

ISSN 1815 - 5235
ISSN(online) 2587 - 8700

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА ИНЖЕНЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ

Обзорно-аналитический и
научно-технический журнал

№ 5
октябрь



STRUCTURAL MECHANICS OF ENGINEERING CONSTRUCTIONS AND BUILDINGS

2017

Сведения о журнале

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал «*Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*» знакомит читателей с достижениями отечественных и зарубежных ученых в области геометрии пространственных конструкций, сопротивления материалов, строительной механики, теории упругости и расчета строительных и машиностроительных конструкций, освещает вопросы научно-технического прогресса в строительстве и машиностроении, публикует аналитические обзоры по теме журнала.

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране наследия. Свидетельство о регистрации средства массовой информации ПИ №ФС77-19706 от 13 апреля 2005 г. Подписной индекс по каталогу агентства «Роспечать» – 20479 (полгода) и 80344 (год).

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, сформированный Минобрнауки России, для публикаций основных научных результатов диссертаций на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук. Перечень вступил в силу 1 декабря 2015 г.

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ:

АНДРЕЕВ В.И., акад. РААСН, д.т.н., профессор (МГСУ, Москва),
БАЖЕНОВ В.А., акад. Национальной Академии педагогических наук Украины, д.т.н., профессор (КНУСА, Киев, Украина),
БОНДАРЕНКО В.М., акад. РААСН, д.т.н., профессор (НИИСФ РААСН, Москва),
ГОЛИК В.И., д.член РАЕН, д.т.н., профессор (Северо-Кавказский ГТУ, Владикавказ),
REINHARD F. SACHSENHOFER, PhD, Professor (Montanuniversität Leoben, Австрия),
ИВАНОВ С.П., д.т.н., профессор (ПГТУ – ВОЛГАТЕХ, Йошкар-Ола),
КАРПЕНКО Н.И., акад. РААСН, д.т.н., профессор (НИИСФ РААСН, Москва),
КОЛЧУНОВ В.И., акад. РААСН, д.т.н., профессор (ЮЗГУ, Курск),
GIUSEPPE MANDRONE, PhD, Ass. Prof. Engineering geology (University of Torino, Италия),
KRASIC SONJA, PhD (University of Nis, Nis, Serbia),
КРИВОШАПКО С.Н., д.т.н., профессор (РУДН, Москва),
ЛЯХОВИЧ Л.С., акад. РААСН, д.т.н., профессор (ТГАСА, Томск),
ТРАВУШ В.И., акад. РААСН, д.т.н., профессор (ЭНПИ, Москва),
ЯКУПОВ Н.М., чл.-корр. РИА, д.т.н., профессор (ИММ КазНЦ РАН, Казань)

РЕДАКЦИЯ:

д.т.н., профессор С.Н. КРИВОШАПКО (РУДН, Москва) – *главный редактор*,
д.т.н., профессор В.Н. Иванов (РУДН, Москва) – *зам. главного редактора*,
д.т.н., профессор В.В. Ванин (Киевский политехнический университет, Украина),
д.т.н. С.Е. Лисичкин (ООО «ИЦСКТЭ»); д.т.н., профессор Е.М. Зверьяев (ИПМ РАН, Москва); д.т.н., профессор В.И. Обозов (ЦНИИСК, Москва); PhD, Assoc. Professor Bui Xuan Nam (Hanoi University of Mining and Geology, Hanoi, Vietnam); д.т.н., профессор Р.С. Санжаровский (Евразийский Нац. У-т им. Гумилева, Казахстан); д.т.н., профессор В.П. Агапов (МГСУ, Москва); И.А. Мамиева (РУДН, Москва) – *исполнительный редактор*,
Е.А. Гринько – *редактор англоязычного Интернет-сайта журнала*.

Официальный Интернет-сайт журнала: <http://journals.rudn.ru/structural-mechanics>

Англоязычный Интернет-сайт журнала: <http://smjournal.narod.ru>

Технический секретарь *Е.М. Тупикова*; компьютерная верстка *Т.И. Карелина*.

Почтовый адрес журнала: 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6, РУДН,
Инженерная академия, Департамент Архитектуры и строительства
Тел.: (495) 955-08-58; Факс: (495) 955-08-58

E.mail: sn_krivoshapko@mail.ru или i_mamieva@mail.ru

Тираж 320 экз.

Учредитель: Российский университет дружбы народов, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6, РУДН

Типография ИПК РУДН, 117923, ГСП-1, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

© Российский университет дружбы народов, 2017

© Н.С. Кривошапко, фото на 1-ой странице обложки

Строительная механика инженерных конструкций и сооружений

Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал

117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д.6 тел.: (495) 955-08-58; fax: (495) 955-08-58

Содержание

№ 5, 2017 год

DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5

Наши юбиляры

Копнову Валентину Алексеевичу – 85 лет 4

Геометрические исследования срединных поверхностей тонких оболочек

Romanova V.A., Thoma Anatariya. Automatic modeling of the surfaces of the equal slope in AutoCad system through language AutoLisp..... 5

Теория упругости

Бакушев С.В. Оценка коэффициента поперечной деформации при осесимметричном деформировании сплошных сред..... 12

Плеханов Ф.И. Распределение нагрузки и напряжений изгиба по длине толстой пластины, заделанной в основание, при наличии угла начального непрileгания сопрягаемой с ней детали..... 21

Гаджиев В.Дж., Мирзоева Г.Р., Шириев А.И. О свободном колебании непрерывно неоднородно ортотропной прямоугольной пластинки, лежащей на неоднородно вязкоупругом основании..... 27

Расчет и проектирование строительных конструкций

Уткин В.С., Соловьев С.А. Расчет надежности железобетонных балок по критерию прочности поперечной арматуры при образовании наклонных трещин..... 34

Семенов Д.А. Эволюция нормативного подхода к расчету железобетонных элементов..... 43

Кирсанов М.Н. Анализ прогиба арочной фермы..... 50

Численные методы расчета конструкций

Баутдинов Д.Т., Джамалудинов М.М. Конечно - элементный анализ напряженного состояния подземных гидротехнических сооружений с учетом анизотропии основания..... 56

Расчеты на устойчивость

Иноземцев В.К., Редков В.И., Жесткова С.А., Иноземцева О.В. Расчет общей устойчивости конструкций сооружений с высокорасположенным центром сил тяжести..... 61

Экспериментальные исследования

Якупов С.Н., Харисламова Л.У., Якупов Н.М. Изменение механических свойств тонкослойных мембран под воздействием жидкой среды..... 66

Алькади С.А., Демьянов А.И., Осовских Е.В. Экспериментальные исследования живучести фрагмента каркаса здания с железобетонными составными элементами, работающими на изгиб с кручением..... 72

Information about the Journal

Review-and-analytic and scientific-and-technical journal “*Structural Mechanics of Engineering Constructions and Building*” shows the readers round the achievements of Russian and foreign scientists in the area of geometry of spatial structures, strength of materials, structural mechanics, theory of elasticity, and analysis of building and machine-building structures, illumines the problems of scientific-and-technic progress in building and machine-building, publishes analytic reviews on the aims and scope of the Journal.

The Journal was founded in 2005. The Journal was registered by Federal Service of Supervision for Observance of Laws in the sphere of Public Communications and Heritage Protection. The certificate about registration of a means of public information: ПИ №ФС77-19706, April 13, 2005. Subscription index of the catalog of agency “Rospechat” is 20479 (six months) and 80344 (year).

The Journal has been included in the list of the leading review journals and editions of the Highest Certification Committee of Ministry of Education and Science of Russian Federation in which the basic results of PhD and Doctoral Theses are to be published. The list came into effect in December 1, 2015.

EDITORIAL BOARD:

ANDREEV V.I., Member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences (RAACS), DSc, Professor (Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia), *chairman*;
BAZHENOV V.A., Member of the National Academy of Educational Science of Ukraine, DSc, Professor (Kiev National University of Building and Architecture, Kiev, Ukraine),
BONDARENKO V.M., Member of the RAACS, DSc, Professor (NIISF RAACS, Moscow, Russia),
GOLIK V.I., Member of the Russian Academy of E Sciences, DSc, Professor (North-Caucasian State Technical University, Vladikavkaz, Russia),
REINHARD F.SACHSENHOFER, PhD, Professor (Montanuniversität Leoben, Austria),
IVANOV S.P., DSc, Professor (PGTU – VOLGATECH, Yoshkar-Ola),
KARPENKO N.I., Member of the RAACS, DSc, Professor (NIISF RAACS, Moscow, Russia),
KOLCHUNOV V.I., Member of the RAACS, DSc, Professor (South-West State Univ., Kursk, Russia),
GIUSEPPE MANDRONE, PhD, Ass. Prof. Engineering geology (University of Torino, Italy),
KRASIC SONJA, PhD (University of Nis, Nis, Serbia),
KRIVOSHAPKO S.N., DSc, Professor (RUDN University, Moscow, Russia),
LYAKHOVICH L.S., Member of the RAACS, DSc, Professor (Tomsk State University of Architecture and Building (TSUAB), Tomsk, Russia),
TRAVUSH V.I., Member of the RAACS, DSc, Professor (ENPI, Moscow, Russia),
YAKUPOV N.M., Corresponding Member of Russian Engineering Academy, DSc, Professor (Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Science Center, Russian Academy of Sciences, Russia)

EDITORIAL STAFF:

DSc, Professor S.N. KRIVOSHAPKO (RUDN University, Moscow), editor-in-chief,
DSc, Professor V.N. Ivanov (RUDN University, Moscow) – assistant editor-in-chief,
DSc, Professor V.V. Vanin (National Technical University of Ukraine «Kiev Polytechnic Institute» (NTUU «KPI»), Kiev, Ukraine); DSc S.E. Lisichkin (Scientific Research Institute of Energy Structures (Open Joint-stock Company), Moscow); DSc, Professor E.M. Zveryaev (Institute of Applied Mathematics of Russian Academy of Science); DSc, Professor V.I. Obozov (Central Research Institute of Building Structures (TzNIISK im. V.V. Kucherenko, Moscow);
PhD, Assoc. Professor Bui Xuan Nam (Hanoi University of Mining and Geology, Hanoi, Vietnam);
DSc, Professor V.P. Agapov (Moscow State University of Civil Engineering);
DSc, Professor R.S. Sanjarovsky (L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan);
I.A. Mamieva (RUDN University, Moscow) – *managing editor*,
E.A. Grin’ko – *editor of Internet site of the Journal in English*.

Official Internet site of the Journal: <http://journals.rudn.ru/structural-mechanics>; <http://stmj.rudn.ru>

Internet site of the Journal in English: <http://smjournal.narod.ru>

Corrector: E.M. Tupikova, computer making up: T.I. Karelina.

Address: RUDN University, 6, Miklukho-Maklaya St., Moscow, 117198, Russian Federation, Engineering Academy, Department of Architecture and Building

Tel.: (495) 955-08-58; Факс: (495) 955-08-58

E.mail: sn_krivoshapko@mail.ru or i_mamieva@mail.ru

Founder: RUDN University, 6, Miklukho-Maklaya St., Moscow, 117198, Russian Federation
Printing-house: IPK RUDN, 3, Ordjonikidze Str., Moscow, 117923, GSP-1, Russian Federation

© RUDN University (Peoples’ Friendship University of Russia), Moscow
© N.S. Krivoshapko, covers of the Journal

Contents

No 5, 2017

DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5

<u><i>85 Years to Valentin Alekseevich Kopnov</i></u>	4
<u><i>Geometrical investigations of middle surfaces of thin shells</i></u>	
<i>Romanova V.A., Thoma Anamariya. Automatic modeling of the surfaces of the equal slope in AutoCad system through language AutoLisp</i>	5
<u><i>Theory of elasticity</i></u>	
<i>Bakushev S.V. Evaluation of the coefficient of transverse deformation at the axial-symmetric deformation of continuous medium</i>	12
<i>Plekhanov F.I. Distribution of load and bending stresses along the length of the thick plate fixed in the base when an initial angle between it and the detail contracting with it</i>	21
<i>Haciye V.C., Mirzayeva G.R., Shiriev A.I. On free vibration of a nonhomogeneous orthotropic rectangular plate on a nonhomogeneous visco-elastic foundation</i>	27
<u><i>Analysis and design of building structures</i></u>	
<i>Utkin V.S., Solov'ev S.A. Reliability analysis of reinforced concrete beams with shear cracks on rebar strength</i>	34
<i>Semenov D.A. Evolution of normative approach to analysis of reinforced concrete structural elements</i>	43
<i>Kirsanov M. N. Analysis of the deflection of the arched truss</i>	50
<u><i>Numerical methods of structures' analysis</i></u>	
<i>Bautdinov D.T., Djamaludinov D.T. The finite element stress state analysis of underground hydraulic erections taking into account the anisotropy of the medium</i>	56
<u><i>Buckling analysis</i></u>	
<i>Inozemtzev V.K., Redkov V.I., Zhestkova S.A., Inozemtzeva O.V. Calculation of overall sustainability of structures with the high centre of gravity</i> ...	61
<u><i>Experimental researches</i></u>	
<i>Yakupov S.N., Harislamova L.U., Yakupov N.M. Change of mechanical properties of thin-layer membranes under the influence of liquid medium</i>	66
<i>Alkadi S.A., Demyanov A.I., Osovskih E.V. Experimental researches of survivability fragment of the frame of the building with reinforced concrete composite elements working on bend with torsion</i>	72

Валентину Алексеевичу Копнову – 85 лет



8 октября 2017 года исполняется 85 лет доктору технических наук профессору почётному работнику высшего профессионального образования Российской Федерации Копнову Валентину Алексеевичу. Всю свою длительную творческую деятельность он посвятил благородному делу обучения и воспитания высококвалифицированных молодых специалистов – военных для армии нашей страны и гражданских для народного хозяйства нашей страны и других стран.

Окончив в 1955 году физико - математический факультет Воронежского государственного университета, затем в разные годы он трудился в ведущих высших учебных заведениях Москвы – Военной академии ракетных войск стратегического назначения имени Петра Великого, Российском университете дружбы наро-

дов, Московском институте инженеров гражданской авиации.

За время работы на разных кафедрах механического профиля (сопротивления материалов, прикладной механики и др.) он всегда на высоком научно-методическом уровне проводил все виды учебных занятий, участвовал в постановке новых курсов, увязывая их с проблематикой будущей специальности обучаемых. Являясь членом диссертационных советов по кандидатским и докторским диссертациям, принимал участие в подготовке и аттестации молодых научных кадров.

Юбиларом опубликовано более 50 учебных и методических работ – учебников, учебных пособий, задачников, методических рекомендаций и справочников, часть из которых в центральных издательствах страны. Так, широко используется в вузах написанное им в соавторстве с профессором С.Н. Кривошапко и опубликованное в издательствах “Высшая школа” и “Юрайт” учебное пособие “Сопротивление материалов. Руководство для решения задач и выполнения лабораторных и расчетно-графических работ”, выдержавшее 4 издания.

В.А. Копнов является признанным ученым в области механики твердого деформируемого тела, в частности, композиционных материалов и полимеров, прочности современных конструкций и их элементов. Он один из авторов критерия прочности, названного критерием Гольденבלата – Копнова, получившего широкую известность в мировой научной литературе и практическое применение. Им лично и в соавторстве опубликовано свыше 100 научных трудов – монографий, статей, докладов и др. Наиболее известны монографии “Критерии прочности конструкционных материалов” (в соавторстве с И.И. Гольденבלатом), “Длительная прочность в машиностроении” (в соавторстве с В.Л. Бажановым и И.И. Гольденבלатом), “Пластинки и оболочки из стеклопластиков” (в соавторстве с В.Л. Бажановым и др.).

Обширный диапазон знаний, богатый опыт научно-педагогической работы лежат в основе всей деятельности В.А. Копнова и помогают ему заслужить глубокое уважение и признательность товарищей, коллег и учеников.

Желаем юбиляру крепкого здоровья, долгих лет жизни, неиссякаемой бодрости и энергии, счастья и благополучия.

Редакционный совет журнала «Строительная механика инженерных конструкций и сооружений»

Геометрические исследования срединных поверхностей
тонких оболочек

УДК 004.925.83

**AUTOMATIC MODELING OF THE SURFACES OF THE EQUAL SLOPE
IN AUTOCAD SYSTEM THROUGH LANGUAGE AUTOLISP**

V.A. ROMANOVA, *assistant of professor*

THOMA ANAMARIYA, *bachelor*

Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia,

6, Miklukho–Maklaya Str., Moscow, Russia, 117198

Graphical computer modeling is a real possibility of solving problems on the formation of surfaces by a kinematic method. It is due to the presence of automated design systems, such as MathCad, Mathematika, AutoCad, etc. The advantage of the AutoCad system is the presence of the built-in language of functional AutoLisp. Having a wide range of mathematical functions and functions for drawing graphic objects, the AutoLisp language allows you to write a program for drawing shells of any complexity, in a particular case - shells of the same ramp on the elliptical plane, the surface of the involute helicoid, and then transferring the results to the AutoCAD environment. Playing objects in slow motion makes it possible to compose mini-films about the formation of surfaces. The image of graphical constructions in three-dimensional space using the AutoCAD color palette enhances the expressiveness of the image of surfaces and their elements.

The aim of the study is the possibility of modeling the surface of the equal slope ramp on an elliptical plane, carried out by its gradual drawing in a slow dynamic mode with the creation of a mini-film that allows the surface to be displayed on the monitor screen.

KEY WORDS: equal slope surface, modeling, AutoLISP, AutoCAD, shell, shaping, layer, generatrix, developable surface, elliptic plane.

Surfaces of the equal slope are used in architecture since ancient times. An example is the Greek theatre (fig. 1) [1]. Currently, they are increasingly used in projects of architectural ensembles, including combinations of geometric shapes. Museum of contemporary art (Niteroi, Brazil, architect Oscar Niemeyer) (fig. 2) is one of them [2], etc.



Fig. 1. Ancient Greek theatre



Fig. 2. Museum of contemporary art (Niteroi, Brazil, architect Oscar Niemeyer)

The surface of the equal slope is a ruled analytic surface having a constant angle of inclination between the rectilinear generatrix and the principal normal to the directing curve. The general theoretical basis for the formation of surfaces is given in the work of Krivoshapko S.N. and Ivanov V.N. [3].

In accordance with the definition given above, the surfaces of the equal slope are formed by a rectilinear generatrix, which in all positions has a constant angle of inclination α with the principal normals $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$ to the m curve. If the directing curve is a plane line, for example, an ellipse, the linear generators lie in the planes $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_k$, normal to this curve (fig. 3).

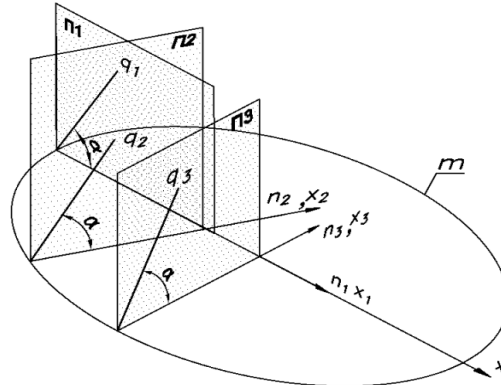


Fig. 3. The forming q_1, q_2, q_3 are in the planes Π_1, Π_2, Π_3 are located along the normals to the m guide.

From the definition, the possibility of forming a surface of the equal slope on an elliptical plane by a kinematic method also follows.

Elements of the surface are the ellipse q - the directing line and the straight line m - the generator. The initial position of the surface elements is shown in Fig. 4.

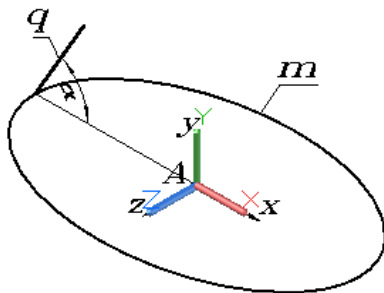


Fig. 4. The initial position of the surface elements

The most suitable for forming the surface in the AutoCad system is the Loft function. As sections it is necessary to take the positions of the generator as it moves along the ellipse. Moving the generator is performed by the Move function.

To satisfy the condition of constancy of the angle between the generating straight line and the normal to the ellipse, it is necessary to set the coordinate system to the current point on the elliptic curve at each step of the construction and to direct the x axis along the normal in this curve. In order to establish the x -axis along the normal to the guide, the value of the derivative

$y'(x)$ from the elliptic function and the angle γ between the tangent to the curve and the x -axis: $\gamma = \arctg y'$, and then the angle β between the x -axis and the normal to the curve: $\beta = \gamma + 90^\circ$.

To form the surface the complex of programs has been developed, including user functions Sk10.lsp, Form-surface.lsp, etc. The initial data for constructing the surface are: the large and small semi-axes of the ellipse a, b , the slope angle α of the forming straight line to the normal n_i , the length of the forming line - Lobr.

Algorithm of the program for the formation of surface compartments 1. Input of initial data is performed from the command line at the request of the program. The function Getreal is used.

1. An isometric view of NWiso is established.

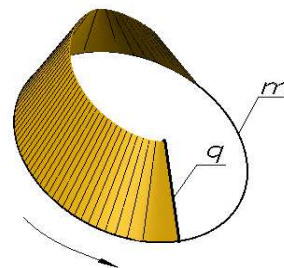


Fig. 5. The formation of surface

2. An ellipse is constructed using the user-defined Elip function. The origin is at the intersection of the axes of the ellipse.

3. An empty selection is created for the forming lines of surfaces. The function - (setq ssr1 '()).

4. The initial generator is constructed from two points: pt1 and pte. The point pt1 is given on the contour of the ellipse at $\varphi = 0$, where φ is the angle between the radius vector of the ellipse point and the x axis. The point pte is defined in polar coordinates:

(setq pte (polar pt1 (- pi alfar) lovr)).

The construction of the generatrix is performed by the function:

(command "pline" pt1 pte "").

The generating line is assigned the identifier en1, which allows you to enter it into the selection ssr1.

5. To calculate the coordinates of points of an ellipse and the derivative of an elliptic function, two user functions are created: El-pt, El1-pt.

6. To construct the surface compartments, a loop with parameters i ($1 \leq i \leq 71$) and φ .

The parameter i is required to form the name of the layer, the parameter φ is used to construct the generating lines.

The following operations are performed in the loop:

- Create a layer name that corresponds to the i parameter and set it to the current one:

(Setq nsloy (strcat "vent" (itoa i)))

(Command "layer" "s" nsloy "").

- Transfer of the coordinate axes to the ellipse point pt2, corresponding to the angle φ , determined by the relation $\varphi = \varphi + \Delta\varphi$.

- Two user functions Usk1 and Usk2 are created to orient the coordinate axes along the normal to the ellipse. The angle γ needed to rotate the coordinate axes around the z axis is determined using functions

(Setq y11 (/ b (* a -1.0 (/ (sin fi) (cos fi))))))

(Setq gamma (atan y11)).

A subsequent rotation of the coordinate system about the x axis through an angle $\pm 90^\circ$ around the y axis achieves the setting of the coordinate axes so that the x axis is directed along the normal to the ellipse.

- Drawing generating lines is performed by the function

(Command "pline" '(0 0) (polar '(0 0) alfar lovr) "").

- The Loft and Foreach functions work together to form the surface compartments.

At the end of the cycle, a Skat-bl block is created, containing the surface compartments and the forming lines.

To visualize the process of surface formation, a user function Sk11.lsp is created, which includes the function Form-surface.lsp, which visualizes the process of surface formation by "unfreezing" the layers with the compartments contained in the Skat-bl block.

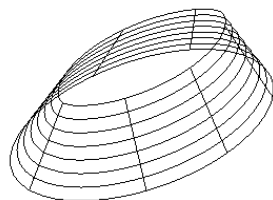


Fig. 6. Surface skeleton



Fig. 7. Surface of the same slope

Fig. 5 shows the process of surface formation, the surface skeleton is in Fig. 6, the surface of the same slope is represented in Fig. 7.

The code for the Form-surface.lsp function is given below:

```
(Defun form-surface (k)
  (Repeat k
    (Setq nsloyi (strcat "vent" (itoa i)))
    (Command "layer" "thaw" nsloyi "")
    (Command "erase" s1 "")
    (Setq s2 (ssget "x" (list (cons 8 (substr nsloyi 1 6)))))
    (Setq s1 s2)
    (Command "delay" 300)
    (Setq i (+ i 1))
  ))
```

The developable evolvent helicoid is formed by the motion of a straight forming line- q , which is in all positions the tangent to the cylindrical helical line – the cuspidal edge of the surface, parallel to the guide cone [4]. The evolvent of the circle of the lower base of the cylinder is the guiding line m (fig.8).

The projection of the formation line in all positions on one side is a tangent of the circumference of the cylinder, the other normal to the guide line m . Consequently, the angle between the generator and its projection is the angle between the generatrix and the principal normal to the directing curve, so the evolvent helicoid belong to the surface of the same slope (fig. 8).

Let us consider the formation of an evolvent helicoid by the motion of a rectilinear forming line q on two helical lines, one of which lies on a cylinder of radius r and is called the cuspidal edge, the forming line q at all positions is tangent to the line m and forms an angle α with the horizontal plane. The second line n (Fig. 9) is the guide. The radius of the cylinder for helix n is BD . To construct the surface of a helicoid, the length of the forming line and the angle α of its inclination to the horizontal plane are given.

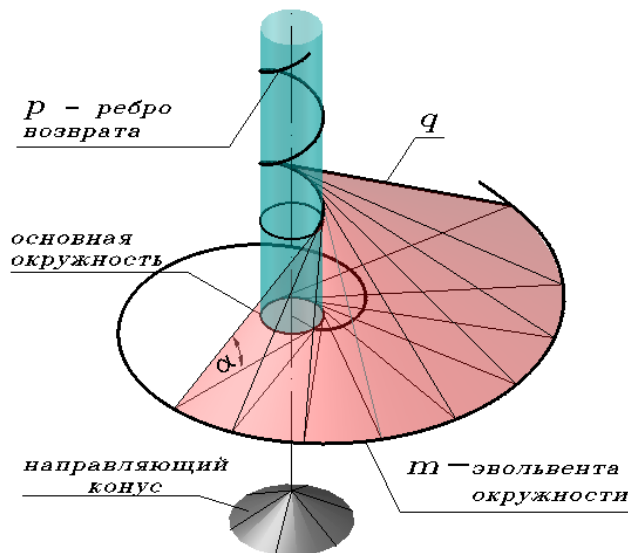


Fig. 8. Evolvent helicoid is the surface of equal slope

Fig. 9 shows the initial position of the surface elements. The movement of the generating line includes a rotational motion about the axis of the cylinder and the translational motion along the generatrix of the cylinder.

The helices m and n are drawn by the user function Gelisa (r), where r is the radius of the cylinder.

The surface of the helicoid is formed in the AutoCAD system through a program in the language of AutoLISP [5].

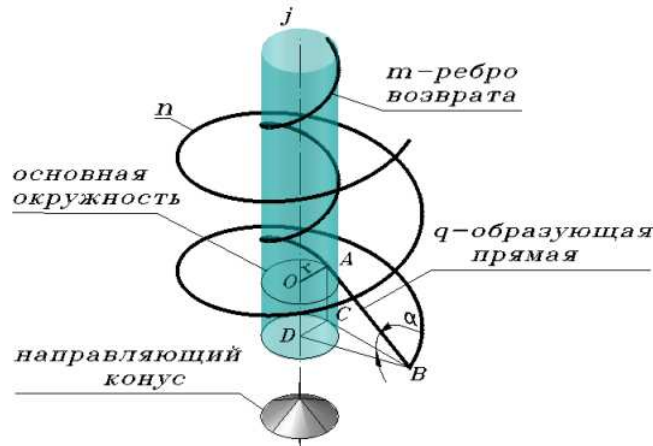


Fig. 9. Initial position of surface elements

The generating lines are formed in a cycle with the parameter φ - the angle of rotation of the radius of the basic circle. At each step of the cycle, the point A rotates by an angle $d\varphi$ and moves upward by a distance ds . From the point A for each value of the angle φ , the generating line AB is drawn at a given slope angle α to the segment DB. The names of the generators are entered in the SSR list, the use of which by the AutoLISP functions `Foreach` and `Loft` allows to form the surface and its compartments.

The surface can be constructed instantly at the end of the cycle by the `Loft` function or gradually in a cycle by successively drawing the surface compartments. In the second case, the process of formation of a surface along an array of generating lines is observed on the screen. In Fig. 10 shows the surface of the evolvent helicoid in the process of its formation.

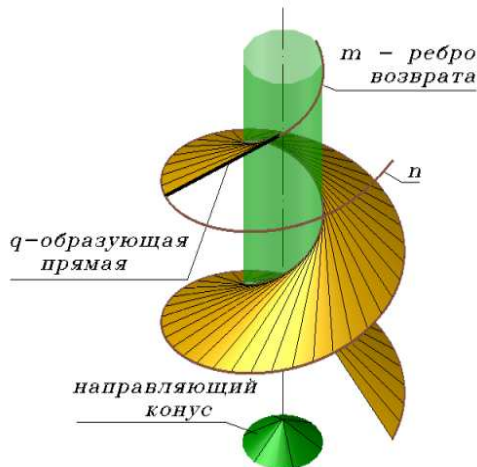


Fig. 10. Surface of the evolvent helicoid during formation

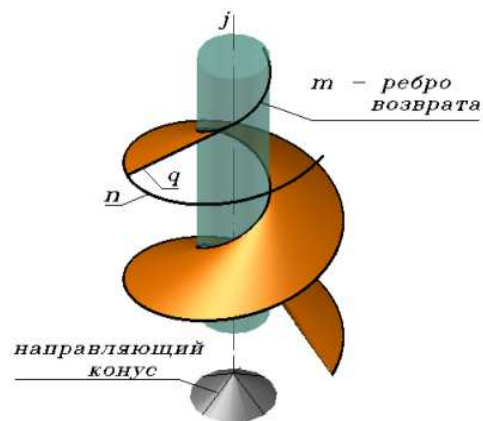


Fig. 11. Formation of the surface by the method of "thawing" layers.

If during the formation of the surface each formation line and corresponding compartment are placed in the layer assigned to them, then at the end of the cycle a block is created that includes all the surface compartments and formation lines.

Visualization of the process of surface formation is provided by the user-defined function Form-surface.lsp. In this case, the surface is formed after the forming line, moving along the guide n. (Fig. 11).

Thus, the simulation of the surface of the same slope was made possible in AutoCAD thanks to programs written in AutoLisp.

The visualization of the process of formation of cyclic surfaces with variable radius of generatrix circles or of umbrella-type and umbrella surfaces with radial damping waves in the central point given in the works [6], [7].

© Romanova V.A., Thoma Anamariya, 2017

References

1. Ancient Greek theatre. By Vlad. URL: <https://www.thinglink.com/scene/471251280036102146>
2. Museum of contemporary art (Niteroi, Brazil, architect Oscar Niemeyer)]. URL: <https://www.adme.ru/tvorchestvo-dizajn/shedevry-sovremennoj-arhitektury-566805/?page=3#image27349615>
3. Krivoshapko, S.N., Ivanov, V.N. (2015). *Encyclopedia of Analytical Surfaces*. Springer International Publishing Switzerland, 752 p.
4. Krivoshapko S.N. (1999). Geometry and strength of general helicoidal shells. *Applied Mechanics Reviews*, Vol.52, No 5. 161—175.
5. Ivanov, V.N., Romanova, V.A. (2016). *Structural Forms of Spatial Structures. Visualization of Surfaces in the Systems MathCad, AutoCad*, Moscow: Izd-vo ASV.410 (in Russian).
6. Romanova, V.A. (2016). The formation of cyclic surfaces with variable radius of generatrix circles in AutoCAD. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, No 3, 20—24 (in Russian).
7. Romanova, V.A. (2015). Visualization of forming of umbrella-type and umbrella surfaces with radial damping waves in the central point, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, No 3, 4—8 (in Russian).

Article history: Received: March 13, 2017. Revised: June 12, 2017. Accepted: June 18, 2017.

About the authors:

ROMANOVA VICTORYNA ANATOLEVNA graduated from the Moscow Mining Institute in 1960. She works in RUDN University (Peoples' Friendship University of Russia) since 1967. Associate Professor in Department of Architecture and Building. Scientific interests: computer-aided design of mechanisms, visualization of the processes of formation of analytical surfaces in the AutoCAD environment using a functional language AutoLISP.

ANAMARIA THOMA was born in Tirana, Republic of Albania. In 2010, she completed Peoples' Friendship University of Russia and received the bachelor's degree in "Architecture" in the same University. In 2012, she graduated from the magistracy with a degree in "Architecture". She is currently completing a master's degree in architecture and construction of multi-span spatial structures. Now she is writing a thesis on the topic "Analytical and numerical method of shells of the equal slope ramp on the elliptical plane". Area of scientific interests: architecture, landscape architecture, construction, interior design, modeling.

For citation:

Romanova V.A., Anamariya Thoma. (2017) Automatic modeling of the surfaces of the equal slope in Autocad system through language Autolisp. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, No 5, 5 — 11, DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5-5-11.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. Ancient Greek theatre. By Vlad. URL: <https://www.thinglink.com/scene/471251280036102146>
2. Museum of contemporary art (Niteroi, Brazil, architect Oscar Niemeyer)]. URL: <https://www.adme.ru/tvorchestvo-dizajn/shedevry-sovremennoj-arhitektury-566805/?page=3#image27349615>
3. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. *Encyclopedia of Analytical Surfaces*. – Springer International Publishing Switzerland, 2015, 752.
4. Krivoshapko S.N. Geometry and strength of general helicoidal shells. *Applied Mechanics Reviews* (USA). Vol. 52, No 5. – May 1999. 161—175.

5. Иванов В.Н., Романова В.А. Конструкционные формы пространственных конструкций. Визуализация поверхностей в системах MathCad, AutoCad, – М.: Ассоциация строительных вузов, 2016.

6. Романова В.А. Образование циклических поверхностей с образующей окружностью переменного радиуса в Автокаде// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2016. – № 3. – С. 20—24.

7. Романова В.А. Визуализация образования зонтичных поверхностей и поверхностей зонтичного типа с радиальными волнами, затухающими в центральной точке// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2015. – № 3. – С. 4—8.

АВТОМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ОДИНАКОВОГО СКАТА В СИСТЕМЕ AUTOCAD ПОСРЕДСТВОМ ЯЗЫКА AUTOLISP

РОМАНОВА В.А., ТХОМА АНАМАРИЯ

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Графическое компьютерное моделирование – реальная возможность решения задач по образованию поверхностей кинематическим способом. Она обусловлена наличием систем автоматизированного конструирования, таких как MathCad, Mathematica, AutoCad и др. Преимуществом системы AutoCad является наличие встроенного в нее функционального языка AutoLisp. Располагая широким набором математических функций и функций для вычерчивания графических объектов, язык AutoLisp позволяет написать программу для вычерчивания оболочек любой сложности, в частном случае – оболочки одинакового ската на эллиптическом плане, с последующей передачей результатов в среду AutoCAD. Воспроизведение объектов в замедленном режиме дает возможность составлять мини-фильмы о формировании поверхностей. Изображение графических построений в трехмерном пространстве с использованием цветной палитры AutoCAD усиливает выразительность изображения поверхностей и их элементов.

Целью исследования является возможность моделирования поверхности одинакового ската на эллиптическом плане, осуществляемая ее поэтапным вычерчиванием в замедленном динамическом режиме с созданием мини-фильма, позволяющего представить на экране монитора процесс образования поверхности.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: поверхность одинакового ската, моделирование, AutoLISP, AutoCAD, оболочка, форматирование, образующая, линейчатая поверхность, эллиптический план.

Поступила в редакцию 13 марта 2017 г. Прошла рецензирование 12 июня 2017 г.

Принята к публикации 18 июня 2017 г.

Об авторах:

РОМАНОВА ВИКТОРИНА АНАТОЛЬЕВНА окончила Московский горный институт в 1960 году. С 1967 г. работает в Российском Университете дружбы народов. Доцент департамента Архитектуры и строительства. Область научных интересов: автоматизированное конструирование механизмов, визуализация процессов образования аналитических поверхностей в среде AutoCAD с использованием функционального языка AutoLisp, E-mail: v.a.r-victoryna@mail.ru.

ТХОМА АНАМАРИЯ родилась в г. Тирана, Республика Албания. В 2010 году закончила бакалавриат Российского университета дружбы народов по направлению «Архитектура». В 2012 году окончила магистратуру по направлению «Архитектура». В настоящее время заканчивает магистратуру по направлению «Архитектура и строительство многопролетных пространственных конструкций». Работает над диссертацией по теме: «Аналитический и численный методы расчета оболочек одинакового ската на эллиптическом плане». Область научных интересов: архитектура, ландшафтная архитектура, строительство, интерьер, дизайн, моделирование.

Для цитирования:

Романова В.А., Тхома Анамария. Автоматическое моделирование поверхностей одинакового ската в системе AutoCad посредством языка AutoLisp// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – № 5. – С. 5 — 11, DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5-5-11.

Теория упругости

УДК 539.372

ОЦЕНКА КОЭФФИЦИЕНТА ПОПЕРЕЧНОЙ ДЕФОРМАЦИИ ПРИ ОСЕСИММЕТРИЧНОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ СПЛОШНЫХ СРЕД

С.В. БАКУШЕВ, д.т.н., профессор

ФГБОУ ВО "Пензенский государственный университет архитектуры и строительства", каф. "Механика".

440071, г. Пенза, ул. Лядова, дом 30, кв. 84, bakuchsv@mail.ru

Рассматриваются вопросы теоретической оценки величины коэффициента поперечной деформации в сплошных средах, находящихся в условиях осе-симметричного деформирования. Показано, что величина коэффициента поперечной деформации существенно зависит как от механических характеристик материала полупространства, уровня развития напряжённо-деформированного состояния в рассматриваемой точке, так и от вида рассматриваемой математической модели сплошной среды (геометрически линейной или геометрически нелинейной) и может превышать предельное значение для линейно-упругого материала, равное 0,5.

Ключевые слова: сплошная среда, осе-симметричная деформация, коэффициент поперечной деформации, геометрическая и физическая нелинейность.

Введение. Механические константы массивных тел, в частности грунтовых массивов – начальный модуль упругости, начальный модуль сдвига, начальный коэффициент поперечной деформации и так далее – определяются на основе экспериментов. В результате обработки экспериментальных данных строятся всевозможные математические модели, описывающие механическое поведение массивных тел. Эти модели представляют собой, вообще говоря, совокупность двух соотношений. Первое соотношение устанавливает связь между объёмными напряжениями и объёмными деформациями:

$$\sigma = 3K \cdot \varepsilon. \quad (1)$$

Второе соотношение устанавливает связь между сдвиговыми напряжениями и сдвиговыми деформациями:

$$T = G \cdot \Gamma. \quad (2)$$

Здесь $\sigma = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}$ – первый инвариант тензора напряжений;
 $\varepsilon = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}$ – первый инвариант тензора деформаций;

$$T = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2)} -$$

интенсивность касательных напряжений (величина, пропорциональная второму инварианту девиатора напряжений);

$$\Gamma = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + (\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{zz})^2 + (\varepsilon_{zz} - \varepsilon_{xx})^2 + \frac{3}{2}(\varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{yz}^2 + \varepsilon_{zx}^2)} -$$

интенсивность деформаций сдвига (величина, пропорциональная второму инварианту девиатора деформаций).

Эксперименты подтверждают факт взаимного влияния инвариантов тензоров и девиаторов напряжений и деформаций на механическое поведение грунтов и грунтовых массивов. Это означает, что объёмное деформирование грунта определяется как гидростатическим давлением, так и сдвиговыми напряжениями; а изменение формы грунтовых массивов происходит не только при дейст-

вии касательных напряжений, но и при гидростатическом давлении. Таким образом, в формулах (1), (2) и модуль объёмного расширения (сжатия) K , и модуль сдвига G , в самом общем случае должны зависеть как от объёмной, так и от сдвиговой деформации, то есть $K = K(\varepsilon, \Gamma)$; $G = G(\varepsilon, \Gamma)$. Следовательно, формулы (1) и (2) устанавливают перекрёстные зависимости между первыми инвариантами тензоров и вторыми инвариантами девиаторов напряжений и деформаций.

Связь между переменными модулями объёмного расширения (сжатия) $K(\varepsilon, \Gamma)$, сдвига $G(\varepsilon, \Gamma)$ и переменными модулями упругости $E(\varepsilon, \Gamma)$ и коэффициентом поперечной деформации $\mu(\varepsilon, \Gamma)$ устанавливается известными соотношениями:

$$E(\varepsilon, \Gamma) = \frac{9K(\varepsilon, \Gamma) \cdot G(\varepsilon, \Gamma)}{3K(\varepsilon, \Gamma) + G(\varepsilon, \Gamma)}; \quad \mu(\varepsilon, \Gamma) = \frac{3K(\varepsilon, \Gamma) - 2G(\varepsilon, \Gamma)}{2[3K(\varepsilon, \Gamma) + G(\varepsilon, \Gamma)]}; \quad (3)$$

$$K(\varepsilon, \Gamma) = \frac{E(\varepsilon, \Gamma)}{3[1 - 2\mu(\varepsilon, \Gamma)]}; \quad G(\varepsilon, \Gamma) = \frac{E(\varepsilon, \Gamma)}{2[1 + \mu(\varepsilon, \Gamma)]}. \quad (4)$$

Вид функций $K(\varepsilon, \Gamma)$ и $G(\varepsilon, \Gamma)$ определяется видом кривых объёмного (1) и сдвигового (2) деформирования. Вид функции $E(\varepsilon, \Gamma)$ определяется видом кривой $\sigma_x = \sigma_x(\varepsilon_x)$ при одномерном деформировании ($\sigma_y = \sigma_z = 0$, $\varepsilon_y = \varepsilon_z = 0$). Что касается функции $\mu(\varepsilon, \Gamma)$, то её вид может быть установлен лишь с использованием соотношения (3) для конкретного вида деформирования сплошной среды (плоское, сферически-симметричное, осе-симметричное и так далее), для конкретной математической модели сплошной среды и конкретных численных значений констант, входящих в описание математической модели.

Деформационная теория пластичности сыпучей среды. Одной из наиболее удачных математических моделей, описывающих механическое поведение грунтов и грунтовых массивов, без учёта длительного действия нагрузки, является деформационная теория пластичности сыпучей среды, предложенная профессором Г.А. Гениевым в 1974 году [1]. Данная модель иллюстрирует формоизменение и состоит из параллельно соединённых неупругого элемента и элемента сухого трения. Она позволяет описать некоторые закономерности деформирования грунтовых сред, в частности, влияние среднего напряжения на вид зависимостей между вторыми инвариантами девиаторов напряжений и деформаций, некоторые особенности процесса разгрузки, реализует возможность непосредственного перехода от зависимостей напряжения-деформации к условию предельного равновесия, предусматривает физическую нелинейность диаграмм работы материала, а также эффект дилатансии в области напряжённых состояний, близких к предельным. Переменный модуль объёмного расширения (сжатия) и переменный модуль сдвига при этом имеют вид:

$$K(\varepsilon, \Gamma) = K_0 - K_0 \frac{q}{\varepsilon} \left(2 - \frac{\Gamma}{\Gamma_s} \right)^2 \left(\frac{\Gamma}{\Gamma_s} \right)^2; \quad (3)$$

$$G(\varepsilon, \Gamma) = G_0 \left(1 - \frac{\Gamma}{2\Gamma_s} \right) + K_0 f \frac{q}{\Gamma_s} \left(2 - \frac{\Gamma}{\Gamma_s} \right)^2 \frac{\Gamma}{\Gamma_s} - f K_0 \frac{\varepsilon}{\Gamma}.$$

Здесь K_0 - начальный коэффициент объёмного расширения (сжатия); G_0 - начальный модуль сдвига при чистом сдвиге; Γ_s - предельная интенсивность деформаций сдвига; f - аналог коэффициента внутреннего трения; q - коэффициент дилатансии.

Модель, представленная соотношениями (3) базируется на гипотезе о малости деформаций, в основе которой лежит принцип неизменности начальных размеров (принцип «затвердевания»), а потому описывает механическое поведение грунтовых массивов, являющихся физически-нелинейными по своей природе, без учёта геометрической нелинейности. Вместе с тем при статическом деформировании грунтовых массивов деформации, вообще говоря, уже нельзя считать малыми и построение разрешающих уравнений следует выполнять уже «после» деформации следуя терминологии В.В.Новожилова [2].

Для построения деформационных соотношений сплошных сред с учётом геометрической нелинейности было предложено несколько подходов [3], в частности, подход, основанный на допущении о независимости формы записи замыкающих уравнений (1) и (2) от вида рассматриваемой "геометрии" сплошной среды (гипотеза об эквивалентности формы записи замыкающих уравнений). В соответствии с данной гипотезой, основные физические соотношения геометрически и физически нелинейного аналога сплошной среды, будут иметь вид:

$$\sigma^* = 3K^*(\varepsilon^*, \Gamma^*) \cdot \varepsilon^*; \quad T^* = G^*(\varepsilon^*, \Gamma^*) \cdot \Gamma^*. \quad (4)$$

Здесь $K^*(\varepsilon^*, \Gamma^*)$ – геометрически нелинейный аналог переменного модуля объёмного расширения (сжатия); $G^*(\varepsilon^*, \Gamma^*)$ – геометрически нелинейный аналог переменного модуля сдвига. Конкретный вид этих величин определяет геометрически нелинейную математическую модель сплошной среды, в частности геометрически нелинейным аналогом деформационной теории пластичности сыпучей среды будет математическая модель, описываемая соотношениями:

$$K^*(\varepsilon^*, \Gamma^*) = K_0 - K_0 \frac{q}{\varepsilon^*} \left(2 - \frac{\Gamma^*}{\Gamma_s} \right)^2 \left(\frac{\Gamma^*}{\Gamma_s} \right)^2; \quad (5)$$

$$G^*(\varepsilon^*, \Gamma^*) = G_0 \left(1 - \frac{\Gamma^*}{2\Gamma_s} \right) + K_0 f \frac{q}{\Gamma_s} \left(2 - \frac{\Gamma^*}{\Gamma_s} \right)^2 \frac{\Gamma^*}{\Gamma_s} - fK_0 \frac{\varepsilon^*}{\Gamma^*}.$$

Здесь $\sigma^* = \sigma_{xx}^* + \sigma_{yy}^* + \sigma_{zz}^*$ – первый инвариант тензора обобщённых напряжений; $\varepsilon^* = \varepsilon_{xx}^* + \varepsilon_{yy}^* + \varepsilon_{zz}^*$ – первый инвариант тензора нелинейных деформаций;

$$T^* = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_{xx}^* - \sigma_{yy}^*)^2 + (\sigma_{yy}^* - \sigma_{zz}^*)^2 + (\sigma_{zz}^* - \sigma_{xx}^*)^2 + 6(\sigma_{xy}^{*2} + \sigma_{yz}^{*2} + \sigma_{zx}^{*2})} -$$

интенсивность обобщённых касательных напряжений (величина, пропорциональная второму инварианту девиатора обобщённых напряжений);

$$\Gamma^* = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{(\varepsilon_{xx}^* - \varepsilon_{yy}^*)^2 + (\varepsilon_{yy}^* - \varepsilon_{zz}^*)^2 + (\varepsilon_{zz}^* - \varepsilon_{xx}^*)^2 + \frac{3}{2}(\varepsilon_{xy}^{*2} + \varepsilon_{yz}^{*2} + \varepsilon_{zx}^{*2})} -$$

интенсивность нелинейных деформаций сдвига (величина, пропорциональная второму инварианту девиатора нелинейных деформаций).

Связь между переменными модулями объёмного расширения (сжатия) $K^*(\varepsilon^*, \Gamma^*)$, сдвига $G^*(\varepsilon^*, \Gamma^*)$ и переменными модулями упругости $E^*(\varepsilon^*, \Gamma^*)$ и коэффициентом поперечной деформации $\mu^*(\varepsilon^*, \Gamma^*)$ устанавливаются соотношениями:

$$E^*(\varepsilon^*, \Gamma^*) = \frac{9K^*(\varepsilon^*, \Gamma^*) \cdot G^*(\varepsilon^*, \Gamma^*)}{3K^*(\varepsilon^*, \Gamma^*) + G^*(\varepsilon^*, \Gamma^*)}; \quad \mu^*(\varepsilon^*, \Gamma^*) = \frac{3K^*(\varepsilon^*, \Gamma^*) - 2G^*(\varepsilon^*, \Gamma^*)}{2[3K^*(\varepsilon^*, \Gamma^*) + G^*(\varepsilon^*, \Gamma^*)]}; \quad (6)$$

$$K^*(\varepsilon^*, \Gamma^*) = \frac{E^*(\varepsilon^*, \Gamma^*)}{3[1 - 2\mu^*(\varepsilon^*, \Gamma^*)]}; \quad G^*(\varepsilon^*, \Gamma^*) = \frac{E^*(\varepsilon^*, \Gamma^*)}{2[1 + \mu^*(\varepsilon^*, \Gamma^*)]}. \quad (7)$$

Осесимметричное деформирование. Рассмотрим построение кривых $\mu(\varepsilon, \Gamma)$ и $\mu^*(\varepsilon^*, \Gamma^*)$ для массивного тела, находящегося в условиях осесимметричного деформирования и описываемого деформационной теорией пластичности сыпучей среды в геометрически линейной и геометрически нелинейной постановке.

Для определения функций $\mu(\varepsilon, \Gamma)$ и $\mu^*(\varepsilon^*, \Gamma^*)$ рассмотрим осесимметричное деформирование бесконечного сплошного массива за пределами цилиндрической полости начального радиуса r_0 . Пусть внутренняя поверхность цилиндрической полости получает радиальное перемещение u_r^0 . Определение напряжённо-деформированного состояния бесконечного сплошного массива с цилиндрической полостью, находящегося в состоянии осесимметричного деформирования, математически сводится к решению двухточечной краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами, если краевые условия зададим следующим образом:

$$u(r_0) = u_r^0; \quad u(r_n) = 0. \quad (8)$$

Первое из соотношений (8) означает, что задано радиальное перемещение точек цилиндрической поверхности; второе соотношение говорит о том, что на расстоянии r_n от оси цилиндра радиальные перемещения равны нулю.

В случае геометрически линейной модели сплошной среды разрешающее уравнение в перемещениях имеет следующий вид [4]:

$$A \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + B + F_r = 0, \quad (9)$$

где
$$A = \left(K + \frac{4}{3}G + X + m_1 Y \right);$$

$$B = \frac{1}{r} \left\{ \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r} \right) \left(K - \frac{2}{3}G + X + m_2 Y \right) + (\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}) \right\};$$

причём
$$X = (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\varphi\varphi}) \frac{\partial K}{\partial \varepsilon} + 2 \left(\varepsilon_{rr} - \frac{\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\varphi\varphi}}{3} \right) \frac{\partial G}{\partial \varepsilon};$$

$$Y = (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\varphi\varphi}) \frac{\partial K}{\partial \Gamma} + 2 \left(\varepsilon_{rr} - \frac{\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\varphi\varphi}}{3} \right) \frac{\partial G}{\partial \Gamma};$$

$$m_1 = \frac{2\varepsilon_{rr} - \varepsilon_{\varphi\varphi}}{\sqrt{3(\varepsilon_{rr}^2 - \varepsilon_{rr}\varepsilon_{\varphi\varphi} + \varepsilon_{\varphi\varphi}^2)}}; \quad m_2 = \frac{2\varepsilon_{\varphi\varphi} - \varepsilon_{rr}}{\sqrt{3(\varepsilon_{rr}^2 - \varepsilon_{rr}\varepsilon_{\varphi\varphi} + \varepsilon_{\varphi\varphi}^2)}};$$

$$\sigma_{rr} = K(\varepsilon, \Gamma) \cdot (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\varphi\varphi}) + 2G(\varepsilon, \Gamma) \cdot \left(\varepsilon_{rr} - \frac{\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\varphi\varphi}}{3} \right);$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = K(\varepsilon, \Gamma) \cdot (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\varphi\varphi}) + 2G(\varepsilon, \Gamma) \cdot \left(\varepsilon_{\varphi\varphi} - \frac{\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\varphi\varphi}}{3} \right).$$

При этом компоненты деформации связаны с радиальными перемещениями соотношениями: $\varepsilon_{rr} = \partial u_r / \partial r$; $\varepsilon_{\varphi\varphi} = u_r / r$.

Для случая геометрически нелинейной модели сплошной среды разрезающее уравнение в перемещениях записывается в следующей форме [4]:

$$A^* \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + B^* + D^* F_r = 0. \quad (10)$$

Здесь

$$A^* = \left(1 + \frac{\partial u_r}{\partial r}\right)^2 \left(K^* + \frac{4}{3}G^* + X^* + m_1^* Y^*\right) + \sigma_{rr}^*;$$

$$B^* = \frac{1}{r} \left\{ \left(1 + \frac{u_r}{r}\right) \left(1 + \frac{\partial u_r}{\partial r}\right) \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r}\right) \left(K^* - \frac{2}{3}G^* + X^* + m_2^* Y^*\right) + \left[\left(1 + \frac{\partial u_r}{\partial r}\right) \sigma_{rr}^* - \left(1 + \frac{u_r}{r}\right) \sigma_{\varphi\varphi}^*\right] \right\};$$

$$D^* = \left(1 + \frac{\partial u_r}{\partial r}\right) \left(1 + \frac{u_r}{r}\right)^2;$$

причём

$$X^* = (\varepsilon_{rr}^* + \varepsilon_{\varphi\varphi}^*) \frac{\partial K^*}{\partial \varepsilon^*} + 2 \left(\varepsilon_{rr}^* - \frac{\varepsilon_{rr}^* + \varepsilon_{\varphi\varphi}^*}{3} \right) \frac{\partial G^*}{\partial \varepsilon^*};$$

$$Y^* = (\varepsilon_{rr}^* + \varepsilon_{\varphi\varphi}^*) \frac{\partial K^*}{\partial \Gamma^*} + 2 \left(\varepsilon_{rr}^* - \frac{\varepsilon_{rr}^* + \varepsilon_{\varphi\varphi}^*}{3} \right) \frac{\partial G^*}{\partial \Gamma^*};$$

$$m_1 = \frac{2\varepsilon_{rr}^* - \varepsilon_{\varphi\varphi}^*}{\sqrt{3(\varepsilon_{rr}^{*2} - \varepsilon_{rr}^* \varepsilon_{\varphi\varphi}^* + \varepsilon_{\varphi\varphi}^{*2})}}; \quad m_2 = \frac{2\varepsilon_{\varphi\varphi}^* - \varepsilon_{rr}^*}{\sqrt{3(\varepsilon_{rr}^{*2} - \varepsilon_{rr}^* \varepsilon_{\varphi\varphi}^* + \varepsilon_{\varphi\varphi}^{*2})}};$$

$$\sigma_{rr}^* = K^*(\varepsilon^*, \Gamma^*) \cdot (\varepsilon_{rr}^* + \varepsilon_{\varphi\varphi}^*) + 2G^*(\varepsilon^*, \Gamma^*) \cdot \left(\varepsilon_{rr}^* - \frac{\varepsilon_{rr}^* + \varepsilon_{\varphi\varphi}^*}{3} \right);$$

$$\sigma_{\varphi\varphi}^* = K^*(\varepsilon^*, \Gamma^*) \cdot (\varepsilon_{rr}^* + \varepsilon_{\varphi\varphi}^*) + 2G^*(\varepsilon^*, \Gamma^*) \cdot \left(\varepsilon_{\varphi\varphi}^* - \frac{\varepsilon_{rr}^* + \varepsilon_{\varphi\varphi}^*}{3} \right).$$

При этом связь между компонентами нелинейных деформаций и перемещениями устанавливается соотношениями:

$$\varepsilon_{rr}^* = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2; \quad \varepsilon_{\varphi\varphi}^* = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{2} \left(\frac{u_r}{r} \right)^2.$$

Решение краевых задач (9), (8) и (10), (8) выполнено методом конечных разностей на кусочно-неравномерной сетке с погрешностью в остаточном члене порядка $O(h^2)$ для всех узлов сетки, включая граничные [5]. Кусочно- неравномерная сетка задавалась следующим образом: область решения - интервал $[r_0 - r_n]$ делится на N равных участков, а затем каждый участок $[r_i - r_{i+1}]$ делится ещё на $(N - i)$ участков, где $i = 0, 1, 2, \dots, N - 1$. Такое деление обусловлено тем, что с левого края области решения $[r_0 - r_n]$ характеристики напряжённо-деформированного состояния (напряжения, деформации и их инварианты) имеют значительный градиент, приводящий к необходимости задавать очень мелкую сетку.

Система конечно-разностных уравнений и для задачи (9), (8) (без учёта геометрической нелинейности), и для задачи (10), (8) (с учётом геометрической нелинейности) имеет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} i = 2; & & -(1 + \alpha_2)u_2 + u_3 = F_2 - \alpha_2 u_0; \\ i = 3, \dots, n-2; & & \alpha_i u_{i-1} - (1 + \alpha_i)u_i + u_{i+1} = F_i; \\ i = n-1; & & \alpha_{n-1} u_{n-2} - (1 + \alpha_{n-1})u_{n-1} = F_{n-1}, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

причём для задачи (9), (8) $F_i = \frac{B_i + F_r}{A_i}$, а для задачи (10), (8) $F_i = \frac{B_i + D_i F_r}{A_i}$

($i = 2, \dots, n-1$). Коэффициент α_i равен отношению расстояния между соседними узлами кусочно-неравномерной сетки: $\alpha_i = \frac{h_i}{h_{i-1}}$. По построению $1 \leq \alpha_i \leq 2$.

Построение решения выполнялось методом итераций, причём на каждой итерации система конечно-разностных уравнений решалась методом прогонки. Доказательство устойчивости метода прогонки для системы (11) приведено в работе [6].

В качестве начального приближения решения принималось решение данной краевой задачи для физически и геометрически линейной модели сплошной среды (в силу его интегрируемости). Окончание процесса итераций контролировалось по перемещениям: $|u_{ri}^k - u_{ri}^{k-1}| \leq \Delta$, где k – номер итерации; Δ – погрешность вычислений.

Описанный алгоритм решения двухточечной краевой задачи реализован в пакете программ "OSA", разработанном в среде программирования математического пакета "MATLAB". При выполнении расчётов параметры геометрии полупространства, с приведённой начальной плотностью $\frac{F_x}{G_0 \Gamma_s} = 0,005$, принимались следующими:

начальный радиус цилиндрической полости $r_0 = 1 м$, толщина сжимаемой толщи полупространства $r_n = 12 м$, количество узлов кусочно-неравномерной сетки $N = 24$, количество расчётных точек $n = 277$. Механические константы сплошной среды имели следующие значения: $K_0 / G_0 = 5,0$; предельная интенсивность деформаций сдвига $\Gamma_s = 0,231$; приведённый коэффициент дилатансии $q / \Gamma_s = 1$; коэффициент трения $f = 0,1; 0,5; 0,9$. Вычисления выполнялись с точностью $\Delta \leq 0,0001$. Начальное смещение границы цилиндрической полости принималось равным $u_r^0 / \Gamma_s = 0,585$. Это значение обеспечивало допредельную ($\Gamma < \Gamma_s$) стадию работы материала на границе цилиндрической полости для принятых констант сплошной среды и параметров геометрии полупространства.

На рис. 1 представлено решение сформулированной краевой задачи, то есть, показаны графики относительных радиальных перемещений u_r / Γ_s , относительных радиальных и тангенциальных деформаций $\frac{\varepsilon_r}{\Gamma_s}; \frac{\varepsilon_\varphi}{\Gamma_s}$ и напряжений $\frac{\sigma_r}{G_0 \Gamma_s}; \frac{\sigma_\varphi}{G_0 \Gamma_s}$, относительных инвариантных величин $\frac{\varepsilon}{\Gamma_s}; \frac{\sigma}{G_0 \Gamma_s}; \frac{T}{G_0 \Gamma_s}; \frac{I}{\Gamma_s}$. Все кривые построены для коэффициента внутреннего трения $f = 0,5$.

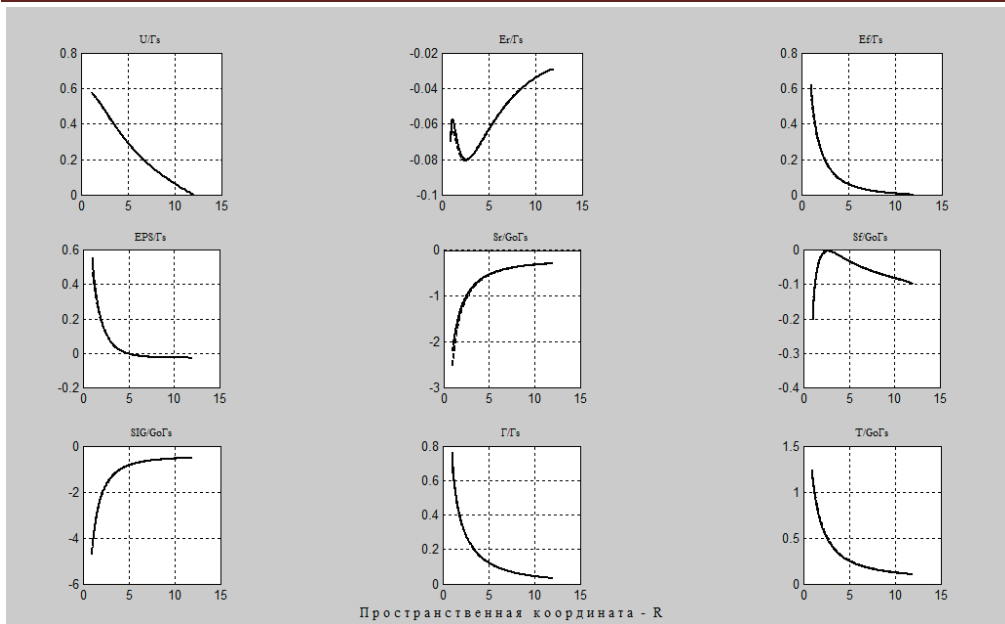


Рис. 1. Решение краевой задачи

Характер изменения коэффициента поперечной деформации по толщине цилиндрического полупространства для различных значений коэффициента внутреннего трения f показан на рис. 2.

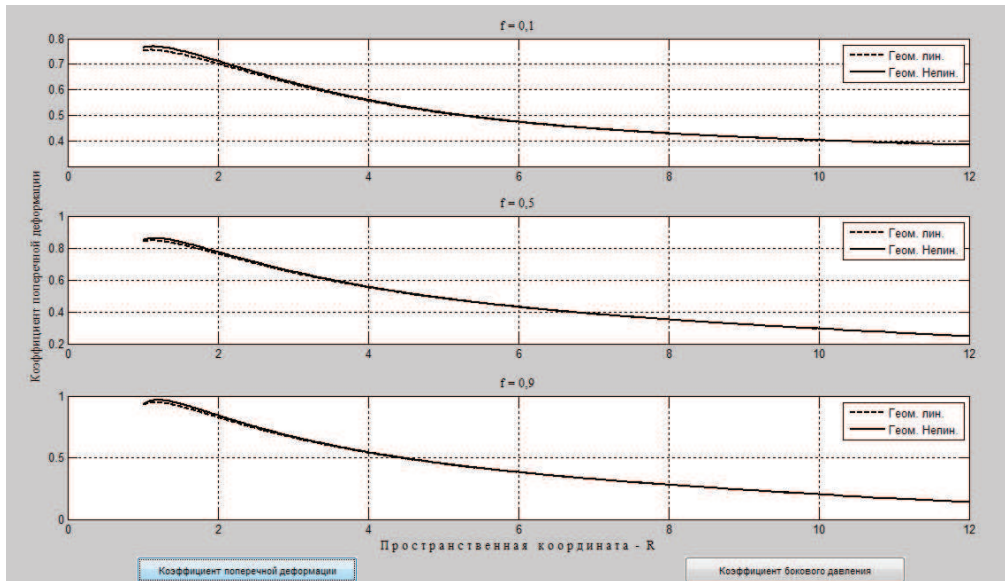


Рис. 2. Коэффициент поперечной деформации

На рис. 3 показан характер изменения коэффициента бокового давления $\sigma_\varphi = \sigma_r$ по толщине цилиндрического полупространства для различных значений коэффициента внутреннего трения f .

На рисунках пунктирные линии соответствуют случаю геометрически линейной модели, сплошные линии - геометрически нелинейной модели сплошной среды.

Выводы. 1. Численные исследования показывают, что величина коэффициента поперечной деформации существенно зависит как от механических ха-

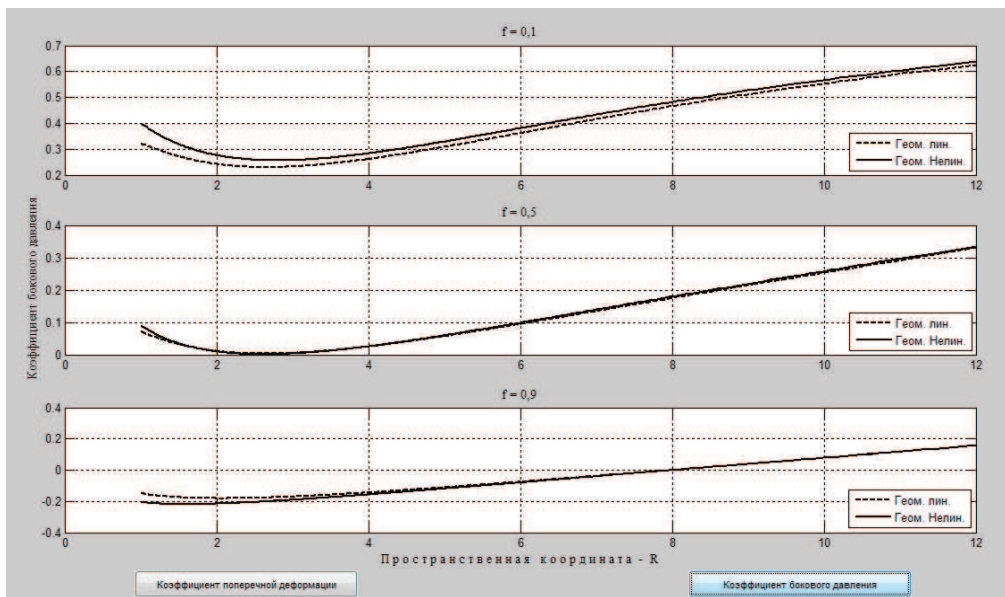


Рис. 3. Коэффициент бокового давления

рактических характеристик материала полупространства, уровня развития напряжённо-деформированного состояния в рассматриваемой точке, так и от вида рассматриваемой математической модели сплошной среды (геометрически линейной или геометрически нелинейной). Максимального значения коэффициент поперечной деформации достигает в точках сплошной среды, примыкающих к краю цилиндрической полости, то есть там, где уровень напряжённо-деформированного состояния является максимальным. Для значительных уровней напряжённо-деформированного состояния коэффициент поперечной деформации существенно превышает предельное значение для линейно-упругого материала, равное 0,5. Для малых уровней напряжённо-деформированного состояния коэффициент поперечной деформации не превышает значения 0,5. Для геометрически нелинейной модели коэффициент поперечной деформации выше, чем для геометрически линейной модели сплошной среды, причём, чем меньше коэффициент внутреннего трения, тем эта разница больше.

2. Что касается коэффициента бокового давления, то он монотонно изменяется по глубине сжимаемой толщи по кривой выпуклостью вниз. Его наибольшие значения фиксируются в конце сжимаемой толщи. Наименьшие значения коэффициент бокового давления принимает ближе к краю цилиндрической полости. Для геометрически нелинейной модели коэффициент бокового давления выше, чем для геометрически линейной модели сплошной среды, причём эта разница тем больше, чем меньше коэффициент внутреннего трения.

Заключение. Представленные в статье результаты могут быть использованы при анализе несущей способности и деформативности сплошных сред типа грунтовых оснований под здания и сооружения, механическое поведение которых описывается геометрически и физически нелинейными моделями.

© Бакушев С.В. 2017

Список литературы

1. *Гениев Г.А.* К вопросу о деформационной теории пластичности сыпучей среды // *Строительная механика и расчёт сооружений.* – 1974. – № 4. – С. 8—10.
2. *Новожилов В.В.* Теория упругости. – Л.: Судпромгиз, 1958. – 370 с.

3. Бакушев С.В. Геометрически и физически нелинейная механика сплошной среды: Плоская задача. – М.: Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2013. – 312 с.

4. Бакушев С.В. Некоторые вопросы центрально - и осесимметричного деформирования геометрически-нелинейной сплошной среды // Известия ВУЗов. Строительство. – 1996. – № 8. – С. 25—31.

5. Варвак П.М., Варвак Л.П. Метод сеток в задачах расчета строительных конструкций. М.: Стройиздат. – 1977. –154 с.

6. Бакушев С.В. К вопросу о возможности формирования цилиндрических ударных волн в сплошных средах (часть 1) //Строительная механика и расчёт сооружений. – 2016. – № 6. – С. 30—35.

Поступила в редакцию 2 мая 2017 г. Прошла рецензирование 27 мая 2017 г.

Принята к публикации 18 июня 2017 г.

Об авторе: БАКУШЕВ СЕРГЕЙ ВАСИЛЬЕВИЧ – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Механика», ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства». Научные интересы: геометрически и физически нелинейная механика сплошной среды. 440028, Пенза, ул. Титова, 28, ПГУАС

Для цитирования:

Бакушев С.В. Оценка коэффициента поперечной деформации при осесимметричном деформировании сплошных сред // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – № 5. – С. 12—20, DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5-12-20.

References

1. Geniev, G.A. (1974). About the question of the deformation theory of plasticity of granular medium. *Stroitel'naya Mekhanika i Raschet Sooruzheniy*. No 4, 8—10 (in Russian).
2. Novozhilov, V.V. (1958). *Theory of Elasticity*. Sudpromgiz, 370 p. (in Russian)
3. Bakushev, S.V. (2013). *Geometrical and Physic Non-Linear Mechanics of Continuous Mediums: Plane Problem*. Moscow: Knizhniy dom "LIBROCOM", 312 p. (in Russian).
4. Bakushev, S.V. (1996). Some problems about Central and axisymmetric deformation of geometrically nonlinear medium. *Izvestiya VUZov. Stroitel'stvo*. No 8, 35—31 (in Russian)
5. Varvak, P.M., Varvak, L.P. (1977). *The Grid Method in the Analysis of the Problems of Building Structures*. Moscow, Stroyizdat Publ., 154 p. (in Russian).
6. Bakushev, S.V. (2016). To the problem of the possibility of forming cylindrical shock waves in continuous medium (Part 1). *Stroitel'naya Mekhanika i Raschet Sooruzheniy*, No 6, 30—35 (in Russian).

EVALUATION OF THE COEFFICIENT OF TRANSVERSE DEFORMATION AT THE AXIAL-SYMMETRIC DEFORMATION OF CONTINUOUS MEDIUM

BAKUSHEV S.V.

The Penza State University of Architecture and Construction, Penza, Russia

The article is devoted to the question of theoretical estimation of the value of the coefficient of transverse deformation in continuous medium under the conditions of axial-symmetric deformation. It is shown that the value of the coefficient of transverse strain essentially depends both on the mechanical characteristics of the material of the half-space, the level of development of the stress-strain state at considering point, and on the type of the mathematical model of the continuous medium (geometrically linear or geometrically nonlinear) and may exceed the limit value for linear- elastic body, equal to 0,5.

Keywords: Solid array, Axial-symmetric deformation, Coefficient of transverse deformation, Geometrical and physical nonlinearity.

Article history: Received: May 2, 2017. Revised: May 27, 2017. Accepted: June 18, 2017.

About the author:

BAKUSHEV SERGEY VASILEVICH is the DSc (in Technical Sciences), Professor, professor of Department of Mechanics, the Penza State University of Architecture and Construction. Scientific interests: geometrical and physic non-linear mechanics of continuous mediums. Post address of the university: PGYAS, 28, Titov Str., Penza, Russian Federation.

For citation:

Bakushev S.V. (2017) Evaluation of the coefficient of transverse deformation at the axial-symmetric deformation of continuous medium. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. No 5, 12—20, DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5-12-20.

УДК 624.042

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАГРУЗКИ И НАПРЯЖЕНИЙ ИЗГИБА ПО ДЛИНЕ ТОЛСТОЙ ПЛАСТИНЫ, ЗАДЕЛАННОЙ В ОСНОВАНИЕ, ПРИ НАЛИЧИИ УГЛА НАЧАЛЬНОГО НЕПРИЛЕГАНИЯ СОПРЯГАЕМОЙ С НЕЙ ДЕТАЛИ

Ф.И. ПЛЕХАНОВ, доктор технических наук, профессор
ФГБОУ ВО «Ижевский государственный технический университет имени М.Т.
Калашникова»

426069, Удмуртия, г. Ижевск, ул. 7 Подлесная, дом 100, корп. 2, кв. 44

Аннотация. В статье приведен метод определения коэффициентов неравномерности распределения нагрузки и напряжений изгиба по длине детали, выполненной в виде толстой пластины, жестко заделанной в основание и контактирующей с другой деталью при наличии вызванного перекосом начального непряления. Метод основан на решении уравнения связи угла непряления и составляющих деформации, представленного в виде интегрального уравнения Вольтерра.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: заделка, толстая пластина, контакт, нагрузка, напряжения изгиба.

В строительных конструкциях и механических системах обычно имеет место хотя бы небольшое начальное непряление одного из сопрягаемых элементов к другому в силу неизбежных погрешностей их изготовления и монтажа (рис. 1). Это приводит к неравномерному распределению нагрузки и напряжений изгиба по длине контактирующих тел, что снижает ресурс сооружения или механизма и может явиться причиной преждевременного выхода его из строя. Такому негативному влиянию погрешностей изготовления и монтажа на работоспособность подвержены плиты, соединения элементов машин и механизмов, содержащие детали в виде толстых пластин, заделанных в основание и контактирующих с другими деталями. В изделиях машиностроения к ним можно отнести кулачковые муфты, зубья колес, плунжерные механизмы [1,2,3].

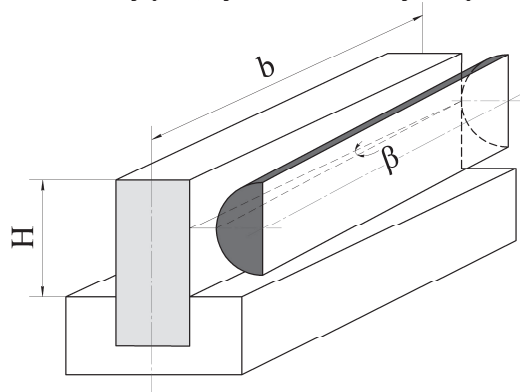


Рис. 1. Сопряжение элементов конструкции при наличии угла начального непряления

В связи с этим важно установить законы распределения нагрузки и напряжений изгиба по длине сопрягаемых элементов, без чего невозможно осуществить рациональное проектирование сооружения или механизма. Большое влияние на указанные силовые факторы оказывает податливость основания и пластины в месте заделки.

Пластина в месте ее заделки представляет собой балку на упругом основании и ее деформация может быть выражена через погонную нагрузку и жесткость упругого основания c : $y(x) = q(x)/c$ (рис. 2).

Тогда уравнение деформированной пластины в месте ее заделки в основание примет следующий вид:

$$q^{IV}(x) - \nu q''(x) + \lambda q(x) = 0,$$

где $\nu = \frac{kc}{S bG}$, $\lambda = \frac{12c}{EbS^3}$. b – ширина плиты, E – модуль упругости первого рода, $k = 1,2$, $G = 0,5E/(1 + \mu)$, μ – коэффициент Пуассона материала сопрягаемых элементов, $I = bS^3/12$, S – толщина плиты.

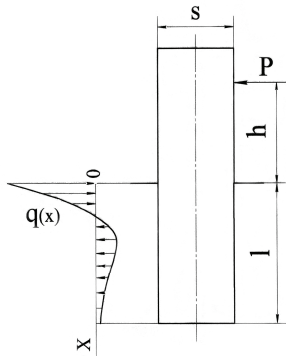


Рис. 2. Распределение нагрузки в основании пластины

Учитывая, что балка испытывает стесненный изгиб, закон изменения погонной нагрузки носит характер аperiодических затухающих колебаний.

Это имеет место при $\lambda = \nu^2/4$, или

$$\omega = |\omega_{1-4}| = \frac{1}{S} \sqrt{\frac{12}{k(1 + \mu)}}.$$

Тогда погонная нагрузка, обусловленная действием внешних силовых факторов,

$$q(x) = y(x)c = (A + Bx)e^{-\omega x}.$$

Постоянные интегрирования A, B определим из уравнений статики:

$$\int_0^l q(x)dx = P = ql, \quad M_0 + \int_0^l q(x)x dx = 0,$$

здесь l – длина пластины в зоне ее сопряжения с основанием, q – средняя погонная нагрузка в указанной зоне.

В соответствии с этим перемещение места приложения силы P в направлении линии ее действия, обусловленное податливостью основания,

$$y(h) = \frac{s[k(1 + \mu)]^2}{12Eb} [q(0) + q'(0)h]. \quad (1)$$

Для установления законов распределения нагрузки и напряжений изгиба зубьев по их длине b при наличии угла начального неприлегания β рассмотрим напряженно-деформированное состояние зуба под действием нормальной погонной нагрузки $W(z)$ и главных нормальных напряжений в его основании $\sigma(z)$ (рис. 3). Разница моментов, создаваемых указанными силовыми факторами, ведет к кручению зуба относительно оси z . С учетом этого уравнения связи угла начального неприлегания и деформаций зуба принимают следующий вид:

$$z\beta - \delta_w [W(z) - W(0)] = h[\varphi(z) - \varphi(0)] = \frac{h}{GI_K} \int_0^x [t(\xi) - h_n W(\xi)](z - \xi) d\xi, \quad (2)$$

$$\varphi(z) - \varphi(0) = \delta_F [t(z) - t(0)] / h^2. \quad (3)$$

Здесь G – модуль упругости второго рода; I_K – момент инерции поперечного сечения пластины при кручении относительно продольной оси (определяется по приближенной зависимости, как для стержня прямоугольного сечения: $I_K = \eta Hs^3$ [4], где η – коэффициент, зависящий от отношения высоты сечения

H к его ширине); h - плечо погонной нагрузки $W(z)$ относительно центра изгиба пластины; $t(z)$ – текущее значение погонного момента, создаваемого напряжениями изгиба $\sigma(v)$, δ_F - изгибная удельная податливость пластины, определяемая через смещение точки приложения нагрузки относительно центра изгиба y_F ($\delta_F = y_F / W$); t и W - средние погонные момент изгиба и нормальная нагрузка ($t = Wh$); δ_W - составляющая суммарной удельной податливости,

$$\delta_W = (y_\Sigma - y_F) / W = \delta_\Sigma - \delta_F.$$

Перемещения в направлении линии действия нагрузки и соответствующие

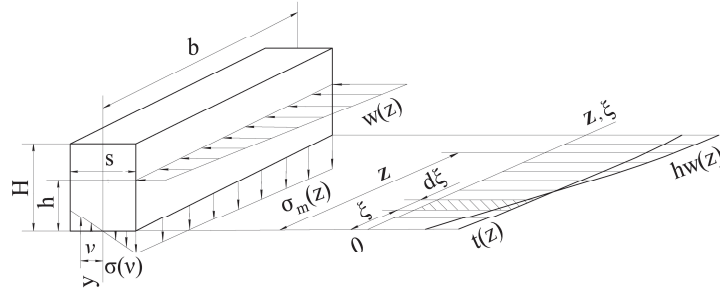


Рис. 3. К определению законов распределения нагрузки и напряжений изгиба по длине пластины

им удельные податливости сдвига и изгиба определяются с использованием интегралов Мора [4,5]:

$$\delta_Q = \int_0^h \frac{1,2dy}{Gs}, \quad \delta_F = \int_0^h \frac{12y^2 dy}{Es^3}.$$

Удельная податливость, вызванная деформативностью основания, $\delta_0 = y(h) / W$, где перемещение $y(h)$ определяется по выражению (1).

Суммарная удельная податливость пластины $\delta_\Sigma = \delta_Q + \delta_F + \delta_0$ (контактной податливостью пренебрегаем ввиду ее малости).

Подстановка равенства (3) в (2) с учетом уравнения статики

$$\int_0^b W(z) dz = \frac{1}{h_n} \int_0^b t(z) dz = Wb$$

даст
$$W(z) = \psi^2 \int_0^x W(\xi)(z - \xi) d\xi + \Phi(z), \quad (4)$$

где
$$\psi = h_n \sqrt{\frac{\delta_\Sigma}{GI_K \delta_W \delta_F}}, \quad \Phi(z) = W(0) + \frac{\beta z}{\delta_W} + 0,5(\psi z)^2 \left[\frac{\beta}{\delta_\Sigma} \left(\frac{3b - 2z}{6} \right) - W \right].$$

Уравнение (4) представляет собой неоднородное интегральное уравнение Вольтерра с ядром, зависящим от разности аргументов, которое в операторной форме имеет следующий вид:

$$L[W(z)] = \bar{W}(P) = \frac{\bar{\Phi}(P)}{1 - (\psi / P)^2}.$$

Решение уравнения методом операционного исчисления и последующая подстановка его в равенства (2), (3) позволяет найти законы изменения погонной нагрузки и погонного момента, вызванного действием напряжений изгиба. Так, переходя от изображения к оригиналу, получим

$$L^{-1}[W(P)] = W(z) = W + \frac{\beta b}{\delta_F + \delta_W} \left[\frac{z}{b} - 0,5 + \frac{\delta_F}{\psi b \delta_W} \left(sh \psi z + \frac{1 - ch \psi b}{sh \psi b} ch \psi z \right) \right],$$

$$t(z) = Wh_n + \frac{\beta b h_n}{\delta_F + \delta_W} \left[\frac{z}{b} - 0,5 - \frac{1}{\psi b} \left(sh \psi z + \frac{1 - ch \psi b}{sh \psi b} ch \psi z \right) \right].$$

Найденный погонный момент $t(z)$ выражается через нормальные напряжения изгиба в основании пластины (см. рис. 3), причем зависимость близка к линейной: $t(z) = D \sigma_m(z)$, где $\sigma_m(z)$ - максимальное значение напряжения изгиба в произвольном поперечном сечении зуба, D - коэффициент пропорциональности. Поэтому отношение максимального погонного момента к среднему можно представить в виде равенства $K_F = \sigma_m(b) / \sigma_m$ (σ_m - среднее значение напряжения изгиба в крайних точках сечения).

В соответствии с этим определяются максимальные значения силовых факторов и коэффициенты неравномерности их распределения, соответствующие $z = b$:

$$K_H = 1 + \frac{0,5\beta b}{q\delta_\Sigma} \left[1 + \frac{2\delta_F}{\psi b \delta_W} \left(sh \psi b + \frac{ch \psi b - 1}{sh \psi b} ch \psi b \right) \right],$$

$$K_F = 1 + \frac{0,5\beta b}{q\delta_\Sigma} \left[1 - \frac{2}{\psi b} \left(sh \psi b + \frac{ch \psi b - 1}{sh \psi b} ch \psi b \right) \right].$$

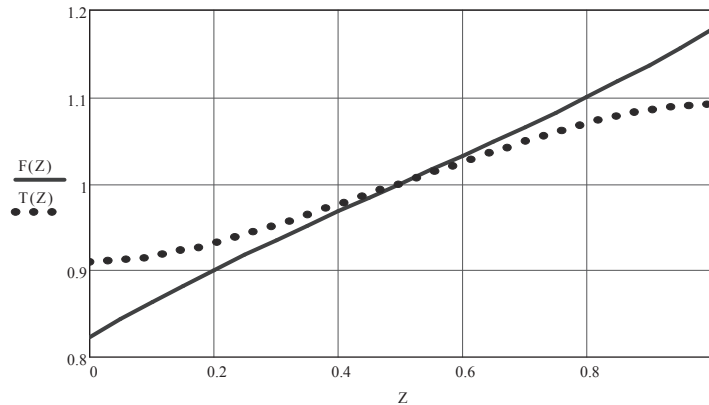


Рис. 4. Распределение относительной нагрузки $F(Z)$ и относительного момента изгиба пластины $T(Z)$ по ее длине ($Z = z/b$) при $\gamma = \beta b E / W = 30$, $l/s = 1$, $h/s = 2$, $H/s = 2$, $B = b/s = 5$

На рис. 4-6 представлены графики изменения относительной нагрузки $F(Z) = W(Z)/W$, относительного момента $T(Z) = t(Z)/t$ и соответствующих им коэффициентов неравномерности K_H и K_F в зависимости от безразмерных величин $B = b/m$, $\gamma = \beta b E / W$, $Z = z/b$. На рис. 7 – то же для пластины, заделанной в жесткое основание (при $y(h) = 0$).

Анализ приведенных выражений и построенных по ним графиков показывает, что деформативность толстой пластины в месте заделки в основание оказывает существенное влияние на ее напряженно-деформированное состояние. При наличии начального неприлегания заделанной в основание пластины и контактирующей с ней детали нагрузка в зоне контакта распределяется менее равномерно, чем изгибающий момент и соответствующие ему напряжения из-

гиба пластины. Это обусловлено ее кручением и появлением в результате этого касательных напряжений в сечениях, перпендикулярных продольной оси z , которые создают поддерживающий эффект, передавая изгибающий момент от одного сечения к другому.

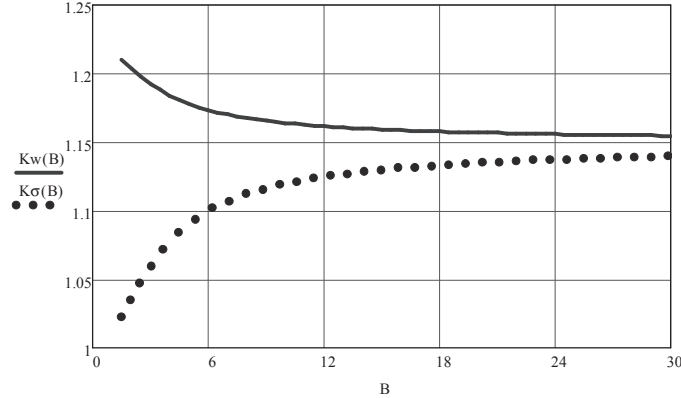


Рис. 5. Зависимость коэффициентов неравномерности распределения нагрузки K_W и напряжений изгиба пластины K_σ от ее относительной длины $B = b/s$ при $\gamma = \beta bE/W = 30$, $l/s = 1$, $h/s = 2$, $H/s = 2$,

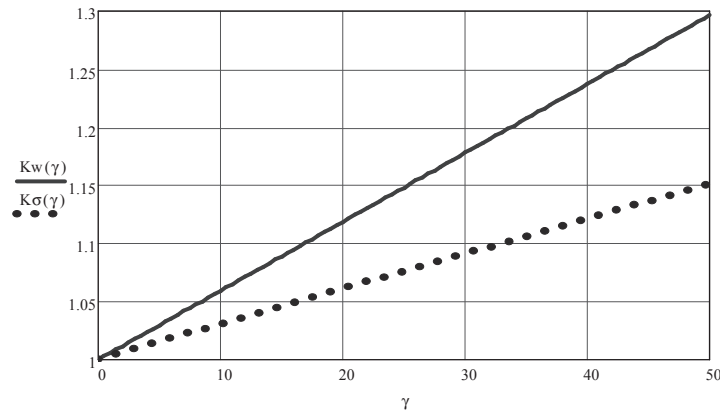


Рис. 6. Зависимость коэффициентов неравномерности распределения нагрузки K_W и напряжений изгиба пластины K_σ от относительного угла начального неперилегания контактирующих тел γ при $l/s = 1$, $h/s = 2$, $H/s = 2$, $B = b/s = 5$

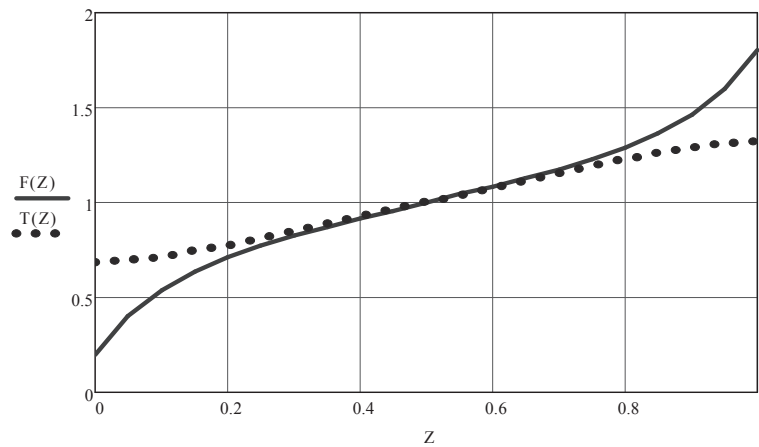


Рис. 7. Распределение относительной нагрузки $F(z)$ и относительного момента изгиба пластины $T(z)$ по ее длине ($Z = z/b$) при $\gamma = \beta bE/W = 30$, $l/s = 1$, $h/s = 2$, $H/s = 2$, $B = b/s = 5$ и жестком основании

При отношении длины пластины к ее толщине не менее 6, суммарной ширине, в три раза превышающей толщину, и отношении плеча приложенной к пластине силы к ее толщине, равном двум, коэффициент неравномерности распределения нагрузки превышает коэффициент неравномерности распределения напряжений изгиба не более чем на 7%, с уменьшением относительной длины пластины эта разница возрастает, с увеличением - падает. Использование полученных зависимостей при расчете строительных конструкций и механических систем на прочность и жесткость позволит более точно определить их нагрузочную способность, исследовать виброакустические характеристики.

© Плеханов Ф.И., 2017

Список литературы

1. Novikov A.S., Golovanov V.V., Dorofeyev V.L., Dorofeyev D.V. Design of optimal geometry, stress, stiffness, vibration and terminology of asymmetrical and HCR gears for aircraft// Proc. of the Int. Symp. "Theory and Practice of Gearing", Izhevsk.— 2014. — P.129-140.
2. Plekhanov F.I., Kuznetsov V.S. (2010). Deformability of elements of a planetary gear transmission// Russian Engineering Research. — 2010. — Vol. 30. — No 6. — P. 557—560.
3. Френкель И.Н. Влияние упругой деформации части обода, прилегающей к зубу, на жесткость зацепления // Вопросы геометрии и динамики зубчатых передач. — М.: Наука, 1964. — С. 105—131.
4. Ахметзянов М.Х., Лазарев И.Б. Сопротивление материалов. — М.: ЮРАЙТ, 2011. — 299 с.
5. Хан Х. Теория упругости. Основы линейной теории и ее применения. Пер. с нем. — М.: Мир, 1988. — 344 с.

Поступила в редакцию 15 мая 2017 г. Прошла рецензирование 30 мая 2017 г.

Принята к публикации 18 июня 2017 г.

Об авторе: ПЛЕХАНОВ ФЕДОР ИВАНОВИЧ, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Промышленное и гражданское строительство», ФГБОУ ВО «Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова». Адрес: 426069, Удмуртия, Ижевск, ул. 7 Подлесная, дом 100/2, кв. 44. Тел.: 89128501943; e-mail: fplekhanov@list.ru

Для цитирования:

Плеханов Ф.И. Распределение нагрузки и напряжений изгиба по длине толстой пластины, заделанной в основание, при наличии угла начального неперпендикулярного сопрягаемой с ней детали // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. — 2017. — № 5. — С. 21—26 (DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5-21-26).

References

1. Novikov, A.S., Golovanov, V.V., Dorofeyev, V.L., Dorofeyev, D.V. (2014). Design of optimal geometry, stress, stiffness, vibration and terminology of asymmetrical and HCR gears for aircraft. Proceedings of the International Symposium "Theory and Practice of Gearing", Russia, Izhevsk. 129—140.
2. Plekhanov, F.I., Kuznetsov, V.S. (2010). Deformability of elements of a planetary gear transmission. *Russian Engineering Research*, 30(6). 557—560.
3. Frenkel, I.N. (1964). Influence of resilient deformation of part of rim, adherent to the tooth, on inflexibility of hooking. *Voprosy Geometrii i Dinamiki Zubchatyh Peredach*: Nauka. 105—131.
4. Axmetzaynov, M.X., Lazarev, I.B. (2011). *Strength of Materials*, M.: URAYT. 299.
5. Han, H. (1988). *Theory of Elasticity. Bases of Linear Theory and its Application*. M.: Mir. 344.

DISTRIBUTION OF LOAD AND BENDING STRESSES ALONG THE LENGTH OF THE THICK PLATE FIXED IN THE BASE WHEN AN INITIAL ANGLE BETWEEN IT AND THE DETAIL CONTRACTING WITH IT

F.I. PLEKHANOV

The paper describes a method for determining coefficients of load and bending-stress distribution along a rigidly fixed thick plate which is in edge contact with the other part when no load is applied. The method is based on the solution of integral Volterra equation which binds angle between contacting elements and components of strain.

Keywords: fixed thick plate, contact, load, bending stress.

Article history: Received: May 15, 2017. Revised: May 30, 2017. Accepted: June 18, 2017.

For citation: Plekhanov F.I. (2017) Distribution of load and bending stresses along the length of the thick plate fixed in the base when an initial angle between it and the detail contracting with it. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. (5). 21—26 (DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5-21-26).

УДК 539.3

О СВОБОДНОМ КОЛЕБАНИИ НЕПРЕРЫВНО НЕОДНОРОДНО ОРТОТРОПНОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНКИ, ЛЕЖАЩЕЙ НА НЕОДНОРОДНО ВЯЗКОУПРУГОМ ОСНОВАНИИ

В.ДЖ. ГАДЖИЕВ, доктор физико-математических наук, профессор;
Г.Р. МИРЗОЕВА, доктор философии по механике, ст. научный сотрудник;
А.И. ШИРИЕВ

*Институт математики и механики,
Национальная академия наук Азербайджана,
ул. Б. Вахабзаде 9, г. Баку, Азербайджан, AZ1143*

В работе с применением приближенно аналитических методов исследуется задача свободного колебания неоднородно ортотропной прямоугольной пластинки, лежащей на вязко упругом основании, причем краевые условия являются однородными. Предполагается, что модули упругости и плотность пластинки являются непрерывными функциями трех пространственных координат и коэффициенты Пуассона принимаются постоянными. При конкретных значениях характерных функций, характеризующих свойства пластинки и основания, проведен численный расчет, и результаты представлены в виде таблиц и графиками зависимостей.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: пластинка, непрерывность, ортотропность, плотность, основания, частота, модули упругости, уравнение движения.

В последние годы при сооружении крупных инженерных комплексов и многих отраслей машиностроения широко используются пластинки различных конфигураций, изготовленные из естественных и искусственных непрерывно неоднородных материалов. Среди них наиболее распространенными является прямоугольные пластинки. Как известно, причиной появления неоднородности материала может являться технология изготовления, термическая и механическая обработка, неоднородности составов, облучения и т.п. В результате вышеуказанных причин упругие характеристики и плотность пластинки одновременно может, является функциями трех пространственных координат [1-4].

В настоящее время, от инженеров проектировщиков и расчетчиков требуется учет реального свойства материала элемента конструкции, режима эксплуатации и влияние внешней среды с которыми они находится в контакте [5-8].

Очевидно, что учет указанных специфических свойств гораздо осложняет математическое решение задач и анализа полученных результатов, а неучет может привести к существенным погрешностям.

В данной работе с применением приближенно аналитических методов исследуется задача свободного колебания неоднородно ортотропной прямоугольной пластинки (краевые условия являются однородными), лежащей на вязкоупругом основании. Реакция основания и прогиб W связаны следующим соотношением [4,7,8,9]:

$$q = K_1(x, y)W + K_2(x, y) \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}. \quad (1)$$

Здесь $K_1(x, y)$ и $K_2(x, y)$ – характеристики основания, которые определяются с помощью экспериментов, t – время.

Координатная система выбрана следующим образом. Оси X и Y находятся в срединной плоскости, а ось Z – перпендикулярна к ним.

Предполагается, что модули упругости (E_1, E_2), сдвига G и плотность ρ зависят от пространственных координат x, y, z , а коэффициенты Пуассона являются постоянными величинами [1,3]:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_1^0 f_1(x, y) f_2(z); \quad E_2 = E_2^0 f_1(x, y) f_2(z); \quad G = G_0 f_0(x, y) f_2(z), \\ \rho &= \rho_0 \psi_1(x, y) \psi_2(z); \quad \nu_1 = \text{const}; \quad \nu_2 = \text{const} \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $f_1(x, y)$ со своими производными до второго порядка является непрерывной функцией.

Связь между напряжениями и деформацией в произвольном слое пластинки записывается в следующем виде [1,9]:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \frac{E_1^0 f_1(x, y)}{1 - \nu_1 \nu_2} f_2(z) (\varepsilon_{11} + \nu_1 \varepsilon_{22}), \quad \sigma_{22} = \frac{E_2^0 f_1(x, y)}{1 - \nu_1 \nu_2} f_2(z) (\varepsilon_{22} + \nu_2 \varepsilon_{11}), \\ \sigma_{12} &= G_0 f_0(x, y) \varepsilon_{12}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $E_1^0, E_2^0, G_0, \rho_0, \nu_1, \nu_2$ соответствуют однородной ортотропной пластинке.

Принимается, что и для непрерывно неоднородно ортотропной пластинки гипотеза Кирхофа - Лява остаются в силе и имеет место:

$$\varepsilon_{11} = e_{11} - z \chi_{11}, \quad \varepsilon_{22} = e_{22} - z \chi_{22}, \quad \varepsilon_{12} = e_{12} - z \chi_{12}, \quad (4)$$

где e_{11}, e_{22}, e_{12} – малые деформации $\chi_{11}, \chi_{22}, \chi_{12}$ – кривизны и кручение срединной поверхности, компоненты вектора перемещений (u, v, w) связаны следующим образом:

$$\begin{aligned} e_{11} &= \frac{\partial u}{\partial x}, \quad e_{22} = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad e_{12} = \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right), \\ \chi_{11} &= \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \chi_{22} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad \chi_{12} = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \end{aligned} \quad (5)$$

Так как в плоскости пластинки внешние силы отсутствуют, то естественно предположить, что результирующие силы T_{11}, T_{22}, T_{12} всюду равны нулю:

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sigma_{11} dz = 0; \quad \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sigma_{22} dz = 0; \quad \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sigma_{12} dz = 0. \quad (6)$$

Подставляя значение $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}$ в (6) с учетом (4) находим:

$$\begin{aligned} (e_{11} + \nu_1 e_{22}) &= \frac{A_2}{A_1} (\chi_{11} + \nu_1 \chi_{22}), \quad (e_{22} + \nu_2 e_{11}) = \frac{A_2}{A_1} (\chi_{22} + \nu_2 \chi_{11}), \\ e_{12} &= \frac{A_2}{A_1} \chi_{12}. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь

$$A_1 = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} f_2(z) dz, \quad A_2 = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} z f_2(z) dz. \quad (8)$$

Нетрудно установить, что изгибающие моменты с прогибом связаны следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} M_{11} &= \overline{D_1} f_1(x, y) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \quad M_{22} = \overline{D_2} f_1(x, y) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right), \\ M_{12} &= \overline{D_k} f_1(x, y) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь

$$\overline{D}_1 = \mu D_1^0, \quad \overline{D}_2 = \mu D_2^0, \quad \overline{D}_k = \mu D_k^0; \quad \mu = \frac{1}{12} \left(\frac{A_2}{A_1} - A_3 \right),$$

$$A_3 = \int_{-h/2}^{h/2} z^2 f_2(z) dz,$$

D_1^0, D_2^0, D_k^0 соответствуют однородному ортотропному случаю. Уравнение движения в данном случае записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 M_{11}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{12}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{22}}{\partial y^2} + K_1(x, y)w + \left(K_2(x, y) + \overline{\rho}_0 \psi_1(x, y) \right) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0. \quad (10)$$

Здесь принято:

$$\overline{\rho}_0 = \rho_0 h \int_{-h/2}^{h/2} \psi_2(z) dz; \quad D_1^0, D_2^0, D_k^0 -$$

жесткости однородной ортотропной пластинки при изгибе.

Подставляя значения M_{11}, M_{22} и M_{12} из (9) в уравнение (10) получим следующее уравнение:

$$L(w) + K_1(x, y)w + \left[K_2(x, y) + \overline{\rho}_0 \psi(x, y) \right] \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} L(w) = f_1(x, y) & \left[\overline{D}_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \overline{D}_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + (\overline{D}_1 \nu_1 + \overline{D}_2 \nu_2 + \overline{D}_k) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right] + 2 \overline{D}_1 \frac{\partial f_1}{\partial x} \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \nu_1 \frac{\partial^3 w}{\partial y^2 \partial x} \right) + \\ & + \overline{D}_1 \frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + 2 \overline{D}_2 \frac{\partial f_1}{\partial y} \left(\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \nu_2 \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right) + \overline{D}_2 \frac{\partial^2 f_1}{\partial y^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \\ & + \overline{D}_k \left[\frac{\partial f_1}{\partial x} \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial f_1}{\partial y} \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial x^2} + \frac{\partial^2 f_1}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Как видно, уравнение движения (12) является сложным и нахождение точного решения затруднительно или же при произвольных значениях функции $f_1(x, y)$, $K_1(x, y)$, $K_2(x, y)$ и $\psi_1(x, y)$ не возможен. Поэтому учитывая, что уравнение (10) является линейным, можно использовать комбинированный способ приближенно аналитического метода решения:

в первом этапе метод разделения переменных, во втором этапе метод ортогонализации Бубнов-Галеркина.

В первом этапе решение (10) будем искать в виде:

$$W = V(x, y) e^{i\omega t}. \quad (13)$$

Здесь $V(x, y)$ должно удовлетворять однородным краевым условиям, ω - частота. Поставляя (13) в уравнение (12) получим:

$$\overline{L}(V) + K_1(x, y)V - \omega^2 \left(K_2(x, y) + \overline{\rho} \psi(x, y) \right) V = 0. \quad (14)$$

Уравнение (14) будем решать с использованием метода Бубнова - Галеркина [10], причем $V(x, y)$ представим в виде:

$$V(x, y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k A_{ij} \varphi_i(x) \eta_j(y), \quad (15)$$

где A_{ij} – неизвестные постоянные и каждый $\varphi_i(x), \eta_j(y)$ должны удовлетворять соответствующим краевым условиям.

Функция ошибки записывается в следующем образом.

$$\eta(x, y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k (A_{ij}(L(\varphi_i, \eta_j) + K_1(\varphi_i, \eta_j)) - \omega^2(K_2(x, y) + \overline{\rho_0}\psi(x, y))\varphi_i\eta_j) \neq 0. \quad (16)$$

Условия ортогонализации имеют следующий вид:

$$\int_0^a \int_0^b \eta(x, y)\varphi_p(x)\eta_q(y)dx dy = 0 \quad p, q = 1, 2, \dots \quad (17)$$

Значения ω^2 определяется из системы линейных однородных алгебраических уравнений (17). Для существования нетривиального решения главный определитель системы, составленный из коэффициентов A_{ij} должен равняться нулю:

$$\|\omega^2\| = 0. \quad (18)$$

Уравнения (18) является нелинейным алгебраическим уравнением и нахождение ω^2 не вызывает особого труда. Однако в инженерной практике ограничиваются первым приближением. В этом случае ω^2 определяется из следующего уравнения:

$$\int_0^a \int_0^b \eta(x, y)\varphi_1(x)\eta_1(y)dx dy = 0, \quad (19)$$

$$\omega^2 = \frac{\int_0^b \int_0^a (L(\varphi_1, \eta_1) + K_1(x, y)\varphi_1\eta_1)\varphi_1(x)\eta_1(y)dx dy}{\int_0^b \int_0^a (K_2(x, y) + \overline{\rho_0}\psi(x, y))\varphi_1^2(x)\eta_1^2(y)dx dy}. \quad (20)$$

Для простоты анализа рассмотрим случай цилиндрической формы колебания, который возможен в случае длинной пластинки ($a \gg b$).

В этом случае имеет место:

$$\omega^2 = \frac{\int_0^a [L(\varphi_1) + K_1\varphi_1(x)]\varphi_1(x)dx}{\int_0^a (K_2(x) + \overline{\rho_0}\psi(x))\varphi_1^2(x)dx}. \quad (21)$$

В качестве примера рассмотрим случай шарнирного закрепления и функцию аппроксимации примем в виде:

$$\varphi_1 = \sin \pi \bar{x}.$$

Анализ приведем для следующих значений характерных функций:

$$\begin{aligned} 1) & f = 1 + \varepsilon \bar{x}; \quad \psi = 1 + \mu \bar{x}; \quad K_2 = K_2^0(1 + \alpha \bar{x}); \quad K_1 = K_1^0(1 + \alpha \bar{x}); \\ b) & f = 1 + \varepsilon e^{\bar{x}}, \quad \psi = 1 + \mu e^{\bar{x}}, \quad K_1 = K_1^0(1 + \alpha e^{\bar{x}}), \quad K_2 = K_2^0(1 + \alpha e^{\bar{x}}); \end{aligned} \quad (22)$$

$$\varepsilon \in [0,1]; \quad \mu \in [0,1]; \quad \alpha \in [0,1], \quad \bar{x} = x \cdot a^{-1}.$$

Для первого случая, после элементарных преобразований получим:

$$\omega_y^2 = \frac{D_1(\pi/a)^4 c_1 + K_1^0}{K_2^0 + c_2 \rho}, \quad (23)$$

где $c_1 = \frac{1+0.5\varepsilon}{1+0.5\alpha}$; $c_2 = \frac{1+0.5\mu}{1+0.5\alpha}$.

Здесь K_1^0 и K_2^0 – характеристики однородного вязко - упругого основания.

Результаты расчета для случаев 1 и 2 представлены в виде графиков зависимостей между частотами и характерными параметрами.

Таблица 1

α	$\omega_{1,1}^{-2}$	$\omega_{1,2}^{-2}$
0	1	1
0.3	0.87	0.665
0.5	0.8	0.544
0.7	0.741	0.46
0.9	0.69	0.399

Таблица 2

ε	$\omega_{2,1}^{-2}$	$\omega_{2,2}^{-2}$
0	1	1
0.2	0.909	0.749
0.4	0.833	0.599
0.6	0.76	0.499
0.8	0.714	0.427

Таблица 3

μ	$\omega_{3,1}^{-2}$	$\omega_{3,2}^{-2}$
0	1	1
0.25	0.889	0.705
0.5	0.8	0.544
0.75	0.727	0.443
1	0.667	0.374

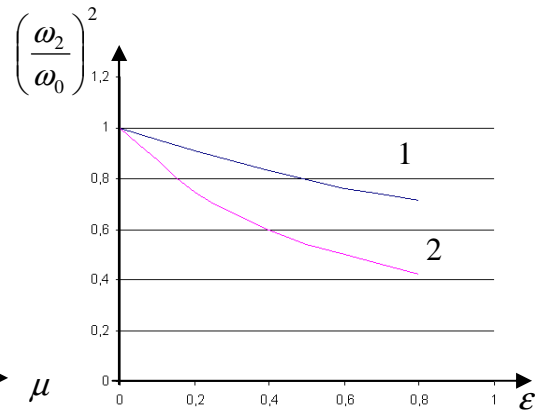
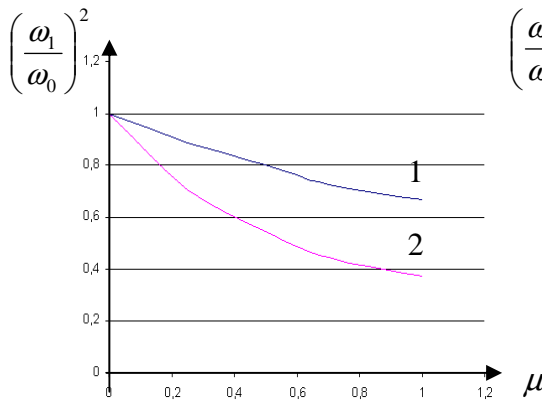


Рис 1. ω_1^2 соответствует случаю $K_2 = 0$ Рис 2. ω_2^2 соответствует случаю $K_1 = 0$

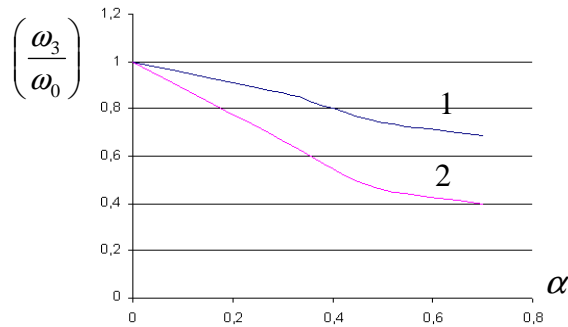


Рис 3. ω_3^2 соответствует случаю $\mu = 0$

Как видно из таблиц и рисунков 1–3, неоднородность, ортотропность пластинки и основания существенно влияет на величину частоты.

© Гаджиев В.Д., Мирзоева Г.З., Шириев А.И., 2017

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. Ломакин В.А. Теория упругости неоднородных тел. – Изд-во. МГУ, 1977, 376 с.
2. Кравчук А.С., Майборода В.П., Уржумцев Ю.С. Механика полимерных и композиционных материалов. – Москва, 1985. – 303 с.
3. Колчин А.С. Фаварион Э.А. Теория упругости неоднородных тел. – Кишинев 1977. – 146 с.
4. Gadjiev V.C., Agamalyev N.C., Mirzoeva B.D. Stability of continuously nonhomogeneous orthotropic rectangular plate under in plane compressions// International Symposium on Engineering and Architectural Sciences of Balkan, Caucasus and Turk Republics, 2009 Turkey. – P. 74–78.
5. Carnet H., Lielly A. Free vibrations of reinforced elastic shells// Journal of Applied Mechanics. 1969, vol. 36, № 4, pp. 835–844, doi: 101115/ 1.3564.779.
6. Sofiyev A.H., Schack E., Hacıyev V.C., Kurdoglu N. Effect of the two-parameter elastic foundation on the critical parameters of nonhomogeneous orthotropic shells// International Journal of Structural Stability and Dynamics, Vol.12, №5 (2012), 1250041 (24 p.)
7. Bajenov V.A. The benching of the cylindrical shells in elastic medium. Kiev. – Visha shkola, 1975. – P. 168.
8. Ржаницин А.Р. Строительная механика. – Москва, 1982. – 399 с.
9. Лехницкий С. Г. Теория анизотропных пластин. – М., 1977. – 445 с.
10. Свирский И.В. Методы типа Бубнова - Галеркина и последовательных приближений. – Москва: Наука, 1966. – 199с.

Поступила в редакцию 25 мая 2017 г. Прошла рецензирование 30 мая 2017 г.

Принята к публикации 4 июня 2017 г.

Об авторах:

ГАДЖИЕВ ВАГИФ ДЖАМАЛ ОГЛЫ - доктор физико-математических наук, профессор, заведующий отделом, Отдел теории упругости и пластичности, Институт математики и механики, Национальная академия наук Азербайджана. Научные интересы: теория упругости и пластичности. Адрес НАН Азербайджана: 9, ул. Б. Вахабзаде 9, г. Баку, Азербайджан, AZ1143. E-mail: vagif.haciyev.imt@gmail.com; конт. тел.: (050) 465-60-88

МИРЗОЕВА ГЛЮНАР РОВШАН КЫЗЫ - доктор философии по механике, старший научный сотрудник, Отдел теории упругости и пластичности, Институт математики и механики, Национальная академия наук Азербайджана. Научные интересы: теория упругости и пластичности. Адрес НАН Азербайджана: 9, ул. Б. Вахабзаде 9, г. Баку, Азербайджан, AZ1143. E-mail: gulnar.mirzayeva@gmail.com; конт. тел.: (055) 877-38-55

ШИРИЕВ АЗИЗ ИНТИЗАР ОГЛЫ - Институт математики и механики, Национальная Академия Наук Азербайджан. Научные интересы: теория упругости и пластичности. Адрес НАН Азербайджана: 9, ул. Б. Вахабзаде 9, г. Баку, Азербайджан, AZ1143 E-mail: shiriyev.aziz@mail.ru

Для цитирования: Гаджиев В.Дж., Мирзоева Г.Р., Шириев А.И. О свободном колебании непрерывно неоднородно ортотропной прямоугольной пластинки, лежащей на неоднородно вязкоупругом основании// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – № 5. – С. 27—33 (DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5-27-33).

References

1. Lomakin, V.A. (1977). *Theory of Elasticity of Inhomogeneous Bodies*. Moscow: MSU. 376 (in Russian).
2. Kravchuk, A.S., Mayboroda, V.P., Urjuntzev, Yu.S. (1985). *Mechanics of Polymer and Composite Materials*. Moscow: MSU. 303 (in Russian).
3. Kolchin, A.S., Favariion, E.A. (1977). *Theory of Elasticity of Inhomogeneous Bodies*. Chisinau. 146 (in Russian).

4. Gadjiev, V.C., Agamalyev, N.C., Mirzoeva, B.D. (2009). Stability of continuously nonhomogeneous orthotropic rectangular plate under in plane compressions. *International Symposium on Engineering and Architectural Sciences of Balkan, Caucasus and Turk Republics*, 2009, Turkey. 74—78.
5. Carnet, H., Lielly, A. (1969). Free vibrations of reinforced elastic shells. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 36, № 4, pp. 835-844, doi: 101115/ 1.3564.779.
6. Sofiyev, A.H., Schack, E., Hacıyev, V.C., Kurdoglu, N. Effect of the two-parameter elastic foundation on the critical parameters of nonhomogeneous orthotropic shells. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, Vol.12, №5 (2012), 1250041 (24 p.)
7. Bajenov V.A. (1975). *The benching of the Cylindrical Shells in Elastic Medium*. Kiev, Visha shkola, 168 p. (in Russian).
8. Rzhantsyn, A.R. (1982). *Structural Mechanics [Stroitel'naya Mehanika]*. Moscow. 399 (in Russian).
9. Lekhnitsky, S.G. (1977). *The Theory of Anisotropic Plates [Teoriya Anizotropnyh Platin]*. Moscow, 445 p. (in Russian).
10. Svirskiy I.V. (1966). *Methods of Bubnov - Galerkin Type and Successive Approximations*. Moscow: Nauka, 199 p. (in Russian).

ON FREE VIBRATION OF A NONHOMOGENEOUS ORTHOTROPIC RECTANGULAR PLATE ON A NONHOMOGENEOUS VISCO-ELASTIC FOUNDATION

HACIYEV V.C., MIRZAYEVA G.R., SHIRIEV A.I.

Institute Mathematics and Mechanics of NASA, Baku, Azerbaijan

In the paper, by using approximate analytic methods, the study a problem of vibrations of a nonhomogeneous rectilinear plate and a visco – elastic foundation, the boundary conditions are homogeneous.

It is assumed that the modules of elasticity and density of the plate are characteristic functions of three space coordinates, the Poisson ratios are accepted to be constant [1].

The numerical calculation is carried out under specific values of characteristic functions, characterizing the properties of the plate and foundation, and the results are represented in the form of tables and dependence graphs.

Key words: plate, continuity, orthotropic, density, foundation, frequency, elastic module, motion equation.

Article history: Received: May 25, 2017. Revised: May 30, 2017. Accepted: June 4, 2017.

About the authors:

HACIYEV VAGIF, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of the Department, Department of Theory of Elasticity and Plasticity, Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan.

Str. B. Vahabzadeh 9, Baku, Azerbaijan, AZ 1143.

E-mail: vagif.haciyev.imm@gmail.

Contact tel.: (050) 465-60-88

Scientific interests: The theory of elasticity and plasticity.

MIRZAYEVA GULNAR ROVSHAN, PhD of mechanic, Senior Researcher, Department of Theory of Elasticity and Plasticity, Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan .Str. B. Vahabzadeh 9, Baku, Azerbaijan, AZ 1143.

Scientific interests: The theory of elasticity and plasticity.

E-mail: gulnar.mirzayeva@gmail.com; mob.: (055) 877-38-55

SHIRIEV AZIZ INTIZAR, Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan.

Str. B. Vahabzadeh 9, Baku, Azerbaijan, AZ 1143

E-mail: shiriyev.aziz@mail.ru

Scientific interests: The theory of elasticity and plasticity.

For citation:

Hacıyev V.C., Mirzayeva G.R., Shiriev A.I.(2017) On free vibration of a nonhomogeneous orthotropic rectangular plate on a nonhomogeneous visco-elastic foundation. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. No 5. 27—33 (DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5-27-33).

Расчет и проектирование строительных конструкций

УДК 624.046.5

РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК ПО КРИТЕРИЮ ПРОЧНОСТИ ПОПЕРЕЧНОЙ АРМАТУРЫ ПРИ ОБРАЗОВАНИИ НАКЛОННЫХ ТРЕЩИН*

В.С. УТКИН, доктор технических наук, профессор

С.А. СОЛОВЬЕВ, аспирант

Вологодский государственный университет, г. Вологда, ул. Ленина, д. 15,
serbsol@yandex.ru

В статье предложены методы расчета надежности железобетонных балок по критерию прочности поперечной арматуры при образовании наклонных трещин в бетоне. Для учета ограниченности статистической информации о контролируемых параметрах расчет надежности проводится на основе положений теории надежности и теории нечетких множеств. Рассмотрено два расчетных случая с различным количеством нечетких переменных в расчетных математических моделях предельного состояния. Приведены численные примеры расчета надежности. Предлагаемые методы могут в одних случаях способствовать предотвращению аварий железобетонных балок, а в других случаях получить экономический эффект от отказа от усиления или замены балки, даже при ширине раскрытия трещины больше нормативного значения.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: надежность, безопасность эксплуатации, железобетонная балка, наклонные трещины, стадия эксплуатации, критерий прочности, теория возможностей

Проблеме безопасности строительных конструкций уделяется большое внимание. Об этом свидетельствуют новые стандарты в области обеспечения надежности (безопасности) строительных конструкций: Межгосударственный Стандарт ГОСТ 27751-2014 «Надежность строительных конструкций и оснований», вступивший в силу с 01.07.2015, Международный Стандарт ISO 2394:2015 «General principles on reliability of structures» и др. Причиной к столь повышенному вниманию могут служить обрушения строительных конструкций, в том числе железобетонных балок, за последние 5-10 лет. Так в 2014 г. в США (г. Форт Лодердейл) из-за обрушения железобетонной балки погиб 1 человек и еще 2 пострадали. 11 человек погибли на юго-востоке Бангладеш из-за обрушения 3 железобетонных балок. В 2015 г. в Китае (г. Тяньцзинь) произошло обрушение железобетонной плиты перекрытия, в результате чего погибли 6 человек. Это свидетельствует о необходимости разработки инженерных методов расчета надежности на стадии проектирования и эксплуатации по всем критериям работоспособности несущих элементов строительных конструкций, в том числе по критерию прочности поперечной арматуры в сечении балки с наклонной трещиной.

Предпосылки использования вероятностных расчетов уже внедрены в строительные нормы. Так в СП 63.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции» отмечено, что «расчет бетонных и железобетонных конструкций можно производить по заданному значению надежности на основе полного вероятностного расчета при наличии достаточных данных об изменчивости основных факторов, входящих в расчетные зависимости». ГОСТ 27751-2015 также рекомендует использование вероятностно-статистических методов «при

* Статья печатается в порядке обсуждения

наличии достаточных данных об изменчивости основных параметров, если количество (длина ряда) данных позволяет проводить их статистический анализ (в частности, эти данные должны быть однородными и статистически независимыми)». Однако зачастую для индивидуальных несущих элементов не удается получить полную статистическую информацию. В этом случае расчет надежности вероятностно-статистическими методами приводит к некорректным результатам.

В [1] приводится расчет надежности железобетонных балок по критерию ширины раскрытия наклонной трещины. В данной работе расчет надежности ведется по математической модели вида $a_{crc} \leq a_{crc,ult}$, т.е. по критерию ширины раскрытия трещины, как одному из многочисленных критериев работоспособности железобетонной балки. В число этих критериев работоспособности входит также критерий прочности поперечной арматуры после образования наклонных трещин в балке на стадии эксплуатации. В последнее время применяется усиление железобетонных балок при возникновении наклонных трещин полимерными стержнями и полосами. Проблема расчета надежности таких элементов рассмотрена в работе [2]. Метод определения остаточной несущей способности железобетонных балок при наличии трещин рассмотрен в работе [3]. Расчет надежности железобетонной балки по критерию длины трещины в бетоне приведен в работе [4]. Экспериментально-теоретический расчет индекса надежности β для железобетонных балок различного поперечного сечения рассмотрен в работе [5]. Применение Байесовского подхода к расчету надежности железобетонных балок с учетом коррозии рассмотрено в работе [6].

В предлагаемой статье рассмотрен расчет надежности балки по критерию прочности поперечной арматуры (хомутов) в сечении балки с наклонной трещиной на стадии эксплуатации без предварительного напряжения рабочей арматуры. Причинами образования наклонных трещин в железобетонных балках являются: перегрузка конструкции [7], недостаточное поперечное армирование балки или отсутствие поперечной арматуры; недостаточная прочность бетона; перегрузка балки; низкое качество сварки поперечных и продольных стержней; снижение несущей способности балки в результате деградации материала бетона и арматуры; повышенное влияние поперечной силы для балок с малым пролетом и др. Условная схема железобетонной балки с трещинами изображена на рис. 1.

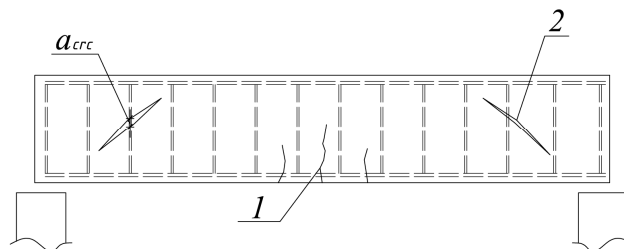


Рис. 1. Железобетонная балка с трещинами:

1 – нормальные трещины; 2- наклонные трещины

В месте появления наклонных трещин резко возрастает напряжение в хомутах σ_{sw} . В [8] приведены сведения о значениях ширины раскрытия нормальных и наклонных трещин, при которых в арматуре достигается предел текучести стали. Отмечается, что при малых расстояниях между трещинами предел текучести стали в арматуре наступит раньше, чем ширина раскрытия трещины достигнет предельного состояния, установленного нормами.

В предлагаемой работе в качестве математической модели предельного состояния по критерию прочности поперечной арматуры примем условие:

$$\tilde{\sigma}_{sw} \leq \tilde{\sigma}_{np,sw}, \quad (1)$$

где $\tilde{\sigma}_{sw}$ – напряжение в поперечной арматуре (хомутах) в сечении с наклонной трещиной, определяемое по результатам измерения параметров, от которых зависит $\tilde{\sigma}_{sw}$, как будет показано ниже, и в связи с этим является случайной величиной, что отмечено волнистой линией над символом; $\tilde{\sigma}_{np,sw}$ – предельное напряжение стали поперечной арматуры при растяжении, определяемое экспериментально по результатам испытаний образцов арматуры балки, число которых по [9] должно быть не менее двух.

В [10], а также в строительных нормах по железобетонным конструкциям СНиП 2.03.01-84*, расчет ширины раскрытия наклонных трещин, измеряемой вдоль хомутов, определяется по формуле:

$$a_{crc} = \varphi_l \frac{0.6\sigma_{sw}d_w\eta}{E_s(d_w/h_0) + 0.15E_b(1 + 2\alpha\mu_w)}, \quad (2)$$

где μ_w – коэффициент армирования поперечными стержнями, определяемый как $\mu_w = A_{sw}/b \cdot s$, где A_{sw} – площадь сечения поперечного армирования; b – ширина балки; s – шаг хомутов; d_w – диаметр поперечной арматуры; η – коэффициент, зависящий от вида профиля растянутой арматуры: для гладкой арматуры $\eta = 1,3$; для арматуры периодического профиля $\eta = 1$; E_s , E_b – модули упругости арматуры и бетона соответственно; σ_{sw} – напряжение в поперечной арматуре; $\alpha = E_s/E_b$; h_0 – рабочая высота балки. \tilde{E}_s и \tilde{E}_b являются случайными величинами, т.к. \tilde{E}_b определяется неразрушающими методами, а \tilde{E}_s определяется по диаграмме напряжений $\sigma_s - \varepsilon_s$ по результатам испытаний образцов из стержней поперечной арматуры.

Измерение деформаций в арматуре на участке раскрытой трещины практически невозможно в связи с ограниченной шириной трещины a_{crc} и в связи с практическим отсутствием способов определения напряжения σ_{sw} в сечении с трещиной. В связи с этим предлагается в расчетах надежности балки по условию (1) для определения напряжения σ_{sw} в сечении железобетонной балки на участке ширины наклонной трещины использовать формулу (2) по результатам многократных (но ограниченных по числу) измерений ширины раскрытия \tilde{a}_{crc} и модулей упругости \tilde{E}_s и \tilde{E}_b с учетом их изменчивости, а также с учетом других детерминированных параметров в (2). В этом случае $\tilde{\sigma}_{sw}$ будет случайной величиной, и определяться по формуле (после математических преобразований):

$$\tilde{\sigma}_{sw} = \frac{\tilde{a}_{crc} \cdot [\tilde{E}_s(d_w/h_0 + 0,3\mu_w) + 0,15\tilde{E}_b]}{0.6\varphi_l d_w \eta}. \quad (3)$$

Математическую модель предельного состояния (1) с учетом (3) можно записать как:

$$\frac{\tilde{a}_{crc} \cdot [\tilde{E}_s(d_w/h_0 + 0,3\mu_w) + 0,15\tilde{E}_b]}{0.6\varphi_l d_w \eta} \leq \tilde{\sigma}_{np,sw}. \quad (4)$$

Учитывая ограниченность результатов измерений случайных величин в (4), расчет надежности будем строить на основе теории возможностей [11] и теории нечетких множеств [12]. Для сокращения записи и для большей связи с теорией возможностей [11] введем обозначения случайных величин, а в терминах теории возможностей [11] нечетких переменных в виде: $\tilde{a}_{crc}/0.6\phi_1 d_w \eta = X$, $0,15\tilde{E}_b = Y$, $\tilde{\sigma}_{np,sw} = Z$, $\tilde{E}_s(d_w/h_0 + 0,3\mu_w) = T$. Тогда математическую модель (4) можно представить в виде:

$$\frac{X(T+Y)}{Z} \leq 1. \quad (5)$$

Нечеткие переменные в (5) будем описывать наиболее распространенной в практике расчетов надежности [4, 13, 14 и др.] функцией распределения возможностей $\pi_X(x)$, представленной на рис. 2, с аналитическим выражением:

$$\pi_X(x) = \exp\left[-\left(\frac{x-a_x}{b_x}\right)^2\right], \quad (6)$$

где $a_x = 0,5 \cdot (X_{\max} + X_{\min})$ - «условное среднее»; $b_x = 0,5(X_{\max} - X_{\min})/\sqrt{-\ln\alpha}$ - мера «рассеяния», где X_{\max} и X_{\min} - наибольшее и наименьшее значение во множестве значений $\{x\}$ нечеткой переменной X , полученных из результатов измерений; $\alpha \in [0;1]$ - уровень среза (риска), значением которого задаются, например, по рекомендациям, приведенным в [14]. Обратная функция от $\pi_X(x)$ из (6) будет иметь вид $x = a_x \pm b_x \sqrt{-\ln\alpha}$ или $x = a_x \pm b_x \beta$, где $\beta = \sqrt{-\ln\alpha}$, где α - уровень среза для функции $\pi_X(x)$.

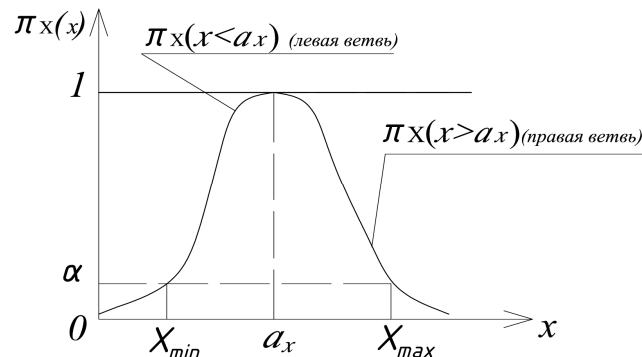


Рис. 2. График функции распределения возможностей $\pi_X(x)$

Рассмотрим первый вариант совокупности нечетких переменных в (5) в которой \tilde{E}_s в силу его малой изменчивости по [15] примем детерминированной величиной $E_s = 2 \cdot 10^{11}$ Па. В этом случае выражение в квадратных скобках в виде $(T+Y)$ будет нечеткой переменной, которую обозначим Y_T . Примем для Y_T такую же функцию распределения возможностей, как и для X , т.е. (6) с параметрами: $a_{y_T} = T + a_t$, $b_{y_T} = 0,5(Y_{\max} - Y_{\min})/\sqrt{-\ln\alpha}$ и обратная функция $y_T = a_{y_T} \pm b_{y_T} \sqrt{-\ln\alpha}$, где α - уровень среза, принимаемый одинаковым для всех нечетких переменных в (5). В этом случае (5) примет вид:

$$\frac{XY_T}{Z} \leq 1. \quad (7)$$

Расчет надежности железобетонных балок по критерию (7) проведем с использованием принципа обобщения Л. Заде из теории нечетких множеств [12]. Формируем из (5) нечеткую переменную J как функцию от нечетких аргументов X, Y_T, Z в виде:

$$J = \frac{XY_T}{Z} \leq 1. \quad (8)$$

Графический вид функции $\pi_J(j)$ неизвестен, но она характеризуется значениями a_i, b_i, α , как и $\pi_X(x)$. Условная «средняя» определяется по (8) в виде $a_j = a_x a_{y_T} / a_z$, с левой ветвью $j \leq \alpha_j$ и правой ветвью $j > \alpha_j$ функции $\pi_J(j)$, а обратная функция j от J будет определяться через обратные функции x, y_T, z от X, Y_T, Z , которые имеют вид обратной функции x от $\pi_X(x)$, описанной выше. Для левой и правой ветвей функции $\pi_J(j)$ имеем:

$$j_{лев} = (a_x - b_x \beta)(a_{y_T} - b_y \beta) / (a_z + b_z \beta), \quad (9)$$

$$j_{пр} = (a_x + b_x \beta)(a_{y_T} - b_y \beta) / (a_z - b_z \beta), \quad (10)$$

где $\beta = \sqrt{-\ln \pi_J(j)} = \sqrt{-\ln \alpha^*}$. Перед « b » в $j_{лев}$ ставят знак минус в числителе, а в знаменателе плюс, если от этой величины значение левой ветви в (9) возрастает, а в (10) все наоборот. Обозначим $\alpha^* = \pi_J(j)$ для сокращения записи, по аналогии с $\alpha = \pi_X(x)$. При $j = a_j$ имеем $\pi_J(j) = 1$ или $\beta = 0$. По (9) при выполнении $a_j \leq 1$ значение возможности безотказной работы балки по [Уткин] принимается $R = 1$. Возможность отказа Q (для правой ветви функции $\pi_J(j)$) найдем по значению β , полученного из (10) при $j_{пр} = 1$, которое соответствует наименьшей расчетной надежности или наибольшей обеспеченности. По результатам решения (10), при $j_{пр} = 1$ находят β_{\min} по абсолютному значению и возможность отказа по критерию прочности арматуры $Q = \exp(-\beta_{\min}^2)$. В [11] нечеткая переменная характеризуется мерами возможности R и необходимости N . В понятиях надежности, необходимость N безотказной работы балки, которая вычисляется из $N=1-Q$. Тогда надежность железобетонной балки по критерию прочности поперечной арматуры в сечении с наклонной трещиной характеризуется интервалом $[N; R=1]$ или в вероятностных показателях $[\underline{P}; \bar{P}]$, где \underline{P} и \bar{P} - нижнее и верхнее значение вероятности безотказной работы.

Пример 1. Пусть для железобетонной балки условно известны значения: $\tilde{a}_{срс} = \{0,15; 0,17; 0,13\}$ мм; $E_s = 2 \cdot 10^{11}$ Па; $d_w = 10$ мм; $h_0 = 0,5$ м; $\mu_w = 0,01$; $\varphi_l = 1,5$; $\eta = 1$; $\tilde{E}_b = \{25; 22; 28\} \cdot 10^9$ Па; $\tilde{\sigma}_{np,sw} = \{240; 210; 270\}$ Па. Определяем параметры: $a_x = 0,017$, $a_{y_T} = 8,35 \cdot 10^9$ Па, $a_z = 240$ МПа. При уровне риска 0,05: $b_x = 0,0013$, $b_y = 2,60 \cdot 10^8$ Па, $b_z = 17,34$ МПа. Т.к. условное среднее $a_g = a_x(a_{y_T}) / a_z = 0,58 \leq 1$, то возможность безотказной работы балки принимается $R=1$. Из (9) для правой ветви $\pi_G(g)$ при $g_{пр} = 1$, как самое осторожное решение, найдем $\beta = \{59,32; 2,92\}$, $\beta_{\min} = 2,92$. Возможность отказа $Q = \exp[-(2,92)^2] = 0,0002$. Необходимость безотказной работы $N = 1 - 0,0002 =$

0,9998. Надежность железобетонной балки по критерию прочности поперечной арматуры характеризуется интервалом $[0,9998; 1]$.

Нормативное значение вероятности безотказной работы зависит от ответственности несущего элемента за безопасность всей конструкции, от критерия работоспособности и т.д., и находится в стадии обсуждения и изучения.

Если возникают сомнения в малой изменчивости модуля упругости стали арматуры, например, при воздействиях в течение некоторого времени на балку повышенных температур; при длительной эксплуатации балки; после аварийных воздействий на балку и т.д., то следует \tilde{E}_s определять по результатам испытаний образцов, изготовленных из арматуры (хомутов) балки, что представляет определенную трудность в процессе эксплуатации, т.к. нарушается большая часть бетона балки и восстанавливаемый стержень не работает без предварительной разгрузки балки. В силу ограниченности числа образцов для испытаний в этом случае число значений \tilde{E}_s также ограничено и его следует рассматривать как нечеткую переменную. В соответствии с принципом обобщения Л. Заде в теории нечетких множеств [12], формируем из (5) нечеткую переменную G как функцию от нечетких аргументов X, Y, Z, T в виде:

$$G = \frac{X(T+Y)}{Z} \leq 1. \quad (11)$$

Нечеткую переменную G будем характеризовать функцией распределения возможностей $\pi_G(g)$ с условной «средней» по (7) $a_g = a_x(a_k + a_y)/a_z$, с левой ветвью $g \leq \alpha_g$ и правой ветвью $g > \alpha_g$, а обратная функция g от G будет определяться через обратные функции x, y, z, t от X, Y, Z, T , которые имеют вид обратной функции x от $\pi_X(x)$, описанной выше. Для левой и правой ветвей функции $\pi_G(g)$ имеем:

$$g_{лев} = (a_x - b_x\beta)(a_t - b_t\beta) + (a_y - b_y\beta) / (a_z + b_z\beta), \quad (12)$$

$$g_{пр} = (a_x + b_x\beta)(a_t + b_t\beta) + (a_y + b_y\beta) / (a_z - b_z\beta), \quad (13)$$

где $\beta = \sqrt{-\ln \pi_G(g)} = \sqrt{-\ln \alpha^*}$. Перед « b » в $g_{лев}$ ставят знак минус в числителе, а в знаменателе плюс, если от этой величины значение левой ветви в (12) возрастает, а в (13) все наоборот. Обозначим $\alpha^* = \pi_G(g)$ для сокращения записи, по аналогии с $\alpha = \pi_X(x)$. При $g = a_g = a_x(a_t + a_y)/a_z$ имеем $\pi_G(g) = 1$ или $\beta = 0$. По (13) при выполнении $a_g \leq 1$ значение возможности безотказной работы балки по [13, 14 и др.] принимается $R = 1$. Возможность отказа Q (для правой ветви функции $\pi_G(g)$) найдем по значению β , полученного из (13) при $g_{пр} = 1$, которое соответствует наименьшей расчетной надежности или наибольшей обеспеченности. По результатам решения (13), при $g_{пр} = 1$ находят β_{min} по абсолютному значению и возможность отказа по критерию прочности арматуры $Q = \exp(-\beta_{min}^2)$. Надежность железобетонной балки по критерию прочности поперечной арматуры в сечении с наклонной трещиной характеризуется интервалом $[N; R=1]$.

Пример 2. Пусть для железобетонной балки условно известны значения: $\tilde{a}_{crc} = \{0,15; 0,17; 0,13\}$ мм; $\tilde{E}_s = \{2,2; 2,0; 1,8\} \cdot 10^{11}$ Па; $d_w = 10$ мм; $h_0 = 0,5$ м; $\mu_w = 0,01$; $\varphi_l = 1,5$; $\eta = 1$; $\tilde{E}_b = \{25; 22; 28\} \cdot 10^9$ Па; $\tilde{\sigma}_{np,sw} = \{240; 210; 270\}$ Па.

Определяем параметры: $a_x = 0,017$, $a_y = 3,75 \cdot 10^9$ Па, $a_z = 240$ МПа, $a_t = 4,6 \cdot 10^9$ Па. При уровне риска 0,05: $b_x = 0,0013$, $b_y = 2,60 \cdot 10^8$ Па, $b_z = 17,34$ МПа, $b_t = 2,66 \cdot 10^8$ Па. Так как условное среднее $a_g = a_x(a_y + a_t)/a_z = 0,58 \leq 1$, то возможность безотказной работы балки принимается $R = 1$. Из (9) для правой ветви $\pi_G(g)$ при $g_{np} = 1$, как самое осторожное решение, найдем $\beta = \{57,11; 2,61\}$, $\beta_{\min} = 2,61$. Возможность отказа $Q = \exp[-(2,61)^2] = 0,0011$. Необходимость безотказной работы $N = 1 - 0,0011 = 0,9989$. Надежность железобетонной балки по критерию прочности поперечной арматуры характеризуется интервалом $[0,9989; 1]$.

Если принять значение надежности $P = 0,9989$, то такую вероятность безотказной работы в некоторых случаях можно считать недопустимой, если оно меньше нормативной, так, например по [16], предельное значение вероятности отказа Q для несущих элементов без предварительных сигналов рекомендовано принимать значение $Q = 10^{-4}$ или $P_{np} = 0,9999$.

Надежность железобетонной балки как механической системы находится по теореме умножения вероятностей как:

$$P = \prod_i^n P_i,$$

где P_i – вероятность безотказной работы балки по i -му критерию работоспособности балки. В данной работе рассмотрен метод расчета надежности по одному из критериев работоспособности балки – по критерию прочности поперечной арматуры в сечении балки с наклонной трещиной.

На основе полученных данных о надежности балки решается вопрос о ее дальнейшей эксплуатации. Так, при невысоких требованиях к надежности (безопасности), даже при ширине раскрытия трещин больше нормативного значения, можно продолжить эксплуатацию балки с применением противокоррозионных мероприятий. А при высоких требованиях к вероятности безотказной работы по критерию прочности поперечной арматуры, даже при условии выполнения нормативного требования $a_{crc} \leq a_{crc,ult}$, балку придется усилить или заменять.

Выводы:

1. Предложены методы расчета надежности железобетонной балки по критерию прочности поперечной арматуры в сечении балки с наклонной трещиной;
2. Рассмотрены два варианта расчета надежности при различном количестве нечетких переменных в расчетной математической модели предельного состояния.
3. Алгоритмы расчета надежности железобетонной балки по критерию прочности поперечной арматуры приведены на примерах;
4. Информация о значениях надежности железобетонной балки позволяет обоснованно принять оптимальное решение о необходимости усиления или замены балки, или, наоборот, продолжении ее эксплуатации с проведением противокоррозионных мероприятий. В первом случае это приведет к предотвращению возможной аварии, а во втором к экономическому эффекту от отказа усиления/замены балки.

© Уткин В.С., Соловьев С.А. 2017

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. Уткин В.С., Соловьев С.А. Расчет надежности железобетонных балок по раскрытию трещин в бетоне при аварийных воздействиях // Современные проблемы расчета

железобетонных конструкций, зданий и сооружений на аварийные воздействия. Под редакцией А.Г. Тамразяна, Д.Г. Копаницы. 2016. С. 472—477.

2. *Shahnewaz M., Machial R., Shahira Alam M.* Optimized shear design equation for slender concrete beams reinforced with FRP bars and stirrups using Genetic Algorithm and reliability analysis. *Engineering Structures*. 2016. Vol. 107. Pp. 151—165.

3. *Уткин В.С., Соловьев С.А.* Определение несущей способности железобетонных балок при наличии трещин в бетоне // *Вестник гражданских инженеров*. 2015. № 6(53). С. 58—64.

4. *Уткин В.С., Соловьев С.А.* Расчет надежности железобетонной балки на стадии эксплуатации по критерию длины трещины в бетоне // *Вестник МГСУ*. 2016. №1. С. 68—79.

5. *Al-Ansari M.* Reliability and flexural behavior of triangular and T-reinforced concrete beams. *International journal of advanced structural engineering*. 2015. Vol. 7. Issue 10. Pp. 377—386.

6. *Sharvil A.F., Nikil N., Shiddhartha G.* Reliability of a corroded RC beam based on Bayesian updating of the corrosion model. *Engineering Structures*. 2016. Vol. 126. Pp. 457—468.

7. *Гарбусенко В.В.* Аварии, дефекты и усиление железобетонных и каменных конструкций. М.: АСВ, 2016. 104 с.

8. *Гроздов В.Т.* Признаки аварийного состояния несущих конструкций зданий и сооружений. СПб: Издательский дом КН+, 2000. 48 с.

9. *Бедов А.И., Сапрыкин В.Ф.* Обследование и реконструкция железобетонных и каменных конструкций эксплуатируемых зданий и сооружений. М.: Изд-во АСВ, 1995. 191 с.

10. *Байков В. Н., Сигалов Э. Е.* Железобетонные конструкции (Общий курс). М.: Стройиздат, 1991. 767 с.

11. *Dubois D., Prade H.* Possibility Theory, Probability Theory and Multiple-valued Logics: A Clarification. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*. 2001. No. 32. Pp 35—66.

12. *Zadeh L. A.* Fuzzy sets. *Information and Control*. 1965. No. 3. Pp. 338—353.

13. *Уткин В.С., Соловьев С.А.* Расчет надежности железобетонной балки по критерию длины трещины в бетоне // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2016. № 5. С. 24—33.

14. *Уткин В.С., Соловьев С.А., Каберова А.А.* Значение уровня среза (риска) при расчете надежности несущих элементов возможным методом // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2015. № 6. С. 63—67.

15. *Аугустини Г., Баратта А., Кашиати Ф.* Вероятностные методы в строительном проектировании. М.: Стройиздат, 1988. 584 с.

16. *Козачек В.Г., Нечаев Н.В., Нотенко С.Н. и др.* Обследование и испытание зданий и сооружений. М.: Высшая школа, 2004. 447 с.

Поступила в редакцию 6 февраля 2017 г. Прошла рецензирование 26 апреля 2017 г.

Принята к публикации 12 мая 2017 г.

Об авторах:

УТКИН В.С., доктор технических наук, профессор кафедры ПГС, Вологодский государственный университет, заслуженный работник высшей школы Российской Федерации, email: utkinvogtu@mail.ru, тел. 8(8172)518396.

СОЛОВЬЕВ С.А., аспирант кафедры ПГС, Вологодский государственный университет, email: serbsol@yandex.ru, тел. 8(8172)518396

Для цитирования: *Уткин В.С., Соловьев С.А.* Расчет надежности железобетонных балок по критерию прочности поперечной арматуры при образовании наклонных трещин // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. – 2017. – № 5. – С. 34—42 (DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5-34-42).

References

1. *Utkin, V.S., Solov'ev, S.A.* (2016). Reliability analysis of reinforced concrete beams with taking into account opening of cracks in concrete under failure actions. *Sovremennye problemy*

- rascheta zhelezobetonnykh konstrukcij, zdaniij i sooruzhenij na avarijnye vozdejstvija. Pod redakciej A.G. Tamrazjana, D.G. Kopanicy*, pp. 472—477 (in Russian).
2. *Shahnawaz, M., Machial, R., Shahira, Alam M.* (2016). Optimized shear design equation for slender concrete beams reinforced with FRP bars and stirrups using Genetic Algorithm and reliability analysis. *Engineering Structures*, Vol. 107. 151—165.
 3. *Utkin, V.S., Solov'ev, S.A.* (2015). The determination of bearing capacity of reinforced concrete beams with cracks in the concrete. *Vestnik Grazhdanskikh Inzhenerov*, 53(6), 58—64 (in Russian).
 4. *Utkin, V.S., Solov'ev, S.A.* (2016). An analysis of reliability of the exploited reinforced beam under criteria of the length of the crack in the concrete. *Vestnik MGSU*, (1), 68—79 (in Russian).
 5. *Al-Ansari, M.* (2015) Reliability and flexural behavior of triangular and T-reinforced concrete beams. *International Journal of Advanced Structural Engineering*, Vol. 7, Issue 10, 377—386.
 6. *Sharvil, A.F., Nikil, N., Shiddhartha, G.* (2016). Reliability of a corroded RC beam based on Bayesian updating of the corrosion model. *Engineering Structures*, Vol. 126. 457—468.
 7. *Garbusenko, V.V.* (2016). *Failures, Defects, and Strengthening of Reinforced Concrete and Stone Structures*. Moscow: ASV. 104 (in Russian).
 8. *Grozdov, V.T.* (2000). *Priznaki Avarijnogo Sostojanija Nesushchih Konstrukcij Zdanij i Sooruzhenij [The Symptoms of Failure Condition of Bearing Structures of Buildings and Erections]*, Saint-Petersburg: Izd. Dom KN+. 48 (in Russian).
 9. *Bedov, A.I., Saprykin, V.F.* (1995). *Obsledovanie i Rekonstrukciya Zhelezobetonnih i Kamennykh Konstrukcij Ekspluatiruemykh Zdanij i Sooruzhenij [The Inspection and Reconstruction of Reinforced Concrete and Stone Structures of exploited Buildings and Erections]*. Moscow: Izd-vo ASV, 191 p.
 10. *Bajkov, V.N., Sigalov, E.E.* (1991). *Zhelezobetonnye Konstrukcii (Obschij Kurs) [Reinforced Concrete Structures]*, Moscow: Stroyizdat. 767 (in Russian).
 11. *Dubois, D., Prade, H.* (2001). Possibility Theory, Probability Theory and Multiple-valued Logics: A Clarification. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, No. 32. 35—66.
 12. *Zadeh, L. A.* (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, No 3, 338—353.
 13. *Utkin, V.S., Solov'ev, S.A.* (2016). Raschet nadezhnosti zhelezobetonnoj balki po kriteriyu dliny treshchiny v betone. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, No 5, 24—33 (in Russian).
 14. *Utkin, V.S., Solov'ev, S.A., Kaberova, A.A.* (2015). Znachenie urovnja sreza (riska) pri raschete nadezhnosti nesushchih elementov vozmozhnostnym metodom. *Stroitel'naja Mehanika i Raschet Sooruzhenij*, No 6, 63—67 (in Russian).
 15. *Augusti, G., Baratta, A., Kashiati, F.* (1988). *Veroyatnostnye Metody v Stroitel'nom Proektirovanii [Variational Methods in Building Design]*, Moscow: Stroyizdat. 584 (in Russian).
 16. *Kozachek, V.G., Nechaev, N.V., Notenko, S.N. etc.* (2004). *Obsledovanie i Ispytanie Zdanij i Sooruzhenij*. Moscow: Vysshaya shkola, 447 (in Russian).

RELIABILITY ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE BEAMS WITH SHEAR CRACKS ON REBAR STRENGTH

Utkin V.S., Solov'ev S.A.

Vologda State University, Vologda, Russian Federation

The article describes methods for reliability analysis of reinforced concrete beams with shear cracks by the criterion of the rebar strength. Reliability analysis is conducted on the basis of the provisions of reliability theory and fuzzy set theory to account for the limited statistical information on controlled parameters. We considered two design cases with different numbers of fuzzy variables in the design mathematical models of a limit state. Numerical examples of reliability analysis are given. The proposed methods may in some cases contribute to accidents prevention in reinforced concrete beams, and in other cases get the economic effect from the rejection of strengthening or replacement of beams, even when the crack width exceeds the ultimate value.

KEY WORDS: reliability, safety, reinforced concrete beam, shear cracks, strength criterion, possibility theory, fuzzy sets

Article history: Received: February 6, 2017. Revised: April 26, 2017. Accepted: May 12, 2017.

About the authors:

UTKIN V.S., Doctor of science in engineering, Professor of civil engineering department of Vologda State University, email: utkinvogtu@mail.ru, tel. 8(8172)518396

SOLOV'YEV S.A., post-graduate student of civil engineering department of Vologda State University, email: ser6sol@yandex.ru, tel. 8(8172)518396

For citation: Utkin V.S., Solov'ev S.A. (2017) Reliability analysis of reinforced concrete beams with shear cracks on rebar strength. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. No 5. 34—42 (DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5-34-42).

УДК 624.012.45

ЭВОЛЮЦИЯ НОРМАТИВНОГО ПОДХОДА К РАСЧЕТУ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ*

Д.А. СЕМЕНОВ, аспирант,

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
195251, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 29; spb.rcsoft@gmail.com

Рассмотрены вопросы расчетов прочности нормальных сечений, ширины раскрытия трещин, жесткости и учета влияния прогибов на несущую способность элементов в рамках эволюции отечественных норм. Основным расчетным инструментом современного норматива является нелинейная деформационная модель. Отмечается загруженность нормативного расчетного аппарата эмпирическими коэффициентами. Разработка уточненных расчетных моделей, снижающих роль эмпирической составляющей теории железобетонных конструкций, представляется одним из путей совершенствования норм.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: обзор норм, расчет железобетонных конструкций, прочность, жесткость, устойчивость.

Введение. Расчет железобетонных конструкций состоит из двух основных этапов: вычисления внутренних усилий в расчетной схеме и последующего подбора или проверки сечений конструктивных элементов. Вклад в надежность проектного решения как найденных усилий, так и адекватного расчета сечений имеет соизмеримый вес. Однако, совершенствованию методов расчета сечений уделяется значительно меньше внимания, чем развитию строительной механики конструкций. Расчет сечений железобетонных элементов в РФ регламентируется нормами [1]. В работах [2, 3] как нормативные, так и другие методы расчета сечений верифицированы по данным лабораторных испытаний. Отмечено, что надежность расчетов, в первую очередь, достигается коэффициентами безопасности, а не расчетными предпосылками методов.

В рамках повышения надежности и дальнейшего совершенствования методов расчета железобетонных элементов обзор эволюции нормативного подхода представляется актуальной задачей. Оригинальные обозначения параметров для удобства восприятия в старых нормативах заменены на современные.

Н-3-46. Исторически первым обоснованием железобетонных элементов являлись прочностные расчеты по допускаемым напряжениям полагая линейно-упругое деформирование. Уже в [4] требуется расчет прочности сечений по стадии разрушения. При этом надежность обеспечивается единственным коэффициентом запаса, зависящим от типа разрушения элемента и соотношения между постоянными и временными нагрузками.

НиТУ 123-55. Нормы [5] регламентируют расчеты по несущей способности, деформациям и раскрытию трещин. Единый коэффициент запаса заменен на совокупность коэффициентов перегрузки, условий работы и неоднородности материалов.

Метод предельных усилий закреплен в расчетах прочности при поперечном изгибе, допуская одновременное наступление предельных состояний бетона и всех арматурных стержней сечения. В случае совместного действия продольной силы и косоугольного изгиба, прочность обосновывается методом "обратной поверхности",

$$\frac{1}{N} = \frac{1}{N_z} + \frac{1}{N_y} - \frac{1}{N_0}, \quad (1)$$

где N - искомая несущая способность сечения при косом внецентренном

* Статья публикуется в порядке обсуждения

сжатии; N_0 - при центральном сжатии; N_z и N_y - при внецентренном сжатии в плоскостях (zox) и (yox) соответственно.

Влияние прогибов на несущую способность учитывается для элементов гибкостью $l_0/i > 35$. В рамках расчетов по недеформированной схеме, начальный эксцентриситет продольного усилия e_0 увеличивается домножением на коэффициент $\eta > 1$,

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N}{4800R_b \cdot A} \cdot \left(\frac{l_0}{i}\right)^2}, \quad (2)$$

где R_b - предел прочности бетона (на сжатие при изгибе), i - радиус инерции поперечного сечения в плоскости изгиба, l_0 - расчетная длина, A - площадь сечения.

Деформации железобетонных элементов определяются согласно теории строительной механики. Вклад растянутого бетона между трещинами в жесткость элементов учитывается коэффициентом ψ_s , модифицирующим модуль упругости стали E_s . Значения ψ_s приведены в табличном виде и, например, для изгибаемых элементов прямоугольного сечения находятся в диапазоне $\psi_s = 0.39..0.99$.

Ширина раскрытия трещин a_{crc} соответствует произведению шага трещин l_{crc} на величину средних на шаге деформаций арматуры ε_s ,

$$a_{crc} = \psi_s \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot l_{crc}. \quad (3)$$

Расстояние между трещинами (шаг) определяется эмпирической зависимостью:

$$l_{crc} = k_1 \cdot \alpha \cdot \frac{d_b}{4}, \quad (4)$$

где k_1 - табличный коэффициент, зависящий от σ_s и μ , для изгибаемых элементов - от 2.2 до 22.8, α - отношение модулей упругости стали к бетону, d_b - диаметр арматурных стержней.

СНиП II-В.1-62*. В следующих по порядку нормам [6] расчеты по несущей способности, деформациям и раскрытию трещин обозначены как 1-е, 2-е и 3-е предельное состояние соответственно. Расширена номенклатура коэффициентов условий работы.

Метод предельных усилий распространен на совместное действие продольной силы и косоугольного изгиба в случае "больших" эксцентриситетов, при этом требуется совпадение плоскостей изгиба и главного момента. Уравнения равновесия формируются в локальной системе координат с началом в центре тяжести растянутой арматуры, ориентированной вдоль силовой плоскости. Уравнение моментов из силовой плоскости намеренно превращается в тождество соответствующей расстановкой стержней сжатой арматуры. При "малых" эксцентриситетах расчет осуществляется по (1), как в НиТУ 123-55.

Повышающий коэффициент η скорректирован, в знаменателе формулы (2) численная константа "4800" заменена функцией

$$12 \cdot \frac{66000}{R + 350} \cdot \left(\frac{1}{e_0/h + 0.16} + 200 \cdot \mu + 1 \right). \quad (5)$$

Вместо табличного определения НиТУ 123-55 для коэффициента ψ_s используется аналитическая зависимость:

$$\psi_s = 1.3 - s \cdot m - \frac{1 - m}{6 - 4.5 \cdot m}, \quad (6)$$

где s - коэффициент, характеризующий профиль арматурных стержней и длительность действия нагрузки ($s = 1.1$ для периодического профиля и кратковременной нагрузки), m - отношение изгибающего момента непосредственно после образования трещин к его текущему значению.

Формула (3) для a_{cr} изменений не претерпела, однако, значение l_{cr} (4) для арматуры периодического профиля уменьшено на 30%.

СНиП II-21-75. В нормах [7] расчеты по несущей способности и по пригодности к нормальной эксплуатации называются расчетами по первой (I) и второй (II) группе предельных состояний соответственно. К II-й группе отнесены расчеты по раскрытию трещин и определению перемещений.

В расчетах прочности вместо "больших" и "малых" эксцентриситетов введено понятие граничного значения относительной высоты сжатой зоны бетона ξ_R . Если $\xi > \xi_R$, то наиболее растянутые стержни арматуры не достигают расчетного сопротивления при предельном моменте, $\sigma_s < R_y$. Расчет прочности при совместном действии продольной силы и косоуго изгиба называется общим случаем расчета (при любых сечениях, внешних усилиях и любом армировании). Напряжения в арматурных стержнях σ_s принимаются пропорциональными удалению от нейтральной линии.

Основным способом учета влияния прогибов на несущую способность элементов принят расчет по деформированной схеме. Альтернативно элементы гибкостью $l_0/i > 14$ допускается рассчитывать по недеформированной схеме, где формула (2) переписана в виде:

$$\eta = \frac{1}{1 - N/N_{cr}}, \quad (7)$$

$$N_{cr} = \frac{6.4 \cdot E_b}{l_0^2} \cdot \left[\frac{I}{\phi_l} \cdot \left(\frac{0.11}{0.1 + \delta_e} + 0.1 \right) + \alpha \cdot I_s \right], \quad (8)$$

где N_{cr} - условная критическая сила по формуле (8), l_0 - расчетная длина внецентренно-сжатых элементов, I и I_s - моменты инерции площадей сечения бетона и продольной арматуры (относительно центра тяжести), δ_e - относительное значение эксцентриситета продольной силы e_0 / h , ϕ_l - коэффициент, учитывающий влияние длительности действия нагрузки.

Обновленная формула для вычисления ширины раскрытия трещин чувствительна к размерностям параметров,

$$a_{cr} = k \cdot \eta \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot 20 \cdot (3.5 - 100 \cdot \mu) \cdot \sqrt[3]{d_b}, \quad (9)$$

где a_{cr} в мм, k - коэффициент, учитывающий вид деформаций, μ - коэффициент армирования рабочей зоны бетона, не более 0.02, η - коэффициент, учитывающий влияние типа профиля арматуры, d_b - диаметр арматурного стержня, мм.

Коэффициент ψ_s используется только при определении жесткости, его выражение упрощено по сравнению с (6) (СНиП II-B.1-62*),

$$\psi_s = 1.25 - s \cdot m. \quad (10)$$

СНиП II-21-75 допускает не производить расчеты по раскрытию трещин и деформациям, если практикой применения или опытной проверкой установлено, что a_{cr} не превышает допустимых значений и жесткость в стадии эксплуатации достаточна.

СНиП 2.03.01-84*. Нормы [8] принципиально не отличаются от предыдущих в части рассматриваемых вопросов. В формулах (8) - (10) изменились обозначения параметров с сохранением их физического смысла.

СП 52-101-2003. В нормативе [9] основным инструментом для расчета прочности и жесткости является деформационная модель. Метод предельных усилий допускается использовать только для прямоугольных сечений с двойным армированием при действии усилий в плоскости симметрии сечения (формальный запрет на применение при косом деформировании). Пособие к СП 52-101-2003 [10] (2005) допускает использование метода "силовых горизонталей" применительно к расчету прочности прямоугольных сечений при косом внецентренном сжатии (с симметричной арматурой). Расчет производится из условия (11), где показатели степени α , β зависят от уровня продольной силы и определяются формулами (3.131-3.132) [8].

$$\left(\frac{M_z}{M_{z0}}\right)^\alpha + \left(\frac{M_y}{M_{y0}}\right)^\beta = 1, \quad (11)$$

где M_{z0} и M_{y0} - предельные моменты сечения при внецентренном сжатии в плоскостях (xoy) и (xoz) при уровне силы N , α и β - коэффициенты, зависящие от геометрических размеров элемента, количества и расстановки продольных и поперечных арматурных стержней, свойств бетона и арматуры, величины защитного слоя и др.

Выражение N_{cr} (8) обновлено,

$$N_{cr} = \frac{\pi^2}{l_0^2} \cdot \left[\frac{0.15}{\phi_l \cdot (0.3 + \delta_e)} E_b \cdot I + 0.7 \cdot E_s \cdot I_s \right]. \quad (12)$$

Положения СНиП II-21-75 и СНиП 2.03.01-84 о возможности оценки II группы предельных состояний на основании практики применения или экспериментов аннулированы.

Коэффициент ψ_s в расчетах жесткости по деформационной модели принимается по формуле:

$$\psi_s = \frac{1}{1.0 + 0.8 \cdot \frac{\varepsilon_{s,crc}}{\varepsilon_s}}, \quad (13)$$

где $\varepsilon_{s,crc}$ - деформация растянутой арматуры в сечении с трещиной сразу после ее образования, ε_s - средняя деформация растянутой арматуры, соответствующая рассматриваемому уровню нагружения.

Формула ширины раскрытия трещин вернулась к виду из НиТУ 123-55, дополненная рядом коэффициентов,

$$a_{crc} = \phi_1 \cdot \phi_2 \cdot \phi_3 \cdot \psi_s \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot l_{crc}, \quad (14)$$

где напряжения σ_s определяются в рамках модели приведенного поперечного сечения с учетом площади сжатой зоны бетона, площадей растянутой и сжатой арматуры, ψ_s - по зависимости:

$$\psi_s = 1.0 - 0.8 \cdot \frac{\sigma_{s,crc}}{\sigma_s}. \quad (15)$$

Формула (4) для шага трещин НиТУ 123-55 изменена и распространяется на элементы высотой сечения менее 1 м (при большей высоте l_{crc} не регламентируется),

$$l_{crc} = 0.5 \cdot \frac{A_{bt}}{A_s} \cdot d_b, \quad (16)$$

где A_{bt} - площадь сечения растянутого бетона в момент трещинообразования, A_s - площадь продольной арматуры.

СП 63.13330.2012. Нормы [1] являются актуализированной редакцией СП 52-101-2003. Норматив распространяет применение деформационной модели в том числе и на расчет a_{crc} в части определения σ_s . Применение формулы (16) более не лимитируется сечениями с высотой менее 1 м.

Помимо формирующих деформационную модель положений, в пп. 8.1.22-23, 8.1.25-28 требуется определенный способ реализации численного решения системы уравнений равновесия. Смысл включения требований в основной текст норм не разъяснен. Базовые положения "деформационной модели" возможно реализовать альтернативными способами без отличий результата. В нормах-аналогах EN1992-1-1 [11] и ACI 318 [12, 13] представлены только основные положения. Тем не менее, в [14] отмечается значимость различий методики СП и породивших ее работ [15] и [16].

Нормы (п.5.1.11) не ограничивают применение расчетных моделей, не содержащихся в них. Формально, если в модели так или иначе учитывается работа растянутой арматуры в трещине и работа бетона между трещинами в условиях плоского напряженного состояния, то расчет сечений находится в правовом поле норматива.

Интерпретация. Теоретической основой расчетов прочности до 2003 года являлся метод предельных усилий. Его применение в случае совместного действия продольной силы и косоугольного изгиба упрощено условием совмещения плоскостей изгиба и внутренней пары сил в сечениях. Как следствие, сечения оптимизированы под работу на одно нагружение. При множестве нагружений, силовая плоскость может значительно отклоняться от оптимизированного направления внутренней пары, что приведет к рискованному проектному решению.

Основной способ расчетов прочности после 2003 года основан на деформационной модели, допускающей в сечении линейное распределение средних деформаций на шаге трещин. Деформационная модель также используется в расчетах по эксплуатационной пригодности в частях определения σ_s в трещинах (расчет a_{crc}) и кривизны $1/\rho$ (расчет деформаций). Широкий спектр приложений модели делает ее основным инструментом современных норм.

Учет влияния поперечного прогиба на несущую способность элементов требуется осуществлять расчетами по деформированной схеме, начиная с 1975 года. Конкретного расчетного метода в нормах не зафиксировано. Расчет по недеформированной схеме допускается при гибкости $l_0/i > 14$. Коэффициент η зависит от условной критической силы N_{cr} , представляющей модификацию критической силы по Эйлеру учитывающую нелинейное деформирование железобетонных элементов. Выражение для N_{cr} постоянно изменялось в ходе эволюции норм.

Формально расчет по деформированной схеме должен выполняться для любого сжимаемого элемента. Влияние геометрической нелинейности может быть пренебрежимо малым, в последних нормах критерий значимости эффекта отсутствует. Например, в НиТУ 123-55 учет требовался для элементов с гибкостью $l_0/i > 35$.

Шаг трещин l_{cr} и ширина их раскрытия a_{crc} взаимосвязаны и напрямую зависят от распределения и значений напряжений сцепления τ по контакту "бетон-арматура", что не отражено в расчетном аппарате норм. На практике значения a_{crc} могут значительно отличаться даже в пределах одного экспериментального образца. Принимая неизбежный разброс результатов и ненадежность расчетов ширины раскрытия трещин, например, в ACI 318-14 произведен отказ от прямого вычисления a_{crc} . Ограничение ширины трещин

обеспечивается косвенно с помощью конструктивных требований. В том числе, путем ограничения максимального расстояния между стержнями в зависимости от уровня σ_s , регламентирования толщины защитного слоя бетона.

Вклад растянутого бетона между трещинами в жесткость элементов на эксплуатационной стадии учитывается интегрально в рамках концепции "размазанных" трещин. Диаграмма " σ - ε " арматуры модифицируется через повышение ее модуля $E_s^{eff} = E_s / \psi_s$, где коэффициент $\psi_s < 1$. В рамках Норм коэффициент ψ_s пропорционален отношению σ_s к напряжениям в момент трещинообразования $\sigma_{s,crc}$. Выражение для ψ_s изменялось в ходе эволюции норм, в последних редакциях представлены его не исключающие варианты при расчетах по деформационной модели и в рамках модели приведенного сечения.

Выводы. В ходе эволюции нормативные модели сопротивления усложнялись, при этом сохранялась возможность для "ручных" расчетов. Основным инструментом современного норматива является нелинейная деформационная модель, реализующаяся с помощью компьютерных программ.

Эмпирическая составляющая в расчетах a_{crc} , ψ_s и η корректировалась от редакции к редакции. Границы применимости эмпирических зависимостей не представлены. Это порождает вопросы о корректности применения тех или иных нормативных формул, особенно в сложных, не стандартных проектных ситуациях. Одним из путей совершенствования норм представляется разработка уточненных расчетных моделей, снижающих роль эмпирической составляющей теории железобетонных конструкций. Например, значение коэффициента ψ_s на шаге трещин предлагается определять явно, вычисляя распределение напряжений сцепления вдоль контакта "бетон-арматура".

© Семенов Д.А. 2017

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003.– Москва, 2012.
2. Семенов Д.А. Прочность железобетонных элементов при косом внецентренном сжатии // Вестник гражданских инженеров.– 2015.– №5(52). – С. 76—84.
3. Семенов Д.А. Влияние диаграммы бетона " $\sigma - \varepsilon$ " на результаты расчета нормального сечения железобетонного элемента по нелинейной деформационной модели // Бетон и железобетон.– 2015. – №3(594). – С. 23—26.
4. Н-3-46. Нормы проектирования железобетонных конструкций / Министерство строительства предприятий тяжелой индустрии.– Москва, 1946.
5. НУТУ 123-55. Нормы и технические условия проектирования бетонных и железобетонных конструкций.– Москва, 1955.
6. СНиП II-B.1-62*. Бетонные и железобетонные конструкции. Нормы проектирования / Госстрой СССР. – Москва: Издательство литературы по строительству, 1970.
7. СНиП II-21-75. Бетонные и железобетонные конструкции.– Москва, 1976.
8. СНиП 2.03.01-84*. Бетонные и железобетонные конструкции.– Москва, 1989.
9. СП 52-101-2003. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры, Москва, 2003. ФГУП ЦПП.
10. Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций из тяжелого бетона без предварительного напряжения арматуры (к СП 52-101-2003) / ЦНИИПромзданий, НИИЖБ.–Москва: ОАО "ЦНИИПромзданий", 2005.
11. EN 1992-1-1:2004. Eurocode 2: Design of concrete structures. P. 1-1: General rules and rules for buildings, Brussels, 2004. Thomas Telford House.
12. ACI 318M-08. Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary, MI, 2008. American Concrete Institute.
13. ACI 318R-14. Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary, MI, 2014. American Concrete Institute.
14. Карпенко Н.И., Карпенко С.Н. О диаграммной методике расчета деформаций

стержневых элементов // Бетон и железобетон. – 2012. – № 6. – С. 20—27.

15. Карпенко Н.И., Мухамедиев Т.А., Сапожников М.А. К построению методики расчета стержневых элементов на основе диаграмм деформирования материалов // Сборник НИИЖБ "Совершенствование методов расчета статически неопределимых железобетонных конструкций". – Москва, 1987. – С. 5—23.

16. Байков В.Н., Додонов М.И., Расторгуев Б.С. Общий случай расчета прочности элементов по нормальным сечениям // Бетон и железобетон. – 1987. – № 6. – С. 16—18.

Поступила в редакцию 18 апреля 2017 г. Прошла рецензирование 5 июня 2017 г.

Принята к публикации 18 июня 2017 г.

Об авторе:

СЕМЕНОВ ДЕНИС АНДРЕЕВИЧ, аспирант кафедры «Строительная механика и строительные конструкции», Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого. Окончил Санкт-Петербургский государственный политехнический университет в 2009 году. Научные интересы: расчет железобетонных конструкций, нелинейные расчеты, аналитические модели, сцепление арматуры с бетоном, прочность, жесткость, устойчивость. 195251, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 29; spb.rcsoft@gmail.com

Для цитирования: Семенов Д.А. Эволюция нормативного подхода к расчету железобетонных элементов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – № 5. – С. 43—50, DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5-43-50.

References

1. SP 63.13330.2012. Betonnye i zhelezobetonnye konstrukcii. Osnovnye polozhenija. Aktualizirovannaja redakcija SNIp 52-01-2003, Moskva, 2012.
2. Semenov, D.A. (2015). Prochnost' zhelezobetonnyh jelementov pri kosom vnecentrennom szhatii. Vestnik Grazhdanskih Inzhenerov, 5(52). 76—84.
3. Semenov, D.A. (2015). Vlijanie diagrammy betona " $\sigma - \epsilon$ " na rezul'taty rascheta normal'nogo sechenija zhelezobetonного jelementa po nelinejnoj deformacionnoj modeli. Beton i Zhelezobeton, No 3(594), 23—26.
4. N-Z-46. Normy proektirovanija zhelezobetonnyh konstrukcij. Ministerstvo stroitel'stva predpriyatij tjazheloj industrii, Moskva, 1946.
5. NiTU 123-55. Normy i tehicheskie uslovija proektirovanija betonnyh i zhelezobetonnyh konstrukcij, Moskva, 1955.
6. SNIp II-B.1-62*. Betonnye i zhelezobetonnye konstrukcii. Normy proektirovanija, Gosstroj SSSR, Moskva: Izdatel'stvo literatury po stroitel'stvu, 1970.
7. SNIp II-21-75. Betonnye i zhelezobetonnye konstrukcii, Moskva, 1976.
8. SNIp 2.03.01-84*. Betonnye i zhelezobetonnye konstrukcii, Moskva, 1989.
9. SP 52-101-2003. Betonnye i zhelezobetonnye konstrukcii bez predvaritel'nogo naprjazhenija armatury, Moskva, 2003, FGUP CPP.
10. Posobie po proektirovaniju betonnyh i zhelezobetonnyh konstrukcij iz tjazhelogo betona bez predvaritel'nogo naprjazhenija armatury (k SP 52-101-2003), CNIIPromzdaniy, NIIZhB, Moskva: OAO "CNIIPromzdaniy", 2005.
11. EN 1992-1-1:2004. Eurocode 2: Design of concrete structures. P. 1-1: General rules and rules for buildings, Brussels, 2004, Thomas Telford House.
12. ACI 318M-08. Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary, MI, 2008. American Concrete Institute.
13. ACI 318R-14. Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary, MI, 2014. American Concrete Institute.
14. Karpenko, N.I., Karpenko, S.N. (2012). O diagrammnoj metodike rascheta deformacij sterzhnevyyh jelementov. Beton i Zhelezobeton, No 6, 20—27.
15. Karpenko, N.I., Muhamediev, T.A., Sapozhnikov, M.A. (1987). K postroeniju metodiki rascheta sterzhnevyyh jelementov na osnove diagramm deformirovanija materialov. Sbornik NIIZhB "Sovershenstvovanie metodov rascheta staticheski neopredelimiyyh zhelezobetonnyh konstrukcij", Moskva, 5—23 (in Russian).
16. Bajkov, V.N., Dodonov, M.I., Rastorguev, B.S. (1987). Obshhij sluchaj rascheta prochnosti jelementov po normal'nym sechenijam. Beton i Zhelezobeton, No 6, 16—18 (in Russian).

EVOLUTION OF NORMATIVE APPROACH TO ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURAL ELEMENTS

D.A. SEMENOV

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

Strength analysis of cross-sections, stiffness and cracks width calculations, P-delta analysis of structural members are reviewed within Russian Codes. Primary calculation tool of

the modern Code is non-linear “deformation model”. It is noted a saturation of normative approach by the empirical coefficients. Development of advanced models, decreasing a role of empirical component of reinforced concrete theory, is seemed to be one of the ways to Code improvement.

KEY WORDS: review of codes, analysis of reinforced concrete structures, strength, stiffness, stability.

Article history: Received: April 18, 2017. Revised: June 5, 2017. Accepted: June 18, 2017.

About the author:

SEMENOV D.A., post-graduated student of «Building Mechanics and Structures» department, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University. He graduated from the same University in 2009. Scientific interests: reinforced concrete structural analysis, non-linear analysis, analytical models, bond, strength, stiffness, stability. 195251, Saint-Petersburg, Polytechnical str. 29; spb.rcsoft@gmail.com

For citation:

Semenov D.A. (2017) Evolution of normative approach to analysis of reinforced concrete structural members. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, No 5, 43—50, DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5-43-50.



УДК 624.04

АНАЛИЗ ПРОГИБА АРОЧНОЙ ФЕРМЫ

М.Н. КИРСАНОВ, д.ф.-м.н., профессор

Национальный исследовательский университет "МЭИ",
111250 Москва, Красноказарменная 14, c216@ya.ru

Геометрия плоской статически определимой фермы с двумя неподвижными шарнирными опорами задается длинами стержней, числом панелей в опорных частях и числом панелей в ригеле. Методом индукции по этим параметрам выводятся общие формулы для прогиба фермы под действием сосредоточенной и распределенной нагрузки. Символьные преобразования выполнены в системе компьютерной математики Maple. Найдены асимптотические свойства решений. Получены формулы для реакций опор и усилий в наиболее сжатых и растянутых стержнях фермы.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ферма, решетка фермы, Maple, прогиб.

Постановка задачи. Хорошо отлаженные и проверенные численные алгоритмы, встроенные в стандартные пакеты для расчетов строительных конструкций, дают решения для широкого класса задач о напряженном и деформированном состоянии конструкций. Лидирует здесь в основном метод конечных элементов. Современные компьютеры имеют достаточно большой запас точности и быстродействия, чтобы получить численное решение различных сложных задач строительной механики. Практически параллельно с численными, хотя с некоторым запозданием, развивались и аналитические методы расчета строительных конструкций. Не всегда такие расчеты приводили к компактным и обзорным формулам, пригодным как для экспресс оценки состояния сооружения, так и для его оптимизации на этапе проектирования [1]. Несмотря на то, что даже самым лучшим аналитическим решениям недоступны те решения, которые дают численные методы, определенные преимущества аналитических решений неоспоримы. Прежде всего, это простота, надежность и точность расчетов. К этому добавляется и возможность оптимизации систем с целью уменьшения веса и увеличения жесткости, где это необходимо. Для решения задач, содержащих не только размеры и нагрузки, но и некоторое натуральное число, характеризующее сложность сооружения, например, число панелей или стержней в фермах, весьма важна способность символьных решений преодолевать "проклятие размерности", проявляющееся в неизбежном накоплении ошибок округления численных методов.

Заметный прогресс в направлении получения аналитических решений произошёл с появлением систем символьных вычислений (Reduce, Mathematica, Maple и др.). Методом индукции были получены решения задач о прогибе плоских [2-5] и пространственных регулярных ферм [6] с произвольным числом панелей. При этом, как правило, сложность геометрии фермы определялась лишь одним целочисленным параметром, например, числом панелей. Решенные задачи с двумя параметрами значительно сложнее и редки [7]. В настоящей работе предлагается схема статически определимой арочной фермы и выводится двухпараметрическая формула для прогиба.

Симметричная ферма (рис. 1) составлена из трех частей. Две боковые наклонные части имеют треугольную решетку и содержат по m панелей. Средняя горизонтальная часть с крестообразной решеткой содержит $2n$ панелей. Ставится задача вывести формулу для прогиба фермы в зависимости от числа панелей.

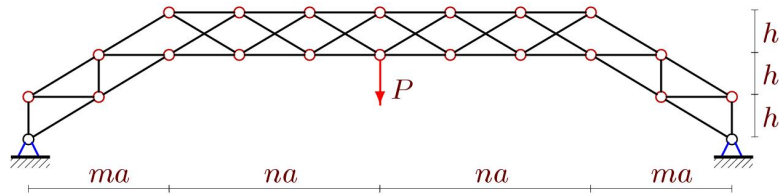


Рис. 1. Ферма, $n = 3$, $m = 2$

Вывод формул для прогиба. Воспользуемся программой [8] для определения усилий в стержнях в аналитической форме. В программе используется метод вырезания узлов. В исследуемой ферме $4(n+m)+2$ шарниров и $n_s = 8(n+m) + 4$ стержней вместе с четырьмя стержнями, моделирующими неподвижные опорные шарниры.

Конфигурация решетки фермы задается в программе специальными векторами, содержащими номера концов стержней. Матрица системы уравнений равновесия в проекциях на оси координат заполняется направляющими косинусами стержней, вычисляемыми по координатам узлов и векторам номеров концов стержней [2-7]. Из решения системы уравнений с помощью операторов Maple находятся усилия в стержнях в символьной форме. Для ускорения счета используется метод обратной матрицы.

Выражение для прогиба по найденным усилиям получается с помощью интеграла Мора. За контрольную точку прогиба принят средний узел нижнего пояса. Рассмотрим сначала нагружение фермы одной силой в этой точке. Согласно

интегралу Мора имеем следующую сумму: $EF\Delta = P \sum_{i=1}^{n_s-4} S_i^2 l_i$, где S_i —

усилия от действия единичной внешней нагрузки. Здесь обозначено: l_i — длины стержней, EF — жесткость стержней. Жесткость принимается одинаковой для всех стержней. Общий вид решения для прогиба при различных m и n имеет вид:

$$\Delta_{n,m} EF = P(A_{n,m} a^3 + B_{n,m} h^3 + C_{n,m} c^3) / h^2, \quad (1)$$

где $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, EF — жесткость стержней, принятая одинаковой для всех стержней фермы. Заметим, что вид формулы прогиба для рассматриваемой фермы не меняется для различных m и n , различаясь лишь величинами коэффициентов. Это справедливо не для всех регулярных конструкций. Например, для

ферм с трапециевидным очертанием верхнего пояса это не выполняется, с ростом числа панелей формула удлиняется, увеличивая число слагаемых. Определение коэффициентов как функций m и n — главная часть поставленной задачи.

Для того чтобы получить формулу с произвольными числами m и n , необходимо провести индукцию в два этапа. На первом этапе при фиксированном числе панелей в боковых частях (сначала $m = 1$) получаются формулы для прогиба ферм с различным числом $n = 1, 2, 3, \dots$. Коэффициенты в этих формулах образуют последовательности, для которых с помощью оператора `rgf_findrecur` системы Maple находятся соответствующие однородные линейные рекуррентные уравнения. Например, для $A_{n,m}$ имеем уравнение седьмого порядка при любом m :

$$A_{n,m} = A_{n-1,m} + 3A_{n-2,m} - 3A_{n-3,m} - 3A_{n-4,m} + 3A_{n-5,m} + A_{n-6,m} - A_{n-7,m}. \quad (2)$$

Решения этих уравнений, выявляющие закономерность образования коэффициентов, дает оператор `rsolve`. Получается зависимость коэффициентов $A_{n,m}$, $B_{n,m}$ и $C_{n,m}$ от n при $m=1$. Затем процедура повторяется для $m=2, 3, 4, \dots$ и получаются соответствующие формулы:

$$A_{n,1} = n^3 / 3 + (1 - 3(-1)^n)n^2 / 4 + (11 - 3(-1)^n)n / 12 + (1 - (-1)^n) / 4,$$

$$A_{n,2} = n^3 / 3 + (1 - 5(-1)^n)n^2 / 8 + (35 - 3(-1)^n)n / 48 + (1 - (-1)^n) / 4,$$

$$A_{n,3} = n^3 / 3 + (1 - 7(-1)^n)n^2 / 12 + (25 - (-1)^n)n / 36 + (1 - (-1)^n) / 4,$$

....

$$A_{n,8} = n^3 / 3 + (1 - 17(-1)^n)n^2 / 32 + (515 - 3(-1)^n)n / 768 + (1 - (-1)^n) / 4.$$

На втором этапе также с помощью тех же операторов находится обобщение полученных формул по числу m . Здесь уже составляются последовательности коэффициентов при степенях n . В данном случае получаем следующее окончательное выражение для коэффициента при a^3 :

$$A_{n,m} = n^3 / 3 + (1 - (2m+1)(-1)^n)n^2 / (4m) + (1 + (8/3)m^2 - (-1)^n)n / (4m^2) + (1 - (-1)^n) / 4.$$

Аналогично получаются и другие коэффициенты формулы (1):

$$B_{n,m} = (1 - (-1)^n) / (4m), \quad C_{n,m} = (6n + (1 + 5m^2) / m + (m^2 - 1)(-1)^n / m) / 12.$$

Равномерная нагрузка. Несколько сложнее, но по этой же методике получается решение для равномерной нагрузки по верхнему поясу (рис. 2).

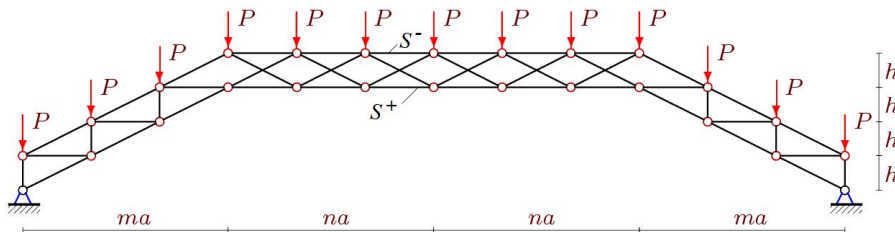


Рис. 2. Равномерная нагрузка, $n = m = 3$

Формула для прогиба схожа с выражением (1), однако для вывода закономерностей образования коэффициентов требуется большая длина последовательностей и значительно большая мощность компьютера, работающего в символьной моде на пределе своих возможностей:

$$\Delta_n EF = P(A_n a^3 + B_n h^3 + C_n c^3) / (4h^2 n). \quad (3)$$

Наибольший порядок рекуррентного уравнения получился для A_n

$$A_n = A_{n-1} + 6A_{n-2} - 6A_{n-3} - 15A_{n-4} + 15A_{n-5} + 20A_{n-6} - 20A_{n-7} - \\ - 15A_{n-8} + 15A_{n-9} + 6A_{n-10} - 6A_{n-11} - A_{n-12} + A_{n-13}. \quad (4)$$

Интересно отметить, что уравнения (2) и (4) образованы биномиальными коэффициентами. Решения рекуррентных уравнений дает следующие закономерности:

$$A_n = (10n^5 - 2(4(-1)^n + 3)n^4 + 2((-1)^n + 18)n^3 - (9 + 13(-1)^n)n^2 + \\ + 4(2 - 5(-1)^n)n + 9(1 - (-1)^n)) / 6,$$

$$B_n = (1 - (-1)^n)(1 + 3n),$$

$$C_n = -(n^4(1 - (-1)^n) - 4n^3(8 + (-1)^n) + 10n^2 + 2n(1 + 2(-1)^n) + 2((-1)^n - 1)) / 6.$$

Для проверки полученного решения применялась та же программа [8], но в численной моде, дающей результаты практически мгновенно и не имеющей в системе Maple ограничений по числу уравнений.

Усилия в критических стержнях и асимптотика. Для оценки устойчивости и прочности фермы требуются формулы для усилий в наиболее сжатых и растянутых стержнях. Методом индукции получаем, что наиболее растянутый стержень (S^+) в ферме под действием распределенной нагрузки (рис. 2) будет стержень в середине нижнего пояса: $S^+ = P((n^3 - 2n^2 + 2n + 1)a / (2nh))$, наиболее сжатый — в середине верхнего пояса: $S^- = -Pn(n + 1)a / (2h)$.

Выражения для вертикальных реакций опор очевидны $R_{vert} = P(4n + 1) / 2$, горизонтальные же реакции из обычных уравнений равновесия фермы найти нельзя. Для их определения приходится рассчитывать усилия во всех стержнях. Методом индукции по восьми фермам с $n=1,2,..8$ получаем $R_{horiz} = P(3n^2 - n - 1) / (2hn)$.

Имея аналитическое решение, можно получить асимптотику решения для прогиба фермы. Для решения (1) при условии фиксированного пролета $L=2(n+m)a$ и общей нагрузке $P_s = (2n + 2m + 1)P$ имеются два предела

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{\Delta} = h / (4L), \quad \lim_{m \rightarrow \infty} \bar{\Delta} = h(5 + (-1)^n) / (24L).$$

Здесь введен безразмерный прогиб $\bar{\Delta} = \Delta EF / (P_s L)$. Для решения (3) асимптотик нет.

Выводы. Получены аналитические решения для внешне статически неопределимой арочной фермы. В отличие от аналогичных точных решений [9-13] в рассмотренной постановке, помимо геометрических параметров, имеется два параметра, определяющие пропорции конструкции. Поэтому для получения более общего решения при выводе зависимостей коэффициентов итоговой формулы от числа панелей потребовалась индукция по двум параметрам, что привело к значительным трудностям при выполнении символьных преобразований. Наиболее общее решение удалось получить для задачи о нагружении фермы сосредоточенной силой. В случае действия распределенной нагрузки найдено решение при $n=m$. Решение выявило наличие горизонтальных асимптот. Получены формулы для реакций опор и усилий в критических стержнях. Построенные решения позволяют проводить оптимизацию конструкции.

© Кирсанов М.Н. 2017

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. Рыбаков Л.С. Линейная теория плоской ортогональной решетки // Известия Российской Академии наук. Сер. Механика твердого тела. 1999. №4. С. 174—189.
2. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы с решеткой типа «Butterfly»//Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 4 (267). С. 2—5.
3. Горбунова А.С., Кирсанов М.Н., Лепетюха В.А. Расчет прогиба симметричной фермы с решеткой "STAR" в аналитической форме // Строительная механика и конструкции. 2017. № 1 (14). С. 36—41.
4. Ponamareva M.A. The displacement of the support trusses with parallel belts under uniform load // Научный альманах. 2016. N 4-3(18). С. 257-259. DOI: 10.17117/na.2016.04.03.257
5. Voropai R.A., Kazmiruk I.Yu. Analytical study of the horizontal stiffness of the flat statically determinate arch truss// Вестник научных конференций. 2016. № 2-1(6). С. 10—12
6. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы пространственного покрытия с крестообразной решеткой // Инженерно-строительный журнал. 2016. № 4 (64). С. 52—58.
7. Кирсанов М.Н., Астахов С.В. Двухпараметрическая индукция для вывода зависимости прогиба фермы от числа панелей // Материалы Всероссийской научно-практической конференции «45 лет отрасли легких металлоконструкций. Пятигорск: Издательство ПФ СКФУ, 2017. С. 151—155.
8. Кирсанов М. Н. Maple и MapleT. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
9. Voropai R. A. Analysis of the deflection of the regular truss with cross type lattice// Научный альманах. 2016. N 4-3(18). С. 238-240. DOI: 10.17117/na.2016.04.03.238
10. Bolotina T. D. The deflection of the flat arch truss with a triangular lattice depending on the number of panels // Вестник научных конференций. 2016. № 4-3(8). С. 7—8.
11. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66—73.
12. Кирсанов М.Н. О влиянии наклона подвижной опоры на жесткость балочной фермы // Вестник МГСУ. 2016. № 10. С. 35—44.
13. Kirsanov M. An inductive method of calculation of the deflection of the truss regular type // Architecture and Engineering. 2016. Vol. 1, No 3. Pp. 14—17.

Поступила в редакцию 5 июня 2017 г. Прошла рецензирование 14 июня 2017 г.

Принята к публикации 18 июня 2017 г.

Об авторе:

КИРСАНОВ МИХАИЛ НИКОЛАЕВИЧ, профессор Национального исследовательского университета "МЭИ", профессор МГУ им. М.В. Ломоносова. Закончил Воронежский государственный университет (1977) и аспирантуру МГУ(1981). Автор десяти монографий и учебных пособий по математике и механике, член Национального комитета России по теоретической и прикладной механике. Научные интересы: строительная механика, аналитические решения, Maple, дифференциальные уравнения, дискретная математика, методы искусственного интеллекта, реология.
111250, Москва, Красноказарменная 14, c216@ya.ru

Для цитирования:

Кирсанов М.Н. Анализ прогиба арочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – № 5. – С. 50—55, DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5-50-55.

References

1. Rybakov, L.S. (1999). Linejnaya teoriya ploskoj ortogonal'noj reshetki [Linear theory of plane orthogonal grid]. *Izvestiya Rossijskoj Akademii nauk. Ser. Mekhanika tverdogo tela*, No 4, 174—189 (in Russian).
2. Kirsanov, M.N. (2016). Analiticheskij raschet balochnoj fermy s reshetkoj tipa «Butterfly». *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenij*, No 4 (267), 2—5 (in Russian).

3. Gorbunova, A.S., Kirsanov, M.N., Lepetyuha, V.A. (2017). Raschet progiba simmetrichnoj fermy s reshetkoj "STAR" v analiticheskoj forme. *Stroitel'naya mekhanika i konstrukcii*, No 1 (14), 36—41 (in Russian).
4. Ponamareva, M.A. (2016). The displacement of the support trusses with parallel belts under uniform load. *Science Almanac*, N 4-3(18), 257-259, DOI: 10.17117/na.2016.04.03.257
5. Voropai, R.A., Kazmiruk, I.Yu. (2016). Analytical study of the horizontal stiffness of the flat statically determinate arch truss. *Bulletin of Scientific Conferences*, No 2-1(6), 10—12.
6. Kirsanov, M. N. (2016). Analysis of the buckling of spatial truss with cross lattice. *Magazine of Civil Engineering*, No 4, 52 – 58, DOI: 10.5862/MCE.64.5 (in Russian).
7. Kirsanov, M.N., Astahov, S.V. (2017). Dvuhparametricheskaya indukcija dlya vyvoda zavisimosti progiba fermy ot chisla panelej. *Materialy Vserossijskoj Nauchno-Prakticheskoj Konferencii «45 Let Otrashi Legkih Metallokonstrukcij*. Pyatigorsk: Izdatel'stvo PF SKFU, 151—155 (in Russian).
8. Kirsanov, M. N. (2012). *Maple i Maplel. Resheniya Zadach Mekhaniki*, SPb.: Izd-vo Lan', 512 p.
9. Voropai, R.A. (2016). Analysis of the deflection of the regular truss with cross type lattice. *Science Almanac*, No 4-3(18), 238-240, DOI: 10.17117/na.2016.04.03.238
10. Bolotina, T. D. (2016). The deflection of the flat arch truss with a triangular lattice depending on the number of panels. *Bulletin of Scientific Conferences*, No 4-3(8), 7—8.
11. Tinkov, D.V. (2015). Sravnitel'nyj analiz analiticheskikh reshenij zadachi o progibe fermennykh konstrukcij. *Inzhenerno-Stroitel'nyj Zhurnal*, No 5(57), 66—73 (in Russian).
12. Kirsanov, M.N. (2016). O vliyanii naklona podvizhnoj opory na zhestkost' balochnoj fermy. *Vestnik MGSU*, Np 10, 35—44 (in Russian).
13. Kirsanov, M.N. (2016). An inductive method of calculation of the deflection of the truss regular type. *Architecture and Engineering*, Vol. 1, No 3, 14—17.

ANALYSIS OF THE DEFLECTION OF THE ARCHED TRUSS

M. N. KIRSANOV, *DSc, Professor*
National Research University "MPEI",
 111250 Moscow, Krasnokazarmennaya, 14; c216@ya.ru

The geometry of the flat statically determinate truss with two fixed hinge supports is specified by the lengths of the rods, the number of panels in supporting parts and the number of panels in the bolt. By induction on these parameters the General formulas for the deflection of the trusses under the action of concentrated and distributed load are obtained. Symbol conversions are performed in the system of computer mathematics Maple. The asymptotic properties of solutions are found. Formulas for reactions of supports and efforts in the most compressed and stretched the rods of the truss are found.

KEY WORDS: truss, lattice, Maple, deflection

Article history: Received: June 5, 2017. Revised: June 14, 2017. Accepted: June 18, 2017.

About the author:

KIRSANOV Mikhail Nikolaevich, *Professor, National research University "Moscow power engineering Institute", Professor of M. V. Lomonosov Moscow State University. Graduated from Voronezh State University (1977) and Moscow State University graduate school (1981). Author of ten monographs and textbooks on mathematics and mechanics, member of the Russian National Committee on theoretical and applied mechanics. Research interests: structural mechanics, analytical solutions, Maple, differential equations, discrete mathematics, artificial intelligence methods, rheology.*
 14, Krasnokazarmennaya Str., 111250, Moscow, Russian Federation. Email: c216@ya.ru

For citation:

Kirsanov M.N. (2017) Analysis of the deflection of the arched truss. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. No 5. 50—55, DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5-50-55.

Численные методы расчета конструкций

УДК 502/504: 69.035.4: 539.31

КОНЕЧНО - ЭЛЕМЕНТНЫЙ АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ С УЧЕТОМ АНИЗОТРОПИИ ОСНОВАНИЯ

Д.Т. БАУТДИНОВ, канд. техн. наук, доцент

М.М. ДЖАМАЛУДИНОВ, аспирант

ФГБОУ ВО «Российский государственный аграрный университет – университет природообустройства МСХА им. К.А. Тимирязева»

Аннотация. В статье проведен анализ напряженного состояния трансверсально-изотропного скального грунта вблизи гидротехнического туннеля круговой формы сечения от собственного веса грунтовой среды при различных отношениях упругих характеристик грунтовой среды в ортогональных направлениях и при различных углах наклона плоскости изотропии. Угол наклона плоскости изотропии моделирует наклонное залегание слоев грунта. Определены тангенциальные напряжения на контуре выработки, позволяющие оценивать прочность грунтовой среды при различных глубинах заложения.

Ключевые слова: модуль деформации, коэффициент Пуассона, трансверсально-изотропная среда, теория упругости.

Введение

Согласно существующим нормам [1], массивы скальных грунтов следует считать анизотропными при коэффициенте анизотропии более 1,5. Под коэффициентом анизотропии понимается отношение большего значения характеристики к меньшему в двух заданных направлениях. При этом в нормах [2] указано, что для туннелей, располагаемых в анизотропных грунтах с отношением модулей деформации в разных направлениях более 1,4, расчеты необходимо выполнять с учетом анизотропии.

Вышеизложенные требования свидетельствуют о том, что при расчете гидротехнических туннелей, проходящих в грунтах с сильно выраженной анизотропией, модель изотропного тела не применима.

Постановка задачи. Целью данной работы является исследование напряженного состояния на контуре гидротехнического туннеля круговой формы сечения от собственного веса трансверсально-изотропного скального грунта с углом наклона плоскости изотропии α равном 60,75 и 90 градусов, при различных упругих характеристиках в ортогональных направлениях. Угол наклона плоскости изотропии $-\alpha$, моделирует наклонное залегание слоев скального грунта.

Методы исследования. Анизотропной называется среда, у которой наблюдаются различие в упругих характеристиках для различных направлений. Для анизотропной среды число независимых упругих постоянных равно 21 [3],[9],[10] что затрудняет применение этой модели на практике. При расчете гидротехнических туннелей широкое распространение получила модель трансверсально-изотропной среды (частный случай анизотропной среды), при которой грунт в одной плоскости обладает характеристиками изотропной среды (плоскость изотропии), а перпендикулярном направлении – отличными от изотропной среды характеристиками [6] (рис. 1).

Анализ напряженного состояния выполнен с использованием программного комплекса, основанного на МКЭ. Предварительно были определены раз-

мер и тип элемента, пригодного для расчета, на основе решения тестовой задачи. В качестве тестовой задачи была рассмотрена упругая изотропная среда, подверженная сжатию и содержащая круглую выработку. Для такой задачи имеется аналитическое решение Кирша [3].

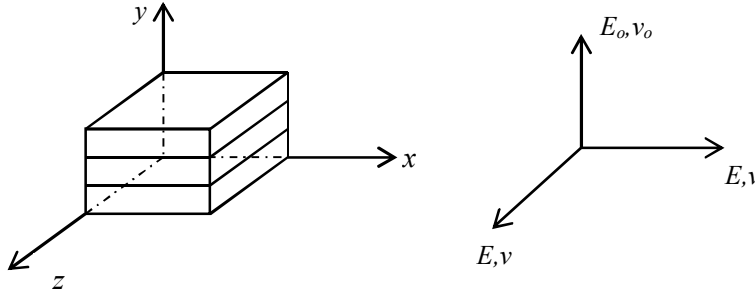


Рис. 1. Модель трансверсально-изотропной среды

На рис. 1 обозначено: $E = E_x = E_z$ – модуль деформации для растяжения-сжатия в направлении плоскости изотропии; $E_0 = E_y$ – модуль деформации для растяжения-сжатия в направлении, нормальном к плоскости изотропии; $\nu = \nu_{xz} = \nu_{xz}$ – коэффициент Пуассона, характеризующий поперечное сжатие в плоскости изотропии при растяжении в плоскости изотропии; $\nu_0 = \nu_{xy} = \nu_{zy}$ – коэффициент Пуассона, характеризующий поперечное сжатие в плоскости нормальной к плоскости изотропии при растяжении в плоскости изотропии.

Обозначим $G = G_{xz}$ – модуль сдвига в плоскости изотропии (ZOХ) определяемый по известной зависимости (1), $G_0 = G_{xy} = G_{yz}$ – модуль сдвига в любой плоскости, перпендикулярной к плоскости изотропии (ZOХ), которые можно определить по формуле К. Вольфа (2) [3]:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}, \quad (1)$$

$$G_0 = \frac{EE_0}{E + E_0(1 + 2\nu_0)}. \quad (2)$$

В качестве расчетной схемы, моделирующей гидротехнический туннель без обделки круговой формы сечения со значительной глубиной заложения, проходящий в скальных грунтах с наклонным залеганием слоев, с различными упругими характеристиками в ортогональных направлениях, применялась бесконечная упругая трансверсально-изотропная среда, подверженная сжатию (P – статическая вертикальная равномерно распределенная нагрузка), содержащая выработку круговой формы, находящаяся в условиях плоской деформации [5],[8]. При этом наклонный слой грунта моделируется изотропной средой. Так как, боковое расширение грунта невозможно [4], на вертикальных гранях расчетной области поставлены горизонтальные связи, препятствующие боковому расширению. Размеры расчетной области были минимизированы с учетом задания «активной зоны» (критерий Фролова М.И.). Расчетная схема представлена на рис. 2.

Рассмотрим результаты расчета на единичную нагрузку от собственного веса грунта на гидротехнический туннель. В процессе расчета задавались различные упругие характеристики в ортогональных направлениях. Также задавались углы наклона плоскости изотропии 60, 75 и 90 градусов. Анализ напряженного состояния при углах наклона плоскости изотропии 15, 30, 45 градусов можно найти в работе [7].

Из рис. 3 видно, что растягивающие напряжения на контуре выработки значительно меньше, чем в изотропной среде, а сжимающие напряжения не-много возрастают.

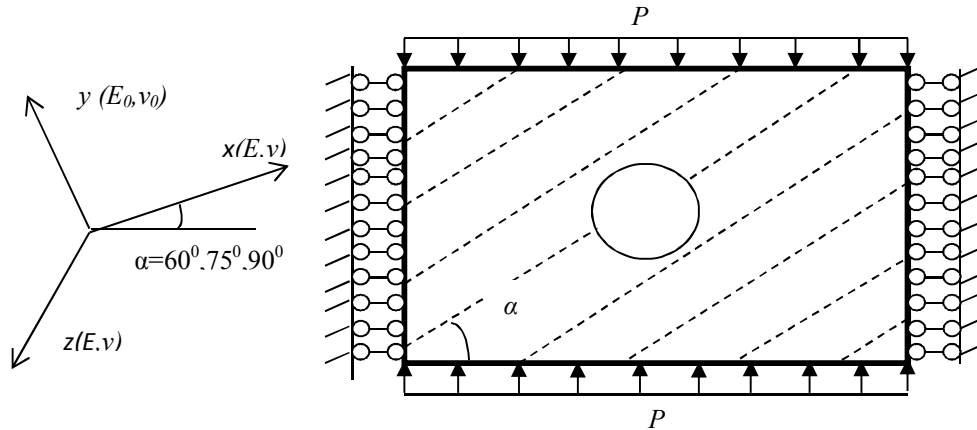


Рис. 2. Расчетная схема, моделирующая собственный вес грунта на туннель, по модели трансверсально-изотропной среды (α – угол наклона слоев грунта или плоскости изотропии)

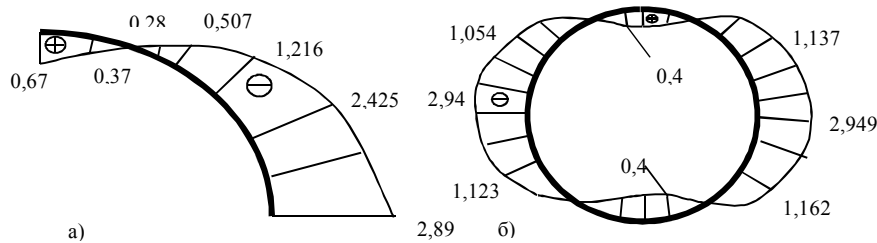


Рис. 3. Эпюры относительных тангенциальных напряжений на контуре круговой выработки от собственного веса а) изотропного грунта при $\nu = 0,1$ с учетом симметрии; б) трансверсально-изотропного грунта при угле наклона плоскости изотропии 60° и $E/E_0=1,5$, $\nu_0/\nu = 2$.

В таблице 1 приведены значения наибольших относительных тангенциальных напряжений на контуре выработки при различных отношениях упругих характеристик, в ортогональных направлениях в зависимости от угла наклона слоев скального грунта. В случае если на контуре выработки растягивающие напряжения не возникают или имеют малые значения по сравнению со сжимающими (в 20 и более раз), то за наибольшие напряжения принимались относительные сжимающие тангенциальные напряжения. Зная величину относительных напряжений, согласно принципу суперпозиций линейной теории упругости, всегда можно установить истинное напряженное состояние, умножая полученные результаты на реальную величину нагрузки.

Из таблицы 1 видно, что при увеличении отношений модулей деформации растягивающие напряжения возрастают по сравнению с изотропной средой, а при увеличении отношений коэффициентов Пуассона уменьшаются. Также можно заметить, что при увеличении угла наклона плоскости изотропии относительные тангенциальные растягивающие напряжения уменьшаются по сравнению со случаем, когда угол наклона плоскости изотропии равен нулю. Относительные сжимающие напряжения при увеличении отношений модулей деформации сначала уменьшаются по сравнению с изотропной средой, а затем, начиная с некоторого момента, начинают возрастать. Такая же картина наблюдается при увеличении отношений коэффициентов Пуассона. Также можно заметить, что при увеличении угла наклона плоскости изотропии относительные тангенциальные сжимающие напряжения увеличиваются по сравнению со случаем, когда угол наклона плоскости изотропии равен нулю.

Таблица 1. Максимальные относительные тангенциальные напряжения на контуре выработки круговой формы от собственного веса грунта в зависимости от отношений упругих характеристик и угла наклона слоев грунта (плоскости изотропии).

v/v_0	E/E_0									
	$\alpha = 0^0$					$\alpha = 60^0$				
	1	1,5	2	2,5	3	1	1,5	2	2,5	3
1	0,67	0,827	0,961	1,072	1,167	0,67	0,67	0,683	0,698	0,714
1,5	0,491	0,635	0,745	0,832	0,903	0,491	0,54	0,571	0,594	0,613
2	0,32	0,439	0,524	0,585	0,630	0,318	0,40	0,446	0,475	0,494
2,5	0,149	0,241	0,298	0,331	0,346	0,140	0,249	0,306	0,337	0,352
3	-2,742	-2,621	-2,560	-2,528	-2,513	-2,697	-2,786	0,146	0,173	0,178
3,5	-2,704	-2,602	-2,558	-2,544	-2,677	-2,636	-2,696	-2,775	-2,828	-2,861
v/v_0	E/E_0									
	$\alpha = 75^0$					$\alpha = 90^0$				
	1	1,5	2	2,5	3	1	1,5	2	2,5	3
1	0,67	0,62	0,588	0,563	0,544	0,67	0,601	0,551	0,511	0,479
1,5	0,495	0,506	0,499	0,488	0,478	0,495	0,493	0,470	0,446	0,425
2	0,322	0,385	0,401	0,404	0,402	0,322	0,378	0,383	0,375	0,364
2,5	0,138	0,252	0,291	0,306	0,310	0,140	0,252	0,284	0,292	0,290
3	-2,724	-2,951	0,162	0,185	0,191	-2,724	-2,984	0,167	0,188	0,193
3,5	-2,651	-2,875	-3,046	-3,185	-3,302	-2,653	-2,911	-3,112	-3,278	-3,420

Вывод. Результаты анализа напряженного состояния грунта в окрестности выработки гидротехнического туннеля круговой формы поперечного сечения показывают, что на напряженное состояние непосредственное влияние оказывает степень анизотропии упругих свойств. При проектировании подземных сооружений требуется более детально определять физико-механические свойства скальных грунтов и особое внимание уделять упругим характеристикам.

© Баутдинов Д.Т., Джамалудинов М. М. 2017

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. СНиП 2.02.02-85*. Основания гидротехнических сооружений: утв. Госстроем СССР 12.12.85[ред. 30.06.2003]. – М.: Госстрой СССР, 1985. – 67 с.
2. СНиП 2.06.09-84. Туннели гидротехнические: утв. Госстроем СССР 14.11.84: взамен СН 238-73. – М.: Госстрой СССР, 1985. – 28 с.
3. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела/ С.Г. Лехницкий. – М.: Наука, 1977. – 416 с.
4. Цытович Н.А. Механика грунтов / Н.А. Цытович. – М.: Высш. шк, 1983. 288 с.
5. Баутдинов Д.Т. Конечно-элементный анализ гидротехнических туннелей без обделки, проложенных в трансверсально-изотропных скальных грунтах. –Дисс... канд. тех. наук. – М. – 2012. – 175 с.
6. Баутдинов Д.Т. Исследование напряженного состояния трансверсально-изотропного скального грунта вблизи гидротехнического туннеля круговой формы сечения // Приволжский научный журнал. – 2011. – № 3. – С. 93—98.
7. Баутдинов Д.Т. Джамалудинов М.М. Напряженное состояние скального грунта вблизи гидротехнического туннеля круговой формы сечения с учетом анизотропии грунтовой среды. // Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. – 2016. – Т. 43. – № 4. – С. 144—152.
8. Фролов М.И., Баутдинов Д.Т., Боев Ю.А. Системный анализ напряженного состояния гидротехнических сооружений. – М.: Институт СНГ, 2012. – 392 с.
9. Фролов М.И. Теория упругости и упруго-пластичности в перемещениях. – М. Институт СНГ. – 2012. – 166с.
10. Li J.C., Li H.B., Ma G.W., Zhou Y.X. Assessment of underground tunnel stability to adjacent tunnel explosion. –Tunnel. Underground Space Technology. – 2013. –35. 227–234.

Поступила в редакцию 29 апреля 2017 г. Прошла рецензирование 19 мая 2017 г.

Принята к публикации 14 июня 2017 г.

Об авторах:

БАУТДИНОВ ДАМИР ТАХИРОВИЧ, родился в 1979 году, окончил Московский государственный университет природообустройства. Кандидат технических наук, доцент кафедры «Инженерные конструкции» ФГБОУ ВО «Российский государственный аграрный университет – университет природообустройства МСХА им. К.А. Тимирязева». Основные направления исследований: теория упругости анизотропного тела, строительная механика подземных гидротехнических сооружений, динамика и устойчивость строительных конструкций при различного рода воздействиях. E-mail: damir.tt1@mail.ru

ДЖАМАЛУДИНОВ МАГОМЕД МАГОМЕДНАБИЕВИЧ, родился в 1986 году. Окончил Московский государственный университет природообустройства. Ведущий инженер отдела капитального строительства АО «ЧиркейГЭСстрой». Основные направления исследований: расчет подземных сооружений с учетом анизотропии грунтовой среды. E-mail: Djamaludinov86@mail.ru

Для цитирования: Баутдинов Д.Т., Джамалудинов М.М. Конечно - элементный анализ напряженного состояния подземных гидротехнических сооружений с учетом анизотропии основания // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – № 5. – С. 56 — 61, DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5-56-61.

References

1. SNiP 2.02.02-85*. Bases of Hydro Technical Erections. Gosstroy SSSR 12.12.85 [Red. 30.06.2003], Moscow: Gosstroy SSSR, 1985, 67 p.
2. SNiP 2.06.09-84. Hydro technical tunnels. Gosstroy SSSR 14.11.84. – Moscow: Gosstroy SSSR, 1985, 28 p.
3. Lehnitzkiy, S.G. (1977). *Teoriya Uprugosti Anizotropnogo Tela [Theory of Elasticity of Anisotropic Body]*, Moscow: Nauka, 416 p. (in Russian).
4. Tzytovich, N.A. (1963). *Mechanics of Soil*, Moscow: Vessh. Shkola, 288 p.
5. Bautdinov, D.T. (2012). Finite element analysis of hydro technical erections without lining driven in transversal isotropic rock soils, Dis. PhD (Technical Science), Moscow, 175 p.
6. Bautdinov, D.T. (2011). Investigation of stress state of transversal isotropic rock soil near the hydro technical tunnel with cross-section of circular form, *Privolzhskiy Nauchniy Zhurnal*, (3), 93—98 (in Russian).
7. Bautdinov, D.T., Djamaludinov, M.M. (2016). A stress state of rock soil of the hydro technical tunnel with cross-section of circular form with taking into account anisotropy of soil body, *Vestnik Dagestanskogo Gosudarstvennogo Tehnicheskogo Universiteta. Tehnicheskie Nauki*, 43 (4), 144—152 (in Russian)
8. Frolov, M.I., Bautdinov, D.T., Boev, Yu.A. (2012). *A System Analysis of Stress State of Hydro Technical Erection*. Moscow: Institut SNG, 392 p.
9. Frolov, M.I. (2012). *Theory of Elasticity and Elastic-and-Plasticity in Displacements*, Institut SNG, 166 p.
10. Li J.C., Li H.B., Ma G.W., Zhou Y.X. (2013). Assessment of underground tunnel stability to adjacent tunnel explosion, *Tunnel. Underground Space Technology*. 35, 227—234.

THE FINITE ELEMENT STRESS STATE ANALYSIS OF UNDERGROUND HYDRAULIC ERECTIONS TAKING INTO ACCOUNT THE ANISOTROPY OF THE MEDIUM

D.T. BAUTDINOV, M.M. DJAMALUDINOV

Russian State Agrarian University - Moscow Timiryazev Agricultural Academy, Moscow

In this article, the stressed state analysis of a transverse-isotropic rocky soil near a hydro-technical tunnel is carried out. The cross section of the tunnel is circular. The load considered in the analysis is the self-weight of the surrounding soil. The analysis is carried out for various resilient characteristics of the soil and in the orthogonal directions for various slopes. The slope of the plane of isotropy models a sloping bedding of layers of earth. The slope of the plane of isotropy models a sloping bedding of layers of earth. The tangential stresses are defined at the entry line. This allows estimating the strength of the surrounding soil for various laying depth.

KEY WORDS: deformation module, Poisson's ratio, transverse-isotropic medium, theory of elasticity

Article history: Received: April 29, 2017. Revised: May 19, 2017. Accepted: June 14, 2017.

About the authors:

BAUTDINOV DAMIR TAHIROVICH was born in 1979. PhD holder, associate professor of the Department of Engineering Design of the Russian State Agrarian University – Moscow Agricultural academy named after K. A. Timiryazev. Graduated from the Moscow State University of Engineering in 2001. Field of scientific interests: The theory of elasticity of anisotropic bodies, the structural mechanics of underground hydraulic structures, dynamics and stability of building structures at various influences.

DJAMALUDINOV MAGOMED MAGOMEDNABIEVICH was born in 1986. Engineer of the capital construction Department of the state institution of the Republic of Dagestan "Ekoservis". Graduated from the Moscow state University of environmental engineering. Moscow 2008. Conducts scientific work in the field of analysis of underground structures taking into account the anisotropy of soil medium. Phone: +7(925) 774-06-10, e-mail: Djamaludinov86@mail.ru

For citation:

Bautdinov D.T., Djamaludinov M.M. (2017) The finite element stress state analysis of underground hydraulic erections taking into account the anisotropy of the medium. Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings, No 5, 56—61, DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5-56-61.



Расчеты на устойчивость

УДК 539.3:534.1

РАСЧЕТ ОБЩЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ КОНСТРУКЦИЙ С ВЫСОКО РАСПОЛОЖЕННЫМ ЦЕНТРОМ СИЛ ТЯЖЕСТИ

В.К. ИНОЗЕМЦЕВ*, доктор технических наук, профессор

В.И. РЕДКОВ*, кандидат технических наук, доцент

С.А. ЖЕСТКОВА*, аспирант

О.В. ИНОЗЕМЦЕВА**, кандидат технических наук, ведущий конструктор

*Саратовский государственный технический университет имени Гагарина
Ю.А., 410054, Саратов, ул. Политехническая д. 77,

**АО «Главное управление обустройства войск» г. Москва,

e-mail: zhestkovas@list.ru

В статье рассматривается общая устойчивость диафрагм жесткости опорных конструкций инженерного сооружения в условиях совместной работы конструктивных элементов, как системы «высотный объект – фундамент – грунтовое основание».

Расчеты произведены в программном комплексе ЛИРА-САПР. Выяснено, что общая устойчивость несущих систем, представляющих собой парные диафрагмы жесткости в виде опорных конструкций большепролетного сооружения с высоко расположенным центром сил тяжести, зависит от их расположения на фундаментной плите.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: сооружение, опорные конструкции с высокорасположенным центром сил тяжести, устойчивость, критическая нагрузка.

Особенностью проектирования большепролетных несущих систем является необходимость обеспечения их пространственной жесткости и устойчивости [1]. Пространственная устойчивость такой системы обеспечивается «изгибной» устойчивостью отдельных сжатых элементов несущей системы и общей устойчивостью опорных конструктивных элементов, взаимодействующих с грунтовым основанием.

В качестве примера рассмотрим большепролетное сооружение с несущей системой в виде пространственной стержневой системы с параллельно расположенными металлическими фермами, на опорных конструкциях с парными диафрагмами жесткости и центральном металлическом «барабане». Компьютерная модель несущей системы в ПК ЛИРА-СПР показана на рис. 1.

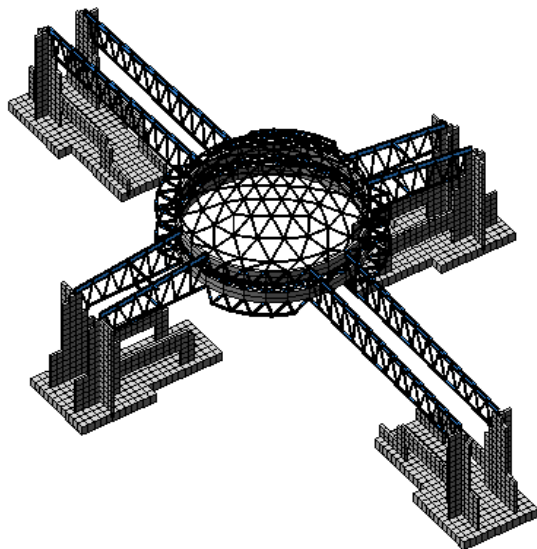


Рис. 1

Покрытие большепролетного сооружения решено с центральным светопрозрачным параболическим куполом радиусом – 12 м и фокусом – 7 м на опорном барабане из стержневых металлических элементов и с четырьмя секторами двухпоясного покрытия облегченного типа без распорок для легкой кровли. Элементы двухпоясного покрытия: несущие тросы, предварительно напряженные стабилизирующие тросы и кольцевой опорный контур на металлических стойках (рис. 2,3). Пространственная устойчивость несущей системы обеспечивается «изгибной» устойчивостью отдельных сжатых конструктивных элементов.

«изгибной» устойчивостью отдельных сжатых конструктивных элементов.

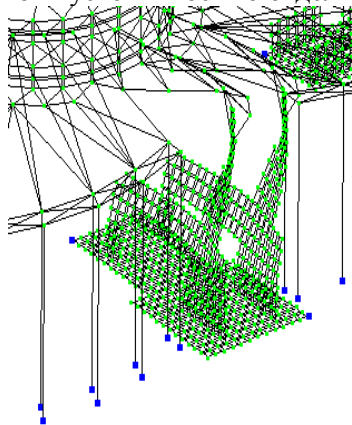


Рис. 2

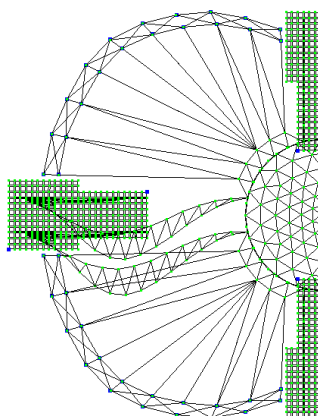


Рис. 3

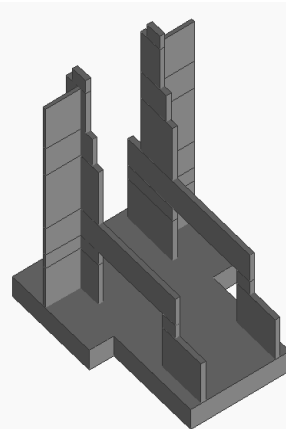


Рис. 4

Это железобетонные диафрагмы жесткости опорных конструкций и металлические фермы покрытия. Расчет этого вида потери устойчивости может быть выполнен на основе компьютерной модели ПК ЛИРА-САПР (рис. 2, 3).

На рис. 2 показана первая форма потери устойчивости, соответствующая минимальной критической нагрузки. Устойчивость теряет диафрагма жесткости несущей системы. На рис. 3 показана вторая форма потери устойчивости. В данном случае устойчивость теряют фермы покрытия.

Из проведенного анализа следует, что минимальная критическая нагрузка «изгибной» потери устойчивости несущей системы обусловлена потерей плоской формы равновесия диафрагмы жесткости. Повысить критическую нагрузку «изгибной» потери устойчивости диафрагмы жесткости возможно развивая поперечное сечение парных диафрагм для увеличения момента инерции (рис. 4). Однако пространственная устойчивость несущей системы может быть обеспечена только при условии общей устойчивости системы «диафрагма жестко-

сти – грунтовое основание», рассматриваемой как объект с высокорасположенным центром сил тяжести. Силы тяжести здесь представлены нагрузкой, от покрытия передаваемой фермами на верхнюю часть диафрагм жесткости (рис. 1). Выполнение этого условия связано с соотношением изгибной жесткости диафрагмы и жесткости грунтового основания. При значительной жесткости диафрагмы и недостаточной жесткости грунтового основания под фундаментной плитой, возможна общая потеря устойчивости диафрагмы как системы с высокорасположенным центром сил тяжести. Для тяжелого объекта с высоко расположенным центром тяжести, условие наступления критического состояния в смысле потери устойчивости исходного строго вертикального положения равновесия имеет вид [2]:

$$P_{kp} = kJ_{oc} / H, \quad (1)$$

где J_{oc} – наименьший центральный момент инерции площади основания; k – коэффициент постели основания, характеризующий работу грунтового основания на обжатие; H – высота приложения центра вертикальных усилий.

Существенным допущением здесь является то, что фундаментная плита считается абсолютно жесткой. При учете деформируемости фундаментной плиты возникает дифференциальная задача на собственные значения. Для рассматриваемого случая дифференциальная задача бифуркационной устойчивости имеет вид [3]:

$$D\nabla^4 \Delta W(x, y) + k\Delta W(x, y) = \begin{cases} 0 \\ \Delta q_R(\Delta W_S, \Delta W_R, P) \\ 0 \\ \Delta q_S(\Delta W_S, \Delta W_R, P) \\ 0 \end{cases}, \quad (2)$$

здесь D – цилиндрическая жесткость фундаментной плиты; $\Delta W(x, y)$ – приращение вертикальных перемещений основания под фундаментной плитой в «возмущенном» состоянии равновесия; $\Delta q_R, \Delta q_S$ – приращение нагрузки на фундаментную плиту под левой и правой диафрагмами жесткости; $\Delta W_R, \Delta W_S$ – приращение вертикальных перемещений под правой и левой диафрагмами жесткости; P – нагрузка в центре сил тяжести.

Приращение нагрузки на фундаментную плиту под правой и левой диафрагмами жесткости в «возмущенном» состоянии равновесия и граничные условия для свободного края плиты ($x = 0$) имеют вид:

$$\Delta q_{\frac{R}{S}}(\Delta W_S, \Delta W_R, P) = \mp \frac{PH}{FB^2}(\Delta W_S - \Delta W_R), \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \Delta W}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \Delta W}{\partial y^2} = 0; \quad \frac{\partial^3 W}{\partial x^3} + (2 - \mu) \frac{\partial^3 \Delta W}{\partial x \partial y^2} = 0, \quad (4)$$

где B – расстояние между диафрагмами жесткости; F – опорная площадь диафрагмы жесткости на фундаментную плиту.

Для поиска критической нагрузки дифференциальная задача общей устойчивости диафрагм жесткости сводится к алгебраической проблеме поиска собственного значения из условия равенства нулю определителя алгебраической системы уравнений устойчивости. Для этого используем метод конечных разностей [4]. Алгебраическая задача на собственные значения, записанная в матричной форме, имеет вид:

$$[\Omega]U = \lambda[\Psi]U, \quad (5)$$

где $|U|$ – столбец неизвестных метода конечных разностей (собственная функция); λ – собственное значение системы уравнений; $[\Omega]$, $[\Psi]$ – матрицы коэффициентов алгебраической задачи.

Таблица 1

Отношение D/k , м ⁴	$P_{кр}H/k$	Отношение D/k , м ⁴	$P_{кр}H/k$
125.62	108.0	18.315	94.5
106.81	108.0	13.351	90.0
89.98	107.4	9.377	84.0
75.02	106.5	6.282	76.5
61.81	105.6	3.956	66.0
50.26	105.0	2.289	54.0
40.24	103.5	1.172	40.5
31.63	101.1	0.495	27.0
24.37	99.0	0.146	15.0

При $D/k \geq 10^2$ м⁴, результаты расчета критической нагрузки могут быть получены на основе решения (1). В соответствии с аналитическим решением (1) при ширине фундаментной плиты $L = 6$ м:

$$P_{кр} = 108k / H. \tag{6}$$

Соответственно при условии, что $D/k \geq 10^2$ м⁴ получим решение алгебраической задачи (5) совпадающее с решением (6). Уменьшение цилиндрической жесткости фундаментной плиты приводит к снижению критической нагрузки. Результаты расчета приведены в табл. 1. Полученные численные результаты можно представить в виде графика на рис. 5.

Рассмотрим задачу устойчивости при изгибной жесткости фундаментной плиты сопоставимой с жесткостью грунтового основания. В этом случае общая устойчивость рассматриваемой системы существенно зависит от отношения b/L и будет меньше по сравнению с устойчивостью диафрагм жесткости на «жесткой» фундаментной плите (табл. 2).

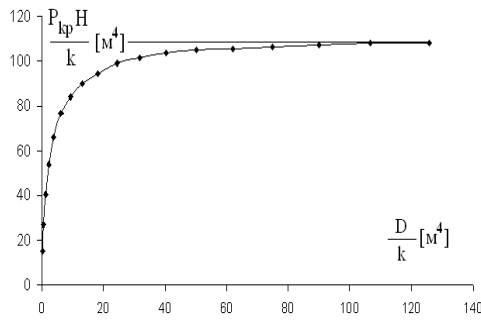


Рис. 5

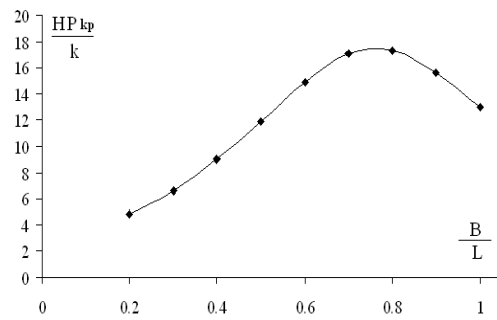


Рис. 6

Таблица 2

Отношение B/L	$P_{кр}H/k$
1	13.0
0.9	15.6
0.8	17.3
0.7	17.1
0.6	14.9
0.5	11.9
0.4	9.0
0.3	6.6
0.2	4.8

Полученные численные результаты можно представить в виде графика (рис. 6).

Таким образом, общая устойчивость несущих систем, представляющих собой парные «жесткие» пилоны для высотных объектов или парные диафрагмы жесткости опорных конструкций для большепролетных сооружений, зависит от их расположения на фундаментной плите. В данном случае от отношения B/L общая устойчивость несущей системы меняется и можно найти такое отношение, при котором она максимальна.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. *Энгель Х.* Несущие системы / Хайно Энгель; предисл. Ральфа Рапсона; пер. с нем. Л.А.Андреевой. – М.: АСТ: Астрель, 2007. – С. 344.
2. *Ржаницын А.Р.* Устойчивость равновесия упругих систем. – М.: Гос. Изд. Технико-теоретической литературы, 1955. – С. 302
3. *Иноземцев В.К.* Общая устойчивость сооружений на неоднородном нелинейно-деформируемом основании: монография/ В.К. Иноземцев, Н.Ф. Синева, О.В. Иноземцева. – Саратов: Сарат. Гос. Техн. Ун-т, 2008. – 242 с.
4. *Коллац Л.* Задачи на собственные значения. – М.: Наука, 1968. – 504 с.

Поступила в редакцию 15 мая 2017 г. Прошла рецензирование 5 июня 2017 г.

Принята к публикации 18 июня 2017 г.

Об авторах: ИНОЗЕМЦЕВ ВЯЧЕСЛАВ КОНСТАНТИНОВИЧ, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Теория сооружений и строительных конструкций», ФГБОУ ВО «Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.». Научные интересы: геометрически и физически нелинейные задачи строительной механики.

РЕДКОВ ВАЛЕРИЙ ИВАНОВИЧ, кандидат технических наук, профессор, доцент кафедры «Теория сооружений и строительных конструкций», ФГБОУ ВО «СГТУ». Научные интересы: механика грунтов, расчет оснований и фундаментов.

ЖЕСТКОВА СВЕТЛАНА АЛЕКСАНДРОВНА, аспирант кафедры «Теория сооружений и строительных конструкций», ФГБОУ ВО «СГТУ».

ИНОЗЕМЦЕВА ОЛЬГА ВЯЧЕСЛАВОВНА, кандидат технических наук, ведущий конструктор АО «Главное управление обустройства войск», Москва. Научные интересы: построение компьютерных моделей строительных конструкций и методы их расчета.

Для цитирования: Иноземцев В.К., Редков В.И., Жесткова С.А., Иноземцева О.В. Расчет общей устойчивости конструкций сооружений с высокорасположенным центром сил тяжести // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – № 5. – С. 61—65, DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5-61-65.

References

1. *Engel', X.* (2007). *Nesyshie Sistemi*; predisl. Ralfa Rapsona; M.: AST: Astrel, p. 344.
2. *Rzhanitsyn, A.R.* (1955). *Stability of Equilibrium of Elastic Systems [Ustoichivost' Ravnovesiya Uprygih Sistem]*. Moscow: Gos.Izd.Techniko-Teoriticheskoi Literatyri, p. 302
3. *Inozemzev, V.K., Sineva, N.F., Inozemtzeva, O.V.* (2008). *Obshaya Ustoychivost' Sooruzheniy na Neodnorodnom Nelineynno-Deformiruемом Osnovanii*: Monography. Sarat. Gos. Tech. Un-t, 242 p.
4. *Kollatts, L.* (1968). *Zadachi na Sobstvennyye Znacheniya*. M.: Nauka, 504 p.

CALCULATION OF OVERALL SUSTAINABILITY OF STRUCTURES WITH THE HIGH CENTRE OF GRAVITY

V.K. Inozemtzev, V.I. Redkov, S.A. Zhestkova, O.V. Inozemtzeva

The article deals with overall sustainability of stiffening diaphragm of support structures in engineering construction in the context of structural elements collaboration as a system «high rise construction- foundation (base)- ground base». Calculations were made in the program complex LIRA-CAD. It was found out that the general stability of the bearing systems, which are paired diaphragms of rigidity in the form of support structures of a large-span structure with a highly located center of gravity, depends on their location on the base plate.

Key words: supporting structures with a high center of gravity, stability, critical load.

Article history: Received: May 15, 2017. Revised: June 5, 2017. Accepted: June 18, 2017.

About the authors: INOZEMTSEV VYACHESLAV KONSTANTINOVICH, DSc, Professor, the Department of Theory of Structures and Building Structures, Saratov State Technical University named Gagarin Yu.A. Scientific interests: geometrically and physically nonlinear problems of construction mechanics. 410054, Saratov, ul. Polytechnic, 77, SSTU. Gararina Yu.A.

REDKOV VALERY IVANOVICH PhD, Professor, associate professor of the Department of Theory of Structures and Building Structures, SSTU named Gagarin Yu.A. Scientific interests: Problems of soil mechanics, calculation of bases and foundations. 410054, Saratov, ul. Polytechnic, 77, SSTU.

ZHESTKOVA SVETLANA ALEKSANDROVNA, post-graduate student of the department "Theory of Structures and Building Structures", SSTU.

INOZEMTSEVA OLGA VYACHESLAVOVNA, PhD, Leading Designer JSC "General Directorate of Troop Improvement", Moscow. Scientific interests: construction of computer models of building structures and methods for their calculation.

For citation: Inozemtzev V.K., Redkov V.I., Zhestkova S.A., Inozemtzeva O.V. (2017) Calculation of overall sustainability of structures with the high centre of gravity. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, No 5, 61—65, DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5-61-65.

Экспериментальные исследования

УДК 539.3: 624.014

ИЗМЕНЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТОНКОСЛОЙНЫХ МЕМБРАН ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ЖИДКОЙ СРЕДЫ

С.Н. ЯКУПОВ, к.т.н., с.н.с.

Л.У. ХАРИСЛАМОВА, м.н.с.

Н.М. ЯКУПОВ, д.т.н., г.н.с., зав. лаб.

ИММ КазНЦ РАН: tamas_86@mail.ru, lejsanh@yandex.ru, yzsrr@kfti.knc.ru

Тонкослойные мембраны и мембранные композиции применяются в различных отраслях, как самостоятельные элементы конструкции, так и в качестве покрытий. С развитием новых технологий начинают получать все более широкое распространение функциональные покрытия. В процессе эксплуатации элементы конструкции и покрытия взаимодействуют с окружающей средой. Для грамотного проектирования конструкций с тонкослойными композициями необходимо, в частности знать влияние жидкой среды на изменение их механических свойств. Приведены результаты экспериментальных исследований.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: тонкослойные мембраны, мембранные композиции, механические свойства, водная среда, время, экспериментально-теоретический метод

Введение. Тонкослойные мембраны и мембранные композиции находят широкое применение, как самостоятельные элементы конструкции, так и в качестве покрытий [1-3]. С развитием новых технологий начинают получать все более широкое распространение новые функциональные покрытия [4-9].

В процессе эксплуатации мембраны и покрытия взаимодействуют с окружающей средой. Функциональные покрытия, помимо поверхностного взаимодействия со средой, испытывают взаимодействие с жидкостью при раскапсуляции. При этом могут существенно измениться механические свойства мембран и покрытий. В связи с этим возникают вопросы, связанные с оценкой механических свойств мембран и мембранных композиций, взаимодействующих с жидкой средой.

Для определения механических характеристик мембран и мембранных композиций, выдержанных в жидкой среде, используется экспериментально-теоретический метод, основанный на синтезе экспериментальных данных и теоретических соотношений, полученных из нелинейной теории тонких оболочек и теории пластичности [10-13]. Из эксперимента снимают кривую «прогиб H - давление P ». По полученным результатам замеров производят теоретическую обработку, определяя, в частности, модуль упругости или условный модуль упругости, строят кривые деформирования и составляют заключение о степени износа материала исследуемого образца.

Композиционные мембраны в жидкой среде. Проведены исследования композиции, состоящей из полимерной тонкой пленки и плотной бумажной основы, общей толщиной 0,25 мм (рис.1). Такие композиции широко используются, например, как рекламные рулонные материалы и др. Рассмотрены изменения механических свойств композиций, находившихся в контакте с водой в течение 1, 10 и 20 минут. Зависимость высоты подъема купола H от давления P приведена на рис. 2, зависимость интенсивность напряжений σ_i - деформаций ϵ_i – на рисунке 3, а зависимость «условный модуль упругости E - деформаций ϵ_i » – на рис. 4.

Как видно из рис. 2 - 4, взаимодействие пленочной композиции с жидкостью значительно снижает ее свойства. Уже в течение первой минуты взаимодействия происходит существенное снижение механических свойств.



Рис. 1. Образец в жидкой среде

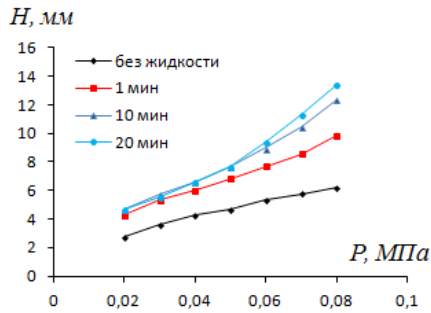


Рис. 2. Зависимость « $H - P$ »

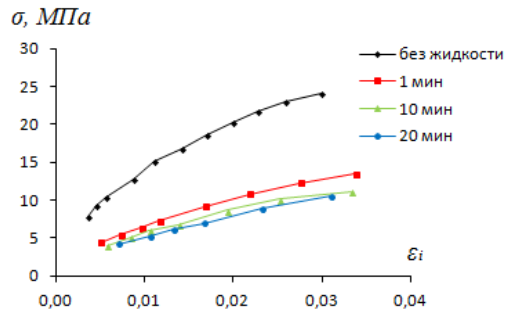


Рис. 3. Зависимость « $\sigma_i - \epsilon_i$ »

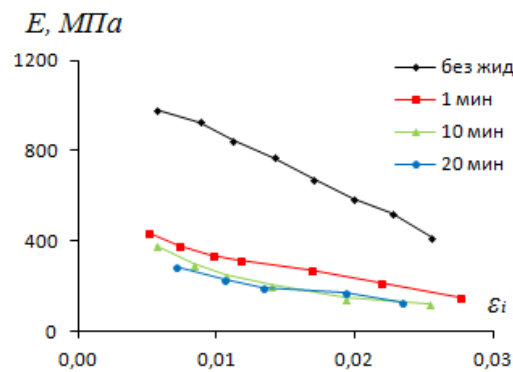


Рис. 4. Зависимость « $E - \epsilon_i$ »

Микропористые мембраны в жидкой среде. Исследованы механические характеристики капроновых мембран толщиной 0,2 мм со средним диаметром микропор 0,2 мкм (фирма «ХИМИФИЛ»). Такие мембраны используются, например, для переноса жидких биологически активных соединений [14].



Рис. 5. Фрагмент из процесса испытания образца

Подготовлены несколько комплектов образцов, состоящих из двух слоев капроновых мембран толщиной каждого слоя 0,2 мм. На экспериментальном этапе при исследовании каждого комплекта использовалась полимерная подложка толщиной 0,08 мм.

Изображение образца в процессе испытания приведено на рисунке 5. Экспериментальные данные для комплектов образцов, не контактировавших с водой, представлены в таблице 1.

Для изучения влияния влажности на механические свойства капроновых мембран с порами 0,2 мкм были также выполнены экспериментальные исследования образцов из двух слоев мембран толщиной каждого слоя 0,2 мм, которые в течение 25 минут выдерживались в обычной воде при комнатной температуре.

На экспериментальном этапе использовалась полимерная подложка толщиной 0,08 мм. Экспериментальные данные представлены в таблице 2.

На рис. 6 приведена зависимость прогиба H от давления P , построенная по усредненным данным (таблицы 1 и 2) для рассмотренных образцов.

Таблица 1 – Экспериментальные данные P и H

P , МПа	Образцы сухие			
	H_1 , мм	H_2 , мм	H_3 , мм	$H_{ср}$, мм
0,0037	2,9	2,7	-	2,8
0,0057	3,5	3,3	3,4	3,4
0,0067	3,8	3,6	3,6	3,7
0,0080	4,1	3,9	4,0	4,0
0,0087	4,3	4,1	4,1	4,2
0,0090	4,3	4,2	4,2	4,2

Таблица 2. Экспериментальные данные P и H

P , МПа	Образцы увлажненные			
	H_1 , мм	H_2 , мм	H_3 , мм	$H_{ср}$, мм
0,0037	6,2	6,2	5,7	6,0
0,0057	7,5	7,7	6,9	7,4
0,0067	8,2	8,3	7,3	8,0
0,0080	9,1	9,2	8,2	8,8
0,0087	9,7	9,8	8,7	9,4
0,0090	9,8	10,0	9,0	9,6

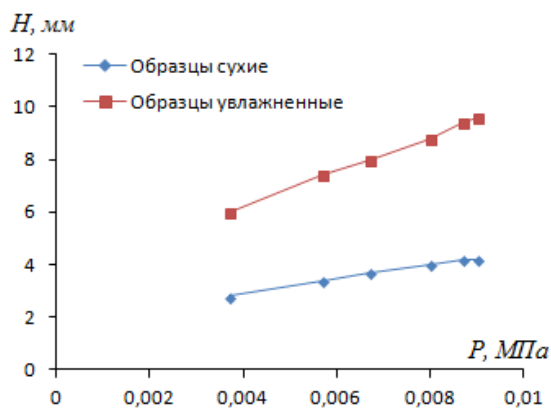


Рис. 6. Зависимость « $H - P$ »

Как видно из рис. 6 прогибы образцов H при одинаковых давлениях P , для увлажненных образцов существенно выше, чем для неувлажненных.

Мембранная кровля. Исследование влияния длительности контакта с водой на механические свойства битумно-полимерной гидроизоляционной мембранной кровли, имеющей сложную структуру. Мембрану толщиной 5 мм получают путем двустороннего нанесения на армированную полиэфирную основу битумно-полимерного вяжущего. В качестве защитных слоев используют круп-

нозернистую посыпку сверху и нетканое полотно снизу. Подготовлены образцы диаметром 120 мм (рис. 7), которые выдерживались в воде в течение 2 и 8 недель (рис. 8) и далее испытывались на установке ДМ-1 (рис. 9).



Рис. 7. Образцы мембранной кровли

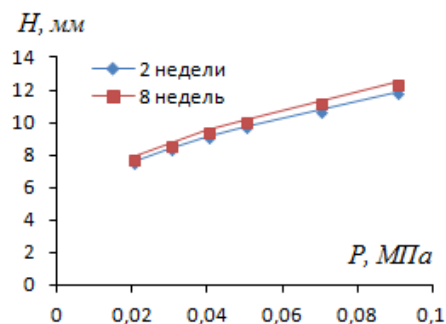


Рис.8. Образцы в водной среде



Рис. 9. Испытание образца

Результаты испытаний образцов, выдержанных в водной среде 2 недели и 8 недель – зависимость «прогиб H - давление P » – приведены в таблице 3 и на рис. 10.

Рис. 10. Зависимость « H - P »Таблица 3. Экспериментальные данные «прогиб H - давление P »

P , МПа	Прогиб образца H , мм	
	2 недели	8 недель
0,02	7,55	7,83
0,03	8,37	8,71
0,04	9,13	9,50
0,05	9,72	10,16
0,07	10,74	11,33
0,09	11,85	12,45

Заключение. На базе экспериментально-теоретического метода выполнены исследования механических свойств композиционных и пористых мембран. Образцы, выдержанные в жидкости, существенно изменяют механические характеристики сложных композиционных структур.

Для композиции «полимерная пленка + картон» установлена, что в течение первой минуты взаимодействия происходит существенное снижение механических характеристик, а свойства образцов, выдержанных в жидкости более длительное время, существенно не отличаются между собой. Деформативность микропористых капроновых мембран при взаимодействии в течение 25 минут с жидкой средой существенно выше по сравнению с неувлажненными образцами.

Для мембранной кровли увеличение длительности контакта с водой с 2 до 8 недель способствует снижению жесткости более чем на 4%.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. Якупов Н.М., Якупов С.Н. Тонкослойные покрытия // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. № 1. 2017. С. 6—14.
2. Yakupov N.M., Yakupov S.N., Rynkovskaya M.I. Some problems of corrosion and methods of protection // Abstract Book. 2nd International Congress on Technology - Engineering & Science. Malaysia. July 28-29. 2016. P. 143—145.
3. Кантюков Р.Р., Якупов С.Н. Задачи исследования механических характеристик покрытий и их адгезии к подложке // Коррозия. Территория НЕФТЕГАЗ. № 3. Сентябрь 2015. С.86—88.
4. Montemor M.F. Functional and smart coatings for corrosion protection: A review of recent advances // Surface & Coatings Technology. 258. 2014. 17—37.
5. Garcia J., Fischer H.R., S. van der Zwaag // Prog. Org. Coat. 72 (2011) 211-221.
6. Taylor S.R., Shiflet G.J. et al. // Nanotechnol. Appl.Coat. (2009) 126-155 (Chapter 8).
7. Wang Q., Li J, Zhang C., Qu X. et al. // J. Mater. Chem. 20 (2010) 3211-3215.
8. Huang Y.F., Huang C., Zhong Y.L., Yi S.P. // Surf. Eng. 29 (2013) 633-636.
9. Ahmad S., Gupta A.P., Sharmin E. et al. // Prog. Org. Coat. 54 (2005) 248-255.
10. Якупов Н.М., Галимов Н.К., Леонтьев А.А. Экспериментально-теоретический метод исследования прочности полимерных пленок // Механика композиционных материалов и конструкций. 2000. Т.6, № 2. С. 238—243.
11. Якупов Н.М., Нургалиев А.Р., Якупов С.Н. Методика испытаний пленок и мембран в условиях равномерно распределенного поверхностного давления // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. Т. 74. № 11. 2008. С. 54—56.
12. Yakupov N.M., Yakupov S.N. Definition of mechanical characteristics of films with the pores, nanoinclusions and nanocoatings // Abstracts. The second Nanotechnology International Forum. M.: Rusnanotech, 2009. P. 344—346.
13. Галимов Н.К., Якупов Н.М., Якупов С.Н. Экспериментально-теоретический метод определения механических характеристик сферических пленок и мембран со сложной структурой // МТТ. №3. 2011. С. 58—66.
14. Валиев Х.Х., Якупов С.Н., Карнет Ю.Н., Снегирева Н.С., Юмашев О.Б., Яновский Ю.Г. Структурно-механические свойства полимерных пористых пленок // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Казань: Издательство Казанского (Приволжского) федерального университета. 2015. С. 670—671.

Поступила в редакцию 16 апреля 2017 г. Прошла рецензирование 26 мая 2017 г.

Принята к публикации 18 июня 2017 г.

Об авторах:

ЯКУПОВ САМАТ НУХОВИЧ – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Институт Механики и Машиностроения Казанского научного центра Российской Академии наук. Сфера научных интересов – механика тонкостенных конструкций, механика пленок и мембран, композиционные структуры, адгезия, коррозионного износа. Казань, tamas_86@mail.ru

ХАРИСЛАМОВА ЛЕЙСАН УСМАНОВНА - младший научный сотрудник, Институт механики и машиностроения Казанского научного центра Российской Академии наук. Сфера научных интересов – механика композиционных пленок и мембран. Казань, lejsanh@yandex.ru

ЯКУПОВ НУХ МАХМУДОВИЧ – доктор технических наук, профессор, член-корреспондент Российской инженерной академии, главный научный сотрудник, заведующий лабораторией Нелинейной механики оболочек, Институт механики и машиностроения Казанского научного центра Российской Академии наук. Сфера научных интересов – механика тонкостенных конструкций сложной геометрии; пленки и мембраны, коррозионный износ, метод конечных элементов, строительные и машиностроительные конструкции. Казань, uzsrr@kfti.knc.ru

Для цитирования: Якупов С.Н., Харисламова Л.У., Якупов Н.М. Изменение механических свойств тонкослойных мембран под воздействием жидкой среды // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 5. С. 66—71, DOI:10.22363/1815-5235-2017-5-66-71.

References:

1. Yakupov, N.M., Yakupov, S.N. (2017). Thin-layer coatings. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. (1), 6—14 (in Russian).
2. Yakupov, N.M., Yakupov, S.N., Rynkovskay, M.I. (2016). Some problems of corrosion and methods of protection. Abstract Book: *2nd International Congress on Technology - Engineering & Science*. Malaysia. July 28-29, 2016, 143—145.
3. Kantiyukov, R.R., Yakupov, S.N. (2015). Problems of investigation of mechanical characteristics of coatings and their adhesion to a substrate. *Corrosion. The territory of Oil and Gas*, (3), 86-88.
4. Montemor, M.F. (2014). Functional and smart coatings for corrosion protection: A review of recent advances. *Surface & Coatings Technology*, 258, 17—37.
5. García, J., Fischer, H.R., S. van der Zwaag. *Prog. Org. Coat.* 72 (2011). 211—221.
6. Taylor, S.R., Shiflet, G.J., et al. *Nanotechnol. Appl. Coat.* (2009). 126—155 (Chapter 8).
7. Wang, Q., Li J, Zhang C., Qu X., et al. *J. Mater. Chem.* 20 (2010). 3211—3215.
8. Huang, Y.F., Huang, C., Zhong, Y.L., Yi, S.P. *Surf. Eng.* 29 (2013). 633—636.
9. Ahmad, S., Gupta, A.P., Sharmin, E., et al. *Prog. Org. Coat.* 54 (2005). 248—255.
10. Yakupov, N.M., Galimov, N.K., Leontiev, A.A. (2000). Experimental-theoretical method for studying strength of polymer films. *Mechanics of Composite Materials and Structures*, 6(2), 238—243.
11. Yakupov, N.M., Nurgaliev, A.R., Yakupov, S.N. (2008). *Zav. Lab. Diagn. Mater.*, 74(11), 54—56.
12. Yakupov, N.M., Yakupov, S.N. (2009). Definition of mechanical characteristics of films with the pores, nano-inclusions and nanocoatings. Abstracts. *The second Nanotechnology International Forum*, M.: Rusnanotech, 344—346.
13. Galimov, N.K., Yakupov, N.M., Yakupov, S.N. (2011). *Mekhanika tverdogo tela*, (3), 58-66.
14. Valiev, Kh.Kh., Yakupov, S.N., Karnet, Yu.N., Snegireva, N.S., Yumashev, O.B., Yanovsky, Yu.G. (2015). Structural and Mechanical Properties of Polymer Porous Films. *XI All-Russian Congress on Fundamental Problems of Theoretical and Applied Mechanics*, Kazan: Publishing house of the Kazan (Privolzhsky) Federal University, 670—671 (in Russian).

CHANGE OF MECHANICAL PROPERTIES OF THIN-LAYER MEMBRANES UNDER THE INFLUENCE OF LIQUID MEDIUM

S.N. YAKUPOV, L.U. HARISLAMOVA, N.M. YAKUPOV

Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Science Center, Russian Academy of Sciences

Thin-layer membranes and membrane compositions find application in different industries as independent design elements and as coatings. With the development of new technologies, functional coatings are become increasingly widespread. During the process of exploitation design elements and coatings interact with the environment. For the competent design of structures with thin-layer membranes, it is necessary to know the influence of the liquid medium on the change in their mechanical properties. The results of experimental studies on the topic under consideration are presented.

KEYWORDS: Thin-layer membranes, membrane compositions, mechanical properties, liquid medium, time, experimental-theoretical method

Article history: Received: April 16, 2017. Revised: May 26, 2017. Accepted: June 18, 2017.

About the authors:

YAKUPOV SAMAT NUKHOVICH – candidate of technical Sciences, Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Science Center, Russian Academy of Sciences. Sphere of scientific interests – mechanics of thin-walled structures, mechanics of films and membranes, composite structures, adhesion, corrosion, Kazan, tamas_86@mail.ru

HARISLAMOVA LEYSAN USMANOVNA - junior researcher, Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Science Center, Russian Academy of Sciences. Sphere of scientific interests – mechanics of composite films and membranes, Kazan, lejsanh@yandex.ru

YAKUPOV NUH MAKHMUDOVICH – doctor of technical Sciences, professor, member-correspondent of the Russian Academy of engineering, chief researcher, head of laboratory of Nonlinear mechanics of shells, Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Science Center, Russian Academy of Sciences. Sphere of scientific interests – mechanics of thin-walled structures of complex geometry; films and membranes, corrosion, finite element method, construction and engineering design, Kazan, yzsrr@kfti.knc.ru

For citation:

Yakupov S.N., Harislamova L.U., Yakupov N.M. (2017) Change of mechanical properties of thin-layer membranes under the influence of liquid medium. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, No 5, 66—71, DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5-66-71.

УДК 624.012.045

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЖИВУЧЕСТИ ФРАГМЕНТА КАРКАСА ЗДАНИЯ С ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫМИ СОСТАВНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ, РАБОТАЮЩИМИ НА ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ

С.А. АЛЬКАДИ, ассистент

А.И. ДЕМЬЯНОВ, к.т.н., доцент

Е.В. ОСОВСКИХ, к.т.н., доцент

ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет»,

305040, Курск, ул. 50 Лет Октября, 94; fortina2008@mail.ru

Приведены результаты экспериментальных исследований деформирования, трещинообразования и разрушения пространственной железобетонной рамы с ригелями составного сечения при нагружении проектной нагрузкой и запроектным аварийным воздействием в виде внезапного выключения центральной стойки рамы. Полученная картина перемещений в запроектных состояниях, трещинообразования и разрушения ригелей рамы, работающих на изгиб с кручением позволяет определить параметр живучести, коэффициент динамических догрузок элементов конструкции рамы и дать оценку живучести конструктивной системы после рассматриваемого запроектного воздействия.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: экспериментальные исследования, живучесть, запроектные воздействия, прогрессирующее обрушение, железобетонный составной элемент, изгиб с кручением.

В последние годы в ряде ведущих стран мира, в том числе и в России, наравне с традиционным расчетом конструкций по предельным состояниям требуется расчетный анализ конструктивных систем на аварийные воздействия, вызванные внезапным выключением из системы одного из несущих элементов. Решение данной задачи требует проведения экспериментальных исследований для определения параметров живучести конструктивных систем, а также изучение особенностей статико-динамического деформирования заданной конструктивной системы в предельных и запредельных состояниях. В представленной работе приведены методика и основные результаты испытаний фрагмента железобетонного каркаса многоэтажного здания с ригелями составного сечения.

Цель экспериментальных исследований - изучение особенностей деформирования, трещинообразования и разрушения элементов конструктивной системы в условиях ее структурной перестройки, вызванной внезапным выключением одного из вертикальных несущих элементов (стойки).

Основные задачи исследований:

- экспериментальное выявление особенностей деформирования и трещинообразования ригеля составного сечения, работающего на кручение с изгибом от заданной нагрузки и запроектного воздействия – выключения центральной несущей стойки;

- экспериментальное определение схем разрушения железобетонной рамы при указанных воздействиях.

Описание экспериментальной установки

Конструкция железобетонной рамы, моделирующая фрагмент пространственного каркаса многоэтажного здания включала пять стоек и два неразрезных ригеля составного сечения армированных плоскими сварными каркасами Кр-1 и Кр-2. Нагружение ригелей опытного фрагмента проектной нагрузкой производилось с использованием рычажно-подвесной системы и нагрузочных

устройств, передающих нагрузку в виде сосредоточенных сил на ригели большего пролета в местах установки опорных пластин 4 (см. рис.1,а, в). Запроектное воздействие в виде внезапного выключения подвижной центральной опоры 1 прикладывалось после нагружения рамной системы проектной нагрузкой. Эта опора выполнена в виде шарнирно-стержневого механизма (см. рис. 1,а, рис.2), состоящего из двух расположенных вертикально и шарнирно соединенных между собой и с опорами стержней, геометрическая неизменяемость которого обеспечивается неподвижной опорой и горизонтальной связью в виде шпильки с резьбой, удерживаемой в проектном положении посредством болтового соединения. Приоритет предложенного решения защищен патентом РФ №2016128903 от 15.07.2016г.

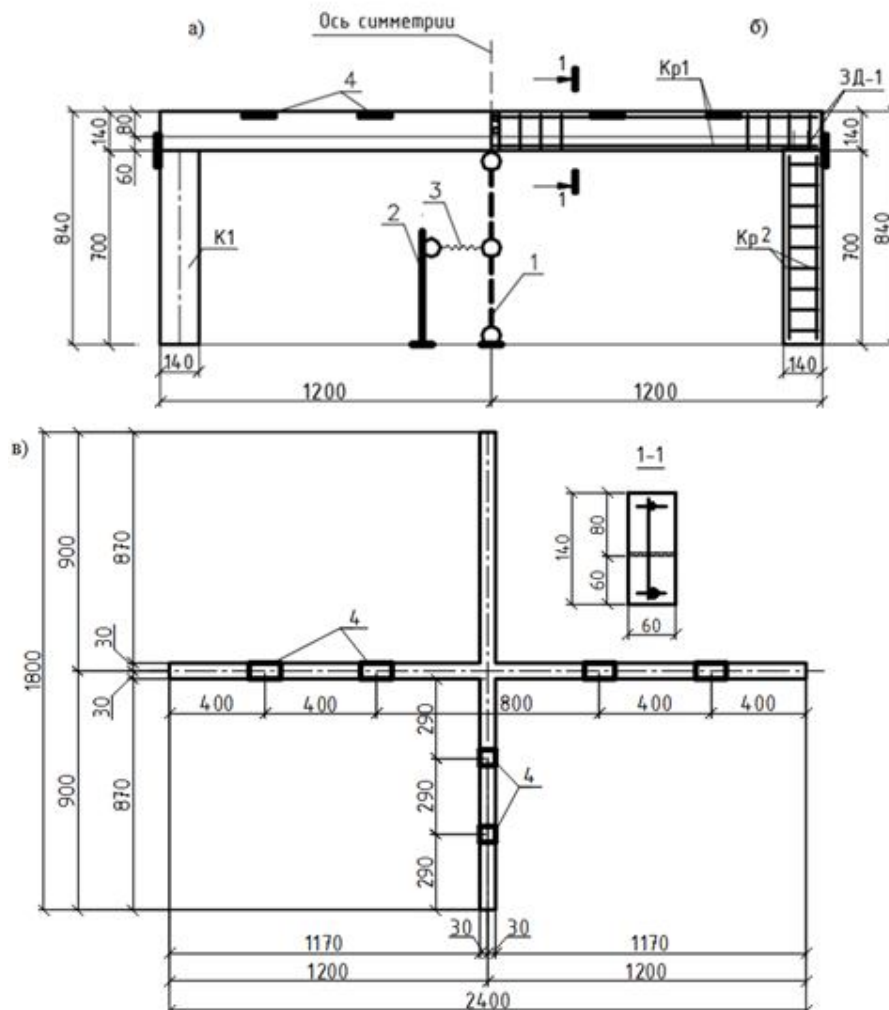


Рис. 1. Конструкция опытного образца рамы: а – опалубочная схема; б – схема армирования; в – вид сверху: 1 – трехшарнирная выключаемая стойка; 2 – неподвижная стойка; 3 – горизонтальная связь; 4 – опорные пластины

При определенном (расчетном) значении испытательной нагрузки в шарнирно-стержневом механизме (1,2), моделирующем выключаемую колонну рамы, принудительно выключалась горизонтальная связь 3 путем разъединения резьбового соединения шпильки и неподвижной опоры 2. При этом сжатая пружина мгновенно создает горизонтальное усилие, выталкивающее в горизонтальном направлении шарнир, соединяющий вертикально расположенные

стержни шарнирно-стержневого механизма и таким образом мгновенно выключает из работы центральную подвижную стойку опытного фрагмента.

Измерение опытных характеристик в конструкции железобетонной рамы для количественной оценки параметра живучести (λ) и коэффициента динамических догрузений θ [3] выполнялось с использованием тензометрии и оптико-механических приборов. Предварительно эти параметры были определены расчетным путем по методике [3,4]. Расчет был проведен по двухурневой расчетной схеме (рис.3).

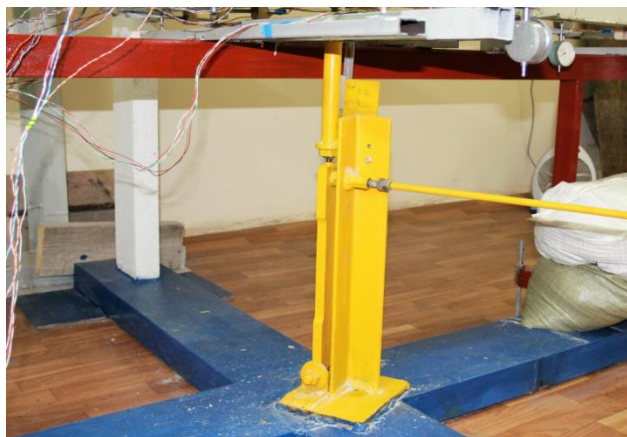


Рис. 2. Общий вид выключающейся стойки

Моделирование

Расчетная схема первого уровня (рис. 3,а) представлена пространственной рамно-стержневой системой с центральной стойкой, которая при расчете может исключаться из системы. В расчетной схеме второго уровня(рис. 3,б) составной ригель с частью стойки в расчетной модели представлен комбинацией объемных конечных элементов, моделирующих с заданной степенью дискретизации тело разных бетонов, и стержней – податливых связей растяжения, сжатия, сдвига в некотором малом по толщине слое, разделяющем эти бетоны. Толщина контактного слоя определена в соответствии с рекомендациями работы [5]. Объемные элементы – прямоугольные параллелепипеды, например, тип конечного элемента КЭ №31 в программном комплексе Лира-САПР (КЭ №231 в физически нелинейной постановке) моделируют тело бетона разного состава.

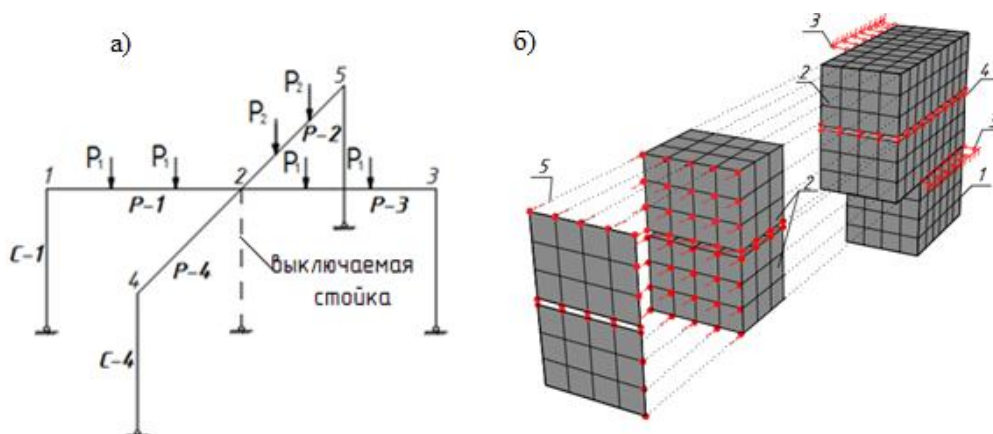


Рис. 3. Расчетные схемы пространственной рамы первого (а) уровня, второго (б) уровня: 1,2 - объемные КЭ стойки и составного ригеля,3- КЭ связей для предотвращения поворота ригеля, 4 – связи растяжения, сжатия, сдвига, 5 – связи, объединяющие перемещения между жесткой пластиной и объемными элементами

Стержневые элементы КЭ №10 (№210) «универсальный стержень» служили для описания дискретных связей между объемными элементами слоев.

При проведении расчета на запроектное воздействие по так называемой вторичной расчетной схеме [6,7,8] влияние на несущие элементы отброшенной части рамы заменялась вычисленными с использованием расчетной схемы первого уровня (см. рис. 3,а) внутренними усилиями в выключаемой стойке рамы. Указанные усилия передаются на объемные элементы в виде соответствующих компонент M , Q , N в заданной точке и распределяются между узлами объемных элементов при помощи специально введенной в расчетную схему фиктивной пластины. Варьирование жесткостью пластины позволяет моделировать следование гипотезе плоских сечений для каждого элемента составного ригеля или задавать его депланацию.

Расчет выполняется с использованием шагово-итерационной процедуры метода последовательных приближений. Результатом расчета с использованием описанной расчетной модели являются перемещения узлов, усилия в стержневых элементах, напряжения в объемных элементах.

Проверка условий образования трещин в объемных и стержневых элементах на заданном шаге нагрузки, корректировка их жесткостных характеристик может выполняться как вручную, так и с использованием алгоритма, реализованного в библиотеке конечных элементов программного комплекса, аналогично тому, как это сделано в работе [9].

Полученные в результате эксперимента данные о вертикальных перемещениях в середине пролета элемента ригеля Р-3, Р-2 и углах поворота составного ригеля в середине пролета сечения и над выключенной центральной стойкой приведены на рисунках 4, 5.

Здесь же приведены теоретические значения перемещений и углов поворота сечений ригеля, вычисленные с использованием описанной расчетной схемы (см. рис. 3).

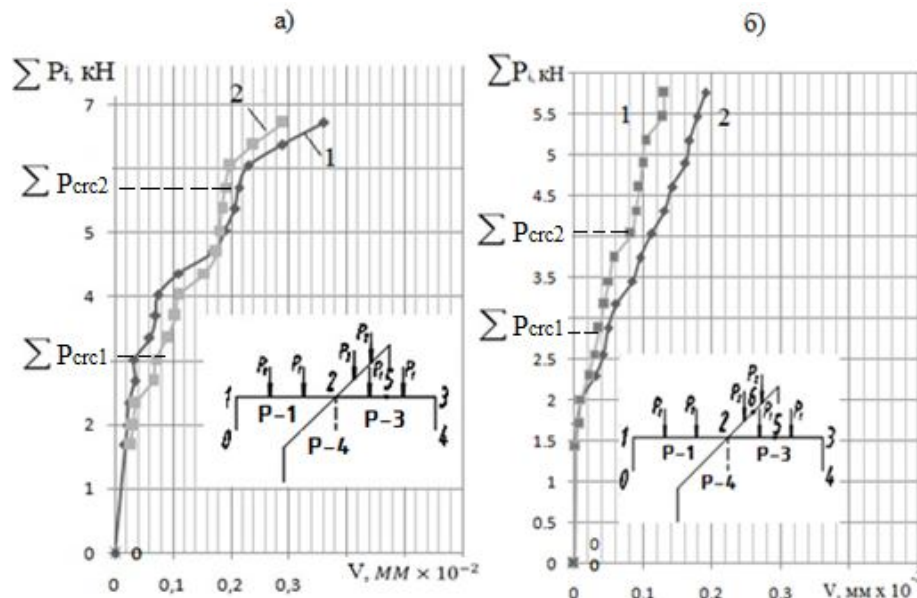


Рис. 4. Перемещения сечений ригелей рамы при ее нагружении проектной нагрузкой: а - 1,2 - соответственно опытные и теоретические прогибы для среднего пролетного сечения ригеля Р-3 (точка 5); б - 1,2 - то же для ригеля Р-2 (точка 6)

Основные результаты

Полученные данные о перемещениях и углах поворота ригелей при проектной нагрузке позволяют иметь нагрузку распределения деформированного состояния в элементах рамы при проектной нагрузке для ее сопоставления с картиной деформированного состояния рамы после запроектного воздействия.

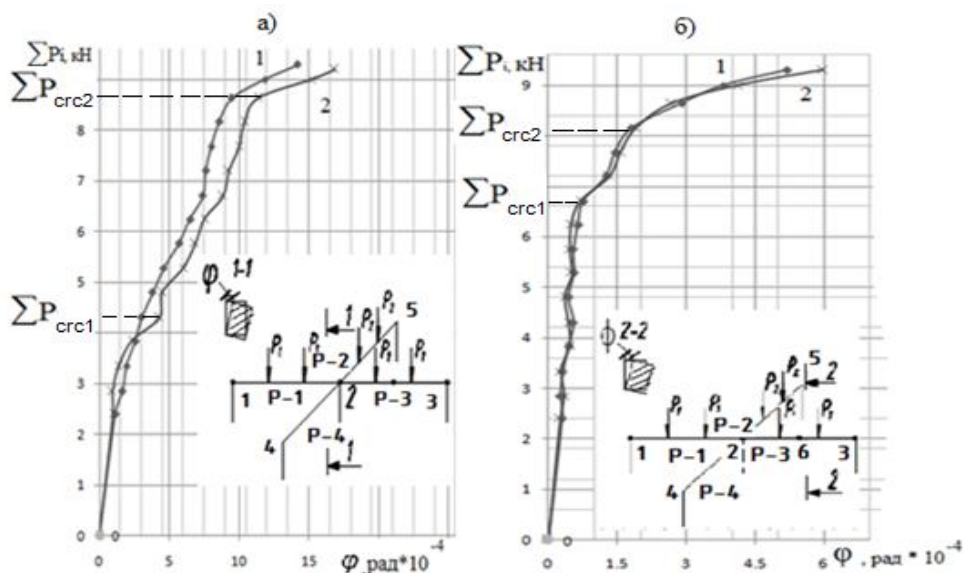


Рис. 5. Углы поворота сечений ригелей рамы при ее нагружении проектной нагрузкой: а - 1,2—соответственно, расчетные и опытные углы поворота сечения над подвижной опорой ригеля Р-3 (точка 2); б - 1,2— расчетные и опытные углы поворота среднего пролетного сечения ригеля Р-3 (точка 6)

Анализ полученных опытных данных о трещинообразовании в конструкциях рамы позволяет отметить следующее (рис. 6). Первые трещины с раскрытием 0,05 мм (Тр. 1) в составном ригеле Р-3 появились в верхней зоне приопорного сечения у стойки С-3 при суммарной нагрузке 12,6 кН (рис.6,а). По мере нагружения рамы на 12-м этапе нагружения (13,5 кН) образовались нормальные трещины (Тр. 2) в пролете ригеля Р-1 с шириной раскрытия 0,05 – 0,1 мм и до достижения полной проектной нагрузки 18 кН их раскрытие составило до 0,25 мм. По мере увеличения нагрузки ширина раскрытия этих трещин увеличивалась, и трещины развивались по высоте сечения составного ригеля.

После запроектного воздействия образовавшиеся трещины первого и второго типа (Тр.1 и Тр.2) получили значительное раскрытие, количество трещин первого типа (Тр. 1) увеличилось, также произошло образование нормальных трещин в пролете ригеля Р-3 (Тр.2') (рис. 6, б). Кроме этого, после указанного воздействия в составных ригелях Р-1 и Р-3 образовались продольные трещины в зоне контакта двух бетонов с раскрытием до 1,6 мм (Тр. 3').

Все типы трещин, образовавшиеся при запроектном воздействии (рис. 6,б), обозначены знаком «штрих». Количественные значения раскрытия трещин при увеличении проектной нагрузки приведены на рис. 7.

После запроектного воздействия в виде внезапного выключения центральной стойки в элементах опытной конструкции рамы, существующие трещины получили дополнительное раскрытие, и образовалась сеть новых нормальных трещин (Тр.2'). В приопорном сечении ригеля Р-1 в соединении со стойкой С-1 образовалась нормальная трещина (Тр.1') с шириной раскрытия 2,8 мм, а в при-

опорном сечении составного ригеля Р-3 в соединении со стойкой С-3 нормальная трещина Тр.1' раскрылась до 2 мм. Ширина раскрытия нормальных трещин (Тр.2'), образовавшихся при проектной нагрузке, после запроектного воздействия значительно увеличилась - с 0,25 мм до 0,8 мм.

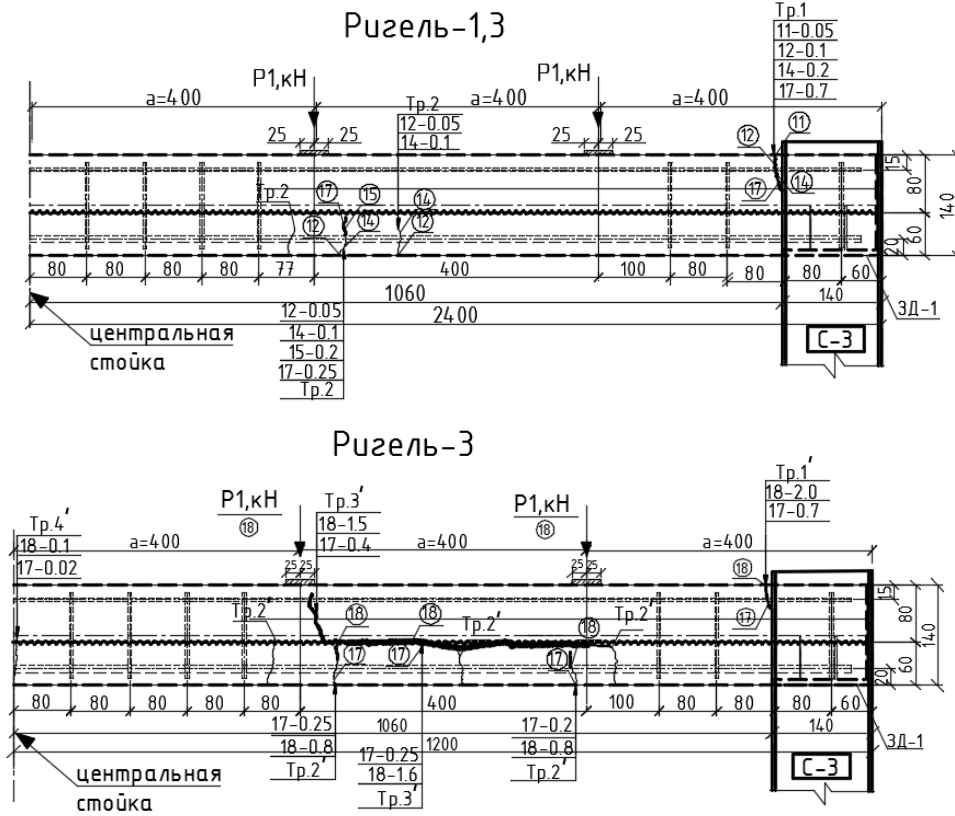


Рис. 6. Схема образования и раскрытия трещин в опытной конструкции рамы при проектной нагрузке (а) и запроектном воздействии (б)

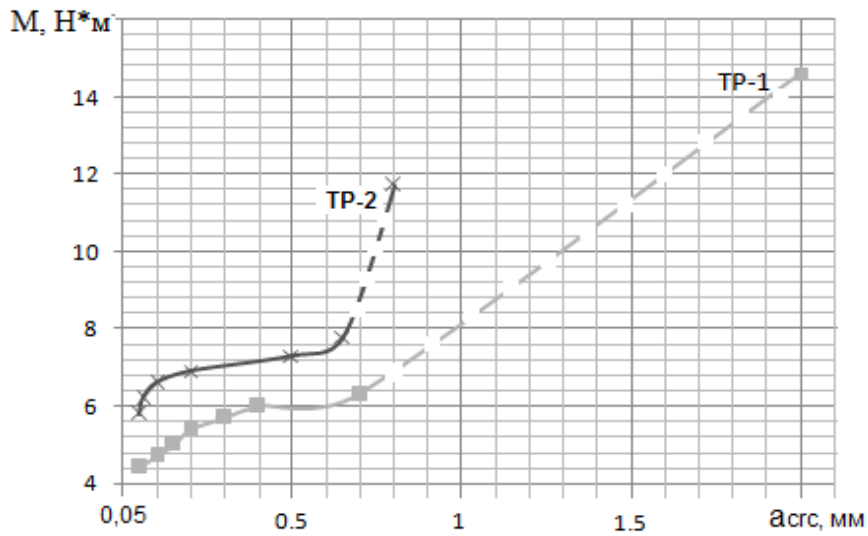


Рис. 7. Зависимость «нагрузка-ширина раскрытия трещин» в среднем сечении и на опоре составного ригеля Р-3(Тр-1,Тр-2)

Разрушение составного ригеля рамы характеризовалось значительным раскрытием нормальных трещин (Тр.2) в середине пролета (до 0,8 мм), трещин (Тр.1), развивающихся по пространственному сечению у опор ригеля, испытывающего изгиб с кручением, и разрушением шва контакта между элементами составного ригеля (до 1,6 мм). При этом наблюдались значительные вертикальные перемещения составных ригелей во вторичной (после запроектного воздействия) конструктивной системе, которые составили 15,6 мм или 1/56 пролета составного ригеля.

Общий вид разрушения конструктивной системы после запроектного воздействия представлен на рис.8.



Рис. 8. Общий вид разрушения пространственной рамы после внезапного выключения центральной стойки

Выводы

Предложенная методика экспериментальных исследований фрагмента железобетонного каркаса многоэтажного здания позволила экспериментально установить особенности деформирования, трещинообразования и разрушения элементов конструктивной системы после внезапного выключения одного из вертикальных несущих элементов.

Полученные опытным путем приращения деформаций, схемы образования и раскрытия трещин в составных конструкциях ригелей, картины характера разрушения опытного фрагмента позволяют анализировать перераспределение силовых потоков в рассматриваемой конструктивной системе и численно оценить динамические догружения в сечениях конструктивных элементов, вызванные внезапным выключением одной из колонн фрагмента каркаса здания.

© Алькади С.А., Демьянов А.И., Осовских Е.В., 2017

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. Федеральный закон от 30.12.2009 N 384-ФЗ «Технический регламент о безопасности зданий и сооружений» [Электронный ресурс] // СПС Консультант Плюс: Законодательство: Версия Проф. – URL: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_95720/ (17.08.2016)
2. ГОСТ 27751-2014. Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения. Введ. 2015-07-01. – М: Стандартинформ, 2015. – 13 с.

3. Колчунов В.И., Ключева Н.В., Андросова Н.Б., Бухтиярова А.С. Живучесть зданий и сооружений при запроектных воздействиях. - М.: АСВ, 2014. - 208 с.
4. Гениев Г.А., Колчунов В.И., Ключева Н.В., Никулин А.И., Пятикрестовский К.П. Прочность и деформативность железобетонных конструкций при запроектных воздействиях. - М.: АСВ, 2004. - 216 с.
5. Баширов Х.З. Железобетонные составные конструкции зданий и сооружений [Текст] / Х.З. Баширов, Вл.И. Колчунов, С.В. Федоров, И.А. Яковенко. - М.: Издательство АСВ, 2016. - 248 с.
6. Колчунов В.И. Вопросы расчетного анализа и защиты крупнопанельных зданий от прогрессирующего обрушения [Текст]/ Колчунов В.И., Емельянов С.Г.// Жилищное строительство. -2016. - № 10. - С. 17—20.
7. Емельянов С.Г. Особенности проектирования узлов конструкций жилых и общественных зданий из панельно-рамных элементов для защиты от прогрессирующего обрушения [Текст]/ Емельянов С.Г., Федорова Н.В., Колчунов В.И.// Научно-технический и производственный журнал. Строительные материалы. -2017.-№3.- С.3-5.
8. Федорова Н.В. Статико-динамическое деформирование монолитных железобетонных каркасов зданий в предельных и запредельных состояниях [Текст]/ Федорова Н.В., Кореньков П.А.//Строительство и реконструкция. - 2016. -№6. - С. 90—100.
9. Сальников А.С. Расчетная модель образования пространственных трещин первого вида в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом [Текст]/ Сальников А.С., Колчунов Вл.И., Яковенко И.А.// Промышленное и гражданское строительство. - 2015. - №3. - С. 35—40.

*Поступила в редакцию 13 апреля 2017 г. Прошла рецензирование 20 мая 2017 г.
Принята к публикации 18 июня 2017 г.*

Об авторах:

АЛЬКАДИ СВЕТЛАНА АЛЕКСЕЕВНА, ассистент кафедры "Уникальные здания и сооружения", ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет». Научные интересы: теоретические и экспериментальные исследования живучести зданий и сооружений, моделирование железобетонных конструкций, испытания железобетонных конструкций с элементами сплошного и составного сечения, 305040, Курск, ул. 50 Лет Октября, 94; fortina2008@mail.ru

ДЕМЬЯНОВ АЛЕКСЕЙ ИВАНОВИЧ, к.т.н., доцент кафедры "Промышленное и гражданское строительство, ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет». Научные интересы: исследования составных конструкций при сложном сопротивлении, исследование живучести конструктивных систем и железобетонных и других нелинейно деформированных материалов, экспериментальные исследования в железобетонных конструкциях, компьютерные технологии расчетного анализа зданий и сооружений, 305040, Курск, ул. 50 Лет Октября, 94; srссотрату@gmail.com

ОСОВСКИХ ЕВГЕНИЙ ВАСИЛЬЕВИЧ, к.т.н., доцент кафедры "Уникальные здания и сооружения", ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет». Научные интересы: развитие исследований в области деформирования и разрушения железобетонных складчатых покрытий эксплуатируемых производственных зданий в запредельных состояниях, разработка проектов реконструкции таких покрытий с использованием наряду с традиционными методами поверочных расчетов по предельным состояниям анализа живучести этих систем, 305040, Курск, ул. 50 Лет Октября, 94; jane_wasp@mail.ru

Для цитирования:

Алькади С.А., Демьянов А.И., Осовских Е.В. Экспериментальные исследования живучести фрагмента каркаса здания с железобетонными составными элементами, работающими на изгиб с кручением// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. - 2017. - № 5. - С. 72—80, DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5-72-80.

References

1. Federalnyy zakonot 30.12.2009 N 384-FZ «Тechnicheskiy reglament o bezopasnostizdaniy i sooruzheniy» [Elektronnyy resurs]. SPS KonsultantPlyus: Zakonodatelstvo: VersiyaProf. - URL: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_95720/ (17.08.2016) (in Russian).
2. GOST 27751-2014. Nadezhnost stroitelnykh konstruksiy i osnovaniy. Osnovnyye polozheniya. Vved. 2015-07-01, Moscow Standartinform, 2015, 13 p.

3. Kolchunov, V.I., Klyueva, N.V., Androsova, N.B., Buhtiyarova, A.S. (2004). Zhivuchest zdaniy i sooruzheniy pri zaproektnykh vozdeystviyakh [Stability of buildings and structures under beyond design basis impacts], Moscow: ASV, 208 p. (in Russian).
4. Geniev, G.A., Kolchunov, V.I., Klyueva, N.V., Nikulin, A.I., Pyatikrestovskiy, K.P. (2004). Prochnost i deformativnost zhelezobetonnykh konstruktsey pri zaproektnykh vozdeystviyakh [Strength and deformability of reinforced concrete structures under beyond design impacts], Moscow: ASV, 216 p.
5. Bashirov, H.Z., Kolchunov, V.I., Fedorov, S.V., Yakovenko, I.A. (2016). Zhelezobetonnyye sostavnyye konstruktсии zdaniy i sooruzheniy [Reinforced concrete structures of buildings and structures], Moscow: Izdatelstvo ASV, 248 p. (in Russian).
6. Kolchunov, V.I., Emelyanov, S.G. (2016). Issues of calculation analysis and protection of large-panel buildings from progressive collapse, *Zhilishchnoe stroitelstvo*, (10), 17—20 (in Russian).
7. Emelyanov, S.G., Fedorova, N.V., Kolchunov, V.I. (2017). Features of designing of knots of designs of inhabited and public buildings from panel-frame elements for protection against a progressing collapse, *Nauchno-Tekhnicheskiy i Proizvodstvennyy Zhurnal. Stroitelnyye Materialy*, (3), 3—5 (in Russian).
8. Fedorova, N.V., Koren'kov P.A. (2016). Static-and-dynamic deformation of monolithic reinforced concrete building frameworks in the limiting and transcendental states, *Stroitel'stvo i rekonstrukciya*, (6), 90—100 (in Russian).
9. Salnikov, A.S., Kolchunov, V.I., Yakovenko, I.A. (2015). Calculation model for the formation of spatial cracks of the first type in reinforced concrete structures with torsion with bending, *Promyshlennoe i Grazhdanskoe Stroitelstvo*, No 3, 35—40 (in Russian).

EXPERIMENTAL RESEARCHES OF SURVIVABILITY FRAGMENT OF THE FRAME OF THE BUILDING WITH REINFORCED CONCRETE COMPOSITE ELEMENTS WORKING ON BEND WITH TORSION

S.A. ALKADI, A.I. DEMYANOV, E.V. OSOVSKIH
South-West State University, Kursk, Russia

In the article, the experimental results of deformation, cracking and failure of a reinforced concrete frame when loaded over the designed specifications, or when overloaded by a sudden failure of a pillar are presented. The results of displacements and cracking caused by the load at the main support points, for bending and twisting, give an opportunity to determine the survivability parameters and the dynamic overload values for the construction elements. The results can also provide information about the survivability of a building after being overloaded.

KEYWORDS: experimental studies, vitality, the impact of beyond design basis, progressive collapse, reinforced concrete component, bend with torsion.

Article history: Received: April 13, 2017. Revised: May 20, 2017. Accepted: June 18, 2017.

About the authors:

ALKADI SVETLANA ALEKSEEVNA, assistant of the department of unique buildings and structures, South-West State University. Scientific interests: theoretical and experimental studies of the survivability of buildings and structures, modeling of reinforced concrete structures, testing of reinforced concrete structures with solid and composite element, 305040, Kursk, St.50 Years of October, fortina2008@mail.ru

DEMYANOV ALEKSEJ IVANOVICH, candidate of technical sciences, associate professor of the department of industrial and civil engineering. Scientific interests: the study of composite structures in complex resistance, the study of the survivability of structural systems and reinforced concrete and other non-linearly deformed materials, experimental studies in reinforced concrete structures, computer technologies for computational analysis of buildings and structures, South-West State University, 305040, Kursk, St.50 Years of October, speccompany@gmail.com

OSOVSKIH EVGENIJ VASIL'EVICH, candidate of technical sciences, associate professor of the department unique buildings and structures, South-West State University. Scientific interests: development of research in the field of deformation and destruction of reinforced concrete folded coatings of operating industrial buildings in out-of-state conditions, development of reconstruction projects for such coatings, using along with traditional methods of verification calculations for limit states of analysis of the survivability of these systems, 305040, Kursk, St.50 Years of October, jane_wasp@mail.ru

For citation: Alkadi S.A., Demyanov A.I., Osovskih E.V. (2017) Experimental researches of survivability fragment of the frame of the building with reinforced concrete composite elements working on bend with torsion. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, No 5, 72—80, DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5-72-80.

Требования к оформлению статей в журнал «Строительная механика инженерных конструкций и сооружений»

Текст статьи подготавливается в виде компьютерной, готовой к изготовлению печатной матрицы, распечатки и варианта на электронном носителе. Текст распечатки должен быть четким. Формат текста с размером по вертикали 23 см и по горизонтали 13,5 см. Текст размещается в середине листа формата А4.

Поля рукописи должны быть следующие:

верхние и нижнее по 3,4 см; справа и слева по 3,8 см.

Отступ первой строки абзаца – 0,75 см.

Текст подготавливается в системе *Word*, размер шрифта 11 пунктов. Шрифт *Times New Roman*, межстрочный интервал *одинарный*. Текст оформляется по аналогии с представленными в сборнике статьями. Обязательно использовать *автоматический перенос*.

Перед заголовком указывать *УДК*.

Заголовки **СТРОЧНЫМИ** буквами, жирным шрифтом, центрируются (в заголовке не должно быть переносов).

После пропуска одной строки следует И.О. ФАМИЛИЯ, *ученая степень, ученое звание* (или *инженер, аспирант, студент*) (курсивом) автора. Соавтор аналогично.

С новой строки: *Организация* (место работы, курсивом). Если соавторы из разных организаций против каждого автора из одной организации ставится одна звездочка *, против авторов (соавторов) из другой организации – две звездочки ** (и т.д.). После последовательного перечисления всех авторов статьи (каждого с новой строки) следуют наименования организаций, предваренные * или ** (и т.д.) звездочками. Затем с новой строки следует полный почтовый и электронный адрес автора.

После пропуска одной строки следует *краткая аннотация статьи* (курсив, 10 пт) объемом 6-8 строк, затем после пропуска одной строки идут ключевые слова, и, наконец, после пропуска одной строки идет основной текст.

После основного текста следует: *Список литературы* (центрируется)

Далее идет пронумерованный список цитируемой литературы (Full – 10). Авторы выделяются курсивом.

Далее оставляется пустыми 3 строки для редакционных вставок.

После этого с новой строки идет информация «Об авторе» (см. статьи в журнале).

Затем с новой строки следует:

References (центрируется) и повторяется цитируемая литература на английском языке или на родном языке, но латинскими буквами (Full – 9) с переводом на английский язык в квадратных скобках.

В заключительной части статьи приводятся **НАЗВАНИЕ** статьи (строчными жирными буквами), Ф.И.О. авторов (централизуются) и перевод аннотации статьи на иностранный, предпочтительнее, английский язык. Затем с новой строки идут ключевые слова (KEY WORDS: ...) на английском языке. Далее идет перевод на английский язык информации уже написанной на русском языке (см. статьи в журнале).

Рисунки оформляются в тексте статьи предпочтительно средствами *Word* или других графических средств. Рисунки, выполненные чертежными средствами (тушью или черными чернилами), должны быть аккуратными с четкими надписями. Рисунки и надписи на них должны быть единым целым (сгруппированы) и не распадаться при их перемещении. Рисунки отделяются от текста на 6 пт.

Формулы в тексте статьи готовятся с помощью редактора формул *Microsoft equation* с установленными параметрами:

Full – 11, Subscript/Suhtscript – 9, Sub-Subscript/Suhtscript – 7,

Symbol – 14, Subsymbol – 10.

Математика (функции) – латинские символы курсивом, греческие символы – прямым шрифтом. Между формулами и сверху, снизу от текста интервал 3 пт.

Номера страниц проставляются карандашом в левом нижнем углу страницы. Последняя страница предоставляется в двух экземплярах, второй экземпляр подписывается авторами статьи.

Аспирантам и соискателям желательно приложить к статье отзыв научного руководителя или специалиста по тематике статьи из организации, где выполняется работа.

Редакция имеет право снимать с публикации статьи, не отвечающие указанным требованиям, или, если на статью поступят два отрицательных отзыва рецензентов, или членов редакционного совета, или членов редколлегии журнала.