assuming carbon fiber total section 10×1 mm and ultimate stress 2000 MPa it must bear $20000 \text{ N} = 20 \text{ kN} = 2$ ton. Therefore, the plasticity or even breakdown of steel in this case doesn't mean the total reinforcement structure collapse.

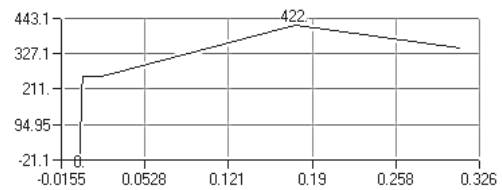


Figure 8. Steel strain-stress diagram (SP 16.13330)

Sample in PC FEMAP (Nastran): reinforcement (half-length) 200, glue $60 \times 10 \times 1$, steel S250 (diagram from SP 16.13330.2017, Application, $f_y = 255$ MPa), steel strip quarter cross section 10×3 , corresponding load 7500 H ($7500 / 30 = 250$ MPa).

Longitudinal coordinate $x = 0$ is assumed at the left end of CFRP (and glue layer). Left end of steel element – $x = -10$ mm and the right – $x = 200$ mm

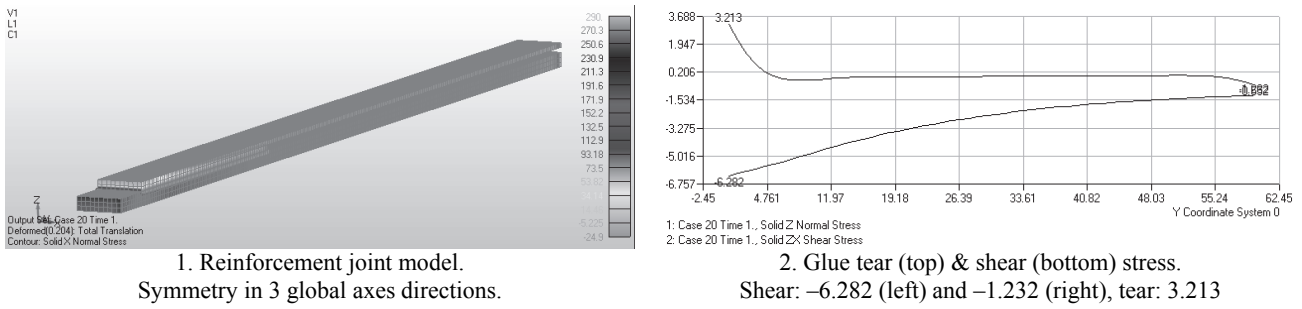


Figure 9. Model 4 (in NASTRAN) results. Load 7500 kN, results (stress) – MPa

Compare with table 2 (50–200).

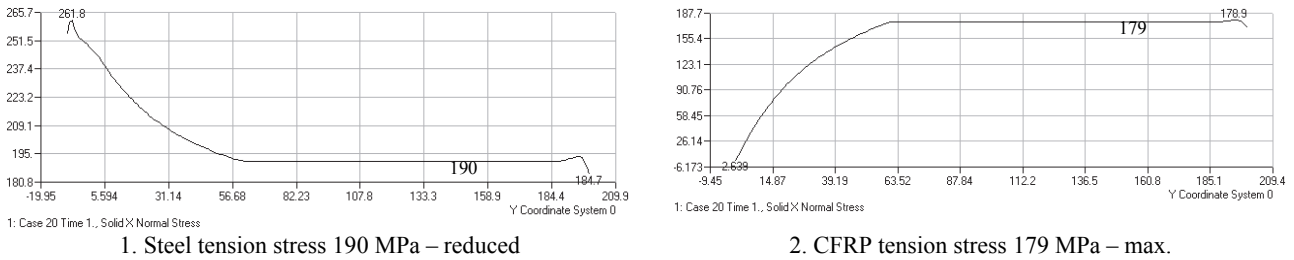


Figure 10. (Cont.) Model 4 (in NASTRAN) results

Reinforcement effect: $187 \times 30 = 5610$ N, $178.9 \times 10 = 1789$ N, total nearly 7500 N, $1789/7500 \Rightarrow 23.85\%$. Compare with table 2 (50–200).

So the model 5 (analytic), model 2 (LIRA) and model 4 (NASTRAN) provide close enough results.

In the next series of samples, the glue layer length L_{gl} is 200, 150, 100, 50, 40, 30, 20 mm and the steel strip width varies: for $x = -10$ to $x_1 = 0$ is taken $b = 17$ mm, $x_2 = 50$ to 200 mm – $b = 10$ mm.

In effect this is just 1/4 of total symmetric reinforcement structure: 420 mm steel, 400 mm CFRP, 20 mm width in the middle part and 34 mm at the ends ($10 + 50 = 60$ mm).

Let consider the results for load level $255 \times 30 \times 1.6 = 7650 \times 1.6 = 12\,240$ kN for a number of L_{gl} values.

All parameters are the same but glue layer is 200 mm long. Therefore, it has no gap on the total length.

Sample $L_{gl} = 200$ mm

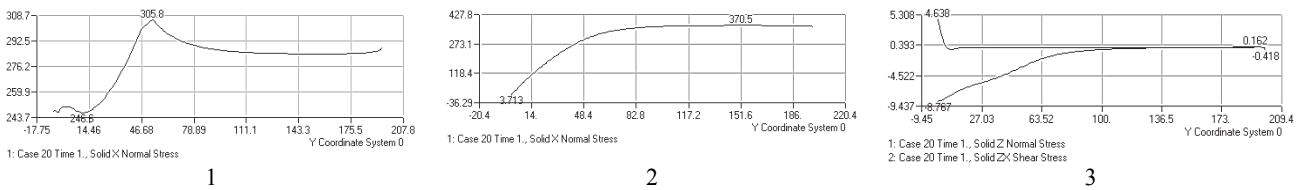


Figure 11. Stress distribution in the joint components ($L_{gl} = 200, x_2 = 50$):

1 – steel ($\sigma_s = 284.5$); 2 – CFRP ($\sigma_p = 370.5$); 3 – glue (tear $\sigma_{gl,z} = 4.638$, shear $\tau_{gl,xy} = 8.767 \div 0.4$); σ_s – tension stress in steel (reduced); σ_p – tension stress in CFRP (same section); $\sigma_{gl,z}$ – glue vertical tear stress (top)

Sample $L_{gl} = 150$ mm

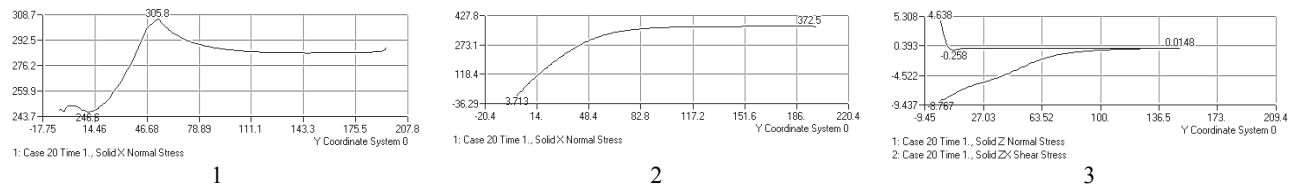


Figure 12. Stress distribution in the joint components ($L_{gl} = 200, x_2 = 50$):

1 – steel ($\sigma_s = 283.6$); 2 – CFRP ($\sigma_p = 372.5$); 3 – glue (tear $\sigma_{gl,z} = 4.638$, shear $\tau_{gl,xy} = 8.767 \div 0.0$)

Sample $L_{gl} = 100$ mm

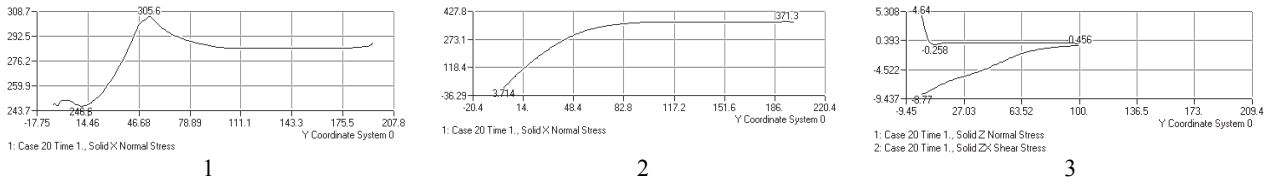


Figure 13. Stress distribution in the joint components ($L_{gl} = 100, x_2 = 50$):
 1 – steel ($\sigma_s = 284.2$); 2 – CFRP ($\sigma_p = 371.3$); 3 – glue (tear $\sigma_{gl,z} = 4.64$, shear $\tau_{gl,xy} = 8.77 \div 0.46$)

Sample $L_{gl} = 75$ mm

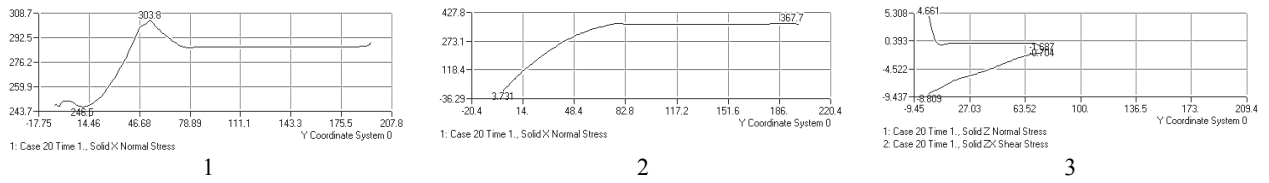


Figure 14. Stress distribution in the joint components ($L_{gl} = 75, x_2 = 50$):
 1 – steel ($\sigma_s = 285.4$); 2 – CFRP ($\sigma_p = 367.7$); 3 – glue (tear $\sigma_{gl,z} = 4.66$, shear $\tau_{gl,xy} = 8.803 \div 0.71$)

Sample $L_{gl} = 50$ mm

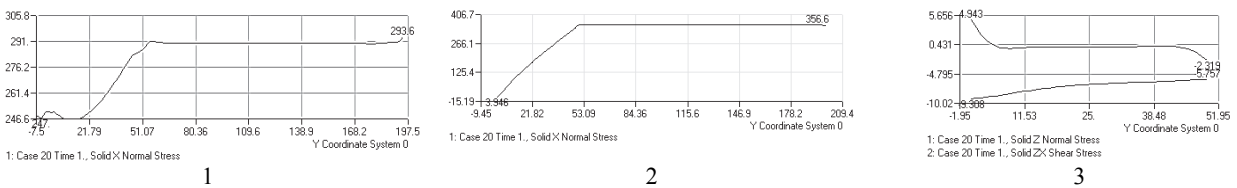


Figure 15. Stress distribution in the joint components ($L_{gl} = 50, x_2 = 50$):
 1 – steel ($\sigma_s = 290$); 2 – CFRP ($\sigma_p = 356.6$); 3 – glue (tear $\sigma_{gl,z} = 4.943$, shear $\tau_{gl,xy} = 9.308 \div 5.757$)

Sample $L_{gl} = 40$ mm

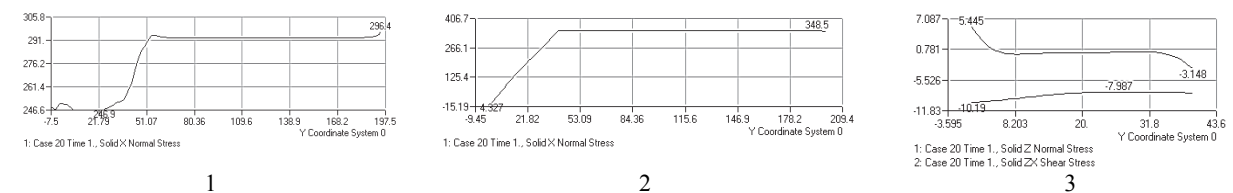


Figure 16. Stress distribution in the joint components ($L_{gl} = 40, x_2 = 50$):
 1 – steel ($\sigma_s = 292$); 2 – CFRP ($\sigma_p = 348.5$); 3 – glue (tear $\sigma_{gl,z} = 5.445$, shear $\tau_{gl,xy} = 10.19 \div 7.987$)

Sample $L_{gl} = 30$ mm

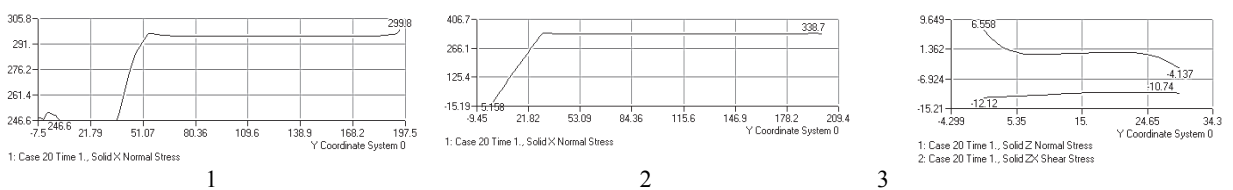


Figure 17. Stress distribution in the joint components ($L_{gl} = 30, x_2 = 50$):
 1 – steel ($\sigma_s = 296$); 2 – CFRP ($\sigma_p = 338$); 3 – glue (tear $\sigma_{gl,z} = 6.558$, shear $\tau_{gl,xy} = 12.12 \div 10.74$)

Sample $L_{gl} = 20$

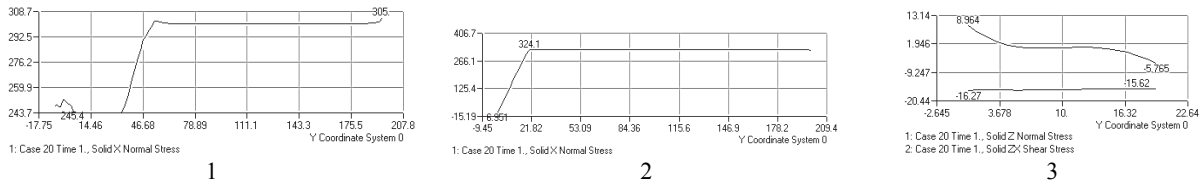


Figure 18. Stress distribution in the joint components ($L_{gl} = 20, x_2 = 50$):
 1 – steel ($\sigma_s = 300$); 2 – CFRP ($\sigma_p = 324$); 3 – glue (tear $\sigma_{gl,z} = 8.964$, shear $\tau_{gl,xy} = 16.27 \div 15.62$)

In figures 13–16 (1) there are splashes ($\sigma_s \approx 305$ MPa) at the point $x_2 = 50$ where the steel width b_s becomes equal 10 mm. It results from the discontinuity of second order derivative of edge of steel strip curve just at the points $x_1 = 0$ and $x_2 = 50$ mm. However, the splash is much less than ultimate stress of steel.

Below are a few sample results for the case. The splash is again at the point of the jump point of second derivative of the steel plate width $x_2 = 100$ mm. For cases where $L_{gl} \leq x_2$ there are no splashes on tension diagrams.

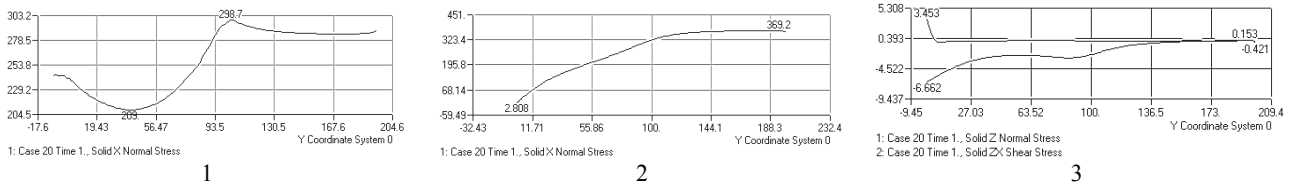


Figure 19. Stress distribution in the joint components ($L_{gl} = 200, x_2 = 100$):
 1 – steel ($\sigma_s = 285$); 2 – CFRP ($\sigma_p = 369.2$); 3 – glue (tear $\sigma_{gl,z} = 3.453$, shear $\tau_{gl,xy} = 6.662 \div 0.421$)

The splash moved to $x = x_2 = 100$ mm, where now the starts $b_s = 10$ mm.

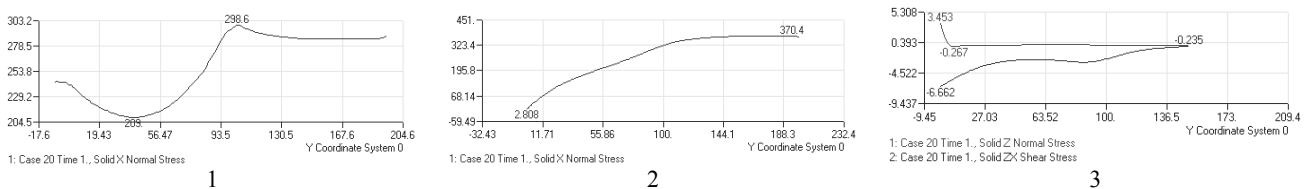


Figure 20. Stress distribution in the joint components ($L_{gl} = 150, x_2 = 100$):
 1 – steel ($\sigma_s = 285$); 2 – CFRP ($\sigma_p = 370.4$); 3 – glue (tear $\sigma_{gl,z} = 3.453$, shear $\tau_{gl,xy} = 6.662 \div 0.235$)

Next case is $L_{gl} = x_2 = 100$ mm.

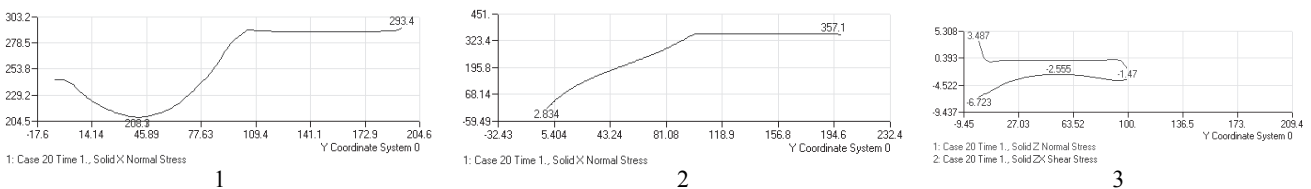


Figure 21. Stress distribution in the joint components ($L_{gl} = 100, x_2 = 100$):
 1 – steel ($\sigma_s = 289$); 2 – CFRP ($\sigma_p = 357$); 3 – glue (tear $\sigma_{gl,z} = 3.487$, shear $\tau_{gl,xy} = 6.723 \div 1.47$)

The splash now disappeared and it won't appear again while $L_{gl} \leq x_2$ takes place.

At the load levels lower than plastic resistance of 10×3 cross section this effect does not work. For parameters of figure 34 (glue 150, $x_2 = 100$) and load 7500 the result is in figure 36 with no splashes.

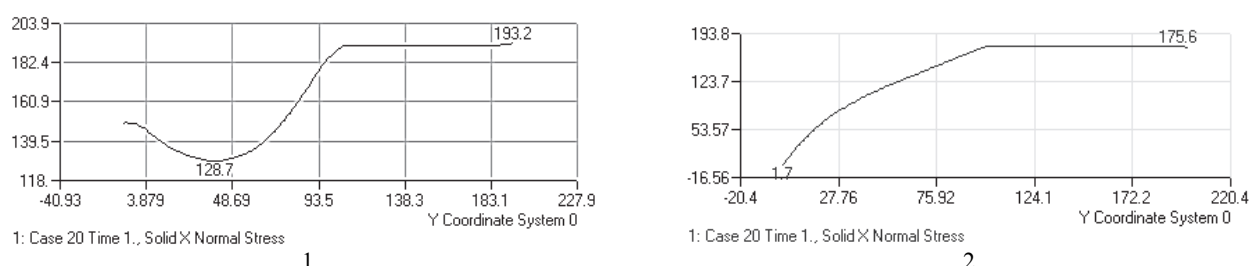


Figure 22. Stress distribution in the joint components ($L_{gl} = 100$, $x_2 = 100$) at 7500 kN tension load: 1 – steel ($\sigma_s = 193$); 2 – CFRP ($\sigma_p = 176$)

Thus, the results showed that elastic-plastic response of joint may be quite unlike the elastic one and it needs a special attention in design.

Conclusions

1. The high strength polymer glued reinforcement joint response and its efficiency determine such parameters as the glue shear modulus, strength and thickness of the adhesive layer and its length, reinforcement region length etc.

2. The FEM modeling in specialized PC with relatively acceptable accuracy is a time- and effort-consuming procedure. Therefore, at least at the preparatory stage, one should keep in mind the expediency of simplified models application to ride through the variety of the joint parameter combinations to select their initial values.

3. The analytic approach facilitates the process of varying the reinforcement joint parameters yet providing acceptable accuracy of results for further design.

4. The most rational approach seems to select the effective values of geometry and the material parameters of the reinforcement joint using analytic expressions, followed by a possible numerical FEM and, if necessary, an experimental verification.

5. The most effective application of the reinforcement structures under consideration can be in case of the danger of a material of the reinforced elements transition into an inelastic state.

6. The design of reinforcement taking into account the physical nonlinearity of the material of the reinforced elements can lead to specific results not typical for linear design.

7. Specific qualities of high-strength polymeric materials and glue joints determine the prospects for the development of effective reinforcement design variants for multi-purpose application in building structures.

© Aleksandr I. Danilov, Ivan A. Kalugin, 2018



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

References

1. Ovchinnikov I.I., Ovchinnikov I.G., Chesnokov G.V., Tatiev D.A., Pokulaev D.V. (2014). Usileniye metallicheskich konstrukciy fibroarmirovannymi plastikami [Reinforcement of metal structures with fiber reinforced polymers]. *Naukovedeniye*, (3), 1–23. (In Russ.)
2. Tusnin A.R., Schurov E.O. (2017). Eksperimentalnyje issledovanija kleevogo sojedineniya elementov iz stali i ugleplastikovych kompozicionnyh materialov [Experimental investigation of the glue joint between the steel element and carbon fiber reinforced polymers]. *Promyshlennoje i grajdanskoje stroitelstvo*, (7), 69–73. (In Russ.)
3. Tusnin A.R., Schurov E.O. (2017). Eksperimentalnyje issledovanija stalnyh elementov, usilennyh ugleplastikovymi kompozicionnymi materialami [Experimental investigation of the steel elements strengthened by the carbon fiber reinforced polymers]. *Promyshlennoje i grajdanskoje stroitelstvo*, (9), 25–29. (In Russ.)
4. Danilov A.I. (2014). Koceptija upravlenija processom razrusheniya stroitel'nogo objekta [The concept of the civil engineering object collapse process control]. *Promyshlennoje i grajdanskoje stroitelstvo*, (8), 74–77. (In Russ.)
5. Tavakkolizadeh Saadatmanesh H. (2003). Fatigue strength of steel girders strengthened with carbon fiber reinforced polymer patch. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, (129), 186–196
6. El-Tawil S., Ekiz E., Goel S., Chao S.-H. (2011). Retraining local and global buckling behavior of steel plastic hinges using CFRP. *Journal of Constructional Steel Research*, (67), 261–269
7. Tsouvalis N.G., Mirisiotis L.S., Dimou D.N. (2009). Experimental and numerical study of the fatigue behaviour of composite patch reinforced cracked steel plates. *International Journal of Fatigue*, (31), 1613–1627.
8. Shaat A., Schnerch D., Fam A., Rizkalla S. (2003). Retrofit of steel structures using fiber reinforced polymers (FRP): state-of-the-art. *Centre for Integration of Composites into Infrastructure*.
9. Nguyen T.-C., Bai Y., Zhao X.-L., Al-Mahaidi R. (2011). Mechanical characterization of steel/CFRP double strap joints at elevated temperatures. *Composite Structures*, (93), 1604–1612
10. Bocciarelli M., Colombi P., Fava G., Poggi C. (2009). Fatigue performance of tensile steel members strengthened with CFRP plates. *Composite Structures*, (87), 334–343.

11. Liu H., Al-Mahaidi R., Zhao X. (2009). Experimental study of fatigue crack growth behavior in adhesively reinforced steel structures, *Compos. Struct.*, 90, 12–20.

12. Harries K.A., Peck A.J., Abraham E.J. (2009). Enhancing stability of structural steel sections using FRP. *Thin-Walled Structure*, 47, 1092–1101.

13. Patnaik A.K., Bauer C.L. (2004). Strengthening of steel beams with carbon FRP laminates. *Proceeding of the 4th Advanced Composites for Bridges and Structures Conference*, Calgary, Canada.

14. Colombi P., Bassetti A., Nussbaumer A. (2003). Analysis of cracked steel members reinforced by prestressed composite patch. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, 26(1), 59–67

15. Täljsten B., Hansen C.S., Schmidt J.W. (2009). Strengthening of old metallic structures in fatigue with prestressed and non-prestressed CFRP laminates. *Construction and Building Materials*, 23(4), 1665–1677.

16. Ghafoori E., Motavalli M., Botsis J., Herwig A., Galli M. (2012). Fatigue strengthening of damaged metallic beams using prestressed unbonded and bonded CFRP plates. *International Journal of Fatigue*, 44, 303–315.

17. Ghafoori E., Schumacher A., Motavalli M. (2012). Fatigue behavior of notched steel beams reinforced with bonded CFRP plates: determination of prestressing level for crack arrest. *Engineering Structures*, 45, 270–283

18. Ghafoori E., Motavalli M. (2013). Flexural and interfacial behavior of metallic beams strengthened by prestressed bonded plates, *Composite Structures*, 101, 22–34.

About the authors

Aleksandr I. Danilov – Cand. Sci. (Eng.), Assistant Professor, the Department of Metal and Timber Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU) (Moscow, Russia). *Research interests*: metal structures, reinforcement of metal structures, security and reliability control, nonlinear problems. *Contact*: e-mail – alenk904@mail.ru. eLIBRARY SPIN-code: 1892-6079. AuthorID: 802009.

Ivan A. Kalugin – Bachelor, Construction Engineer, RKK Energy PJSC (Korolev City, Russia). *Research interests*: metal structures, reinforcement of metal structures, security and reliability control, nonlinear problems. *Contact*: e-mail – kalugin_93@bk.ru.

For citation

Danilov A.I., Kalugin I.A. (2018). Analytical and finite element modeling in the calculation and design of reinforcements of stretched elements by fiber-reinforced polymers based on high-strength fiber using adhesive joints. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(5), 414–426. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-414-426.

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Аналитическое и конечно-элементное моделирование при расчете и проектировании усилений растянутых элементов фиброармированными полимерами на основе высокопрочного волокна с применением клеевых соединений

А.И. Данилов^{1*}, И.А. Калугин²

¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет
Ярославское шоссе, 26, Москва, Российская Федерация, 129337

²ПАО РКК «Энергия»
ул. Ленина, 4А, Королев, Московская область, Российская Федерация, 129337

*Автор, ответственный за переписку

(поступила в редакцию: 10 сентября 2018 г.; принята к публикации: 12 октября 2018 г.)

Предмет исследования. Анализ применимости и эффективности применения моделей различного уровня сложности для расчета и проектирования усиления растягиваемых элементов путем наклеивания на их поверхности полимеров на основе высокопрочных волокон.

Цель исследования. Определение необходимого уровня сложности расчетной модели путем сравнения полученных на моделях различной сложности численных результатов в рамках упругого поведения материалов и анализ особенностей упругопластической работы в случае повышенной нагрузки.

Материалы и методы. Рассматриваются несколько относительно простых вариантов конструкции усиления высокопрочными волокнами с применением четырех конечно-элементных моделей (КЭ-моделей) различной сложности и аналитического подхода. В представленной серии численных экспериментов с применением ПК «ЛИРА» (СКАД) и FEMAP (NASTRAN) использовались двумерные и трехмерные КЭ-модели. Сравнение результатов упру-

гого расчета различных КЭ-моделей с результатами, полученными с помощью аналитических выражений. Результаты расчета представлены в графической и табличной форме. Нелинейный анализ обнаруживает некоторые особенности поведения усиленных элементов при запредельных нагрузках.

Результаты. Рассмотрено влияние различных факторов на работу клевого соединения, применение уравнений и формул для расчета и проектирования. Результаты на основе аналитического подхода хорошо согласуются с результатами расчета методом конечных элементов (МКЭ). Расчеты МКЭ в физически нелинейной постановке обнаруживают некоторые особенности упругопластической работы соединений.

Выводы. Все рассмотренные в статье КЭ-модели и приближенный аналитический подход в пределах упругого расчета дают близкие результаты. Наиболее экономичным по затратам усилий и времени на стадии предварительной оценки влияния различных параметров на работу узла в упругой стадии является аналитический подход. Применение МКЭ в упругой стадии целесообразно для уточнения результатов. Упрощенные плоские модели здесь достаточно надежны. Однако за пределами упругости материала усиливаемого элемента проявляются некоторые особенности НДС, не наблюдаемые в упругой стадии его нагружения и требующие особого внимания и уточненного расчета МКЭ.

Ключевые слова: клеевое соединение, адгезионный слой, сдвиговая прочность, модуль сдвига, аналитическое решение, МКЭ

Список литературы

1. Овчинников И.И., Овчинников И.Г., Чесноков Г.В., Татиев Д.А., Покулаев Д.В. Усиление металлических конструкций фиброармированными пластиками // Наукоедение. 2014. № 3. С. 1–23.
2. Туснин А.Р., Шуруп Е.О. Экспериментальные исследования клевого соединения элементов из стали и углепластиковых композиционных материалов // Промышленное и гражданское строительство. 2017. № 7. С. 69–73.
3. Туснин А.Р., Шуруп Е.О. Экспериментальные исследования стальных элементов, усиленных углепластиковыми композиционными материалами // Промышленное и гражданское строительство. 2017. № 9. С. 25–29.
4. Данилов А.И. Концепция управления процессом разрушения строительного объекта // Промышленное и гражданское строительство. 2014. № 8. С. 74–77.
5. Tavakkolizadeh Saadatmanesh H. Fatigue strength of steel girders strengthened with carbon fiber reinforced polymer patch // Journal of Structural Engineering, ASCE. 2003. No. 129. Pp. 186–196.
6. El-Tawil S., Ekiz E., Goel S., Chao S.-H. Retrainig local and global buckling behavior of steel plastic hinges using CFRP // Journal of Constructional Steel Research. 2011. No. 67. Pp. 261–269.
7. Tsouvalis N.G., Mirisiotis L.S., Dimou D.N. Experimental and numerical study of the fatigue behaviour of composite patch reinforced cracked steel plates // International Journal of Fatigue. 2009. No. 31. Pp. 1613–1627.
8. Shaat A., Schnerch D., Fam A., Rizkalla S. Retrofit of steel structures using fiber reinforced polymers (FRP): state-of-the-art. Centre for Integration of Composites into Infrastructure. 2003.
9. Nguyen T.C., Bai Y., Zhao X.L., Al-Mahaidi R. Mechanical characterization of steel/CFRP double strap joints at elevated temperatures // Composite Structures. 2011. No. 93. Pp. 1604–1612.
10. Bocciarelli M., Colombi P., Fava G., Poggi C. Fatigue performance of tensile steel members strengthened with CFRP plates // Composite Structures. 2009. No. 87. Pp. 334–343.
11. Liu H., Al-Mahaidi R., Zhao X. Experimental study of fatigue crack growth behavior in adhesively reinforced steel structures // Composite Structures. 2009. Vol. 90. Pp. 12–20.
12. Harries K.A., Peck A.J., Abraham E.J. Enhancing stability of structural steel sections using FRP // Thin-Walled Structure. 2009. Vol. 47. Pp. 1092–1101.
13. Patnaik A.K., Bauer C.L. Strengthening of steel beams with carbon FRP laminates: Proceeding of the 4th Advanced Composites for Bridges and structures conference. Canada: Calgary, 2004.
14. Colombi P., Bassetti A., Nussbaumer A. Analysis of cracked steel members reinforced by prestressed composite patch // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. 2009. Vol. 26. No. 1. Pp. 59–67.
15. Täljsten B., Hansen C.S., Schmidt J.W. Strengthening of old metallic structures in fatigue with prestressed and non-prestressed CFRP laminates // Construction and Building Materials. 2009. Vol. 23. No. 4. Pp. 1665–1677.
16. Ghafoori E., Motavalli M., Botsis J., Herwig A., Galli M. Fatigue strengthening of damaged metallic beams using prestressed unbonded and bonded CFRP plates // International Journal of Fatigue. 2012. Vol. 44. Pp. 303–315.
17. Ghafoori E., Schumacher A., Motavalli M. Fatigue behavior of notched steel beams reinforced with bonded CFRP plates: determination of prestressing level for crack arrest // Engineering Structures. 2012. Vol. 45. Pp. 270–283.
18. Ghafoori E., Motavalli M. Flexural and interfacial behavior of metallic beams strengthened by prestressed bonded plates // Composite Structures. 2013. Vol. 101. Pp. 22–34.

Об авторах

Александр Иванович Данилов – кандидат технических наук, доцент кафедры металлических и деревянных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ) (Москва, Россия). *Область научных интересов:* металлоконструкции, методы усиления металлоконструкций, управление безопасностью и надежностью металлоконструкций, нелинейные задачи. *Контактная информация:* e-mail – alenk904@mail.ru. eLIBRARY SPIN-код: 1892-6079. AuthorID: 802009.

Иван Александрович Калугин – бакалавр, инженер-конструктор, ПАО РКК «Энергия» (Королев, Россия). *Область научных интересов:* методы усиления конструктивных элементов, применение фиброармиро-

ванных полимеров, метод конечных элементов (МКЭ). *Контактная информация:* e-mail – kalugin_93@bk.ru.

Для цитирования

Danilov A.I., Kalugin. I.A. Analytical and finite element modeling in the calculation and design of reinforcements of stretched elements by fiber-reinforced polymers based on high-strength fiber using adhesive joints (Аналитическое и конечно-элементное моделирование при расчете и проектировании усилений растянутых элементов фиброармированными полимерами на основе высокопрочного волокна с применением клеевых соединений) // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 5. С. 414–426. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-414-426.

УДК 699.841
DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-427-435

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Устойчивость стен индивидуальных жилых домов с деревянным каркасом

С.Ж. Раззаков*, Б.Г. Жураев, Э.С. Жураев

Наманганский инженерно-строительный институт
ул. И.А. Каримова, 12, Наманган, Республика Узбекистан, 160103

*Автор, ответственный за переписку

(поступила в редакцию: 18 февраля 2018 г.; доработана: 22 сентября 2018 г.; принята к публикации: 07 октября 2018 г.)

Цель. Исследование устойчивости стен индивидуальных жилых домов с деревянным каркасом и напряженно-деформированного состояния одноэтажного строения, а также рассмотрение проблемы их прочности и сейсмостойкости.

Методы. Изложена разработка методики расчета небольших, простых по форме индивидуальных домов с усилением несущих стен каркасом. Методика включает в себя следующие этапы: создание математической модели строений; выбор численного метода – метода конечных элементов (МКЭ), позволяющего учитывать конструктивные особенности строения; проведение расчетов строений на заданные нагрузки. Выбор метода конечных элементов обоснован возможностью производить расчеты пространственной модели, учитывающей реальную геометрию и конструктивные особенности строения.

Выводы. Использование пространственной модели позволило детально учесть наличие каркаса, а анализ напряженно-деформированного состояния выявил увеличение жесткости конструкции с каркасом, что свидетельствует о повышении ее прочности, устойчивости, сейсмостойкости. Выявлена связующая роль каркаса, состоящая в объединении элементов конструкции в единую пространственную систему. Статический эффект заключается в восприятии жесткими элементами каркаса приложенной статической нагрузки, вызывающей в них незначительную деформацию, передающуюся на простенки между элементами каркаса. Это приводит к равномерному распределению и общему снижению уровня напряжений в стенах по сравнению с теми же напряжениями в стенах без каркаса.

Ключевые слова: индивидуальные жилые дома, стена, деревянный каркас, нагрузка, напряжение, деформирование, прочность, устойчивость, сейсмостойкость

Введение

На сегодняшний день в мировой практике строительства ведущую роль играют вопросы использования экологически чистых материалов, эффективное использование энергосберегающих технологий и ресурсов, а также вопросы обеспечения сейсмической безопасности индивидуальных жилых домов. В период интенсивного развития современного строительства и активизации сейсмических процессов вопросы сейсмостойкости, обеспечение устойчивости и оценка конструкционной и сейсмической безопасности считаются наиболее актуальными.

В этом направлении достигнуты определенные успехи, особое внимание при проектировании уделяется разработке конструктивных решений, антисейсмических мероприятий, а также совершенствованию методов расчета, обеспечивающих прочность, устойчивость и сейсмостойкость домов. При-

стальное внимание уделяется вопросам совершенствования методов расчета на статические и сейсмические воздействия конструкций индивидуальных жилых домов, возведенных из местных, экологически чистых, малопрочных материалов, определению напряженно-деформированного состояния их конструкции, разработки методов расчета, основанных на выборе пространственных моделей домов, учитывающих их реальную геометрию в реальных условиях работы.

Цель исследования и постановка задачи

Разработка методики расчета небольших, простых по форме индивидуальных жилых домов с усилением несущих стен каркасом.

Расчетный метод включает в себя следующие этапы:

– создание математической модели строений;

– выбор численного метода, позволяющего учитывать конструктивные особенности и пространственность строения;

– проведение расчетов строений на заданные нагрузки.

Каркас, представляющий собой систему стержневых элементов, должен служить укреплению стен индивидуальных построек. Однако при достаточно большой массе вышележащих конструкций, а также при интенсивном сейсмическом воздействии стойки каркаса могут, изогнувшись, потерять прямолинейную форму, что приведет к выпадению кладки и разрушению строения. Поэтому геометрия и материал стоек каркаса должны быть подобраны таким образом, чтобы предотвратить потерю их устойчивости под действием как вертикальных – от веса вышележащих конструкций (стен, перекрытий), так и горизонтальных нагрузок.

Для определения критической нагрузки, вызывающей потерю устойчивости элемента каркаса, используется энергетический метод, согласно которому при переходе от прямолинейной формы равновесия к криволинейной действующая сила совершает работу, в результате чего увеличивается потенциальная энергия стержня. Уравнение энергетического баланса стержня будет иметь вид

$$U_{изг} = P_{кр} \lambda, \quad (1)$$

где $U_{изг}$ – потенциальная энергия изгиба; $P_{кр}$ – критическая величина продольной сжимающей силы; λ – перемещение точки приложения силы; $P_{кр} \lambda$ – представляет работу этой силы.

Энергия изгиба стержня длиной l и моментом инерции сечения $I(x)$ выражается через изгибающий момент $M_{изг}$ следующим образом:

$$U_{изг} = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{M_{изг}^2}{EI(x)} dx. \quad (2)$$

Учитывая, что $M_{изг} = EI(x)y''$, а y – прогиб стержня, получим

$$U_{изг} = \frac{1}{2} \int_0^l EI(x)(y'')^2 dx. \quad (3)$$

Перемещение λ определяется как разность между начальной длиной стержня l и проекцией изогнутой упругой линии на прямую, соединяющую опоры, или в приращениях это можно записать как

$$d\lambda = dz - dz \cos \theta, \quad (4)$$

где θ – угол наклона касательной в данной точке прогиба.

При малых прогибах, воспользовавшись разложением функции $\cos \theta$ в степенной ряд

$$\cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \dots + (-1)^n \frac{\theta^{2n}}{(2n)!} + \dots \quad (5)$$

и ограничиваясь двумя членами ряда (5), получим из (4)

$$d\lambda = \frac{\theta^2}{2} dz. \quad (6)$$

При малых прогибах $\theta = y'$. Тогда полное продольное перемещение конца стержня получается из (6) интегрированием по всей длине стержня –

$$\lambda = \frac{1}{2} \int_0^l y'^2 dz, \quad (7)$$

а критическая сила из выражения (1) будет определяться формулой

$$P_{кр} = \frac{U_{изг}}{\lambda} = \frac{\int_0^l EI y''^2 dz}{\int_0^l y'^2 dz}. \quad (8)$$

Если продольная сила меньше критической $P < P_{кр}$, то стойка каркаса сохраняет вертикальное положение. При $P > P_{кр}$ каркас теряет устойчивость, его ось изгибается, что вызывает выпадение кладки и разрушение стены.

Потеря устойчивости, как это следует из приведенных формул, зависит от величины продольной силы (P) (т.е. от приходящейся на данную стойку нагрузки – веса вышележащей части конструкции), материала (модуль упругости E), геометрии сечения балки каркаса, а также от условий закрепления каркаса, определяющих его прогиб y (8).

Если балка каркаса закреплена шарнирно, прогиб y определяется уравнением [1]:

$$y = C \sin kz. \quad (9)$$

Учитывая граничные условия шарнирного закрепления – при $z = 0$ и $z = l$, $y = 0$, получим $kl = \pi n$. Тогда продольная сила P , вызывающая потерю устойчивости стержня, будет

$$P = \frac{\pi^2 n^2 EJ}{l^2}. \quad (10)$$

Здесь n – произвольное целое число. Наименьшая же критическая сила $P_{кр}$ будет при $n = 1$:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}. \quad (11)$$

Если балка каркаса жестко закреплена в фундаменте (при $z = 0, y = 0, y' = 0$) и имеет подвижный шарнир вверху (при $z = l, y = 0$), то прогиб y определяется уравнением:

$$y = C(\sin kz - kl \cos kz + k(l - z)). \quad (12)$$

В этом случае наименьшая критическая сила, вызывающая потерю устойчивости, будет [1]:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{(0,7l)^2}. \quad (13)$$

Таким образом, получены критические силы для жесткого и шарнирного закрепления стоек каркаса в фундаменте, и, как было указано выше, превышение веса перекрытия допустимых значений $P_{кр}$ может вызвать потерю устойчивости элемента каркаса, его изгиб и, как следствие, выпадение заполнителя – кладки.

$$\delta A = \delta A_\sigma + \delta A_p + \delta A_u = - \int_V \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV - \int_V \rho_n \ddot{u} \delta \bar{u} dV + \int_V \rho_n \bar{g} \delta \bar{u} dV = 0, \quad (14)$$

где \bar{u} , ε_{ij} , σ_{ij} – вектор перемещений, тензоры деформаций и напряжений соответственно, а $\delta \bar{u}$, $\delta \varepsilon_{ij}$ – их изохронные вариации; ρ_n – плотность материала элементов системы (кладки и каркаса).

Граничные условия на жестком основании зданий приняты однородными:

$$z = 0: \delta u = \delta v = \delta w = 0. \quad (15)$$

Третье слагаемое в уравнении (14) – работа инерционных сил – учитывается в случае, если решается динамическая задача о собственных колебаниях; в статической задаче – в напряженно-деформированном состоянии это слагаемое отсутствует.

Метод конечных элементов позволяет учитывать реальную геометрию, различие геометрических и физико-механических параметров, составляющих конструкцию элементов, наличие в них

Разработка математической модели и выбор метода расчета

Влияние каркаса на деформацию и напряженное состояние рассматривается на примере квадратного (4×4 м) в плане строения. Две противоположные его стены усилены каркасом с шагом 1 м, две другие выполнены без усиления. Конструкция постройки показана на рис. 3. Постройка находится только под действием собственного веса, в результате чего она подвергается вертикальной осадке.

Модель представляет собой коробку, в которой несущие стены – это плоско напряженные пластины, а перекрытия – жесткие диски, опирающиеся на несущие стены. Стены усилены вертикальным деревянным каркасом, представляющим собой вертикальные стойки, соединенные по граням пластины, образуя коробку с горизонтальными дисками перекрытий. Изгиб пластин не рассматривается.

Исходным уравнением для решения поставленной задачи методом конечных элементов является вариационное уравнение, выражающее равенство нулю суммы работ внутренних напряжений (δA_σ), работы массовых сил (веса) (δA_p) и сил инерции (δA_u) на возможных перемещениях:

проемов, т.е. фактически производится расчет реальной упругой (в этом смысле, конечно, идеализированной) пространственной конструкции [9; 10; 12]. При этом ее пространственное поведение создается за счет трех возможных перемещений граней и элементов каркаса конструкции, без учета изгиба плоских элементов (стен).

Расчет конструкции по МКЭ включает в себя следующие этапы:

1. Разбивка рассматриваемой конструкции на определенное число конечных элементов, соединенных в узловых точках.

2. Получение матрицы жесткости и масс (при динамическом нагружении конструкции) для элементов, составляющих конструкцию.

3. Формирование общих матриц жесткости, масс и матрицы нагрузки для всей конструкции.

4. Решение системы алгебраических (при статическом нагружении) уравнений для опреде-

ления неизвестных перемещений или решение алгебраической задачи на собственные значения при определении частот и форм собственных колебаний конструкции.

5. Определение компонентов деформаций по полученным перемещениям узлов.

6. Определение напряжений по полученным компонентам деформаций.

Реализация указанных этапов начинается, как отмечено выше, с получения дискретной модели здания.

Дискретная модель здания может включать плоские прямоугольные и подкрепляющие их стержневые конечные элементы. Последние учитываются в том случае, если стены здания усилены каркасом. При этом неизвестными, как и в методе перемещений, являются перемещения узловых точек: по 2 (вертикальное и горизонтальное) – для угла элемента, находящегося в плоскости стен, и по 3 (два горизонтальных и вертикальное) – для углов, приходящихся на грань конструкции. Перемещения u_e и v_e точек внутри e -го плоского элемента (рис. 2) аппроксимируются линейными функциями, откуда вытекает условие непрерывности перемещений вдоль общих сторон ($x = \text{const}$ или

$y = \text{const}$) смежных прямоугольных элементов (14) [2–3; 11; 13]:

$$\begin{aligned} u_e &= a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy, \\ v_e &= a_5 + a_6x + a_7y + a_8xy. \end{aligned} \quad (16)$$

Перемещения w_e точек e -го балочного элемента каркаса (рис. 3) в направлении одной из осей, перпендикулярной оси x , представляются функцией (17):

$$w_e = \beta_1 + \beta_2x + \beta_3x^2 + \beta_4x^3, \quad (17)$$

а в направлении оси x (18):

$$u_e = \gamma_1 + \gamma_2x. \quad (18)$$

Опуская изложение обычной процедуры МКЭ для построения матриц жесткости и масс элементов [2–3; 11; 13], приведем окончательные формулы МКЭ для этих матриц, а также компоненты деформаций и напряжений для e -го элемента, необходимые для расчетов.

Матрица жесткости плоского элемента $[k_i^e]$ (рис. 1) имеет восьмой порядок и определяется по формуле (19) [13].

$$[k_i^e] = \frac{Eh}{12(1-\mu^2)} \times \begin{bmatrix} 4\frac{b}{a} + 2\frac{a}{b}(1-\mu) & \frac{3}{2}(1+\mu) & 2\frac{b}{a} - 2\frac{a}{b}(1-\mu) & \frac{3}{2}(1-3\mu) & -2\frac{b}{a} - \frac{a}{b}(1-\mu) & -\frac{3}{2}(1+\mu) & -4\frac{b}{a} + \frac{a}{b}(1-\mu) & -\frac{3}{2}(1-3\mu) \\ & 4\frac{a}{b} + 2\frac{b}{a}(1-\mu) & -\frac{3}{2}(1-3\mu) & -4\frac{a}{b} + \frac{b}{a}(1-\mu) & -\frac{3}{2}(1+\mu) & -2\frac{a}{b} - \frac{b}{a}(1-\mu) & \frac{3}{2}(1-3\mu) & 2\frac{a}{b} - 2\frac{b}{a}(1-\mu) \\ & & 4\frac{b}{a} + 2\frac{a}{b}(1-\mu) & -\frac{3}{2}(1+\mu) & -4\frac{b}{a} + \frac{a}{b}(1-\mu) & \frac{3}{2}(1-3\mu) & -2\frac{b}{a} - \frac{a}{b}(1-\mu) & \frac{3}{2}(1+\mu) \\ & & & 4\frac{a}{b} + 2\frac{b}{a}(1-\mu) & -\frac{3}{2}(1-3\mu) & -2\frac{a}{b} - 2\frac{b}{a}(1-\mu) & \frac{3}{2}(1+\mu) & -2\frac{a}{b} - \frac{b}{a}(1-\mu) \\ & & & & 4\frac{b}{a} + 2\frac{a}{b}(1-\mu) & \frac{3}{2}(1+\mu) & 2\frac{b}{a} - 2\frac{a}{b}(1-\mu) & \frac{3}{2}(1-3\mu) \\ & & & & & 4\frac{a}{b} + 2\frac{b}{a}(1-\mu) & -\frac{3}{2}(1-3\mu) & -4\frac{a}{b} + \frac{b}{a}(1-\mu) \\ & & & & & & 4\frac{b}{a} + 2\frac{a}{b}(1-\mu) & -\frac{3}{2}(1+\mu) \\ & & & & & & & 4\frac{a}{b} + 2\frac{b}{a}(1-\mu) \end{bmatrix}, \quad (19)$$

где a, b – размеры e -го прямоугольного конечного элемента, определяемые выбранной сеткой разбиения панели стены; h – толщина стены; E – модуль упругости материала кладки стены, выбираемый из экспериментальных или справочных данных; μ – коэффициент Пуассона материала стены.

Здесь полученная матрица отличается от матрицы жесткости для элемента стержня при совмест-

ном учете деформаций изгиба и растяжения – сжатия [13] тем, что в ней учитываются только линейные деформации.

Матрица жесткости балочного элемента при совместном учете трех поступательных перемещений для каждого узла в направлении осей x, y, z (рис. 2.) имеет шестой порядок и определяется по формуле (20).

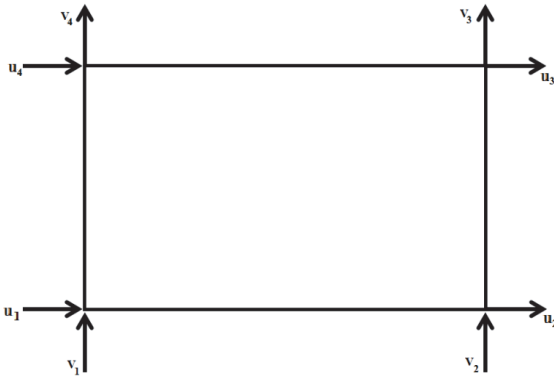


Рис. 1. Прямоугольный элемент стены, работающий в условиях плоского напряжения [Figure 1. Rectangular wall element, working under flat stress condition]

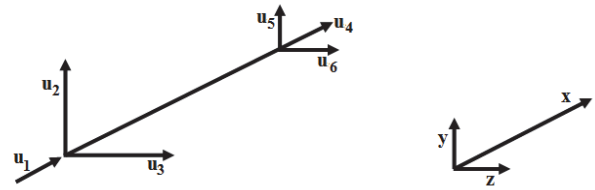


Рис. 2. Пространственный элемент каркаса, работающий в условиях растяжения – сжатия и линейного перемещения в двух взаимно перпендикулярных к оси стержня направлениях [Figure 2. The spatial element of the framework, working under conditions of tension – compression and linear displacement in two directions mutually perpendicular to the axis of the rod]

$$[k_{\sigma}^e] = \begin{bmatrix} \frac{EF}{a} & 0 & 0 & -\frac{EF}{a} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EJ_y}{a^3} & 0 & 0 & -\frac{12EJ_y}{a^3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12EJ_z}{a^3} & 0 & 0 & -\frac{12EJ_z}{a^3} \\ -\frac{EF}{a} & 0 & 0 & \frac{EF}{a} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EJ_y}{a^3} & 0 & 0 & \frac{12EJ_y}{a^3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{12EJ_z}{a^3} & 0 & 0 & \frac{12EJ_z}{a^3} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

где E – модуль упругости древесины вдоль волокон, используемой в качестве каркаса; F – площадь поперечного сечения балки; J_y, J_z – моменты инерции относительно осей y и z ; a – длина элемента.

Учитываемая при решении динамических задач матрица масс e -го плоского элемента имеет вид [13]

$$[m_n^e] = \frac{\rho abh}{36} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 4 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 4 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

где ρ – плотность материала; h – толщина панели.

Матрица масс балочного элемента для анализа динамических задач с учетом поперечных и продольных линейных перемещений принимает вид (22)

$$[m_{\sigma}^e] = ma \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{13}{35} & 0 & 0 & \frac{9}{70} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{13}{35} & 0 & 0 & \frac{9}{70} \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9}{70} & 0 & 0 & \frac{13}{35} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{9}{70} & 0 & 0 & \frac{13}{35} \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Объединение матриц жесткости и масс всех элементов, согласно процедуре МКЭ, приводит к общим матрицам жесткости $[K]$ и масс $[M]$ для всего здания и получению разрешающих уравнений поставленной задачи. В зависимости от характера задачи это могут быть алгебраические уравнения относительно неизвестных перемещений узловых точек $\{u_i\}$ при заданной статической нагрузке $\{P\}$ –

$$[K]\{u_i\} = \{P\} \quad (23)$$

или система однородных дифференциальных уравнений (динамическая задача о собственных колебаниях) –

$$[M] \left\{ \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \right\} + [K] \{u_i\} = 0, \quad (24)$$

которая в конечном счете сводится к определению собственных частот (ω) и форм колебаний $\{X\}$ однородной алгебраической системы уравнений:

$$([K] - \omega^2 [M]) \{X\} = 0, \quad (25)$$

где ω и $\{X\}$ – искомые частота и вектор формы собственных колебаний здания, т.е. динамические характеристики постройки; $\{P\}$ – вектор массовых

сил – вес постройки, распределенный по узлам конечно-элементной модели.

В первом случае система (23) решается с использованием схемы Холецкого, которая особенно эффективна для положительно определенных ленточных матриц, т.к. в процессе вычислений сохраняется ленточная структура матрицы $[K]$. При этом сначала выполняется треугольное разложение матрицы и вычисляется ее определитель, а затем находится решение исходной системы уравнений, т.е. неизвестные $\{u_i\}$, без обращения матрицы $[K]$.

После нахождения узловых перемещений $\{u_i\}$ при помощи уравнений Коши определяются компоненты деформаций в каждом элементе:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy_i} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_e}{\partial x} \\ \frac{\partial v_e}{\partial y} \\ \frac{\partial u_e}{\partial y} + \frac{\partial v_e}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1+y}{a+ab} & 0 & -\frac{y}{ab} & 0 & \frac{y}{ab} & 0 & \frac{1-y}{a-ab} & 0 \\ 0 & -\frac{1+x}{b+ab} & 0 & -\frac{a+x}{b+b} & 0 & \frac{1}{b} & 0 & -\frac{x}{ab} \\ -\frac{1+x}{b+ab} & \frac{1+y}{a+ab} & \frac{1-x}{b-ab} & \frac{y}{b} & \frac{x}{ab} & 0 & -\frac{x}{ab} & \frac{1-y}{a-ab} \end{bmatrix} \{u_i\}. \quad (26)$$

По полученным деформациям (26), используя закон Гука, выражающий зависимость между напряжениями и деформациями, напряжения в каждом элементе определяются по формулам:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy_i} \end{Bmatrix}. \quad (27)$$

После чего полученные напряжения в каждом элементе сравниваются с расчетными, на основании чего делается вывод о прочности конструкции.

Задача о собственных значениях (25) решается методом одновременных итераций Рунтисхаузера [14], учитывающим ленточную структуру матриц $[K]$ и $[M]$.

Авторами были разработаны алгоритмы и программы статического расчета (23) напряженно-деформированного состояния и определения динамических характеристик (25) пространственных моделей индивидуальных жилых домов с каркасным усилением. Ниже на примерах показана ре-

ализация разработанных алгоритмов и программ расчета.

Результаты расчета постройки с деревянными каркасами

Результатами статических расчетов (3) являются перемещения $\{u\}$ узловых точек конечно-элементной дискретизации, по которым определяются компоненты деформаций (формулы Коши) и напряжений (закон Гука). Сравнение полученных напряжений с расчетными дает основание делать вывод о прочности конструкции [8]. При расчетах были использованы физико-механические характеристики (модуль Юнга, коэффициент Пуассона, плотность) для кладки из необожженного кирпича и сосны в продольном направлении.

На рис. 3 представлены вертикальное перемещение осадки и возникающее в стенах эквивалентное напряжение, полученные методом конечных элементов с дискретизацией стержневыми (для каркаса) и плоскими (для кладки) элементами [4–7].

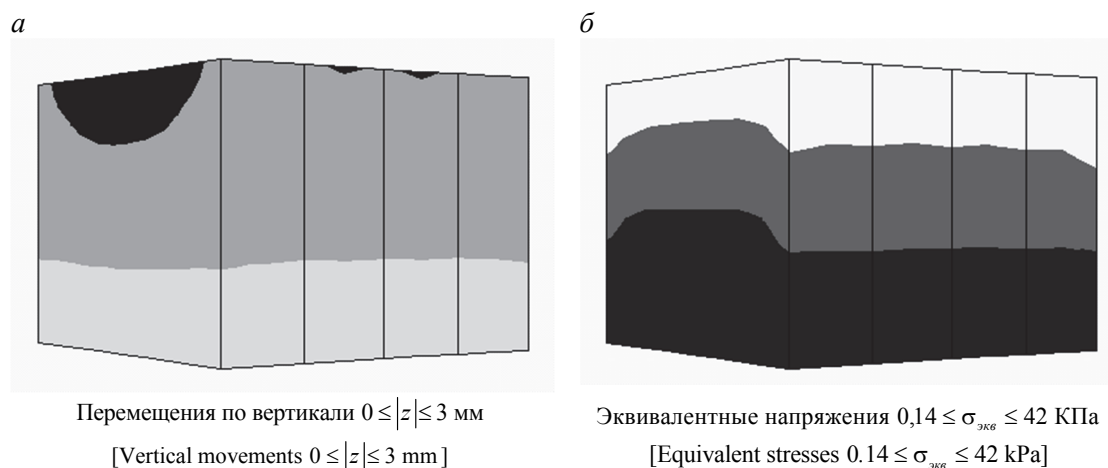


Рис. 3. Вертикальная осадка (а) и эквивалентные напряжения (б) в стенах постройки с неравномерным каркасом по периметру
[Figure 3. Vertical sediment (a) and equivalent stresses (b) in the walls of the building with an uneven framework around the perimeter]

Интенсивность закрашки на рисунке соответствует интенсивности исследуемого параметра: вертикального смещения (а) – от 0 (внизу) до 3 мм (вверху) и эквивалентного напряжения (б) от 0,14 КПа (вверху) до 42 КПа (внизу). Темная область в центральной верхней части боковой панели указывает, что по сравнению с другими частями поверхности эта область подвержена большему вертикальному смещению, тогда как усиленная каркасом передняя панель более устойчива (рис. 3, а). Область наибольших эквивалентных напряжений (темная окраска на рис. 3, б) расположена в нижней части постройки. Распределение этой области по периметру неравномерно: на фасаде она занимает нижнюю треть, а в боковых панелях она достигает половины высоты постройки, т.е. значительные напряжения в неусиленном каркасом боковых панелях распределены по большей площади, подвергая эти панели риску разрушения.

Выводы

Таким образом, сравнительные исследования напряженно-деформированного состояния симметричного в плане индивидуального жилого дома под симметричной нагрузкой (собственный вес) позволили выявить влияние каркасного усиления стен на деформацию и возникающие в стенах напряжения.

Статический эффект от каркасного усиления заключается в восприятии жесткими элементами каркаса приложенной статической нагрузки, вызывающей в них незначительную деформацию, передающуюся на простенки между элементами

каркаса, приводя к равномерному распределению и общему снижению уровня напряжений в стенах по сравнению со стенами без каркаса. Это дает основание рекомендовать установку каркаса в стенах построек из местных материалов.

Авторами выполнены многочисленные натурные испытания и теоретические исследования небольших построек из малопрочных местных материалов [4–8], в которых предложен экспериментально-теоретический подход к определению физико-механических характеристик материала построек и рассмотрены проблемы их прочности и сейсмостойкости.

© Раззаков С.Ж., Жураев Б.Г., Жураев Э.С., 2018



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Список литературы

1. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. М.: Наука, 1972. 544 с.
2. Зенкевич О.К. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 542 с.
3. Zienkiewicz O.C. Three-dimensional analysis of buildings composed of floor and wall panels. July 1971. Vol. 49. Pp. 319–332.
4. Раззаков С.Ж. Исследование напряженно-деформированного состояния одноэтажной постройки с внутренней перегородкой при статической оттягивающей нагрузке по верхнему поясу строения // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2016. № 6. С. 14–19.
5. Раззаков С.Ж. Влияние каркасного усиления на напряженно-деформированное состояние двухэтажной постройки из малопрочных материалов // Строитель-

ная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 4. С. 43–49.

6. Razzakov S.J. Experimental and theoretical approach to the determination of physical and mechanical characteristics of the material of the walls of the low-strength materials // European Science Review. 2016. No. 7–8. Pp. 215–216.

7. Razzakov S.J. The study of seismic stability of a single-storey building with an internal partition with and without taking into account the frame // European Science Review. 2016. No. 7–8. Pp. 217–220.

8. Razzakov S.J., Akhmedov P.S., Chulponov O.G., Mavlonov R.A. Stretching curved wooden frame-type elements “Sinch” // European Science Review. 2017. No. 1–2. Pp. 223–225.

9. Большаков В.И., Яценко Е.А., Соссу Г., Лемэр М., Рейнуар Ж.М., Кестенс Ж., Кормо И. Основы метода конечных элементов / пер с фр.; отв. ред Е.А. Яценко. Днепропетровск: ПГАСА, 2000. 255 с.

10. Макеев В.Б. Статический расчет зданий из объемных блоков методом конечных элементов: дис. ... канд. техн. наук. М.: МИСИ им. Куйбышева, 1975. 140 с.

11. Синицин А.П. Практические методы расчета сооружений на сейсмические нагрузки. М.: Стройиздат, 1967. 145 с.

12. Handa K.H. Inplane vibration of box-type structures // Journal of Sound and Vibration. 1972. No. 21 (2). Pp. 107–114.

13. Постнов В.А., Хархурим И.Я. Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций. Л.: Судостроение, 1974. 342 с.

14. Rutishauser H. Simultaneous Iteration Method for Symmetric Matrices // Numerische Mathematik. 1970. Vol. 16. No. 3. Pp. 205–223. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF02219773>.

Об авторах

Раззаков Собиржон Жураевич – доктор технических наук, профессор кафедры строительства зданий и сооружений, декан строительного факультета, Наманганский инженерно-строительный институт (Наманган, Узбекистан). *Область научных интересов:* прочность, устойчивость и сейсмостойкость зданий. *Контактная информация:* e-mail – sobirjonrsj@gmail.com. ORCID iD: 0000-0002-3676-901x. eLIBRARY SPIN-код: 4399-5141.

Жураев Бахтиер Гуломжонович – соискатель, старший преподаватель кафедры строительства зданий и сооружений, Наманганский инженерно-строительный институт (Наманган, Узбекистан). *Область научных интересов:* прочность, конструкционная и сейсмическая безопасность зданий. *Контактная информация:* e-mail – jurayevbaxtiyor74@gmail.com. ORCID iD: 0000-0001-7554-8781. eLIBRARY SPIN-код: 5798-4490.

Жураев Элербек Собиржон Угли – соискатель, преподаватель кафедры экономики, Наманганский инженерно-строительный институт (Наманган, Узбекистан). *Область научных интересов:* экономика, экономика строительства и оценка сейсмической безопасности. *Контактная информация:* e-mail – maclaren1988@mail.ru. ORCID iD: 0000-0002-5898-6568. eLIBRARY SPIN-код: 8011-9193.

Для цитирования

Раззаков С.Ж., Жураев Б.Г., Жураев Э.С. Устойчивость стен индивидуальных жилых домов с деревянным каркасом // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 5. С. 427–435. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-427-435.

RESEARCH PAPER

Sustainability of walls of individual residential houses with a wooden frame

Sobirjon J. Razzakov*, Baxtiyor G. Juraev, Elyorbek S. Juraev

Namangan Engineering Construction Institute
12 I.A. Karimov St., Namangan, 160103, Republic of Uzbekistan

*Corresponding author

(received: February 18, 2018; revised: September 22, 2018; accepted: October 07, 2018)

Abstract. The aim of work. The stability of the walls of individual houses with a wooden frame and the stress-strain state of a single-story structure are investigated, and also problems of their strength and seismic resistance are considered.

Solution technique. The development of a methodology for calculating small, simple in form individual houses, with the reinforcement of load-bearing walls by a frame, is described. The methodology includes the following stages: the creation of a mathematical model of structures; choice of the numerical method – the finite element method (FEM), which allows to take into account the structural features of the structure; carrying out calculations of buildings for specified loads. The choice of the finite element method is justified by the possibility of calculating a spatial model that takes into account the real geometry and structural features of the structure.

Results. Using the spatial model allowed to take into account in detail the presence of the framework, and analysis of the stress-strain state revealed an increase in the rigidity of the structure with a skeleton, which indicates an increase in

strength, stability, and seismic resistance. The connecting role of the skeleton is revealed, which consists in combining the elements of the structure into a single spatial system. The static effect consists in the perception of the rigid elements of the framework by the applied static load, which causes in them a slight deformation transferred to the piers between the frame elements. This leads to a uniform distribution and a general reduction in the level of stresses in the walls in comparison with the same stresses in walls without a frame.

Keywords: individual residential houses, wall, wooden frame, load, tension, deformation, strength, stability, seismic resistance

References

1. Feodosev V.I. (1972). *Soprotivlenie materialov [Resistance of material]*. Moscow: Nauka Publ., 544. (In Russ.)
2. Zenkevich O.K. (1975). *Metod konechnix elementov v texnike [Finite element method on technic]*. Moscow, Mir Publ., 542. (In Russ.)
3. Zienkiewicz O.C., Parech C.J., Teply B. (1971). Three-dimensional analysis of buildings composed of floor and wall panels. *Pros. Inst. of Civil Engineers*, 49, 319–332.
4. Razzakov S.J. (2016). Research of stress-strain state of single-storey buildings with internal partitions under static pulling load of the upper belt of a structure. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (6), 14–19. (In Russ.)
5. Razzakov S.J., Kholmiraev S.A. (2017). Influence of frame work strengthening on the stress-strain state of two-storey buildings of low-strength materials. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (4), 43–49. (In Russ.)
6. Razzakov S.J. (2016). Experimental and theoretical approach to the determination of physical and mechanical characteristics of the material of the walls of the low-strength materials. *European Science Review*, (7–8), 215–216.
7. Razzakov S.J. (2016). The study of seismic stability of a single-storey building with an internal partition with and without taking into account the frame. *European Science Review*, (7–8), 217–220.
8. Razzakov S.J., Akhmedov P.S., Chulponov O.G., Mavlonov R.A. (2017). Stretching curved wooden frame-type elements “Sinch”. *European Science Review*, (1–2), 223–225.
9. Bolshakov V.I., Yatsenko Ye.A., Sossu G., Lemmer M., Reynuar Zh.M., Kestens Zh., Kormo I. (2000). Yatsenko Ye.A. (Ed.). *Osnovy metoda konechnykh elementov [Basis of finite element method]*. Dnepropetrovsk, PGASA Publ., 255. (In Russ.)
10. Makeyev V.B. (1975). *Sticheskiy raschet zdaniy iz ob'yemnykh blokov metodom konechnykh elementov [Static calculation of buildings from volumetric blocks by the finite element method]* (Cand. Sci. (Eng.) Dissertation). Moscow, MISI im. Kuybysheva Publ., 140. (In Russ.)
11. Sinitin A.P. (1967). *Prakticheskiye metody rascheta sooruzheniy na seysmicheskiye nagruzki [Practical methods for calculating structures for seismic loads]*. Moscow: Stroyizdat Publ., 145. (In Russ.)
12. Handa K.H. (1972). Inplane vibration of box-type structures. *Journal of Sound and Vibration*, 21(2), 107–114.
13. Postnov V.A. (1974). *Metod konechnykh elementov v raschetakh sudovykh konstruksiy [Finite element method in calculations of ship structures]*. Leningrad: Sudostroyeniye Publ., 342. (In Russ.)
14. Rutishaur H. (1970). Simultaneous iteration method for symmetric matrices. *Num. Math.*, 16(3), 205–223.

About the authors

Sobirjon J. Razzakov – Dr Sci. (Eng.), Professor of the Department of Construction of Buildings and Structures, Dean of the Construction-Technology Faculty, Namangan Engineering Construction Institute (Namangan, Uzbekistan). *Research interests:* strength, stability and seismic resistance of buildings. *Contact:* e-mail – sobirjonrsj@gmail.com. ORCID iD: 0000-0002-3676-901x. eLIBRARY SPIN-code: 4399-5141.

Baxtiyor G. Juraev – Competitor, Senior Lecturer of the Department of Construction of Buildings and Structures, Namangan Engineering Construction Institute (Namangan, Uzbekistan). *Research interests:* strength, structural and seismic safety of buildings. *Contact:* e-mail – jurayevbahtiyor74@gmail.com. ORCID iD: 0000-0001-7554-8781. eLIBRARY SPIN-code: 5798-4490.

Elyorbek S. Juraev – Competitor, Senior Lecturer of the Department of Construction of Buildings and Structures, Namangan Engineering Construction Institute (Namangan, Uzbekistan). *Research interests:* economics, building economics and evaluation of seismic safety. *Contact:* e-mail – maclaren1988@mail.ru. ORCID iD: 0000-0002-5898-6568. eLIBRARY SPIN-code: 8011-9193.

For citation

Razzakov S.J., Juraev B.G., Juraev E.S. (2018). Sustainability of walls of individual residential houses with a wooden frame. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(5), 427–435. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-427-435. (In Russ.)

Расчет подземных сооружений

УДК 504.55.054:622(470.6)
DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-436-445

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Моделирование и мониторинг породных конструкций по геомеханическому фактору при отработке пологих залежей

В.И. Голик^{1*}, А.А. Белодедов², А.В. Логачев², Д.Н. Шурыгин²¹Северо-Кавказский государственный технологический университет
ул. Николаева, 44, Владикавказ, Российская Федерация, 362021²Южно-Российский государственный политехнический университет
ул. Просвещения, 132, Новочеркасск, Российская Федерация, 346428

*Автор, ответственный за переписку

(поступила в редакцию: 12 мая 2018 г.; доработана: 27 сентября 2018 г.; принята к публикации: 15 октября 2018 г.)

Актуальность. Большинство руд цветных металлов добывается малопроизводительной и опасной технологией в условиях, когда высокопроизводительную технологию применить нельзя.

Цель данной работы состоит в поиске резервов повышения производительности и безопасности труда при разработке таких месторождений за счет использования скрытых возможностей технологий.

Метод исследования – сравнение традиционного варианта отбойки руд с новыми вариантами в рамках промышленного натурного эксперимента с интерпретацией полученных результатов.

Результаты. Получены количественные значения показателей эффективности отбойки руды из буровых выработок по сравнению с традиционным вариантом с отбойкой уступами из выработанного пространства. Доказано, что применение новой технологии, несмотря на трудоемкость проходки буровых выработок, не ухудшает технико-экономические показатели разработки, радикально улучшая безопасность работ. Полученные результаты аппроксимированы графически.

Выводы. Показатели отбойки из буровых выработок превосходят традиционный вариант отбойки за счет неиспользуемых ранее особенностей отбойки и размещения в выработанном пространстве руды, избавляя работающих от опасности нахождения в открытом выработанном пространстве.

Ключевые слова: руда, отбойка, буровые выработки, показатели эффективности, технологи, безопасность

Введение

Разработка месторождений руд редких, благородных и цветных металлов, сложенных пологозалегающими рудными телами малой мощности, характеризуется стабильным ухудшением технико-экономических показателей, снижением качества добываемых руд в первую очередь за счет разубоживания и увеличения опасности работающих. Ограниченные размеры очистного пространства и морфологические особенности оруденения препятствуют применению современной техники [1–3].

В таких условиях традиционно применяют отработку рудного тела сплошным забоем на полную мощность, а опасность работающих снижа-

ют ограничением времени нахождения в открытом очистном пространстве.

К пологим относят рудные тела мощностью до 15 м и углом падения до 25°.

Состоянием рудовмещающего массива, определяемым площадью обнажения пород кровли, управляют оставлением рудных целиков и поддержанием пород кровли крепью. Высокий уровень напряжений в рудовмещающем наклонные рудные залежи массиве объясняется сложными изменяющимися во времени условиями отработки.

Месторождения руд цветных металлов чаще всего представляют собой изометрическую залежь в тектонически нарушенных вмещающих породах с гидротермальной обработкой. Месторождения рассматриваемого типа разрабатываются с обру-

шением руды и пород и с естественным поддержанием очистного пространства [4–6]. Управление горным давлением осуществляется путем оставления целиков различного назначения, что снижает экономическую эффективность добычи. Исходя из опасности возникновения критических напряжений в массиве, направлением повышения безопасности работ является сплошная выемка рудного тела. Одним из важных направлений повышения показателей разработки является использование энергии взрыва для перемещения отделенных от массива руд.

Поскольку крепь в выработанном пространстве не выполняет своего назначения и является причиной травматизма, получают распространение варианты сплошной выемки с бурением из специальных выработок уменьшенного сечения.

Цель работы

Для обеспечения максимальной производительности труда конструкции должны иметь большие сечения, однако требования безопасности и экономики предписывают их разумное ограничение [7–9].

Целью исследований проблем разработки маломощных рудных тел и настоящей статьи является оптимизация затрат на управление рудовмещающими массивами с обеспечением одновременно и экономических показателей процессов подземной добычи, и безопасности работников.

Методы исследования

Цель достигается применением методов строительной механики для повышения эффективности эксплуатации недр за счет рационального использования резервов управления геомеханикой рудовмещающего массива. Сравнимые варианты в рамках промышленного эксперимента оцениваются с точки зрения трудовых затрат и качества добываемых руд для обеспечения безопасности работающих. Выбор оптимального варианта системы разработки производится путем сравнения альтернативных вариантов, различающихся расположением скважинных зарядов взрывчатых веществ (ВВ) для отделения от массива и дробления руд с целью увеличения рациональности использования силы взрыва.

Полученные результаты

Варианты сплошной системы разработки оцениваются по показателю безопасности труда рабочих. В равных условиях традиционный вариант

с отбойкой руды уступами из очистного пространства сравнивается с вариантами отбойки из буровых выработок (рис. 1, 2).

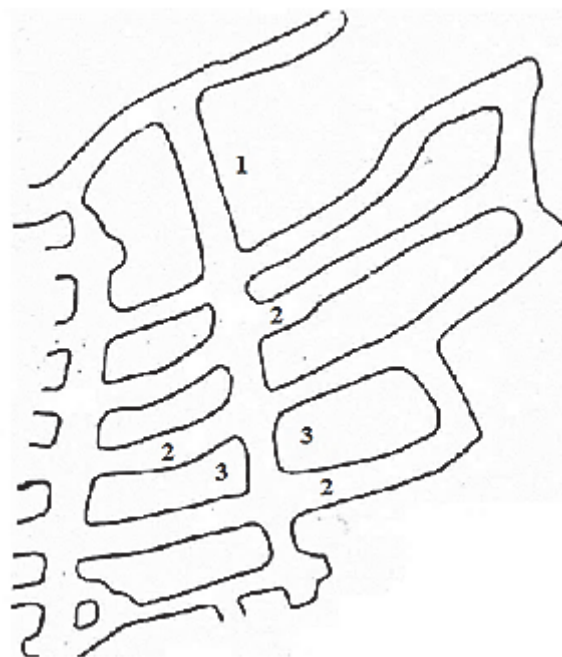


Рис. 1. План экспериментального блока с отбойкой из подэтажных штреков:

1 – восстающий; 2 – поэтажные штреки; 3 – рудные панели
 [Figure 1. The plan of the experimental block with the breaking from the sub-floor drifts:
 1 – revolting; 2 – sub-floor drifts; 3 – mining panels]

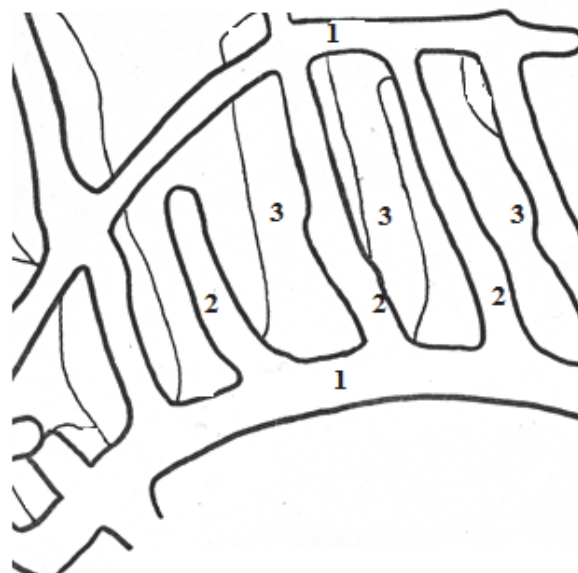


Рис. 2. План экспериментального блока с отбойкой из буровых восстающих:

1 – штреки; 2 – восстающие; 3 – рудные панели
 [Figure 2. The plan of the experimental block with the breaking from the drilling uprising:
 1 – mine tunnels; 2 – revolting; 3 – mining panels]

Из восстающего пройдены подэтажные штреки размерами 2×3 м, образующие панели шириной 6 м.

Из штрека скреперования проходили буровые восстающие так, чтобы одна панель была в отработке, а вторая – готовилась к отработке. Ширина целиков между буровыми восстающими – 6 м, высота восстающих – 1,7 м, ширина – 3 м.

Первая половина целика отбивалась из одного бурового восстающего, а оставшаяся – из другого. Разворот шпуров по падению обеспечивал направленную отбойку.

В табл. 1 и 2 приведены показатели отработки рудных тел.

В сравнимых условиях отбойка из штреков имеет лучшие показатели, чем отбойка из восстающих (табл. 3).

Таблица 1

Показатели варианта сплошной выемки с отбойкой руды из подэтажных штреков
[Table 1. Indicators with a solid groove with the breaking of ore from the sublevel drifts]

Блок [Block]	Вид работ [Type of work]	Объем, м ³ [Volume, m ³]	Площадь, м ² [Area, m ²]	Мощность рудная, м [Mining height, m]	Разубоживание, % [Improvement, %]	Производительность забойщика, м ³ /см [Productivity of the miner, m ³ /cm]
1	Отбойка целика [Whole breaking]	1300	1000	1,1	15	3,5
	Проходка штреков [Passage of drifts]	1000	600	1,1	33	3,9
	Всего [Total]	2300	1600	1,1	22	3,7
2	Отбойка целика [Whole breaking]	3300	1800	1,6	13	4,4
	Проходка штреков [Passage of drifts]	1300	800	1,4	21	4,6
	Всего [Total]	4600	2600	1,5	15	4,5
3	Отбойка целика [Whole breaking]	2200	2200	0,7	27	3,4
	Проходка штреков [Passage of drifts]	900	500	0,9	46	2,8
	Всего [Total]	3100	2700	0,7	35	3,0

Таблица 2

Показатели варианта выемки с отбойкой руды из буровых восстающих
[Table 2. Indicators of the option of excavation with the breaking of ore from the drilling rebels]

Блок [Block]	Вид работ [Type of work]	Объем, м ³ [Volume, m ³]	Площадь, м ² [Area, m ²]	Мощность рудная, м [Mining height, m]	Разубоживание, % [Improvement, %]	Производительность забойщика, м ³ /смена [Productivity of the miner, m ³ /shift]
1	Отбойка целика [Whole breaking]	1000	700	1,2	18	3,1
	Проходка восстающих [Raise driving]	600	300	1,1	32	3,4
	Всего [Total]	1600	1000	1,2	22	4,2
2	Отбойка целика [Whole breaking]	700	800	0,5	40	4,9
	Проходка восстающих [Raise driving]	1300	800	0,7	52	4,6
	Всего [Total]	2000	1600	1,2	22	4,9
3	Отбойка целика [Whole breaking]	1300	1600	0,6	30	3,0
	Проходка восстающих [Raise driving]	1800	800	0,6	65	3,4
	Всего [Total]	3100	2400	0,6	49	3,0

Таблица 3

Сопоставимые показатели вариантов отбойки руды
 [Table 3. Comparable indicators of variants of breakage of ore mineral]

Вариант отбойки [Option breakings]	Блоки [Blocks]	Угол падения, ° [Angle of incidence, °]	Размеры, м [Size, m]	Мощность рудная, м [Mining height, m]	Доля нарезных работ, % [Share of rifled works, %]	Разубоживание, % [Improvement, %]	Производительность забойщика, м ³ /см [Productivity of the miner, m ³ /cm]
Из подэтажных штреков [From the sub-floor drifts]	1	12	40×40	1,1	45	22	3,7
	2	30	45×55	1,5	28	15	4,5
	3	30	50×55	0,7	40	35	4,4
	Среднее [Average]	–	–	1,1	37	23	3,7
Из восстающих [From rising]	1	10	45×35	0,7	47	47	4,7
	2	15	40×25	1,2	32	22	3,2
	3	30	55×50	0,6	34	49	3,2
	Среднее [Average]	–	–	0,7	38	42	3,8
Из очистного пространства [From the treatment space]	Среднее [Average]	–	–	1,0	50	41	3,7

По производительности труда варианты отбойки близки, что объясняется превалированием доли бурения в трудозатратах (рис. 3).

Разубоживание руды породой при отбойке определяет качество товарной продукции (рис. 4).

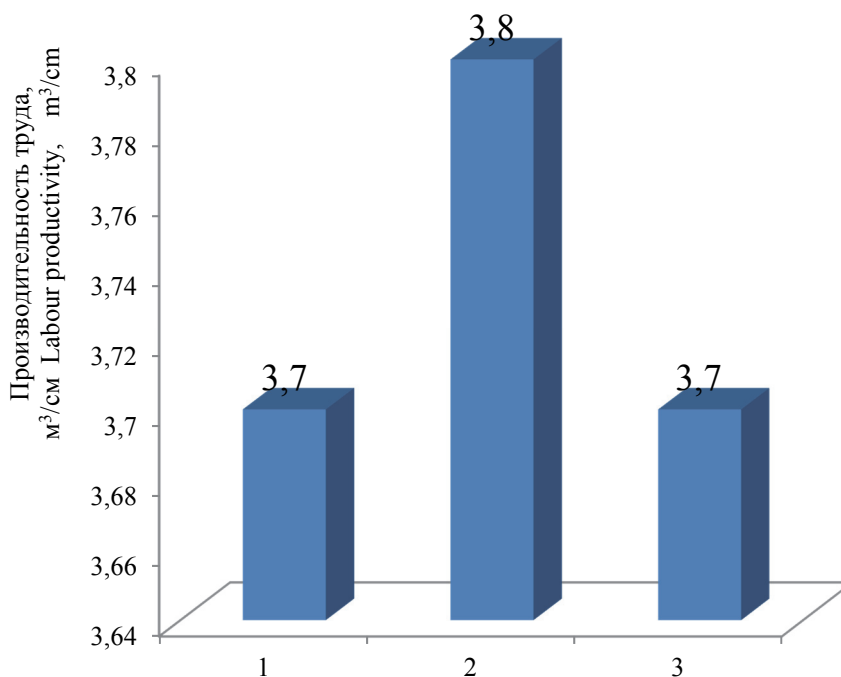


Рис. 3. Производительность труда при альтернативных вариантах отбойки руд:
 1 – из подэтажных штреков; 2 – из буровых восстающих; 3 – уступами
 [Figure 3. Labor productivity in alternative types of ore separation:
 1 – from sub-floor drifts; 2 – drilling rising; 3 – terraces]

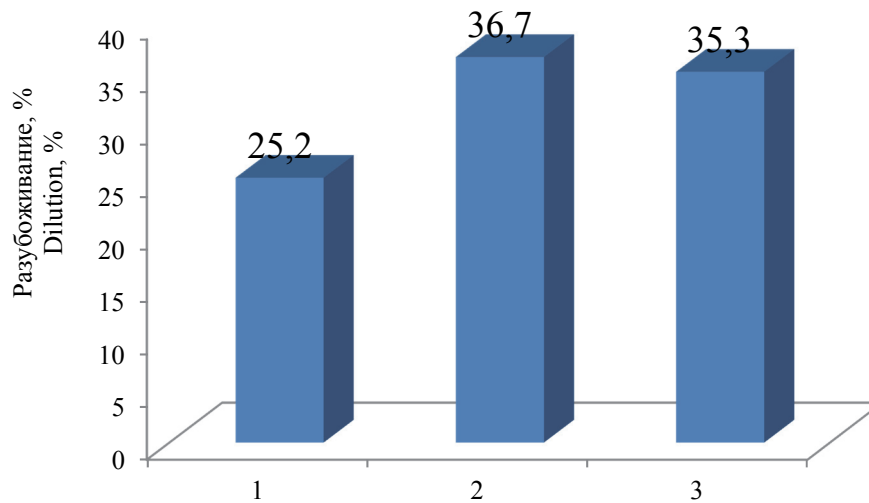


Рис. 4. Разубоживание при альтернативных вариантах отбойки руд:
 1 – из подэтажных штреков; 2 – из буровых восстающих; 3 – уступами
[Figure 4. Disintegration in alternative types of ore caving:
 1 – from sub-floor drifts; 2 – drilling rising; 3 – terraces]

Отбойка из буровых выработок не только устраняет необходимость нахождения работающих в открытом выработанном пространстве, но и эффективнее по показателям производительности труда и качества добываемых руд.

Возрастающую с увеличением площади обнажения кровли опасность обрушения пород с риском для рабочих и увеличением разубоживания руд снижают ограничением времени нахождения работающих в выработанном пространстве для выполнения производственных операций (например, обслуживания скреперной установки).

При оценке степени риска разрушения несущей породной конструкции в кровле очистной выработки исходят из того, что скальные породы разбиты трещинами на структурные блоки, которые при определенных условиях образуют несущую арку, несущую пригрузку породами в пределах свода естественного равновесия.

При недостаточном заклинивании пород арка может разрушиться, и кровля из плоской по форме превратится в сводчатую. Надежное заклинивание пород в пределах свода естественного равновесия обеспечивается при условии

$$L_{\text{факт}} \leq L_{\alpha}^{\circ}$$

где $L_{\text{факт}}$ – фактической пролет кровли выработки, м; L_{α}° – предельно допустимый пролет обна-

жения плоской кровли при данном наклоне выработки, м.

Связь между размерами пролетов пород кровли (L_{α}°) в рудных телах с углом падения α выражается зависимостью

$$L_{\alpha}^{\circ} = K_{\alpha} L^{\circ},$$

где L° – предельный эквивалентный пролет пород кровли горизонтальной выработки; K_{α} – коэффициент учета угла наклона выработки:

$$K_{\alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha + \eta \sin^2 \alpha},$$

где α – угол падения рудного тела, °; η – коэффициент бокового распора породных блоков:

$$\eta = \frac{\mu}{1 - \mu},$$

где μ – коэффициент Пуассона.

Величина K_{α} зависит от угла падения рудного тела. При изменении угла падения от 0 до 50° коэффициент увеличивается от 1 до 1,5.

Расчет безопасности несущих конструкций из заклинившихся в кровле пород исходит из гипотетического времени наступления обрушения

кровли в пределах свода естественного равновесия при нарушении условия прочности.

При отбойке руды в уступе работающие оказываются в самых опасных условиях, поскольку оформление уступов производится в то время, когда

$L_{факт}$ достигает максимальной для данных условий величины (рис. 5).

Традиционный вариант характеризуется повышенной опасностью для рабочих, находящихся в открытом выработанном пространстве для организации доставки разбросанной взрывом руды.

Альтернативные варианты с отбойкой руды из подэтажных штреков и восстающих характеризуются

нахождением работающих в пределах выработок малого сечения, что снижает вероятность травматизма.

При отбойке из подэтажных штреков условие

$L_{факт} \leq L_a^o$ может быть нарушено исключительно на заключительной стадии отработки панелей. Опасность для рабочих может представлять только взрывная волна при гипотетически массовом обрушении кровли (рис. 6).

При отбойке из буровых восстающих опасность травматизма при гипотетическом обрушении может возникнуть также только на заключительной стадии после отработки рудных целиков (рис. 7).

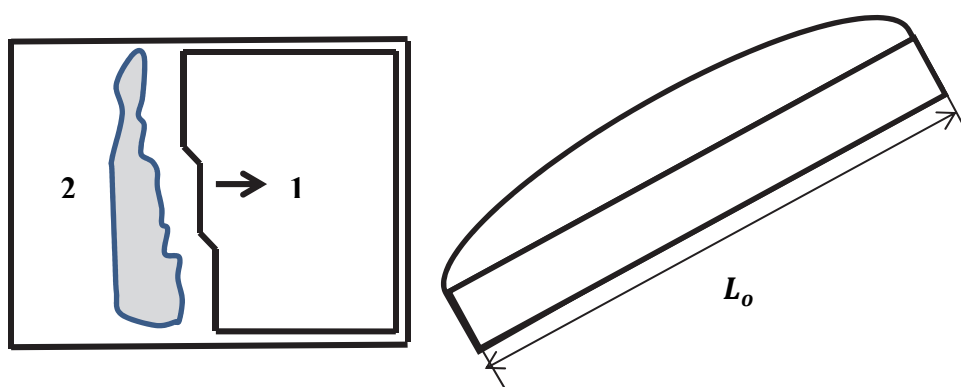


Рис. 5. Вариант с отбойкой уступами:
 1 – направление фронта работ; 2 – расположение отбитой руды
[Figure 5. Variant with rebind steps:
 1 – the work front direction; 2 – the location of the broken ore]

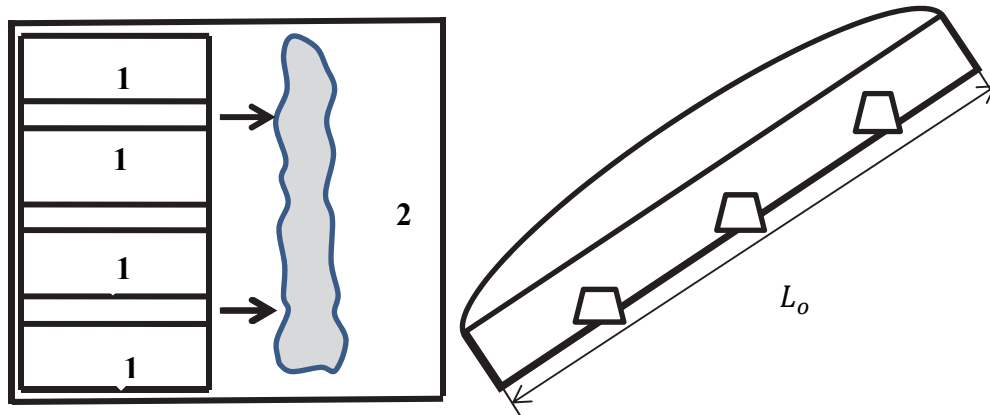


Рис. 6. Вариант с отбойкой из подэтажных штреков:
 1 – буровые штреки; 2 – отбитая руда
[Figure 6. Option with a breakdown from the sub-floor drifts:
 1 – drilling drifts; 2 – repulsed ore]

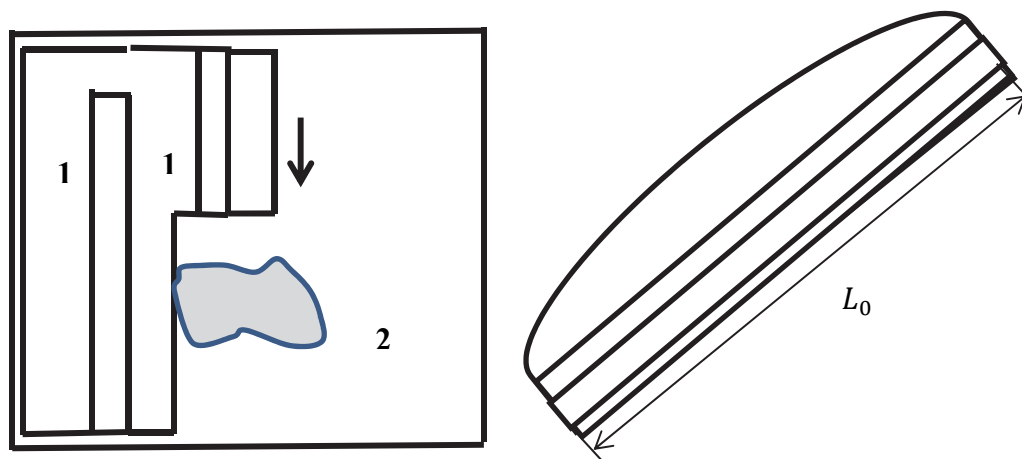


Рис. 7. Вариант с отбойкой из буровых восстающих:

1 – рудный массив; *2* – выработанное пространство

[Figure 7. The option of breaking from drilling rising:

1 – ore massif; *2* – mined-out space]

Анализ вариантов отбойки руд позволяет оценить прочность конструкции по увеличению опасности для работающих: из восстающих, из штреков, из выработанного пространства.

Совместное рассмотрение параметров отбойки руд и устойчивости несущих породных конструкций из заклинившихся пород позволяет утверждать, что лучшие показатели обеспечивают варианты с отбойкой из буровых выработок, при этом являясь менее опасными для рабочих по сравнению с традиционным вариантом отбойки из выработанного пространства.

Для нахождения приемлемого компромисса между требованиями надежности породной конструкции и экономичности добываемых руд в процессе проектирования и эксплуатации горных выработок целесообразно использовать полученные закономерности [10–13].

Выводы

1. Показатели разработки месторождений руд редких, благородных и цветных металлов, сложенных пологозалегающими рудными телами малой мощности, могут быть улучшены при комплексной оценке параметров отбойки руд.

2. Несмотря на повышенную трудоемкость проходки буровых выработок, производительность труда забойщика не уменьшается, потому что затраты на проходку компенсируются удобством доставки руды при создании рудного вала, а разубоживание уменьшается.

3. Варианты отбойки из буровых выработок превосходят вариант отбойки из выработанного

пространства за счет создания более комфортных условий для работы взрыва.

4. Отбойка из буровых выработок при более высоких показателях добычи руды избавляет работающих от необходимости опасного нахождения в открытом выработанном пространстве.

© Голик В.И., Белодедов А.А.,
Логачев А.В., Шурыгин Д.Н., 2018



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Список литературы

1. Golik V., Komashchenko V., Morkun V., Khasheva Z. The effectiveness of combining the stages of ore fields development // Metallurgical and Mining Industry. 2015. Vol. 7. No. 5. Pp. 401–405.

2. Ben-Awuah E., Richter O., Elkington T., Pourrahimian Y. Strategic mining options optimization: Open pit mining, underground mining or both // International Journal of Mining Science and Technology. 2016. Vol. 26. Issue 6. Pp. 1065–1071.

3. Рыльникова М.В., Корнеев С.А., Мажитов А.М., Корнеева В.С. Обоснование способов освоения и систем разработки маломощных рудных тел Камаганского медноколчеданского месторождения // Горный журнал. 2014. № 5. С. 56–63.

4. Golik V., Komashchenko V., Morkun V., Irina G. Improving the effectiveness of explosive breaking on the bade of new methods of borehole charges initiation

in quarries // *Metallurgical and Mining Industry*. 2015. No. 7. Pp. 383–387.

5. *Bonsu J., Dyk W., Franzidis J.-P., Petersen F., Isafide A.* A systemic study of mining accident causality: an analysis of 91 mining accidents from a platinum mine in South Africa // *The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy*. 2017. Vol. 117. Pp. 59–66.

6. *Дмитрак Ю.В., Камнев Е.Н.* АО «Ведущий проектно-изыскательский и научно-исследовательский институт промышленной технологии» – Путь длиной в 65 лет // *Горный журнал*. 2016. № 3. С. 6–12.

7. *Golik V.I., Razorenov Yu.I., Ignatov V.N., Khasheva Z.M.* The history of Russian Caucasus ore deposit development // *Journal of the Social Sciences*. 2016. Vol. 11. No. 15. Pp. 3742–3746.

8. *Jang H., Topal E., Kawamura Y.* Decision support system of unplanned dilution and ore-loss in underground stoping operations using a neuro-fuzzy system // *Applied Soft Computing Journal*. 2015. Vol. 32. Pp. 1–12.

9. *Белоусов А.С., Алексеев О.Н.* Технологические схемы подготовки отработки маломощных урановых пластов // *Горный информационно-аналитический бюллетень*. 2017. № 9. С. 102–108.

10. *Wang G., Li R., Carranza E.J.M., Yang F.* 3D geological modeling for prediction of subsurface Mo targets in the Luanchuan district, China // *Ore Geology Reviews*. 2015. Vol. 71. Pp. 592–610.

11. *Ляшенко В.И.* Природоохранные технологии освоения сложноструктурных месторождений полезных ископаемых // *Маркшейдерский вестник*. 2015. № 1. С. 10–15.

12. *Калмыков В.Н., Петрова О.В., Мамбетова Ю.Д.* Обоснование параметров технологических резервов устойчивого функционирования горнотехнической системы при подземной разработке медно-колчеданных месторождений // *Горный информационно-аналитический бюллетень*. 2017. № 8. С. 5–16.

13. *Васильев П.В., Стась Г.В., Смирнова Е.В.* Оценка риска травматизма при добыче полезных ископаемых // *Известия ТулГУ. Науки о Земле*. Вып. 2. 2016. С. 39–45.

Об авторах

Голик Владимир Иванович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры горного дела, Северо-Кавказский государственный технологический университет (Владикавказ, Россия). *Область научных интересов:* технологии разработки месторождений по-

лезных ископаемых открытым и подземным способами, природоохранные методы добычи, способы добычи металлов выщелачиванием, утилизация отходов добычи и переработки минералов с активацией компонентов, подготовка кадров высшей квалификации. *Контактная информация:* e-mail – v.i.golik@mail.ru. ORCID iD: 0000-0002-1181-8452. eLIBRARY SPIN-код: 7931-6546.

Белодедов Андрей Алексеевич – кандидат технических наук, доцент кафедры горного дела, декан горного факультета, Южно-Российский государственный политехнический университет (Новочеркасск, Россия). *Область научных интересов:* разработка месторождений полезных ископаемых, способы добычи угля инновационными технологиями, утилизация отходов добычи и переработки, подготовка кадров высшей квалификации. *Контактная информация:* e-mail – a.a.belodedov@mail.ru. ORCID iD: 0000-0001-5050-8783. eLIBRARY SPIN-код: 8235-2491.

Логачев Александр Владимирович – кандидат технических наук, доцент кафедры горного дела, Южно-Российский государственный политехнический университет (Новочеркасск, Россия). *Область научных интересов:* разработка месторождений полезных ископаемых, способы добычи металлов выщелачиванием, утилизация отходов добычи и переработки минералов с активацией компонентов, подготовка кадров высшей квалификации. *Контактная информация:* e-mail – log.a@bk.ru. ORCID iD: 0000-0002-0011-6367. eLIBRARY SPIN-код: 4908-7257.

Шурыгин Дмитрий Николаевич – кандидат технических наук, доцент кафедры горного дела, Южно-Российский государственный политехнический университет (Новочеркасск, Россия). *Область научных интересов:* разработка месторождений полезных ископаемых, интерпретация результатов исследований методами информационных технологий, подготовка кадров высшей квалификации. *Контактная информация:* e-mail – shurygind@mail.ru. ORCID iD: 0000-0001-9173-4090. eLIBRARY SPIN-код: 1817-0360.

Для цитирования

Голик В.И., Белодедов А.А., Логачев А.В., Шурыгин Д.Н. Моделирование и мониторинг породных конструкций по геомеханическому фактору при отработке пологих залежей // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2018. Т. 14. № 5. С. 436–445. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-436-445.

Modeling and monitoring of rock structures on the geotechnical factor in the development of shallow deposits

Vladimir I. Golik^{1*}, Andrey A. Belodedov², Alexander V. Logachev², Dmitriy N. Shurygin²

¹North Caucasus State Technological University
44 Nikolaev St., Vladikavkaz, 362021, Russian Federation

²Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI)
132 Prosveschenia St., Novocherkassk, 346428, Russian Federation

*Corresponding author

(received: September 10, 2018; revised: October 16, 2018; accepted: November 25, 2018)

Abstract. Relevancy. Most of the non-ferrous metal ores are produced by low-productivity and dangerous technology in conditions when high-performance technology cannot be used.

The aim of many studies and this work is to find reserves for increasing productivity and safety in the development of such deposits through the use of hidden technology capabilities.

The method of investigation is a comparison of the traditional version of ore breakage with new variants of ore breaking in the framework of an industrial field experiment with interpretation of the results obtained.

Results. Quantitative values of the efficiency indices of ore breakage from drilling workings are obtained in comparison with the traditional version with the breakage of the ledges and the worked out space. It is proved that the application of the new technology, despite the laboriousness of penetrating the drilling workings, does not worsen the technical and economic performance of the design, radically improving the safety of work. The results obtained are approximated graphically.

Conclusions. The indicators of the breakage from the drilling workings outstrip the traditional version of the breakage due to the previously unavailable features of the breakage and placement in the worked out space of the ore, saving the workers from the danger of being in the open worked-out space.

Keywords: ore, underground mining, drilling, labor productivity, explosive rebound, ledges, drilling, drifts, rising

References

- Golik V., Komashchenko V., Morkun V., Khasheva Z. (2015). The effectiveness of combining the stages of ore fields development. *Metallurgical and Mining Industry*, 7(5), 401–405.
- Ben-Awuah E., Richter O., Elkington T., Pourrahimian Y. (2016). Strategic mining options optimization: Open pit mining, underground mining or both. *International Journal of Mining Science and Technology*, 26(6), 1065–1071.
- Ryl'nikova M.V., Korneev S.A., Mazhitov A.M., Korneeva V.S. (2014). Obosnovanie sposobov osvoeniya i sistem razrabotki malomoshchnyh rudnyh tel Kamaganskogo mednokolchedanskogo mestorozhdeniya [The substantiation of ways of development and development systems thin ore bodies Kamaganskaya mediocollegal field]. *Gornyi Zhurnal [Mining journal]*, (5), 56–63. (In Russ.)
- Golik V., Komashchenko V., Morkun V., Irina G. (2015). Improving the effectiveness of explosive breaking on the bade of new methods of borehole charges initiation in quarries. *Metallurgical and Mining Industry*, (7), 383–387.
- Bonsu J., Dyk W., Franzidis J.P., Petersen F., Isafiade A. (2017). A systemic study of mining accident causality: an analysis of 91 mining accidents from a platinum mine in South Africa. *The Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 117, 59–66.
- Dmitrak Yu.V., Kamnev E.N. (2016). AO “Vedushchij proektno-izyskatel'skij i nauchno-issledovatel'skij institut promyshlennoj tekhnologii” – Put' dlinoj v 65 let” [The Leading Design and Research Institute of Industrial Technology – the Path of 65 years]. *Gornyi Zhurnal [Mining journal]*, (3), 6–2. (In Russ.)
- Golik V.I., Razorenov Yu.I., Ignatov V.N., Khasheva Z.M. (2016). The history of Russian Caucasus ore deposit development. *Journal of the Social Sciences*, 11(15), 3742–3746.
- Jang H., Topal E., Kawamura Y. (2015). Decision support system of unplanned dilution and ore-loss in underground stopping operations using a neuro-fuzzy system. *Applied Soft Computing Journal*, 32, 1–12.
- Belousov A.S., Alekseev O.N. (2017). Tekhnologicheskie skhemy podgotovki otrabotki malomoshchnyh

uranovyh plastov [Process flow charts for preparing thin uranium strata for mining]. *Gorny Informatsionno-Analiticheskiy Byulleten (nauchno-tekhnicheskii zhurnal) [Mining Informational and Analytical Bulletin (scientific and technical journal)]*, (9), 102–108. (In Russ.)

10. Wang G., Li R., Carranza E.J.M., Yang F. (2015). 3D geological modeling for prediction of subsurface Mo targets in the Luanchuan district, China. *Ore Geology Reviews*, 71, 592–610.

11. Lyashenko V.I. (2015). Prirodoohrannye tehnologii osvoeniya slozhnostrukturnykh mestorozhdenij poleznykh iskopaemykh [Nature protection technologies of development of complex fields of minerals]. *Markshejderskiy vestnik [Mine Surveying Bulletin]*, (1), 10–15. (In Russ.)

12. Kalmykov V.N., Petrova O.V., Mambetova Yu.D. (2017). Obosnovanie parametrov tekhnologicheskikh rezervov ustojchivogo funkcionirovaniya gornotekhnicheskoy sistemy pri podzemnoy razrabotke medno-kolchedannykh mestorozhdenij [Justification of parameters of technological resources for stable performance of geotechnical system in underground pyritic-copper ore mining]. *Gorny Informatsionno-Analiticheskiy Byulleten (nauchno-tekhnicheskii zhurnal) [Mining Informational and Analytical Bulletin (scientific and technical journal)]*, (8), 5–16. (In Russ.)

13. Vasil'ev P.V., Stas' G.V., Smirnova E.V. (2016). Ocenka riska travmatizma pri dobyche poleznykh iskopaemykh [Assessment of the risk of injury in mining]. *Izvestiya TulGU [Izvestiya Tula State University]*, (2), 39–45. (In Russ.)

About the authors

Vladimir I. Golik – Professor, Dr Sci. (Eng.), Professor of the Department of Mining, North Caucasus State Technological University (Vladikavkaz, Russia). *Research interests*: technologies of development of mineral deposits by open and underground method, environmental methods of extraction, methods of extraction of metals by leaching, utilization of waste production and processing of minerals with the activation of components, training of highly quali-

fied personnel. *Contact*: e-mail – v.i.golik@mail.ru. ORCID iD: 0000-0002-1181-8452. eLIBRARY SPIN-code: 7931-6546.

Andrey A. Belodedov – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor of the Department of Mining, Dean of the Mining Faculty, South-Russian State Polytechnic University (Novocherkassk, Russia). *Research interests*: development of deposits of minerals, methods of coal mining by innovative technologies, utilization of production and processing waste, training of highly qualified personnel. *Contact*: e-mail – a.a.belodedov@mail.ru. ORCID iD: 0000-0001-5050-8783. eLIBRARY SPIN-code: 8235-2491.

Alexander V. Logachev – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor of the Department of Mining, South-Russian State Polytechnic University (Novocherkassk, Russia). *Research interests*: development of mineral deposits, methods of mining metals by leaching, utilization of mining and mineral processing wastes with the activation of components, training of highly qualified personnel. *Contact*: e-mail – log.a@bk.ru. ORCID iD: 0000-0002-0011-6367. eLIBRARY SPIN-code: 4908-7257.

Dmitriy N. Shurygin – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor of the Department of Mining, South-Russian State Polytechnic University (Novocherkassk, Russia). *Research interests*: development of mineral deposits, interpretation of research results using information technology methods, training of highly qualified personnel. *Contact*: e-mail – shurygind@mail.ru. ORCID iD: 0000-0001-9173-4090. eLIBRARY SPIN-code: 1817-0360.

For citation

Golik V.I., Belodedov A.A., Logachev A.V., Shurygin D.N. (2018). Modeling and monitoring of rock structures on the geotechnical factor in the development of shallow deposits. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(5), 436–445. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-436-445. (In Russ.)

Рецензии, отзывы

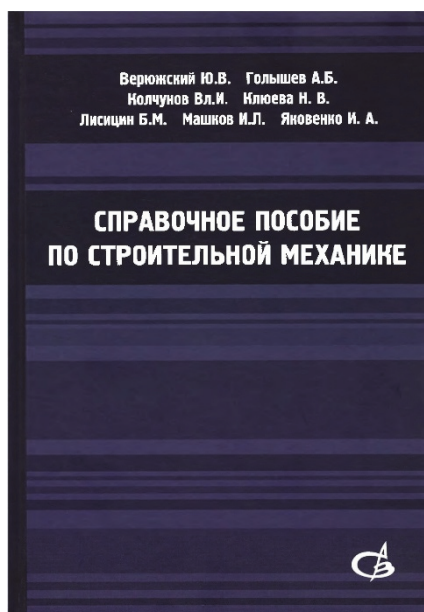
УДК 38.112

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-5-446-447

РЕЦЕНЗИЯ

**Отзыв на учебное пособие
«Справочное пособие по строительной механике»**

(Верюжский Ю.В., Гольшев А.Б., Колчунов Вл.И., Ключева Н.В., Лисицин Б.М., Машков И.Л., Яковенко И.А. Справочное пособие по строительной механике: учебное пособие: в 2 т. М.: Издательство АСВ, 2014. Т. I. 640 с.; Т. II. 432 с.)



В 2014 г. в издательстве АСВ опубликовано учебное пособие в двух томах, посвященное строительной механике как прикладной науке, призванной обеспечивать строительство инженерных сооружений современными методами статического и динамического расчета. Подчеркнуто, что разработка и доведение научных исследований до результатов, пригодных для непосредственного использования при практических расчетах, может обеспечить надежную связь науки с производством.

Практическую направленность пособия можно отнести к особенностям курса «Строительная механика» с подбором примеров по всем разделам, которые методически в значительной степени помогают усвоению теоретического материала.

Вызывают интерес и приведенные в пособии примеры, связанные с актуальными проблемами

сопротивления в области строительных конструкций: впервые в курс «Строительная механика» включены специальные разделы, знакомящие читателя с сопротивлением железобетонных конструкций в сложных инженерно-геологических условиях с учетом физической нелинейности их сопротивления и просадки грунтов, а также с проблемной задачей железобетона – анализом сопротивления в зоне наклонных трещин.

Уделено должное внимание решениям задачи устойчивости железобетонных стержней при учете не только физической нелинейности, но и длительных процессов; таким образом задача максимально приближена к действительным условиям их работы. При этом, безусловно, важно, что обучаемый не просто решает тестовые примеры, а начинает задумываться о реальных причинах сопротивления

строительных конструкций зданий и сооружений при их расчете.

Авторы, учитывая анализ последствий аварий, произошедших с неординарными зданиями и сооружениями в последние десятилетия, особое внимание уделяют длительным процессам, происходящим в железобетоне, остающимся до настоящего времени основным строительным материалом.

Подытоживая, отметим, что в учебном пособии, от простого к сложному и от общего к частному, доступным языком, методически изложены все базовые темы, необходимые студентам для

изучения материала по дисциплине «Строительная механика».

Учебное пособие предназначено для студентов вузов направления «Строительство», инженеров, аспирантов, преподавателей и научных работников.

*Председатель экспертного совета ВАК
по строительству и архитектуре,
член-корреспондент РААСН,
доктор технических наук,
профессор В.Л. Мондрус*

REVIEW

**Review for the textbook
“Handbook on Structural Mechanics”**

Vladimir L. Mondrus