

## РАСЧЕТ ТОНКИХ УПРУГИХ ОБОЛОЧЕК ANALYSIS OF THIN ELASTIC SHELLS

DOI 10.22363/1815-5235-2021-17-5-519-527

УДК 624.046.3

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

### Экспериментальное исследование упругопластической деформации цилиндрической оболочки из стали 45

С.В. Черемных

Тверской государственной технической университет, Тверь, Российская Федерация

✉ [cheremnykh\\_s.v@mail.ru](mailto:cheremnykh_s.v@mail.ru)

#### История статьи

Поступила в редакцию: 29 августа 2021 г.

Доработана: 23 октября 2021 г.

Принята к публикации: 25 октября 2021 г.

#### Для цитирования

Черемных С.В. Экспериментальное исследование упругопластической деформации цилиндрической оболочки из стали 45 // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2021. Т. 17. № 5. С. 519–527. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-5-519-527>

**Аннотация.** *Актуальность.* Применение оболочек в качестве тонкостенных конструкций для различных отраслей промышленности весьма разнообразно. В авиастроении широко используются сферические оболочки, в нефтегазодобывающей отрасли – круговые цилиндрические, в строительной отрасли нашли применение более 30 аналитических форм оболочек. Все элементы оболочечных конструкций, без сомнения, подлежат различным прочностным расчетам. Также отдельную роль в исследовании занимает экспериментальная часть, которая подтверждает или опровергает расчетные уравнения, что говорит о несомненной перспективе и актуальности моделирования нагружения оболочечных конструкций. *Цель исследования* – оценка состояния тонкостенной оболочки при трехпараметрическом нагружении силами растяжения, сжатия и кручения. *Методы.* Представлены экспериментальные исследования по деформированию оболочек, проводимые в лабораторных условиях на опытных образцах из стали 45 ГОСТ 1050–2013, причем моделируются условия нагружения образца, схожие с возможными условиями приложения нагрузок на существующие конструкции. *Результаты.* Приведены экспериментальные диаграммы деформирования материала образца в различных плоскостях, дана оценка развитости деформирования оболочки после приложения на нее совместных усилий растяжения и кручения, а также сжатия и кручения до разрушения материала. Для актуальности проводимого эксперимента подобрана реальная конструкция, которая при создании определенных условий может испытывать соответствующие опытные нагрузки.

**Ключевые слова:** цилиндрическая оболочка, сложное нагружение, нагрузка, диаграммы деформирования, девиаторное пространство, устойчивость

**Черемных Степан Валерьевич**, кандидат технических наук, доцент кафедры конструкций и сооружений, Тверской государственной технической университет, Российская Федерация, 170026, Тверь, наб. Аф. Никитина, д. 22; ORCID: 0000-0002-4620-117X, eLIBRARY SPIN-код: 9323-8370, Scopus ID: 57214785020.

© Черемных С.В., 2021



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

## Experimental study of elastic-plastic deformation of a cylindrical shell made of steel 45

Stepan V. Cheremnykh 

Tver State Technical University, Tver, Russian Federation

✉ cheremnykh\_s.v@mail.ru

### Article history

Received: August 29, 2021

Revised: October 23, 2021

Accepted: October 25, 2021

### For citation

Cheremnykh S.V. Experimental study of elastic-plastic deformation of a cylindrical shell made of steel 45. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2021;17(5):519–527. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-5-519-527>

**Abstract.** *Relevance.* The use of shells as thin-walled structures for various industries is very diverse. Spherical shells are widely used in the aircraft industry, circular cylindrical shells are used in the oil and gas industry, and more than 30 analytical forms of shells have been used in the construction industry. All elements of shell structures are undoubtedly subject to various strength calculations. Also, a separate role in the study is occupied by the experimental part, which confirms or refutes the calculated equations, this indicates the undoubted perspective and relevance of modeling the loading of shell structures. *The aim of the study* is to assess the condition of a thin-walled shell under three-parameter loading by tensile, compression and torsion forces. *Methods.* Experimental studies on the deformation of shells carried out in laboratory conditions on prototypes made of steel 45 GOST 1050–2013 are presented, and the loading conditions of the sample are modeled, similar to the possible conditions for applying loads to existing structures. *Results.* Experimental diagrams of deformation of the sample material in various planes are given, the development of deformation of the shell after applying joint efforts of stretching and torsion, as well as compression and torsion to the destruction of the material is estimated. For the relevance of the conducted experiment, a real design has been selected, which, when certain conditions are created, can experience appropriate experimental loads.

**Keywords:** cylindrical shell, complex loading, load, deformation diagrams, deviatory space, stability

### Введение

Конструктивные объекты, включающие цилиндрические оболочки, широко применяются в различных технических областях: железнодорожном и энергетическом машиностроении, подземном, промышленном и гражданском строительстве, авиации, космонавтике, химической, нефтяной и газовой отраслях промышленности.

Большинство элементов инженерных конструкций из оболочек подлежат расчету на прочность. Ввиду сложности и трудоемкости определения напряженно-деформируемого состояния конструкций, образованных из оболочек, задача развития и использования современных методов расчета оболочек является одной из самых важных проблем строительной механики и представляет несомненный практический интерес [1–6].

Задачи о расчете цилиндрических оболочек многогранны. Для инженеров очень важно знать информацию о напряженно-деформируемом состоянии такой сложной системы как в упругой, так и в упруго-пластической стадии деформирования, вплоть до предельной нагрузки. Эта информация помогает назначать разумные, научно обоснованные коэффициенты запаса прочности, что, в свою очередь, приводит к экономии материала и повышению надежности конструкции.

Роль теорий пластической устойчивости для инженерной практики в вопросах снижения материалоемкости, оптимального проектирования, надежности и долговечности оболочечных конструкций, безусловно, так же важна [7; 8]. Известно, что все стали имеют малое упрочнение, поэтому, например, для однородных напряженных состояний за пределом упругости критическая интенсивность напряжений с занижением на 10–15 % равна пределу текучести.

Еще в пятидесятые годы было ясно, что в развитии теории пластичности и упругопластической устойчивости нужно идти путем исследования процессов как в докритическом состоянии, так и в момент

*Stepan V. Cheremnykh*, Candidate of Technical Sciences, senior lecturer of the Department of Structures, Tver State Technical University, 22 Af. Nikitina Naberezhnaya, Tver, 170026, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-4620-117X, eLIBRARY SPIN-code: 9323-8370, Scopus ID: 57214785020.

потери устойчивости. Выяснилось, что в теории устойчивости за пределом упругости нарушение единственности процесса нагружения и потеря устойчивости могут не совпадать. За пределом упругости прежде всего нужно знать критические и закритические деформации и перемещения [9].

Момент потери устойчивости системы, то есть смена форм ее состояний в предельной точке или в точке бифуркации, соответствующей собственному значению, зависит от истории нагружения. Отождествляя параметр нагрузки со временем, можно для исследования устойчивости квазистатического процесса нагружения системы использовать понятие устойчивости по Ляпунову. Однако такое отождествление будет формальным в том смысле, что нагружение можно остановить, а время остановить нельзя. В то же время, если нагружение остановить раньше, чем будет достигнута предельная нагрузка, состояние системы при отсутствии ползучести будет устойчивым, ибо она при дальнейшем увеличении времени будет пребывать в малой окрестности своего невозмущенного состояния. Учет начальных несовершенств мог бы привести к получению более достоверных расчетных оценок границы области устойчивости, определяющей смену форм состояний [10–13].

Экспериментальные данные при исследовании тонкостенных цилиндрических оболочек, полученные учениками Тверской научной школы в области механики деформируемого твердого тела под руководством В.Г. Зубчанинова, показали, что значения критических деформаций и перемещений отличаются весьма существенно [6; 14; 15]. Следовательно, нахождение критических и закритических деформаций и перемещений за пределом упругости имеет для теории устойчивости определяющее значение. Первостепенна также роль истории нагружения во влиянии ее на устойчивость, так как одним и тем же нагрузкам могут соответствовать совершенно разные деформированные состояния системы.

### Материалы и методы

Особо важным критерием решения различных задач строительной механики является экспериментальная проверка принятых методик [14; 15]. Представленный в данной статье эксперимент выполнен на тонкостенной цилиндрической оболочке из конструкционной углеродистой стали 45 (ГОСТ 1050–2013) постоянной толщиной в 1 мм, радиусом срединной поверхности 15,5 мм и длиной рабочей зоны 110 мм. Сечение испытываемых оболочек приведено на рис. 1.

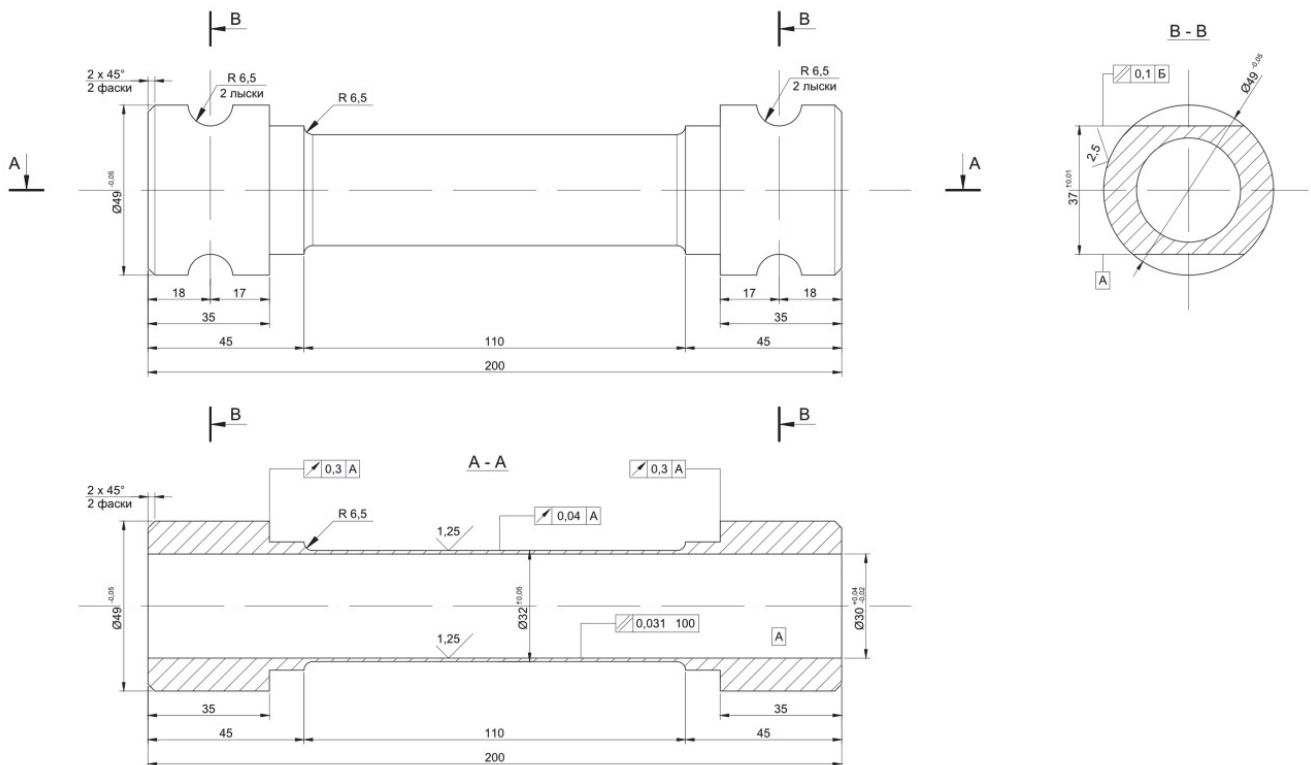
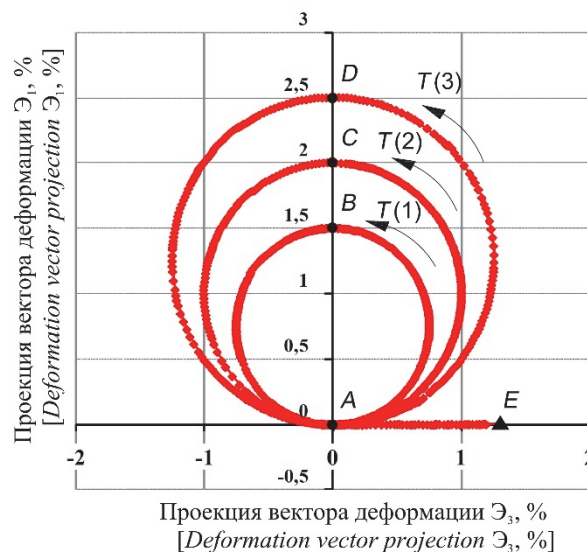


Рис. 1. Чертеж образца цилиндрической оболочки для испытаний  
Figure 1. Drawing of a cylindrical shell sample for testing

Экспериментальные исследования выполнялись на комплексе СН-ЭВМ в лаборатории ФГБУ ВО «ТвГТУ». Загрузочный модуль для трехпараметрического воздействия на образец силой кручения, растяжения и сжатия показан на рис. 2.



**Рис. 2.** Загрузочный модуль для трехпараметрического воздействия  
**Figure 2.** Loading module for three-parameter impact



**Рис. 3.** Траектория деформирования оболочки из стали 45  
**Figure 3.** The trajectory of deformation of the shell made of steel 45



**Рис. 4.** Цилиндрическая оболочка из стали 45 после испытаний  
**Figure 4.** Cylindrical shell made of 45 steel after testing

Визуализация деформации в частице тела как совокупности изменения объема и формы представляется нам вполне естественным и удобным как в теоретическом плане, так и в экспериментальных исследованиях [14–16].

Экспериментальное прослеживание исследуемого процесса на различных участках позволяет смоделировать потерю устойчивости оболочечного элемента сложной конструкции, его поведение в зоне упругопластических деформаций вплоть до его последующего разрушения.

Рассмотрим три замкнутые траектории постоянной кривизны, реализованные в плоскости  $\mathcal{E}_1$ – $\mathcal{E}_3$  девиаторного пространства деформаций, при воздействии на образец осевой сжимающей/растягивающей силы и крутящего момента согласно рис. 3. При прослеживании процесса следует отметить, что вертикальная ось  $\mathcal{E}_1$  (рис. 3) характеризует нагружение образца силой растяжения при положительном направлении траектории (вверх) и силой сжатия при направлении траектории вниз. Горизонтальная ось  $\mathcal{E}_3$  соот-

ветствует воздействию на образец силой кручения. При обработке экспериментальных данных принималось условие несжимаемости материала [17; 18].

На рис. 3 показана экспериментальная траектория, представляющая собой:

- 1 звено. Замкнутый виток траектории  $T(1)$  при воздействии на цилиндрическую оболочку силами кручения и растяжения в точках  $A-B$  и возвращение под действием сил сжатия и обратного кручения оболочки в исходное состояние в точках  $B-A$ ;

- 2 звено. Замкнутый виток траектории  $T(2)$  при воздействии на цилиндрическую оболочку силами кручения и растяжения в точках  $A-C$  и возвращение под действием сил сжатия и обратного кручения оболочки в исходное состояние в точках  $C-A$ . Усилия, действующие на оболочку на втором звене превосходят усилия первого звена на 25 %;

- 3 звено. Замкнутый виток траектории  $T(3)$  при воздействии на цилиндрическую оболочку силами кручения и растяжения в точках  $A-D$  и возвращение под действием сил сжатия и обратного кручения оболочки в исходное состояние в точках  $D-A$ . Усилия, действующие на оболочку на третьем звене превосходят усилия второго звена на 20 % и больше усилий первого звена на 40 %;

- 4 звено. Кручение оболочки до потери устойчивости в точках  $A-E$ .

Может оказаться, что конструкция, устойчивая на первом этапе нагружения, способна потерять устойчивость на втором этапе своего функционирования. Но данный сложнопараметрический опыт примечателен тем, что оболочка в течение пяти с половиной часов принудительно получала воздействия и так же принудительно возвращалась в исходное геометрическое состояние. Воздействие в зоне упруго-пластических деформаций проходило в три этапа, причем с каждым новым этапом нагрузка увеличивалась. На четвертом этапе оболочка перешла в зону разрушения.

Для примера, оболочка, потерявшая устойчивость, представлена на рис. 4.

## Результаты

На рис. 5 приведена экспериментальная диаграмма деформирования материала образца в плоскости  $\sigma(\varepsilon)$  при испытании по траектории малого кручения. При сложном нагружении такую простую зависимость, как диаграмма «растяжения – сжатия», в общем случае мы не имеем. Увеличение параметра модуля вектора деформации на диаграмме после точек  $B$ ,  $C$  и  $D$  сопровождалось разгрузкой, но процесс деформирования оставался активным упругопластическим.

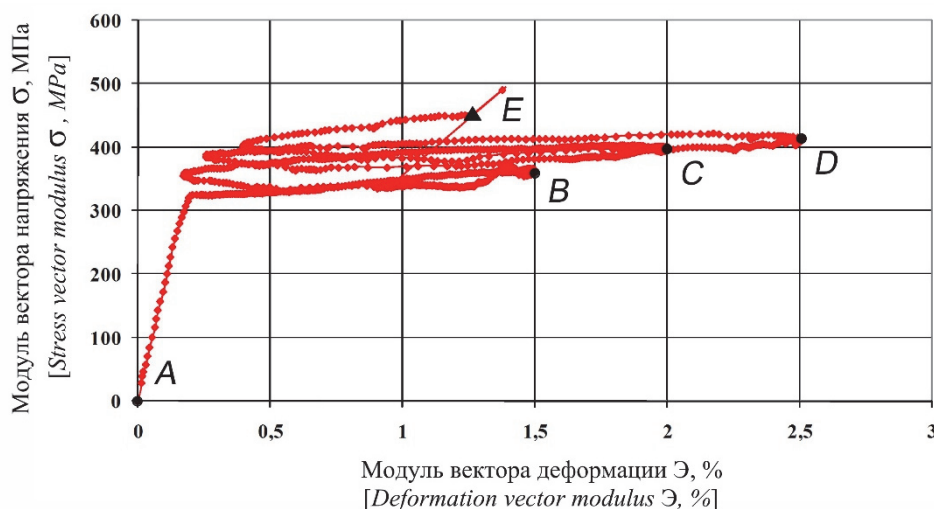
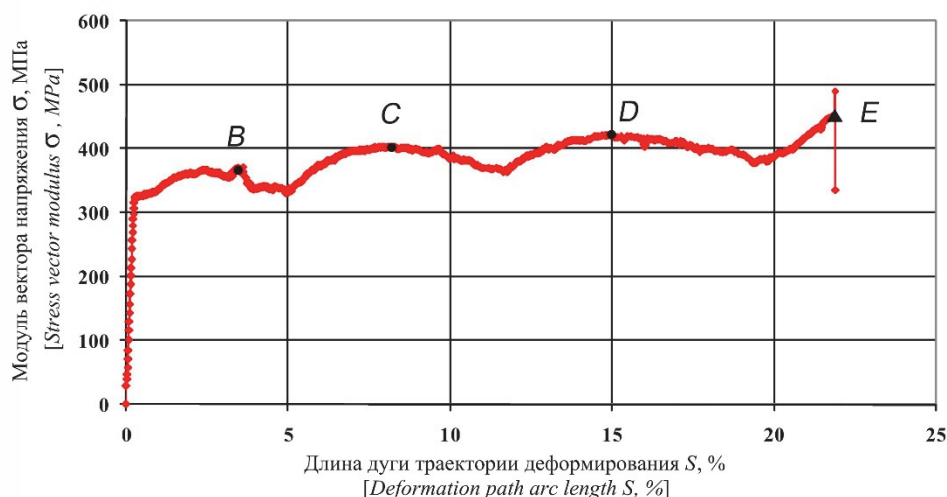


Рис. 5. Диаграмма деформирования оболочки в плоскости  $\sigma(\varepsilon)$   
Figure 5. Diagram of shell deformation in the plane  $\sigma(\varepsilon)$

Участки нагружения и разгрузки хорошо просматриваются в увязку с экспериментальной диаграммой траектории деформирования материала (рис. 3). Потеря устойчивости соответствует точке  $E$ , в которой предел устойчивости  $\sigma_{кр} = 459$  МПа,  $\varepsilon_{кр} = 1,27$  %.

На рис. 6 приведена соответствующая эксперименту диаграмма деформирования в плоскости  $\sigma(S)$  для смещенных траекторий различных кривизн.



**Рис. 6.** Диаграмма деформирования оболочки в плоскости  $\sigma(S)$   
**Figure 6.** Diagram of shell deformation in the plane  $\sigma(S)$



**Рис. 7.** Траектория проекции вектора напряжения  $S_1-S_3$   
**Figure 7.** The trajectory of the projection of the voltage vector  $S_1-S_3$

Хорошо виден колебательный характер зависимости  $\sigma(S)$ , которая не может быть принята за универсальную хотя бы потому, что  $S$  много больше  $\Delta$  (рис. 5) и ее длина зависит от количества витков.

На рис. 7 показана траектория проекции вектора напряжений  $S_1-S_3$ .

Стабилизация процесса в пространстве напряжений произошла на втором этапе. Одной из основных причин этого являются структурные изменения, проходящие в материале при сложном нагружении. Последнее приводит к существенному раздроблению зерен металла, в результате чего структура становится мелкозернистой, более однородной и плотной. Характерно, что наибольшим эффектом упрочнения обладают высоколегированные хромоникелевые стали.

### Обсуждение

Возможно, первыми, кто обратил внимание, что эйлерова нагрузка для оболочек может быть существенно меньше максимальной (предела устойчивости), были авиационные инженеры, строители или машиностроители, для которых проблемы минимального веса и максимальной прочности имеют первостепенное значение. При приближении к Эйлеровой нагрузке, в силу неизбежных начальных несовершенств, развиваются явно заметные выпучины, которые далее продолжают увеличиваться по мере роста сжимающей нагрузки. При достижении нагрузкой предельного значения происходит потеря устойчиво-

сти. Именно эта нагрузка, называемая пределом устойчивости, и определяется в эксперименте. Поэтому, исследуя устойчивость оболочек недостаточно определить только их бифуркационные эйлеровы нагрузки. Необходимо исследовать также послебифуркационный процесс или процесс выпучивания с начальными несовершенствами для определения предела устойчивости и моделирования процессов пластического деформирования материала [19–21].

Эта задача решается путем построения обоснованных определяющих уравнений связи между напряжениями и деформациями. Выведенные уравнения приобретают все большее значение в связи с развитием систем автоматизированного проектирования (САПР) при расчетах элементов конструкций и машин за пределом упругости. Однако не математика является главным в построении математических моделей процессов. Определяющие соотношения между напряжениями и деформациями могут быть правильно выражены на языке математики лишь на основе обобщения экспериментальных наблюдений и измерений.

Оболочечные конструкции являются наиболее распространенным объектом исследования закономерностей пластического деформирования материала [22; 23]. Эксперименты обычно проводят на трубчатых тонкостенных образцах, подвергающихся действию растягивающих сил, крутящих моментов и внутреннего давления.

Разрушение элементов конструкций происходит зачастую в местах концентрации напряжений [22]. Предшествующее разрушению нагружение, как правило, является сложным, а деформации – малыми. Сложные процессы нагружения возникают при потере устойчивости, а также в большинстве технологических задач конструкции в целом. Здесь мы приходим к необходимости постановки экспериментальных исследований при сложном нагружении и изучению поведения предельных поверхностей или целых слоев полупластического состояния.

С практической точки зрения вышеприведенный эксперимент условно может моделировать поведение отдельного трубчатого элемента конструкции водонапорной башни Цеханува в Польше [11; 23–25]. Уникальность башни заключается в использовании резервуара для воды в форме тора. В башне находится резервуар объемом 1560 кубометров, расположенный на высоте 22 м. Диаметр тора составляет 6 м, он поддерживается 64 трубами, наклоненными под углом  $60^\circ$  к плоскости земли. Трубы совпадают с прямолинейными образующими однополостного гиперболоида вращения (рис. 8).



**Рис. 8.** Водонапорная башня Цеханува, Польша  
**Figure 8.** Ciechanow water tower, Poland

Подобную форму можно найти в конструкции градирен, широко используемых на обычных электростанциях. Использование резервуаров подобного типа, в основании которых применяется легкая и быстро возводимая конструкция, позволило накапливать большое количество воды. Что касается испытываемых нагрузок стержневыми трубчатыми элементами, то с достаточной степенью точности они могут соответствовать звену 1–3 при наборе воды в башню, когда возникает эксцентриситет в силу неравномерного распределения водяного потока в целом с растягиванием и закручиванием стержней с одной стороны и сжатием стержней с другой.

### Заключение

Представленный результат экспериментальных исследований деформирования тонкостенной цилиндрической оболочки из стали 45 при воздействии сил кручения, растяжения и сжатия имеет особое значение при моделировании параметров разрушения проектируемых и существующих конструкций из схожих материалов.

### Список литературы / References

1. Bochkarev S.A., Lekomtsev S.V., Matveenko V.P., Senin A.N. Hydroelastic stability of partially filled coaxial cylindrical shells. *Acta Mechanica*. 2019;230(11):3845–3860. <http://doi.org/10.1007/s00707-019-02453-4>
2. Burzyński S. On FEM analysis of cosserat-type stiffened shells: static and stability linear analysis. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*. 2021;33:943–968. <http://doi.org/10.1007/s00161-020-00928-7>
3. Safarov I.I., Kulmuratov N.R., Ishmatov M.R., Xalilov Sh.F., Nuriddinov B. Stability of ribbed viscoelastic geometric nonlinear conic shells under dynamic loading. *Theoretical & Applied Science*. 2020;(2(82)):355–361. <http://doi.org/10.15863/TAS.2020.02.82.58>
4. Van Dung D., Nga N.T., Vuong P.M. Nonlinear stability analysis of stiffened functionally graded material sandwich cylindrical shells with general sigmoid law and power law in thermal environment using third-order shear deformation theory. *Journal of Sandwich Structures and Materials*. 2019;21(3):938–972. <http://doi.org/10.1177/1099636217704863>
5. Malek S., McRobie A., Shepherd P., Williams C. From a weightless bent wire coat hanger to shell structures via the Beltrami stress tensor. *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*. 2017;58(1):39–50. <http://doi.org/10.20898/j.iass.2017.191.839>
6. Zubchaninov V.G., Alekseeva E.G., Alekseev A.A., Gultiaev V.I. Modeling of elastoplastic steel deformation in two-link broken trajectories and delaying of vector and scalar material properties. *Materials Physics and Mechanics*. 2019;42(4):436–444. [http://doi.org/10.18720/MPM.4242019\\_8](http://doi.org/10.18720/MPM.4242019_8)
7. Taraghi P., Zirakian T., Karampour H. Parametric study on buckling stability of CFRP-strengthened cylindrical shells subjected to uniform external pressure. *Thin-Walled Structures*. 2021;161:107411. <http://doi.org/10.1016/j.tws.2020.107411>
8. Govind P.L. Complicated features and their solution in analysis of thin shell and plate structures. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018;14(6):509–515. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-6-509-515>
9. Petrolo M., Carrera E. Best theory diagrams for multilayered structures via shell finite elements. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*. 2019;6(1):4. <http://doi.org/10.1186/s40323-019-0129-8>
10. Rahmanian M., Javadi M. A unified algorithm for fully-coupled aeroelastic stability analysis of conical shells in yawed supersonic flow to identify the effect of boundary conditions. *Thin-Walled Structures*. 2020;155:106910. <http://dx.doi.org/10.1016/j.tws.2020.106910>
11. Musa A.E.S., Al-Shugaa M.A., Al-Gahtani H.J. An equivalent imperfection-based FE simulation of the stability of dented cylindrical shells accounting for unintended imperfections. *Thin-Walled Structures*. 2021;158:107159. <http://doi.org/10.1016/j.tws.2020.107159>
12. Carrera E., Valvano S., Kulikov G.M. Electro-mechanical analysis of composite and sandwich multilayered structures by shell elements with node-dependent kinematics. *International Journal of Smart and Nano Materials*. 2018;9(1):1–33. <http://doi.org/10.1080/19475411.2017.1414084>
13. Soltani Z., Hosseini Kordkheili S.A. Interlaminar stress analysis of composite shell structures using a geometrically nonlinear layer-wise shell finite element. *Composite Structures*. 2021;257:113074. <http://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.113074>
14. Cheremnykh S., Kuzhin M. Solution of the problem of stability of 40x steel shell. *Journal of Physics: Conference Series. International Scientific Conference on Modelling and Methods of Structural Analysis, MMSA 2019*. 2020;1425:012191. <http://doi.org/10.1088/1742-6596/1425/1/012191>
15. Cheremnykh S., Zubchaninov V., Gultyaev V. Deformation of cylindrical shells of steel 45 under complex loading. *E3S Web of Conferences. 22nd International Scientific Conference on Construction the Formation of Living Environment, FORM 2019*. 2019;97:04025. <http://doi.org/10.1051/e3sconf/20199704025>
19. Moita J.S., Araújo A.L., Mota Soares C.M., Correia V.F., Herskovits J. Material distribution and sizing optimization of functionally graded plate-shell structures. *Composites Part B: Engineering*. 2018;142:263–272. <http://doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.01.023>



17. Norouzzadeh A., Ansari R. Nonlinear dynamic behavior of small-scale shell-type structures considering surface stress effects: an isogeometric analysis. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2018;101:174–186. <http://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2018.01.008>
18. Gerasimidis S., Virost E., Hutchinson J.W., Rubinstein S.M. On establishing buckling knockdowns for imperfection-sensitive shell structures. *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME*. 2018;85(9):091010.
19. Li G., Carrera E., Cinefra M., de Miguel A.G., Pagani A., Zappino E., Kulikov G.M. Evaluation of shear and membrane locking in refined hierarchical shell finite elements for laminated structures. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*. 2019;6(1):8. <http://doi.org/10.1186/s40323-019-0131-1>
20. Lamine D.M., Djamel H., Oussama T., Ayoub A., Khechai A. Effect of boundary conditions and geometry on the failure of cylindrical shell structures. *Engineering Solid Mechanics*. 2020;8(4):313–322. <http://doi.org/10.5267/j.esm.2020.4.001>
21. Sun S., Liu L. Parametric study and stability analysis on nonlinear traveling wave vibrations of rotating thin cylindrical shells. *Archive of Applied Mechanics (Ingenieur Archiv)*. 2021. <http://doi.org/10.1007/s00419-021-01934-0>
22. Mohammed N.M., Creagh S.C., Tanner G. Tunnelling around bends-wave scattering in curved shell structures. *Wave Motion*. 2021;101:102697.
23. Sedira L., Hecini M., Hammadi F., Ayad R., Meftah K. Discrete-Mindlin finite element for nonlinear geometrical analysis of shell structures. *Computational and Applied Mathematics*. 2016;35(3):951–975. <http://doi.org/10.1007/s40314-015-0279-3>
24. Pietraszkiewicz W., Konopińska V. Junctions in shell structures: a review. *Thin-Walled Structures*. 2015;95:310–334. <http://doi.org/10.1016/j.tws.2015.07.010>
25. Muc A., Flis J., Augustyn M. Optimal design of plated/shell structures under flutter constraints—a literature review. *Materials*. 2019;12(24):4215. <http://doi.org/10.3390/MA12244215>
26. Abrosimov N.A., Elesin A.V., Igumnov L.A. Numerical simulation of the process of loss of stability of composite cylindrical shells under combined quasi-static and dynamic actions. *Mechanics of Composite Materials*. 2019;55(1):41–52. <http://doi.org/10.1007/s11029-019-09790-4>
27. Abrosimov N.A., Elesin A.V., Igumnov L. Computer simulation of the process of loss of stability of composite cylindrical shells under combined quasi-static and dynamic loads. *Advanced Structured Materials*. 2021;137:125–137. [http://doi.org/10.1007/978-3-030-53755-5\\_9](http://doi.org/10.1007/978-3-030-53755-5_9)
28. Karpov V.V., Semenov A.A. Mathematical models and algorithms for studying strength and stability of shell structures. *Journal of Applied and Industrial Mathematics*. 2017;11(1):70–81. <http://doi.org/10.1134/s1990478917010082>