

ISSN 1815-5235 (print)
ISSN 2587-8700 (online)

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА ИНЖЕНЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ

2018 Том 14 № 1



STRUCTURAL MECHANICS OF ENGINEERING CONSTRUCTIONS AND BUILDINGS

2018 Volume 14 No. 1

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics>

О журнале

ISSN 1815-5235 (print), 2587-8700 (online).

Периодичность 6 выпусков в год.

Сайт журнала: <http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (открытый доступ)

Языки: русский, английский, французский.

Журнал индексируют: РИНЦ, Cyberleninka, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory.

Включен в Перечень ведущих научных журналов и изданий ВАК при Минобрнауки России по группе научных специальностей 05.23.00 — Строительство и архитектура.

Подписной индекс по каталогу агентства «Роспечать» — 20479 (полгода) и 80344 (год).

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал «*Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*» знакомит читателей с достижениями отечественных и зарубежных ученых в области геометрии пространственных конструкций, сопротивления материалов, строительной механики, теории упругости и расчета строительных и машиностроительных конструкций, освещает вопросы научно-технического прогресса в строительстве и машиностроении, публикует аналитические обзоры по теме журнала.

Главный редактор КРИВОШАПКО С.Н., *д-р техн. наук, проф., РУДН, Россия*

Заместитель главного редактора ИВАНОВ В.Н., *д-р техн. наук, проф., РУДН, Россия*

Исполнительный редактор МАМИЕВА И.А., *РУДН, Россия*

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

ВАНИН В.В., *д-р техн. наук, проф., Киевский политехнический университет, Украина*

ЛИСИЧКИН С.Е., *д-р техн. наук, ООО «ИЦСКТЭ», Россия*

ЗВЕРЯЕВ Е.М., *д-р техн. наук, проф., ИПМ РАН, Москва, Россия*

ОБОЗОВ В.И., *д-р техн. наук, проф., ЦНИИСК, Москва, Россия*

БУЙ СУАН НАМ, *доцент Ханойского университета горного дела и геологии, Вьетнам*

САНЖАРОВСКИЙ Р.С., *д-р техн. наук, проф., ЕНУ им. Гумилева, Астана, Казахстан*

АГАПОВ В.П., *д-р техн. наук, проф., МГСУ, Москва, Россия*

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ:

АНДРЕЕВ В.И., *акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., МГСУ, Москва, Россия*

БАЖЕНОВ В.А., *акад. Национальной академии педагогических наук, д-р техн. наук, проф., КНУСА, Киев, Украина*

БОНДАРЕНКО В.М., *акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИИСФ РААСН, Москва, Россия*

ГОЛИК В.И., *д. член РАЕН, д-р техн. наук, проф., Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет), Владикавказ, Россия*

ЗАКСЕНХОФЕР РАЙХАНД Ф., *профессор Горного университета в Леобене, Австрия*

ИВАНОВ С.П., *д-р техн. наук, проф., ПГТУ (ВолгаТех), Йошкар-Ола, Россия*

КАРПЕНКО Н.И., *акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИИСФ РААСН, Москва, Россия*

КОЛЧУНОВ В.И., *акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ЮЗГУ, Курск, Россия*

МАНДРОНЕ ДЖУЗЕППЕ, *доцент Университета Турина, Италия*

КРАСИЧ СОНЯ, *кандидат технических наук, Нишский университет, Ниш, Сербия*

МАГУЛЕ ФРЕДЕРИК, *профессор Высшей инженерной школы «Централь Сюпелек», Университет Париж-Сакли, Франция*

ЛЯХОВИЧ Л.С., *акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ТГАСУ, Томск, Россия*

ТРАВУШ В.И., *акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ЭНПИ, Москва, Россия*

ЯКУПОВ Н.М., *чл.-корр. РИА, д-р техн. наук, проф., ИММ КазНЦ РАН, Казань, Россия*

Адрес редакции: 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6, РУДН,
Инженерная академия, Редакция журнала «Строительная механика инженерных конструкций и сооружений»
Тел.: (495) 955-08-58; факс: (495) 955-08-58, e-mail: stmj@rudn.university, i_mamieva@mail.ru

Подписано в печать 22.01.2018. Выход в свет 30.01.2018. Формат 70×100/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Times New Roman».

Усл. печ. л. 6,45. Тираж 210 экз. Заказ № 90. Цена свободная.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Российский университет дружбы народов» (РУДН)

117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

Отпечатано в ИПК РУДН, 115419, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

© Российский университет дружбы народов, 2018

© Василяка В.В., фото на 1-й странице обложки (Грузия, пос. Ушгкли), 2018

Строительная механика инженерных конструкций и сооружений

2018 Том 14 № 1

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics>

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал

Издается с 2005 г.

Свидетельство о регистрации СМИ ПИ №ФС77-19706 от 13 апреля 2005 г. выдано Федеральной службой по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране наследия

Учредитель: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов» (РУДН)

С о д е р ж а н и е

Аналитические обзоры

Лебедь Е.В., Алукаев А.Ю. Большепролетные металлические купольные покрытия и их возведение..... 4

Расчет тонких упругих оболочек

Жиль-улбе М., Маркович А.С., Дау Тьеколо. Нелинейная устойчивость синусоидальной велароидальной оболочки..... 17

Теория упругости

Чан Н.Д., Фирсанов В.В. Напряженно-деформированное состояние прямоугольных пластин на основе уточненной теории..... 23

Расулов М.Б., Агаяров М.Г. Задача по динамике полой призмы прямоугольного поперечного сечения..... 33

Бакушев С.В. Разрешающие уравнения плоской деформации в цилиндрических координатах для физически-нелинейной сплошной среды 38

Расчет и проектирование строительных конструкций

Демьянов А.И., Яковенко И.А., Колчунов В.И. Трансформационный элемент между зависимостями механики разрушения и уравнениями теории железобетона в условиях сложного сопротивления..... 46

Фролов А.А., Морозов Ю.А., Верхов Е.Ю. Напряженное состояние консольных кабеледержателей типа ККЧ-3; 4; 6 57

Коротеев Д.Д., Харун М. Влияние конструкции прозрачного покрытия на эффективность термообработки бетона в опалубочных формах с использованием солнечной энергии..... 64

Сейсмостойкость сооружений

Джинчвелашвили Г.А., Булушев С.В. Расчетное обоснование заданного уровня сейсмостойкости сооружений..... 70

Памяти товарища

Трушин Сергей Иванович (23.09.1951 – 15.11.2017)..... 80

About the Journal

ISSN 1815-5235 (print), 2587-8700 (online).

Published 6 times a year.

Founder and Publisher: Peoples Friendship University of Russia (RUDN University), 6, Miklukho-Maklaya St., Moscow, 117198, Russia

Website: <http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (Open Access).

Languages: Russian, English, French.

Indexed by Ulrich's Periodicals Directory, RSCI (elibrary.ru), Cyberleninka, Google Scholar

Review-and-analytic and scientific-and-technical peer-reviewed journal "*Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*" shows the readers round the achievements of Russian and foreign scientists in the area of geometry of spatial structures, strength of materials, structural mechanics, theory of elasticity, and analysis of building and machine-building structures, illumines the problems of scientific-and-technic progress in building and machine-building, publishes analytic reviews on the aims and scope of the Journal.

The Journal has been included in the list of the leading review journals and editions of the Highest Certification Committee of Ministry of Education and Science of Russian Federation in which the basic results of PhD and Doctoral Theses are to be published.

The Journal website operates on the Portal of RUDN University scientific journals: <http://journals.rudn.ru/structural-mechanics>. The website contains full information about the Journal, editorial policy and ethics, requirements for the preparation and publication of the articles, etc., as well as full-text issues of the Journal since 2008 (Open Access).

Editor-in-chief: KRIVOSHAPKO S.N., *DSc, Professor, RUDN University, Moscow, Russia*

Assistant editor-in-chief: IVANOV V.N., *DSc, Professor, RUDN University, Moscow, Russia*

Managing editor: MAMIEVA I.A., *RUDN University, Moscow, Russia*

EDITORIAL STAFF:

VANIN V.V., *DSc, Professor, National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Kiev, Ukraine*

LISICHKIN S.E., *DSc, Scientific Research Institute of Energy Structures, Moscow, Russia*

ZVERYAEV E.M., *DSc, Professor, Keldysh Institute of Applied Mathematics (Russian Academy of Sciences), Moscow, Russia*

OBOZOV V.I., *DSc, Professor, Central Research Institute of Building Structures (TzNIISK im. V.V. Kucherenko, Moscow, Russia*

BUI XUAN NAM, *PhD, Assoc. Professor, Hanoi University of Mining and Geology, Hanoi, Vietnam*

AGAPOV V.P., *DSc, Professor, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia*

SANJAROVSKY R.S., *DSc, Professor, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan*

EDITORIAL BOARD:

ANDREEV V.I., *chairman, Member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, DSc, Professor, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia*

BAZHENOV V.A., *Member of the National Academy of Educational Science of Ukraine, DSc, Professor, Kiev National University of Building and Architecture, Kiev, Ukraine*

BONDARENKO V.M., *Member of the RAACS, DSc, Professor, NIISF RAACS, Moscow, Russia*

GOLIK V.I., *Member of the Russian Academy of E Sciences, DSc, Professor, North-Caucasian Institute of Mining and Metallurgy (State Technological University), Vladikavkaz, Russia*

REINHARD F. SACHSENHOFER, *PhD, Professor, Montanuniversität Leoben, Austria*

IVANOV S.P., *DSc, Professor, Volga State University of Technology, Yoshkar-Ola, Russia*

KARPENKO N.I., *Member of the RAACS, DSc, Professor, NIISF RAACS, Moscow, Russia*

KOLCHUNOV V.I., *Member of the RAACS, DSc, Professor, South-West State Univ., Kursk, Russia*

GIUSEPPE MANDRONE, *PhD, Ass. Prof. Engineering geology, University of Torino, Italy*

KRASIC SONJA, *PhD of Tehnical science, University of Nis, Nis, Serbia*

MAGOULÈS FREDÉRIC, *DSc, Professor, Centrale Supélec, Université Paris Saclay, France*

LYAKHOVICH L.S., *Member of the RAACS, DSc, Professor, Tomsk State University of Architecture and Building (TSUAB), Tomsk, Russia*

TRAVUSH V.I., *Member of the RAACS, DSc, Professor, ENPI, Moscow, Russia*

YAKUPOV N.M., *Corresponding Member of Russian Engineering Academy, DSc, Professor, Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Science Center, Russian Academy of Sciences, Russia*

Address of the editorial board: 6, Miklukho-Maklaya St., Moscow, 117198, Russian Federation,
RUDN University, Engineering Academy, Department of Architecture and Building, fax +7 (495) 955-08-58,
e-mail: stmj@rudn.university, i_mamieva@mail.ru

Publishing house of RUDN University, 3, Ordzhonikidze Str., Moscow, 115419, Russian Federation

© Peoples' Friendship University of Russia, 2018

Photo of the village Uchgli (Georgia) is on the front cover of the Journal. ©Vasilyaka V.V., 2018

Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings

2018 Vol. 14 No 1

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics>

Founded in 2005

by Peoples Friendship University of Russia (RUDN University)

Contents

Analytical reviews

Lebed E.V., Alukaev A.U. Large-span metal dome roofs and their construction... 4

Analysis of thin elastic shells

Gil-oulbe M., Markovich A.S., Daou Tiekolo. Nonlinear stability of sinusoidal velaroidal shell..... 17

Theory of elasticity

Tran N.D., Firsanov V.V. Investigating of deflected mode of plates by using re-fined theories including the effects of shear and normal deformation..... 23

Rasoulov M.B., Agayarov M.G. Problem on the dynamics of a hollow prism of a rectangular cross section..... 33

Bakushev S.V. Resolving equations of planar deformation in cylindrical coordinates for physically nonlinear continuum..... 38

Analysis and design of building structures

Dem'yanov A.I., Yakovenko I.A., Kolchunov V.I. Transformation element between the dependence of the fracture mechanics and the equations of the reinforced concrete theory in the conditions of a complex resistance..... 46

Frolov A.A., Morozov Yu.A., Verkhov E.Yu. Stress state of a cantilever cable holder of the type CCH-3; 4; 6..... 57

Koroteev D.D., Kharun M. Influence of construction of transparent covering on efficiency of concrete heat treatment in shuttering forms with using solar energy..... 64

Seismic resistance

Dzhinchvelashvili G.A., Bulushev S.V. Feasibility evaluation for a predefined seismic resistance of structures..... 70

In memory of the friend

Trushin Sergey Ivanovich (23.09.1951 – 15.11.2017)..... 80



Аналитические обзоры

УДК 624.074.2:624.014:693.8

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-4-16

БОЛЬШЕПРОЛЕТНЫЕ МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ КУПОЛЬНЫЕ ПОКРЫТИЯ И ИХ ВОЗВЕДЕНИЕ

Е.В. ЛЕБЕДЬ, А.Ю. АЛУКАЕВ

Национальный исследовательский

Московский государственный строительный университет, Москва, Россия

129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26

Приведены основные виды геометрических и конструктивных схем каркасов купольных покрытий из металла. Показано, что по геометрической схеме каркаса купола разделяют на три основных вида: ребристые, ребристо-кольцевые и сетчатые. А сетчатые купола разделяются на циклически симметричные с повторяющимися секториальными геометрическими схемами и геодезические, которые получаются на основе вписанных в сферу многогранников. По своему конструктивному исполнению каркасы ребристых и ребристо-кольцевых металлических куполов могут быть однопоясными и двухпоясными. Геометрическая схема каркаса большепролетного металлического купола определяет способ его возведения, от которого зависит конструктивное решение элементов каркаса и последовательность их монтажа. Перечислены способы возведения куполов: с временными опорами, подъемом целиком или навесным монтажом. Выполнен краткий обзор возведенных большепролетных металлических куполов. С акцентом на использованный способ возведения большепролетного металлического купола приведены примеры построенных зданий и сооружений в разных странах мира. Дана общая характеристика конструктивной схемы купольного каркаса каждого из них. На этих примерах показана зависимость способа возведения большепролетного металлического купола от геометрической схемы его каркаса.

Сделан вывод о большом распространении купола как конструктивной форма покрытия из металла в практике мирового строительства в зданиях различного назначения. При строительстве относительно невысоких двухпоясных или высоких однопоясных куполов применяются способы возведения с временными опорами всех видов или сборку на земле. Отмечена предпочтительность монтажа двухпоясного каркаса навесным способом при значительной высоте большепролетного купола.

Ключевые слова: *большепролетный металлический купол, геометрические схемы каркасов, конструктивные схемы куполов, металлические конструкции, способы возведения, монтаж конструкций*

В мире построено множество большепролетных купольных покрытий с металлическим каркасом. Это объясняется их выразительной архитектурой, экономичностью расхода металла, небольшой трудоемкостью изготовления и монтажа [1, 2]. Купола, благодаря положительной Гауссовой кривизне, характеризуются большей жесткостью по сравнению с пространственными покрытиями другой геометрической формы. Купола занимают также лидирующее положение среди других выпуклых покрытий двойкой кривизны из-за повышенной пространственной жесткости, связанной с замкнутым опорным контуром круглой формы в плане и большой высотой в сравнении с пролетом. Купола по очертанию могут быть сферическими, параболическими и эллипсоидными. Они относятся к оболочкам вращения. Ось вращения вертикальна и проходит через вершину такого купола.

По геометрической схеме каркаса купола разделяют на три основных вида: ребристые, ребристо-кольцевые и сетчатые [3, 4]. Ребристые купола состоят из отдельных меридиональных ребер, расположенных в радиальных направлениях, опирающихся на нижнее (опорное) кольцо и соединенных в вершине верхним кольцом (рис. 1, а). В ребристо-кольцевых куполах, кроме нижнего и верхнего

колец, меридиональные ребра опоясываются еще несколькими промежуточными кольцами (рис. 1, б). С увеличением пролета ребристо-кольцевые купола становятся экономичнее ребристых благодаря лучшей пространственной работе. Для повышения пространственной жесткости каркаса, в ребристо-кольцевых и ребристых куполах между меридиональными ребрами в четырех равноудаленных друг от друга секторах в плоскостях четырехугольных ячеек, ограниченных, соответственно, промежуточными кольцами или кровельным прогоном, устанавливаются связи крестового вида.

Если в каждой четырехугольной ячейке каркаса ребристо-кольцевого купола установлены крестовые связи, то такой каркас называют куполом схемы Шведлера (рис. 1, в). Вся оболочка (для стержневых систем понятие условное) этого купола разбивается стержнями на треугольные ячейки, благодаря которым каркас приобретает большую жесткость в касательной к оболочке плоскости.

В сетчатых куполах каркасы разбиваются на треугольные ячейки с целью обеспечения геометрической неизменяемости образуемой пространственной стержневой системы. В большепролетных куполах сетчатые каркасы благодаря повышенной пространственной жесткости экономичнее ребристых и ребристо-кольцевых. Сетчатые купола характеризуются близкими по размерам ячейками и их разделяют на два типа: циклически симметричные и геодезические.

Циклически симметричные купола отличаются повторяемостью геометрического строения каркаса по секторам. Этим свойством обладает и купол Шведлера, но его ребра и кольца имеют несравнимо более мощное сечение по отношению к связям. Среди сетчатых куполов циклически симметричного типа наибольшее распространение получили звездчатый (схемы Фёппля - рис. 1, з) и секториально-сетчатый (схемы Чивитта - рис. 1, д) купола.

Геодезические схемы каркасов геодезических куполов получаются на основе вписанных в сферу многогранников (схема Фуллера) с правильными треугольниками, пятиугольниками и шестиугольниками (рис. 1, е). Наибольшее применение среди многогранников имеют икосаэдр (20 треугольных граней), додекаэдр (12 пятиугольных граней) и усеченный икосаэдр (12 пятиугольных и 20 шестиугольных граней) [3]. Вершины многоугольников и спроецированные на сферу центры граней соединяют дугами большого круга или геодезическими линиями, получая сетку с треугольными ячейками. Такими же дугами соединяют середины сторон треугольных ячеек и так далее.

Проектируются также купола, каркасы которых характеризуются переменной регулярности и комбинированными схемами геометрического построения от опорного контура к вершине. Например, в ребристо-кольцевых куполах, из-за уменьшения расстояния между ребрами в верхней части купола, количество ребер может уменьшаться по мере приближения к его вершине. Могут применяться каркасы ребристо-кольцевого вида с чередующимися по высоте связями между кольцами по всей окружности купола. Существуют также каркасы с различными геометрическими схемами построения сетчатых куполов у опорного контура и у вершины, с изменением регулярности и геометрической формы ячеек от опорного контура к вершине, а также другими комбинациями схем.

По своему конструктивному исполнению каркасы ребристых и ребристо-кольцевых металлических куполов могут быть однопоясными и двухпоясными, а каркасы сетчатых металлических куполов могут быть односетчатыми и двухсетчатыми. Ребра и кольца однопоясных купольных каркасов проектируют, в основном, из элементов двутаврового сечения. Для двухпоясных каркасов, применяют, как правило, элементы в виде плоских ферм с параллельными поясами, стержни которых изготавливают из профильного металла. Элементы односетчатых купольных каркасов изготавливают, в основном, из двутавров. Стержневые элементы двухсетчатых куполов проектируют, в основном, из труб, хотя применяют также и другие виды профилей.

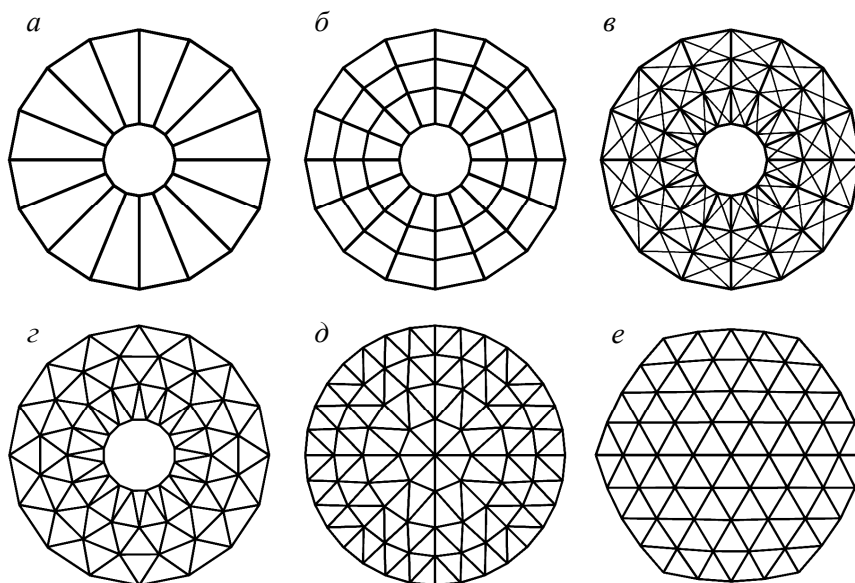


Рис. 1. Геометрические схемы каркасов металлических куполов

a — ребристый купол; *б* — ребристо-кольцевой купол; *в* — купол Шведлера;
г — звездчатый купол; *д* — секториально-сетчатый купол; *е* — геодезический купол

В однополюсных или односетчатых куполах конструктивные элементы вместе с продольной силой (в большинстве стержней сжимающих) испытывают изгиб, поэтому их соединения в нормальном направлении осуществляется через жесткие узлы. В касательных к купольной оболочке плоскостях узлы шарнирные. В двухполюсных или двухсетчатых куполах конструктивные элементы становятся похожими на фермы, даже если ячейки каркаса сверху и снизу не расположены непосредственно друг над другом или имеют разные геометрические очертания (геодезические сетчатые купола). Поэтому узловые соединения стержней таких каркасов проектируют шарнирными в нормальном к оболочке купола направлении.

В целом, большепролетные купола являются пространственными стержневыми системами с многочисленными элементами, поэтому их проектирование и строительство сопряжено с решением сложных задач. К основным задачам относятся: конструирование и расчет пространственного каркаса, выбор способа и последовательности монтажа элементов каркаса.

Геометрическая схема каркаса большепролетного металлического купола определяет его конструктивное решение и характер монтажа его отдельных элементов. Оба этих фактора влияют на выбор способа возведения, схемы и последовательности монтажа конструкций. Монтаж каркасов большепролетных металлических куполов представляет собой технически сложную задачу. Это обусловлено значительными пролетами, изменяющейся высотой, множеством по-разному ориентированных в пространстве конструктивных элементов и необходимостью соединения их под разными углами.

Возведение каркасов большепролетных металлических куполов выполняется самыми разными способами, из которых наибольшее распространение получили следующие [3, 5—7]:

- 1) монтаж с применением временной центральной опоры;
- 2) монтаж с применением нескольких временных опор (в центре и (или) вокруг него);

- 3) сборка или монтаж со строительных лесов или специальных временных подмостей;
- 4) установка подъемом и (или) перемещением целиком после поэлементной сборки на земле;
- 5) монтаж навесным способом поэлементно, конструкциями или укрупненными фрагментами (блоками);
- б) комбинированный из вышеуказанных.

Первые два способа применяются в основном при монтаже каркасов ребристых и ребристо-кольцевых куполов, а также циклически симметричных сетчатых куполов. Третий и четвертый - при монтаже каркасов сетчатых куполов в случае их относительно небольших пролетов. Пятый способ применяется только для каркасов двухсетчатых высоких куполов больших пролетов.

При комбинированном возведении обычно сочетают первый или второй способы с третьим. Например, при помощи временных опор устанавливают собранные на земле меридиональные конструкции каркаса, а затем с использованием подмостей монтируют остальные элементы. Возможна также сборка на земле секториальных частей купольного каркаса отдельно друг от друга с последующей их установкой на временную центральную опору.

В зависимости от предполагаемого способа монтажа купольные каркасы при проектировании разбиваются на крупные пространственные части (сектора), объемные стержневые монтажные блоки (фрагменты каркаса), плоские решетчатые конструкции (ребра), отдельные элементы конструкций (фрагменты ребер или колец) и отдельные стержневые элементы каркаса.

Монтаж купольных каркасов первым и вторым способами производится цельными меридиональными ребрами или их крупными частями. В качестве временной центральной опоры применяются решетчатые башни (сквозного сечения) из четырех и более ветвей, а также мачты сквозного сечения, которые поддерживаются в вертикальном положении системой оттяжек. Для промежуточных опор применяют башни и мачты сквозного сечения. В случае применения башни для временной центральной опоры она может быть использована в качестве нижней части стационарного (башенного) подъемного крана или служить опорой для поворотных стреловой или Г-образной опорной частей крана.

При монтаже каркасов большепролетных металлических куполов, как крупными конструкциями, так и их небольшими частями применяются подвижные башенные краны на рельсах или самоходные стреловые краны на гусеничном ходу. Высота башенного крана или длина стрелы гусеничного, как и их грузоподъемность, зависят от размеров и конструкции купольного покрытия.

С использованием временной центральной опоры возведены большепролетные купола следующих зданий:

Колизей в Шарлотте¹ в США (рис. 2, а), построенный в 1955 г. Покрытием Колизея служит одноярусный каркас ребристо-кольцевого купола пролетом 100 м и высотой 16,4 м [3], установленный на высокие, немного наклоненные наружу колонны. В каждой ячейке купольного каркаса имеются гибкие крестовые связи, что, отчасти способствует его работе по схеме Шведлера.

Московский цирк на проспекте Вернадского² (рис. 2, б), построенный в 1971 г. Покрытие из складчатого двухъярусного ребристого купола (ребраскладки из наклонных ферм переменной высоты) пролетом 65 м и высотой

¹ Charlotte Coliseum. Charlotte, NC. Режим доступа: <http://scottymoore.net/charlotteColiseum.html>. Дата обращения: 18.03.2017.

² Государственный цирк на проспекте Вернадского // СОВАРХ. Советская архитектура. Режим доступа: <http://www.sovarch.ru/catalog/object/649/> Дата обращения: 17.07.2017.

20,7 м [5, 6], опирающегося на металлические колонны. Ко всем складчатым ребрам у опорного кольца прикреплены длинные консоли, образующие широкий контурный навес угловатого очертания.

Ледовый дворец «Арена-Север»³ в Красноярске (рис. 2, в), построенный в 2011 г. Покрытие в виде двухпоясного ребристого купола пролетом 80 м, ребра которого выполнены из плоских ферм ломаного очертания. Ребра попарно объединены между собой связями по всей высоте купола⁴. Каркас купола опирается на металлические колонны.

Спортивно-оздоровительный комплекс «Динамо»⁵ в Москве (рис. 2, з), построенный в 2006 г. Купольное покрытие двухслойное. Верхний слой поддерживает кровельные конструкции и через систему стоек опирается на нижний. Нижний несущий слой представляет собой однопоясной ребристо-кольцевой купол пролетом 72 м и высотой 14 м, установленный на железобетонный контур. Опорным контуром служит верхний и самый большой по диаметру кольцевой ярус круглого четырехэтажного здания из железобетона⁶.

Учебно-тренировочный центр «Фристайл»⁷ в Минске (рис. 2, д), построенный в 2015 г. Покрытие основной части здания выполнено в виде двухпоясного ребристо-кольцевого купола пролетом 90 м и высотой 24 м, опирающегося на короткие колонны⁸. Ребра купола выполнены из плоских криволинейных ферм серповидного очертания внизу, а между отдельными кольцами по всему контуру устроены связи. К основной части здания примыкает закрытый трамплин для фристайла с опорной башней.

Здание штаб-квартиры НОК⁹ в Минске (рис. 2, е), построенное в 2014 г. В качестве опоры купола вместо башни использовались специальные строительные леса в виде многоярусной стержневой поддерживающей системы под центральной частью купола. Каркас купола пролетом 40 м выполнен двухпоясным в виде стержневой системы структурного типа¹⁰, который опирается на высоко расположенный опорный контур. Монтаж каркаса купола выполнялся отдельными секториальными частями.

С использованием нескольких временных опор возведены большепролетные купола следующих зданий:

Аквапарк «Аквасфера»¹¹ в Донецке (рис. 3, а), построенный в 2012 г. Покрытием Аквасферы служит двухпоясной каркас ребристого купола пролетом

³ Арена Север. // АЕРОСТО. Красноярск с высоты 2014. Режим доступа: <http://aerosto.ru/portfolioitem/1113-2/> Дата обращения: 15.07.2017.

⁴ «Арена-Север» // ЗАО Стальмонтаж. Режим доступа: <http://www.stalmon.ru/nashi/57>. Дата обращения: 14.03.2017.

⁵ Дворец спорта «Динамо» в Крылатском р-не в г. Москве // ASTIR. Construction design architecture. Режим доступа: <http://www.astirm.ru/construction/sport/dinamo/dinamo.html>. Дата обращения: 20.11.2017.

⁶ Спортивно-оздоровительный комплекс «Динамо» в Москве // ЦНИИПСК им. Мельникова. СТАКО. Режим доступа: <http://www.stako.ru/catalog/14/>. Дата обращения: 14.03.2017.

⁷ Учебно-тренировочный центр фристайла со спортивно-оздоровительным комплексом по ул. Сурганова // Минскпромстрой. ОАО. Режим доступа:

http://www.minskpromstroy.by/ru/our_facilities/admin_buildings/uchebno-trenirovochnyy-centr-fristayla-so-sportivno-ozdorovitelny-m-kompleksom-po-ul-surganova.html. Дата обращения: 25.03.2017.

⁸ Каким будет минский центр фристайла? // NEST.by. Недвижимость и строительство. Режим доступа: <http://www.nest.by/content/kakim-budet-minskii-tsentr-fristayla>. Дата обращения: 25.03.2017.

⁹ Топ-10 зданий Минска с куполами: от штаб-квартиры НОК до монастыря // TUT.BY. Недвижимость. Режим доступа: <https://realty.tut.by/news/offtop-realty/482078.html>. Дата обращения: 15.07.2017.

¹⁰ Здание штаб-квартиры Национального Олимпийского Комитета, Минск, Беларусь // PERI. Успешно строить с PERI. Режим доступа:

http://www.peri.by/projects.cfm/fuseaction/diashow/reference_ID/2222/currentimage/6/referencecategory_ID/65.cfm. Дата обращения: 25.03.2017.

¹¹ Аквапарк Аквасфера. Фотографии путешественников // Planet of Hotels. Украина (Донецк). Режим доступа: <http://www.planetofhotels.com/ukraine/doneck/akvapark-akvasfera>. Дата обращения: 25.03.2017.

85 м и высотой 25 м, установленный на короткие колонны¹². Половина опирающихся на них меридиональных ребер доходят до верхнего кольца, а остальные заканчиваются в средней части купола. В верхней части покрытие оснащено четырьмя подвижными лепестками (в виде секторов по 1/8 сферы).

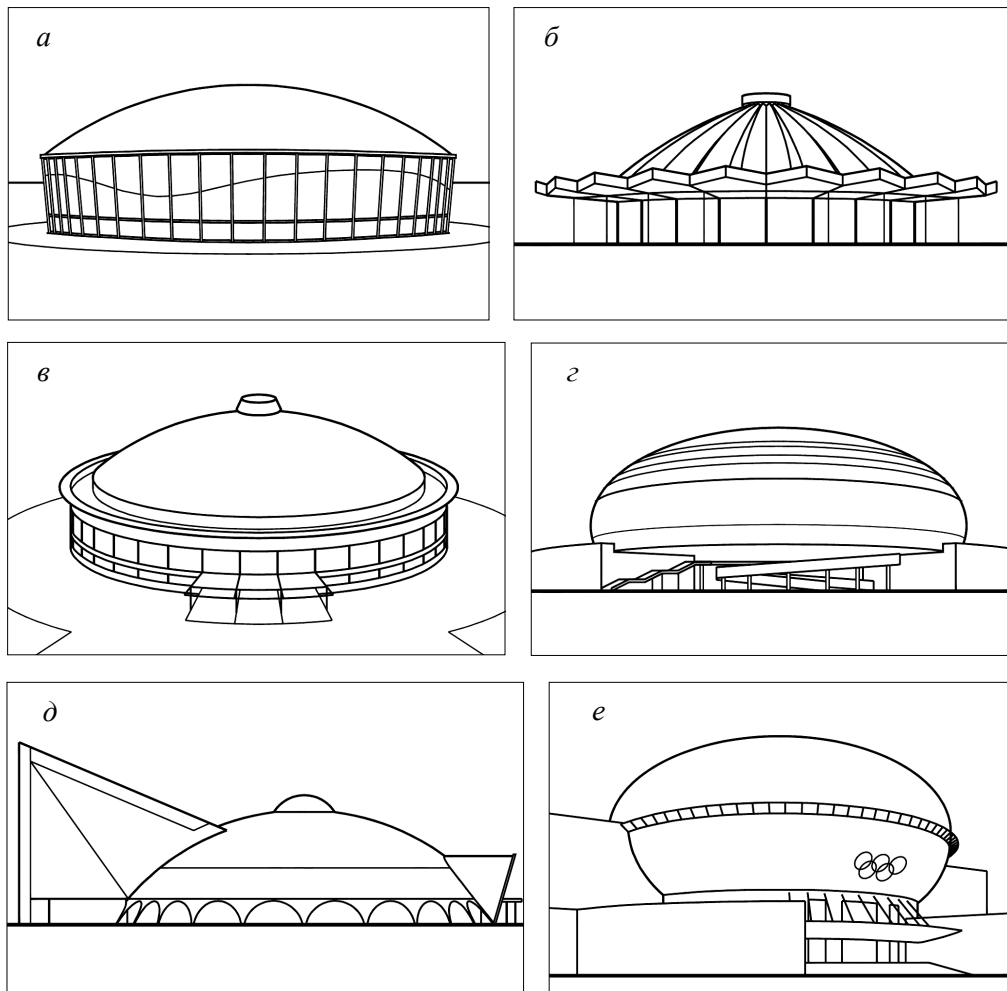


Рис. 2. Здания с купольными покрытиями, при монтаже которых применялась временная центральная опора:

- a* — Колизей в Шарлотте; *б* — Московский цирк на Вернадского;
в — «Арена-Север» в Красноярске; *г* — спорткомплекс «Динамо» в Москве;
д — центр «Фристайл» в Минске; *е* — штаб-квартира НОК в Минске

Стадион для бейсбола и американского футбола Астродом¹³ (Astrodome) в Хьюстоне в США (рис. 3, *б*), построенный в 1965 г. Покрытием Астродома служит двухъярусной каркас секториально-сетчатого купола (схема Чивитта) пролетом 196 м и высотой 28,4 м [3, 8, 9], установленный на высокие вертикальные колонны¹⁴. Элементы купольного каркаса выполнены в виде ферм с

¹² Аквапарк «Аквасфера» в Донецке. Монтаж конструкций купола // Интерстиль. Режим доступа: <http://interstyle.su/gallery/aquaparks/akvapark-akvasfera-v-donetske/#ad-image-26> Дата обращения: 25.03.2017.

¹³ Astrodome. Houston, Texas // MLB Tickets. Режим доступа: <http://www.ballparks.com/baseball/national/astrod.htm>. Дата обращения: 18.07.2017

¹⁴ Louis O. Bass, A.M. Unusual Dome Awaits Baseball Season in Houston. Civil Engineering - ASCE, January 1965. Режим доступа: <http://www.columbia.edu/cu/gsap/BT/DOMES/HOUSTON/h-unusua.html> Дата обращения: 15.03.2017.

параллельными поясами, которые при возведении устанавливались на временные опоры – в центре и по двум окружностям вокруг него.

Стадион для американского футбола Супердом (Superdome)¹⁵ в Новом Орлеане в США (рис. 3, б), построенный в 1975 г. Покрытием Супердома служит двухъярусный каркас секториально-сетчатого купола (схема Чивитта)¹⁶ пролетом 207 м и высотой 32 м [3, 10]. Купол установлен на высокие, изогнутые наружу как бумеранг колонны, поддерживаемые изнутри в месте перегиба несущими конструкциями трибун. Элементы купольного каркаса выполнены в виде ферм с параллельными поясами. Возводился купол Супердома аналогично предыдущему - с применением установленных в центре и по окружностям высоких временных опор.

Склад Серебрянского цементного завода¹⁷ в Рязанской области (рис. 3, г), построенный в 2013 г. Покрытие склада выполнено в виде двухъярусного купола Шведлера пролетом 102 м и высотой 33 м, установленного на короткие металлические колонны¹⁸. Каркас купола характеризуется чередованием одиночных плоских и парных пространственных ребер из ферм криволинейного очертания с параллельными поясами. Между всеми ребрами по всей высоте купола установлены связи.

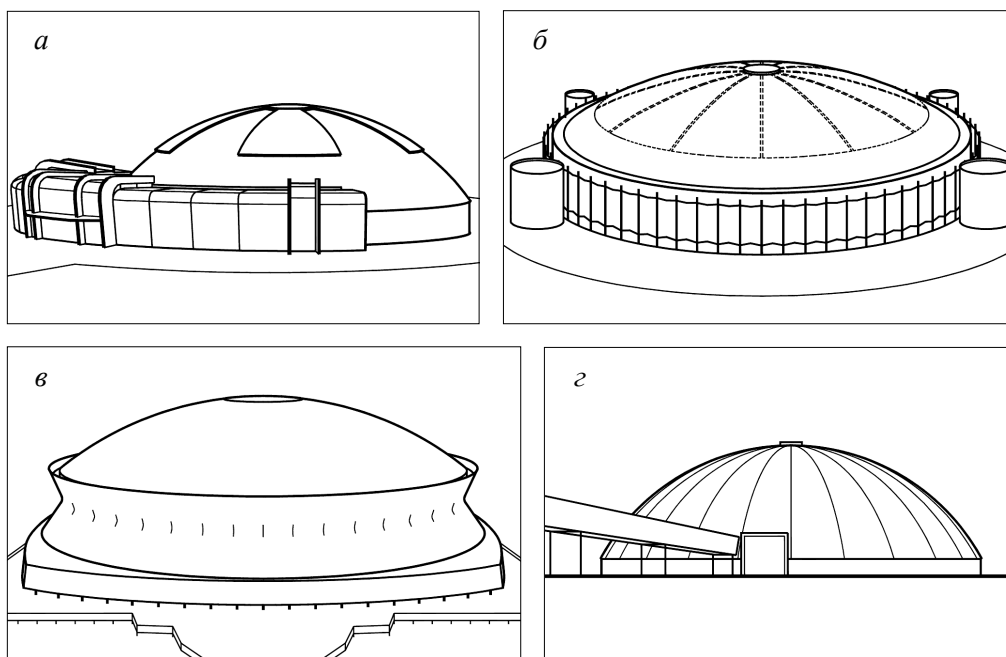


Рис. 3. Здания с купольными покрытиями, при монтаже которых применялись несколько временных опор:

а — аквапарк «Аквасфера» в Донецке; *б* — стадион Астродом в Хьюстоне;
в — стадион Супердом в Новом Орлеане; *г* — склад Серебрянского цементного завода

¹⁵ Superdome. Stadium, New Orleans, Louisiana, United States // Encyclopaedia Britannica. Режим доступа: <https://www.britannica.com/place/Superdome>. Дата обращения: 18.07.2017.

¹⁶ 1975: The Superdome opens in New Orleans // Nola.com. Режим доступа: http://www.nola.com/175years/index.ssf/2011/12/1975_the_superdome_opens_in_ne.html. Дата обращения: 25.03.2017.

¹⁷ Промышленные здания и сооружения. Серебрянский цементный завод // СКАУТ. Инженерно-технический центр. Режим доступа: <http://www.steel-scaut.com/projects-c6c>. Дата обращения: 17.04.2017.

¹⁸ Серебрянский цементный завод // Garant. Конструкторское бюро. Режим доступа: <http://kggarant.com/catalog/500125/index.php>. Дата обращения: 16.04.2017.

С использованием строительных лесов или подмостей возведены большепролетные купола следующих зданий:

Торгово-развлекательный центр Глобал Сити¹⁹ в Москве (рис. 4, *а*), построенный в 2007 г. Покрытием основной части ТРЦ служит однопоясной каркас секториально-сетчатого купола (схема Чивитта) пролетом 60 м. Купол опирается на пространственное решетчатое кольцо (четырёхугольного сквозного сечения), установленное на высокие решетчатые колонны²⁰. Сначала с использованием временной центральной опоры устанавливались собранные вместе стержни, расположенные на границах секторов купола (ребра), а остальные элементы монтировались со строительных лесов.

Концертный зал²¹ Москва-Сити (рис. 4, *б*), построенный в 2017 г. Покрытием зала служит ребристый купол пролетом 64 м и высотой 14 м. Решетчатые пространственные ребра опираются на верхний контур многоярусного круглого здания из железобетона²² и поддерживают центральную сетчатую верхушку купола. Покрытие имеет подвижную (трансформирующуюся) оболочку. Монтаж купольного каркаса выполнялся со специальных поддерживающих строительных лесов.

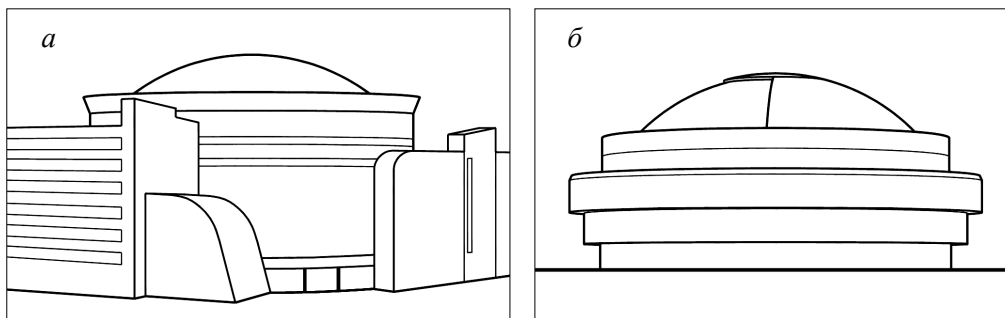


Рис. 4. Здания с купольными покрытиями, при монтаже которых применялись строительные леса:

а — ТРЦ Глобал Сити в Москве; *б* — концертный зал Москва-Сити

Сборка каркасов куполов на земле с последующим подъемом их на проектную высоту производилась при возведении следующих покрытий:

Покрытия цилиндрических резервуаров для хранения нефти²³ в Нижнем Новгороде (рис. 5, *а*), построенные в 2002 г. Покрытием каждого резервуара служит однопоясной сетчатый купол пролетом 40 м и высотой 8,2 м [11]. Каркас купола выполнен по звездчатой схеме и опирается на кольцо по верху цилиндрической стенки.

Электродепо Московской монорельсовой транспортной системы (рис. 5, *б*), построенное в 2004 г. Покрытием здания трансбордера электродепо

¹⁹ Торгово-развлекательный комплекс «ГЛОБАЛ СИТИ» (построен в 2007 г.) // Строительный эксперт. Режим доступа: <https://ardexpert.ru/project/184/> Дата обращения: 19.10.2017.

²⁰ Купол торгового центра Глобал Сити // Строительная компания «УК Совинтех». Режим доступа: <http://feedevelop.ru/ourdoneprojects/2-building/54-montagkupola>. Дата обращения: 16.04.2017.

²¹ Многофункциональный концертный зал Москва-Сити // Archi.ru. Режим доступа: <https://archi.ru/projects/russia/10241/mnogofunkcionalnyi-koncertnyi-zal-moskva-siti>. Дата обращения: 22.10.2017.

²² Концертный зал // PERI. Объекты культуры и спорта. Режим доступа: <https://www.peri.ru/projects/cultural-buildings/concertnyi-zal-moskva-city.html> Дата обращения: 17.04.2017.

²³ Алюминиевые сетчатые купола резервуаров // ЦНИИПСК им. Мельникова. СТАКО. Режим доступа: <http://www.stako.ru/catalog/32/>. Дата обращения: 18.03.2017.

служит однопоясной сетчатый купол²⁴ пролетом 46 м и высотой 8 м [12]. Каркас купола выполнен по звездчатой схеме. Для подъема полностью собранного на земле каркаса использовались лебедки, закрепленные на опорном контуре, установленном на металлические колонны.

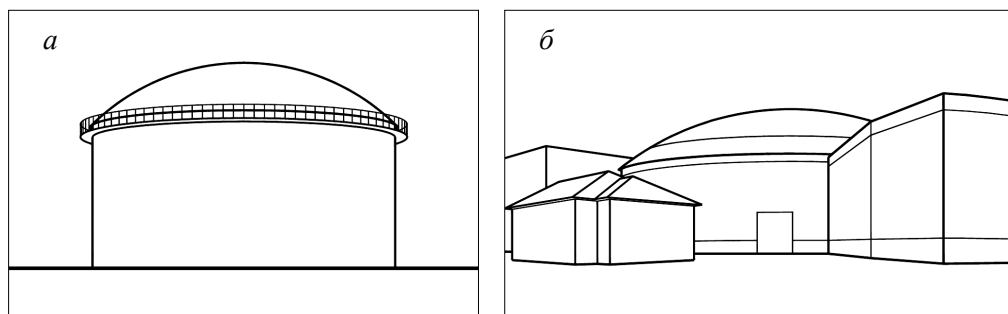


Рис. 5. Здания с купольными покрытиями, монтаж которых производился после сборки на земле:

a — резервуар для хранения нефти; *б* — электродепо Московской монорельсовой транспортной системы

Монтаж купольных каркасов навесным способом применялся при возведении следующих зданий и сооружений:

Американский павильон (теперь Канадский музей водных экосистем) «Биосфера» в Монреале²⁵ в Канаде (рис. 6, *a*), построенный в 1967 г. и ставший мировой туристической достопримечательностью. Павильон запроектирован Р.Б. Фуллером как геодезический купол [8] в виде усеченной сферы двухсетчатого вида²⁶ диаметром 76 м и высотой 62 м. Внутри сферы расположены несколько здания и сооружений. Р.Б. Фуллером разработано большое количество построенных геодезических сетчатых куполов аналогичного типа.

Испытательный зал для Всесоюзного электротехнического института в г. Истра²⁷ Московской области (рис. 6, *б*), построенный в 1985 г. Сооружение было выполнено в виде двухпоясной сетчатой оболочки по геометрической форме, близкой к усеченному эллипсоиду вращения [13] диаметром 234 м и высотой 112 м. Снаружи была устроена подвижная обслуживающая полуарка. После завершения монтажа купол внезапно обрушился.

Арена «Глобус» (Ericsson Globe Arena) в Стокгольме²⁸ в Швеции (рис. 6, *в*), построенная в 1989 г. Покрытие арены представляет собой двухпоясной купол в виде полусферы²⁹ диаметром 110 м и высотой 55 м. Каркасом купола служит стержневая система структурного типа, которая опирается на высокие, искривленные во-внутрь (под сферу) мощные металлические колонны, соединенные

²⁴ Купол электродепо Московской монорельсовой транспортной системы // ЦНИИПСК им. Мельникова. СТАКО. Режим доступа: <http://www.stako.ru/catalog/109/> Дата обращения: 14.03.2017.

²⁵ Канада, Монреаль: Биосфера... // Turj. Мировые достопримечательности. Режим доступа: <http://turj.ru/blog/history/2014.htm> Дата обращения: 20.04.2017.

²⁶ Photos of the construction of Buckminster Fuller's Geodesic dome, the US pavilion at Expo 67, Montreal // MCM DAILY. Bucky Gallery. Режим доступа: <https://www.mcmdaily.com/gallery/bucky/> Дата обращения: 19.03.2017.

²⁷ Величайший «Купол» науки из Истры // SE7EN Solution. Режим доступа: <https://se7en.ws/velichayshiy-kupol-nauki-iz-istry/> Дата обращения: 18.04.2017.

²⁸ Bulles Architecture — (1986—1989) Ericsson Globe Arena Stockholm (Suède) // BubbleMania.fr. Режим доступа: <http://bubblemania.fr/en/bulles-architecture-1986-1989-ericsson-globe-arena-stockholm-suede/> Дата обращения: 30.04.2017.

²⁹ Steel Frames — Stockholm Globe Arena. Режим доступа: http://www.stbk.se/stalstommar_globeneng.html. Дата обращения: 20.10.2017.

друг с другом кольцевыми элементами. Снаружи к куполу прикреплены меридиональные рельсы для подъема двух обзорных сферических кабин.

Склады для хранения сыпучего сырья³⁰ (известняка, угля, шлака и др.) (рис. 6, *з*), разрабатываемые с 90-х годов прошлого века американской компанией Geometrica и во множестве возведенные в разных странах мира. Каркасами складов служат двухсетчатые купола в виде стержневых систем с безраскосной решеткой между поясами³¹. Металлические купола опираются непосредственно на фундаменты. Компанией Geometrica разработаны купольные каркасы разных размеров пролетом 70—130 м и высотой 20—39 м.

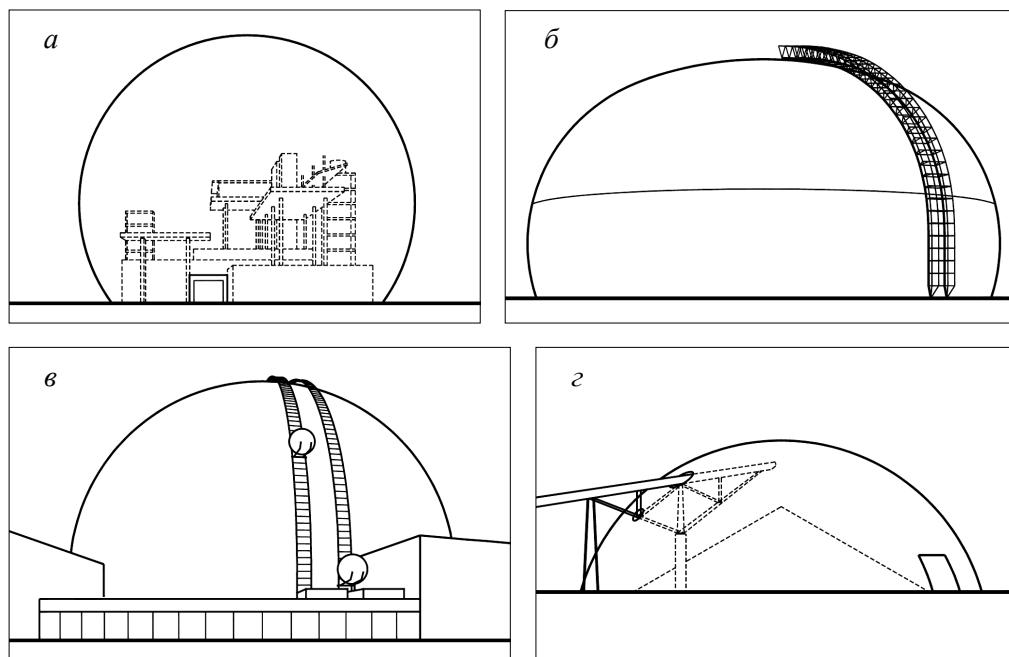


Рис. 6. Здания с купольными покрытиями, монтаж которых производился навесным способом:

a — биосфера Фуллера в Монреале; *б* — купол в Истре Московской области;
в — Глобус-Арена в Стокгольме; *з* — склад для сыпучего сырья Geometrica

Приведенные примеры сооружений свидетельствуют о многообразии способов возведения построенных большепролетных купольных покрытий. Все эти способы соответствуют представленной ранее классификации. Из примеров видно, что огромное влияние на способ и характер возведения купола оказывает схема каркаса и его конструктивное решение, включая число поясов. Монтаж ребристых куполов существенно отличается от возведения сетчатых куполов. Определяющим фактором для сетчатых куполов при выборе способа возведения служат размеры купола – его пролет и высота.

Таким образом, выполненный обзор возведенных металлических купольных покрытий зданий и сооружений больших пролетов позволяет сделать следующие **выводы**:

³⁰ Environmental Know-How: Covering Existing Stockpiles // Geometrica. News and blog. Режим доступа: <http://geometrica.com/en/covering-existing-stockpiles> Дата обращения: 01.04.2017.

³¹ Limestone Storage Domes // Geometrica Articles. Режим доступа: <http://articles.geometrica.com/579.html> Дата обращения: 01.04.2017.

– Металлический купол как конструктивная форма покрытия имеет большое распространение в практике мирового строительства зданий и сооружений различного назначения.

– Монтаж большепролетных куполов представляет собой трудоемкий процесс, связанный с соединением друг с другом большого количества конструкций разной пространственной ориентации.

– Способ возведения каркасов куполов во многом зависит от геометрической схемы и конструктивного решения их каркасов, от размеров пролета, от соотношения высоты и пролета.

– При строительстве большепролетных относительно невысоких двухпоясных или высоких однопоясных куполов применяются способы возведения с временными опорами всех видов или сборка на земле с последующим перемещением в проектное положение.

– При строительстве высоких двухпоясных большепролетных куполов, геометрически приближающихся к полусфере или более ее, предпочтение отдается навесному способу монтажа.

© Лебедь Е.В., Алукаев А.Ю., 2017

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. *Липницкий М.Е.* Купола. Расчет и проектирование. Л. : Стройиздат, 1973. 129 с.
2. *Тур В.И.* Купольные конструкции: формообразование, расчет, конструирование, повышение эффективности. М. : Изд-во АСВ, 2004. 96 с.
3. Металлические конструкции : справочник проектировщика : в 3-х т. / под общ. ред. В.В. Кузнецова. Т. 2. Стальные конструкции зданий и сооружений. М. : Изд-во АСВ, 1998. 512 с.
4. *Энгель Х.* Несущие системы / пер. с нем. Л.А. Андреевой. М. : АСТ : Астрель, 2007. 344 с.
5. *Торкатюк В.И.* Монтаж конструкций большепролетных зданий. М. : Стройиздат, 1985. 170 с.
6. *Гофштейн Г.Е., Ким В.Г., Ницев В.Н., Соколова А.Д.* Монтаж металлических и железобетонных конструкций. М. : Стройиздат, 2004. 528 с.
7. *Гохарь-Хармандарян И.Г.* Большепролетные купольные здания. М. : Стройиздат, 1978. 150 с.
8. *Кривошапко С.Н.* Металлические ребристо-кольцевые и сетчато-стержневые оболочки XIX – первой половины XX-го веков // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2014. № 6. С. 4—15.
9. *Louis O. Bass, A.M.* Unusual Dome awaits Baseball Season in Houston // Civil Engineering. January 1965. Vol. 35. No 1. P. 63—65.
10. *Thor L. Anderson.* Le stade couvert polyvalent "Louisiana Superdome" à la Nouvelle-Orléans (Etats-Unis) // Acier. Mars 1974. Vol. 39. No 3. P. 113—119.
11. *Ружанский И.Л.* Алюминиевый купол для резервуара диаметром 40 м // Монтажные и специальные работы в строительстве. 2002. № 7. С. 10—16.
12. *Ружанский И.Л.* Опыт проектирования и сооружения сетчатых куполов // Монтажные и специальные работы в строительстве. 2005. № 11. С. 22—26.
13. Металлические конструкции: Справочник проектировщика / под ред. Н.П. Мельникова. М. : Стройиздат, 1980. 776 с.

История статьи:

Дата поступления в редакцию: 8 октября 2017

Дата принятия к публикации: 24 ноября 2017

Об авторах:

Лебедь Евгений Васильевич, кандидат технических наук, доцент кафедры металлических и деревянных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ). *Научные интересы:* большепролетные металлические купольные покрытия — схемы каркасов, конструкции элементов, способы возведения, точность сборки, компьютерное моделирование монтажа, исследование погрешностей и начальных усилий, оценка напряженно-деформированного состояния. *Контактная информация:* e-mail: evglebed@mail.ru

Алукаев Айса Юнирович, аспирант кафедры металлических и деревянных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ). *Научные интересы:* напряженно-деформированное состояние большепролетных металлических куполов. *Контактная информация:* e-mail: alukaevisa@gmail.com

Для цитирования:

Лебедь Е.В., Алукаев А.Ю. Большепролетные металлические купольные покрытия и их возведение // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 1. С. 4—16. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-4-16.

LARGE-SPAN METAL DOME ROOFS AND THEIR CONSTRUCTION

E.V. LEBED, A.U. ALUKAEV

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU)
26, Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation

The article presents the main types of geometrical and structural systems of steel frameworks of metal dome roofs. Based on the geometrical system, three main types of metal domes can be specified: ribbed domes, ribbed domes with rings, and lattice domes. Lattice domes can be cyclically symmetrical with repeating sectorial patterns, or geodesic, that are based on geodesic polyhedrons, inscribed in a sphere. Based on the structural system, the frameworks of ribbed domes can have single chord or double chord ribs. Geometric system of the framework of a large-span metal dome governs the method of its erection which in its turn defines the structural solutions for the elements of the framework and the sequence of their assembly. The paper describes the following methods of erection of large-span domes: erection by crane from the ground with temporary supports, placement of the complete structure or large elements of the dome, and cantilever erection. The examples of large-span metal domes built in different countries of the world are reviewed with respect to the method of construction used. General characteristics of the structural system of the framework of each dome are presented. The examples are used to demonstrate that the method of construction of a large-span metal dome roof is dependent on the geometric system of its framework.

It is noted that metal domes are widely used as structural solutions for roofs of buildings of different types. It is noted that erection with temporary supports of different types, or ground assembly are mostly used for the construction of relatively low double layer domes, or high single-layer domes. For large-span double-layer metal domes of considerable high the method of cantilever erection is usually preferred.

Keywords: *large-span metal dome, geometric systems of domes, structural systems of domes, metal structures, construction methods, assembly of structures*

References

1. Lipnizkiy, M.E. (1973). *Kupola. Raschet i proektirovanie [Domes. Calculation and Design]*. Leningrad: Stroyizdat publ. (In Russ.).
2. Tur, V.I. (2004). *Kupol'nye konstruksiyi: formoobrazovanie, raschet, konstruirovaniye, povysheniye Effektivnosti [Dome Structures: Morphogenesis, Analysis, Design, Increase In Effectiveness]*. Moscow: ASV publ. (In Russ.).
3. Kuznetsova, V.V., Ed. (1998). *Metallicheskie konstruksii. [Metal Structures]*. Vol. 2. *Stal'nye konstruksii zdaniy i sooruzheniy. Spravochnik proektirovshchika [Steel structures of buildings and constructions. Reference book the designer]*. Moscow: ASV publ. (In Russ.).
4. Engel, H. (2006). *Tragsysteme = Structure Systems*. Hatje Cantz, Ostfildern.
5. Torkatyuk, V.I. (1985). *Montazh konstrukziy bol'sheproletnyh Zdaniy [Installation of Structures of Large-Span Buildings]*. Moscow: Stroyizdat publ. (In Russ.).
6. Gofshteyn, G.E., Kim, V.G., Nishchev, V.N., Sokolova, A.D. (2004). *Montazh metallicheskikh i zhelezobetonnykh konstrukziy [Installation of Metal and Reinforced Concrete Structures]*. Moscow: Stroyizdat publ. (In Russ.).
7. Gokhar'-Harmadaryan, I.G. (1978). *Bol'sheproletnye kupol'nye zdaniya [Wide-Span Dome Buildings]*. Moscow: Stroyizdat publ. (In Russ.).
8. Krivoshapko, S.N. (2014). Metal ribbed-and-circular and lattice shells from the XIXth until the first half of the XXth centurie. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (6), 4—15. (In Russ.).
9. Louis, O. Bass, A.M. (January 1965). Unusual Dome awaits Baseball Season in Houston. *Civil Engineering*, 35(1), 63—65.
10. Thor L. Anderson. (1974). Le stade couvert polyvalent "Louisiana Superdome" à la Nouvelle-Orléans (Etats-Unis). *Acier*, 39(3), 113—119. (in French).
11. Ruzhansky, I.L. (2002). Aluminiyeviy kupol dlya rezervuara diametrom 40 m [Aluminum dome for the tank with a diameter of 40 m]. *Montazhnye i spetsial'nye raboty v stroitel'stve [Construction and Special Works in Civil Engineering]*, (7), 10—16. (In Russ.).
12. Ruzhansky, I.L. (2005). Opyt Proektirovaniya i Sooruzheniya Setchatyh Kupolov [Experience of design and construction of mesh domes]. *Montazhnye i spetsial'nye raboty v stroitel'stve [Construction and Special Works in Civil Engineering]*, (11), 22—26. (In Russ.).
13. Mel'nikov, N.P., red. (1980). *Metallicheskie Konstruksii. Spravochnik Proektirovshchika [Metal Structures. Reference Book of a Designer]*. Moscow: Stroyizdat Publ. (In Russ.).

Article history:

Received: October 8, 2017 Revised: November 21, 2017

Accepted: November 24, 2017

About the authors:

Evgeny V. Lebed, Candidate of Technical Science, Associate Professor, Department of Metal and Wooden Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU). *Scientific interests*: large-span metal dome roofs – geometric systems, structural systems, methods of construction, accuracy of assembly, computer simulation of mounting, research of assembly errors and initial internal forces, assessment of the stress-strain state. *Contact information*: e-mail: evglebed@mail.ru

Aysa U. Alukaev, Postgraduate student, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU). *Scientific interests*: the stress-strain state of large-span metal domes. *Contact information*: e-mail: alukaevisa@gmail.com

For citation:

Lebed, E.V., Alukaev, A.U. (2018). Large-span metal dome roofs and their construction. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(1), 4—16. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-4-16.



Расчет тонких упругих оболочек

УДК 539.3:534.1

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-17-22

НЕЛИНЕЙНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ СИНУСОИДАЛЬНОЙ ВЕЛАРОИДАЛЬНОЙ ОБОЛОЧКИ

М. ЖИЛЬ-УЛБЕ, А.С. МАРКОВИЧ, Т. ДАУ

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия
117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д.6

Большое количество исследований посвящено линейному анализу напряженно-деформированного состояния (НДС) оболочек классической формы: цилиндрической, сферической, полусферической и конической. Однако НДС тонких оболочек сложной геометрии исследовано недостаточно. Понятие оболочек сложной геометрии возникает тогда, когда коэффициенты первой и второй квадратичных форм их срединных поверхностей представляют собой довольно сложные функции криволинейных координат. В статье рассматривается материальная нелинейная устойчивость железобетонной синусоидальной велароидальной оболочки с внутренним радиусом $r_0 = 1$ м, внешним радиусом $R = 20$ м и числом волн $n = 8$. Оболочка нагружалась нагрузкой от собственного веса и снеговой равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью $0,252$ т/м². Численные расчеты проводились в программных комплексах LIRA-SAPR 2013 и STARK ES 2015. Конечноэлементная модель оболочки состоит из 6400 элементов и 3280 узлов, общее число узловых неизвестных – 18991. Для моделирования поверхности использовались плоские оболочечные элементы, имеющие шесть степеней свободы в узле. Граничные условия соответствовали шарнирному опиранию по наружному и внутреннему контурам. В результате расчетов были получены значения перемещений и формы потери устойчивости.

Ключевые слова: нелинейная устойчивость, компьютерное моделирование, синусоидальная велароидальная оболочка, устойчивость оболочки сложной формы, физическая нелинейность, геометрическая нелинейность

Наибольшее количество исследований посвящено линейному анализу напряженно-деформированного состояния (НДС) оболочек классической формы: цилиндрической, сферической, полусферической, конической и некоторых других. Однако НДС тонких оболочек сложной геометрии исследовано недостаточно. Понятие оболочек сложной геометрии возникает тогда, когда коэффициенты первой и второй квадратичных форм их срединных поверхностей являются довольно сложными функциями их неортогональных криволинейных координат. Классические поверхности в большинстве случаев задаются, в основном, криволинейными поверхностными координатами в линиях кривизн. Энциклопедия [1] содержит сведения по аналитической и дифференциальной геометрии более 500 регулярных поверхностей, нашедших применение в различных отраслях науки и техники, в том числе в ней описываются параболические, синусоидальные и эллиптические велароиды. *Велароидальной* называется поверхность переноса на плоском прямоугольном плане с образующей кривой переменной кривизны [1]. Таким образом, поверхность ограничена четырьмя взаимно ортогональными контурными прямыми ($k_x = k_y = 0$), лежащими в одной плоскости. Иногда эти поверхности в зарубежной литературе называют фуникулярными поверхностями [2].

Велароидальные поверхности в России в отличие от стран Западной Европы и Америки [3, 4] широкого применения не нашли, за исключением параболического велароида, форма которого была использована в покрытии «Дарбаз» [5]. В работе [6], по-видимому, впервые предложили использовать велароиды на круговом плане. В отличие от велароидов на прямоугольном плане, вела-

роиды на круговом плане будем называть, соответственно, круговыми и кольцевыми велароидами [7].

В монографии [8] нелинейный анализ представляется как метод проектирования высокотехнологичных современных конструкций, а так же, как способ исследования остаточной прочности и жесткости элементов, имеющих начальные повреждения.

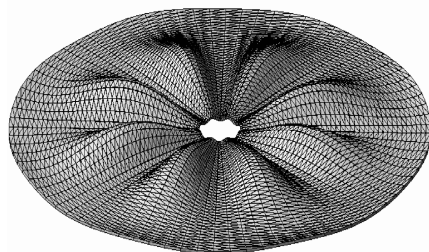


Рис. 1. Велароидальная оболочка с отверстием в центре ($r_0 \neq 0$)

В механике деформированного твердого тела существует несколько принципов классификации нелинейностей [9]. Однако в отечественной научной школе принято рассматривать три основных их вида: геометрическую, физическую и конструктивную. Особенности расчета большепролетных конструкций с учетом нелинейных эффектов приводятся, например, в статьях [10, 11].

Стоит отметить, что алгоритм нелинейного расчета реализуется с помощью различных итерационных методов, в виду чего высокая точность расчета связана с большим количеством итераций.

Впервые пример использования поверхности кольцевого синусоидального велароида для проектируемого сооружения был предложен в работе [12].

Для дальнейшего анализа НДС возьмем кольцевой велароид с внутренним радиусом $r_0 = 1$ м, наружным радиусом $R = 20$ м и числом волн $n = 8$ (рис. 1). Предположим, что исследуемая оболочка изготовлена из железобетона.

Конечноэлементный анализ оболочки выполнялся в сертифицированных программных комплексах LIRA-SAPR 2013 и STARK ES 2015. Расчет производился в линейной и нелинейной постановках.

Конечно-элементная модель оболочки (рис. 2) состоит из 6400 элементов и 3280 узлов, общее число узловых неизвестных – 18991. Для моделирования поверхности использовались плоские оболочечные элементы, имеющие шесть степеней свободы в узле. Граничные условия соответствовали шарнирному опиранию по наружному и внутреннему контурам.

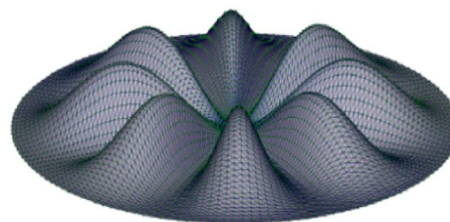


Рис. 2. Конечно-элементная модель круговой велароидальной оболочки

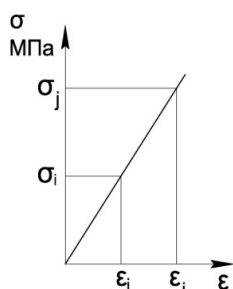


Рис. 3. К линейному расчету: диаграмма σ - ϵ материала

Расчет на устойчивость проводился при различных толщинах оболочки (10, 15 и 20 см). В линейном расчете рассматривалась упругая работа материала (бетона) в соответствии с графиком, показанным на рис. 3. При этом не учитывалось перераспределение усилий и возможность образования трещины в оболочке.

Линейный расчет проводился при следующих параметрах материала (бетона): начальный модуль упругости $E = 30000$ МПа; коэффициент Пуассона $\nu = 0,18$; плотность $\rho = 2,5$ т/м³.

Особый интерес представляет работа рассматриваемой оболочки с учетом неупругих свойств материала. В этой связи был проведен нелинейный расчет оболочки на основе модифицированного метода Ньютона – Рафсона.

Для того чтобы учесть реальные свойства материала использовались нелинейные законы деформирования бетона и арматурной стали (рис. 4).

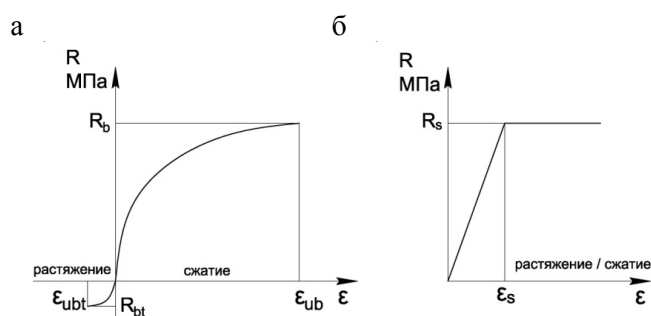


Рис. 4. Законы деформирования: а – для бетона; б – для арматуры (диаграмма Прандтля)

Закон деформирования бетона описывался функцией напряжений:

$$\sigma = R_b (1 - \exp(-\varepsilon E_0 / R_b)). \quad (1)$$

Циклы нелинейного расчета выполнялись для различной толщины оболочки (10, 15 и 20 см) с разным процентом армирования ($p = 2\%$, $p = 3\%$). На каждом цикле исследовались усилия, перемещения и коэффициенты устойчивости.

В расчете принимались следующие параметры материала:

R_b – расчетное сопротивление бетона сжатию (бетон В30, $R_b = 22,4$ МПа);

R_{bt} – расчетное сопротивление бетона растяжению (бетон В30, $R_{bt} = 1,84$ МПа);

ε_{ub} – предельная относительная деформация сжатия ($\varepsilon_{ub} = 0,002$);

ε_{ubt} – предельная относительная деформация растяжения ($\varepsilon_{ubt} = 0,0002$);

R_s – предел текучести арматурной стали ($R_s = 355$ МПа);

ε_s – деформации арматуры, соответствующие пределу текучести, стали R_s

Расчеты проводились на основное сочетание нагрузок:

$$q = g + S \text{ [т/м}^2\text{]}; \quad (2)$$

где g – собственный вес оболочки с учетом коэффициента надежности по нагрузке $\gamma_f = 1,1$; S – снеговая нагрузка с учетом коэффициента надежности по нагрузке $\gamma_f = 1,4$ ($S = 0,252$ т/м²).

Основные результаты расчетов представлены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты расчета		Толщина оболочки h , см	Тип расчета		
			Линейный	Нелинейный	
				$p=2\%$	$p=3\%$
Максимальное перемещение w , мм		10	79,10	-	379,48
		15	48,80	260,31	189,13
		20	34,40	204,03	152,55
Коэффициент устойчивости K_s	Форма 1	10	12,136	-	2,530
		15	32,219	6,040	8,313
		20	63,156	10,652	14,247
	Форма 2	10	12,170	-	2,537
		15	32,330	6,061	8,341
		20	64,459	10,876	14,546
	Форма 3	10	12,186	-	2,540
		15	32,363	6,067	8,350
		20	64,535	10,893	14,569

На рис. 5 показаны изополя вертикальных перемещений, соответствующие толщинам оболочки 10 см и 15 см.

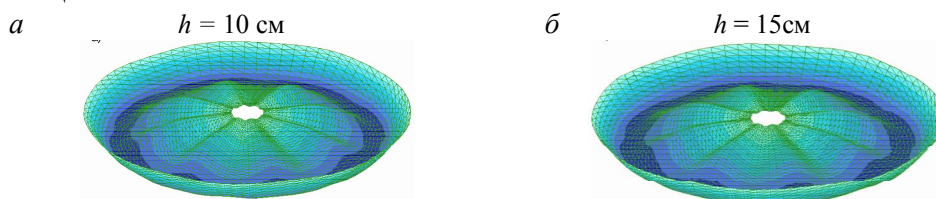


Рис. 5. Изополя вертикальных перемещений: *a* – при толщине оболочки $h = 10$ см ($w = 379,48$ мм), *б* – при толщине оболочки $h = 15$ см ($w = 189,13$ мм)

На рис. 6, 7 показаны формы потери устойчивости для оболочек с толщиной 20 см и 15 см и процентом армирования $p = 3\%$.

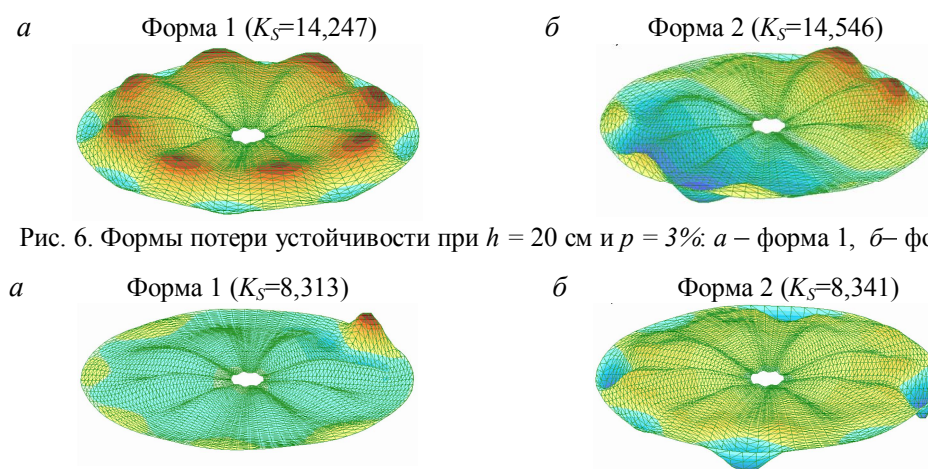


Рис. 6. Формы потери устойчивости при $h = 20$ см и $p = 3\%$: *a* – форма 1, *б*– форма 2

a Форма 1 ($K_5=8,313$) *б* Форма 2 ($K_5=8,341$)

Рис. 7. Формы потери устойчивости при $h = 15$ см и $p = 3\%$: *a* – форма 1, *б* – форма 2

Основные выводы

В результате проведенного исследования были выявлены определенные недостатки линейной постановки задачи, а именно, заниженные значения вертикальных перемещений и, как следствие, завышенные коэффициенты устойчивости. Так, перемещения, полученные в нелинейном расчете, в среднем, в 4 раза превышают соответствующие перемещения линейного расчета. Таким образом, коэффициент устойчивости для оболочки толщиной 20 см по первой форме, равный 63,156 (линейный расчет) уменьшился до 14,247 (нелинейный расчет, $p = 3\%$). В виду этого, неправильная интерпретация результатов расчета может давать ложное представление об избыточной надежности конструкции.

© Жиль-улбе Матъе, Маркович А.С., Дау Т., 2017

Список литературы

1. *Krivoshapko S.N., Ivanov V.N.* Encyclopedia of Analytical Surfaces. Cham : Springer International Publishing Switzerland, 2015. 752 p.
2. *Friaa Ahmed, Zenzri Hatem.* On funicular shapes in structural analysis and applications // Eur. J. Mech. A. 1996. Vol. 15. № 5. P. 901—914.
3. *Mihailescu M., Horvath I.* Velaroidal shells for covering universal industrial halls // Acta Techn. Acad. Sci. Hung. 1977. 85(1-2). P. 135—145.
4. *Krivoshapko S.N., Gil-Oulbe M.* Geometry and Strength of a Shell of Velaroidal Type on Annulus Plan with Two Families of Sinusoids // International Journal of Soft Computing and Engineering (IJSCE). 2013. Vol. 3. Iss. 3. P. 71—73.

5. *Гогоберидзе Я.А.* Перекрытия «Дарбази». Тбилиси : Техника да шрома. 1950. 278 с.
6. *Кривошапко С.Н., Шамбина С.Л.* Исследование поверхностей велароидального типа с двумя семействами синусоид на кольцевом плане // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2009. № 4. С. 9—12.
7. *Krivoshapko S., Shambina S.* Forming of velaroidal surfaces on ring plan with two families of sinusoids // 16th Scientific-Professional Colloquium on Geometry and Graphics : Abstracts. Baška : Ministry of Science, Education and Sports of the Republic of Croatia, September 9-13, 2012. P. 19.
8. *Reddy J.N.* An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis. Toronto : Oxford University Press - Canada. 2004. 463 p.
9. *Nam-Ho Kim.* Introduction to nonlinear finite element analysis. Springer New York Heidelberg Dordrecht London. Springer Science + Business 2015. DOI 10.1007/978-1-4419-1746-1.
10. *Аганов В.П., Айдемиров К.Р.* Расчет ферм методом конечных элементов с учетом геометрической нелинейности // Промышленное и гражданское строительство. 2016. № 11. С. 4—7.
11. *Trushin S.I., Zhavoronok S.I.* Nonlinear analysis of multilayered composite shells using finite difference energy method // Proc. of the Fifth International Conference on Space Structures, the University of Surrey, Guildford, UK. 2002. P. 1527—1533.
12. *Шамбина С.Л., Непорада В.И.* Велароидальные поверхности и их применение в строительстве и архитектуре // Праці ТДАТУ. 2012. Т. 53. Вип. 4. С. 168—173.

История статьи:

Дата поступления в редакцию: 7 сентября 2017

Дата принятия к публикации: 9 ноября 2017

Об авторах:

Жиль-Улбе Матье, кандидат технических наук, доцент департамента архитектуры и строительства инженерной академии, Российский университет дружбы народов, Москва. *Научные интересы:* теория тонких упругих оболочек, нелинейная устойчивость оболочек, компьютерное моделирование. *Контактная информация:* e-mail: gil-oulbem@hotmail.com

Маркович Алексей Семенович, кандидат технических наук, доцент департамента архитектуры и строительства инженерной академии, Российский университет дружбы народов, Москва. *Научные интересы:* строительная механика, численные методы расчета сооружений, компьютерное моделирование. *Контактная информация:* e-mail: markovich.rudn@gmail.com

Дау Тьеколо, кандидат технических наук, старший преподаватель департамента архитектуры и строительства инженерной академии, Российский университет дружбы народов, Москва. *Научные интересы:* железобетонные и каменные конструкции, планирование и управление строительством, компьютерная технология в управление проектами. *Контактная информация:* e-mail: daout88@gmail.com

Для цитирования:

Жиль-улбе М., Маркович А.С., Дау Т. Нелинейная устойчивость синусоидальной велароидальной оболочки // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 1. С. 17—22. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-17-22.

NONLINEAR STABILITY OF SINUSOIDAL VELAROIDAL SHELL

M. GIL-OULBE, A.S. MARKOVICH, T. DAOU

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)
6 Miklukho-Maklaya Street, Moscow, 117198, Russian Federation

The nonlinear analysis of thin-walled shells is not a rarity, particularly the nonlinear strength one. Many works are devoted to linear and nonlinear analyses of shells of classical form: cylindrical, spherical, hemispherical, shallow, conical. The concept of shells of complex geometry appears when the coefficients of the first and second quadratic forms of their middle surfaces are functions of the curvilinear coordinates. Concerning nonlinearity, it is generally accepted that four different sources of nonlinearity exist in solid mechanics: the geometric nonlinearity, the material nonlinearity and the kinetic nonlinearity. The above theoretical aspect of the nonlinearity, applied to a sinus-

oidal velaroidal shell with the inner radius $r_0=1\text{m}$, the outer radius $R=20\text{m}$ and the number of waves $n=8$, will give rise to the investigation of its nonlinear buckling resistance. The building material is a concrete. The investigation emphasizes more on the material and the geometric nonlinearities, which are more closed to the reality. Finite element model of the shell consists of 6400 elements and 3280 nodes, the total number of nodal unknown – 18991. For surface modelling was used flat shell elements with six degrees of freedom in the node. The boundary conditions correspond to hinged bearing on the outer and inner contours. The result of the investigation is the buckling force of the shell under self-weight and uniformly vertically distributed load on its area, the corresponding numerical values of displacements and the buckling mode.

Keywords: *nonlinear stability, computer modeling, sinusoidal velaroidal shell, stability of shells of complex geometry, material nonlinearity, geometric nonlinearity*

References

1. Krivoshapko, S.N., Ivanov, V.N. (2015). *Encyclopedia of Analytical Surfaces*. Cham: Springer International Publishing Switzerland. 752.
2. Friaa Ahmed, Zenzri Hatem. (1996). On funicular shapes in structural analysis and applications. *Eur. J. Mech. A.*, 15(5), 901—914.
3. Mihailescu, M., Horvath, I. (1977). Velaroidal shells for covering universal industrial halls. *Acta Techn. Acad. Sci. Hung.*, 85(1-2), 135—145.
4. Krivoshapko, S.N., Gil-Oulbe, M. (2013). Geometry and strength of a shell of velaroidal type on annulus plan with two families of sinusoids. *International Journal of Soft Computing and Engineering (IJSCIE)*, 3(3), 71—73.
5. Gogoberidze, Ya.A. (1950). *Perekrytiya "Darbazi" [Covering "Darbazi"]*. Tbilisi: Tehnika da Shroma publ. 278 p. (In Russ.).
6. Krivoshapko, S.N., Shambina, S.L. (2009). Investigation of surfaces of velaroidal type with two families of sinusoids on annular plan. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (4), 9—12.
7. Krivoshapko, S.N., Shambina, S.L. (2012). Forming of velaroidal surfaces on ring plan with two families of sinusoids. In. *16th Scientific-Professional Colloquium on Geometry and Graphics*. Baška, September 9-13, 2012, 19.
8. Reddy, J.N. (2004). *An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis*. Toronto: Oxford University Press- Canada. 463.
9. Nam-Ho Kim (2015). *Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis*. Springer New York Heidelberg Dordrecht London. Springer Science + Business 2015. DOI 10.1007/978-1-4419-1746-1.
10. Agapov, V.P., Aydemirov, K.R. (2016). An analysis of trusses by a FEM with taking into account geometric nonlinearity. *Industrial and Civil Engineering*, (11), 4—7. (In Russ.).
11. Trushin, S.I., Zhavoronok, S.I. (2002). Nonlinear analysis of multilayered composite shells using finite difference energy method. *Proc. of the Fifth International Conference on Space Structures*, the University of Surrey, Guildford, UK. 1527—1533.
12. Shambina, S.L., Neporada, V.I. (2012). Velaroidal surfaces and their application in building and architecture. *Prazi TDATU*, 53(4), 168—173. (In Russ.).

Article history:

Received: September 7, 2017 Revised: October 16, 2017

Accepted: November 9, 2017

About the authors:

Gil-Oulbe Mathieu, Candidate of Technical Science, Associate Professor, Department of architecture and civil engineering, Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia, Moscow. *Scientific interests:* theory of thin elastic shells, nonlinear stability of shells of complex geometry, computer modeling. *Contact information:* e-mail: gil-oulbem@hotmail.com

Alexey S. Markovich, Candidate of Technical Science, Associate Professor, Department of architecture and civil engineering, Engineering Academy, RUDN University, Moscow. *Scientific interests:* construction mechanics, numerical methods for calculating structures, computer modeling. *Contact information:* e-mail: markovich.rudn@gmail.com

Daou Tiekolo, Candidate of Technical Science, Assistant Professor, Department of architecture and civil engineering, Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia, Moscow. *Scientific interests:* reinforced concrete and stone structures, organization, planning and management of construction, project management, computer technology in project management. *Contact information:* e-mail: daout88@gmail.com

For citation:

Gil-Oulbe, M., Markovich, A.S., Daou, T. (2018). Nonlinear stability of sinusoidal velaroidal shell. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(1), 17—22. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-17-22.



Теория упругости

УДК 539.3

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-23-32

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛАСТИН НА ОСНОВЕ УТОЧНЕННОЙ ТЕОРИИ

Н.Д. ЧАН*, В.В. ФИРСАНОВ**

*Государственный технический университет им. Ле Куи Дона, Ханой, Вьетнам
СРВ, Ханой, ул. Хоанг Куок Вьет, д. 236

** Московский авиационный институт (НИУ), Москва, Россия
125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4

Представлены два варианта уточненной теории расчета напряженно-деформированного состояния прямоугольной ортотропной пластины. Уравнения состояния пластины представляются в виде трехмерных уравнений теории упругости. Компоненты напряженно-деформированного состояния в пластине принимаются полиномиальными функциями по нормальной к срединной плоскости пластины координате. Эти функции имеют степень на один и два порядка выше относительно используемых в классической теории Кирхгофа-Лява. Для получения двумерных уравнений и естественных граничных условий применяется принцип возможных перемещений. Формулируются модифицированные граничные условия для стандартных случаев крепления пластины. Расчет напряженно-деформированного состояния пластины проводится с помощью преобразования Лапласа, при этом вдвое сокращается число произвольных постоянных при интегрировании системы дифференциальных уравнений. Одна из отличительных особенностей уточненной теории состоит в прямом интегрировании уравнений равновесия трехмерной теории упругости при определении поперечных нормальных и касательных напряжений. В качестве примера в статье рассматривается расчет напряженно-деформированного состояния прямоугольной изотропной пластины при локальном нагружении. Сравниваются результаты, полученные по уточненной и классической теориям. Показан существенный вклад поперечных нормальных напряжений типа «пограничный слой» в общее напряженное состояние пластины. Полученные результаты могут быть использованы в расчетах и испытаниях на прочность и долговечность авиационных и ракетно-космических конструкций, а также машиностроительных объектов различного назначения.

Ключевые слова: *прямоугольная ортотропная пластина, два варианта уточненной теории пластин, вариационный принцип Лагранжа, преобразование Лапласа, напряженно-деформированное состояние «погранслоя», поперечные нормальные напряжения*

1. Введение

Применение в различных отраслях техники композиционных материалов, а также разработка новых методов расчета оболочечных конструкций из неоднородных материалов показали неправомочность использования [1], в той или иной степени, вариантов классической теории типа Кирхгофа-Лява и Тимошенко-Рейсснера.

Построение уточнённых теорий и методов определения напряжённо-деформированного состояния (НДС) пластинок и оболочек позволить решить проблему расчёта на прочность таких конструкций, как силовые корпуса летательных аппаратов, различные переходные зоны и соединения, а также объектов других отраслей машиностроения и в строительном деле.

Учёт трёхмерности НДС в зонах искажения напряженного состояния в сочетании с методами механики разрушения даёт возможность оценить трещиностойкость в наиболее нагруженных зонах конструкций, более обоснованно выбрать тип конструкционного материала и рациональным образом распределить его вблизи концентраторов напряжений.

Один из возможных путей построения математически обоснованной теории пластин и оболочек состоит в применении метода прямого асимптотического интегрирования уравнении трёхмерной теории упругости. Применяя указанный метод, А.Л. Гольденвейзер [2] свел задачу определения НДС пластинок и оболочек постоянной толщины к построению трёх НДС, соответствующих в первом приближении внутреннему НДС, определяемому по классической теории, и двум дополнительным состояниям типа «погранслои», эквивалентным краевым кручению и плоской деформации.

Решение этих дополнительных краевых задач со специфическими граничными условиями связано с математическими трудностями, не позволяющими применять эти результаты в практике инженерных расчетов. В связи с этим, в работах [3,4] с помощью вариационно-асимптотического метода построена уточненная теория расчета НДС прямоугольных пластин из композиционных материалов, круглых пластин и цилиндрических оболочек постоянной и переменной толщины.

На основании расчетов тонких пластин и оболочек установлено, что вблизи жёстко защемленного края дополнительные напряжения краевых плоской деформации и кручения одного порядка с максимальными значениями наибольших напряжений основного НДС. С помощью этой теории разработан расчетный аппарат, оценки прочности непрерывных соединений (фланцевых, сварных), разностенных стыков при наличии в них дефектов в виде начальных трещин.

Другой подход [5], связанный с асимптотическим представлением искомого НДС тонких оболочек, базируется на безразмерных трехмерных уравнениях теории упругости в криволинейных координатах, решение которых строится с помощью модифицированного полуобратного метода Сен-Венана. В результате построены уравнения определения основного НДС, совпадающие с уравнениями равновесия классической теории, а также дополнительные уравнения для расчета НДС типа «погранслои», учитывающие сдвиговые деформации. Данная теория позволяет выполнить все граничные условия задачи без введения осредненных по толщине усилий и моментов.

Иной подход [6,7] к построению уточненной теории заключается в разложении перемещений в полиномиальные ряды по нормальной координате и последующем применении вариационного принципа Лагранжа. Особенность этого подхода состоит в том, что деформации оболочки находятся с помощью геометрических соотношений, тангенциальные напряжения определяются из соотношений закона Гука и поперечные напряжения получаются интегрированием уравнений равновесия трехмерной теории упругости.

Установлено, что уже при повышении на один-два порядка аппроксимирующих полиномов по отношению к классической теории, имеют место значительные дополнительные локальные напряжения. Следует отметить, что в рамках этого подхода краевые задачи для цилиндрических оболочек были обобщены на случай произвольных ортотропных оболочек, а также оболочек переменной толщины.

Здесь также следует отметить работы [8, 9], в которых рассматриваются методы уточненного расчета оболочек и пластин переменной толщины. В работе [8] оболочка представляется в виде ограниченного трехмерного континуума специальной структуры, допускающего расчленение объекта на совокупность оболочечных элементов. Наряду со стандартными условиями равновесия, используется дополнительное уравнение равновесия элемента в направлении его толщины. В качестве примера исследуются свободные колебания линейно-упругой пластинки, в частности, упругие волны в направлении толщины эле-

мента. Модели различной степени сложности для упругих призматических оболочек переменной толщины при температурном воздействии построены в работе [9]. Для понижения размерности задачи к фундаментальным уравнениям термоупругости для однородных изотропных тел применяется метод Векуа, основанный на преобразовании Фурье-Лежандра.

В данной работе применяется подход, представленный в [7]. Основные уравнения уточненной теории пластин получаются с помощью вариационного принципа Лагранжа и разложения перемещений по толщине. Такой прием позволяет рассматривать не только тонкие пластины, но и пластины средней толщины. В качестве примера рассматривается расчет НДС прямоугольной изотропной пластины, находящейся под действием локальной нагрузки.

2. Основные уравнения уточненной теории пластин

Ортотропная пластина рассматривается как трехмерное твердое тело, отнесенное к декартовой системе координат $Oxyz$ (рис.1). Координатные оси x , y совпадают с главными направлениями срединной поверхности пластины, а ось z направлена по наружной нормали к этой поверхности. Пластина находится под действием распределенной нагрузки $q(x,y)$, приложенной на верхней поверхности (рис. 1). Края пластины $x=0$, $x=a$, $y=0$, $y=b$ могут быть любыми, т.е. свободными, шарнирно опертыми и жестко защемленными.

Перемещения пластины определяются следующими разложениями:

$$\begin{aligned} U_1(x, y, z) &= u_0(x, y) + u_1(x, y)z + u_2(x, y)\frac{z^2}{2!} + u_3(x, y)\frac{z^3}{3!}, \\ U_2(x, y, z) &= v_0(x, y) + v_1(x, y)z + v_2(x, y)\frac{z^2}{2!} + v_3(x, y)\frac{z^3}{3!}, \\ U_3(x, y, z) &= w_0(x, y) + w_1(x, y)zS_1 + w_2(x, y)\frac{z^2}{2!}S_2. \end{aligned} \quad (1)$$

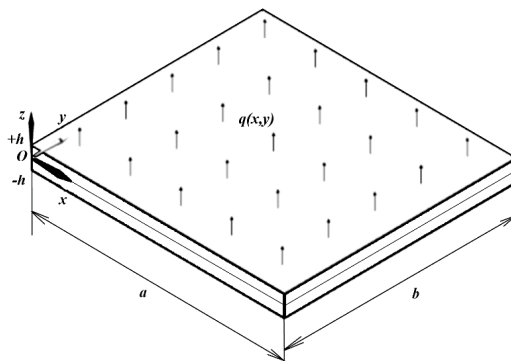


Рис. 1. Прямоугольная пластина

Параметры S_1 , S_2 в (1) принимают значения 0 или 1. Варьируя значения S_1 , S_2 , можно получить два варианта уточненной теории.

Геометрические соотношения имеют вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \partial U_1 / \partial x, \quad \varepsilon_y = \partial U_2 / \partial y, \quad \gamma_{xy} = \partial U_1 / \partial y + \partial U_2 / \partial x, \\ \gamma_{xz} &= \partial U_1 / \partial z + \partial U_3 / \partial x, \quad \gamma_{yz} = \partial U_2 / \partial z + \partial U_3 / \partial y, \quad \varepsilon_{zz} = \partial U_3 / \partial z. \end{aligned} \quad (2)$$

Подставляя разложения (1) в (2), находим деформации

$$\varepsilon_x = \sum_{i=0}^3 \frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{z^i}{i!}, \quad \varepsilon_y = \sum_{i=0}^3 \frac{\partial v_i}{\partial y} \frac{z^i}{i!}, \quad \gamma_{xy} = \sum_{i=0}^3 \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) \frac{z^i}{i!}, \quad \varepsilon_z = S_1 w_1 + S_2 w_2 z,$$

$$\gamma_{xz} = \left(u_1 + \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) + \left(u_2 + S_1 \frac{\partial w_1}{\partial x} \right) z + \left(u_3 + S_2 \frac{\partial w_2}{\partial x} \right) \frac{z^2}{2!}, \quad (3)$$

$$\gamma_{yz} = \left(v_1 + \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) + \left(v_2 + S_1 \frac{\partial w_1}{\partial y} \right) z + \left(v_3 + S_2 \frac{\partial w_2}{\partial y} \right) \frac{z^2}{2!}.$$

Уравнения связи напряжений и деформаций принимаются в следующем виде:

$$\sigma_x = A_{11}\varepsilon_x + A_{12}\varepsilon_y + A_{13}\varepsilon_z, \quad \sigma_y = A_{21}\varepsilon_x + A_{22}\varepsilon_y + A_{23}\varepsilon_z, \quad (4)$$

$$\tau_{xy} = A_{44}\gamma_{xy}, \quad \tau_z = A_{31}\varepsilon_x + A_{32}\varepsilon_y + A_{33}\varepsilon_z, \quad \tau_{xz} = A_{55}\gamma_{xz}, \quad \tau_{yz} = A_{66}\gamma_{yz},$$

где коэффициенты A_{ij} ($i = \overline{1,6}, j = \overline{1,6}$) представляют собой упругие постоянные ортотропного материала пластины.

Для получения основных уравнений теории пластин используется вариационный принцип Лагранжа:

$$\delta U - \delta A = 0. \quad (5)$$

В уравнении (5) вариация потенциальной энергии деформации δU определяется как

$$\delta U = \iiint (\sigma_{xx}\delta\varepsilon_x + \sigma_{yy}\delta\varepsilon_y + \sigma_{zz}\delta\varepsilon_z + \tau_{xz}\delta\gamma_{xz} + \tau_{yz}\delta\gamma_{yz} + \tau_{xy}\delta\gamma_{xy}) dx dy dz, \quad (6)$$

и δA - вариация работы внешней нагрузки, находится по формуле

$$\delta A = \iint q(x, y) \delta \left[w_0(x, y) + w_1(x, y)hS_2 + w_2(x, y)\frac{h^2}{2}S_2 \right] dx dy. \quad (7)$$

Подставляя формулы (6), (7) в (5) с учетом (1), (3) и (4), получим систему основных уравнений уточненной теории пластин:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial Q_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial Q_{xy}}{\partial y} &= p_z^0, \\ \frac{\partial M_x^i}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}^i}{\partial y} - H_{xz}^i &= 0, i = 1, 2, 3, \\ \frac{\partial M_y^i}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}^i}{\partial x} - H_{yz}^i &= 0, i = 1, 2, 3, \\ \frac{\partial M_{xz}^1}{\partial x} + \frac{\partial M_{yz}^1}{\partial y} - H_z^1 &= p_z^1, (S_1 = 1) \\ \frac{\partial M_{xz}^2}{\partial x} + \frac{\partial M_{yz}^2}{\partial y} - H_z^2 &= p_z^2, (S_2 = 1). \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned} (N_x, N_y, N_{xy}, Q_{xz}, Q_{yz}) &= \int_{-h}^{+h} (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}) dz, \\ (M_x^i, M_y^i, M_{xy}^i, M_{xz}^i, M_{yz}^i) &= \int_{-h}^{+h} (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}) \frac{z^i}{i!} dz, \\ (H_{xz}^i, H_{yz}^i, Q_z^i) &= \int_{-h}^{+h} (\tau_{xz}, \tau_{yz}, \sigma_z) \frac{z^{i-1}}{(i-1)!} dz, p_z = qh^i / i!. \end{aligned}$$

Соответствующие краевые условия представляются на краях $x = 0, a$:

$$\begin{aligned} N_x = \bar{N}_x \vee u_0 = \bar{u}_0, N_{xy} = \bar{N}_{xy} \vee v_0 = \bar{v}_0, Q_{xz} = \bar{Q}_{xz} \vee w_0 = \bar{w}_0, \\ M_x^i = \bar{M}_x^i \vee u_i = \bar{u}_i, M_{xy}^i = \bar{M}_{xy}^i \vee v_i = \bar{v}_i, i = 1, 2, 3, \\ M_{xz}^i = \bar{M}_{xz}^i \vee w_i = \bar{w}_i, i = 1, 2, \text{ при } S_i = 1, \end{aligned} \quad (9)$$

на краях $y = 0, b$:

$$\begin{aligned} N_{xy} = \bar{N}_{xy} \vee u_0 = \bar{u}_0, N_y = \bar{N}_y \vee v_0 = \bar{v}_0, Q_{yz} = \bar{Q}_{yz} \vee w_0 = \bar{w}_0, \\ M_{xy}^i = \bar{M}_{xy}^i \vee u_i = \bar{u}_i, M_y^i = \bar{M}_y^i \vee v_i = \bar{v}_i, i = 1, 2, 3, \\ M_{yz}^i = \bar{M}_{yz}^i \vee w_i = \bar{w}_i, i = 1, 2, \text{ при } S_i = 1, \end{aligned} \quad (10)$$

Очевидно, что краевые условия (9), (10) охватывают все разнообразие возможных условий закрепления пластины, а их количество полностью соответствует порядку системы дифференциальных уравнений в частных производных (8). Решая уравнения (8) с учетом краевых условий (9), (10), находим перемещения u_i, v_i и w_j . Напряжения $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ определяются формулами (3), (4), а поперечные напряжения $\tau_{xz}, \tau_{yz}, \sigma_z$ получаются с помощью интегрирования уравнений равновесия теории упругости:

$$\begin{aligned} \tau_{xz} = - \int_{-h}^z \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) dz, \tau_{yz} = - \int_{-h}^z \left(\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \right) dz, \\ \sigma_z = - \int_{-h}^z \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \right) dz. \end{aligned}$$

3. Приведение краевой задачи к системе обыкновенных дифференциальных уравнений

Далее полагаем, что пластина на рис.1 имеет шарнирные опоры на краях $y = 0, b$. Тогда разлагаем нагрузки и перемещения в ряды по тригонометрическим функциям вида:

$$\begin{aligned} q(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} Q_m(x) \sin(\psi_m y), u_i(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} U_{im}(x) \sin(\psi_m y), \\ v_i(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} V_{im}(x) \cos(\psi_m y), w_j(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} W_{jm}(x) \sin(\psi_m y), i = \overline{0, 3}, j = \overline{0, 2}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $\psi_m = \frac{m\pi}{b}$.

После подстановки разложений (11) в уравнения (8) и краевые условия (9), (10), находим систему обыкновенных дифференциальных уравнений для функций $U_{im}, V_{im}, W_{jm}, i = \overline{0, 3}, j = \overline{0, 2}, m = 1, 2, 3, \dots$ и соответствующие краевые условия. Покажем систему обыкновенных дифференциальных уравнений для функций U_{im}, V_{im}, W_{jm} :

$$\begin{aligned} \sum_{s=0}^3 \left(K^{(l)1s} + K_{11}^{(l)1s} \frac{d^2}{dx^2} - \psi^2 K_{22}^{(l)1s} \right) U_{sm}(x) - \sum_{s=0}^3 \psi K_{12}^{(l)2s} \frac{d}{dx} V_{sm}(x) + \\ + K_1^{(l)30} \frac{d}{dx} W_{0m}(x) + S_1 K_1^{(l)31} \frac{d}{dx} W_{1m}(x) + S_2 K_1^{(l)32} \frac{d}{dx} W_{2m}(x) = 0, l = 1, 2, 3, 4, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{s=0}^3 \psi K_{12}^{(i)1s} \frac{d}{dx} U_{sm}(x) + \sum_{s=0}^3 \left(K^{(i)2s} + K_{11}^{(i)2s} \frac{d^2}{dx^2} - \psi^2 K_{22}^{(i)2s} \right) V_{sm}(x) - \\
 & + K_2^{(i)30} \psi W_{0m}(x) + S_1 K_2^{(i)31} \psi W_{1m}(x) + S_2 K_2^{(i)32} \psi W_{2m}(x) = 0, \quad i = 5, 6, 7, 8, \\
 & \sum_{s=0}^3 K_1^{(j)1s} \frac{d}{dx} U_{sm}(x) - \sum_{s=0}^3 \psi K_2^{(j)2s} V_{sm}(x) + \left(K^{(j)30} + K_{11}^{(j)30} \frac{d^2}{dx^2} - \psi^2 K_{22}^{(j)30} \right) W_{0m}(x) + \\
 & + S_1 \left(K^{(j)31} + K_{11}^{(j)31} \frac{d^2}{dx^2} - \psi^2 K_{22}^{(j)31} \right) W_{1m}(x) + \\
 & + S_2 \left(K^{(j)32} + K_{11}^{(j)32} \frac{d^2}{dx^2} - \psi^2 K_{22}^{(j)32} \right) W_{2m}(x) = K_0^{(j)43} Q_m, \quad j = 9, 10, 11,
 \end{aligned} \tag{12}$$

Здесь коэффициенты K с верхними и нижними индексами обозначают постоянные величины, зависящие от геометрических параметров и упругих постоянных ортотропного материала пластины. Ввиду громоздкости соответствующих им выражений, они не приводятся.

Система обыкновенных дифференциальных уравнений (12) в ряде случаев может быть решена приближенными методами, например, с помощью одианных и двойных тригонометрических рядов. Однако расчет НДС оболочек, находящихся под действием локальных, в том числе сосредоточенных нагрузок, потребует удержания в этих рядах большого количества членов, что повышает трудоемкость вычислений. Поэтому для решения указанной системы обыкновенных дифференциальных уравнений предлагается использовать операционный метод, основанный на преобразовании Лапласа. Этот метод имеет ряд преимуществ по сравнению с другими методами. Во-первых, из-за автоматического выполнения граничных условий на одном из краев оболочки вдвое сокращается число произвольных постоянных; во-вторых, правые части системы уравнений, соответствующие нагрузочным членам, могут быть не только аналитическими функциями, но и функциями ступенчатого вида и иметь точки разрыва.

4. Исследование напряженно-деформированного состояния пластины под действием локальной нагрузки

Рассматривается пластина, находящаяся под действием локальной нагрузки:

$$q(x, y) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x < x_1, \\ Q_0 \sin \frac{m\pi}{b} y, & x_1 \leq x \leq x_2, \quad Q_0 = const, \\ 0, & x_2 < x \leq a. \end{cases}$$

Тогда компоненты перемещений и соответствующих напряжений пластины определяются m -м слагаемым в разложении (11).

В качестве примера рассматривается квадратная изотропная пластина со следующими параметрами: $a = b = 1(m)$, $h/a = 1/200$, $x_1 = a/20$, $x_2 = 19a/20$, коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$. Результаты вычисления максимальных нормальных напряжений пластины, жестко защемленной на краях $x=0$, a , по двум вариантам уточненной теории представлены на рис. 2-5. Отметим, что на этих рисунках аббревиатура *General* соответствует варианту уточненной теории ($S_1 = S_2 = 1$) и вариант $S_1 = S_2 = 0$ следует рассматривать как соответствующей расчету по классической теории.

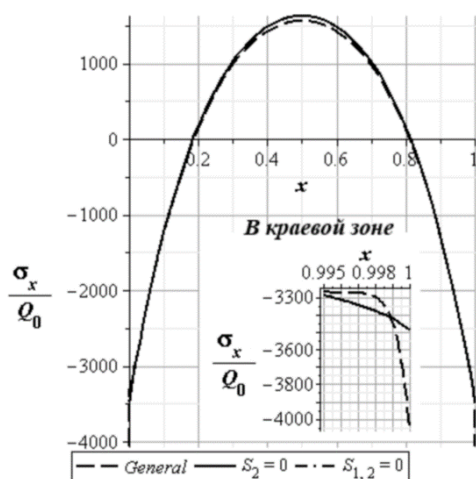


Рис. 2. Изменение σ_x по оси x

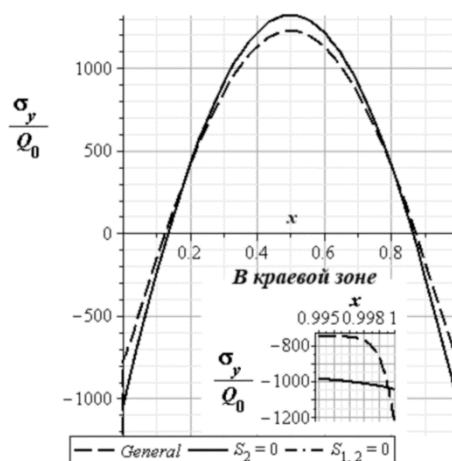


Рис. 3. Изменение σ_y по оси x

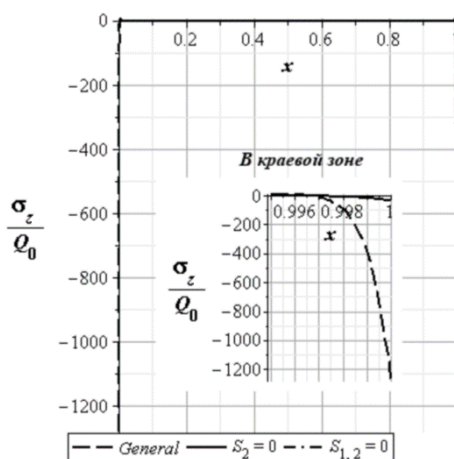


Рис. 4. Изменение σ_z по оси x

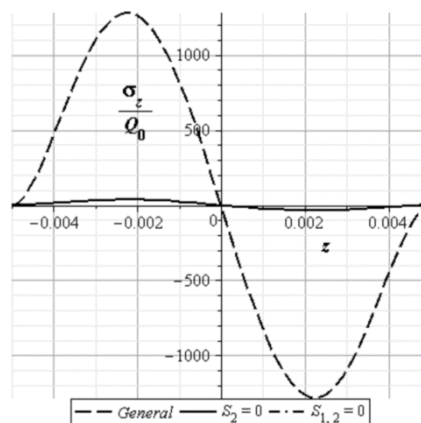


Рис. 5. Изменение σ_z по толщине на краю пластины

Анализ полученных результатов показывает, что вне краевой зоны значения напряжений, определенных по всем вариантам уточненной теории, сходятся. Максимальное рассогласование результатов расчета имеет место при определении нормальных тангенциальных напряжений σ_y и составляет 7,6%. В краевой зоне результаты расчета по теориям $S_2=0$ и $S_1=S_2=0$ практически совпадают. При исследовании НДС пластины с помощью теории ($S_1=S_2=1$) напряжения в краевой зоне несколько уточняются, для нормальных тангенциальных напряжений σ_x - на 12,5%, а для σ_y - на 14%. Нормальные поперечные напряжения σ_z , соответствующие уточненной теории, в краевой зоне пластины оказываются одного порядка с максимальными величинами основного изгибного напряжения (рис. 5). Здесь надо отметить, что нормальные поперечные напряжения σ_z , определяемые по уточненной теории $S_2=0$ и классической теории $S_1=S_2=0$, сравнительно малы.

Графики изменения перемещений на верхней поверхности пластины, рассчитанные по теории ($S_1=S_2=1$) показаны на рис. 6-7.

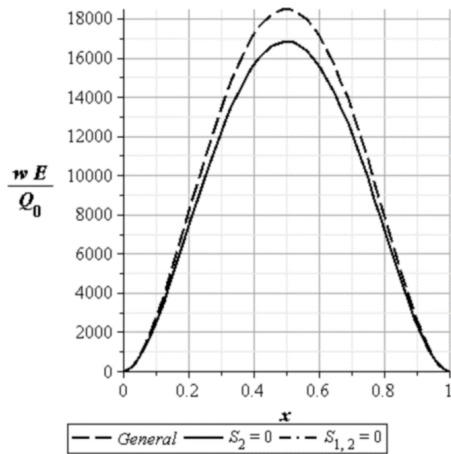


Рис. 6. Изменение прогиба w

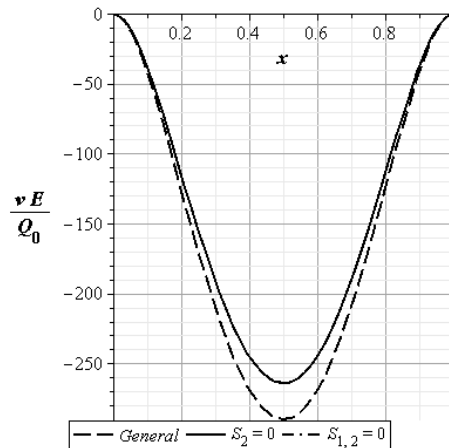


Рис. 7. Изменение перемещения v

Из графиков рис. 6, 7 следует, что максимальные величины перемещений в центре пластины уточняются на 15%.

Результаты расчета пластины, жестко защемленной на краю $x=0$ и свободной на краю $x=a$, по уточненной теории представлены на рис. 8-9.

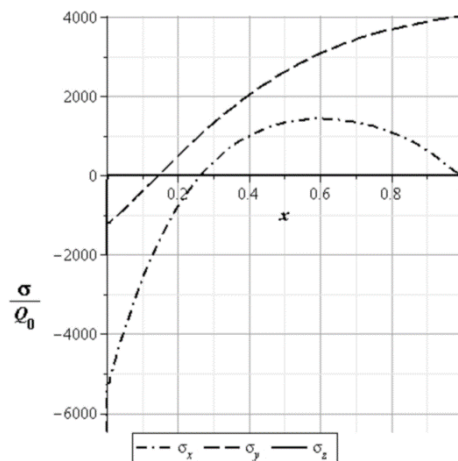


Рис. 8. Изменение $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ по оси x

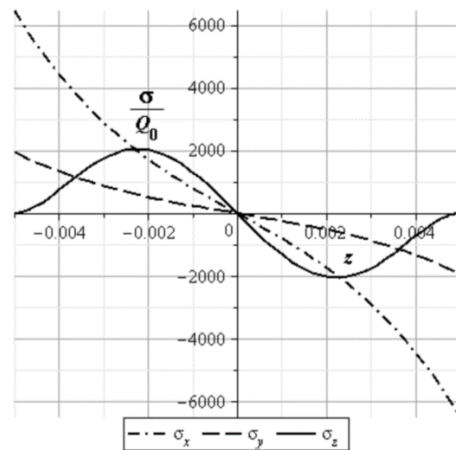


Рис. 9. Изменение $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ по толщине на защемленном краю

Очевидно, что все нормальные напряжения, включая и поперечные, на защемленном краю пластины представляют собой величины одного порядка.

5. Заключение

На основании полученных результатов можно установить следующее:

1. На основании вариационного принципа Лагранжа и разложения компонентов перемещений в полиномиальные ряды по толщине на один-два порядка выше по отношению к классической теории построены два варианта уточненной теории прямоугольных пластин.

2. Учет трехмерности НДС в пластине показал, что поперечные нормальные напряжения, которыми в классической теории пренебрегают, в краевой зоне («пограничный слой») оказываются одного порядка с максимальными величинами основного изгибного напряжения; этот результат имеет важное значение, так как позволяет достоверно оценить прочность и трещиностойкость

элементов конструкций летательных аппаратов, а также других объектов машиностроения, в том числе, выполненных из композиционных материалов.

3. Проведено сравнение результатов расчета НДС пластины при использовании двух вариантов уточненной теории. Установлено, что при исследовании НДС в краевых зонах пластины следует использовать уточненную теорию, соответствующую варианту $S_1 = S_2 = 1$. В расчетах перемещений разница между двумя вариантами уточненной теории составляет около 10%.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта РФФИ №17-08-00849\17)

© Чан Н.Д., Фирсанов В.В., 2017

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. Пиккуль В.В. Современное состояние теории оболочек и перспективы ее развития // Изв. АН. МГТ. 2000. № 2. С. 153–168.
2. Гольденвейзер А.Л. Теория упругих тонких оболочек. М.: Наука, 1976. 512 с.
3. Фирсанов В.В. Об уточнении классической теории прямоугольных пластинок из композиционных материалов // Механика композиционных материалов и конструкций. 2002. Т. 8. № 1. С. 28–64.
4. Фирсанов В.В. Напряженное состояние типа «пограничной слой» – краевое кручение прямоугольной пластинки // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2016. № 6. С. 44–51.
5. Зверев Е.М. Конструктивная теория тонких упругих оболочек // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2016. № 33. 24 с. doi: 10.20948/prepr-2016-33. Режим доступа: http://keldysh.ru/papers/2016/prep2016_33.pdf
6. Васильев В.В., Лурье С.А. К проблеме построения неклассической теории пластин // Изв. АН. МГТ. 1990. № 2. С. 158–167.
7. Фирсанов В.В., Чан Н.Д. Энергетически согласованная теория цилиндрических оболочек // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2011. № 6. С. 49–54.
8. Dicarolo A., Podio-Guidugli P., Williams W.O. Shells with thickness distension // Intern. J. of Solids and Structures. 2001. Vol. 38. Iss. 6-7. P. 1201–1225.
9. Jaiani G. Differential hierarchical models for elastic prismatic shells with microtemperatures // ZAMM (Journal of Mathematics and Mechanics). 2015. Vol. 95. Iss. 1. P. 77–90.

История статьи:

Дата поступления в редакцию 12 мая 2017

Дата принятия к публикации 1 ноября 2017

Об авторах:

Чан Нгок Доан, кандидат технических наук, заведующий кафедрой Системного проектирования летательных аппаратов, Государственный технический университет им. Ле Куи Дона, Ханой, СРВ. *Научные интересы:* динамика и прочность конструкций из композиционных материалов; аэроупругость летательных аппаратов; разработка уточнённых методов расчёта напряженно-деформированного и динамического состояния пластинок и оболочек. *Контактная информация:* e-mail: ngocdoanmai@gmail.com

Фирсанов Валерий Васильевич, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой Машиноведение и детали машин, Московский авиационный институт (НИИ). *Научные интересы:* разработка неклассической теории ортотропных пластинок и оболочек постоянной и переменной толщины на основе более точного решения трехмерных уравнений теории упругости вариационно-асимптотическим методом; расчетно- экспериментальные методы анализа динамического нагружения и деформирования конструкций летательных аппаратов в аварийных ситуациях, приводящих к среднескоростному соударению с преградами, имеющими различные механические свойства. *Контактная информация:* e-mail: kaf906@mai.ru

Для цитирования:

Чан Н.Д., Фирсанов В.В. Напряженно-деформированное состояние прямоугольных пластин на основе уточненной теории // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 1. С. 23–32. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-23-32.

STRESS-STRAIN STATE OF THE RECTANGULAR PLATES ON THE BASIS OF REFINED THEORY

N.D. TRAN*, V.V. FIRSANOV**

*Le Quy Don Technical University in Hanoi, Vietnam
236 Hoang Quoc Viet, Hanoi, Vietnam

**Moscow Aviation Institute (National Research University)
4 Volokolamskoe shosse, Moscow, 125993, Russian Federation

Two variants of a refined theory for calculation of the rectangular orthotropic plates stress-strain state are represented. The plate's state equations are presented in the form three-dimensional equations of elasticity theory. The components of the plate's stress-strain state are received as the polynomial functions on the coordinate which is normal to the middle plane. These functions are one or two degree higher than in the Kirchhoff-Love theory are used. The virtual displacements principle is applied to obtain the two-dimensional equations and its natural boundary conditions. The modified boundary conditions for standard cases of the plate mounting are formulated. Calculation of plate stress-strain is carried out by using Laplace transform, and then the number of arbitrary constants in the integration of differential equations systems thus is twice reduced. One of the refined theory distinctive features consist in direct integration of the three dimensional elasticity problems equilibrium equations at transverse normal and tangential stresses determination.

As an example, the paper considers the calculation of a rectangular isotropic plate's stress-strain under a local load. The results obtained by the refined theories and by the classical theory are compared. The essential contribution of normal transverse stress of type "boundary layer" to the general stress-strain state of a plate is shown. The received results can be used in calculations and at tests for strength and durability of aviation and space-rocket and also engineering structures of different destination.

Keywords: Rectangular orthotropic plate, Two versions of Refined theory of plates, Lagrange variational principle, Laplace transform, Deflected mode of "boundary layer", normal transverse stress

References

1. Picul, V.V. (2000). The modern condition of theory shells and the perspectives their progress, *Izvestiya RAN, Mechanic of Solids*, (2), 153–168. (In Russ.).
2. Goldenveizer, A.L. (1976). *Theory of Elastic Thin Shells*. Moscow: Nauka publ. 512. (In Russ.).
3. Firsanov, V.V. (2002). Refined theory of rectangular composite plates. *Mechanics of Composite Materials and Structures*, 8 (1), 28–64. (In Russ.).
4. Firsanov, V.V. (2016). Stress state called as "boundary layer" is boundary torsion of the rectangular plate. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (6), 44–51. (In Russ.).
5. Zveriaev, E.M. (2016). *Constructive Theory of Thin Elastic Shells*. doi: 10.20948/prepr-2016-33. URL: http://www.keldysh.ru/papers/2016/prep2016_33.pdf (In Russ.).
6. Vasiliev, V.V., Lurye, S.A. (1990). Problem of developing nonclassical theory of plates. *MTT Mechanics of Solid*, (2), 158–167. (In Russ.).
7. Firsanov, V.V., Tran, N.D., (2011). Energy-Consistent theory of cylindrical shells. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 40 (6), 543–548. (In Russ.).
8. Dicarolo, A., Podio-Guidugli, P., Williams, W.O. (2001). Shells with thickness distension. *Intern. J. of Solids and Structures*, 38 (6-7), 1201–1225.
9. Jaiani, G. (2015). Differential hierarchical models for elastic prismatic shells with microtemperatures. *ZAMM (Journal of Mathematics and Mechanics)*, 95 (1), 77–90.

Article history: Received: May 12, 2017 Revised: July 27, 2017 Accepted: November 1, 2017

About the authors:

Tran Ngoc Doan, Phd, Head of the department "System Design of Aircraft" of Le Quy Don Technical University in Hanoi, Vietnam. *Scientific interests:* dynamics and strength of composite structures, aeroelasticity of aircraft, development of definite the stress-strain state calculation methods of plates and shells. *Contact information:* e-mail: ngocdoanmai@gmail.com

Valery V. Firsanov, Doctor of Engineering Sciences, Professor, head of the Department Theory of machines and machine components of the Moscow Aviation Institute (National Research University). *Scientific interests:* development of orthotropic plates and shells with a constant and variable thickness non-classical theory on the basis of more exact solution of three-dimensional elasticity theory equations variation-asymptotic method. *Contact information:* e-mail: kaf906@mai.ru

For citation:

Tran, N.D., Firsanov, V.V. (2018). Investigating of deflected mode of plates by using refined theories including the effects of shear and normal deformation. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14 (1), 23—32. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-23-32.

ЗАДАЧА ПО ДИНАМИКЕ ПОЛОЙ ПРИЗМЫ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

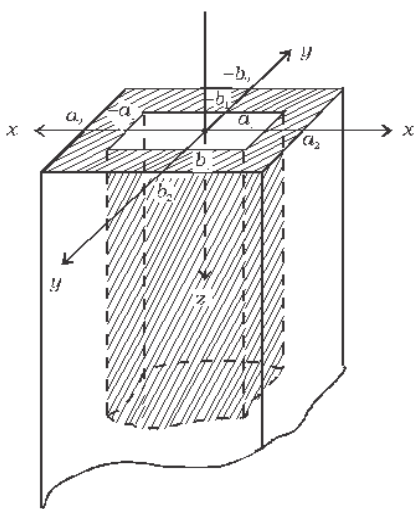
М.Б. РАСУЛОВ*, М.Г. АГАЯРОВ**

*Институт математики и механики, Национальная академия наук Азербайджана, Баку
AZ1143, Азербайджан, Баку, ул. Б. Вахабзаде 9,

**Сумгаитский государственный Университет, Сумгаит, Азербайджан
AZ5008, Азербайджан, Сумгаит, 43й квартал

В статье впервые исследуется процесс распространения нестационарных волн в полых прямоугольных полубесконечных призмах. Считается, что во всех 8-ми боковых сторонах действуют смешанные краевые условия, а удар производится по торцевой площадке этой призмы. В работах [1-3], с применением интегральных преобразований и заменой отыскиваемых величин (три компонента перемещений) через новые, удачно выбранные функции (потенциалы волн), система трехмерных уравнений Ляме сведена к системе Бесселевых уравнений. С другой стороны, хорошо известно, что выбранные смешанные условия на поверхности тела, позволяют разделить значения различных волн (продольных и поперечных) на этой же поверхности, т.е. все эти волны, распространяются независимо друг от друга. Эти два обстоятельства позволяют получить в отношении каждого потенциала-функции новую краевую задачу в отдельности. Получены решения этих краевых задач для сплошной призмы, и для выбранных краевых условий настоящей статьи (условия скользящего контакта). Был применен своеобразный метод, который позволил обобщить полученное решение для целой призмы в случае полый призмы.

Ключевые слова: прямоугольная полая призма, уравнение Ляме, нестационарные волны, смешанные краевые условия



ния нестационарных упругих волн в полубесконечной прямоугольной полый призме, при наличии смешанных условий на всех 8-ми боковых поверхностях этой призмы.

2. Постановка и решение задачи

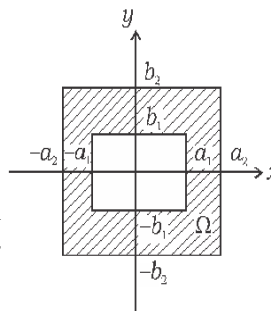
Рассмотренный процесс происходит в пространстве

1. Введение

Динамика прямоугольных призм, являясь одной из интереснейших тем механики, издавна привлекает внимание большинства исследователей всего мира.

Процесс распространения волн в сплошных прямоугольных призмах изучен достаточно хорошо, особенно в работах Н.Б. Расуловой [1-3], где впервые исследованы нестационарные динамические процессы и построены аналитические решения некоторых задач, с позиции трехмерной теории упругости. Случай полый призмы не рассмотрен никем.

В настоящей работе впервые исследуется процесс распространения



между боковыми поверхностями двух параллельных призм полубесконечной длины, с одинаковой центральной осью (рис. 1), где $2a_1, 2b_1$ - длины сторон внутреннего, а $2a_2, 2b_2$ - размеры внешнего контура поперечного сечения призмы (рис. 2). Вообще говоря, толщина стенок непостоянная величина, и равенство $b_2 - b_1 = a_2 - a_1$ не обязательно.

В момент $t = 0$ торцевая площадка подвергается осевым ударным нагрузкам извне, под действием которых в рассматриваемом теле, возникают возмущения, распространяющиеся по всему телу в различных направлениях. Рассматриваемая задача требует решения следующей начально-краевой задачи математической физики.

Движение описывается системой трехмерных уравнений Ляме, которые в векторной форме имеют вид:

$$\frac{\partial^2 \vec{U}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \text{grad div} \vec{U} + \mu \Delta \vec{U}, \quad \vec{U} = \vec{U}(u, v, w) \quad (2.1)$$

и оно происходит в области пространства, находящейся между поверхностями:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \pm a_1, \\ y = \pm b_1 \end{array} \right. \text{ с одной стороны и } \left\{ \begin{array}{l} x = \pm a_2, \\ y = \pm b_2 \end{array} \right. \text{ с другой, и для } z \geq 0.$$

К этой системе присоединяются следующие начально-краевые условия:

$$\vec{U} = 0; \vec{U} = 0 \text{ при } t \leq 0, \quad (2.2)$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_0(x, y)f(t); u = 0; v = 0 \text{ при } z = 0, \quad (2.3)$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{xz} = \sigma_{xy} = 0; u = 0 \text{ при } x = \pm a_1 \text{ и } x = \pm a_2, \\ \sigma_{yz} = \sigma_{yx} = 0; v = 0 \text{ при } y = \pm b_1 \text{ и } y = \pm b_2 \end{array} \right\} (z > 0), \quad (2.4)$$

где \vec{U} - вектор перемещения, $\{\sigma\}$ - тензор напряжения, λ, μ - коэффициенты Ляме, t - время, ρ - плотность материала, а $\sigma_0(x, y)$ - симметричная функция в отношении обеих координат.

Следуя [1, 2], задача (2.1) - (2.4) сводится к интегрированию более простой системы:

$$\begin{aligned} H_0 H_1 \varphi &= -\frac{\sigma_0 q}{\lambda + 2\mu} \bar{f}(p), \\ H_2 \psi_1 &= 0, \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$H_0 H_2 \psi_2 = -\frac{\sigma_0}{\mu} \bar{f}(p).$$

Здесь H_0, H_1 и H_2 - операторы Гельмгольца, а три новые функции φ, ψ_1 и ψ_2 связаны с двукратными преобразованиями трех компонентов перемещения (операторы Лапласа (p) и Фурье (q)), по формулам:

$$\begin{aligned} \bar{u}_s &= \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi_1}{\partial y} - q \frac{\partial \psi_2}{\partial x}, \\ \bar{v}_s &= \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial \psi_1}{\partial x} - q \frac{\partial \psi_2}{\partial y}, \\ \bar{w}_s &= q \varphi - \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} - q \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial y^2}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Здесь, в левой части индекс s - соответствует \sin и индекс c - \cos преобразования Фурье,

$$c_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, c_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}},$$

$$H_0 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - q^2, \quad (2.7)$$

$$H_0 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \left(q^2 + \frac{\rho^2}{e^2} \right), i = 1, 2.$$

Решение для целой полубесконечной призмы для одинаковых начальных, торцевых и боковых условий (2.2) - (2.4) легко можно получить из приведенного решения в [1].

Если взять

$$\alpha_k = \frac{k\pi}{a}; \beta_m = \frac{m\pi}{b},$$

где a и b длины сторон поперечного сечения, то решение [1], точно будет удовлетворять всем условиям (2.4) на гранях призмы.

Следует отметить, что, в обоих случаях, (здесь и в (1)) боковые условия являются смешанными; они относятся к типам, называемым "условия перпендикулярных сечений" (cross section conditions):

$$u = \sum_k \sum_m \frac{\sigma_{km}}{\sqrt{2\pi}} \left[\frac{\Omega_{km}^{(1)} c_1}{\lambda + 2\mu} + \frac{\Omega_{km}^{(2)} c_2}{\mu} \right] \alpha_k \sin \alpha_k x \cdot \cos \beta_m y,$$

$$v = \sum_k \sum_m \frac{\sigma_{km}}{\sqrt{2\pi}} \left[\frac{\Omega_{km}^{(1)} c_1}{\lambda + 2\mu} + \frac{\Omega_{km}^{(2)} c_2}{\mu} \right] \beta_m \cos \alpha_k x \cdot \cos \beta_m y, \quad (2.8)$$

$$w = \sum_k \sum_m \frac{\sigma_{km}}{\sqrt{2\pi}} \left[\frac{\bar{\Omega}_{km}^{(1)} c_1}{\lambda + 2\mu} + \frac{\bar{\Omega}_{km}^{(2)} c_2}{\mu} \right] \gamma_{km} \cos \alpha_k x \cdot \cos \beta_m y.$$

Здесь обозначены функции:

$$\Omega_{km}^{(i)} = -f(t) * \int_0^{c_i t} J_0 \left(\gamma_{km} \sqrt{c_i^2 t^2 - \tau^2} \right) \left[e^{-\gamma_{km}(z+\tau)} + \text{sign}(z-\tau) e^{-\gamma_{km}|z-\tau|} \right] d\tau,$$

$$\bar{\Omega}_{km}^{(i)} = -f(t) * \int_0^{c_i t} J_0 \left(\gamma_{km} \sqrt{c_i^2 t^2 - \tau^2} \right) \left[e^{-\gamma_{km}(z+\tau)} + e^{-\gamma_{km}|z-\tau|} \right] d\tau,$$

$$\gamma_{km} = \sqrt{\alpha_k^2 + \beta_m^2} \text{ а знак } (*) \text{ указывает на свертки функций, и}$$

$$\sigma_{km} = \frac{1}{4ab} \int_{-a-b}^a \int_{-a-b}^b \sigma_0(x, y) \cos(\alpha_k x) \cdot \cos(\beta_m y) dx dy. \quad (2.9)$$

В таком случае зависимость искомых решений от поперечных координат x, y оказывается в виде произведения двух простых функций:

$$\cos(\alpha_k x) \cdot \cos(\beta_m y).$$

Поскольку $\cos x$ - функция периодическая, то этим свойством можно воспользоваться для удовлетворения боковых условий (2.4), т.к., по сути строения, эти условия заимствуют некую периодичность.

Сначала рассмотрим случай, когда

$$a_2 = na_1 \text{ и } b_2 = lb_1,$$

где n и l - некие целые числа. Тогда искомое решение в точности совпадает с решением (2.8), если принимать:

$$\alpha_k = \frac{\pi k}{a_1} \text{ и } \beta_m = \frac{\pi m}{b_1}.$$

В остальных случаях очевидно, что поставленная задача требует нахождения двух характерных размеров, свойственных только парным числам $(a_1; a_2)$ и $(b_1; b_2)$. Будем считать, что отношения этих размеров являются рациональными числами:

$$\frac{a_1}{a_2} = \eta; \frac{b_1}{b_2} = \xi, \quad (2.10)$$

если η и ξ - рациональные числа, то очевидно, что

$$\eta = \frac{n_1}{l_1}; \xi = \frac{n_2}{l_2},$$

где n_1, n_2, l_1, l_2 - некие целые числа.

Тогда получим:

$$\frac{a_1}{n_1} = \frac{a_2}{l_1} = d_1; \frac{b_1}{n_2} = \frac{b_2}{l_2} = d_2; \text{ и}$$

$$a_1 = n_1 d_1; b_1 = n_2 d_2; a_2 = l_1 d_1; b_2 = l_2 d_2. \quad (2.11)$$

В таком случае решение (2.8) будет представлять и решение настоящей задачи при условии

$$\alpha_k = \frac{\pi k}{d_1}; \text{ и } \beta_m = \frac{\pi m}{d_2}, \quad (2.12)$$

т.к. заодно будут удовлетворены и боковые условия (2.4), с выбором (2.12).

Естественно, в этом случае, чтобы сохранить обобщения с формулой (2.9), и с учетом вида области поперечного сечения (рис. 2), соответствующие коэффициенты разложения, на этот раз, могут быть определены следующим образом:

$$\sigma_{km} = \frac{1}{4(a_2 b_2 - a_1 b_1)} \int_{-a_2}^{a_2} \int_{-b_2}^{b_2} \sigma_0(x, y) \{H(x^2 - a_1^2)H(b_1^2 - y^2) + H(y^2 - b_1^2)\} \cos(\alpha_k x) \cos(\beta_m y) dx dy,$$

где $H(x)$ - функция Хэвисайда.

Таким образом, простыми приемами нам удалось построить решение одной нестационарной динамической задачи для полой призмы прямоугольного поперечного сечения.

© Расулов М.Б., Агаяров М.Г., 2017

Список литературы

1. Расулова Н.Б. Распространение волн в призматическом брусе, подверженном действию осевых ударных сил // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1997. № 6. С. 176–179.
2. Rassoulova N.B. On dynamics of bar of rectangular cross section // Journal of APP Mech. July 2001. Vol. 68. Iss. 4. P. 662–666.
3. Расулова Н.Б., Шамилова С.Р. Распространение волн напряжений в прямоугольном брусе // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2016. № 4. С. 144–152.

История статьи:

Дата поступления в редакцию: 2 июня 2017

Дата принятия к публикации: 6 октября 2017

Об авторах:

Расулов Мубариз Биал Оглы, кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, отдел Волновой динамики, Институт Математики и Механики, НАН Азербайджана. Контактная информация: ул. Б. Вахабзаде 9, Баку, Азербайджан, AZ1143. E-mail: rasulova@gmail.com

Агаяров Матлаб Гусейнгулу Оглы, кандидат физико-математических наук, доцент, директор Центра дополнительного образования, доцент, Сумгаитский Государственный Университет. Контактная информация: AZ5008, 43й квартал, Азербайджан, Сумгайыт

Для цитирования:

Расулов М.Б., Агаяров М.Г. Задача по динамике полой призмы прямоугольного поперечного сечения // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14, № 1. С. 33—37. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-33-37.

THE PROBLEM ON THE DYNAMICS OF A HOLLOW PRISM OF A RECTANGULAR CROSS SECTION

M.B. RASOULOV*, M.G. AGAYAROV**

*Institute Mathematics and Mechanics of NASA, Baku, Azerbaijan

B. Vahabzade Street, 9, Baku, Azerbaijan, AZ-1143

** Sumgait State University, Sumgait, Azerbaijan

43 quarter, Sumqait, Azerbaijan, AZ-50008

In the article, the process of propagation of non-stationary waves in hollow rectangular semi-infinite prisms is studied for the first time. It is believed that in all 8 sides there are mixed boundary conditions, and impact is made on the end face of this prism.

In the papers (1-3), using the integral transformations and replacing the sought values (three displacement components) through new successfully chosen functions (wave potentials), the system of three-dimensional Lamé equations is reduced to the system of Bessel equations. On the other hand, it is well known that the selected mixed conditions on the surface of the body allow us to separate the values of different waves (longitudinal and transverse) on the same surface, i.e. all these waves propagate independently of each other.

These two circumstances make it possible to obtain a new boundary value problem for each potential-function, separately. Solutions of these boundary-value problems for a whole prism are obtained, and for the selected boundary conditions of this article (sliding contact conditions).

A kind of method was used that made it possible to generalize the resulting solution for the entire prism in the case of a hollow prism.

Keywords: *hollow rectangular prism, Lamé equations, non-stationary waves, mixed boundary conditions*

References

1. Rasoulova, N.B. (1997). Propagation of waves in a prismatic beam, subjected to axial impact forces. *Mechanics of a Solid Body*, (6), 176–179. (In Russ.).
2. Rasoulova, N.B. (2001). On dynamics of bar of rectangular cross section. *Journal of APP Mech.*, 68 (4), 662–666.
3. Rasoulova, N.B., Shamilova, S.R. (2016). Propagation of stress waves in a rectangular bar. *Izv. RAN. Mechanics of a Solid Body*, (4), 144–152. (In Russ.).

Article history: *Received: June 2, 2017 Revised: September 17, 2017 Accepted: October 6, 2017*

About the authors:

Mubariz B. Rasoulov, PhD of Physical and Mathematical Sciences, Leading Researcher, Department of Wave Dynamics, Institute of Mathematics and Mechanics of National Academy of Sciences of Azerbaijan. Contact information: e-mail: rasulova@gmail.com

Matlab G. Agayarov, PhD of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of Sumgait State University, Head of Additional Education Center. Contact information: e-mail: rasulova@gmail.com

For citation:

Rasoulov, M.B., Agayarov, M.G. (2018). The problem on the dynamics of a hollow prism of a rectangular cross section. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(1), 33—37. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-33-37.



РАЗРЕШАЮЩИЕ УРАВНЕНИЯ ПЛОСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КООРДИНАТАХ ДЛЯ ФИЗИЧЕСКИ–НЕЛИНЕЙНОЙ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

С.В. БАКУШЕВ

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, Пенза
440028, Пенза, ул. Германа Титова, 28

Для плоской деформации сплошных сред, механическое поведение которых описывается математическими моделями, в которых физические соотношения имеют форму произвольных перекрёстных зависимостей между первыми инвариантами тензоров и вторыми инвариантами девиаторов напряжений и деформаций, рассматривается построение разрешающих уравнений в перемещениях в цилиндрической системе координат. В качестве примеров рассмотрены две модели: деформационная теория пластичности сыпучей среды и деформационная теория пластичности бетона. Разрешающая система уравнений представляет собой систему двух квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка от двух независимых переменных – перемещений точек сплошной среды в радиальном и тангенциальном направлениях. Для её интегрирования предлагается использовать приближённые итерационные методы. В качестве начального приближения решения следует использовать решение рассматриваемой задачи в физически линейной постановке. Полученные уравнения могут быть востребованы при определении напряжённо-деформированного состояния физически нелинейных массивных тел со сложной геометрией.

Ключевые слова: сплошная среда, физическая нелинейность, разрешающие уравнения в перемещениях, цилиндрическая система координат, плоская деформация

Введение. Разработка и использование в расчётах при проектировании строительных и машиностроительных конструкций математических моделей сплошных сред, наиболее полно учитывающих их реальное (фактическое) поведение под нагрузкой, является задачей, не теряющей своей актуальности. Существуют разные подходы к построению математических моделей, описывающих действительную механическую работу материала конструкции. Например, учёт пластических свойств материалов [1], учёт ползучести материалов и конструкций [2], и так далее. Один из подходов для учёта реальных свойств материалов и конструкций реализован в трудах д.т.н., профессора Г.А. Гениева. Рассматривая механическое поведение сыпучих сред типа грунтовых массивов [3], либо механическое поведение бетона и железобетона [4], Гениев Г.А. полагает, что их механическое поведение в условиях как активной, так и пассивной деформации, описывается математическими моделями, в которых физические соотношения имеют форму, вообще говоря, произвольных перекрёстных зависимостей между первыми инвариантами тензоров и вторыми инвариантами девиаторов напряжений и деформаций:

$$\sigma = K(\varepsilon, \Gamma)\varepsilon; T = G(\varepsilon, \Gamma)\Gamma. \quad (1)$$

Здесь σ – первый инвариант тензора напряжений; T – интенсивность касательных напряжений; ε – первый инвариант тензора деформации; Γ – интенсивность деформаций сдвига; $K(\varepsilon, \Gamma)$ – переменный модуль объёмного расширения (сжатия); $G(\varepsilon, \Gamma)$ – переменный модуль сдвига.

Расчёт и проектирование конструкций сложной геометрии зачастую приводит к необходимости выполнять расчёт в криволинейных координатах. Общая

теория ортогональных криволинейных координат достаточно подробно описана в монографии В.В.Новожилова [5], а так же приведён необходимый минимум расчётных формул для геометрически и физически нелинейной теории упругости, как в трёхмерной постановке, так и для решения плоской задачи.

Одной из наиболее часто используемых криволинейных систем координат является цилиндрическая система координат. В данной работе выполнено построение разрешающих дифференциальных уравнений равновесия в перемещениях в цилиндрической системе координат для плоской деформации сплошных сред, механическое поведение которых описывается физическими соотношениями (1).

Построение уравнений. Для плоской деформации физически нелинейной теории упругости уравнения равновесия в цилиндрической системе координат, как известно [6], имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} + F_r &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{\varphi r}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{2}{r} \tau_{r\varphi} + F_\varphi &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь r, φ – цилиндрические координаты; $\sigma_r, \tau_{r\varphi}$ – нормальное и касательное напряжения, действующие на площадке, нормаль к которой совпадает с направлением радиуса; $\sigma_\varphi, \tau_{\varphi r}$ – нормальное и касательное напряжения, действующие на площадке, нормаль к которой совпадает с направлением, перпендикулярным к радиусу; F_r, F_φ – объёмные силы, действующие в радиальном и тангенциальном направлениях.

Физические уравнения для плоской деформации в цилиндрических координатах запишем в следующей форме:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \left(K + \frac{4}{3} G \right) \varepsilon_r + \left(K - \frac{4}{3} G \right) \varepsilon_\varphi; \\ \sigma_\varphi &= \left(K - \frac{4}{3} G \right) \varepsilon_r + \left(K + \frac{4}{3} G \right) \varepsilon_\varphi; \\ \tau_{r\varphi} &= \tau_{\varphi r} = G \gamma_{r\varphi}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $K = K(\varepsilon, \Gamma); G = G(\varepsilon, \Gamma).$ (4)

В формулах (3) компоненты тензора деформации $\varepsilon_r, \varepsilon_\varphi, \gamma_{r\varphi}$ связаны с перемещениям в радиальном $u(r, \varphi)$ и тангенциальном $v(r, \varphi)$ направлениях, соотношениями:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}; \quad \varepsilon_\varphi = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{u}{r}; \quad \gamma_{r\varphi} = \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi}. \quad (5)$$

Подставляя соотношения (3) в уравнения (2) с учётом соотношений (5), и принимая во внимание зависимости (4), то есть

$$\begin{aligned} \frac{\partial K}{\partial r} &= \frac{\partial K}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} + \frac{\partial K}{\partial \Gamma} \frac{\partial \Gamma}{\partial r}; \quad \frac{\partial K}{\partial \varphi} = \frac{\partial K}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} + \frac{\partial K}{\partial \Gamma} \frac{\partial \Gamma}{\partial \varphi}; \\ \frac{\partial G}{\partial r} &= \frac{\partial G}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} + \frac{\partial G}{\partial \Gamma} \frac{\partial \Gamma}{\partial r}; \quad \frac{\partial G}{\partial \varphi} = \frac{\partial G}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} + \frac{\partial G}{\partial \Gamma} \frac{\partial \Gamma}{\partial \varphi}, \end{aligned}$$

а также помня о том, что для плоской деформации в цилиндрической системе координат

$$\varepsilon = \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\varphi\varphi}, \quad \Gamma = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\varepsilon_{rr}^2 - \varepsilon_{rr}\varepsilon_{\varphi\varphi} + \varepsilon_{\varphi\varphi}^2 + \frac{3}{4}\varepsilon_{r\varphi}^2},$$

получим запись уравнений равновесия (2) в перемещениях:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + A_2 \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \varphi} + A_3 \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \\ + A_4 \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + A_5 \frac{\partial^2 v}{\partial r \partial \varphi} + A_6 \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} + A + F_r = 0; \\ B_1 \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + B_2 \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \varphi} + B_3 \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \\ + B_4 \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + B_5 \frac{\partial^2 v}{\partial r \partial \varphi} + B_6 \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} + B + F_\varphi = 0. \end{array} \right. \quad (6)$$

В системе (6) коэффициенты при вторых производных от перемещений по цилиндрическим координатам определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} A_1 &= A_{rr}; & A_4 &= A_{\gamma r}; \\ A_2 &= A_{r\varphi} + \frac{1}{r} A_{\gamma r}; & A_5 &= \frac{1}{r} A_{\varphi r} + A_{\gamma\varphi}; \\ A_3 &= \frac{1}{r} A_{\gamma\varphi}; & A_6 &= \frac{1}{r} A_{\varphi\varphi}; \\ A &= A_{\varphi r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{1}{r^2} u \right) + \frac{1}{r} A_{\varphi\varphi} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \\ &+ A_{\gamma r} \left(\frac{1}{r^2} v - \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) - \frac{1}{r} A_{\gamma\varphi} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{8}{3\Gamma} G(\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi), \\ B_1 &= B_{rr}; & B_4 &= B_{\gamma r}; \\ B_2 &= B_{r\varphi} + \frac{1}{r} B_{\gamma r}; & B_5 &= \frac{1}{r} B_{\varphi r} + B_{\gamma\varphi}; \\ B_3 &= \frac{1}{r} B_{\gamma\varphi}; & B_6 &= \frac{1}{r} B_{\varphi\varphi}; \\ B &= B_{\varphi r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{1}{r^2} u \right) + \frac{1}{r} B_{\varphi\varphi} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \\ &+ B_{\gamma r} \left(\frac{1}{r^2} v - \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) - \frac{1}{r} B_{\gamma\varphi} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{2}{r} G\gamma_{r\varphi}, \end{aligned}$$

причём,

$$\begin{aligned} A_{rr} &= \left[\frac{\partial K}{\partial \varepsilon} (\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi) + \frac{4}{3} \frac{\partial G}{\partial \varepsilon} (\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi) \right] + \\ &+ \left[\frac{\partial K}{\partial \Gamma} (\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi) + \frac{4}{3} \frac{\partial G}{\partial \Gamma} (\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi) \right] \frac{2}{3\Gamma} (2\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi) + \left(K + \frac{4}{3} G \right); \\ A_{\varphi r} &= \left[\frac{\partial K}{\partial \varepsilon} (\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi) + \frac{4}{3} \frac{\partial G}{\partial \varepsilon} (\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi) \right] + \\ &+ \left[\frac{\partial K}{\partial \Gamma} (\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi) + \frac{4}{3} \frac{\partial G}{\partial \Gamma} (\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi) \right] \frac{2}{3\Gamma} (2\varepsilon_\varphi - \varepsilon_r) + \left(K - \frac{4}{3} G \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{r\varphi} &= \left[\frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial \varepsilon} \gamma_{r\varphi} \right] + \left[\frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial \Gamma} \gamma_{r\varphi} \right] \frac{2}{3\Gamma} (2\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi); \\
 A_{\varphi\varphi} &= \left[\frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial \varepsilon} \gamma_{r\varphi} \right] + \left[\frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial \Gamma} \gamma_{r\varphi} \right] \frac{2}{3\Gamma} (2\varepsilon_\varphi - \varepsilon_r); \\
 A_{\gamma r} &= \left[\frac{\partial K}{\partial \Gamma} (\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi) + \frac{4}{3} \frac{\partial G}{\partial \Gamma} (\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi) \right] \frac{\gamma_{r\varphi}}{\Gamma}; \quad A_{\gamma\varphi} = \left[\frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial \Gamma} \gamma_{r\varphi} \right] \frac{\gamma_{r\varphi}}{\Gamma} + \frac{1}{r} G; \\
 B_{rr} &= \left[\frac{\partial G}{\partial \varepsilon} \gamma_{r\varphi} \right] + \left[\frac{\partial G}{\partial \Gamma} \gamma_{r\varphi} \right] \frac{2}{3\Gamma} (2\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi); \\
 B_{\varphi r} &= \left[\frac{\partial G}{\partial \varepsilon} \gamma_{r\varphi} \right] + \left[\frac{\partial G}{\partial \Gamma} \gamma_{r\varphi} \right] \frac{2}{3\Gamma} (2\varepsilon_\varphi - \varepsilon_r); \\
 B_{r\varphi} &= \left[\frac{1}{r} \frac{\partial K}{\partial \varepsilon} (\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi) + \frac{1}{r} \frac{4}{3} \frac{\partial G}{\partial \varepsilon} (\varepsilon_\varphi - \varepsilon_r) \right] + \\
 &+ \left[\frac{1}{r} \frac{\partial K}{\partial \Gamma} (\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi) + \frac{1}{r} \frac{4}{3} \frac{\partial G}{\partial \Gamma} (\varepsilon_\varphi - \varepsilon_r) \right] \frac{2}{3\Gamma} (2\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi) + \frac{1}{r} \left(K - \frac{4}{3} G \right); \\
 B_{\varphi\varphi} &= \left[\frac{1}{r} \frac{\partial K}{\partial \varepsilon} (\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi) + \frac{1}{r} \frac{4}{3} \frac{\partial G}{\partial \varepsilon} (\varepsilon_\varphi - \varepsilon_r) \right] + \\
 &+ \left[\frac{1}{r} \frac{\partial K}{\partial \Gamma} (\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi) + \frac{1}{r} \frac{4}{3} \frac{\partial G}{\partial \Gamma} (\varepsilon_\varphi - \varepsilon_r) \right] \frac{2}{3\Gamma} (2\varepsilon_\varphi - \varepsilon_r) + \frac{1}{r} \left(K + \frac{4}{3} G \right); \\
 B_{\gamma r} &= \left[\frac{\partial G}{\partial \Gamma} \gamma_{r\varphi} \right] \frac{\gamma_{r\varphi}}{\Gamma} + G; \quad B_{\gamma\varphi} = \left[\frac{1}{r} \frac{\partial K}{\partial \Gamma} (\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi) + \frac{1}{r} \frac{4}{3} \frac{\partial G}{\partial \Gamma} (\varepsilon_\varphi - \varepsilon_r) \right] \frac{\gamma_{r\varphi}}{\Gamma}.
 \end{aligned}$$

Система (6) представляет собой систему двух дифференциальных уравнений второго порядка относительно двух независимых переменных - перемещений точек сплошной среды в радиальном u и тангенциальном v направлениях. Система квазилинейных дифференциальных уравнений (6) является окончательной разрешающей системой уравнений в перемещениях плоской деформации для физически нелинейной сплошной среды, записанной в цилиндрических координатах.

Тип системы дифференциальных уравнений (6), учитывая её квазилинейность, можно определить лишь в конкретной точке сплошной среды при решении конкретной задачи, то есть после определения перемещений в рассматриваемой точке.

Для интегрирования системы дифференциальных уравнений (6) условия на поверхности нелинейно-упругого тела следует записывать в перемещениях. Учитывая квазилинейность данной системы дифференциальных уравнений, её интегрирование следует выполнять приближёнными (численными) методами. Если в основу решения положить итерационную процедуру, то в качестве начального приближения следует брать решение рассматриваемой задачи в геометрически и физически линейной постановке, когда разрешающая система

дифференциальных уравнений в перемещениях для плоской деформации упругой сплошной среды в цилиндрических координатах имеет вид:

$$\begin{cases} A_1 \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + A_3 \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + A_5 \frac{\partial^2 v}{\partial r \partial \varphi} + A + F_r = 0; \\ B_2 \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \varphi} + B_4 \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + B_6 \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} + B + F_\varphi = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Здесь

$$\begin{aligned} A_1 &= K_0 + \frac{4}{3} G_0; \quad A_3 = \frac{1}{r^2} G_0; \quad A_5 = \frac{1}{r} \left(K_0 - \frac{1}{3} G_0 \right); \\ A &= - \left(K_0 - \frac{4}{3} G_0 \right) \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} u \right) - \frac{1}{r^2} G_0 + \\ &+ \frac{1}{r} \left\{ \left(K_0 + \frac{4}{3} G_0 \right) \left[\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{3K_0 - 2G_0}{3K_0 + 4G_0} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} u \right) \right] - \right. \\ &\left. - \left(K_0 + \frac{4}{3} G_0 \right) \left[\frac{3K_0 - 2G_0}{3K_0 + 4G_0} \frac{\partial u}{\partial r} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} u \right) \right] \right\}; \\ B_2 &= \frac{1}{r} \left(K_0 - \frac{1}{3} G_0 \right); \quad B_4 = G_0; \quad B_6 = \frac{1}{r^2} \left(K_0 + \frac{4}{3} G_0 \right); \\ B &= -G_0 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{1}{r^2} v \right) + \frac{1}{r^2} \left(K_0 + \frac{4}{3} G_0 \right) \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \\ &+ \frac{2}{r} G_0 \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{1}{r} v + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right). \end{aligned}$$

В системе дифференциальных уравнений (7) коэффициенты при вторых производных от перемещений по цилиндрическим координатам являются величинами постоянными, то есть тип этой системы вполне определён.

Рассмотрим некоторые математические модели, предложенные профессором Г.А. Гениевым, и найдём производные от механических констант сплошной среды K и G по инвариантам деформированного состояния ε и Γ .

Деформационная теория пластичности сыпучей среды. В качестве первого примера рассмотрим уравнения деформационной теории пластичности сыпучей среды [3]. Физические соотношения в этой модели записываются в форме (1), причём [7]

$$\begin{aligned} K(\varepsilon, \Gamma) &= K_0 - K_0 \frac{q}{\varepsilon} \left(2 - \frac{\Gamma}{\Gamma_s} \right)^2 \left(\frac{\Gamma}{\Gamma_s} \right)^2; \\ G(\varepsilon, \Gamma) &= G_0 \left(1 - \frac{\Gamma}{2\Gamma_s} \right) + K_0 f \frac{q}{\Gamma_s} \left(2 - \frac{\Gamma}{\Gamma_s} \right)^2 \frac{\Gamma}{\Gamma_s} - f K_0 \frac{\varepsilon}{\Gamma}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь K_0 – начальный коэффициент объёмного расширения (сжатия); G_0 – начальный модуль сдвига при чистом сдвиге; Γ_s – предельная интенсивность деформаций сдвига; f – аналог коэффициента внутреннего трения; q – коэффициент дилатансии.

В соответствии с формулами (8), производные, входящие в коэффициенты уравнений (6), будут определяться формулами:

$$\begin{aligned}\frac{\partial K}{\partial \varepsilon} &= K_0 \frac{q}{\varepsilon^2} \left(2 - \frac{\Gamma}{\Gamma_s}\right)^2 \left(\frac{\Gamma}{\Gamma_s}\right)^2; \\ \frac{\partial K}{\partial \Gamma} &= -4K_0 \frac{q}{\varepsilon} \frac{\Gamma}{\Gamma_s^2} \left(1 - \frac{\Gamma}{\Gamma_s}\right) \left(2 - \frac{\Gamma}{\Gamma_s}\right); \\ \frac{\partial G}{\partial \varepsilon} &= -\frac{fK_0}{\Gamma}; \\ \frac{\partial G}{\partial \Gamma} &= -\frac{G_0}{2\Gamma_s} + fK_0 \frac{\varepsilon}{\Gamma^2} + fK_0 \frac{q}{\Gamma_s^2} \left(2 - \frac{\Gamma}{\Gamma_s}\right) \left(2 - 3\frac{\Gamma}{\Gamma_s}\right).\end{aligned}\quad (9)$$

Деформационная теория пластичности бетона. В качестве второго примера рассмотрим уравнения деформационной теории пластичности бетона [4]. В этой модели физические соотношения также записываются в форме (1), причём [8]

$$K(\varepsilon, \Gamma) = K_0 D \left(1 + q \frac{\Gamma^2}{\varepsilon}\right), \quad G(\varepsilon, \Gamma) = G_0 D, \quad (10)$$

где

$$D = 1 - \frac{\frac{\Gamma}{\Gamma_c}}{\sqrt{\left[f \frac{K_0}{G_0} \left(\frac{\varepsilon}{\Gamma} + q\Gamma\right)\right]^2 + 4 - f \frac{K_0}{G_0} \left(\frac{\varepsilon}{\Gamma} + q\Gamma\right)}}$$

Здесь G_0 – начальный модуль сдвига при чистом сдвиге; K_0 – начальный коэффициент объёмного расширения-сжатия; q – модуль дилатации; Γ_c – предельная интенсивность деформаций сдвига при чистом сдвиге;

$$f = \frac{3T_c(R_c - R_p)}{R_c R_p} - \text{аналог коэффициента внутреннего трения;}$$

R_c – предел прочности при одноосном сжатии; R_p – предел прочности при одноосном растяжении; $T_c = \sqrt{R_c R_p / 3}$ – предел прочности при чистом сдвиге.

Производные, аналогичные формулам (9), для деформационной теории пластичности бетона имеют вид:

$$\begin{aligned}\frac{\partial K}{\partial \varepsilon} &= -K_0 q \frac{\Gamma^2}{\varepsilon^2} D + K_0 \left(1 + q \frac{\Gamma^2}{\varepsilon}\right) \frac{\partial D}{\partial \varepsilon}; \\ \frac{\partial K}{\partial \Gamma} &= K_0 2q \frac{\Gamma}{\varepsilon} D + K_0 \left(1 + q \frac{\Gamma^2}{\varepsilon}\right) \frac{\partial D}{\partial \Gamma}; \\ \frac{\partial G}{\partial \varepsilon} &= G_0 \frac{\partial D}{\partial \varepsilon}; \quad \frac{\partial G}{\partial \Gamma} = G_0 \frac{\partial D}{\partial \Gamma}.\end{aligned}\quad (11)$$

Здесь

$$\frac{\partial D}{\partial \varepsilon} = -\frac{\frac{\Gamma}{\Gamma_c}}{\left\{ \frac{\left(f \frac{K_0}{G_0}\right)^2 \left(\frac{\varepsilon}{\Gamma} + q\Gamma\right) \frac{1}{\Gamma}}{\sqrt{\left[f \frac{K_0}{G_0} \left(\frac{\varepsilon}{\Gamma} + q\Gamma\right)\right]^2 + 4} - f \frac{K_0}{G_0} \frac{1}{\Gamma}} \right\}^2};$$

$$\frac{\partial D}{\partial \Gamma} = - \frac{1}{\left\{ \sqrt{\left[f \frac{K_0}{G_0} \left(\frac{\varepsilon}{\Gamma} + q\Gamma \right) \right]^2 + 4} - f \frac{K_0}{G_0} \left(\frac{\varepsilon}{\Gamma} + q\Gamma \right) \right\}^2} \times$$

$$\times \left\langle \left\{ \sqrt{\left[f \frac{K_0}{G_0} \left(\frac{\varepsilon}{\Gamma} + q\Gamma \right) \right]^2 + 4} - f \frac{K_0}{G_0} \left(\frac{\varepsilon}{\Gamma} + q\Gamma \right) \right\} \frac{1}{\Gamma_c} - \right.$$

$$\left. - \frac{\Gamma}{\Gamma_c} \left\langle \frac{\left(f \frac{K_0}{G_0} \right)^2 \left(\frac{\varepsilon}{\Gamma} + q\Gamma \right) \left(q - \frac{\varepsilon}{\Gamma^2} \right)}{\sqrt{\left[f \frac{K_0}{G_0} \left(\frac{\varepsilon}{\Gamma} + q\Gamma \right) \right]^2 + 4}} - f \frac{K_0}{G_0} \left(q - \frac{\varepsilon}{\Gamma^2} \right) \right\rangle \right\rangle. \quad (12)$$

Заключение. Представленные в статье результаты могут быть применены для определения напряжённо-деформированного состояния физически нелинейных массивных тел со сложной геометрией, когда на поверхности тела заданы перемещения его точек.

© Бакушев С.В., 2017

Список литературы

1. Ишлинский А.Ю., Ивлев Д.Д. Математическая теория пластичности. М. : Физматлит, 2001. 704 с.
2. Белл Дж.Ф. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел : в 2 ч. Часть I. Малые деформации : пер. с англ. / под ред. А.П. Филина. М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. 600 с.
3. Гениев Г.А. К вопросу о деформационной теории пластичности сыпучей среды // Строительная механика и расчет сооружений. 1974. № 4. С. 8—10.
4. Гениев Г.А., Киссюк В.Н., Тюпин Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона. М. : Стройиздат, 1974. 316 с.
5. Новожилов В.В. Теория упругости. Л. : Судпромгиз, 1958. 370 с.
6. Александров А.В., Потапов В.Д. Сопротивление материалов. Основы теории упругости и пластичности : учебник для строит. спец. вузов. 2-е изд., испр. М. : Вышш. шк., 2002. 400 с.
7. Бакушев С.В. О закономерностях распространений волн деформаций в неупругой сыпучей среде : дисс. ... канд. техн. наук. М., 1981. 158 с.
8. Бакушев С.В. Геометрически нелинейный вариант деформационной теории пластичности бетона // Бетон и железобетон. 2004. № 2. С. 19—23.

История статьи:

Дата поступления в редакцию: 2 октября 2017 Дата принятия к публикации: 10 декабря 2017

Об авторе:

Бакушев Сергей Васильевич, доктор технических наук, профессор кафедры «Механика», Пензенский государственный университет архитектуры и строительства. *Научные интересы:* теория упругости, деформации в неупругой сыпучей среде, физически-нелинейная сплошная среда. *Контактная информация:* e-mail: bakuchsv@mail.ru

Для цитирования:

Бакушев С.В. Разрешающие уравнения плоской деформации в цилиндрических координатах для физически-нелинейной сплошной среды // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Том 14. № 1. С. 38—45. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-38-45.

RESOLVING EQUATIONS OF PLANAR DEFORMATION IN CYLINDRICAL COORDINATES FOR PHYSICALLY NONLINEAR CONTINUUM

S.V. BAKUSHEV

Penza State University of Architecture and Construction, Penza, Russia
28 Titov Street, Penza, 440028, Russian Federation

For planar deformations of continuum, which mechanical behavior is described by mathematical models, where physical relations have the form of cross dependence derivatives between the first invariant of the tensor and the second invariant of the voltage and stress deviator, the development of resolving equations in displacements in cylindrical coordinates is being analyzed. Two models are analyzed as examples: deformation theory of loose medium plasticity and deformation theory of concrete plasticity. The resolving equations system is a system of two quasilinear differential equations of second order at quotient derivatives from two independent variables – the displacement of continuum points at radial and tangential directions. Iteration methods are suggested for its integration. It is recommended to take the discussed question solution for physical linear continuum as initial solution approximation. Received equations can be used at evaluation of stress-strain state of physically nonlinear massive bodies with complex geometry.

Keywords: *Solid array, Physical nonlinearity, Allow equations in displacement, Cylindrical coordinate system, plane deformation*

References

1. Ishlinskii, A.U., Ivlev, D.D. (2001). *Mathematic Theory of Plasticity*. Moscow: Fizmatlit publ. 704. (In Russ.).
2. Bell, J.F. (1973). *Mechanics of Solids. Volume I: The Experimental Foundations of Solid Mechanics*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
3. Geniev, G.A. (1974). About the question of the deformation theory of plasticity of granular medium. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*, No 4, 8–10. (In Russ.).
4. Geniev, G.A., Kissyuk, V.N., Tyupin, G.A. (1974). *Teoriya Plastichnosti Betona i Zhelezo-betona [Theory of Plasticity of Concrete and Reinforced Concrete]*. Moscow: Stroizdat publ. 316. (In Russ.).
5. Novozhilov, V.V. (1958). *Teoriya Uprugosti [The Theory of Elasticity]*. Leningrad : Sudpromgiz publ. 370. (In Russ.).
6. Aleksandrov, A.V., Potapov, V.D. (2002). *Soprotivlenie Materialov. Osnovy Teorii Uprugosti i Plastichnosti [Strength of Materials. Fundamentals of the Theory of Elasticity and Plasticity]*. 2nd revised edition. Moscow: Vysshaya Shkola publ. 400. (In Russ.).
7. Bakushev, S.V. (1981). *About regularities of deformation wave transmission in inelastic loose medium*. Cand. of Science in Engineering (Dissertation). Moscow, 158. (In Russ.).
8. Bakushev, S.V. (2004). Geometrically nonlinear variant of a deformation theory of concrete elasticity. *Concrete and Reinforced Concrete*, No 2, 19–23. (In Russ.).

Article history:

Received: October 2, 2017 Revised: October 27, 2017

Accepted: December 10, 2017

About the author:

Sergey V. Bakushev, DSc (in Technical Sciences), Professor, professor of Department of Mechanics, the Penza State University of Architecture and Construction, Russia. *Scientific interests:* theory of elasticity, geometrical and physic non-linear mechanics of continuous mediums, physically non-linear solid body. *Contact information:* e-mail: bakuchsv@mail.ru

For citation:

Bakushev, S.V. (2018). Resolving equations of planar deformation in cylindrical coordinates for physically nonlinear continuum. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(1), 38–45. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-38-45.

**Расчет и проектирование строительных конструкций**

УДК 624.012.45

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-46-56

**ТРАНСФОРМАЦИОННЫЙ ЭЛЕМЕНТ
МЕЖДУ ЗАВИСИМОСТЯМИ МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ
И УРАВНЕНИЯМИ ТЕОРИИ ЖЕЛЕЗОБЕТОНА
В УСЛОВИЯХ СЛОЖНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ**

А.И. ДЕМЬЯНОВ*, И.А. ЯКОВЕНКО**, В.И. КОЛЧУНОВ*

* Юго-западный государственный университет, Курск, Россия
305040, Курск, ул. 50 лет Октября, 94** Национальный авиационный университет, Киев, Украина
03058, Украина, Киев, Проспект Космонавта Комарова, 1

Адаптированы гипотезы механики разрушения и разработан универсальный короткий двухконсольный элемент применительно к железобетонным конструкциям зданий и сооружений. Предложенная модель двухконсольного элемента применима к оценке сопротивления железобетонных конструкций в условиях различных силовых и деформационных воздействий, в том числе при кручении с изгибом. Рассмотрены особенности и процедура построения двухконсольного элемента механики разрушения в зонах, прилегающих к пространственным трещинам при учете эффекта нарушения сплошности и адаптированы зависимости для энергетического функционала с их разработкой, применительно к железобетону. Двухконсольный элемент необходим в качестве связующего элемента между зависимостями механики разрушения и уравнениями теории железобетона и является трансформационным элементом между ними.

Ключевые слова: *двухконсольный элемент, железобетонные конструкции, энергетический функционал, пространственные трещины, кручение с изгибом, механика разрушения*

В последние годы наибольший интерес представляют разработки моделей деформирования железобетона с использованием и развитием основных положений и инструментария механики разрушения [1–5], благодаря которым появляется возможность тщательного изучения напряженно-деформированного состояния в зонах, прилегающим к трещинам. Продолжая эти исследования [4, 6, 7], в работе описаны ключевые положения по разработке универсального короткого двухконсольного элемента применительно к сложному сопротивлению железобетонных конструкций при изгибе с кручением.

Отличительной характерной чертой железобетона, конечно же, появление трещин при деформационных и силовых воздействиях. Железобетонные конструкции, как правило, эксплуатируются в стадии, наступающей после образования трещин (ограничивается только ширина их раскрытия). По этой причине логичным является желание определить напряженно-деформированное состояние вблизи трещины. Такая задача может быть решена с использованием базовых положений и гипотез механики разрушения, стремительно развивающейся в последнее время [1, 2]. Применение инструментария механики разрушения [4] для построения расчета, применительно к ширине раскрытия трещин (их развития и определения расстояний между трещинами) железобетонных конструкций, безусловно, дает возможность уточнить такой дифференциальный параметр, относительно определяемого в экспериментах с использованием микроскопа.

Результаты, достигнутые в данной сфере, позволяют уже сегодня расширить данные, полученные экспериментально на расчет железобетонных конструкций [1–3]. При этом необходимо учитывать специфику материала. Многие

зависит и от удачного выделения в расчетной модели двухконсольного элемента [4, 6, 7].

Ключевые аспекты механики разрушения, заостряют внимание на области предразрушения с локализованной деформацией w в этой зоне [1–7]. Важно, что механизм страгивания трещины (при ее развитии) заложен именно в этой зоне, и поэтому (не смотря на то, что максимальные напряжения в этой зоне не превышают значения R_{bt} , и вклад напряженного состояния рассматриваемой зоны в общее сопротивление поперечного сечения железобетонной конструкции малозаметен), детальное ее рассмотрение имеет важнейшее значение. Страгивание трещины осуществляется после достижения раскрытия трещины в начале зоны предразрушения определенного критического значения W_u (являющегося константой материала), равного предельному перемещению на диаграмме $\sigma - W$ (гипотеза, аналогичная принятой в моделях Шаха, Бажанта [1], Хиллерборга — Модера — Петерсона [5], Зайцева Ю.В. [2], Голышева — Колчунова — Яковенка [3, 4, 6, 7] и др.).

В данной области происходит образование новых удельных поверхностей трещины. Нахождение скорости высвобождения энергии ζ_{bu} производится с использованием функционала механики разрушения:

$$\zeta_{bu} = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \left(\frac{\delta W - \delta V}{\delta A} \right) = \frac{dW}{dA} - \frac{dV}{dA}, \quad (1)$$

где δV – снижение потенциальной энергии конструкции при продвижении трещины на малое приращение δa ; δW – дополнительная работа, которая совершается над конструкцией при продвижении трещины на малое приращение δa .

Рассмотрим более детально основные положения и предпосылки моделирования двухконсольного элемента (ДКЭ) включающего трещину, для разработки расчетного аппарата железобетона. Для сплошного тела, напряженно-деформированное состояние которого определяется методами механики твердого деформируемого тела, выделяется элементарный куб, описывающий взаимосвязь между деформациями и напряжениями в точке. Далее, при рассмотрении поперечного сечения полученная связь интегрируется по всей площади сечения. Таким образом, задача сводится к дифференциальным уравнениям, решение которых в целом ряде случаев весьма громоздко. В сопротивлении материалов используется упрощающая гипотеза Бернулли деформаций в поперечном сечении. Для железобетонных конструкций при наличии трещин (с нарушенной сплошностью конструкции) при формировании зависимостей между перемещениями и напряжениями методы, используемые в теории упругости, пластичности и сопротивлении материалов, являются неприемлемыми. Однако использование основного метода сечений для железобетонной конструкции с трещинами дает свои положительные результаты. Данное утверждение справедливо и к приближенному определению коэффициента интенсивности напряжений, его же можно использовать и при построении специального ДКЭ в механике разрушения.

Выделение такого ДКЭ, включающего трещину для стержневого железобетонного элемента имеет свои особенности [3, 6, 7].

Во-первых, если ДКЭ выделяется для *длинного двухконсольного элемента* (полностью включающего всю трещину), на всю длину трещины, а не для какого-то ее элементарного участка, тогда длина трещины h_{crc} в общем случае определяется из следующего условия механики разрушения:

$$\frac{d\zeta_{bu}}{dh_{crc}} = 0. \quad (2)$$

ного элемента между зависимостями механики разрушения и механики твердого деформируемого тела.

Вышеизложенные предпосылки были использованы при разработке универсального короткого двухконсольного элемента, пригодного, в том числе для решения задачи сложного сопротивления железобетонных конструкций при кручении с изгибом (рис. 1).

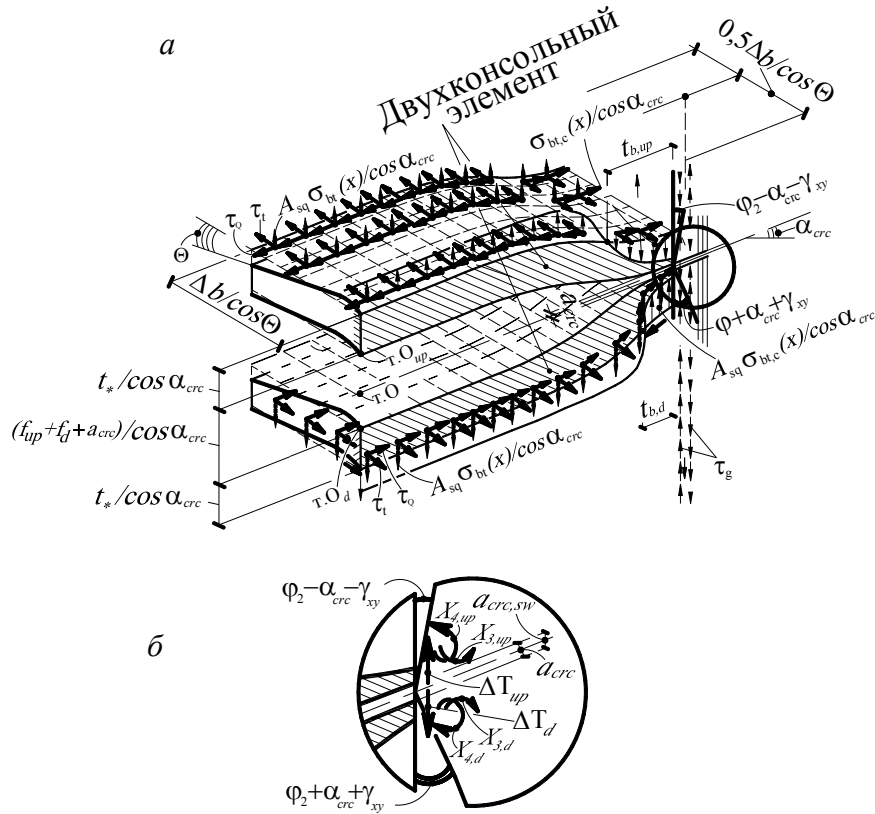


Рис. 1. Универсальный ДКЭ для реализации зависимостей механики разрушения в железобетоне в зоне пространственных трещин: *а* – двухконсольный элемент, вырезанный в окрестности пространственной трещины, прилегающей к рабочей арматуре и характерные эпюры напряжений в растянутом бетоне; *б* – особенности НДС на кончике трещины

Здесь параметр t в соответствии с принципом Сен-Венана и исследований околоарматурной зоны, выполненных с привлечением полуаналитических и численных методов, в первом приближении равен полутора диаметра арматуры. Растягивающие напряжения в выделенных сечениях распределены по закону квадратной параболы от нейтральной оси до точки, где меняется знак этих напряжений. При этом максимальная их величина ограничивается значением R_{bt} , поэтому на значительном участке действительная эпюра растягивающих напряжений заменяется прямоугольником, независимо от закона их распределения в упругой стадии. Сжимающие напряжения на участках, прилегающих к арматуре, в этих же сечениях распределяются по треугольнику.

Принимается Δb в зоне, прилегающей к арматуре, равной значению защитного слоя плюс половина диаметра и это значение удваивается (так как полоска выделяется с двух сторон арматурного стержня см. рис. 1).

При изгибе (растяжении-сжатии) выражение (4) не используется, потому что геометрия трещины по толщине b не изменяется. Пространственная же трещина при кручении элемента закручивается, т. е. ее профиль изменяется по толщине. В итоге,

$$\Delta b = 2(a_s - 0,5d), \quad (4)$$

и принимается не более $4d$ диаметров рабочей арматуры. Здесь a_s и d — расстояние от центра рабочей арматуры до нижней грани поперечного сечения и диаметр рабочей арматуры, соответственно.

Уместно заметить, что физический смысл формулы (4) обусловлен принципом Сен-Венанана, применительно к околоарматурным зонам рабочих арматурных стержней, прилегающим к пространственной трещине и подтверждается рядом экспериментальных исследований – Гарбой М.О. [9], Демьянова А.И. [10], Немировского Я.М., Колчунова Вл.И. [3, 4, 6, 7], Покусаева А.А. [11], Сальникова А.С. [12], Яковенка И.А. [4, 6, 7] и др.

Крутящий момент, который приходится на полоску, занимаемую ДКЭ, определяется из пропорции:

$$\frac{M_t}{b} = \frac{M_{t,ДКЭ}}{\Delta b}. \quad (5)$$

Аналогичным образом записываются соответствующие соотношения применительно к поперечной силе и изгибающему моменту, т.е.:

$$\frac{Q}{b} = \frac{Q_{ДКЭ}}{\Delta b}, \quad (6)$$

$$\frac{M}{b} = \frac{M_{ДКЭ}}{\Delta b}, \quad (7)п$$

поэтому, несмотря на то, что имеется возможность описать пространственную трещину с помощью билинейной поверхности [13] (или поверхности, предложенной Пьером Безье [14] и использованную И.В. Бахотским [15] для решения задачи кручения базальтобетонных конструкций), разбив ее предварительно на маленькие квадраты, применительно к построению универсального ДКЭ, пригодного, в том числе для решения задачи сопротивления железобетонных конструкций при кручении с изгибом. Для выделенного ДКЭ на толщине Δb , определяемой по формуле (4), логично упростить эту поверхность, приняв ее наклон постоянным в пределах Δb (угол Θ – угол наклона пространственной трещины в плоскости, поперечного сечения). В свою очередь, угол наклона пространственной трещины в вертикальной продольной плоскости, перпендикулярной поперечному сечению, – угол α_{crc} также принимается постоянным в пределах расстояния между хомутами. До половины толщины b прямоугольной железобетонной конструкции, он принимается равным $\alpha_{1,crc}$, а для второй половины, – $\alpha_{2,crc}$:

$$\alpha_{2,crc} = \alpha_{1,crc} \pm 90^\circ. \quad (8)$$

Знак «плюс» или «минус» принимается в зависимости от того, относительно какой стороны боковой поверхности (правой или левой) начинается отсчет угла. Принятые упрощения могут значительно упростить разрешающие уравнения, не замыкая на них в единую систему сложное уравнение поверхности пространственной трещины (на каждом шаге итерации), а используя его дискретно для выбранной полоски, толщиной Δb .

Итерационный процесс организован при использовании в качестве инструментария переходного (трансформационного) ДКЭ между зависимостями механики разрушения и теории железобетона.

В случаях, когда возникает необходимость получения более точного решения, полоска Δb разбивается с помощью сетки малых квадратов (см. рис. 1) и пространственная трещина в пределах этой полоски моделируется ломанной поверхностью. При этом угловые точки малых квадратов определяются на основании уравнений билинейной поверхности, описанной в работе [13], Пьером Безье в работе [14] и И.В. Бахотским [15].

Для определения неизвестного ΔT воспользуемся выражением величины ζ_{bu} , как функции податливости. Эту функция вычисляется из определения скорости высвобождения энергии (см. формулу 1).

Анализ зависимостей «силовое воздействие – перемещение» для составляющих внутренних усилий на выделенный ДКЭ показывает, что такие зависимости нелинейны и могут иметь даже ниспадающую ветвь деформирования. Площадь таких диаграмм, через которую выражается значение потенциальной энергии, отличается от $0,5P_0 \cdot e_0$. Здесь P_0 – обобщенное усилие, а e_0 – обобщенное перемещение. Интегралы, характеризующие площади этих диаграмм, дают довольно близкие значения к величине $\frac{2}{3}P_0 \cdot e_0$, поэтому выражение для потенциальной энергии, накопленной в теле, может быть представлено в виде:

$$V = \frac{2}{3} \cdot P_0 \cdot e_0. \quad (9)$$

Податливость C рассматриваемого элемента определяется соотношением:

$$e_0 = C \cdot P_0. \quad (10)$$

Тогда,

$$V = \frac{2}{3} \cdot P_0^2 \cdot C; \quad (11)$$

$$\frac{dV}{dA} = \frac{3}{4} \cdot C \cdot P \cdot \frac{\delta P}{\delta A} + \frac{2}{3} \cdot P^2 \cdot \frac{\delta C}{\delta A}. \quad (12)$$

Аналогично можно преобразовать член dW/dA :

$$\frac{dW}{dA} = P \frac{de}{dA} = P \cdot C \cdot \frac{\delta P}{\delta A} + P^2 \cdot \frac{\delta C}{\delta A}. \quad (13)$$

Подставляя выражения (12), (13) в уравнение (1), получим:

$$\zeta_{bu} = \frac{1}{3} \left(P^2 \cdot \frac{\delta C}{\delta A} - C \cdot P \cdot \frac{\delta P}{\delta A} \right). \quad (14)$$

Применительно к выделенному двухконсольному элементу, находящемуся под воздействием ряда усилий, $(\Delta T, P_1, P_2, q, M_{con})$, выражение (14) приобретает вид:

$$\zeta_{bu} = \frac{1}{3} \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{P_i^2 \cdot \delta C_i}{\delta A} - C_i P_i \frac{\delta P_i}{\delta A} \right). \quad (15)$$

Для реализации полученной зависимости, обратимся к рис. 1. Перемещения в любых, интересующих сечениях $(\Delta_1, \dots, \Delta_j)$ определяются методами строительной механики.

Характеристики жесткости консоли в направлении оси рабочего арматурного стержня близки к упругим. Исключение составляет околоарматурная зона, но ввиду малости здесь площадей единичных эпюр, влияние характеристик жесткости этой зоны на общие перемещения консоли незначительно.

Перемещения, связанные с поворотом заделки на угол φ_2 определяются из простых геометрических соотношений:

$$\delta_I = \varphi_2 \cdot h_{crc}; \quad (16)$$

$$\delta_{II} = \varphi_2 \cdot \left(h_{crc} - \frac{1}{3}t \right); \quad (17)$$

$$\delta_{III} = \varphi_2 \cdot \left(h_{crc} - t - \frac{5}{8}m \right); \quad (18)$$

Таким образом, определяются параметры, входящие в формулы (15), (16), (18) и, следовательно, перемещения $(\Delta_1, \dots, \Delta_n)$, а также угол поворота φ_2 . Переходя к соответствующим податливостям элемента, будем иметь:

$$C_I = \frac{2 \cdot \Delta_I}{\Delta T}; \quad (19) \quad C_{II} = \frac{2 \cdot \Delta_{II}}{-P_1}; \quad (20)$$

$$C_{III} = \frac{2 \cdot \Delta_{III}}{P_2}; \quad (21)$$

$$C_0 = \frac{2 \cdot \varphi_2}{M_{con}} \quad (22)$$

и т.д. При этом, определение параметров, входящих в формулы (19)–(22) не представляет особых затруднений, например:

$$P_1 = 0.5 \cdot \sigma'_{bt} \cdot b \cdot t; \quad (23)$$

$$P_2 = \frac{2}{3} \cdot R_{bt} \cdot b \cdot m. \quad (24)$$

Податливость, соответствующая распределенной нагрузке, может быть выражена в виде:

$$C_q = \frac{2 \cdot A_{\Delta q}}{q}; \quad (25)$$

где $q = b \cdot R_{bt} / A_{\Delta q}$ – площадь эпюры перемещений на участке распределенной нагрузки. Аналогичным образом отыскиваются и другие параметры, приведенные на рис. 1.

Теперь, когда все параметры, входящие в формулу (15), выражены в виде функции от параметра h_{crc} (именно по этому параметру выполняется дифференцирование в случае использования, в качестве расчетного, длинного ДКЭ), можно переходить к преобразованиям этой формулы:

$$\begin{aligned} \zeta_{bu} = \frac{1}{3b} \cdot \left(\Delta T^2 \cdot \frac{\partial C_I}{\partial h_{crc}} + P_1^2 \cdot \frac{\partial C_{II}}{\partial h_{crc}} + P_2^2 \cdot \frac{\partial C_{III}}{\partial h_{crc}} \right) + b^2 R_{bt}^2 \cdot \frac{\partial C_q}{\partial h_{crc}} + M_{con}^2 \cdot \frac{\partial C_0}{\partial h_{crc}} - \\ - C_I \Delta T \cdot \frac{\partial \Delta T}{\partial h_{crc}} - C_{II} P_1 \cdot \frac{\partial P_1}{\partial h_{crc}} - C_{III} P_2 \cdot \frac{\partial P_2}{\partial h_{crc}} - C_0 M_{con} \cdot \frac{\partial M_{con}}{\partial h_{crc}}. \quad (26) \end{aligned}$$

Выполняя почленное дифференцирование и после соответствующих алгебраических преобразований, будем иметь зависимость, связывающую касательное усилие, возникающее в непосредственной близости от трещины (ΔT) с длиной ее развития h_{crc} через новую константу бетона ζ_{bu} .

$$\Delta T = \frac{h_{crc} \cdot (\eta_{15} - \eta_5 - \eta_8) - \zeta_{\tau} \cdot \varepsilon_{q_{1el}} \cdot b \cdot t \cdot \eta_2 + 0.5 \cdot h_{crc}^2 \cdot \eta_{14}}{\eta_2 + h_{crc} \cdot (\eta_1 + 2 \cdot \eta_7 - \eta_8)}. \quad (27)$$

Зная, что

$$\eta_{15} = \frac{1}{3b} \cdot \left(\gamma_2 \cdot \lambda_6 - \frac{1}{3}t \cdot \gamma_1 \cdot \lambda_7 - \frac{1}{3}t \cdot \gamma_1 \cdot \lambda_{10} \cdot \gamma_2 - \lambda_3 \right) - \zeta_{bu}, \quad (28)$$

обозначим

$$S = \frac{1}{3b} \cdot \left(\gamma_2 \cdot \lambda_6 - \frac{1}{3} t \cdot \gamma_1 \cdot \lambda_7 - \frac{1}{3} t \cdot \gamma_1 \cdot \lambda_{10} \cdot \gamma_2 - \lambda_3 \right), \quad (29)$$

тогда,

$$\eta_{15} = S - \zeta_{bu}, \quad (30)$$

где

$$\eta_1 = \frac{1}{3b} \cdot \left(-\frac{1}{3} \cdot t \cdot \lambda_1 \right); \quad \eta_2 = \frac{1}{3b} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot t \cdot \lambda_2 + \frac{1}{9} t^2 \cdot \lambda_{10} \right); \quad (31)$$

$$\eta_5 = \frac{1}{3b} \cdot \left(\frac{2}{3} t \cdot \gamma_1 \cdot \lambda_1 + 2\gamma_2 \cdot \lambda_1 - \frac{1}{3} t \cdot \lambda_4 + \frac{1}{9} t^2 \cdot \gamma_1 \cdot \lambda_{10} \right); \quad (32)$$

$$\eta_7 = \frac{1}{3b} \cdot \frac{1}{3} t \cdot \lambda_1; \quad \eta_8 = \frac{1}{3b} \cdot \left(-\frac{1}{3} t \cdot \lambda_6 - \gamma_2 \cdot \lambda_1 - \frac{1}{3} t \cdot \gamma_1 \cdot \lambda_2 + \frac{1}{9} t^2 \cdot \gamma_1 \cdot \lambda_{10} \right); \quad (33)$$

$$\eta_{14} = \frac{1}{3b} \cdot \left(-\frac{1}{3} t \cdot \gamma_1 \cdot \lambda_6 + \gamma_2 \cdot \lambda_8 + \gamma_1 \cdot \lambda_7 - \frac{1}{3} t \cdot \gamma_1 \cdot \lambda_4 + \gamma_1 \cdot \gamma_2 \cdot \lambda_{10} + \frac{1}{9} t^2 \cdot \gamma_1^2 \cdot \lambda_{10} + \lambda_{12} \right). \quad (34)$$

Из зависимости (27) определяются касательные напряжения в зоне, непосредственно прилегающей к трещине. Здесь, как показывают численные и экспериментальные исследования, имеет место резкое возмущение касательных напряжений, которое сопровождается сменой знака и их скачкообразным увеличением. При этом изменяется знак и нормальных напряжений в бетоне (из растягивающих они превращаются в сжимающие), что также подтверждается экспериментально [3, 4–6, 13]. Это объясняется тем, что после образования трещин, сплошность бетона нарушается и его деформирование уже не подчиняется законам сплошного тела. В зонах, расположенных в непосредственной близости к трещинам, имеет место концентрация деформаций, которая перенасыщает потребность системы (состоящей из бетонных блоков и арматуры при заданной статической схеме) в деформациях. Таким образом, в трещинах возникает дополнительно деформационное воздействие. В численных экспериментах получена картина напряженно-деформированного состояния, аналогичная опытной. Тогда, причиной возмущения НДС в зонах, прилегающим к трещинам, является дополнительное деформационное воздействие в трещине, которое необходимо учитывать в расчете. При этом выявлена связь составляющих напряженно-деформированного состояния в зоне возмущения с удельной энергией образования новых поверхностей трещины, освобождающейся в зоне предразрушения. В результате получено новое решение задачи о напряженно-деформированном состоянии железобетонных конструкций в области, непосредственно прилегающей к трещине. Используемые в расчетной модели параметры являются функциями от R_{bt} , E_b , m , t , b , I_{con} . Кроме того, прослеживается зависимость напряженно-деформированного состояния железобетонного элемента в зоне прилегающей к трещине от углов поворота нейтральной оси φ_1 стержневого железобетонного элемента и углов поворота заделок с обоих концов двухконсольного элемента, а также от константы бетона ζ_{bu} .

Длина трещины h_{crc} в общем случае определяется из уравнений механики разрушения, с использованием условия (2). После дифференцирования (27) с учетом формул (28)–(34), будем иметь:

$$0.5 \cdot \eta_{14} \cdot h_{crc}^2 + (\Delta T \eta_8 - S - \eta_5 - \eta_8 - \eta_{14} - \Delta T \eta_1 - 2\Delta T \cdot \eta_7) \cdot h_{crc} - S - \eta_5 - \eta_8 - \Delta T \eta_1 - 2 \cdot \Delta T \eta_7 + \Delta T \eta_8 - \xi_\tau \cdot \varepsilon_{q_{el}} \cdot b \cdot t \cdot \eta_2 - \Delta T \eta_2 = 0. \quad (35)$$

В итоге получена аналитическая зависимость (35) для определения длины трещины h_{crc} . В ряде случаев, значительное упрощение достигается при замыкании зависимости на переходный длинный двухконсольный элемент. Напри-

мер, для изгибаемых железобетонных конструкций в сжатой зоне развитие трещины останавливается. Таким образом, h_{cr} является постоянной величиной, равной $h_0 - x$. В этом случае, привлечение производной от функционала а механики разрушения не требуется, так как h_{cr} известно.

Аналогичная ситуация складывается и в случае рассмотрения короткого двухконсольного элемента, выделяемого между ярусами продольной рабочей арматуры или между поперечными стержнями (хомутами, отгибами). Здесь h_{cr} также известно и равняется половине расстояния между рабочими стержнями и решение заметно упрощается. Что касается определения длины проекции пространственной трещины, то ее можно найти с привлечением функции многих переменных с использованием множителей Лагранжа λ_i .

Таким образом в случае разработки модели короткого двухконсольного элемента стала возможной разработка универсального двухконсольного элемента для сложного сопротивления железобетонных конструкций, в том числе пригодного для сложного напряженного состояния - кручения с изгибом. В тех случаях, когда h_{cr} известно, параметры $X_1 = \Delta T$, $X_2 = P_{bt,c}$, ..., X_n отыскиваются с использованием методов строительной механики.

© Демьянов А.И., Яковенко И.А., Колчунов В.И., 2017

Список литературы

1. ACI Committee 446, Fracture Mechanics. Fracture mechanics of concrete structures. Part I. State-of-Art Report / Edited by Z.P. Bazant. London and New York : Elsevier Applied Science, 1992. Pp. 1–140.
2. Зайцев Ю.В. Механика разрушения для строителей : учеб. пособие для строит. вузов. М. : Высш. шк., 1991. 288 с.
3. Гольшев А.Б., Колчунов В.И. Сопротивление железобетона. Киев : Основа, 2009. 432 с.
4. Колчунов В.И., Яковенко И.А. Разработка двухконсольного элемента механики разрушения для расчета ширины раскрытия трещин железобетонных конструкций // Вестник гражданских инженеров. 2009. № 4 (21). С. 160—163.
5. Hillerborg A., Modeer M., Petersson P.E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements // Cement and Concrete Research. 1976. № 6. Pp. 773–782.
6. Ключева Н.В., Колчунов В.И., Яковенко И.А. Проблемные задачи развития гипотез механики разрушения применительно к расчету железобетонных конструкций // Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. 2014. № 3(29). С. 41—45.
7. Колчунов В.И., Яковенко И.А. Об учете эффекта нарушения сплошности в железобетоне при проектировании реконструкции предприятий текстильной промышленности // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. 2016. № 3 (363). С. 258—263.
8. Гудьер Дж., Либовиц Г., Фрейденваль А. Разрушение : в 7 т. / под ред. А.Ю. Ишлинского ; перевод с англ. Т. 2. Математические основы теории разрушения. М. : Мир, 1975. 768 с.
9. Гарба М.О., Баранецкий А.О., Яковенко И.А., Колчунов В.И. Сопротивление трещинообразованию железобетонных конструкций на изгиб с кручением // САПР Allplan у архітектурі і будівництві : мат. семінару Міжн. наук.-прак. фестивалю (м. Київ, 22–26 квітня 2013р.). Киев : НАУ, 2013. С. 54—59.
10. Демьянов А.И., Колчунов В.И., Сальников А.С., Михайлов М.М. Расчетные модели статико-динамического деформирования железобетонной конструкции при кручении с изгибом в момент образования пространственной трещины // Строительство и реконструкция. 2017. № 3 (71). С. 13—22.
11. Сальников А.С., Ключева Н.В., Колчунов В.И. Метод определения минимальной нагрузки и координат образования пространственной трещины в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом // Промышленное и гражданское строительство. 2016. № 1. С. 52—57.

12. Покусаев А.А., Шавыкина М.В., Колчунов В.И. Расчет расстояния между пространственными трещинами и ширины их раскрытия в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом (случай 1) // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 2 (265). С. 20—29.

13. Демьянов А.И., Колчунов В.И., Яковенко И.А. К задаче динамического догружения арматуры при мгновенном образовании пространственной трещины в железобетонной конструкции при кручении с изгибом // Промышленное и гражданское строительство. 2017. № 9. С. 56—62.

14. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики. М., 2001. 605 с.

15. Бахотский И.В. Экспериментально-теоретическое исследование напряженно-деформированного состояния фиброжелезобетонных элементов, подверженных воздействию кручения с изгибом // Вестник гражданских инженеров. 2013. № 4 (39). С. 55—60.

История статьи:

Дата поступления в редакцию: 21 сентября 2017

Дата принятия к публикации: 8 декабря 2017

Об авторах:

Демьянов Алексей Иванович, кандидат технических наук, доцент кафедры промышленного и гражданского строительства, Юго-Западный государственный университет, Курск, Россия. *Научные интересы:* железобетонные конструкции зданий и сооружений, сопротивление железобетонных конструкций при кручении с изгибом. *Контактная информация:* e-mail: spresscompny@gmail.com

Яковенко Игорь Анатольевич, кандидат технических наук, доцент кафедры компьютерных технологий, Национальный авиационный университет, Киев, Украина. *Научные интересы:* конструкции зданий и сооружений, железобетонные составные конструкции, реконструкция зданий и сооружений, механика разрушения железобетона. *Контактная информация:* e-mail: i2103@ukr.net

Колчунов Владимир Иванович, доктор технических наук, профессор кафедры уникальных зданий и сооружений, Юго-Западный государственный университет, Курск, Россия. Иностраный член РААСН. *Научные интересы:* железобетонные конструкции зданий и сооружений, механика железобетона, реконструкция зданий и сооружений, железобетонные составные конструкции. *Контактная информация:* e-mail: vlik52@mail.ru

Для цитирования:

Демьянов А.И., Яковенко И.А., Колчунов В.И. Трансформационный элемент между зависимостями механики разрушения и уравнениями теории железобетона в условиях сложного сопротивления // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 1. С. 46—56. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-46-56.

TRANSFORMATION ELEMENT BETWEEN THE DEPENDENCE OF THE FRACTURE MECHANICS AND THE EQUATIONS OF THE REINFORCED CONCRETE THEORY IN THE CONDITIONS OF A COMPLEX RESISTANCE

A.I. DEM'YANOV*, I.A. YAKOVENKO**, V.I. KOLCHUNOV*

* Southwest State University, Kursk, Russia

50 let Oktyabrya Street, 94, Kursk, 305040, Russian Federation

**National Aviation University, Kiev, Ukraine

1 Prosp. Kosmonavta Komarova, Kyiv, 03058, Ukraine

The hypothesis of fracture mechanics is developed in the article and a universal short dual-console element is designed for reinforced concrete structures of buildings and structures. The proposed dual-console element is applicable to the evaluation of reinforced concrete structures resistance under conditions of various force and deformation effects, including torsion with bending. Simplified dependences are constructed for the energy functional and the specifics and features of the construction of a dual-console fracture mechanics element in the zones adjacent to the spatial cracks are considered taking into account the discontinuity effect. The dual-console element is the connecting link and serves as a transformational element between the dependencies of fracture mechanics and the equations of reinforced concrete theory.

Keywords: dual-console element, reinforced concrete constructions, energy functional, spatial cracks, fracture mechanics

References

1. ACI Committee 446, Fracture Mechanics (1992). Bažant Z.P., ed. Fracture mechanics of concrete structures. Part I, State-of-Art Report. Elsevier Applied Science, London and New York: 1–140.
2. Zaitsev, Yu.V. (1991). *Destruction Mechanics for Builders*. Moscow: Vysshaya Shkola publ. 288 p. (In Russ.).
3. Golyshev, A.B., Kolchunov V.I. (2009). [*Soprotivlenie zhelezobetona*] *Resistance of Reinforced Concrete*. Kiev: Osnova publ. 432. (In Russ.).
4. Kolchunov, V.I., Yakovenko, I.A. (2009). The development of dual console fracture mechanics element to calculate the width opening of cracks in reinforced concrete constructions. *Bulletin of Civil Engineers*, 4 (21), 160—163. (In Russ.).
5. Hillerborg, A., Modeer, M., and Petersson, P.E. (1976). Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, (6), 773—782.
6. Klyuyeva, N.V., Kolchunov, V.I., Yakovenko, I.A. (2014). Problem development tasks of hypotheses of mechanics of destruction as applied to analysis of reinforced concrete structures. *News of the Kazan State University of Architecture and Engineering*, 3 (29), 41—45. (In Russ.).
7. Kolchunov, V.I., Yakovenko, I.A. (2016). About the violation solid effect of reinforced concrete in reconstruction design of textile industry enterprises. *The News of Higher Educational Institutions. Technology of Textile Industry*, 3(363), 258—263. (In Russ.).
8. Guder Dzh., Libovits G., Freidental A., Yhlynskii A.Y., ed. (1975). *Razrushenie. T. 2. Matematicheskie osnovy teorii razrusheniya [Destruction. Part 2: Mathematical fundamentals theory of destruction]*. Moscow: Mir publ. 768. (In Russ.).
9. Garba, M.O., Baranetsky, A.O., Yakovenko, I.A., Kolchunov, V.I. (2013). The resistance to the cracking of reinforced concrete structures under the action torsion with bending. *Allplan CAD in Architecture and Building*, Kiev, the 22-26th of April 2013. Kiev: NAU publ. 54—59. (In Russ.).
10. Dem'yanov, A.I., Kolchunov, V.I., Salnikov, A.S., Mikhailov, M.M. (2017). The calculation models of static-dynamic deformation of a reinforced concrete structure under the action torsion with bending at the moment of spatial crack formation. *Building and Reconstruction*, 3 (71), 13—22. (In Russ.).
11. Salnikov, A.S., Klyuyeva, N.V., Kolchunov, V.I. (2016). A method for determining the minimum load and the coordinates of the formation of a spatial crack in reinforced concrete structures with torsion with bending. *Industrial and Civil Engineering*, (1), 52—57. (In Russ.).
12. Pokusaev, A.A., Shavykina, M.V., Kolchunov, V.I. (2016). Calculation of the distance between the spatial cracks and the width of their opening in reinforced concrete structures in torsion with a bend (case 1). *Construction Mechanics and Calculation of Structures*, 2 (265), 20—29. (In Russ.).
13. Dem'yanov, A.I., Kolchunov, V.I., Yakovenko I.A. (2017). To the problem of dynamic reinforcement after the instantaneous formation of a spatial crack in a reinforced concrete structure under the action torsion with bending. *Industrial and Civil Engineering*, (9), 56—62. (In Russ.).
14. Rogers D., Adams J. (2001). *Matematicheskie osnovy mashinnoi grafiki [Mathematical foundations of computer graphics]*. Moscow, 605 p. (In Russ.).
15. Bakhotsky I.V. (2013). Experimental-theoretical study of the stress-strain state of fiber-reinforced concrete elements subject to torsional influences with bending. *Bulletin of Civil Engineers*, 4 (39), 55—60. (In Russ.).

Article history: Received: September 21, 2017 Revised: November 12, 2017 Accepted: December 8, 2017

About the authors:

Alexey I. Dem'yanov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Industrial and Civil Engineering Department Southwest State University, Kursk, Russia. *Scientific interests:* reinforced concrete structures of buildings and structures, resistance of reinforced concrete structures under the action torsion with bending. *Contact information:* e-mail: speccompany@gmail.com

Igor A. Yakovenko, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Computer Technology of Construction Department National Aviation University, Kiev, Ukraine. *Scientific interests:* reinforced concrete structures of buildings and structures, reinforced concrete composite structures, reconstruction of buildings and structures, mechanics of destruction of reinforced concrete. *Contact information:* e-mail: i2103@ukr.net

Vladimir I. Kolchunov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Unique Buildings and Structures Department, Southwest State University, Kursk, Russia. Foreign member of RAASN. *Scientific interests:* reinforced concrete structures of buildings and structures, mechanics of reinforced concrete, reconstruction of buildings and structures, reinforced concrete composite structures. *Contact information:* e-mail: vlik52@mail.ru

For citation: Dem'yanov, A.I., Kolchunov, V.I., Yakovenko I.A. (2018). Transformation element between the dependence of the fracture mechanics and the equations of the reinforced concrete theory in the conditions of a complex resistance. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(1), 46—56. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-46-56.

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ КОНСОЛЬНЫХ КАБЕЛЕДЕРЖАТЕЛЕЙ ТИПА ККЧ-3; 4; 6

А.А. ФРОЛОВ, Ю.А. МОРОЗОВ, Е.Ю. ВЕРХОВ

Московский политехнический университет, Москва, Россия
111250, Москва, ул. Большая Семеновская, 38

Экспериментальные исследования нагруженности кабеледержателей (консолей) типа ККЧ (используются в качестве опор при прокладке кабелей в проходящих колодцах) показали их чрезмерно большие размеры (толщина ребра и ложа), что приводит к излишним затратам материала при изготовлении и, как следствие, завышенной стоимости. С использованием метода конечно-элементного анализа в программном пакете Siemens NX посредством решателя NX NASTRAN рассматривается напряженное состояние кабеледержателей (консолей) типа ККЧ-3; 4; 6. В качестве геометрической модели использовалась модель сплошного твердого тела, подготовленная в пакете AutoDesk Inventor. Показана возможность уменьшения размеров консоли при сохранении допустимых нагрузок, что позволяет существенно уменьшить их материалоемкость, не меняя прочностных параметров.

Возможное уменьшение массы составляет примерно 22...24 % от первоначальной величины. Учитывая, что в настоящее время прокладываемые кабели имеют значительно меньшую массу, необходима разработка новых ГОСТов на рассматриваемый вид изделий. На основе полученных результатов целесообразно также рассмотреть вопросы перехода при изготовлении консолей на новые материалы (пластики, композиты и т.д.) с целью повышения их эксплуатационных свойств, еще большего снижения массы и возможного уменьшения стоимости.

Ключевые слова: кабеледержатель, метод конечных элементов, конечно-элементная сетка, программный комплекс МКЭ, оптимизация размеров

Консоли, типа ККЧ (рис. 1) [1], согласно ГОСТ 8850-80, а также ТУ 45-87-6е.413000, принятому в одном из основных поставщиков этой продукции ЗАО «Связьстройдеталь», Москва, должны изготавливаться литьем из серого чугуна марки не ниже СЧ-15 (ГОСТ 1412—85) [2].

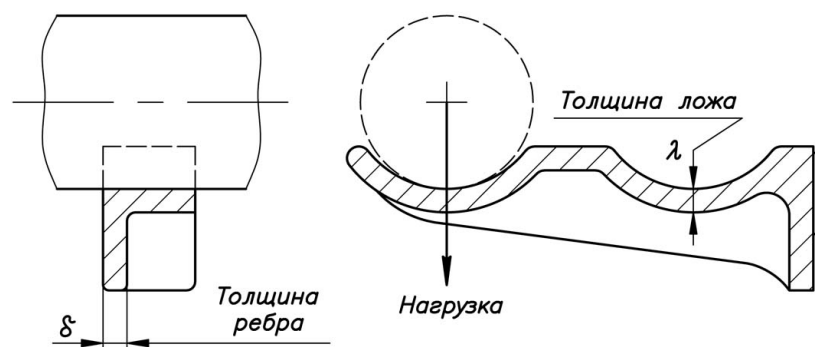


Рис. 1. Форма и размеры поперечного сечения консоли ККЧ-2

Приемка готовой партии консолей осуществляется по многим параметрам, но одним из определяющих является их механическая прочность. Для этого консоль закрепляют болтовым соединением к несущей поверхности (полностью соответствует условиям эксплуатации), а с противоположной стороны в центре крайнего ручья прикладывается сила в 160 кг (1570 Н) с выдержкой под нагрузкой в течение 10 мин. После испытания производится внешний осмотр консоли

на предмет появления трещин, механические повреждения не допускаются [3, 4].

Моделирование напряженно-деформированного состояния двухручьевой консоли ККЧ-2 (использовался комплекс программ «Ansys») показали возможность уменьшение массы детали на 23,4 % [5].

В настоящей работе проведены аналогичные расчеты других используемых типов консолей – трех-, четырех- и шестиручьевых с целью нахождения минимально возможных размеров ребра и ложа, а также массы изделий (рис. 2).

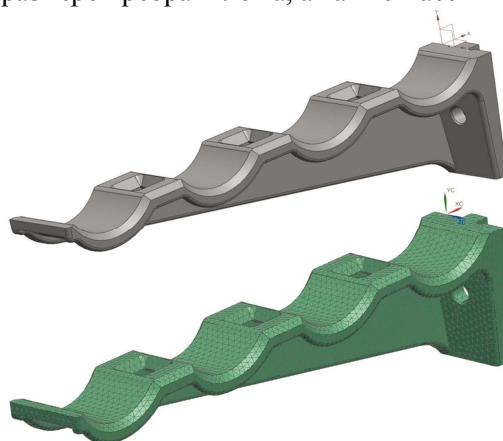


Рис. 2. Геометрическая модель (вверху) и конечно-элементная сетка (внизу) 4-х ручьевой консоли ККЧ-4

Конечно-элементная сетка (программный пакет *Siemens NX*, решатель *NX NASTRAN*) создавалась в виде трехмерных тетраэдральных элементов с 10 узловыми точками на каждом элементе размером 5 мм [6, 7]. Для всех вариантов расчетов использовались одинаковые граничные условия – ограничение в виде «заделки» на плоскости, закрепляемой консольным болтом (рис. 3).

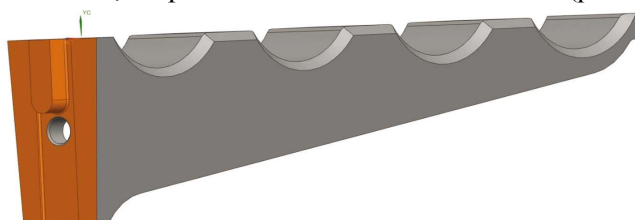


Рис. 3. Плоскость закрепление («заделка») для консоли

Стандартная сила 1570 Н прикладывается по линии в центре дальнего от заделки ложа, перпендикулярно оси консоли (рис. 4).

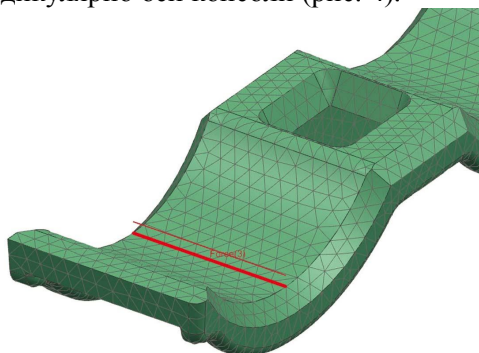


Рис. 4. Схема приложения стандартной нагрузки по центру крайнего ложа

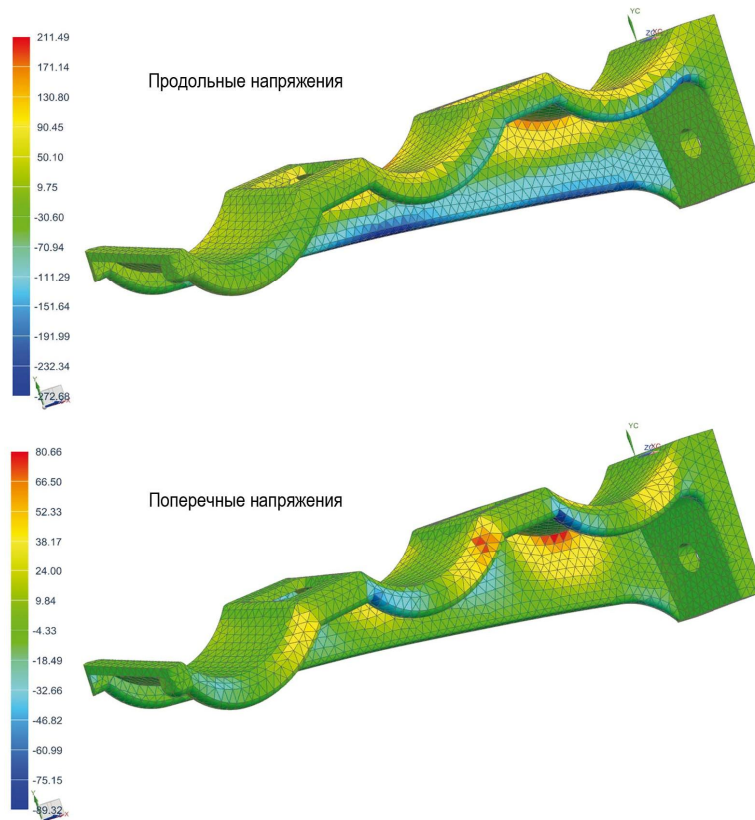


Рис. 5. Распределение напряжений (МПа) для 3-х ручьевой консоли ККЧ-3

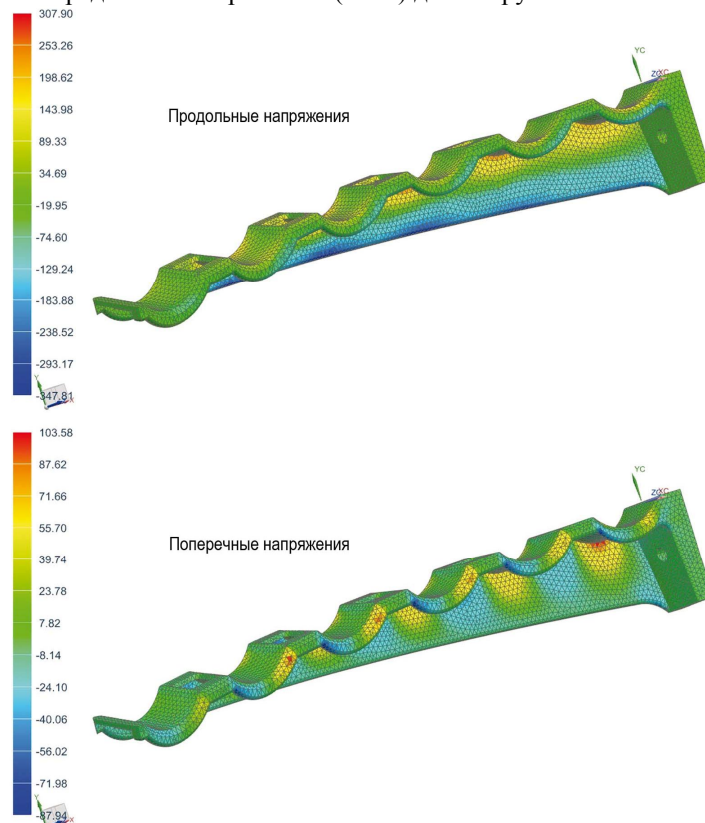


Рис. 6. Распределение напряжений (МПа) для 6-ти ручьевой консоли ККЧ-6

Для каждого вида консолей (ККЧ-3; 4; 6) были просчитаны 9 вариантов различных сочетаний толщин ребра жесткости и ложе с шагом 2 мм (табл. 1) [8]. Для самого неблагоприятного с точки зрения нагружения варианта расчета №9, ввиду минимальных толщин рассматриваемых элементов консоли, на рис. 5; 6 показаны характерные картины распределения продольных и поперечных напряжений в консолях ККЧ-3 и ККЧ-6.

Таблица 1. Варианты расчетов для исследуемых консолей

№ расчета	Материал консоли	Нагрузка, Н	Толщина	
			ребро, мм	ложе, мм
1	СЧ-20	1570	8,0	8,0
2	СЧ-20	1570	8,0	6,0
3	СЧ-20	1570	8,0	4,0
4	СЧ-20	1570	6,0	8,0
5	СЧ-20	1570	6,0	6,0
6	СЧ-20	1570	6,0	4,0
7	СЧ-20	1570	4,0	8,0
8	СЧ-20	1570	4,0	6,0
9	СЧ-20	1570	4,0	4,0

Отметим, что аналогичные по характеру распределения картины получены и для других вариантов расчета.

Сводные результаты рассмотренных вариантов расчетов консолей типов ККЧ-3; 4; 6 представлены в табл. 2-4.

Таблица 2. Результаты расчетов консоли с 3-мя ручьями ККЧ-3

№ расч.	Особенность конструкции		Продольные напряжения, МПа	Поперечные напряжения, МПа	Масса, кг
	ребро, мм	ложе, мм			
1	8,0	8,0	139,74	37,89	1,944
2	8,0	6,0	149,63	55,39	1,777
3	8,0	4,0	160,24	62,83	1,613
4	6,0	8,0	172,03	42,72	1,832
5	6,0	6,0	177,88	69,22	1,654
6	6,0	4,0	202,41	72,22	1,481
7	4,0	8,0	226,94	57,96	1,720
8	4,0	6,0	249,40	70,95	1,532
9	4,0	4,0	272,68	89,32	1,350

Таблица 3. Результаты расчетов консоли с 4-мя ручьями ККЧ-4

№ расч.	Особенность конструкции		Продольные напряжения, МПа	Поперечные напряжения, МПа	Масса, кг
	ребро, мм	ложе, мм			
1	8,0	8,0	154,55	45,91	3,186
2	8,0	6,0	165,90	59,68	2,660
3	8,0	4,0	175,91	63,86	2,434
4	6,0	8,0	192,24	47,06	2,661
5	6,0	6,0	206,61	62,90	2,419
6	6,0	4,0	222,81	72,53	2,180
7	4,0	8,0	255,20	63,06	2,434
8	4,0	6,0	288,36	74,41	2,179
9	4,0	4,0	308,50	84,08	1,928

Из анализа полученных результатов можно сделать следующие выводы.

1. Продольные напряжения существенно превышают поперечные напряжения.

2. Уменьшение размеров поперечного сечения приводит к росту напряжений, наиболее «опасные» продольные растягивающие напряжения возникают в верхних слоях, в то время как нижние слои остаются сжатыми.

Таблица 4. Результаты расчетов консоли с 6-ю ручьями ККЧ-6

№ расч.	Особенность конструкции		Продольные напряжения, МПа	Поперечные напряжения, МПа	Масса, кг
	ребро, мм	ложе, мм			
1	8,0	8,0	170,48	55,69	4,746
2	8,0	6,0	180,82	68,89	3,999
3	8,0	4,0	197,61	70,02	3,649
4	6,0	8,0	212,43	54,65	3,994
5	6,0	6,0	231,17	73,10	3,621
6	6,0	4,0	249,14	84,30	3,253
7	4,0	8,0	283,38	73,63	3,646
8	4,0	6,0	315,60	91,17	3,246
9	4,0	4,0	347,81	103,58	2,860

3. Для трех- четырех- и шестиручьевой консолей найдены минимально возможные значения толщин ребра жесткости и ложа ($\delta = 6$ мм, $\lambda = 4$ мм; $\delta = 6$ мм, $\lambda = 6$ мм; $\delta = 8$ мм, $\lambda = 4$ мм соответственно), при которых напряжения в опасных сечениях консолей находятся вблизи предела прочности для чугуна марки СЧ-20, принятого равным 200 МПа.

4. Возможное уменьшение массы составляет примерно 22...24 % от первоначальной величины. Однако учитывая большие исходные значения массы консолей ККЧ-3; 4; 6 по сравнению с ККЧ-2 абсолютные величины снижения расхода материала будут еще более значимыми.

5. Учитывая значительную потребность в указанных деталях (сотни тысяч штук в год) можно говорить о существенной экономии при их изготовлении и, как следствие, снижении цены.

В заключении укажем, что основные направления дальнейших исследований по данной тематике с нашей точки зрения должны заключаться в следующем:

- проведение проверочных экспериментальных исследований для консолей с найденными измененными геометрическими параметрами лож и ребра жесткости;

- внесение обоснованных изменений в технические условия как по предельным нагрузкам при приемке консолей, так и уменьшении размеров толщин лож и ребер жесткости.

Учитывая, что в настоящее время прокладываемые кабели имеют значительно меньшую массу желательное внесение изменений в технические условия касательно применяемых предельных нагрузок при приемочных испытаниях.

Основываясь на проведенных исследованиях, необходима разработка новых ГОСТов на рассматриваемый вид изделий.

На основе полученных результатов целесообразно также рассмотреть вопросы перехода при изготовлении консолей на новые материалы (пластики, композиты и т.д.) с целью повышения их эксплуатационных свойств, еще большего снижения массы и возможного уменьшения стоимости.

Список литературы

1. Фролов А.А., Верхов Е.Ю., Морозов Ю.А. Экспериментальное исследование напряженного состояния конструкции консольного кабеледержателя // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. № 4. С. 71—75.
2. Консоли // Связьстройдеталь. Режим доступа: <http://www.ssd.ru/catalog/tile.php?ID=4172>. Дата обращения: 14.09.2017.
3. Буланов Э.А., Шинкин В.Н. Механика. Вводный курс. М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. 172 с.
4. Шинкин В.Н. Механика сплошных сред для металлургов. М. : Изд. дом МИ-СиС, 2014. 628 с.
5. Фролов А.А., Верхов Е.Ю., Морозов Ю.А., Орлов М.А., Михайлов М.С. Моделирование напряженно-деформированного состояния консольного кабеледержателя с использованием метода конечных элементов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2016. № 6. С. 52—58.
6. Tamarozzi T., Heirman G.H.K., Desmet W. An on-line time dependent parametric model order reduction scheme with focus on dynamic stress recovery // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 1 January 2014. Vol. 268. Pp. 336—358.
7. Коробко А.В., Прокуров М.Ю., Черняев А.А. Развитие технической теории расчета пластинчатых конструкций на основе методов геометрического моделирования их формы // Строительство и реконструкция. 2015. № 1. С. 17—21.
8. Морозов Ю.А., Верхов Е.Ю. Компьютерное моделирование : учеб. пособие. М. : МГОУ, 2011. 81 с.

История статьи:

Дата поступления в редакцию: 2 мая 2017 Дата принятия к публикации: 5 октября 2017

Об авторах:

Фролов Андрей Аверкиевич, кандидат технических наук, доцент, Московский политехнический университет. *Научные интересы:* обработка металлов давлением (ОМД), формообразование деталей методами литья и ОМД. *Контактная информация:* e-mail: afrol@inbox.ru

Морозов Юрий Анатольевич, кандидат технических наук, доцент, Московский политехнический университет. *Научные интересы:* исследование и разработка с математическим обеспечением эффективных процессов обработки металлов давлением. *Контактная информация:* e-mail: akafest@mail.ru

Верхов Евгений Юрьевич, кандидат технических наук, доцент, Московский политехнический университет. *Научные интересы:* обработка металлов давлением, формообразование деталей листовой штамповкой. *Контактная информация:* e-mail: uv.evg.yourich@mail.ru

Для цитирования:

Фролов А.А., Морозов Ю.А., Верхов Е.Ю. Напряженное состояние консольных кабеледержателей типа ККЧ-3; 4; 6 // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 1. С. 57—63. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-57-63.

STRESS STATE OF A CANTILEVER CABLE HOLDER OF THE TYPE CCH-3; 4; 6

A.A. FROLOV, YU.A. MOROZOV, E.YU. VERKHOV

Moscow Polytechnic University, Moscow
38 Bolshaya Semenovskaya Street, 107023, Moscow, Russian Federation

Experimental studies of the loading of cable holders (console) type CCH, used as supports for laying cables in passing wells, showed their excessively large dimensions (the thickness of the rib and bed), which leads to unnecessary material costs in the manufacture and, as a result, overestimation. Using the finite element analysis method in the software package Siemens NX via the NX NASTRAN solver, the intense state of cable holders (consoles) of the type CCH-3; 4; 6. As a geometric model, we used the solid solid model prepared in the Auto-Desk Inventor package. The possibility of reducing the size of the console, while maintaining

load capacity, which can significantly reduce their material cost without changing the strength parameters.

The possible reduction in weight is approximately 22 ... 24% of the original value. Considering that currently laid cables have a significantly lower mass, it is necessary to develop new GOSTs for the type of products to be considered. On the basis of the results obtained, it is also advisable to consider transition issues in the manufacture of consoles for new materials (plastics, composites, etc.) in order to increase their operational properties, further reducing the mass and possibly reducing costs.

Keywords: cable holder, finite element method, finite element mesh, FEM software package, size optimization

References

1. Frolov, A.A., Verkhov, E.Yu., Morozov, Yu.A. (2015). Experimental study of the stress state of the structure of the console Cable holder, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (4), 71–75. (In Russ.).
2. ZAO «Svyaz'stroydetal». (2004). *Konsoli [consoles]*. Retrieved from: <http://www.ssd.ru/catalog/tile.php?ID=4172>. (In Russ.).
3. Bulanov, E.A., Shinkin, V.N. (2013). *Mekhanika. Vvodnyy kurs [Mechanics. Introductory course]*. Moscow: BINOM. Laboratoriya znaniy publ. 172. (In Russ.).
4. Shinkin, V.N. (2014). *Mekhanika sploshnykh sred dlya metallurgov [Continuum Mechanics for metallurgists]*. Moscow: MISiS publ. 628. (In Russ.).
5. Frolov, A.A., Verkhov, E.Yu., Morozov, Yu.A., Orlov, M.A., Mikhaylov, M.S. (2016). Simulation of stress-strain state of the console Cable holder using the finite element method, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (6), 52–58. (In Russ.).
6. Tamarozzi, T., Heirman, G.H.K., Desmet, W. (2014). An on-line time dependent parametric model order reduction scheme with focus on dynamic stress recovery. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, (268), 336–358.
7. Korobko, A.V., Prokurov, M.Yu., Chernyaev, A.A. (2015). Development of the technical theory calculation of plate structures based on the methods of geometrical modeling their shape. *Building and reconstruction*, (1), 17–21. (In Russ.).
8. Morozov, Yu.A., Verkhov, E.Yu. (2011). *Komp'yuternoe Modelirovanie [Computer simulation]*. Moscow: MGOU publ. 81. (In Russ.).

Article history: Received: May 2, 2017

Revised: September 12, 2017

Accepted: October 5, 2017

About the authors:

Andrey A. Frolov, Candidate of Engineering Science, graduated from the Moscow Institute of Steel and Alloys (MISiS). At present he is an assistant professor at the Moscow Polytechnic University. *Scientific interests:* metal working with pressure (OMD), molding of parts by casting methods and OMD. *Contact information:* e-mail: afrol@inbox.ru

Yury A. Morozov, Candidate of Engineering Science, graduated from the Moscow State Evening Metallurgical Institute. At present he is an assistant professor at the Moscow Polytechnic University. *Scientific interests:* research and development with mathematical support of effective processes of metal working with pressure. *Contact information:* e-mail: akafest@mail.ru

Evgeniy Y. Verkhov, Candidate of Engineering Science, graduated from the Moscow state machine-building university (MAMI). At present he is an assistant professor at the Moscow Polytechnic University. *Scientific interests:* metal forming, shaping of parts by sheet stamping. *Contact information:* e-mail: uv.evg.yourich@mail.ru

For citation:

Frolov, A.A., Morozov, Yu.A., Verkhov, E.Yu. (2018). Stress state of a cantilever cable holder of the type CCH-3; 4; 6. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(1), 57–63. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-57-63.



ВЛИЯНИЕ КОНСТРУКЦИИ ПРОЗРАЧНОГО ПОКРЫТИЯ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ТЕРМООБРАБОТКИ БЕТОНА В ОПАЛУБОЧНЫХ ФОРМАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СОЛНЕЧНОЙ ЭНЕРГИИ

Д. Д. КОРОТЕЕВ, М. ХАРУН

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия
117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6

Опалубочные формы, оснащенные инвентарными рамами с прозрачным покрытием, являются простейшими гелиотехническими устройствами для тепловой обработки железобетонных изделий при производстве их на полигонах при заводах ЖБИ. По своему конструктивному решению и теплофизическим процессам, протекающим в них, они схожи с солнечными коллекторами, с разницей в том, что теплоприемником является твердеющий бетон. В статье приведены результаты исследований влияния конструкции прозрачного покрытия на эффективность термообработки бетона в опалубочных формах при использовании солнечной энергии в различных климатических условиях. Количество теплоты, поглощенное и потерянное бетоном при прямом нагреве его солнечной энергией в простейших гелиотехнических устройствах типа плоского коллектора, зависит от конструкции прозрачного покрытия. При прочих равных условиях, увеличение количества слоев покрытия негативно влияет на его прозрачность, характеризующуюся коэффициентом пропускания солнечной энергии, но при этом снижает тепловые потери в окружающую среду, характеризующиеся коэффициентом тепловых потерь через прозрачное ограждение. Для оценки эффективности тепловой обработки железобетонных изделий выбраны однослойное и двухслойное прозрачные покрытия, так как увеличение слоев больше двух снижает интенсивность нагрева теплоприемника в дневное время суток и признано учеными в области гелиотехники нецелесообразным. На основе энергетической оценки в результате теплофизических расчетов и экспериментальных исследований выявлено оптимальное количество слоев прозрачного материала в конструкции покрытия. Помимо энергетической оценки, учтены экономические затраты на изготовление конструкции прозрачного покрытия при увеличении его слоев.

Ключевые слова: термообработка бетона, солнечная энергия, опалубочная форма, прозрачное покрытие, энергетическая эффективность

Эффективность тепловой обработки железобетонных изделий с использованием солнечной энергии в опалубочных формах с прозрачным покрытием в значительной степени зависит от конструкции покрытия, в частности, количества слоев и материала, из которого оно изготовлено (рис. 1).

Выбор материала покрытия определяется способностью его пропускать солнечное излучение и выдерживать эксплуатационные нагрузки в процессе изготовления изделий.

Увеличение количества слоев прозрачного покрытия снижает количество теплоты, поглощенное бетоном, за счет уменьшения коэффициента пропускания солнечного излучения и увеличения площади затеняемой поверхности бетона (1):

$$\kappa = \kappa_m + \kappa_n \cdot \kappa_{огр}^{инт} - 1 \quad (1)$$

где κ – коэффициент пропускания солнечной радиации прозрачным ограждением; κ_m – коэффициент затенения; $\kappa_{огр}^{инт}$ – интегральный коэффициент пропускания прозрачного ограждения (зависит от угла падения прямой солнечной радиации, количества слоев и материала прозрачного ограждения); κ_n – коэффициент запыления.

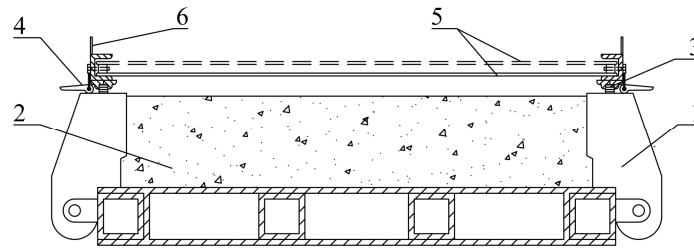


Рис. 1. Принципиальная схема опалубочной формы, оснащенной штатной инвентарной рамой с прозрачным покрытием

1 – опалубочная форма; 2 – свежееотформованный бетон; 3 – гибкая уплотняющая прокладка; 4 – зажим-фиксатор; 5 – однослойное или двухслойное прозрачное покрытие штатной инвентарной рамы; 6 – монтажные петли

В то же время, увеличение слоев прозрачного ограждения снижает потери в окружающую среду (2):

$$U_{пот}^{оз} = \left(\frac{1}{h_k^{\delta-n} + h_l^{\delta-n}} + \frac{1}{h_k^{n_1-n_2} + h_l^{n_1-n_2}} + \dots + \frac{1}{h_k^{n_{n-1}-n_n} + h_l^{n_{n-1}-n_n}} + \frac{1}{h_k^{n-o} + h_l^{n-o}} \right)^{-1}, \quad (2)$$

где $U_{пот}$ – коэффициент тепловых потерь через прозрачное ограждение, Вт/(град·м²);

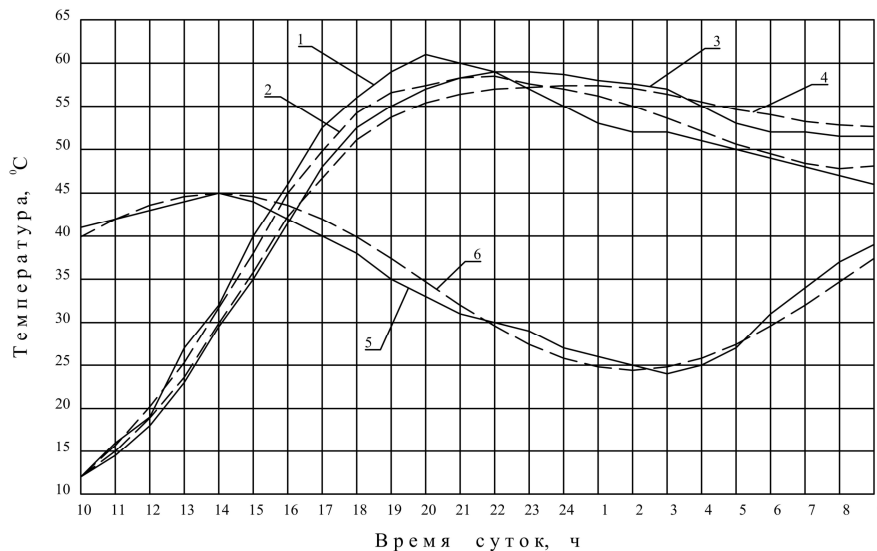


Рис. 2. Температура бетона, твердеющего в опалубочной форме с однослойным и двухслойным прозрачным покрытием в климатических условиях 44° с.ш., июль

1 – температура бетона под однослойным покрытием (эксперимент); 2 – расчетная температура бетона под однослойным покрытием; 3 – температура бетона под двухслойным покрытием (эксперимент); 4 – расчетная температура бетона под двухслойным покрытием; 5 – фактическая температура наружного воздуха во время проведения эксперимента; 6 – расчетная температура наружного воздуха

h_k^{n-o} – конвективный коэффициент теплообмена между прозрачным ограждением и окружающей средой, Вт/(град·м²); h_l^{n-o} – радиационный коэффициент теплообмена между прозрачным ограждением и окружающей средой, Вт/(град·м²); $h_k^{\delta-n}$ – конвективный коэффициент теплообмена между бетоном и прозрачным ограждением, Вт/(град·м²); $h_l^{\delta-n}$ – радиационный коэффициент теплообмена между бетоном и прозрачным ограждением, Вт/(град·м²); $h_k^{n_1-n_2}$ – конвективный коэффициент теплообмена между слоями прозрачного

ограждения, Вт/(град·м²); h_r^{n1-n2} – радиационный коэффициент теплообмена между слоями прозрачного ограждения, Вт/(град·м²);

Отечественные и зарубежные исследователи в области гелиотехники [1—6] установили нецелесообразность применения более двух слоев прозрачного покрытия в конструкции гелиотехнических устройств. Для энергетической оценки изменения конструкции прозрачного покрытия с однослойного на двухслойное проведены теоретические и экспериментальные исследования, результаты которых представлены в табл. 1 и 2, а также на рис. 2. Исследования проведены в температурно-влажностных условиях субтропического (44° с.ш., июль) и умеренно-континентального (56° с.ш., июль) климата. Подробное описание исходных данных и методики проведения теоретических и экспериментальных исследований изложено в работах [7, 8].

Таблица 1

Твердение бетона в опалубочной форме с однослойным и двухслойным прозрачным покрытием в климатических условиях 44° с.ш., июль

Однослойное ограждение, $\delta_{в.л.}=15$ мм					Двухслойное ограждение, $\delta_{в.л.}=15+20$ мм				
Время, ч	$Q_{\text{погл}}$, кДж	$U_{\text{пот}}$, Вт/(°С·м ²)	$Q_{\text{пот}}$, кДж	t_{θ} , °С	Время, ч	$Q_{\text{погл}}$, кДж	$U_{\text{пот}}$, Вт/(°С·м ²)	$Q_{\text{пот}}$, кДж	t_{θ} , °С
10-11	52,6	0,94	-16	12	10-11	41,1	0,38	-13,3	12
11-12	63	0,97	-16	15,7	11-12	54,4	0,39	-13,7	15
12-13	70,6	1	-15	20,7	12-13	65,5	0,4	-13,1	18,9
13-14	75,5	1,02	-12	25,3	13-14	74,4	0,41	-11,1	23,6
14-15	70,8	1,03	-8	31,7	14-15	65,4	0,43	-8	29,9
15-16	63,4	1	-3	38	15-16	54,3	0,44	-4,2	35,8
16-17	51,7	1,38	3	44,9	16-17	40,9	0,43	0,2	42,3
17-18	41,8	6,68	36,3	49,8	17-18	26	2,86	17,1	46,7
18-19	27,1	5,95	37,1	54,2	18-19	9,4	3,03	15,2	51,1
19-20	11	5,78	37,3	56,6	19-20	1,5	3,08	17,5	53,7
20-21	-	5,72	39,2	57,4	20-21	-	3,13	23	55,4
21-22	-	5,69	44,7	58,3	21-22	-	3,17	27,7	56,4
22-23	-	5,68	48,5	58,5	22-23	-	3,2	31,3	57
23-24	-	5,67	51,1	57,6	23-24	-	3,21	34	57,2
24-1	-	5,66	52,5	57	24-1	-	3,23	35,9	57,4
1-2	-	5,65	52,7	56,2	1-2	-	3,23	36,9	57,4
2-3	-	5,66	51,3	55	2-3	-	3,19	35,2	57,1
3-4	-	5,67	48,5	53,6	3-4	-	3,23	35,7	56,4
4-5	-	5,69	44,8	52,1	4-5	-	3,22	33,8	55,5
5-6	-	5,73	40,3	50,6	5-6	-	3,2	31,3	54,6
6-7	-	5,79	35,2	49,5	6-7	-	3,18	28,2	54
7-8	11	5,87	35,1	48,4	7-8	1,5	3,15	24,9	53,2
8-9	27,1	5,98	38,4	47,8	8-9	9,2	3,12	25,2	52,8
9-10	42	6,12	41,8	48,1	9-10	25,1	3,09	30,1	52,6
Зрелость бетона, градусо-часы				1097	Зрелость бетона, градусо-часы				1106
Относительный возраст бетона, сут				5,7	Относительный возраст бетона, сут				5,9
Прогнозируемая прочность бетона, % R ₂₈				72,4	Прогнозируемая прочность бетона, % R ₂₈				73,2
Размеры бетонного образца 20x20x20(h) см; Температура (t_{θ}) в середине бетонного образца; Бетон класса В25, прочность при сжатии в 28-суточном возрасте (эталон) 29,8 МПа. Материал покрытия – пленка полиэтилентерефталатная прозрачная.									

Анализ результатов исследований свидетельствует, что под однослойным прозрачным покрытием нагрев бетона в период солнечного сияния происходит интенсивнее, максимальные значения его температуры на 1,5-2° С превышают

аналогичные значения под двухслойным. После захода солнца бетон под однослойным прозрачным покрытием начинает остывать, в то время как под двухслойным покрытием его температура продолжает расти.

Значения коэффициента тепловых потерь ($U_{\text{пот}}$) двухслойного покрытия снижается почти в 2 раза по сравнению с однослойным. В ночные часы бетон под двухслойным прозрачным покрытием остывает медленнее, максимальное превышение значений его температуры, по сравнению с однослойным покрытием, составляет от 3-5° С (табл. 1) до 8-10° С (табл. 2).

Несмотря на повышение эффективности двухслойного покрытия с понижением среднесуточных температур воздуха, разница в значениях прочности бетона не превышает 4 % R28 (табл. 2).

Таблица 2

Твердение бетона в опалубочной форме с однослойным и двухслойным прозрачным покрытием в климатических условиях 56° с.ш., июль

Однослойное ограждение, $\delta_{в.л.}=10\text{мм}$					Двухслойное ограждение, $\delta_{в.л.}=10+20\text{мм}$				
Время, ч	$Q_{\text{погл}}$, кДж	$U_{\text{пот}}$, Вт/(°С·м ²)	$Q_{\text{пот}}$, кДж	t_b , °С	Время, ч	$Q_{\text{погл}}$, кДж	$U_{\text{пот}}$, Вт/(°С·м ²)	$Q_{\text{пот}}$, кДж	t_b , °С
10-11	36,7	1,13	7,5	21	10-11	28,6	0,42	5,8	21
11-12	44,1	1,15	8,2	23,9	11-12	40,1	0,42	6	22,8
12-13	53,6	15,2	20,5	27,1	12-13	43,4	2,62	27,6	25,3
13-14	60,2	11,2	49,9	30,2	13-14	51,1	3,38	33,2	27,3
14-15	57,9	10,5	51,2	32,3	14-15	42,8	3,61	31,5	29,4
15-16	52,7	10,1	52,9	34,2	15-16	32,9	3,74	29,1	31,4
16-17	44,8	9,93	53,7	36,1	16-17	21,9	3,84	26,6	33,2
17-18	33,7	9,83	52,9	37,4	17-18	7,4	3,94	22,7	35,3
18-19	20,4	9,77	50,7	38,3	18-19	4,8	4,03	21,7	37
19-20	7,2	9,74	48,1	38,8	19-20	3,5	4,11	25,3	38,2
20-21	2,6	9,72	49,6	38,9	20-21	2,1	4,18	28,7	38,9
21-22	0,7	9,7	52,1	38,3	21-22	0,6	4,23	31,6	39,6
22-23	-	9,68	52,9	37,5	22-23	-	4,26	33,7	40,6
23-24	-	9,68	52,5	35,8	23-24	-	4,29	35,2	40,3
24-1	-	9,68	51,5	34,3	24-1	-	4,3	36,2	39,9
1-2	-	9,68	49,6	32,6	1-2	-	4,31	36,6	39,4
2-3	-	9,69	47	31,2	2-3	-	4,3	36,1	39
3-4	-	9,72	43,8	29,7	3-4	-	4,28	35	38,5
4-5	-	9,77	39,9	28,5	4-5	-	4,26	33,7	38,2
5-6	0,7	9,85	35,5	27,3	5-6	0,6	4,24	32	37,9
6-7	2,4	9,99	31	26,4	6-7	2,1	4,21	29,9	37,5
7-8	6,9	10,21	28,2	25,8	7-8	3,6	4,17	27,7	37,3
8-9	19,7	10,57	30,8	25,8	8-9	5	4,13	25,4	37,1
9-10	32,5	11,06	34,7	26,3	9-10	11,9	4,08	27,8	37,1
Зрелость бетона, градусо-часы				757,7	Зрелость бетона, градусо-часы				842
Относительный возраст бетона, сут				2,2	Относительный возраст бетона, сут				2,7
Прогнозируемая прочность бетона, % R ₂₈				49	Прогнозируемая прочность бетона, % R ₂₈				53
Размеры бетонного образца 20x20x20(h) см; Температура (t_b) в середине бетонного образца;									
Бетон класса В25, прочность при сжатии в 28-суточном возрасте (эталон) 29,8 МПа.									
Материал покрытия – пленка полиэтиленовая нестабилизированная неокрашенная									

Увеличение стоимости прозрачного покрытия и трудоемкости его устройства, связанное с креплением дополнительного слоя, а также сходные значения прочности и зрелости бетона под однослойным и двухслойным покрытием, по-

лученные в разных климатических условиях, позволяют сделать вывод о неэффективности применения двухслойного прозрачного покрытия при термообработке железобетонных изделий в опалубочных формах с использованием солнечной энергии.

© Коротеев Д.Д., Харун М., 2017

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. Системы солнечного тепло- и хладоснабжения / Р.Р. Авезов, М.А. Барский-Зорин, И.М. Васильева и др. ; под ред. Э.В. Сарнацкого, С.А. Чистовича. М. : Стройиздат, 1990. 328 с.
2. Валов М.И., Казанджан Б.И. Системы солнечного теплоснабжения. М. : Изд-во МЭИ, 1991. – 140 с.
3. Солнечная энергетика : учеб. пособие для вузов / В.И. Виссарионов, Г.В. Дерюгина, В.А. Кузнецова, Н.К. Малинин ; под ред. В.И. Виссарионова. М. : Изд. дом МЭИ, 2008. 276 с.
4. Тайсаева В.Т. Солнечное теплоснабжение в условиях Сибири. Улан-Удэ : Изд-во БГСХА, 2003. 200 с.
5. Dongellini M., Falcioni S., Morini G.L. Dynamic Simulation of Solar Thermal Collectors for Domestic Hot Water Production // Energy Procedia. 2015. Vol. 82. P. 630—636.
6. Zhang W., Lin K., Yuasa R., Kato S. Experimental and Computational Study for Household Equipment System in a Smart House with Solar Collectors // Energy Procedia. 2015. Vol. 78. P. 3428—3433.
7. Коротеев Д.Д. Организационно-технологическое обеспечение производства железобетонных изделий в полигонных условиях с использованием солнечной энергии : дис. ... канд. техн. наук. М., 2011. 175 с.
8. Подгорнов Н.И. Термообработка бетона с использованием солнечной энергии. М. : Изд-во АСВ, 2010. 328 с.

История статьи:

Дата поступления в редакцию: 20 октября 2017

Дата принятия к публикации: 10 декабря 2017

Об авторах:

Коротеев Дмитрий Дмитриевич, кандидат технических наук, доцент департамента архитектуры и строительства инженерной академии, Российский университет дружбы народов. *Научные интересы:* технология бетонных работ, тепловая обработка бетонных и железобетонных конструкций. *Контактная информация:* e-mail: koroteev_dd@rudn.university

Харун Махмуд, кандидат технических наук, доцент департамента архитектуры и строительства инженерной академии, Российский университет дружбы народов. *Научные интересы:* модифицированные бетоны на композиционных вяжущих. *Контактная информация:* e-mail: kharun_m@rudn.university

Для цитирования:

Коротеев Д.Д., Харун М. Влияние конструкции прозрачного покрытия на эффективность термообработки бетона в опалубочных формах с использованием солнечной энергии // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 1. С. 64—69. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-64-69.

INFLUENCE OF CONSTRUCTION OF TRANSPARENT COVERING ON EFFICIENCY OF CONCRETE HEAT TREATMENT IN SHUTTERING FORMS WITH USING SOLAR ENERGY

D.D. KOROTEEV, M. KHARUN

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)
6 Miklukho-Maklaya Street, Moscow, 117198, Russian Federation

The shuttering forms, equipped by inventory frames with transparent cover, are the simple solar energy equipment for heat treatment of reinforced concrete elements during their manufacturing at the plants. They are similar with solar collectors by their design and thermal-physical processes, taking place in them, with difference that the heat sink is hardening concrete.

The research results of influence of transparent cover construction on efficiency of concrete heat treatment in shuttering forms with employment of solar energy in different climatic conditions are given in the article.

The volume of energy, consumed and lost by concrete during its direct heating by solar energy in the simple solar energy equipment like solar collector, depends on the transparent cover construction. Under other same conditions, the increase of cover layers affects its transparency, which is characterized by the solar energy transmittance, but in this case, it reduces heat losses in environment, which are characterized by the coefficient of heat losses through transparent cover.

One-layer and two-layer transparent covers are chosen for assessment of efficiency of heat treatment of concrete elements, because the increase of cover layers more than two reduces intensity of the heat sink warming in the daytime and it is accepted by scientists in solar energy field as pointless.

Optimal number of transparent material layers in cover construction is determined based on energy assessment in result of thermal-physical calculation and experimental research. The economic losses for production of transparent cover due to the increase of its layers are taken into account in addition with energy assessment.

Keywords: heat treatment of concrete, solar energy, shuttering form, transparent covering, energy efficiency

References

1. Avezov, A.A., Barsky-Zorin, M.A., Vasilyeva, I.M. (1990). *Sistemy solnechnogo teplo- i hladosnabjeniya [Systems of Solar Heat and Cool Supply]*. Moscow: Stroyizdat publ. 328. (In Russ.).
2. Valov, M.I., Kazandjan, B.I. (1991). *Sistemy solnechnogo teplosnabjeniya [Systems of Solar Heat Supply]*. Moscow: Moscow Energy University publ. 140. (In Russ.).
3. Vissarionov, V.I., Deryugina, G.V., Kuznetsov, V.A., Malinin, N.R. (2008). *Solnechnaya Energetika [Solar Energy]*. Moscow: Moscow Energy University publ. 276. (In Russ.).
4. Taysaeva, V.T. (2003). *Solnechnoe teplosnabjienie v usloviyah Sibiri [Solar Heat Supply in Siberia Conditions]*. Ulan-Ude: BGSHPA publisher. 200. (In Russ.).
5. Dongellini, M., Falcioni, S., Morini, G.L. (2015). Dynamic Simulation of Solar Thermal Collectors for Domestic Hot Water Production. *Energy Procedia*, (82), 630–636.
6. Zhang, W., Lin, K., Yuasa, R., Kato, S. (2015). Experimental and Computational Study for Household Equipment System in a Smart House with Solar Collectors. *Energy Procedia*, (78), 3428–3433.
7. Koroteev, D.D. (2011). *Organisatsionno-tehnologicheskoe obespechenie proizvodstvo jelezobetonnih izdeliy v poligonnyh usloviyah s ispolzovaniem solnechnoy energii [Organizational and Technological Supply of Themufacturing of Concrete Elements in Thepolygon Conditions with Employment of Solar Energy]* (PhD Dissertation). Moscow, Russia, 175. (In Russ.).
8. Podgornov, N.I. (2010). *Termoobrabotka betona s ispolzovaniem solnechnoy energii [Thermal Processing of Concrete with Using of Solar Energy]*. Moscow: ASV publ. 328. (In Russ.).

Article history: Received: October 20, 2017

Revised: December 1, 2017

Accepted: December 10, 2017

About the authors:

Dmitry D. Koroteev, Candidate of Technical Science, Associate Professor of department of architecture and civil engineering, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University). *Scientific interests:* technology of concrete works, heat treatment of concrete and reinforced concrete elements. *Contact information:* e-mail: koroteev_dd@rudn.university

Makhmud Kharun, Candidate of Technical Science, Associate Professor, of department of architecture and civil engineering, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University). *Scientific interests:* modified concretes on composite binders.

Contact information: e-mail: kharun_m@rudn.university

For citation:

Koroteev, D.D., Kharun, M. (2018). Influence of construction of transparent covering on efficiency of concrete heat treatment in shuttering forms with using solar energy. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(1), 64–69. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-64-69.



Сейсмостойкость сооружений

УДК: 624.01:550.34

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-70-79

РАСЧЕТНОЕ ОБОСНОВАНИЕ ЗАДАННОГО УРОВНЯ СЕЙСМОСТОЙКОСТИ СООРУЖЕНИЙ

Г.А. ДЖИНЧВЕЛАШВИЛИ*, С.В. БУЛУШЕВ**

*Российский университет транспорта, Москва, Россия
127994, Москва, ул. Образцова, д. 9, стр. 9

**Национальный исследовательский

Московский государственный строительный университет, Москва, Россия
129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26

В настоящий момент, сейсмостойкое проектирование зданий и сооружений основано на силовом расчете. Эффект землетрясения представляется эквивалентными статическими силами. Эти силы рассчитываются с помощью упругих спектров реакций, связывающих абсолютное ускорение сооружения с законом движения грунта (линейно-спектральный метод). Этот метод не может непосредственно учесть ни влияния длительности сильных землетрясений, ни нелинейного поведения конструкций. Энергия, поступившая в сооружение и вызывающая повреждение его элементов, напрямую зависит от продолжительности и частотного состава колебаний грунта.

Входная энергия непосредственно зависит от рассматриваемой модели сооружения. Она может быть определена как на основе теоретических оценок, так и в результате динамического анализа выбранной модели. В результате входная энергия сравнивается с максимальной энергией, которую может воспринять сооружение до его разрушения, т.е. с энергоемкостью. Как правило, сравнению подлежит неупругая часть входной энергии (поглощенной сооружением). В этом заключается идея энергетического метода сейсмостойкого проектирования.

В настоящей работе рассматривается методика расчетного обоснования сейсмостойкости сооружений при помощи нелинейного статического анализа, который основан на энергетическом подходе. Произведены расчеты трехэтажной стальной рамы нелинейным статическим и нелинейным динамическим методами. Приведен сравнительный анализ этих методов, показана значимость высших форм колебаний и необходимость анализа их влияния на реакцию системы.

Ключевые слова: сейсмостойкость, нелинейный метод расчета, нелинейный статический метод расчета, нелинейный динамический метод расчета, pushover analysis, акселерограмма

Введение

Обеспечение надежности и безопасности строительства в сейсмических районах является сложнейшей инженерной задачей. Современные нормы проектирования допускают возможность работы материала конструкций за пределами упругости. Предполагается, что конструкции будут работать нелинейно, и отдельные несущие элементы даже могут быть разрушены. Повреждения этих элементов должны легко выявляться и достаточно просто ремонтироваться. При этом не должен наноситься сильный ущерб всей конструкции¹ [1, 2].

Здания и сооружения должны рассчитываться на сильные землетрясения так, чтобы повреждения и разрушения не превышали заданного уровня. То есть расчет должен производиться с заданным уровнем сейсмостойкости¹.

Нелинейный расчет конструкций требует применения более сложных математических моделей и теорий [1—18].

¹ СП 14.13330.2014. Строительство в сейсмических районах. Актуализированная редакция СНиП II-7—81*. М., 2014

В современных российских нормах по сейсмостойкому строительству при расчете применяется линейно-спектральный метод¹. Этот метод широко применяется во всем мире при расчете на сейсмические воздействия зданий и сооружений, работающих в пределах упругости. При расчете на МРЗ здания и сооружения подвергаются сильному землетрясению. Предполагается возможность возникновения неупругих деформаций и разрушений отдельных конструкций. Использование линейно-спектрального метода с применением коэффициента K_1 , учитывающего допустимые повреждения, может привести к неконсервативным результатам [1—3, 5—9].

Таким образом, при расчете на МРЗ следует применять методы, напрямую учитывающие физическую нелинейность материалов и конструкций. Таким методом является прямой динамический расчет во временной области [1, 5, 12]. Для проведения такого расчета необходимо наличие представительского набора акселерограмм и привлечение специалистов высокого уровня.

Еще один метод, позволяющий учесть нелинейную работу зданий и сооружений — нелинейный статический метод. Он основан на энергетических методах, а принятый в нем подход к проектированию можно рассматривать как проектирование с заданным уровнем сейсмостойкости² [5, 10, 11, 14, 18].

Величина поперечной силы, используемой в этом методе, контролируется параметром p . Распределение поперечной силы пропорционально матрице форм Φ (рис. 1). Вектор поперечной силы \mathbf{P} определяется по формуле:

$$\mathbf{P} = p\mathbf{m}\Phi \quad (1)$$

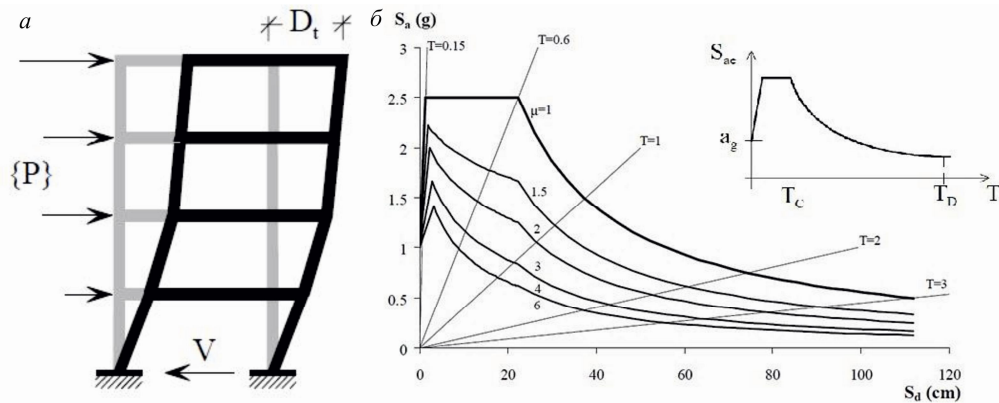


Рис. 1. *a* - Распределение поперечной силы в нелинейном статическом методе;
b - Неупругий спектр ускорений S_a в функции от спектра перемещений S_d
 [Fig. 1. *a* - The distribution of the lateral force in the nonlinear static method;
b - The inelastic acceleration spectrum S_a as a function of the displacement spectrum S_d]

² Applied Technology Council (ATC). Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings. Rep. No. ATC-40, Volumes 1 and 2, Redwood City, CA, 1996.

Applied Technology Council (ATC). Improvement of nonlinear static seismic analysis procedures. Rep. No. ATC-55, Redwood City, CA, 2005.

Building Seismic Safety Council. NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings, FEMA-273, Federal Emergency Management Agency, Washington, DC, 1997.

European Standard. Eurocode-Basis of structural design: EN 1990: 2002(E). April, 2002. 87 p.

FEMA 273. Federal Emergency Management Agency. NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings, Washington, D.C. October, 1997.

FEMA-274. Federal Emergency Management Agency. NEHRP Commentary on the Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings, Washington, D.C. October, 1997.

FEMA 356. Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings. American Society of Civil Engineers (ASCE), Washington, D.C. November, 2000.

NEHRP Recommended Provisions for Seismic Regulations for New Buildings and other Structures. Part 1: 1997 Edition. Building Seismic Safety Council (USA), 342 p.

Постановка и решение нелинейных задач

Система дифференциальных уравнений динамической системы с учетом нелинейной работы материала конструкций может быть записана следующим образом:

$$m\ddot{\mathbf{u}} + c\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{f}_s(\mathbf{u}, \text{sign } \dot{\mathbf{u}}) = -m\mathbf{I}\ddot{u}_g. \tag{2}$$

Раскладывая перемещения нелинейной системы по формам соответствующей линейной системы,

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\varphi}_n q_n(t), \tag{3}$$

можно привести систему к «квазиортогональной» системе нелинейных осцилляторов:

$$\ddot{q}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{q}_n + \frac{F_{sn}}{M_n} = -\Gamma_n \ddot{u}_g, \quad n = 1, 2, \dots, N, \tag{4}$$

где $F_{sn} = F_{sn}(\mathbf{q}, \text{sign } \dot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{f}_s(\mathbf{u}, \text{sign } \dot{\mathbf{u}})$.

Решение уравнений (4) можно записать в виде:

$$q_n(t) = \Gamma_n D_n(t). \tag{5}$$

Подстановка (5) в (4) приведет к более удобной системе:

$$\ddot{D}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{D}_n + \frac{F_{sn}}{L_n} = -\ddot{u}_g, \quad n = 1, 2, \dots, N, \tag{6}$$

где $F_{sn} = F_{sn}(D_n, \text{sign } \dot{D}_n) = \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{f}_s(D_n, \text{sign } \dot{D}_n)$.

Уравнение (6) можно интерпретировать как определяющее уравнение для нелинейного осциллятора по n -й упругой форме колебаний со свойствами малой амплитуды колебаний φ_n ; n -й собственной частотой ω_n и коэффициентом демпфирования ξ_n соответствующей линейной системы МДФ; и нелинейным соотношением $F_{sn} = F_{sn}(D_n, \text{sign } \dot{D}_n)$ между реактивной силой F_{sn}/L_n и модальной координатой D_n , определяемой уравнением (6).

Введение нелинейного осциллятора по n -й упругой форме позволяет расширить устоявшиеся концепции упругих и неупругих систем и позволяет обобщать модальный Pushover analyses [5, 11].

Апробация нелинейного статического метода

Ранее авторами была предложена методика нелинейного статического анализа для расчета зданий и сооружений на сейсмические воздействия с учетом физической и геометрической нелинейностей [3]. Затем была проведена апробация этой методики на простой стальной раме [4].

В данной статье рассмотрена более сложная система: трехэтажная стальная рама. Расчетная схема приведена на рис. 2. Колонны выполнены из стали С345, балки – С245. Диаграммы деформирования приняты упруго-пластическими с упрочнением (рис. 3).

Материалы и сечения были подобраны из расчета линейно-спектральным методом на 8-балльное землетрясение уровня ПЗ в соответствии с СП 14.13330.2014. Расчет был произведе-

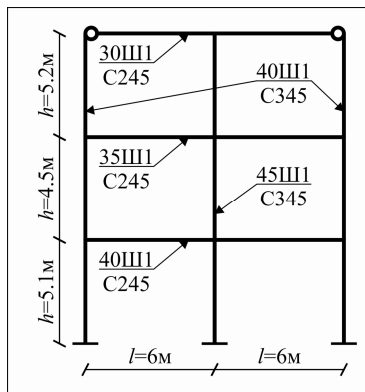


Рис. 2. Расчетная схема
[Fig. 2. The calculation scheme]

ден в программном комплексе Lira 10.6. Максимальный коэффициент использования 0.93. Частота первой формы собственных колебаний системы — 1.136 Гц.

Для анализа точности аппроксимации расчетов по нелинейному статическому методу, по аналогии с [4] данная система была рассчитана на соответствующие землетрясения уровня МРЗ с помощью нелинейного статического метода в ПК Lira 10.6 и Matlab и нелинейного динамического метода в ПК LS-DYNA. Нелинейный динамический расчет производился на Спитакское, Бухарестское и Калифорнийское землетрясения, нормированные на 8 баллов. Акселерограммы и соответствующие спектральные характеристики приведены на рисунках 4–6.

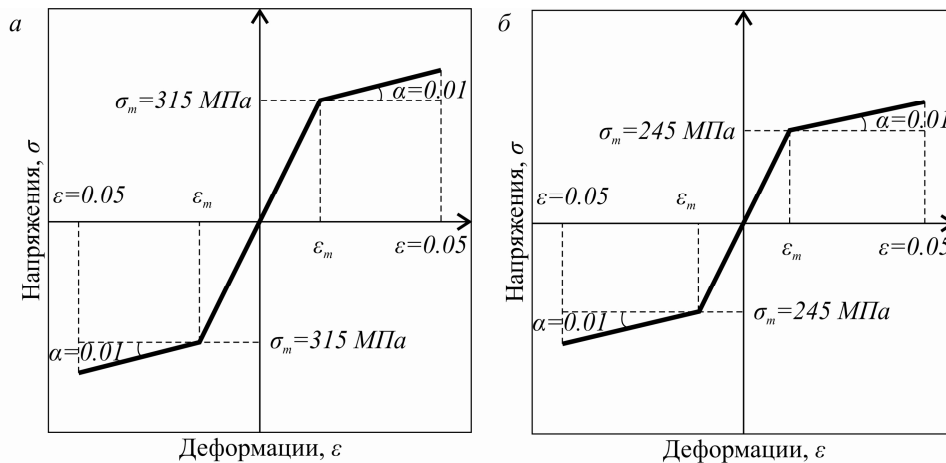


Рис. 3. Диаграммы деформирования стали: *a* – для колонн, *б* – для ригелей
[Fig. 3. Steel deformation diagrams: *a* – for columns, *б* – for crossbars]

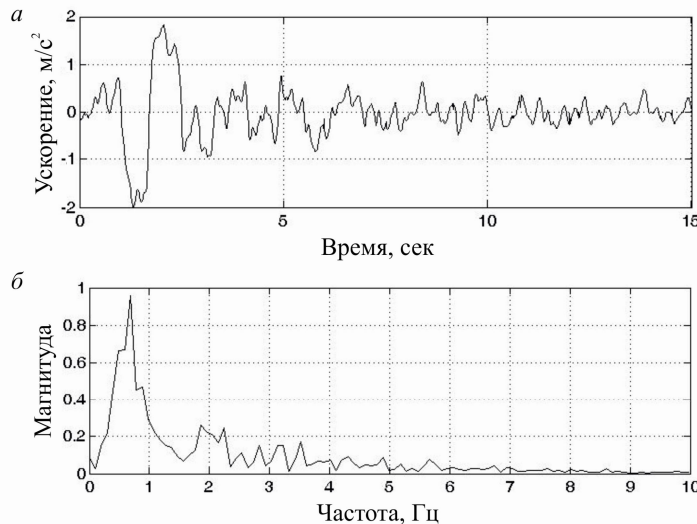


Рис. 4. Бухарестское землетрясение (4.03.1977):
a - акселерограмма; *б* - спектральный состав
[Fig. 4. Bucharrest earthquake (4.03.1977): *a* - accelerogram; *б* - spectral composition]

Далее приведены результаты, полученные нелинейным статическим методом (рис. 7, *a* - и нелинейным динамическим методом (рис. 7, *б* – рис. 7, *г*).
Результаты расчета сведены в табл. 1.

Заклучение

В настоящей работе апробирована методика нелинейного статического анализа, предложенная в [3, 4]. Проведенные исследования показали, что нелинейный статический метод для рассматриваемой трехэтажной рамы является неконсервативным по сравнению с нелинейным динамическим методом для всех трех землетрясений. Это может быть связано с тем, что:

- используемый при расчете нелинейным статическим методом спектр реакции по СП 14.13330.2014¹ не учитывает особенности рассмотренных выше акселерограмм;
- при расчете нелинейным статическим методом учтена только 1-я форма колебаний рамы.

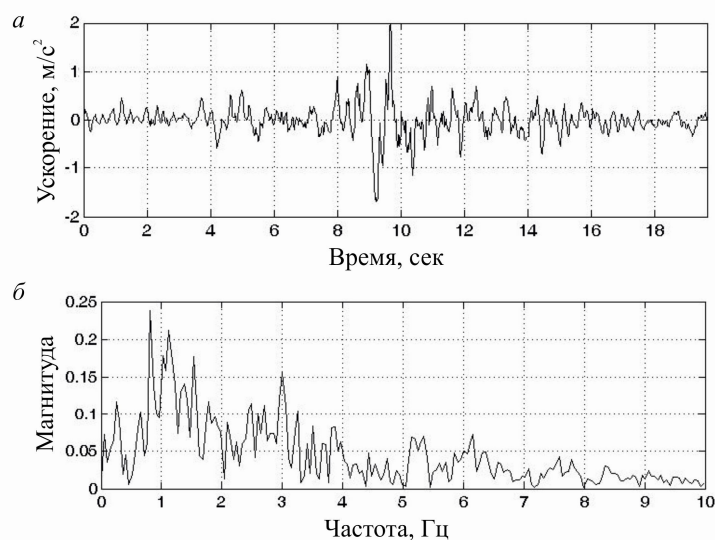


Рис. 5. Спитакское землетрясение (7.12.1988):

a - акселерограмма; *б* - спектральный состав

[Fig. 5. Spitak earthquake (7.12.1988): *a* - accelerogram; *б* - spectral composition]

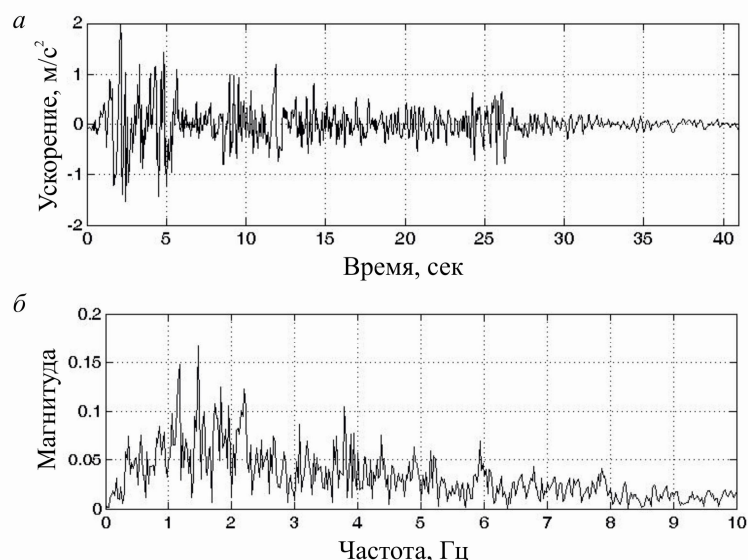


Рис. 6. Калифорнийское землетрясение (18.05.1940):

a - акселерограмма; *б* - спектральный состав

[Fig. 6. California earthquake (18.05.1940): *a* - accelerogram; *б* - spectral composition]

Проведенное исследование показывает значимость высших форм колебаний и необходимость анализа их влияния на реакцию системы [4, 5, 11].

Методика нелинейного статического анализа позволяет отказаться от концепции коэффициента K_1 в СП 14.13330.2014¹, учитывающего допустимые повреждения зданий и сооружений. Это позволяет с большей точностью оценивать реакцию систем определенной конструктивной схемы, допускающих повреждения и пластические деформации, на сейсмическое воздействие.

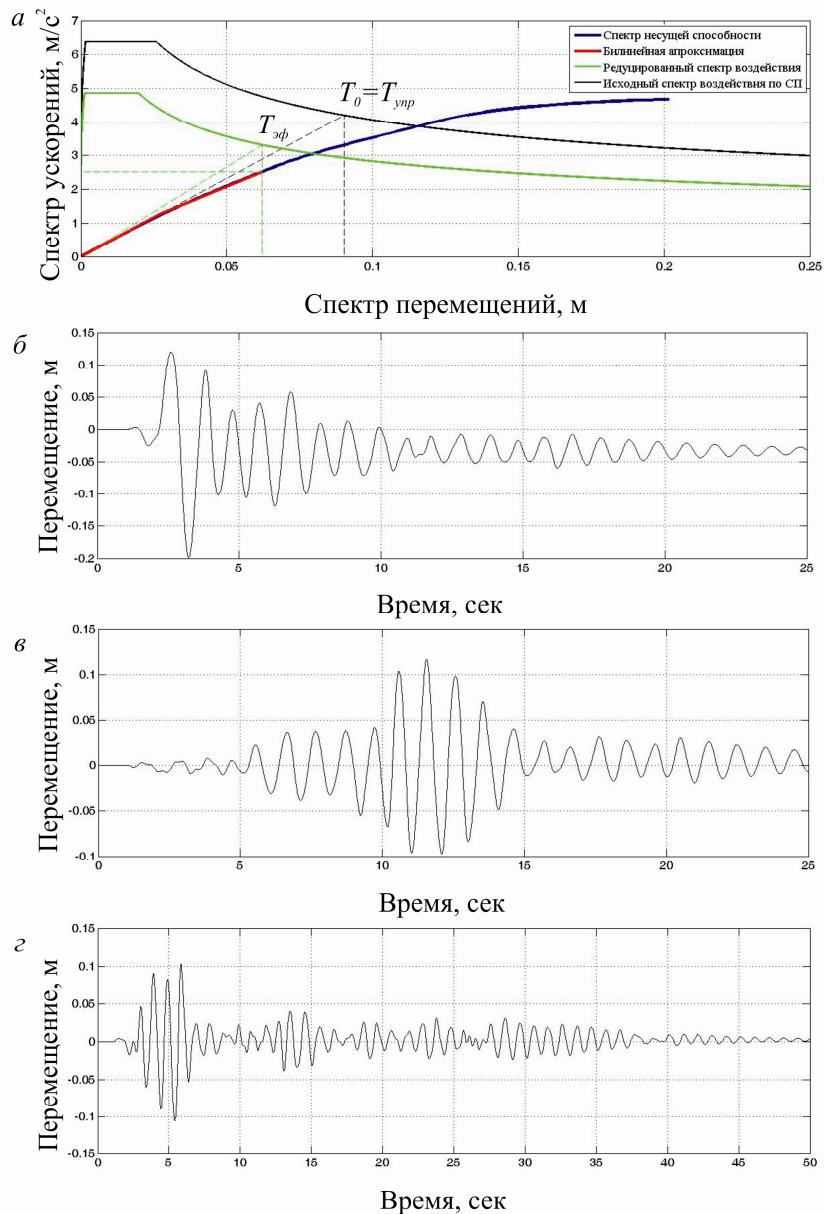


Рис. 7. Перемещения верха конструкции: *a* - нелинейный статический метод; нелинейный динамический метод; *б* - Бухарестское землетрясение; *в* - Спитакское землетрясение; *г* - Калифорнийское землетрясение
 [Fig. 7. Movements of the top of the structure: *a* - nonlinear static method; nonlinear dynamic method; *б* - Bucharest earthquake; *в* - Spitak earthquake; *г* - California earthquake]

Таблица 1. Результаты расчета [Table 1. Results of calculation]

Методы расчета		Доминирующая частота воздействия, Гц	Разница с основной собственной частотой конструкции, %	Максимальное перемещение верха рамы, м	Разница с нелинейным статическим методом, %
Нелинейный статический метод		–	–	0.099	–
Нелинейный динамический метод	Бухарест, 1977	0.684	-39.79	0.199	101.01
	Спитак, 1988	0.815	-28.26	0.117	18.18
	El-Centro, 1940	1.47	29.40	0.105	6.06

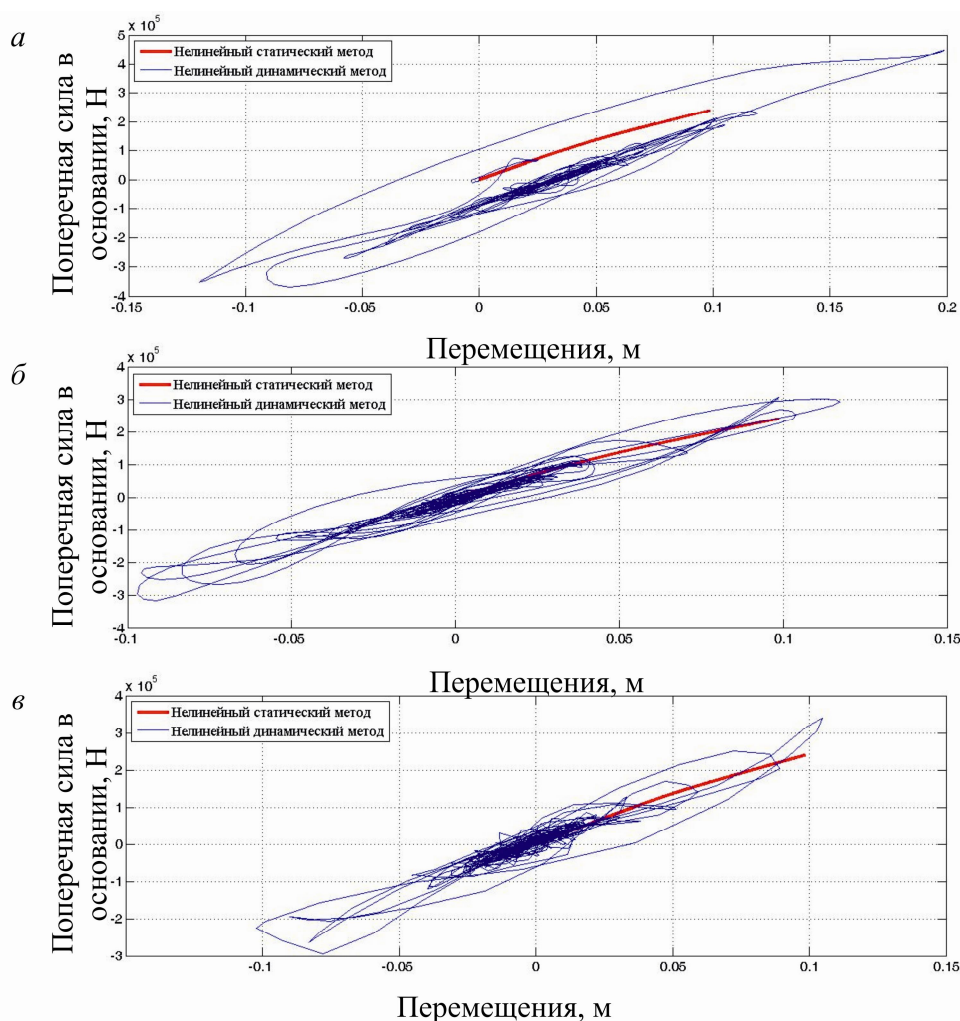


Рис. 8. Зависимость поперечной силы в основании от перемещения верха конструкции:
 а - Бухарестское землетрясение;
 б - Спитакское землетрясение;
 в - Калифорнийское землетрясение

[Fig. 8. Dependence of the lateral force in the base on the displacement of the top of the structure: а - Bucharest earthquake; б - Spitak earthquake; в - California earthquake]

Методика является достаточно простой, что позволяет применять ее в инженерной практике. Так же она может быть внедрена в существующие расчетные комплексы, например в Liga 10.6 [3].

Посвящается светлой памяти Гурама Автандиловича Джинчвелашвили.

Мы потеряли блестящего учёного, исследователя, коллегу, друга, педагога, кристально порядочного человека с талантливым сердцем и огромной душой, мудрого и надежного в науке, работе, семье, дружбе. Рядом с ним все становилось чуть-чуть лучше, чем были. Он так умел видеть людей.

Друзья, коллеги, ученики.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. *Мкртычев О.В., Джинчвелашвили Г.А.* Проблемы учета нелинейностей в теории сейсмостойкости (гипотезы и заблуждения). М. : МГСУ, 2012. (Библиотека научных разработок и проектов МГСУ). 192 с.
2. *Соснин А.В.* Об особенностях методологии нелинейного статического анализа и его согласованности с базовой нормативной методикой расчета зданий и сооружений на действие сейсмических сил // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2016. Т. 16. № 1. С. 12—19.
3. *Джинчвелашвили Г.А., Булушев С.В., Колесников А.В.* Нелинейный статический метод анализа сейсмостойкости зданий и сооружений // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2016. № 5. С. 39—47.
4. *Джинчвелашвили Г.А., Булушев С.В.* Оценка точности нелинейного статического метода анализа сейсмостойкости сооружений // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 2. С. 41—48.
5. *Джинчвелашвили Г.А.* Нелинейные динамические методы расчета зданий и сооружений с заданной обеспеченностью сейсмостойкости : автореф. дисс. ... д-ра. техн. наук. М. : МГСУ, 2015. 46 с.
6. *Задоян П.М.* Оценка сейсмостойкости методом спектра несущей способности // Известия Ереванского государственного университета архитектуры и строительства. 2009. № 2.
7. *Мкртычев О.В., Джинчвелашвили Г.А., Держинский Р.И.* Философия многоуровневого проектирования в свете обеспечения сейсмостойкости сооружений // Геология и геофизика Юга России. 2016. № 1. С. 71—81.
8. *Мкртычев О.В., Джинчвелашвили Г.А.* Оценка работы зданий и сооружений за пределами упругости при сейсмических воздействиях // Theoretical Foundation of Civil Engineering : XXI Russian-Slovak-Polish Seminar. Moscow-Archangelsk 03.07– 06.07.2012. Pp. 177—186.
9. *Немчинов Ю.И., Марьенков Н.Г., Хавкин А.К., Бабик К.Н.* Проектирование зданий с заданным уровнем обеспечения сейсмостойкости (с учетом рекомендаций ЕВРОКОДА 8, международных стандартов и требований ДБН) : монография. Киев : Минрегион Украины, ГП НИИСК, 2012. 53 с.
10. *Chopra A.K., Goel R.K.* Capacity-demand diagram methods based on inelastic design spectrum // Proceedings of 12 World Conference on Earthquake Engineering, Auckland, New Zealand, 2000. Paper № 1612.
11. *Chopra A.K., Goel R.K.* A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings // Earthquake engineering and structural dynamics Earthquake Engng Struct. Dyn. 2002. Vol. 31. Pp. 561—582. DOI: 10.1002/eqe.144.
12. *Clough R.W., Penzien J.* Dynamics of Structures (Third Edition). Computers & Structures, Inc. University Ave., Berkeley, CA 94704, USA. 1995. 752 p.
13. *Datta T.K.* Seismic Analysis of Structures, John Wiley & Sons (Asia) Pte Ltd. 2010. 464 p.
14. *Fajfar P., Krawinkler H.* Performance-Based Seismic Design Concepts and Implementation // Proceedings of the International Workshop Bled, Slovenia, June 28 — July 1, 2004. PEER Report 2004/05, College of Engineering, University of California, Berkeley. 2004.

15. Gupta B. Enhanced pushover procedure and inelastic demand estimation for performance-based seismic evaluation of buildings : Ph.D. Dissertation. Orlando, Florida, University of Central Florida, 1998.

16. Mkrtychev O.V., Dzhinchvelashvili G.A., Busalova M.S. Calculation accelerograms parameters for a "Construction-Basis" model, nonlinear properties of the soil taken into account // Procedia Engineering. 2014. Vol. 91. Pp. 54—57.

17. Paz M. Structural Dynamics: Theory and Computation / Mario Paz, William Leigh. 5th ed., 2004. 844 p.

18. Themelis S. Pushover analysis for seismic assessment and design of structures, Heriot-Watt University, School of Built Environment, 2008.

История статьи:

Дата поступления в редакцию: 4 ноября 2017

Дата принятия к публикации: 3 декабря 2017

Об авторах:

Джинчвелашвили Гурам Автандилович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики и естественных наук, Российский университет транспорта (МИИТ). Контактная информация: e-mail: guram2004@yandex.ru

Булушев Сергей Валерьевич, инженер, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ). Контактная информация: e-mail: sergey.bulushev@gmail.com

Для цитирования:

Джинчвелашвили Г.А., Булушев С.В. Расчетное обоснование заданного уровня сейсмостойкости сооружений // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 1. С. 70—79. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-70-79.

FEASIBILITY EVALUATION FOR A PREDEFINED SEISMIC RESISTANCE OF STRUCTURES

G.A. DZHINCHVELASHVILI*, S.V. BULUSHEV**

* Russian University of Transport, Moscow

9 Obratsov Street, Moscow, 127994, Russian Federation

** Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow

26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation

Nowadays seismic resistant structural design is based on force analysis and on representing the earthquake effect as equivalent static forces set as elastic response spectra (response spectrum method). These response spectra link the law of earth motion to the absolute acceleration of the structure's model. This approach takes no account of either the effect of intense motion duration or of the plastic behavior of the structure. The frequency content and the duration of earth oscillations immediately influence the energy taken in by the building and causing damage to its elements.

In theoretical terms, the input energy depends on the model of the structure in question. The input energy is determined by a dynamic calculation for the selected model or by theoretical assessment. Then, the energy is compared to the energy capacity, i.e. maximum energy which can be conveyed to the building before it collapses. Conventionally, the energy capacity is compared to the plastic component of the input energy (absorbed by the building). This forms the basis for the energy method of seismic structural design.

The present paper considers a seismic resistance feasibility calculation technique employing non-linear statistical analysis based on the energy-centered approach. Non-linear static and non-linear dynamic calculations were run for a three-story frame. The two methods were benchmarked against each other, the importance of the higher modes of vibration was exposed, the importance of analyzing their influence on the system's response was emphasized.

Keywords: seismic resilience, non-linear calculation technique, non-linear dynamic calculation technique, pushover analysis, accelerogram

References

1. Mkrtychev, O.V., Dzhinchvelashvili, G.A. (2012). *Accounting Problems of Nonlinear Seismic Stability in the Theory (Hypothesis and Errors)*. Moscow: MGSU publ. 192. (In Russ.).
2. Sosnin, A.V. (2016). On the peculiarities of the methodology of nonlinear static analysis and its consistency with the basic normative methodology for calculating buildings and structures for the action of seismic forces. *Bulletin of the South Ural University. Ser. Construction Engineering and Architecture*, 16(1), 12–19. (In Russ.).
3. Dzhinchvelashvili, G.A., Bulushev, S.V., Kolesnikov, A.V. (2016). Nonlinear static method of analysis of seismic resistance of buildings and structures. *Sejstmostojkoe stroitel'stvo. Bezopasnost' sooruzhenij*. (5), 39–47. (In Russ.).
4. Dzhinchvelashvili, G.A., Bulushev, S.V. (2017). Accuracy evaluation of the nonlinear static analysis method of the structures seismic resistance. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (2), 41–48. (In Russ.).
5. Dzhinchvelashvili, G.A. (2015). *Nonlinear Dynamic Methods of Calculation of Buildings and Structures with a Given Security Seismic Stability*: Ph.D. in Technical science Thesis. Moscow. 46. (In Russ.).
6. Zadojan, P.M. (2009). Estimation of seismic stability by the spectrum load capacity. *Izvestija Erevanskogo gosudarstvennogo universiteta arhitektury i stroitel'stva*, (2). (In Russ.).
7. Mkrtychev, O.V., Dzhinchvelashvili, G.A., Dzerzhinskij, R.I. (2016). The philosophy of multi-level design in light of the provision of seismic stability of buildings. *Geologija i Geofizika Juga Rossii*, (1), 71–81. (In Russ.).
8. Mkrtychev, O.V., Dzhinchvelashvili, G.A. (2012). Assessment of buildings and structures beyond the elastic limit at the seismic influences. *XXI Russian-Slovak-Polish Seminar, "Theoretical Foundation of Civil Engineering"*, Moscow-Archangelsk 03.07 – 06.07.2012, 177–186. (In Russ.).
9. Nemchinov, Ju.I., Mar'enkov, N.G., Havkin, A.K., Babik, K.N. (2012). *Designing Buildings with a Given Level of Seismic Resistance* (taking into account the recommendations of EUROCODE 8, int. standards and DBN requirements): Monograph. Kiev: Minregion Ukrainy, GP NIISK. 53. (In Russ.).
10. Chopra, A.K., Goel, R.K. (2000). Capacity-demand diagram methods based on inelastic design spectrum. *Proc. of 12th World Conference on Earthquake Engineering*, Auckland, New Zealand, paper № 1612.
11. Chopra, A.K., Goel, R.K. (2002). A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings. *Earthquake Engineering And Structural Dynamics. Earthquake Engin. Struct. Dyn.*, 2002, (31), 561–582. DOI: 10.1002/eqe.144.
12. Clough, R.W., Penzien, J. (1995). Dynamics of Structures (Third Edition). *Computers & Structures*, Inc. 1995 University Ave., Berkeley, CA 94704, USA, 752 p.
13. Datta, T.K. (2010). *Seismic Analysis of Structures*, John Wiley & Sons (Asia), p. 464.
14. Fajfar, P., Krawinkler, H. (2004), Performance-Based Seismic Design Concepts and Implementation. *Proceedings of the International Workshop Bled*, Slovenia, June 28 — July 1, 2004. PEER Report 2004/05, College of Engineering, University of California, Berkeley.
15. Gupta, B. (1998). Enhanced pushover procedure and inelastic demand estimation for performance-based seismic evaluation of buildings: Ph.D. Diss. Orlando, Florida, Univ. of Central Florida.
16. Mkrtychev, O.V., Dzhinchvelashvili, G.A., Busalova, M.S. (2014). Calculation accelerograms parameters for a "Construction-Basis" model, nonlinear properties of the soil taken into account. *Procedia Engineering*, (91), 54–57. (In Russ.).
17. Paz, M.; Mario Paz, William Leigh, eds. (2004). *Structural Dynamics: Theory and Computation*, 5th ed. 844.
18. Themelis, S. (2008). *Pushover Analysis for Seismic Assessment and Design of Structures*, Heriot-Watt University, School of Built Environment.

Article history: Received: November 4, 2017

Revised: November 30, 2017

Accepted: December 3, 2017

About the authors:

Guram A. Dzhinchvelashvili, DSc (in Engineering), Professor, Head of Department of Advanced Mathematics and Natural Sciences, Moscow State University of Transport. *Contact information:* e-mail: guram2004@yandex.ru

Sergey V. Bulushev, engineer, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University). *Contact information:* e-mail: sergey.bulushev@gmail.com

For citation:

Dzhinchvelashvili, G.A., Bulushev, S.V. (2018). Feasibility evaluation for a predefined seismic resistance of structures. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(1), 70–79. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-70-79.

Памяти товарища

ТРУШИН СЕРГЕЙ ИВАНОВИЧ

23.09.1951



15.11.2017

15 ноября 2017 г. скончался профессор кафедры строительной и теоретической механики Сергей Иванович Трушин.

Практически вся трудовая деятельность Сергея Ивановича была связана с МИСИ – МГСУ. После недолгой работы в Саратовском политехническом институте, строительный факультет которого он окончил в 1974 г., Сергей Иванович трудился на кафедре архитектуры МИСИ им. В.В. Куйбышева. В 1978 г. Сергей Иванович поступил в аспирантуру кафедры сопротивления материалов и в 1981 г. защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. После работы в специализированном конструкторском бюро Минэнерго СССР и Центральном научно-исследовательском институте строительных конструкций им. В.В. Кучеренко Сергей Иванович вернулся в МГСУ и в 1999 г. защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. В 2001 г. ему было присвоено ученое звание профессора.

Круг научных интересов Сергея Ивановича был весьма широк. Только лишь в качестве примера можно отметить его огромный вклад в разработку методов расчета пространственных стержневых и тонкостенных конструкций при статических и динамических воздействиях в линейной и нелинейной постановке. Всего же творческое наследие Сергея Ивановича включает две монографии и более 120 печатных работ, многие из которых были опубликованы за рубежом. Под его руководством было защищено пять кандидатских диссертаций, Сергей Иванович являлся членом двух и председателем одного диссертационного совета, членом Международной ассоциации по оболочкам и другим пространственным конструкциям IASS. Мы знали Сергея Ивановича как блестящего ученого, прекрасного преподавателя, настоящего интеллигента, доброго и порядочного человека.

Светлая память о нем навсегда останется в наших сердцах.

*Коллектив кафедры строительной и теоретической механики
Московского государственного строительного университета*

Оформление статей для представления в журнал (указания для авторов)

Статьи принимаются на рассмотрение через онлайн систему загрузки статей на сайте журнала <http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (блок «Отправить рукопись»).

Текст статьи подготавливается в электронной форме в виде ~~компьютерной, готовой к изготовлению печатной матрицы, распечатки и варианта на электронном носителе~~ файла в редакторе MS Word и его копии в формате .pdf. Текст распечатки должен быть четким. Формат текста с размером по вертикали 23 см и по горизонтали 12,5 см. Текст размещается в середине на листе формата А4.

Устанавливаются поля:

верхние, нижние по 3,4 см;

справа, слева по 3,8 см.

Отступ первой строки абзаца – 0,75 см.

Шрифт *Times New Roman*, размер шрифта 11 пунктов, межстрочный интервал *одинарный*.

Обязательно устанавливается *автоматический перенос* в словах.

Перед **НАЗВАНИЕМ** статьи указывается **УДК**.

Название статьи должно отражать предмет и тему статьи. Название не должно начинаться с предлогов, союзов, конструкций типа «К вопросу о ...», «К теме ...» и т.п.

После пропуска одной строки следует И.О. ФАМИЛИЯ автора.

С новой строки: официальное полное название учреждения (без сокращений). Если в написании рукописи принимали участие авторы из разных учреждений, необходимо соотнести названия учреждений и ФИО авторов путем добавления индексов в виде * в верхнем регистре перед названиями учреждений и после ФИО соответствующих авторов. После пропуска одной строки следует **аннотация** статьи (10 пт), объем аннотации в пределах 150...200 слов, с новой строки – **ключевые слова** — от 5 до 10, через запятую, в конце не ставится точка.

Далее приводится **Полный текст** (на русском языке). Текст статьи должен быть структурированным по разделам. Структура полного текста рукописи, посвященной описанию результатов оригинальных исследований, должна соответствовать общепринятому шаблону и содержать разделы: введение (обоснование), цель, материалы и методы, результаты, обсуждение, выводы/заклучение, благодарности (финансирование, гранты).

После текста следует: С п и с о к л и т е р а т у р ы (подзаголовок центрируется)

Список цитируемой литературы нумеруется (Full –10). Авторы выделяются курсивом.

Все ссылки должны быть оформлены по ГОСТ Р 7.0.5 – 2008 единообразно: только с разделительной точкой, без тире между элементами описания. Примеры оформления источников даны на сайте журнала.

После списка литературы следует информация *Об авторах*: ФИО (полностью), ученая степень, ученое звание или квалификация (магистр, бакалавр), должность или статус обучающегося (аспирант, студент), учреждение (официальное название учреждения приводится без сокращений); *область научных интересов*; *контактная информация*: электронный адрес автора; телефон (только для связи с редакцией). Если авторов несколько, то о каждом авторе информация приводится отдельно.

Затем с новой строки следует: **НАЗВАНИЕ** статьи на английском языке. Далее порядок такой же, как на русском: *ФИО автора(ов)* на латинице, *официальное название организации (ий)* на английском языке, почтовый адрес организации(ий) на английском языке с указанием страны.

Далее следует **аннотация** на английском языке (перевод) в 250...300 слов и ключевые слова (**Keywords:** ...). Ключевые слова на русском и английском языках должны попарно соответствовать.

Затем с новой строки следует: R e f e r e n c e s (подзаголовок центрируется), где на английском языке (частично в транслитерации с кириллицы на латиницу в системе BSI с помощью сайта Translit.ru) дублируется Список литературы. R e f e r e n c e s предназначается для представления статьи в зарубежных информационных системах и базах данных, индексирующих журнал. Ссылки оформляются по стандарту, отличному от российских ГОСТов, удобному для обработки международными базами данных. Примеры оформления ссылок в Списке литературы и в References приведены на сайте журнала.

После References приводятся полные сведения об авторе(ах) (About author(s)) на английском языке.

Если полный текст статьи написан на английском (или французском языке), метаданные на английском приводятся перед текстом, сведения об авторах и References – после него, а метаданные на русском языке и список литературы приводятся в конце.

Рисунки оформляются в тексте статьи предпочтительно средствами *Word* или других графических средств. Рисунки, выполненные чертежными средствами (тушью или черными чернилами), должны быть аккуратными с четкими надписями. Рисунки и надписи на них должны быть единым целым (сгруппированы) и не распадаться при их перемещении. Рисунки отделяются от текста на 6 пт.

Формулы в тексте статьи готовятся с помощью редактора формул *Microsoft equation* с установленными параметрами: Full –11, Subscript/Subtrscript – 9, Sub-Subscript/Subtrscript – 7, Symbol – 14, Subsymbol – 10.

В формулах: переменные – латинские символы – курсивом, постоянные и греческие символы – прямым шрифтом. Между формулами, а также сверху и снизу от текста межстрочный интервал 3 *pt*.

Редакция имеет право отказать в рассмотрении статьи, не отвечающей указанным требованиям, до начала рецензирования. Статьи, представленные в соответствии с требованиями и прошедшие проверку на корректность заимствований, направляются на рецензирование (двойное, слепое). Окончательное решение о публикации принимает главный редактор журнала.

Подробно требования к авторским материалам и порядок рецензирования изложены на сайте журнала <http://journals.rudn.ru/structural-mechanics>, в разделах «Редакционная политика» и «Указания для авторов».