

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ EXPERIMENTAL RESEARCH

DOI: 10.22363/1815-5235-2026-22-2-152-165

EDN: KEOWYA

Научная статья / Research article

Способы испытания и устройство для исследования механических свойств фибры, бетона и фибробетонных элементов

А.В. Суханов 

Липецкий государственный технический университет, Липецк, Российская Федерация

✉ suhanov_av@stu.lipetsk.ru

Поступила в редакцию: 2 февраля 2026 г.

Доработана: 4 апреля 2026 г.

Принята к публикации: 15 апреля 2026 г.

Аннотация. Исследование направлено на совершенствование способов испытания стальных фибр, бетона и фибробетонных элементов на растяжение, изгиб и на совместное действие усилий растяжения, среза и изгиба. Разработка новых и улучшение существующих экспериментальных методов подготовки исходных данных для проектирования конструкций на основе фибробетона стала сегодня актуальной задачей, поскольку темпы появления на рынке новых видов стальных фибр опережают темпы исследования механических свойств фибробетонов, созданных на основе этих видов фибр, которые необходимы для создания полноценной расчетной модели работы фибробетонных конструкций в эксплуатационных условиях. Предложен и рассмотрен способ испытания и устройство для исследования механических свойств фибры, бетона и фибробетонных элементов, описан принцип работы созданного экспериментального устройства и особенности регистрирующего оборудования. Подробно описана апробация созданной экспериментальной установки, даны ссылки на результаты, полученные с применением описанного в статье способа испытания. Комплекс исследований, проведенных с применением созданной экспериментальной установки, позволил получить новые и уточнить существующие данные о диаграммах, характеризующих работу стальных фибр в бетоне. Такие диаграммы применили для построения математической модели анализа напряженно-деформированного состояния нормального сечения изгибаемых фибробетонных элементов и для оценки прочности и надежности фибробетонных конструкций, работающих на изгиб.

Ключевые слова: испытание на растяжение, испытание на изгиб, стальная фибра, статико-динамические испытания, циклическое нагружение, срез, экспериментальная установка

Заявление о конфликте интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования: Суханов А.В. Способы испытания и устройство для исследования механических свойств бетонных и фибробетонных элементов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2026. Т. 22. № 2. С. 152–165. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2026-22-2-152-165> EDN: KEOWYA

Суханов Андрей Владимирович, кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры общей механики, Липецкий государственный технический университет, Российская Федерация, 398055, г. Липецк, ул. Московская, д. 30, корпус Б; eLIBRARY SPIN-код: 6143-5881, ORCID: 0000-0003-1329-3984; e-mail: suhanov_av@stu.lipetsk.ru

© Суханов А.В., 2026

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Test Methods and Device for Studying the Mechanical Properties of Fiber, Concrete and Fiber-Reinforced Concrete Elements

Andrey V. Sukhanov 

Lipetsk State Technical University, Lipetsk, Russian Federation

✉ suhanov_av@stu.lipetsk.ru

Received: February 2, 2026

Revised: April 4, 2026

Accepted: April 15, 2026

Abstract. This research aims to improve methods for testing steel fibers, concrete, and fiber-reinforced concrete elements in tension, bending, and under the combined action of tensile, shear, and bending forces. The development of new and the improvement of existing experimental methods of preparing initial data for the design of fiber-reinforced concrete structures has become a relevant issue today, as the rate at which new types of steel fibers enter the market outpaces the research into the mechanical properties of fiber-reinforced concrete created using these types of fibers, which is necessary for creating a comprehensive calculation model for the behavior of fiber-reinforced concrete structures under service conditions. This article discusses the author's proposed testing method and the device for studying the mechanical properties of fibers, concrete, and fiber-reinforced concrete elements, describing the operating principle of the developed experimental device and the features of the recording equipment. A detailed description of practical evaluation of the developed experimental setup is provided, along with references to the results obtained using the test method described in the article. A series of studies conducted using the developed experimental setup allowed to obtain new data and refine existing data on the diagrams characterizing the behavior of steel fibers in concrete. Such diagrams were used to construct a mathematical model for the stress analysis of normal cross-sections of flexural fiber-reinforced concrete elements and to assess the strength and reliability of fiber-reinforced concrete structures in bending.

Keywords: tensile test, bending test, steel fiber, static-dynamic testing, cyclic loading, shear, experimental device

Conflicts of interest. The author declares that there is no conflict of interest.

For citation: Sukhanov AV. Test methods and device for studying the mechanical properties of fiber, concrete and fiber-reinforced concrete elements. *Structural Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2026;22(2):152–165. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2026-22-2-152-165> EDN: KEOWYA

1. Введение

Важнейшими задачами технического прогресса в строительном производстве являются повышение уровня автоматизации и заводской готовности строительных конструкций, расширение применения новых эффективных материалов, снижение энергоемкости и материалоемкости изготовления конструкций. Отечественными и зарубежными исследователями подтверждено, что для решения задач эффективного противодействия разрушающим деформациям в различных эксплуатационных условиях весьма перспективными являются конструкции из дисперсно-армированных бетонов — фибробетонов (ФБ) и сталефибробетонов (СФБ) [1–6].

Поскольку СФБ является композитным материалом, его свойства можно контролировать путем выбора механических характеристик бетона, вида фибр и параметров дисперсного армирования. На сегодняшний день ассортимент стальных волокон для армирования бетона представлен весьма широко как на внутреннем, так и на внешнем рынках. Однако несмотря на то, что стальные фибры обладают различными физико-механическими и геометрическими характеристиками, российские нормативные документы не содержат данных об их рациональном выборе. Отсутствуют спецификации правил выбора параметров армирования волокнами, которые соответствовали бы эксплуатационным требованиям проектируемой конструкции [7]. В связи с этим до настоящего времени исследователями предпринимаются попытки повышения информативности экспериментальных данных, решаются задачи поиска оптимального армирования бетонов волокнами и повешения точности расчетных формул.

Andrey V. Sukhanov, Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer of the Department of General Mechanics, Lipetsk State Technical University, 30 Moskovskaya St, Building B, Lipetsk, 398055, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 6143-5881, ORCID: 0000-0003-1329-3984; e-mail: suhanov_av@stu.lipetsk.ru

Для обеспечения наилучших характеристик фибробетонов при минимальных затратах необходимо разработать методы подготовки исходных данных для проектирования конструкций на основе фибробетона. Решение этой проблемы можно разделить на три этапа: численный анализ свойств фибробетона, оптимизация расхода волокон и разработка программного обеспечения для подготовки исходных проектных данных в рамках принятой базы данных [6; 8]. Для полноценного выполнения задач на каждом из перечисленных этапов необходимо предварительно произвести комплексные экспериментальные исследования фибробетонных образцов на растяжение, сжатие, изгиб и другие виды деформаций.

Научно-исследовательским, проектно-конструкторским и технологическим институтом бетона и железобетона «НИИЖБ» (филиалом ФГУП «НИЦ «Строительство», Москва) разработаны стандарты и рекомендации, описывающие методы определения прочности бетона и сталефибробетона на растяжение: СП 360.1325800.2017¹, Приложение Б, ГОСТ 10180-2012², Приложение В. Нормативное значение прочности СФБ на растяжение в данных документах предлагается определять на образцах-балках 550×150×150 мм с надрезом высотой 25 мм. Такой подход можно отнести к методам расчета СФБ элементов на основе интегрированного учета работы бетона и фибр, поскольку в документе СП 360.1325800.2017 термин «фибра» определен как «стальные короткие волокна, резанные из листа, фрезерованные из сляба или рубленые из проволоки», о геометрических характеристиках фибр и влиянии ее размеров на прочность СФБ элементов сказано немного и в основном в качестве геометрической характеристики стальных волокон принимается отношение длины фибры к ее диаметру: l_f/d_f .

В настоящее время отечественными и зарубежными исследователями предлагаются методы расчета фибробетонных элементов на основе дифференцированного подхода, когда деформации бетона-матрицы и фибры рассматриваются отдельно с учетом адгезии между ними, а геометрические параметры фибры и ее ориентация учитываются в расчетных формулах [9–13]. Задача повышения точности расчета прочности сталефибробетонных конструкций на основе дифференцированного учета сопротивления бетона и фибр актуализируется высокими темпами развития как технологий производства фибробетонов, так и появлением новых видов фибр с разнообразными прочностными свойствами и геометрическими параметрами.

Вывод аналитических зависимостей и уточнение расчетных формул основывается на эмпирических диаграммах, характеризующих работу бетона-матрицы и работу стальной фибры в бетоне [9; 14–16]. Для получения таких диаграмм разработана специальная универсальная экспериментальная установка, позволяющая производить исследования работы фибры и фибробетонных образцов при осевом растяжении и при изгибе.

2. Оригинальная методика экспериментальных исследований прочности стальных фибр и фибробетонных элементов

С целью проведения испытаний бетонных образцов, стальной фибры и фибробетонных элементов на растяжение, определения прочности фибр, а также исследования работы фибр в бетоне-матрице разработана специальная экспериментальная установка, схема которой представлена на рис. 1. Фотоиллюстрации экспериментальной установки представлены на рис. 2.

Разработанная установка является универсальной и позволяет проводить испытания на статические однократные, циклические и динамические импульсные нагружения, а также одновременное действие среза и растяжения.

Основная цель создания данной экспериментальной установки заключается в повышении информативности получаемых в ходе испытаний данных, а именно регистрации информации о нисходящей ветви диаграммы «нагрузка — деформация» для бетонов при осевом растяжении.

¹ СП 360.1325800.2017. Конструкции сталефибробетонные. Правила проектирования. Москва : Стандартинформ, 2018. 74 с. URL: <https://files.stroyinf.ru/Data2/1/4293736/4293736334.pdf> (дата обращения: 17.12.2025).

² ГОСТ 10180-2012. Бетоны. Методы определения прочности по контрольным образцам. Москва : Стандартинформ, 2018. 36 с. URL: <https://files.stroyinf.ru/Data2/1/4293782/4293782275.pdf> (дата обращения: 17.12.2025).

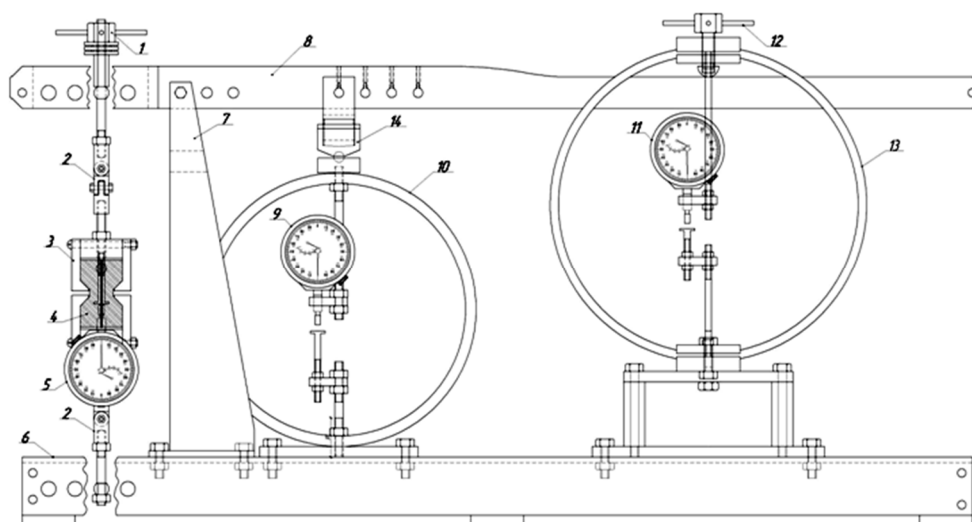


Рис. 1. Схема разработанной оригинальной экспериментальной установки:

- 1 — винт для создания преднапряжения; 2 — шарнир Гука; 3 — захваты; 4 — испытуемый образец;
5, 9, 11 — индикаторы часового типа; 6 — станина; 7 — неподвижная стойка; 8 — рычаг;
10, 13 — динамометрические кольца; 12 — винт, поворотом которого осуществляют нагрузку;
14 — регулятор перераспределения нагрузки между компенсатором 10 и рычагом 8

Источник: выполнено А.В. Сухановым в программе КОМПАС-3D.

Figure 1. Diagram of the developed original experimental device:

- 1 — screw for creating pre-stress; 2 — Hooke's joint; 3 — grips; 4 — test sample; 5, 9, 11 — dial indicators; 6 — frame;
7 — fixed stand; 8 — lever; 10, 13 — proving rings; 12 — screw, by turning which the load is applied;
14 — regulator for redistributing the load between compensator 10 and lever 8

Source: made by A.V. Sukhanov in the КОМПАС-3D.

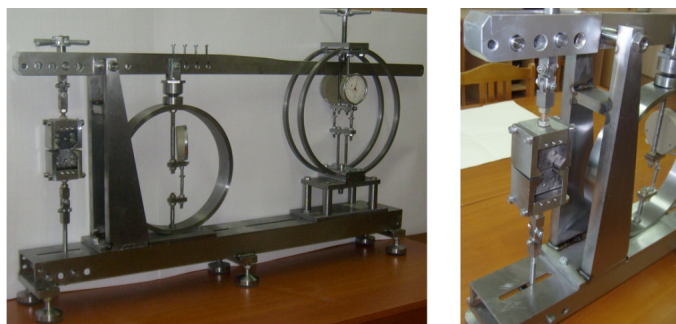


Рис. 2. Фотоиллюстрации экспериментальной установки

Источник: выполнено А.В. Сухановым в программе КОМПАС-3D.

Figure 2. Photos of the experimental device

Source: made by A.V. Sukhanov.

Известно техническое решение для испытания образцов материала на растяжение, осуществляемое путем деформирования образца равными ступенями деформации с изменением соответствующих им величин растягивающих нагрузок. После достижения величины нагрузки, соответствующей пределу прочности материала, нагрузку на образец снижают до достижения предыдущей ступени деформации. После этого догружают образец, деформируя его на предыдущую и следующие ступени. Порядок деформирования образца повторяют, вплоть до его разрыва. Способ обеспечивает получение нисходящей ветви «нагрузка — деформация» для всех видов материалов [17].

Недостатком этого способа является прерывистость прикладываемой нагрузки, что влияет на точность построения диаграммы «нагрузка — деформация». Кроме того, для построения диаграммы в данном способе осуществляется ручная регулировка фиксирующих винтов на каждой стадии наг-

ружения, что усложняет процесс испытания, а также уменьшает информативность получаемых в ходе испытаний данных, — диаграмма «нагрузка — деформация» имеет кусочно-линейный вид. Более того, в данном способе повышение точности построения диаграммы (уменьшение шага перемещений фиксирующего винта) приводит к повышению времени испытания и усложнению процесса испытания.

С целью устранения указанных недостатков была создана универсальная экспериментальная установка, представленная на рис. 2. Методика испытания образцов на осевое растяжение, технически реализованная с помощью созданной экспериментальной установки, заключается в том, что испытание проводится с помощью нагружающего устройства, в котором усилие определяется по величине деформирования упругого элемента. Для построения ниспадающей ветви диаграммы «нагрузка — деформация» используется компенсатор, также представляющий собой упругий элемент, с помощью которого перераспределяется нагрузка между образцом и нагружающим устройством [18].

Для построения диаграммы «нагрузка — деформация» в реализуемом способе осуществляется регулировка значения осевой силы на каждой стадии нагружения, что упрощает процесс испытания и увеличивает информативность получаемых в ходе испытаний данных. Испытание образца осуществляют с помощью нагружающего устройства, в котором усилие определяется по величине деформирования упругих динамометрических колец.

Для построения ниспадающей ветви диаграммы «нагрузка — деформация» используется компенсатор — упругий элемент, перераспределяющий нагрузку между собой, образцом и нагружающим устройством.

Установка для испытания образца (см. рис. 1) содержит захваты для образца 3, закрепленные к станине 6 и рычагу 8, который через неподвижную стойку 7 также соединен со станиной 6. Для нагружения образца 4 к станине 6 прикреплено устройство, состоящее из стойки, упругого элемента 13 и винта 12. Для получения нисходящей ветви диаграммы к станине 6 прикреплено устройство, состоящее из стойки 7 и упругого элемента — компенсатора 10.

Испытание на осевое растяжение осуществляется следующим образом. Образец 4 материала зажимают в захватах 3, затем деформируют образец на заданную величину деформации путем приложения через захваты 3 растягивающих усилий, для чего нагружают упругий элемент 13, действующий на рычаг 8, путем перемещения винта 12. При этом часть нагрузки приходится на компенсатор 10, который в процессе всего испытания всегда сжат.

В процессе испытания нагрузка, действующая на образец, вычисляется по формуле

$$N = \frac{P(l-a) - Kb}{a},$$

где $P = c_1 \Delta_1$ — приложенная нагрузка (c_1 — жесткость упругого элемента 13, определяемая тарировкой, Δ_1 — деформация упругого элемента 13, замеряемая при нагружении); $K = c_2 \Delta_2$ — усилие в компенсаторе 10 (c_2 — жесткость упругого элемента 10, определяемая тарировкой, Δ_2 — деформация упругого элемента 10, замеряемая при нагружении); a, b — расстояния от стойки 7 до оси усилия на образец 4 и до оси усилия на компенсатор 10 соответственно (рис. 3).

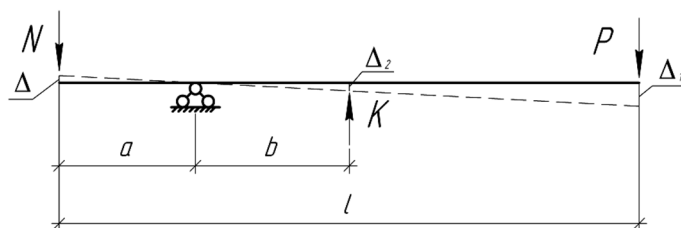


Рис. 3. Схема нагрузок на рычаг экспериментальной установки
И с т о ч н и к: выполнено А.В. Сухановым в программе КОМПАС-3D.

Figure 3. Loading scheme for the lever in the experimental device
S o u r c e: made by A.V. Sukhanov.

Деформации в образцах и нагрузка на динамометрические кольца определялись индикаторами 5, 9, 11 с ценой деления 0,001 мм. На компенсатор 10 устанавливается один, а на динамометрические кольца 13 — два индикатора часового типа.

Применение упругого элемента 10, перераспределяющего нагрузку между образцом и нагружающим устройством, позволяет увеличить информативность регистрируемых данных и построить нисходящую ветвь диаграммы растяжения. Повышение точности получаемых данных обусловлено тем, что значение деформации образца можно измерить при любом усилии, т. е. получить любую точку диаграммы. Самостоятельное перераспределение нагрузки между упругими элементами нагружающего устройства и компенсатора упрощает процесс проведения эксперимента [18].

Для проверки работоспособности экспериментальной установки была создана ее 3D-модель в программе Autodesk Inventor 2021 (рис. 4). Модули САЕ системы Autodesk Inventor позволили смоделировать нагрузку на основные узлы установки: соединение рычага 8 и шарнира Гука 2, регулятор перераспределения нагрузки между компенсатором 10 и рычагом 8. Моделирование позволило определить максимальные допустимые напряжения в компенсаторах 10 и 13. На рис. 4 показана 3D-модель экспериментальной установки, выполненная в соответствии со схемой на рис. 1. В данной модели захваты экспериментальной установки, соединенные с шарниром Гука, предназначены для выполнения исследований работы на трехточечный изгиб балок-призм размером $40 \times 40 \times 160$ мм. В зависимости от вида захватов, закрепленных в экспериментальной установке, возможны испытания фибр и фибробетонных элементов на различные виды нагружений.

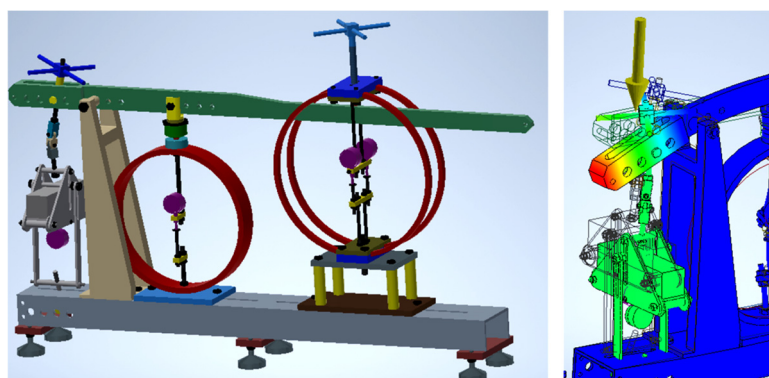


Рис. 4. Моделирование нагрузки и проверка работоспособности основных узлов экспериментальной установки

Источники: выполнено А.В. Сухановым в программе Autodesk Inventor 2021.

Figure 4. Load modeling and operability testing of the main components of the experimental device

Source: made by A.V. Sukhanov in the Autodesk Inventor 2021.

Помимо испытаний на осевое растяжение, экспериментальная установка обладает функциональной возможностью нагружения образца до разрушения совместным действием усилий растяжения, среза и изгиба при фиксированном соотношении между величиной усилия при растяжении, величиной усилия при срезе и величиной изгибающего момента [19]. Возможность проводить такие эксперименты достигается тем, что к устройству прикрепляют специальные соосные захваты для фиксации образца, дугообразные рычаги, соединенные с захватами, и платформы, опирающиеся на стенки захватов, дугообразные рычаги выполнены в виде коромысел с отверстиями, центры которых лежат на одной окружности. Рычаги с помощью болтов соединены с захватами образца и с платформами, опирающимися на стенки захватов (рис. 5). Созданные захваты могут также использоваться для испытания прочности анкеровки стальных фибр, расположенных в бетоне под разными углами к оси нагрузки [20].

Разработаны специальные захваты, позволяющие проводить испытания фибробетонных балок-призм размером $160 \times 40 \times 40$ мм на изгиб. Схема закрепления таких образцов в захватах и схема их нагружения показаны на рис. 6.

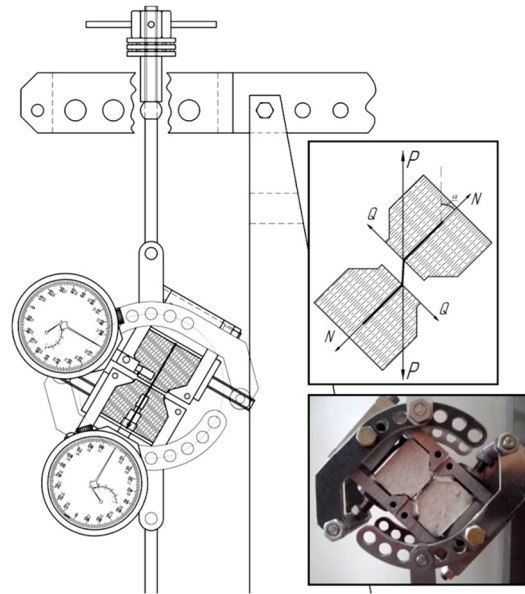


Рис. 5. Схема крепления захватов для образцов при испытании прочности анкеровки
Источник: выполнено А.В. Сухановым в программе КОМПАС-3D.

Figure 5. Mounting configuration of the grips for samples during anchorage strength testing
Source: made by A.V. Sukhanov in the КОМПАС-3D.

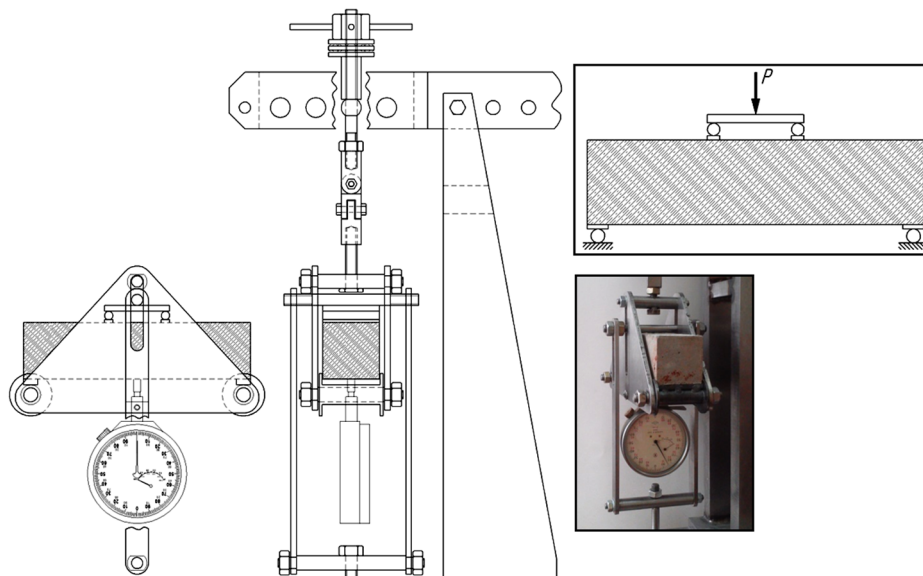


Рис. 6. Схема крепления захватов для образцов при испытании балок-призм на изгиб
Источник: выполнено А.В. Сухановым в программе КОМПАС-3D.

Figure 6. Mounting configuration of the grips for specimens during bending tests of prismatic beams
Source: made by A.V. Sukhanov in the КОМПАС-3D.

Разработаны специальные захваты, позволяющие проводить испытания фибробетонных образцов в виде «восьмерок» на осевое растяжение до разрушения. Схема закрепления таких образцов в захватах и схема их нагружения показаны на рис. 7. Стальные захваты выполнены так, что повторяют форму экспериментальных образцов и обеспечивают их статическое положение во время испытания.

Универсальность установки заключается в дополнительном функционале, реализующем возможность производить испытания фибробетонных образцов на статико-динамические нагрузки [21]. Предложен простой способ испытания, расширяющий возможности экспериментального определения

статико-динамических характеристик бетона и заключающийся в возможности заранее задавать перемещение в компенсирующем элементе при динамическом нагружении и разгрузении. Здесь опытный бетонный образец в виде призмы или «восьмерки» также закрепляется в зажимах экспериментальной установки с использованием центрирующего устройства, обеспечивающего центральное приложение нагрузки в процессе нагружения; регистрация усилия и деформаций во времени осуществляется с использованием динамометра и тензостанции. Нагружение осуществляют через рычажную систему в два этапа: на первом — ступенчатое статическое нагружение образца до заданного уровня, на втором — мгновенное или ступенчатое динамическое догружение или разгрузение посредством кратковременного изменения диаметра оси в месте соединения рычага и компенсирующего элемента (рис. 8).

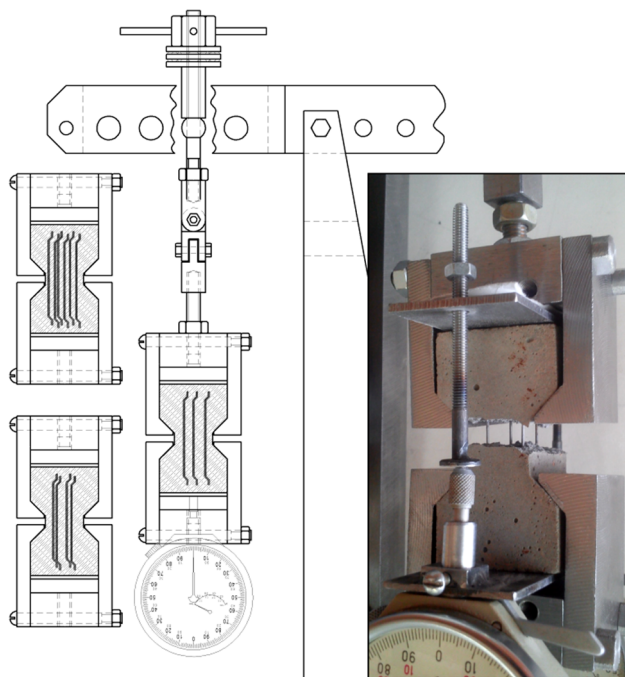


Рис. 7. Схема крепления захватов для образцов при испытании фибробетонных элементов на осевое растяжение

Источник: выполнено А.В. Сухановым в программе КОМПАС-3D.

Figure 7. Mounting configuration of the grips for specimens during tensile testing of fiber-reinforced concrete elements

Source: made by A.V. Sukhanov in the КОМПАС-3D.

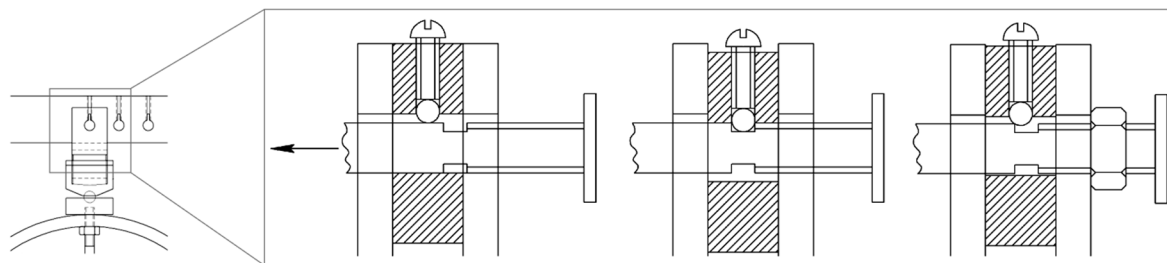


Рис. 8. Схема механизма ступенчатого динамического догружения и разгрузения посредством кратковременного изменения диаметра оси в месте соединения рычага и компенсирующего элемента

Источник: выполнено А.В. Сухановым в программе КОМПАС-3D.

Figure 8. Diagram of the mechanism for stepwise additional dynamic loading and unloading by means of a short-term change in the diameter of the axis at the connection point of the lever and the compensating element

Source: made by A.V. Sukhanov in the КОМПАС-3D.

Для осуществления многократного мгновенного или ступенчатого динамического нагружения создана специальная ось, размещающаяся над компенсатором. Испытание образцов бетона и фибробетонных элементов на циклические нагружения реализуется посредством вращения и кратковременного изменения диаметра оси в месте соединения рычага и компенсирующего элемента, а чередование динамических и статических циклических нагрузок можно осуществлять посредством смещения оси [22]. Схема предложенной оси с различными сечениями и принцип работы показан на рис. 9.

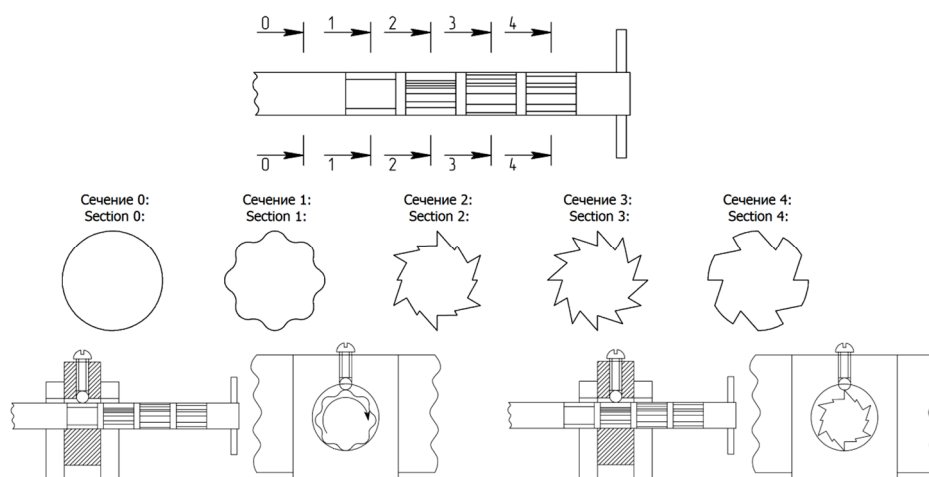


Рис. 9. Схема оси с различными сечениями и принцип ее работы при реализации многократных динамических нагружений на бетонный образец

Источники: выполнено А.В. Сухановым.

Figure 9. Diagram of a shaft with different sections and the principle of its operation when implementing multiple dynamic loads on a concrete sample

Source: made by A.V. Sukhanov.

В процессе проведения испытаний динамометром измеряют усилие, действующее на образец, а параметры деформирования самого образца при статическом или динамическом нагружении в условиях циклических нагрузок измеряются при помощи тензостанции, оборудованной встроенным тензоусилителем, позволяющим подключать тензодатчики без использования промежуточных усилителей, и имеющей возможность при подключении к компьютеру и использовании специализированного программного обеспечения записывать и отображать преобразованные сигналы нескольких входных каналов в зависимости от времени.

3. Применение созданной универсальной экспериментальной установки для исследования механических свойств бетонов и фибробетонных элементов

Развитие исследований о прочности композитов, армированных дискретными волокнами, происходило по пути изучения напряженного состояния фибробетона от упругой стадии до стадии образования и роста трещин, когда работа фибры постепенно переходит от сопротивления разрушению матрицы к сопротивлению раскрытию трещины. Для этого необходимо было проведение экспериментов, результаты которых позволили бы оценить вклад отдельного волокна в работу композита по сопротивлению росту трещины, то есть эксперименты по выдергиванию фибры из бетона. Важные шаги в этом направлении предприняты исследователями F. Laranjeira, C. Molins, A. Aguado [9; 23], A. Pupurs [6; 24, 25], Y. Zhan [26], I. Löfgren [27], S. Ahmadvashaghbash, M. Mehdikhani, Y. Swolfs [28], J.M. Alwan, A.E. Naaman, P. Guerrero [29], C. Sujivorakul [30], Ye Ma, Hongbo Xiao [31] и др. Работы этих и других исследователей значительно расширили возможности использования деформационной модели и диаграммного метода расчета по прочности линейных элементов конструкций из фибробетона на действие изгибающих моментов и продольных сил.

Многие современные исследователи концентрируют свою работу над повышением точности описания диаграмм «нагрузка — смещение» фибр в матрице композитов, для чего используют различные методики испытаний [32–34]. Преимущество описанного здесь устройства заключается в том, что оно позволяет с высокой точностью измерять деформации бетона, фибры и фибробетонных элементов, получать данные о нисходящей ветви диаграмм «нагрузка — смещение» фибр при их разрыве и при смещении их из бетона. Устройство также повышает информативность экспериментальных данных, поскольку конструкция экспериментальной установки предусматривает режим плавного разрушения образца или фибры, создавая условия, приближенные к условиям разрыва фибробетона в растянутой зоне изгибаемого линейного элемента.

Созданное устройство прошло апробацию в ходе научно-исследовательской работы по изучению механических свойств стальных фибр и фибробетонных образцов.

Первые испытания позволили уточнить предельную прочность стальной фибры, используемой при дисперсном армировании фибробетонных конструкций [15]. Дальнейшие испытания были посвящены исследованию анкеровки стальных фибр в бетонах различной прочности и состава. Экспериментальные данные, полученные с применением созданного устройства, позволили уточнить аналитические зависимости для вычисления значений координат характеристических точек диаграммы «нагрузка — смещение» гладкой стальной фибры и анкерной фибры с одним отгибом на концах [15; 16].

Полезные результаты были получены при испытании на установке фибробетонных элементов в виде «восьмерок», армированных стальными фибрами. Фибры в опытных образцах размещались параллельно друг другу вдоль оси приложения растягивающей нагрузки (см. рис. 7). Полученные данные позволили уточнить влияние коэффициента фибрового армирования на предельную прочность фибробетона при осевом растяжении и получить аналитические зависимости для описания диаграмм « $\sigma_{fbt} — \varepsilon_{fbt}$ » растяжения бетона с ориентированным фибровым армированием [35].

С применением созданной экспериментальной установки проведены исследования работы стальных анкерных фибр с одиночными отгибами на концах в мелкозернистом шлакобетоне и получены эмпирические зависимости, описывающие смещения фибр из бетона-матрицы. На основе полученных данных выведена математическая зависимость для определения коэффициента, характеризующего изменение величины вклада в работу фиброармированного элемента каждого волокна в зависимости от длины заделки этого волокна и соседних волокон в бетоне с учетом их ориентации в бетоне-матрице. Полученные в результате исследования данные позволили рассчитывать напряжения в центральном сечении изгибаемых фибробетонных конструкций на стадии трещинообразования [20].

Данные, полученные в ходе испытаний, позволили уточнить расчетные зависимости для построения диаграмм «нагрузка — смещение» фибр, заделанных в бетон-матрицу с различной длиной анкеровки. Такие диаграммы применяются для построения математической модели анализа напряженно-деформированного состояния нормального сечения изгибаемых фибробетонных элементов и для оценки прочности и надежности фибробетонных конструкций, работающих на изгиб [36–40].

4. Заключение

Для исследований работы фибр и фибробетонных элементов специально разработана и создана универсальная экспериментальная установка, на устройство которой и способы испытаний получены четыре патента РФ на изобретение.

1. Предложена оригинальная методика экспериментальных исследований анкеровки одиночных и групп фибр, а также бетона при растяжении, произведена модификация разработанной универсальной испытательной установки для их осуществления, получен.

2. Разработана оригинальная методика экспериментальных исследований фибробетонных изгибаемых элементов, предложены оригинальные приспособления для универсальной испытательной установки для их осуществления, на способ испытаний получен патент на изобретения РФ.

3. Проведены пионерные экспериментальные исследования работы фибр в бетоне при различных углах их расположения и приложения нагрузки на разработанной универсальной испытательной установке, доказана ее универсальность и применимость для широкого круга задач исследования.

4. Данные, полученные в ходе испытаний, позволили уточнить расчетные зависимости для построения диаграмм «нагрузка — смещение» фибр, заделанных в бетон-матрицу с различной ориентацией и длиной анкеровки.

5. Комплекс исследований, проведенных с применением созданной экспериментальной установки, позволил получить новые и уточнить существующие данные о диаграммах, характеризующих работу стальных фибр в бетоне. Такие диаграммы были применены для построения математической модели анализа напряженно-деформированного состояния нормального сечения изгибаемых фибробетонных элементов и для оценки прочности и надежности фибробетонных конструкций, работающих на изгиб.

Список литературы

1. *Маилян Л.Р., Шилов П.А.* Технология изготовления фибробетона с агрегированным ориентированным фибровым армированием и исследование его характеристик // Эксперт: теория и практика. 2023. № 2 (21). С. 53–59. https://doi.org/10.51608/26867818_2023_2_53 EDN: HIBUFH
2. *Stelmakh S.A., Shcherban E.M., Beskopylny A., Mailyan L.R., Meskhi B., Varavka V.* Quantitative and qualitative aspects of composite action of concrete and dispersion-reinforcing fiber // *Polymers*. 2022. Vol. 14. No. 4. Article no. 682. <https://doi.org/10.3390/polym14040682> EDN: OOSUAM
3. *Zeyad A.M.* Effect of fiber types on fresh properties and flexural toughness of self-compacting concrete // *J. Mater. Res. Technol.* 2020. Vol. 9. P. 4147–4158. <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2020.02.042> EDN: FJOKKD
4. *Bentur A., Mindess S.* Fibre reinforced cementitious composites. Second edition. New York, USA. Taylor & Francis Publ., 2007. 604 p. ISBN 041525048X, 9780415250481
5. *Талантова К.В.* Сталефибробетон. Конструкции. Терминология // Вестник Евразийской науки. 2020. № 4 (12). С. 69–71. <https://doi.org/10.15862/69SAVN420> EDN: NEGDOF
6. *Pupurs A., Varna J.* Fracture mechanics analysis of debond growth in a single-fiber composite under cyclic loading // *Mechanics of Composite Materials*. 2011. No. 47. P. 109–124. <https://doi.org/10.1007/s11029-011-9190-1>
7. *Talantova K.V.* Developing Basic Data for Designing Steel Fiber Concrete Based Structures // *Indian Journal of Science and Technology*. 2016. Vol. 9. No. 42. Article no. 104305. <https://doi.org/10.17485/ijst/2016/v9i42/104305> EDN: XFKNJT
8. *Корнеев А.М., Бузина О.П., Суханов А.В.* Программный комплекс имитационного моделирования процесса изменения напряженно-деформированного состояния неоднородных анизотропных объектов // Современные наукоемкие технологии. 2017. № 1. С. 41–45. EDN: XVBWVB
9. *Laranjeira F., Molins C., Aguado A.* Predicting the pullout response of inclined hooked steel fibers // *Cement and concrete research*. 2010. Vol. 40. Issue 10. P. 1471–1487. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2010.05.005>
10. *Пухаренко Ю.В., Пантелеев Д.А., Жаворонков М.И.* Влияние вида фибры и состава матрицы на их сцепление в фибробетоне // Вестник Сибирского государственного автомобильно-дорожного университета. 2022. Т. 19. № 3. С. 436–445. <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2022-19-3-436-445> EDN: OZZCHD
11. *Medeghini F., Tiberti G., Guhathakurta J., Simon S., Plizzari G.A., Mark P.* Fiber orientation and orientation factors in steel fiber-reinforced concrete beams with hybrid fibers: A critical review // *Structural Concrete*. 2025. Vol. 26. Iss. 1. P. 481–500. <https://doi.org/10.1002/suco.202400461> EDN: SFKKMS
12. *Суханов А.В., Шилов А.А., Маилян Л.Р.* Вероятностное моделирование распределения и ориентации фибр в сечениях железобетонных элементов // Эксперт: Теория и практика. 2024. № 3 (26). С. 103–111. https://doi.org/10.51608/26867818_2024_3_103 EDN: EMFHES
13. *Корнеев А.М., Бузина О.П., Суханов А.В.* Детерминированная математическая модель и алгоритм анализа напряженно-деформированного состояния изгибаемых элементов с дискретными волокнами // Современные наукоемкие технологии. 2016. № 9 (1). С. 57–62. EDN: UBWJID
14. *Abdallah S., Rees D.W.A.* Analysis of pull-out behaviour of straight and hooked end steel fibres // *Engineering*. 2019. Vol. 11. No. 6. P. 332–341. <https://doi.org/10.4236/eng.2019.116025>.
15. *Черноусов Н.Н., Черноусов Р.Н., Суханов А.В.* Исследование анкеровки стальной фибры в цементно-песчаном бетоне // Известия вузов. Строительство и архитектура. 2014. № 2. С. 96–103.
16. *Черноусов Н.Н., Черноусов Р.Н., Суханов А.В.* Исследование анкеровки стальной фибры в мелкозернистом шлакобетоне // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2015. № 5. С. 117–126.
17. *Ладыженский И.Г.* Способ испытания образцов строительных материалов на растяжение. Патент на изобретение RU 2001383 C1, кл. G 01 N 3/08, 1992.
18. *Черноусов Н.Н., Черноусов Р.Н., Суханов А.В., Прокофьев А.Н.* Способ испытания образцов строительных материалов на растяжение. Патент на изобретение RU 2544299 C2, заявл. 23.07.2013; опубл. 20.03.15. Бюл. № 8. № 2013134589/28.

19. Черноусов Н.Н., Черноусов Р.Н., Суханов А.В., Прокофьев А.Н. Устройство для испытания образцов материалов на совместное действие усилий растяжения, среза и изгиба. Патент на изобретение RU 2548391 С1, заявл. 19.12.13; опубл. 20.04.15. Бюл. № 11. № 2013156559/28.
20. Корнеев А.М., Бузина О.П., Суханов А.В., Шипулин И.А. Математическое моделирование процесса взаимовлияния стальных фибр в сечении изгибаемого элемента из сталефиброшлакобетона // *Фундаментальные исследования*. 2016. № 4 (3). С. 506–511.
21. Черноусов Н.Н., Черноусов Р.Н., Суханов А.В., Прокофьев А.Н., Ливенцева В.А. Способ экспериментального определения статико-динамических характеристик бетона. Патент на изобретение RU 2545781 С1, заявл. 17.09.13; опубл. 10.04.15. Бюл. № 10. № 2013142518/15.
22. Черноусов Н.Н., Черноусов Р.Н., Суханов А.В., Прокофьев А.Н., Ливенцева В.А. Способ экспериментального определения статико-динамических характеристик бетона в условиях циклических нагружений. Патент на изобретение RU 2547348 С1, заявл. 19.11.13; опубл. 10.04.15. Бюл. № 10. № 2013151500/28.
23. Grünwald S., Laranjeira F., Walraven J., Aguado A., Molins C. Improved tensile performance with fiber reinforced self-compacting concrete // *High Performance Fiber Reinforced Cement Composites*. 2012. Vol. 6. P. 51–58.
24. Pupurs A. Load bearing capacity prediction of steel fiber reinforced concrete elements subjected to bending loads. Doctoral Thesis. Riga : Institute of Structural Engineering and Reconstruction, 2011.
25. Pupurs A., Varna J. 3-D FEM modeling of fiber/matrix interface debonding in UD composites including surface effects // *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. 2012. Vol. 31. Article no. 012001. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/31/1/012001>
26. Zhan Y. Multilevel modeling of fiber-reinforced concrete and application to numerical simulations of tunnel lining segments. Doctoral Thesis. Germany : Ruhr University Bochum, 2016.
27. Löfgren I. Fibre-reinforced concrete for industrial construction. Doctoral Thesis. Chalmers University of technology, Göteborg. Sweden, 2005. 275 p. URL: <https://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/8627/8627.pdf> (accessed: 10.12.2025).
28. Ahmadvashghbash S., Mehdikhani M., Swolfs Y. Methods and models for fibre-matrix interface characterisation in fibre-reinforced polymers: a review // *International Materials Reviews*. 2023. Vol. 68. No. 8. P. 1245–1319. <https://doi.org/10.1080/09506608.2023.2265701> EDN: APWAZW
29. Alwan J.M., Naaman A.E., Guerrero P. Effect of mechanical clamping on the pull-out response of hooked steel fibers embedded in cementitious matrices // *Concrete science and engineering*. 1999. Vol. 1. No. 1. P. 15–25. ISSN 1295-2826
30. Sujivorakul C. Model of hooked steel fibers reinforced concrete under tension // Parra-Montesinos G.J., Reinhardt H.W., Naaman A.E. (eds). *High Performance Fiber Reinforced Cement Composites 6*. RILEM State of the Art Reports. Springer, Dordrecht, 2012. Vol. 2. P. 19–26. https://doi.org/10.1007/978-94-007-2436-5_3
31. Ma Y., Xiao H., Lin Yu., Yang G., Li Ya., Wu J. Pull-out behavior of steel fiber in reinforced concrete with different fiber shapes, embedment depths and matrix composition // *Journal of Building Engineering*. 2025. No. 113. Article no. 114141. <https://doi.org/10.1016/j.jobbe.2025.114141> EDN: HVUOXV
32. Poveda E., Yu R. C., Tarifa M., Ruiz G., Cunha V.M.C.F., Barros J.A.O. Rate effect in inclined fibre pull-out for smooth and hooked-end fibres: a numerical study // *International Journal of Fracture*. 2020. Vol. 223. No. 1. P. 135–149. <https://doi.org/10.1007/s10704-019-00404-7> EDN: XLACCG
33. Georgiadi-Stefanidia K., Panagouli O., Kapatsina A. Numerical modelling of the pull-out response of inclined hooked steel fibres // *Advances in Concrete Construction*. 2015. Vol. 3. No. 2. P. 127–143. <http://doi.org/10.12989/acc.2015.3.2.127>.
34. Katouzian M., Vlase S. A Review of the methods used in the study of creep behavior of fiber-reinforced composites and future developments // *Applied Sciences*. 2025. Vol. 15. No. 13. Article no. 7265. <https://doi.org/10.3390/app15137265> EDN: LWEXRJ
35. Korneev A.M., Buzina O.P., Sukhanov A.V., Shipulin I.A., Shipulin N.A. Mathematical modeling of stress-strain state of composites reinforced with discrete fibers in tension and compression, taking into account physical nonlinearity // *Theoretical & Applied Science*. 2016. No. 6. P. 124–130. <https://doi.org/10.15863/TAS.2016.06.38.26> EDN: WCNLXX
36. Корнеев А.М., Бузина О.П., Суханов А.В. Математическое моделирование и анализ напряженно-деформированного состояния неоднородных сред с непрерывными и дискретными волокнами // *Фундаментальные исследования*. 2016. № 8-1. С. 39–44. EDN: WHOECZ
37. Корнеев А.М., Бузина О.П., Суханов А.В., Шипулин И.А. Вероятностная математическая модель оценки начальной надежности изгибаемых элементов, дисперсно-армированных дискретными волокнами // *Фундаментальные исследования*. 2016. № 9–3. С. 489–494. EDN: WMSOSF
38. Kochkarev D., Galinska T., Tkachuk O. Normal sections calculation of bending reinforced concrete and fiber concrete elements // *International Journal of Engineering & Technology*. 2018. Vol. 7. No. 3. P. 176–182. <https://doi.org/10.14419/ijet.v7i3.2.14399> EDN: SFKRQY
39. Löfgren I. Beräkningsmetod för fiberbetong i bärande konstruktioner // *ByggTeknik*. 2007. Vol. 96. No. 7. P. 32–40. URL: https://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/9240/local_9240.pdf (дата обращения: 10.12.2025).

40. Abid A., Franzen K.B. Design of fibre reinforced concrete beams and slabs. Chalmers University of Technology. Göteborg, Sweden, 2011. p. 112. URL: <https://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/146607.pdf> (дата обращения: 10.12.2025).

References

1. Mailyan LR, Shilov PA. Technology of making fiber concrete with aggregated oriented fiber reinforcement and the analysis of its characteristics. *Expert: Theory and Practice*. 2023;2(21):53–59. (In Russ.) https://doi.org/10.51608/26867818_2023_2_53 EDN: HIBUFH
2. Stelmakh SA, Shcherban EM, Beskopylny A, Mailyan LR, Meskhi B, Varavka V. Quantitative and qualitative aspects of composite action of concrete and dispersion-reinforcing fiber. *Polymers*. 2022;14(4):682. <https://doi.org/10.3390/polym14040682> EDN: OOSUAM
3. Zeyad AM. Effect of fiber types on fresh properties and flexural toughness of self-compacting concrete. *Journal of Materials Research and Technology*. 2020;9:4147–4158. <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2020.02.042> EDN: FJOKKD
4. Bentur A, Mindess S. *Fibre reinforced cementitious composites*. 2nd ed. New York, USA: Taylor & Francis Publ.; 2007. ISBN 041525048X, 9780415250481
5. Talantova KV. Steel fiber concrete. Carcass. Terminology. *Bulletin of Eurasian Science*. 2020;4(12):69–71. (In Russ.) <https://doi.org/10.15862/69SAVN420> EDN: NEGDOF
6. Pupurs A, Varna J. Fracture mechanics analysis of debond growth in a single-fiber composite under cyclic loading. *Mech Compos Mater*. 2011;47:109–124. <https://doi.org/10.1007/s11029-011-9190-1>
7. Talantova KV. Developing basic data for designing steel fiber concrete based structures. *Indian J Sci Technol*. 2016;9(42):104305. <https://doi.org/10.17485/ijst/2016/v9i42/104305> EDN: XFKNJT
8. Korneev AM, Buzina OP, Sukhanov AV. Software simulation of changes stress-strain state of an inhomogeneous anisotropic objects. *Modern Advanced Technologies*. 2017;(1):41–45. (In Russ.) EDN: XVBWVB
9. Laranjeira F, Molins C, Aguado A. Predicting the pullout response of inclined hooked steel fibers. *Cement and Concrete Research*. 2010;40:1471–1487. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2010.05.005>
10. Pukharenyo YV, Panteleev DA, Zhavoronkov MI. Influence of fiber type and matrix composition on adhesive strength in fiber reinforced concrete. *The Russian Automobile and Highway Industry Journal*. 2022;19(3):436–445. (In Russ.) <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2022-19-3-436-445> EDN: OZZCHD
11. Medeghini F, Tiberti G, Guhathakurta J, et al. Fiber orientation and orientation factors in steel fiber-reinforced concrete beams with hybrid fibers: A critical review. *Structural Concrete*. 2025;26(1):481–500. <https://doi.org/10.1002/suco.202400461> EDN: SFKKMS
12. Sukhanov AV, Shilov AA, Mailyan LR. Robabilistic modeling of distribution and orientation of fibers in sections of fiber-reinforced concrete elements. *Expert: Theory and Practice*. 2024;3(26):103–111. (In Russ.) https://doi.org/10.51608/26867818_2024_3_103 EDN: EMFHEC
13. Korneev AM, Buzina OP, Sukhanov AV. Deterministic mathematical model and algorithm analysis of stress-strain state bent elements with discontinuous fibers. *Modern Advanced Technologies*. 2016;(9-1):57–62. (In Russ.) EDN: UBWJID
14. Abdallah S, Rees DWA. Analysis of pull-out behaviour of straight and hooked end steel fibres. *Engineering*. 2019;11(6):332–341. <https://doi.org/10.4236/eng.2019.116025>
15. Chernousov NN, Chernousov RN, Sukhanov AV. Study of steel fiber anchorage in cement-sand concrete. *News of Universities: Construction and Architecture*. 2014;(2):96–103. (In Russ.)
16. Chernousov NN., Chernousov RN, Sukhanov AV. Study of steel fiber anchorage in fine-grained cinder concrete. *Bulletin of Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering*. 2015;(5):117–126. (In Russ.)
17. Ladyzhensky IG. *Method for testing samples of building materials for tension*. Patent for invention RU 2001383 C1, cl. G 01 N 3/08, 1992. (In Russ.)
18. Chernousov NN, Chernousov RN, Sukhanov AV, Prokofiev AN. *Method for testing samples of building materials for tension*. Patent for invention RU 2544299 C2. 20 Mar 2015;(8). Application No. 2013134589/28. (In Russ.)
19. Chernousov NN, Chernousov RN, Sukhanov AV, Prokofiev AN. *Device for testing material samples for the combined action of tensile, shear, and bending forces*. Patent for invention RU 2548391 C1. 20 Apr 2015;(11). Application No. 2013156559/28. (In Russ.)
20. Korneev AM, Buzina OP, Sukhanov AV, Shipulin IA. Mathematical modeling of process mutual influence of steel fibers in the cross section in the bending steel fiber reinforced slag concrete element. *Fundamental Research*. 2016;4(3):506–511. (In Russ.)
21. Chernousov NN, Chernousov RN, Sukhanov AV, Prokofiev AN, Liventseva VA. *Method for experimental determination of static-dynamic characteristics of concrete*. Patent for invention RU 2545781 C1. 10 Apr 2015;(10). Application no. 2013142518/15. (In Russ.)

22. Chernousov NN, Chernousov RN, Sukhanov AV, Prokofiev AN, Liventseva VA. *Method for experimental determination of static-dynamic characteristics of concrete under cyclic loading*. Patent for invention RU 2547348 C1. 10 Apr 2015;(10). Application no. 2013151500/28. (In Russ.)
23. Grünwald S, Laranjeira F, Walraven J, Aguado A, Molins C. Improved tensile performance with fiber reinforced self-compacting concrete. In: *High Performance Fiber Reinforced Cement Composites 6*. 2012:51–58.
24. Pupurs A. *Load bearing capacity prediction of steel fiber reinforced concrete elements subjected to bending loads*. Riga: Institute of Structural Engineering and Reconstruction; 2011.
25. Pupurs A, Varna J. 3-D FEM modeling of fiber/matrix interface debonding in UD composites including surface effects. *IOP Conf Ser: Mater Sci Eng*. 2012;31:012001. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/31/1/012001>
26. Zhan Y. *Multilevel modeling of fiber-reinforced concrete and application to numerical simulations of tunnel lining segments*. Doctoral Thesis. Bochum: Department of Civil and Environmental Engineering Ruhr University Bochum, Germany; 2016.
27. Löfgren I. *Febre-reinforced concrete for industrial construction*. Doctoral Thesis. Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden; 2005. Available from: <https://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/8627/8627.pdf> (accessed: 10.12.2025).
28. Ahmadvashghbash S, Mehdikhani M, Swolfs Y. Methods and models for fibre-matrix interface characterisation in fibre-reinforced polymers: a review. *International Materials Reviews*. 2023;68(8):1245–1319. <https://doi.org/10.1080/09506608.2023.2265701>
29. Alwan JM, Naaman AE, Guerrero P. Effect of mechanical clamping on the pull-out response of hooked steel fibers embedded in cementitious matrices. *Concrete Science and Engineering*. 1999;1(1):15–25. ISSN 1295-2826
30. Sujivorakul C. Model of hooked steel fibers reinforced concrete under tension. In: Parra-Montesinos G.J., Reinhardt H.W., Naaman A.E. (eds). *High Performance Fiber Reinforced Cement Composites 6. RILEM State of the Art Reports*. Springer, Dordrecht, 2012;2:19–26. https://doi.org/10.1007/978-94-007-2436-5_3
31. Ma Y, Xiao H, Lin Yu, Yang G, Li Ya, Wu J. Pull-out behavior of steel fiber in reinforced concrete with different fiber shapes, embedment depths and matrix composition. *Journal of Building Engineering*. 2025;113:114141. <https://doi.org/10.1016/j.jobe.2025.114141> EDN: HVUOXV
32. Poveda E, Yu R, Tarifa M, et al. Rate effect in inclined fibre pull-out for smooth and hooked-end fibres: a numerical study. *Int J Fract*. 2020;223(1–2):135–149. <https://doi.org/10.1007/s10704-019-00404-7> EDN: XLACCG
33. Georgiadi-Stefanidia K, Panagouli O, Kapatsina A. Numerical modelling of the pull-out response of inclined hooked steel fibres. *Advances in concrete construction*. 2015;3(2):127–143. <http://doi.org/10.12989/ACC.2015.3.2.127>
34. Katouzian M, Vlase S. A Review of the methods used in the study of creep behavior of fiber-reinforced composites and future developments. *Applied Sciences*. 2025;15:7265. <https://doi.org/10.3390/app15137265> EDN: LWEXRJ
35. Korneev AM, Buzina OP, Sukhanov AV, Shipulin IA, Shipulin NA. Mathematical modeling of stress-strain state of composites reinforced with discrete fibers in tension and compression, taking into account physical nonlinearity. *Theoretical & Applied Science*. 2016;(6):124–130. <https://doi.org/10.15863/TAS.2016.06.38.26> EDN: WCNLXX
36. Korneev AM, Buzina OP, Sukhanov AV. Deterministic mathematical model of matrix's stress-strain state of with continuous and discontinuous fibers. *Fundamental Research*. 2016;(8-1):39–44. (In Russ.) EDN: WHOECZ
37. Korneev AM, Buzina OP, Sukhanov AV, Shipulin IA. Probability mathematical model of initial reliability assessment of bent elements, reinforced discontinuous fibers. *Fundamental Research*. 2016;(9-3):489–494. (In Russ.) EDN: WMSOSF
38. Kochkarev D, Galinska T, Tkachuk O. Normal sections calculation of bending reinforced concrete and fiber concrete elements. *International Journal of Engineering and Technology (UAE)*. 2018;7(3):176–182. <https://doi.org/10.14419/ijet.v7i3.2.14399> EDN: SFKRQY
39. Löfgren I. Beräkningsmetod för fiberbetong i bärande konstruktioner. *ByggTeknik*. 2007;96(7):32–40. Available from: https://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/9240/local_9240.pdf (accessed: 10.12.2025).
40. Abid A, Franzen KB. *Design of fibre reinforced concrete beams and slabs*. Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden; 2011. p. 112. Available from: <https://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/146607.pdf> (accessed: 10.12.2025).