

## РАСЧЕТ НА СЕЙСМИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ CALCULATION OF SEISMIC IMPACTS

DOI 10.22363/1815-5235-2021-17-6-639-650  
УДК 539.3

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

### Математическое моделирование изгибных волн напряжений в надземном нефтепроводе при нестационарном сейсмическом воздействии

**В.К. Мусаев** 

Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация  
Российский университет транспорта, Москва, Российская Федерация  
Мингячевирский государственный университет, Мингячевир, Азербайджанская Республика  
✉ musayev-vk@yandex.ru

#### История статьи

Поступила в редакцию: 14 июля 2021 г.  
Доработана: 12 октября 2021 г.  
Принята к публикации: 23 октября 2021 г.

**Аннотация.** Рассматривается задача о численном моделировании изгибных волн в надземном нефтепроводе при нестационарном сейсмическом воздействии. Для решения нестационарной динамической задачи теории упругости с начальными и граничными условиями использован метод конечных элементов. С помощью метода конечных элементов в перемещениях линейную задачу с начальными и граничными условиями привели к линейной задаче Коши. Предложен квазирегулярный подход к решению системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка в перемещениях с начальными условиями и к аппроксимации исследуемой области. Методика основывается на схемах: точка, линия и плоскость. Исследуемая область разбивается по пространственным переменным на треугольные и прямоугольные конечные элементы первого порядка. По временной переменной исследуемая область разбивается на линейные конечные элементы с двумя узловыми точками. При разработке комплекса программ использовался алгоритмический язык Фортран-90. Рассмотрена задача о воздействии плоской продольной волны в виде шести треугольников на упругую полуплоскость для оценки физической достоверности и математической точности. Решается система уравнений из 8 016 008 неизвестных. Результаты расчетов получены в характерных точках. Получено количественное сопоставление с результатами аналитического решения. Также рассмотрена задача о воздействии плоской продольной сейсмической волны под углом 90° к горизонту на надземный нефтепровод. Сейсмическое воздействие моделируется в виде функции Хевисайда, которое приложено на расстоянии трех средних диаметров от края трубы. Результаты расчетов получены в характерных точках исследуемого объекта. Решается система уравнений из 32 032 288 неизвестных. В рассматриваемой задаче преобладают изгибные волны.

**Ключевые слова:** переходной волновой процесс, программный комплекс Мусаева, функция Хевисайда, упругая полуплоскость, контурное напряжение, продольная волна, изгибная волна, волновая теория сейсмостойкости

#### Для цитирования

Мусаев В.К. Математическое моделирование изгибных волн напряжений в надземном нефтепроводе при нестационарном сейсмическом воздействии // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2021. Т. 17. № 6. С. 639–650. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-6-639-650>

**Мусаев Вячеслав Кадир оглы**, доктор технических наук, профессор кафедры комплексной безопасности в строительстве, Московский государственный строительный университет, Российская Федерация, Москва, 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26; профессор кафедры технической безопасности, Российский университет транспорта, Российская Федерация, 127994, Москва, ул. Образцова, д. 9, стр. 9; профессор кафедры высшей математики, Мингячевирский государственный университет, Азербайджанская Республика, AZ4500, Мингячевир, ул. Дильяры Алиевой, д. 21; ORCID: 0000-0003-4336-6785, Scopus Author ID: 57222101648, eLIBRARY SPIN-код: 8162-1906; musayev-vk@yandex.ru

© Мусаев В.К., 2021

 This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

## Mathematical modeling of bending stress waves in an aboveground oil pipeline under unsteady seismic action

Vyacheslav K. Musayev 

*Moscow state University of civil engineering, Moscow, Russian Federation*

*Russian University of Transport, Moscow, Russian Federation*

*Mingachevir State University, Mingachevir, Republic of Azerbaijan*

✉ musayev-vk@yandex.ru

### Article history

Received: July 14, 2021

Revised: October 12, 2021

Accepted: October 23, 2021

**Abstract.** The problem of numerical modeling of bending waves in an aboveground oil pipeline under nonstationary seismic action is studied. To solve the unsteady dynamic problem of elasticity theory with initial and boundary conditions the finite element method was applied. Using the finite element method in displacements, a linear problem with initial and boundary conditions was led to a linear Cauchy problem. A quasi-regular approach to solving a system of linear ordinary differential equations of the second order in displacements with initial conditions and to approximation of the studied domain is proposed. The technique is based on the schemes: point, line and plane. The area under study is divided by spatial variables into triangular and rectangular finite elements of the first order. According to the time variable, the area under study is divided into linear finite elements with two nodal points. The algorithmic language Fortran-90 was used in the development of the software package. The problem of the effect of a plane longitudinal wave in the form of six triangles on an elastic half-plane to assess physical reliability and mathematical accuracy is considered. A system of equations consisting of 8 016 008 unknowns is solved. The calculation results are obtained at characteristic points. A quantitative comparison with the results of the analytical solution is taken. Furthermore, the problem of the impact of a plane longitudinal seismic wave at an angle of 90° degrees to the horizon on an aboveground oil pipeline is considered. The seismic impact is modeled as a Heaviside function, which is applied at a distance of three average diameters from the edge of the pipe. The calculation results were obtained at the characteristic points of the object under study. A system of equations consisting of 32 032 288 unknowns is solved. Bending waves prevail in the problem under consideration.

### For citation

Musayev V.K. Mathematical modeling of bending stress waves in an aboveground oil pipeline under unsteady seismic action. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2021;17(6):639–650. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-6-639-650>

**Keywords:** wave transition process, Musayev software package, Heaviside function, elastic half-plane, contour stress, longitudinal wave, bending wave, wave theory of seismic resistance

### Введение

Волны напряжений различной природы, распространяясь, в деформируемом теле взаимодействуют друг с другом, что приводит к образованию новых областей возмущений. После трех- или четырехкратного прохождения и отражения волн напряжений в теле процесс распространения возмущений становится установившимся, напряжения и деформации усредняются, тело находится в колебательном движении.

Рассматривается задача о воздействии плоской продольной сейсмической волны под углом 90° к горизонту на надземный нефтепровод с помощью волновой теории сейсмической безопасности.

В списке литературы приводится информация о постановке и методах решения волновых задач. В [1–9] дана информация о численном моделировании волн напряжений в деформируемых телах.

Исследуемые численный метод, алгоритм и комплекс программ в задачах переходного процесса механики деформируемых тел представлены в [10–18], а оценка их достоверности и точности – в [10–16].

В [10] приводится информация о практической реализации метода конечных элементов для решения нестационарных волновых задач. Представлены результаты исследований для некоторых задач для оценки физической достоверности и математической точности. Рассматриваемые задачи представлены в

*Vyacheslav K. Musayev*, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Integrated Safety in Construction, Moscow State University of Civil Engineering, 26 Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; Professor of Technosphere Safety Department, Russian University of Transport, 9 Obraztsova St, bldg 9, Moscow, 127994, Russian Federation; Professor of the Department of Higher Mathematics, Mingachevir State University, 21 Dilyara Alieva St, Mingachevir, AZ4500, Republic of Azerbaijan; ORCID: 0000-0003-4336-6785, Scopus Author ID: 57222101648, eLIBRARY SPIN-код: 8162-1906; musayev-vk@yandex.ru

виде исследуемого объекта с упругой плоскостью и полуплоскостью. Применяется фундаментальное воздействие в виде функции Хевисайда, то есть ступенчатой функции. Основное внимание уделено оценке точности и достоверности численного решения нестационарных динамических задач для сложных деформируемых тел различной формы. На основе метода конечных элементов разработаны алгоритм и комплекс программ В.К. Мусаева для решения нестационарных волновых динамической задачи теории упругости при различных начальных и граничных условиях, для областей различной формы и для модели уравнений состояния кусочно-неоднородной изотропной среды, подчиняющейся упругому закону Гука при малых упругих деформациях.

*Первая задача* – о воздействии плоской продольной упругой волны на свободное круглое отверстие в упругой плоскости. Исследуемая расчетная область имеет 1536 узловых точек. Контур круглого отверстия аппроксимирован 28 узловыми точками. Расхождение для максимального упругого контурного напряжения составляет 6 %. *Вторая задача*. Приводится решение первой задачи для сопоставления с результатами эксперимента, то есть динамической фотоупругости. Расхождение для максимального упругого контурного напряжения составляет 2 %. *Третья задача* – о влиянии плоской продольной упругой волны на подкрепленное круглое отверстие в плоскости. Исследуемая расчетная область имеет 1536 узловых точек. Внутренний контур подкрепления аппроксимирован 28 узловыми точками. По толщине круглое подкрепление аппроксимировано двумя узловыми точками. Расхождение для максимального упругого контурного напряжения составляет 12 %. *Четвертая задача* – о воздействии плоской продольной упругой волны на Курпсайскую плотину с основанием в виде полуплоскости. Исследуемая расчетная область имеет 953 узловых точек. Курпсайская плотина аппроксимирована 224 узловыми точками. Расхождение для максимального упругого контурного напряжения составляет 5 %. *Пятая задача* – о действии плоской продольной в виде треугольного импульса (дельта функция) на упругую полуплоскость. Решается система уравнений из 59 048 неизвестных. Заметим, что точное решение задачи соответствует рассматриваемому воздействию для упругих нормальных напряжений и имеется хорошее качественное и количественное совпадение с результатами точного решения. *Шестая задача* – о влиянии плоской продольной в виде ступенчатой функции (функция Хевисайда) на упругую полуплоскость. Решается система уравнений из 59 048 неизвестных. Имеется хорошее качественное и количественное совпадение с результатами точного решения. Перечисленные исследования и анализ численных результатов позволяют заключить, что метод конечных элементов с успехом применяется для решения нестационарных динамических задач механики деформируемого твердого тела. Проведенные исследования сходимости и устойчивости, сравнение с результатами других методов показали хорошее совпадение.

В [12] рассмотрена некоторая информация моделирования нестационарных упругих волн в полуплоскости при импульсном воздействии в виде «восходящая часть – четверть круга, нисходящая – четверть круга». Для решения поставленной задачи применяются нестационарные волновые уравнения математической теории упругости. На основе метода конечных элементов разработаны численный метод, алгоритм и комплекс программ В.К. Мусаева. Решена задача о распространении нестационарных волн в упругой полуплоскости. Проведенные исследования позволяют сделать вывод о физической достоверности и математической точности результатов численного решения.

В [16] изучена задача о воздействии плоской продольной волны в виде импульсного воздействия (первая ветвь: восходящая – линейная, средняя – горизонтальная, нисходящая – линейная; вторая ветвь: восходящая – линейная, средняя – горизонтальная, нисходящая – линейная) на упругую полуплоскость. Исследуемая расчетная область имеет 2 004 002 узловых точек. Решается система уравнений из 8 016 008 неизвестных. На фронте плоской волны получено количественное сопоставление с результатами аналитического решения.

Результаты исследований показали хорошую качественную и количественную достоверность численного решения нестационарных упругих волн в деформируемых телах, полученных с помощью комплекса программ В.К. Мусаева.

### Постановка задачи

Для решения задачи о моделировании нестационарных упругих волн в деформируемых областях сложной формы рассмотрим некоторое тело  $\Gamma$  в прямоугольной декартовой системе координат  $XOY$  (рис. 1), которому в начальный момент времени  $t = 0$  сообщается механическое воздействие [10; 17–33].

Предположим, что тело  $\Gamma$  изготовлено из однородного изотропного материала, подчиняющегося упругому закону Гука при малых упругих деформациях [10; 17–33].

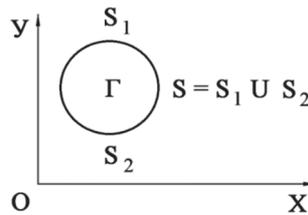
Точные уравнения двумерной (плоское напряженное состояние) динамической теории упругости имеют вид [10; 17–33]

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \quad (x, y) \in \Gamma,$$

$$\sigma_x = \rho C_p^2 \varepsilon_x + \rho(C_p^2 - 2C_s^2) \varepsilon_y, \quad \sigma_y = \rho C_p^2 \varepsilon_y + \rho(C_p^2 - 2C_s^2) \varepsilon_x, \quad \tau_{xy} = \rho C_s^2 \gamma_{xy},$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad (x, y) \in (\Gamma \cup S), \quad (1)$$

где  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  и  $\tau_{xy}$  – компоненты тензора упругих напряжений;  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  и  $\gamma_{xy}$  – компоненты тензора упругих деформаций;  $u$  и  $v$  – составляющие вектора упругих перемещений вдоль осей  $OX$  и  $OY$  соответственно;  $\rho$  – плотность материала;  $C_p = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}}$  – скорость продольной упругой волны;  $C_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}$  – скорость поперечной упругой волны;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $E$  – модуль упругости;  $S$  ( $S_1 \cup S_2$ ) – граничный контур тела  $\Gamma$ .



**Рис. 1.** Некоторое тело  $\Gamma$  в прямоугольной декартовой системе координат  
**Figure 1.** Some body  $\Gamma$  in a rectangular Cartesian coordinate system

Систему (1) в области, занимаемой телом  $\Gamma$ , для корректности результатов следует интегрировать при начальных и граничных условиях, приведенных в учебниках и монографиях по решению нестационарных волновых задач, а также при разработке рассматриваемой методики.

Для решения двумерной плоской динамической задачи теории упругости с начальными и граничными условиями (1) используем метод конечных элементов в перемещениях [10; 17–18].

### Методика

Задача решается методом сквозного счета, без выделения разрывов. Чтобы выполнить динамический расчет методом конечных элементов, нужно иметь матрицу жесткости и матрицу инерции конечного элемента [10; 17–18].

Принимая во внимание определение матриц и векторов для тела  $\Gamma$ , записываем приближенное значение уравнения движения в теории упругости [10; 17–18]

$$\bar{H}\ddot{\bar{\Phi}} = \bar{K}\bar{\Phi} = \bar{R}, \quad \bar{\Phi}|_{t=0} = \bar{\Phi}_0, \quad \dot{\bar{\Phi}}|_{t=0} = \dot{\bar{\Phi}}_0, \quad (2)$$

где  $\bar{H}$  – матрица инерции;  $\bar{K}$  – матрица жесткости;  $\bar{\Phi}$  – вектор узловых упругих перемещений;  $\dot{\bar{\Phi}}$  – вектор узловых упругих скоростей перемещений;  $\ddot{\bar{\Phi}}$  – вектор узловых упругих ускорений;  $\bar{R}$  – вектор узловых упругих внешних сил.

Для интегрирования уравнения (2) конечно-элементным вариантом метода Галеркина приведем его к следующему виду [10; 17–18]:

$$\bar{H} \frac{d}{dt} \bar{\Phi} + \bar{K} \bar{\Phi} = \bar{R}, \quad \frac{d}{dt} \bar{\Phi} = \bar{\dot{\Phi}}. \quad (3)$$

Интегрируя по временной координате соотношение (3) с помощью конечно-элементного варианта метода Галеркина, получим двумерную явную двухслойную конечно-элементную линейную схему в перемещениях для внутренних и граничных узловых точек [10; 17–18]

$$\bar{\dot{\Phi}}_{i+1} = \bar{\dot{\Phi}}_i + \Delta t \bar{H}^{-1} (-\bar{K} \bar{\Phi}_i + \bar{R}_i), \quad \bar{\Phi}_{i+1} = \bar{\Phi}_i + \Delta t \bar{\dot{\Phi}}_{i+1}, \quad (4)$$

где  $\Delta t$  – шаг по временной координате.

Шаг по временной переменной  $\Delta t$  определяем из соотношения [10; 17–18]

$$\Delta t = k \frac{\min \Delta l_i}{C_p} \quad (i=1, 2, 3, \dots, r), \quad (5)$$

где  $\Delta l$  – длина стороны конечного элемента;  $r$  – число конечных элементов.

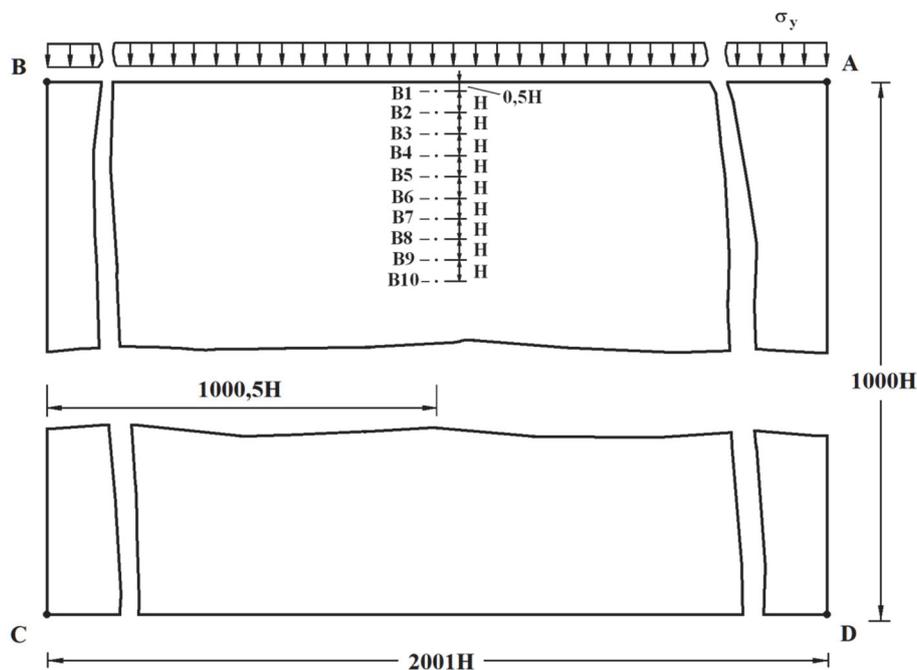
Результаты численного эксперимента показали, что при  $k=0,5$  обеспечивается устойчивость двумерной явной двухслойной конечно-элементной линейной схемы [10; 17–18].

На основе метода конечных элементов в перемещениях разработаны алгоритм и комплекс программ для решения линейных плоских двумерных задач, которые позволяют решать задачи при нестационарных волновых воздействиях [10; 17–18]. При разработке комплекса программ использовался алгоритмический язык Фортран-90 [10; 17–18]. Исследуемая область разбивается по пространственным и временным переменным на конечные элементы первого порядка [10; 17–18].

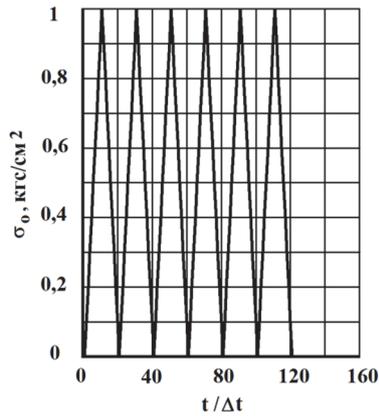
## Результаты

### Моделирование продольных волн в полуплоскости

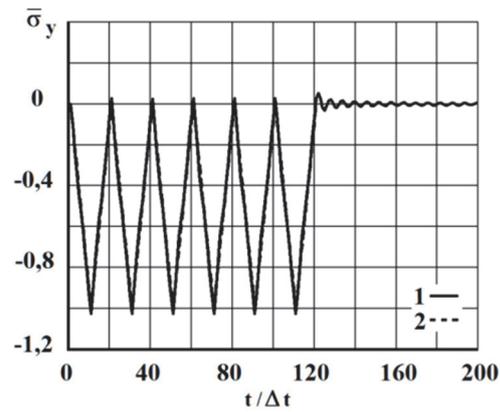
Рассматривается задача о воздействии плоской продольной волны в виде шести треугольников (рис. 3) на упругую полуплоскость (рис. 2) для оценки физической достоверности и математической точности [10; 17–18]. Исследуемая задача впервые решена В.К. Мусаевым с помощью разработанной методики, алгоритма и комплекса программ [10; 17–18].



**Рис. 2.** Постановка задачи о распространении плоских продольных волн в виде шести треугольников в упругой полуплоскости  
**Figure 2.** Statement of the problem of propagation of plane longitudinal waves in the form of six triangles in an elastic half-plane



**Рис. 3.** Воздействие в виде шести треугольников  
**Figure 3.** Impact in the form of six triangles



**Рис. 4.** Изменение упругого нормального напряжения  $\bar{\sigma}_y$  (задача о распространении плоских продольных волн в виде шести треугольников в упругой полуплоскости) во времени  $t/\Delta t$  в точке B1:  
1 – численное решение; 2 – аналитическое решение  
**Figure 4.** Change in elastic normal stress  $\bar{\sigma}_y$  (the problem of propagation of plane longitudinal waves in the form of six triangles in an elastic half-plane) in time  $t/\Delta t$  at the point B1:  
1 – numerical solution; 2 – analytical solution

Расчеты проводились при следующих единицах измерения: килограмм-сила (кгс); сантиметр (см); секунда (с). Для перехода в другие единицы измерения приняты следующие допущения:  $1 \text{ кгс/см}^2 \approx 0,098 \text{ МПа}$ ;  $1 \text{ кгс с}^2/\text{см}^4 \approx 0,98 \times 10^9 \text{ кг/м}^3$ .

На границе полуплоскости  $AB$  (рис. 2) приложено нормальное напряжение  $\sigma_y$ , которое изменяется от  $0 \leq n \leq 121$  ( $n = t/\Delta t$ ) и максимальное значение равно  $P$  ( $P = \sigma_0$ ,  $\sigma_0 = -0,1 \text{ МПа}$  ( $-1 \text{ кгс/см}^2$ )). Граничные условия для контура  $BCDA$  при  $t > 0$   $u = v = \dot{u} = \dot{v} = 0$ . Отраженные волны от контура  $BCDA$  не доходят до исследуемых точек при  $0 \leq n \leq 200$ .

Расчеты проведены при следующих исходных данных:  $H = \Delta x = \Delta y$ ;  $\Delta t = 1,862 \times 10^{-6} \text{ с}$ ;  $E = 2,06 \times 10^5 \text{ МПа}$  ( $2,1 \times 10^6 \text{ кгс/см}^2$ );  $\nu = 0,3$ ;  $\rho = 0,784 \times 10^4 \text{ кг/м}^3$  ( $0,8 \times 10^{-5} \text{ кгс с}^2/\text{см}^4$ );  $C_p = 5371 \text{ м/с}$ ;  $C_s = 3177 \text{ м/с}$ .

Исследуемая расчетная область имеет 2 004 002 узловые точки. Решается система уравнений из 8 016 008 неизвестных. Результаты расчетов получены в характерных точках B1–B10 (рис. 2).

В качестве примера на рис. 4 приводится изменение нормального напряжения  $\bar{\sigma}_y$  ( $\bar{\sigma}_y = \sigma_y/|\sigma_0|$ ) (рис. 2) во времени  $n$  в точке B1 (1 – численное решение; 2 – аналитическое решение). В данном случае можно использовать условия на фронте плоской волны, которые изложены в [26]. На фронте плоской продольной волны имеются следующие аналитические зависимости для плоского напряженного состояния  $\sigma_y = -|\sigma_0|$ . Видно, что точное решение задачи соответствует воздействию  $\sigma_0$  (рис. 4).

### Моделирование изгибных волн в надземном нефтепроводе

Рассмотрим задачу о воздействии плоской продольной сейсмической волны под углом  $90^\circ$  к горизонту на надземный нефтепровод (рис. 5).

Исследуемая задача для моделирования изгибных волн впервые решена В.К. Мусаевым с помощью разработанной методики, алгоритма и комплекса программ [10; 17–18].

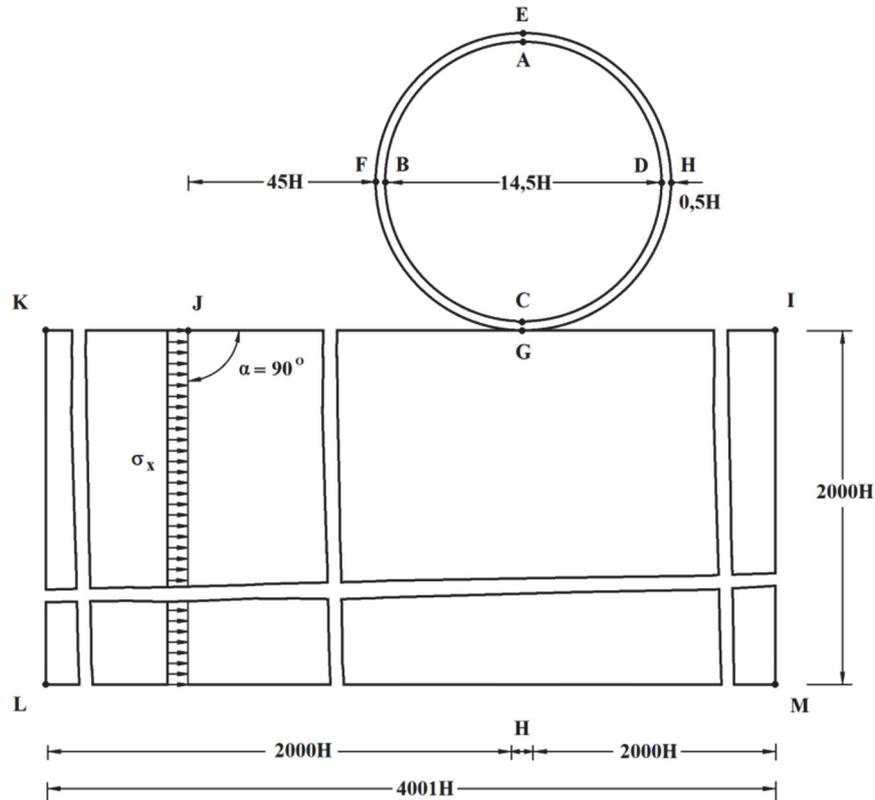
Расчеты проводились при следующих единицах измерения: килограмм-сила (кгс); сантиметр (см); секунда (с). Для перехода в другие единицы измерения были приняты следующие допущения:  $1 \text{ кгс/см}^2 \approx 0,098 \text{ МПа}$ ;  $1 \text{ кгс с}^2/\text{см}^4 \approx 0,98 \times 10^9 \text{ кг/м}^3$ .

Сейсмическое воздействие, которое приложено на расстоянии трех средних диаметров от края трубы, моделируется в виде функции Хевисайда.

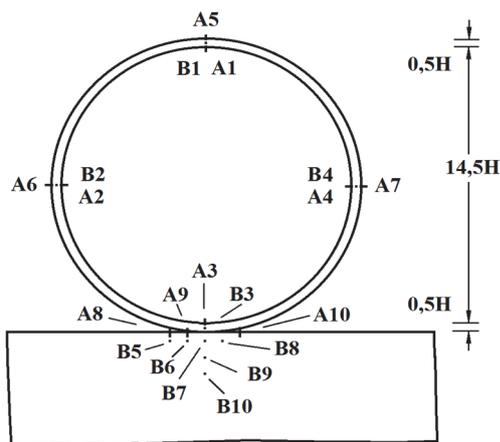
От точки  $J$  под углом  $90^\circ$  на расстоянии трех средних диаметров от края трубы приложено нормальное напряжение  $\sigma_x$ , которое при  $0 \leq n \leq 26$  ( $n = t/\Delta t$ ) изменяется линейно от 0 до  $P$ , а при  $n \geq 26$  равно  $P$  ( $P = \sigma_0$ ,  $\sigma_0 = 0,098 \text{ МПа}$  ( $\sigma_0 = 1 \text{ кгс/см}^2$ )).

Граничные условия для контура  $KLMI$  при  $t > 0$   $u = v = \dot{u} = \dot{v} = 0$ . Отраженные волны от контура  $KLMI$  не доходят до исследуемых точек при  $0 \leq n \leq 3000$ .

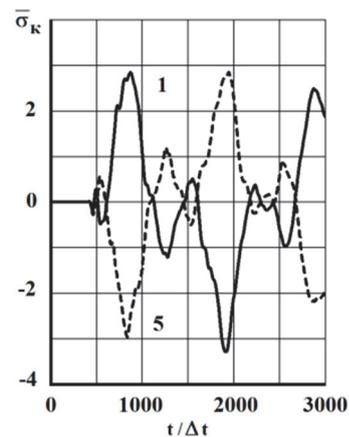
Для трубы приняты следующие исходные данные:  $H = \Delta x = \Delta y$ ;  $\Delta t = 9,309 \times 10^{-7}$  с;  $E = 2,06 \times 10^5$  МПа ( $2,1 \times 10^6$  кгс/см<sup>2</sup>);  $\nu = 0,3$ ;  $\rho = 0,784 \times 10^4$  кг/м<sup>3</sup> ( $0,8 \times 10^{-5}$  кгс·с<sup>2</sup>/см<sup>4</sup>);  $C_p = 5371$  м/с;  $C_s = 3177$  м/с.



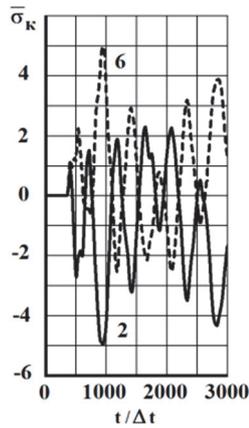
**Рис. 5.** Постановка задачи о воздействии плоской продольной сейсмической волны под углом  $90^\circ$  к горизонту на надземный нефтепровод  
**Figure 5.** Statement of the problem of the impact of a plane longitudinal seismic wave at an angle of  $90^\circ$  to the horizon on an aboveground oil pipeline



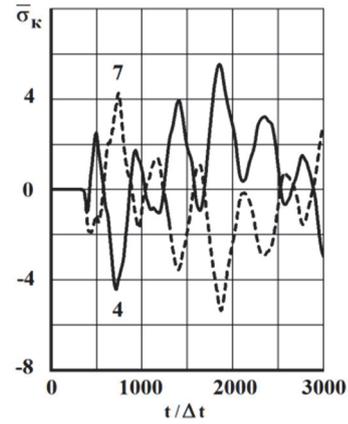
**Рис. 6.** Точки, в которых получены упругие напряжения во времени  
**Figure 6.** Points at which elastic stresses are obtained in time



**Рис. 7.** Изменение упругого контурного напряжения  $\bar{\sigma}_k$  во времени  $t/\Delta t$  в точках  $A1$  (—) и  $A5$  (---) (воздействие приложено под углом  $90^\circ$  к горизонту)  
**Figure 7.** Change in elastic normal stress  $\bar{\sigma}_k$  in time  $t/\Delta t$  at points  $A1$  (—) и  $A5$  (---) (the impact is applied at an angle of  $90^\circ$  to the horizon)



**Рис. 8.** Изменение упругого контурного напряжения  $\bar{\sigma}_k$  во времени  $t/\Delta t$  в точках  $A2$  (–) и  $A6$  (– –) (воздействие приложено под углом  $90^\circ$  к горизонту)  
**Figure 8.** Change in elastic normal stress  $\bar{\sigma}_k$  in time  $t/\Delta t$  at points  $A2$  (–) и  $A6$  (– –) (the impact is applied at an angle of  $90^\circ$  to the horizon)



**Рис. 9.** Изменение упругого контурного напряжения  $\bar{\sigma}_k$  во времени  $t/\Delta t$  в точках  $A4$  (–) и  $A7$  (– –) (воздействие приложено под углом  $90^\circ$  к горизонту)  
**Figure 9.** Change in elastic normal stress  $\bar{\sigma}_k$  in time  $t/\Delta t$  at points  $A4$  (–) и  $A7$  (– –) (the impact is applied at an angle of  $90^\circ$  to the horizon)

Для основания приняты следующие исходные данные:  $H = \Delta x = \Delta y$ ;  $\Delta t = 2,788 \times 10^{-6}$  с;  $E = 3,09 \times 10^4$  МПа ( $3,15 \times 10^5$  кгс/см<sup>2</sup>);  $\nu = 0,2$ ;  $\rho = 0,25 \times 10^4$  кг/м<sup>3</sup> ( $0,255 \times 10^{-5}$  кгс с<sup>2</sup>/см<sup>4</sup>);  $C_p = 3587$  м/с;  $C_s = 2269$  м/с. При расчетах принимается минимальный шаг по времени  $\Delta t = 9,309 \times 10^{-7}$  с.

Внутренний диаметр трубы равен  $14,5H$ . Средний диаметр трубы равен  $15H$ . Наружный диаметр трубы равен  $15,5H$ . Толщина трубы равна  $0,5H$ . Исследуемая расчетная область имеет 8 008 072 узловых точек. Решается система уравнений из 32 032 288 неизвестных.

Результаты расчетов получены в виде компонентов тензора напряжений во времени  $n$  в точках  $B1$ – $B10$  (рис. 6) и в точках  $A1$ – $A10$  (рис. 6), находящихся в надземном трубопроводе с основанием.

Изменение нестационарных изгибных волн для упругого контурного напряжения  $\bar{\sigma}_k$  приведены в следующих точках рассматриваемого объекта  $A1$  (–) и  $A5$  (– –) (рис. 7),  $A2$  (–) и  $A6$  (– –) (рис. 8),  $A4$  (–) и  $A7$  (– –) (рис. 9).

Решена задача о математическом моделировании нестационарных изгибных волн напряжений в надземном нефтепроводе при сейсмическом воздействии (воздействие приложено под углом  $90^\circ$  к горизонту). Исследуемая расчетная область имеет 8 008 072 узловых точек. Решается система уравнений из 32 032 288 неизвестных. В рассматриваемой задаче преобладают изгибные волны.

### Заключение

На объекты жизнедеятельности человека оказывают влияние сейсмические нагрузки. Они создают серьезные проблемы, неся разрушительные последствия. В истории человечества первой теорией сейсмической безопасности была статическая. Потом появилась спектральная теория, взявшая за основу одно-массовый осциллятор и исследовавшая проблемы резонанса. Названные теории сейсмической безопасности были предложены в начале XX в., тем не менее здания и сооружения продолжали разрушаться при сейсмических воздействиях. Это связано было с несовершенством имеющихся теорий, не отражающих реальный физический процесс волнового воздействия на объекты жизнедеятельности человека. Тогда в распоряжении ученых был ограниченный инструментарий для исследования как в области математического, так и физического мониторинга. Хотя основные уравнения строительной механики (механики деформируемого твердого тела) получены в XIX в., решение их в нестационарной волновой постановке в начале XX в. не представлялось возможным. Поэтому не прекращались попытки решения частных уравнений и приращения некоторых знаний и закономерностей волнового напряженного состояния. Были получены знания в области продольных, поперечных, конических, релеевских и других волн. До появления электронных вычислительных машин были накоплены некоторые знания в области переходного периода. Например, выяснилось, что при отражении волны сжатия от свободной поверхности конструкции

волна сжатия становится растягивающей и тем самым создается ситуация откольных явлений. Появление в конце XX в. электронных вычислительных машин позволило решать многие задачи строительной механики (механики деформируемого твердого тела) на нестационарные волновые воздействия. Однако переход от дифференциальных уравнений с начальными и граничными условиями к системе с конечным числом неизвестных для волновых процессов оказался не простым. Это связано с многими проблемами, среди которых математическая модель физических процессов переходного процесса и вычислительные сложности. В настоящее время можно решать волновые задачи и тем самым создавать базу знаний как в области фундаментальной, так и прикладной наук, а производная от этих знаний обеспечивает развитие производственной науки, то есть нормативно-правовой базы.

Здания и сооружения разрушаются и для их защиты в эксплуатационный период, нужна информация о сейсмических воздействиях. В первую очередь – это знания в области продольных, поперечных и поверхностных волн. Они помогают определить и ранжировать сейсмические воздействия на здания и сооружения. В настоящее время эта информация называется балльностью землетрясений. В зависимости от величины балльности землетрясений применяются разные подходы и методы защиты строительных объектов от сейсмических воздействий. Основным в обеспечении безопасности строительных объектов, является оценка несущей способности. Ее можно осуществить при наличии информации о напряженном состоянии. Не зря в методе предельного состояния оценка несущей способности стоит на первом месте. Хотя определение напряжений всегда сложнее, чем перемещений и ее производных по времени. Волновая теория сейсмической безопасности находится на заключительном этапе своего формирования.

На основе метода конечных элементов разработаны методика, алгоритм и комплекс программ для линейных двумерных плоских задач, которые позволяют решать сложные задачи при нестационарных волновых воздействиях на уникальные объекты. Основные соотношения метода конечных элементов получены с помощью принципа возможных перемещений. Матрица упругости выражена через скорость продольных волн, скорость поперечных волн и плотность.

Линейная динамическая задача с начальными и граничными условиями в виде дифференциальных уравнений в частных производных для решения задач при волновых воздействиях с помощью метода конечных элементов в перемещениях приведена к системе линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными условиями, которая решается по явной двухслойной схеме.

Решена задача о воздействии плоской продольной волны в виде шести треугольников на упругую полуплоскость для оценки физической достоверности и математической точности. Решается система уравнений из 8 016 008 неизвестных. Результаты расчетов получены в характерных точках. Выполнено количественное сопоставление с результатами аналитического решения.

Решена задача о воздействии плоской продольной сейсмической волны под углом  $90^\circ$  к горизонту на надземный нефтепровод. Сейсмическое воздействие, которое приложено на расстоянии трех средних диаметров от края трубы, моделируется в виде функции Хевисайда. Результаты расчетов получены в характерных точках исследуемого объекта. Решается система уравнений из 32 032 288 неизвестных. В рассматриваемой задаче преобладают изгибные волны.

### Список литературы

1. *Kuznetsov S.V.* Seismic waves and seismic barriers // *Acoustical Physics*. 2011. Vol. 57. Pp. 420–426. <https://doi.org/10.1134/S1063771011030109>
2. *Nemchinov V.V.* Diffraction of a plane longitudinal wave by spherical cavity in elastic space // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2013. Vol. 9. No. 1. Pp. 85–89.
3. *Nemchinov V.V.* Numerical methods for solving flat dynamic elasticity problems // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2013. Vol. 9. No. 1. Pp. 90–97.
4. *Kuznetsov S.V., Terenteva E.O.* Wave fields and domination regions for the interior Lamb problem // *Mech. Solids*. 2015. Vol. 50. No. 5. Pp. 508–520. <https://doi.org/10.3103/S0025654415050039>
5. *Avershyeva A.V., Kuznetsov S.V.* Numerical simulation of Lamb wave propagation isotropic layer // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2019. Vol. 15. No. 2. Pp. 14–23. <https://doi.org/10.22337/2587-9618-2019-15-2-14-23>
6. *Israilov M.S.* Theory of sound barriers: diffraction of plane, cylindrical and spherical waves on a “hard – soft” half plane // *Mechanics of Solids*. 2019. Vol. 54. No. 3. Pp. 412–419. <http://dx.doi.org/10.3103/S0025654419020043>

7. Фаворская А.В., Петров И.Б. Расчет сейсмостойкости различных сооружений сеточно-характеристическим методом // Радиоэлектроника. Наносистемы. Информационные технологии. 2019. Т. 11. № 3. С. 345–350. <http://dx.doi.org/10.17725/rensit.2019.11.345>
8. Bratov V.A., Ilyashenko A.V., Kuznetsov S.V., Lin N.K., Morozov N.F. Homogeneous horizontal and vertical seismic barriers: mathematical foundations and dimensional analysis // *Materials Physics and Mechanics*. 2020. Vol. 44. No. 1. Pp. 61–65. [http://dx.doi.org/10.18720/MPM.4412020\\_7](http://dx.doi.org/10.18720/MPM.4412020_7)
9. Israilov M.S. Diffraction and vibration attenuation by obstacles in elastic media // *Moscow University Mechanics Bulletin*. 2021. Vol. 76. No. 1. Pp. 1–6. <https://doi.org/10.3103/S0027133021010039>
10. Musayev V.K. Estimation of accuracy of the results of numerical simulation of unsteady wave of the stress in deformable objects of complex shape // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2015. Vol. 11. No. 1. Pp. 135–146.
11. Саликов Л.М., Мусаев А.В., Идельсон Е.В., Самойлов С.Н., Блинников В.В. Оценка физической достоверности моделирования плоских нестационарных упругих волн напряжений в виде импульсного воздействия (функция Хевисайда) в полуплоскости с помощью численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В.К. // Проблемы управления безопасностью сложных систем: материалы XXIV Международной конференции. М.: РГГУ, 2016. С. 356–359.
12. Стародубцев В.В., Акатьев С.В., Мусаев А.В., Шиянов С.М., Куранцов О.В. Моделирование упругих волн в виде импульсного воздействия (восходящая часть – четверть круга, нисходящая часть – четверть круга) в полуплоскости с помощью численного метода Мусаева В.К. // Проблемы безопасности российского общества. 2017. № 1. С. 36–40.
13. Стародубцев В.В., Акатьев С.В., Мусаев А.В., Шиянов С.М., Куранцов О.В. Моделирование с помощью численного метода Мусаева В.К. нестационарных упругих волн в виде импульсного воздействия (восходящая часть – четверть круга, средняя – горизонтальная, нисходящая часть – линейная) в сплошной деформируемой среде // Проблемы безопасности российского общества. 2017. № 1. С. 63–68.
14. Стародубцев В.В., Мусаев А.В., Дикова Е.В., Крылов А.И. Моделирование достоверности и точности импульсного воздействия в упругой полуплоскости с помощью численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В.К. // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем: материалы Всероссийской конференции с международным участием. М.: РУДН, 2017. С. 339–341.
15. Федоров А.Л., Шиянов С.М., Саликов Л.М., Блинников В.В. Моделирование плоских волн при распространении импульса (восходящая часть – линейная, нисходящая часть – четверть круга) в упругой полуплоскости с помощью численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В.К. // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем: материалы Всероссийской конференции с международным участием. М.: РУДН, 2017. С. 353–355.
16. Стародубцев В.В., Крылов А.И., Зимин А.М., Дикова Е.В., Самойлов С.Н. Верификация (оценка достоверности) комплекса программ Мусаева В.К. при распространении импульсного воздействия в упругой полуплоскости // Современные тенденции развития науки и образования: теория и практика: материалы III Международной научно-практической конференции. М.: Институт системных технологий, 2019. С. 344–348.
17. Мусаев В.К. Математическое моделирование нестационарных упругих волн напряжений в консоли с основанием (полуплоскость) при фундаментальном сейсмическом воздействии // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2019. Т. 15. № 6. С. 477–482. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-6-477-482>
18. Мусаев В.К. Математическое моделирование волн напряжений при сосредоточенном вертикальном воздействии в виде треугольного импульса: задача Лэмба // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2021. Т. 17. № 2. С. 112–120. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-2-112-120>
19. Кольский Г. Волны напряжений в твердых телах. М.: Иностранная литература, 1955. 192 с.
20. Davies R.M. Stress waves in solids // *Br. J. Appl. Phys.* 1956. Vol. 7. No. 6. Pp. 203–209. <http://dx.doi.org/10.1088/0508-3443/7/6/302>
21. Eringen A.C. *Mechanics of continua*. New York: John Wiley & Sons, 1967. 502 p.
22. Richtmyer R.D., Morton K.W. Difference methods for initial-value problems // *Mathematics of Computation*. 1968;22(102):465–466. <http://dx.doi.org/10.2307/2004698>
23. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 543 с.
24. Поттер Д. Вычислительные методы в физике. М.: Мир, 1975. 392 с.
25. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.
26. Тимошенко С.П., Гудьер Д. Теория упругости. М.: Наука, 1975. 576 с.
27. Гузь А.Н., Кубенко В.Д., Черевко М.А. Дифракция упругих волн. Киев: Наукова думка, 1978. 308 с.

28. Segerlind L.J. Applied finite element analysis. New York: John Wiley, 1976. 401 p.
29. Bathe K.-J., Wilson E.L. Numerical methods in finite element analysis. N. J.: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1976. 528 p. [https://doi.org/10.1016/0041-5553\(80\)90053-1](https://doi.org/10.1016/0041-5553(80)90053-1)
30. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. М.: Мир, 1986. 320 с.
31. Hahn H.G. Elastizitätstheorie. Stuttgart: B. G. Teubner, 1985. 109 p.
32. O'Rourke M.J., Liu X. Response of buried pipelines subject to earthquake effects. Buffalo: Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research (MCEER), 1999. 250 p.
33. Prasad B.B. Fundamentals of soil dynamics and earthquake engineering. Delhi: PHI Learning, 2013. 556 p.

## References

1. Kuznetsov S.V. Seismic waves and seismic barriers. *Acoustical Physics*. 2011;57:420–426. <https://doi.org/10.1134/S1063771011030109>
2. Nemchinov V.V. Diffraction of a plane longitudinal wave by spherical cavity in elastic space. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2013;9(1):85–89.
3. Nemchinov V.V. Numerical methods for solving flat dynamic elasticity problems. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2013;9(1):90–97.
4. Kuznetsov S.V., Terenteva E.O. Wave fields and domination regions for the interior Lamb problem. *Mech. Solids*. 2015;50(5):508–520. <https://doi.org/10.3103/S0025654415050039>
5. Avershyeva A.V., Kuznetsov S.V. Numerical simulation of Lamb wave propagation isotropic layer. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2019;15(2):14–23. <https://doi.org/10.22337/2587-9618-2019-15-2-14-23>
6. Israilov M.S. Theory of sound barriers: diffraction of plane, cylindrical and spherical waves on a “hard – soft” half plane. *Mechanics of Solids*. 2019;54(3):412–419. <http://dx.doi.org/10.3103/S0025654419020043>
7. Favorskaya A.V., Petrov I.B. Calculation the earthquake stability of various structures using the grid-characteristic method. *Radioelectronics. Nanosystems. Information Technologies*. 2019;11(3):345–350. (In Russ.) <https://doi.org/10.17725/rensit.2019.11.345>
8. Bratov V.A., Ilyashenko A.V., Kuznetsov S.V., Lin N.K., Morozov N.F. Homogeneous horizontal and vertical seismic barriers: mathematical foundations and dimensional analysis. *Materials Physics and Mechanics*. 2020;44(1):61–65. [http://dx.doi.org/10.18720/MPM.4412020\\_7](http://dx.doi.org/10.18720/MPM.4412020_7)
9. Israilov M.S. Diffraction and vibration attenuation by obstacles in elastic media. *Moscow University Mechanics Bulletin*. 2021;76(1):1–6. <https://doi.org/10.3103/S0027133021010039>
10. Musayev V.K. Estimation of accuracy of the results of numerical simulation of unsteady wave of the stress in deformable objects of complex shape. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2015;11(1):135–146.
11. Salikov L.M., Musaev A.V., Idelson E.V., Samojlov S.N., Blinnikov V.V. Evaluation of the physical reliability of modeling of plane unsteady elastic stress waves in the form of a pulse action (Heaviside function) in a half-plane using a numerical method, algorithm and software package Musayev V.K. *Security Management Problems of Complex Systems: Materials of the 24th International Scientific and Practical Conference*. Moscow: RGGU Publ.; 2016. p. 356–359. (In Russ.)
12. Starodubcev V.V., Akatev S.V., Musaev A.V., Shiyanov S.M., Kurancov O.V. Modeling of elastic waves in the form of a pulsed action (the ascending part is a quarter of a circle, the descending part is a quarter of a circle) in a half-plane using the numerical method of Musayev V.K. *Problemy Bezopasnosti Rossijskogo Obshchestva*. 2017;(1):36–40. (In Russ.)
13. Starodubcev V.V., Akatev S.V., Musaev A.V., Shiyanov S.M., Kurancov O.V. Simulation using the numerical method of Musaev V. K. of non-stationary elastic waves in the form of a pulsed action (the ascending part is a quarter of a circle, the middle part is horizontal, the descending part is linear) in a continuous deformable medium. *Problemy Bezopasnosti Rossijskogo Obshchestva*. 2017;(1):63–68. (In Russ.)
14. Starodubcev V.V., Musaev A.V., Dikova E.V., Krylov A.I. Modeling the reliability and accuracy of pulse effects in the elastic half-plane using a numerical method, algorithm and program complex Musayev V.K. *Information and Telecommunication Technologies and Mathematical Modeling of High-Tech Systems: Materials of the All-Russian Conference with International Participation*. Moscow: RUDN University; 2017. p. 339–341. (In Russ.)
15. Fedorov A.L., Shiyanov S.M., Salikov L.M., Blinnikov V.V. Modeling of plane waves during the propagation of a pulse (the ascending part is linear, the descending part is a quarter of a circle) in an elastic half-plane using a numerical method, algorithm and software package Musayev V.K. *Information and Telecommunication Technologies and Mathematical Modeling of High-Tech Systems: Materials of the All-Russian Conference with International Participation*. Moscow: RUDN University; 2017. p. 353–355. (In Russ.)

16. Starodubcev V.V., Krylov A.I., Zimin A.M., Dikova E.V., Samojlov S.N. Verification (assessment of reliability) of complex programs Musayev V.K. in solving the problem of propagation of pulsed exposure in an elastic half-plane. *Modern Trends in the Development of Science and Education: Theory and Practice: Materials of the 3rd International Scientific and Practical Conference, Moscow, June 20, 2019*. Moscow; 2019. p. 344–348. (In Russ.)
17. Musayev V.K. Mathematical modeling of unsteady elastic stress waves in a console with a base (half-plane) under fundamental seismic action. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2019;15(6):477–482. (In Russ.) <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-6-477-482>
18. Musayev V.K. Mathematical modeling of stress waves under concentrated vertical action in the form of a triangular pulse: Lamb's problem. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2021;17(2):112–120. (In Russ.) <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-2-112-120>
19. Kolskij G. *Stress waves in solids*. Moscow: Inostrannaya Literatura Publ.; 1955. (In Russ.)
20. Davies R.M. Stress waves in solids. *Br. J. Appl. Phys.* 1956;7(6):203–209. <http://dx.doi.org/10.1088/0508-3443/7/6/302>
21. Eringen A.C. *Mechanics of continua*. New York: John Wiley & Sons; 1967.
22. Richtmyer R.D., Morton K.W. Difference methods for initial-value problems. *Mathematics of Computation*. 1968;22(102):465–466. <http://dx.doi.org/10.2307/2004698>
23. Zenkevich O. *Finite element method in engineering*. Moscow: Mir Publ.; 1975. (In Russ.)
24. Potter D. *Computational methods in physics*. Moscow: Mir Publ.; 1975. (In Russ.)
25. Novackij V. *Theory of elasticity*. Moscow: Mir Publ.; 1975. (In Russ.)
26. Timoshenko S.P., Guder D. *Theory of elasticity*. Moscow: Nauka Publ.; 1975. (In Russ.)
27. Guz A.N., Kubenko V.D., Cherevko M.A. *Diffraction of elastic waves*. Kiev: Naukova Dumka Publ.; 1978. (In Russ.)
28. Segerlind L.J. *Applied finite element analysis*. New York: John Wiley; 1976. [https://doi.org/10.1016/0898-1221\(77\)90080-3](https://doi.org/10.1016/0898-1221(77)90080-3)
29. Bathe K.-J., Wilson E.L. *Numerical methods in finite element analysis*. N. J.: Prentice-Hall, Englewood Cliffs; 1976. [https://doi.org/10.1016/0041-5553\(80\)90053-1](https://doi.org/10.1016/0041-5553(80)90053-1)
30. Zenkevich O., Morgan K. *Finite elements and approximation*. Moscow: Mir Publ.; 1986. (In Russ.)
31. Hahn H.G. *Elastizitatstheorie*. Stuttgart: B. G. Teubner; 1985.
32. O'Rourke M.J., Liu X. *Response of buried pipelines subject to earthquake effects*. Buffalo: Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research (MCEER); 1999.
33. Prasad B.B. *Fundamentals of soil dynamics and earthquake engineering*. Delhi: PHI Learning; 2013.