

## РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

DOI: 10.22363/1815-5235-2025-22-1-39-52

EDN: IFENZJ

Научная статья / Research article

### Рациональное очертание деревянных балок

М.С. Лисятников<sup>id</sup>, А.В. Репин<sup>id</sup>, К.М. Терентьев<sup>id</sup>, С.И. Рощина<sup>✉id</sup>

Владимирский государственный университет им. А.Г. и Н.Г. Столетовых, Владимир, Российская Федерация

✉ rsi3@mail.ru

Поступила в редакцию: 5 января 2026 г.

Доработана: 13 февраля 2026 г.

Принята к публикации: 17 февраля 2026 г.

**Аннотация.** Деревянные конструкции, в частности дощатоклееные балки, обладают рядом достоинств, способствующих их широкому применению в промышленном и гражданском строительстве. Разработка и исследование конструктивных решений, позволяющих более рационально использовать прочностные характеристики конструкционной древесины, являются одним из актуальных направлений повышения эксплуатационных качеств деревянных конструкций. Объект исследования — деревянные балки прямоугольного сечения, нагруженные равномерно распределенной нагрузкой, очертание которых построено на основе траекторий равнопрочности балок при изгибе и скалывании. Построение очертания рациональных деревянных балок (РДБ) основывалось на определении координат узловых точек путем построения прямых, касательных к контуру равнопрочной балки. РДБ представляет собой балку с участком постоянной жесткости в середине пролета и подрезками в опорных зонах. Целью такого подхода являлось создание ресурсоэффективной балочной конструкции из клееной древесины, отличающейся меньшей материалоемкостью по сравнению с балками постоянной высоты сечения по всей длине пролета, а также относительной простотой исполнения. Результаты исследования показывают, что относительные значения параметров РДБ, такие как высота опорного сечения относительно максимальной высоты сечения  $h_{sup}/h$ , длина подрезки относительно пролета  $l_{cut}/L$  и угол подрезки  $\alpha_{cut}$ , зависят только от соотношения максимальной высоты сечения к пролету  $h/L$ . Изменение же ширины сечения  $b$  и значения внешней нагрузки  $q$  никакого влияния на них не оказывают. Теоретическая экономия конструкционной древесины 1 и 2-го сортов составляет 6.2 %...18.3 %.

**Ключевые слова:** деревянные балки переменной жесткости, равнопрочные деревянные балки, деревянные балки рационального очертания, ресурсоэффективные деревянные балки, экономия конструкционной древесины

**Вклад авторов:** Лисятников М.С. — научное руководство, концепция исследования, развитие методологии, написание исходного текста, итоговые выводы; Репин А.В. — развитие методологии, доработка текста; Терентьев К.М. — развитие методологии, доработка текста; Рощина С.И. — научное руководство, итоговые выводы. Авторы ознакомлены с окончательной версией статьи и одобрили ее.

**Заявление о конфликте интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Лисятников Михаил Сергеевич**, кандидат технических наук, доцент кафедры строительных конструкций, Владимирский государственный университет им. А.Г. и Н.Г. Столетовых (ВлГУ); Российская Федерация, 600000, г. Владимир, ул. Горького, д. 87; eLIBRARY SPIN-код: 4089-7216, ORCID: 0000-0002-5262-6609; e-mail: mlisyatnikov@mail.ru

**Репин Александр Владимирович**, студент, кафедра строительных конструкций, Владимирский государственный университет им. А.Г. и Н.Г. Столетовых (ВлГУ), Российская Федерация, 600000, г. Владимир, ул. Горького, д. 87; eLIBRARY SPIN-код: 8623-6207, ORCID: 0009-0003-3011-7883; e-mail: avlr@bk.ru

**Терентьев Кирилл Михайлович**, аспирант, ассистент кафедры строительных конструкций, Владимирский государственный университет им. А.Г. и Н.Г. Столетовых (ВлГУ), Российская Федерация, 600000, г. Владимир, ул. Горького, д. 87; eLIBRARY SPIN-код: 5134-7370, ORCID: 0009-0001-8678-1121; e-mail: terenzenet@gmail.com

**Рощина Светлана Ивановна**, доктор технических наук, профессор, заведующая кафедрой строительных конструкций, Владимирский государственный университет им. А.Г. и Н.Г. Столетовых (ВлГУ), Российская Федерация, 600000, г. Владимир, ул. Горького, д. 87; eLIBRARY SPIN-код: 4159-8636, ORCID: 0000-0003-0356-1383; e-mail: rsi3@mail.ru

© Лисятников М.С., Репин А.В., Терентьев К.М., Рощина С.И., 2026

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

**Благодарности.** Работа выполнена в рамках государственного задания в сфере научной деятельности Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема FZUN-2024-0004, госзадание ВЛГУ).

**Для цитирования:** Лисятников М.С., Репин А.В., Терентьев К.М., Рощина С.И. Рациональное очертание деревянных балок // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2026. Т. 22. № 1. С. 39–52. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2026-22-1-39-52> EDN: IFEHZZ

## Rational Outline of Timber Beams

Mikhail S. Lisyatnikov<sup>ORCID</sup>, Alexander V. Repin<sup>ORCID</sup>, Kirill M. Terentyev<sup>ORCID</sup>, Svetlana I. Roshchina<sup>ORCID</sup>

Vladimir State University named after Alexander and Nikolay Stoletovs, *Vladimir, Russian Federation*

✉ rsi3@mail.ru

Received: January 5, 2026

Revised: February 13, 2026

Accepted: February 17, 2026

**Abstract.** Timber structures, in particular glued laminated beams, have a number of advantages that contribute to their wide use in industrial and civil construction. The development and research of design solutions that utilize the strength properties of structural timber more efficiently is a key area for improving the performance of timber structures. The object of this study is a timber beam of rectangular cross-section loaded with a uniformly distributed load, the outline of which is based on the uniform-strength trajectories of beams in bending and horizontal shear. The construction of the outline of rational timber beams (RTB) was based on determining the coordinates of nodal points by constructing straight lines tangent to the contour of a beam of uniform strength. The RTB is a beam with a zone of constant rigidity in the middle of the span and undercuts in the support zones. The purpose of this approach was to create a resource-efficient beam structure made of glued timber, characterized by lower material consumption compared to beams of constant cross-section height along the entire span, as well as relative ease of manufacturing. The results of the study show that the relative values of the RTB parameters, such as: the height of the support section relative to the maximum height of the section  $h_{sup}/h$ , the length of the undercut relative to the span  $l_{cut}/L$  and the angle of the undercut  $\alpha_{cut}$ , depend only on the ratio of the maximum height of the section to the span  $h/L$ . The change in the width of the section  $b$  and the value of the external load  $q$  have no effect on them. The theoretical savings of structural timber of grades 1 and 2 are 6.2%...18.3%.

**Keywords:** timber beams of variable rigidity, timber beams of uniform strength, timber beams of rational outline, resource-efficient timber beams, structural timber saving

**Authors' contribution:** *Lisyatnikov M.S.* — supervision, conceptualization, methodology, text draft; *Repin A.V.* — methodology, text editing, conclusions; *Terentyev K.M.* — methodology, text editing; *Roschina S.I.* — supervision, conclusions. The authors read and approved the final version of the article.

**Conflicts of interest.** The authors declare that there is no conflict of interest.

**Acknowledgements.** The study was conducted under the state assignment in the field of scientific activity of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (topic FZUN-2024-0004, state assignment of the Vladimir State University).

**For citation:** Lisyatnikov M.S., Repin A.V., Terentyev K.M., Roshchina S.I. Rational outline of timber beams. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2026;22(1):39–52. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2026-22-1-39-52> EDN: IFEHZZ

### 1. Введение

Несущие деревянные конструкции (ДК) нашли широкое применение при возведении зданий и сооружений благодаря своим физическим и механическим свойствам, а также возобновляемости, углеродной нейтральности и экономичности [1–5]. Сравнению ДК с другими видами строительных конструкций посвящена работа [6]. Одним из способов повышения их эксплуатационных качеств является совершенствование конструктивных решений путем поиска улучшенных форм поперечного сечения, рационального очертания оси элемента, а также за счет применения переменной жесткости, например, рассмотренной в работах [7]. Принятие конструктивно оправданного решения на этапе проектирования позволяет снизить стоимость конструкции и сократить затраты на строительство и эксплуатацию, что демонстрирует проектирование олимпийских объектов из древесины в Российской Федерации. Следовательно, совершенствование конструктивных решений несущих элементов остается актуальной задачей для строительной отрасли.

Принятие технически обоснованного решения на этапе проектирования позволяет снизить общую стоимость конструкции и сократить затраты на строительство и эксплуатацию всего здания или сооружения в целом. Этот процесс связан с моделированием и сложными математическими вычислениями. Суще-

ствующие подходы включают множество вариационных методов расчета, развитую теорию равнопрочности [8], а также численные методы конечных элементов, описанные в работах [9; 10], однако они требуют значительных вычислительных ресурсов и специализированного программного обеспечения.

Изменчивость свойств древесины, как природного материала, создает проблемы при точной оценке механических свойств клееных балок. Поэтому крайне важно разработать и проверить модели прогнозирования механических свойств, чтобы в полной мере использовать потенциал этого материала [11]. Стохастическая модель, открывающая возможность установления связей коэффициентов запаса прочности с индивидуальными механическими свойствами путем объединения инструментов структурного анализа с вероятностными описаниями деревянных досок, стала важным шагом в проектировании конструкций из древесины, в том числе для повышения конкурентоспособности древесины по сравнению с другими строительными материалами [12]. Трансверсально-изотропная модель оказалась наиболее применима для описания клееных конструкций благодаря усреднению анизотропных свойств в многослойном массиве [13]. Структурное совершенствование тесно связано с распределением волокон по высоте сечения. Угол наклона волокон должен зависеть от величины приложенной нагрузки, что привело к разработке номограммы для рационального расположения ламелей, где доля низкокачественной древесины не должна превышать 50 %. Экспериментальный и численный анализ [14] указывает на преимущества использования древесины твердых пород для производства клееных балок, даже в комбинированной конфигурации, в которой слои в середине поперечного сечения изготовлены из низкосортной древесины, что открывает широкие возможности для оптимизации сырья. Исследование [15] тоже доказывает эффективное использование сырья в клееных балках путем вставки ламелей более низкого качества в менее нагруженные зоны, как правило в середине балки.

Влияние геометрических параметров на напряженное состояние численно установлено в [16]. Высота сечения влияет на напряжения параболически, толщина стенки и модуль упругости влияют линейно. Авторы подтверждают теорию о том, что в очертании балок ось высоты является наиболее критичным параметром формообразования конструкции. Деревянные ламели в составе клееных конструкций содержат сучки, образовавшиеся в результате естественного процесса *роста дерева, которые существенно влияют на механические свойства* [17]. Учет расположения сучков и зубчатых соединений в клееных балках может вызывать значительную концентрацию напряжений и деформаций, что было доказано в [18]. В опорных зонах высоких балок концентрируются особые напряжения, в процессе исследования которых был предложен инженерный расчет максимальных напряжений с учетом реологических свойств древесины и разработан метод усиления полимерами на основе стеклоткани с углеродными нанотрубками, повышающий прочность на скалывание на 10–20 % [19]. Разработанный метод усиления доказал возможность ресурсосбережения древесины в клееных балках при сохранении проектной прочности [20]. Исследование [21] демонстрирует, что замена до 34 % ламелей древесиной пониженного качества (после огневого воздействия в результате лесного пожара) снижает несущую способность лишь на 2,5 %.

Пути совершенствования геометрии балок развивались от отдельных формул к комплексным методам расчета и проектирования [22]. В [23] предложено решение для косоугольного изгиба прямоугольных брусьев методом Лагранжа, минимизирующее площадь сечения при ограничениях прочности. В статье был разработан вариационный метод расчета и получена система интегральных уравнений для расчета усилий во всех компонентах конструкции многослойной балки [24]. Простой метод оптимизации ферм типа «ножницы», разработанный в [25], выявил, что уклон верхнего пояса минимизирует усилия благодаря масштабированию диаграмм нагрузок.

Численные методы конечных элементов (МКЭ) стали стандартом при анализе сложных конструкций. Численное моделирование балок из клееного бруса представляет собой сложную задачу, например, квазихрупкая природа древесины требует моделирования механизмов прогрессирующего разрушения и нелинейного поведения при нагрузке [26]. Моделирование в Matlab может с высокой точностью прогнозировать изгибную жесткость и обеспечивает достаточно точные прогнозы *изгибной прочности* клееных балок [27]. Разработка модели в программном комплексе ANSYS позволяет моделировать напряженно-деформированное состояние любой сложности. На практике крупномасштабного проектирования моделирование сетчатого деревянного купола диаметром 100 м позволило снизить расход древесины на 10–15 % [28]. Методика расчета устойчивости дощатоклееных балок переменного сечения, предложенная авторами [29], при применении метода Бубнова — Галеркина, выявила занижение нормативных коэффициентов. Составные деревянные элементы, соединенные нагелями, были исследованы в [30], показав коэффициенты податливости в диапазоне 0,85–0,93. Наблюдается тенденция к увеличению использования

клееного бруса во все более тонких конструкциях, что требует особого внимания к эффектам потери устойчивости, таким как боковое выпучивание [31]. Боковое выпучивание узких балок при раскреплении, исследованное в [32], уточнено в ортотропной постановке с формулой, выявившей завышение показателей норм при одном раскреплении. Исследованию внеплоскостного изгиба клееных конструкций посвящено исследование [33], в котором представлено сравнение характеристик изгиба и сдвига балок из CLT и GLT.

Развитие критериев прочности шло параллельно с совершенствованием норм, как показано в [34]. Авторы исследования обосновали недостаточность расчетов Навье — Журавского для клееных конструкций и предложили тензориальный критерий Ашкенази с проверками радиальных напряжений и отрыва поперек волокон в приопорных зонах. В [35] выполнена критическая переоценка строительных норм в области деревянных конструкций и выявлены ошибки в коэффициентах для бокового выпучивания. Авторы подготовили таблицы для всех типов креплений с уточнением формул и форм эпюры. Результаты натурных испытаний подтвердили теоретические предпосылки с расхождением не более 12 %. Результаты показывают необходимость уточнения нормативной базы для конструктивно оправданных очертаний деревянных конструкций и обоснованность применения принципа равнопрочности в практических расчетах.

Практическая реализация подтверждает обоснованность усовершенствования форм ДК. Технически обоснованные конструкции активно внедряются в проектирование реальных объектов. Составные деревокомпозитные балки с механическими связями, разработанные в [36], повысили прочность в 1,5–1,8 раза и жесткость в 2,5–3 раза. Программное обеспечение [37] позволяет автоматизировать расчет преднапряженных составных балок с равномерным распределением напряжений.

Проведя анализ использования деревянных конструкций в строительстве, в том числе путей совершенствования формы и компоновки поперечного сечения, можно сделать вывод об актуальности исследования несущих ДК. Современные авторы занимаются поиском конструктивных решений, направленных на ресурсосбережение древесины без снижения итоговой прочности. Большая часть исследований связана с использованием композитных материалов, составных конструкций или уточнению норм проектирования. Использование же технически оправданных форм конструкций или компоновки поперечного сечения не находит широкого распространения в публикациях. Данные факторы позволили авторам сформулировать цель исследования. Она заключалась в определении очертания деревянной балки, при котором будут наиболее полно использоваться прочностные характеристики конструкционной древесины. Кроме того, была проведена оценка эффективности полученных решений.

В качестве объекта исследования рассматриваются дощато-клееные балки перекрытия и покрытия прямоугольного сечения на двух шарнирных опорах, нагруженные равномерно распределенной нагрузкой.

В качестве критерия эффективности данного решения принято отношение расхода древесины балок рационального очертания к балкам постоянной жесткости по всей длине.

Очертание рациональной деревянной балки (РДБ) сформировано путем построения касательных к диаграмме функции высоты сечения равнопрочной балки постоянной ширины сечения. Таким способом достигается линейность изменения жесткости в приопорных зонах конструкции, а в середине пролета высота сечения остается постоянной.

## 2. Методы

На первом этапе исследования было выполнено построение контура равнопрочной балки в виде диаграмм зависимости высоты сечения от распределения изгибающих моментов и поперечной силы  $y = h_Q(x)$  вдоль оси элемента (рис. 1).

Высоту сечения равнопрочной балки выражали из условий прочности деревянных балок по нормальным и касательным напряжениям:

$$\sigma = \frac{M(x)}{W(x)} \leq R_{\text{н}}, \quad (1)$$

$$\tau = \frac{Q(x)S(x)}{bJ(x)} \leq R_{\text{ск}}, \quad (2)$$

где  $M(x) = qx(L-x)/2$  — функция распределения изгибающих моментов вдоль оси балки;  $Q(x) = q(L/2 - x)$  — функция распределения поперечной силы вдоль оси балки;  $W(x) = bh(x)^2/6$  — момент сопротивления сечений балки переменной жесткости;  $S(x) = bh(x)^2/8$  — статический момент сечений балки переменной

жесткости;  $J(x) = bh(x)^3/12$  — момент инерции сечений балки переменной жесткости;  $b$  — ширина сечения балки;  $R_{\text{И}}$ ,  $R_{\text{СК}}$  — расчетные сопротивления древесины соответственно изгибу и скалыванию.

Подставляли выражения для  $M(x)$  и  $W(x)$  в формулу (1), выражения для  $Q(x)$ ,  $S(x)$  и  $J(x)$  подставляли в формулу (2) и выражали переменную высоту сечения  $h(x)$ :

$$\sigma = \frac{6qx(L-x)}{2bh(x)^2} = R_{\text{И}} \Rightarrow h_M(x) = \sqrt{\frac{3qx(L-x)}{bR_{\text{И}}}}, \quad (3)$$

$$\tau = \frac{12qx(L/2-x) \cdot bh(x)^2}{8b \cdot bh(x)^3} = \frac{1,5qx(L/2-x)}{bh(x)} = R_{\text{СК}} \Rightarrow h_Q(x) = \frac{1,5q(L/2-x)}{bR_{\text{СК}}}. \quad (4)$$

Далее выполняли построение трех касательных к кривой функции  $h_M(x)$ . Одна из них проходила горизонтально через ее экстремум (точку  $D$ ), ордината которой соответствует максимальной высоте сечения в середине пролета  $h_{\text{max}}$ . Две другие касательные построены из точек  $A$  и  $G$ , ординаты которых соответствуют высотам опорных сечений  $h_{\text{оп}}$ . Эти касательные являлись, в свою очередь, экстремумами функции  $h_Q(x)$  и касались графика функции  $h_M(x)$  в точках  $B$  и  $E$ . Решение задачи по определению рационального очертания деревянной балки сводилось к определению координат узловых точек контура  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $F$ ,  $G$  (рис. 1).

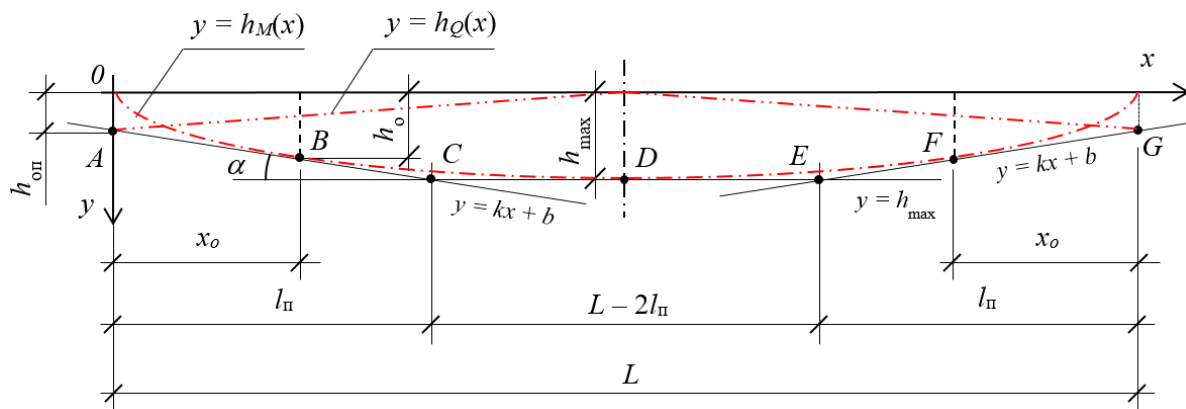


Рис. 1. Схема определения рационального очертания деревянной балки

Источник: выполнено А.В. Репиным.

На втором этапе рассматривали половину пролета балки от начала координат и определяли координаты точек  $A$ ,  $D$  и  $G$ . Задавались системой координат с началом в точке  $O$ , совпадающей с начальной точкой диаграммы  $h_M(x)$ , ось  $y$  направляли вертикально вниз. Абсциссы точек  $A$ ,  $D$  и  $G$  соответствовали началу, середине и концу пролета балки:  $x_A = 0$ ;  $x_D = L/2$ ;  $x_G = L$ . Ординаты точек  $A$ ,  $D$  и  $G$  соответствовали высотам опорных сечений и в середине пролета (максимальной высоте):  $y_A = y_G = h_{\text{оп}}$ ;  $y_D = h_{\text{max}}$ . Итоговые координаты точек выглядели следующим образом:  $A(0; h_{\text{оп}})$ ,  $D(L/2; h_{\text{max}})$ ,  $G(L; h_{\text{оп}})$ .

Таким образом, исходя из вышесказанного, получили следующие уравнения:

$$y_D = h_{\text{max}} = h_M(L/2) = \sqrt{\frac{3qL(L-L/2)/2}{bR_{\text{И}}}} = L \sqrt{\frac{0,75q}{bR_{\text{И}}}}, \quad (5)$$

$$y_A = h_{\text{оп}} = h_Q(0) = \frac{1,5q(L/2-0)}{bR_{\text{СК}}} = \frac{0,75qL}{bR_{\text{СК}}}. \quad (6)$$

На следующем этапе составляли уравнения касательной к кривой  $h_M(x)$ :

$$y = h_M(x_o) + h_M'(x_o)(x - x_o) = \sqrt{\frac{3qx_o(L - x_o)}{bR_{И}}} + \left( \sqrt{\frac{3qx_o(L - x_o)}{bR_{И}}} \right)' (x - x_o) \Rightarrow$$

$$y = \sqrt{\frac{0,75q}{bR_{И}x_o(L - x_o)}} (Lx_o + x(L - 2x_o)), \quad (7)$$

$$\text{где } h_M'(x_o) = \left( \sqrt{\frac{3qx_o(L - x_o)}{bR_{И}}} \right)' = \frac{(3qx_o(L - x_o) / (bR_{И}))'}{2\sqrt{3qx_o(L - x_o) / (bR_{И})}} = (L - 2x_o) \sqrt{\frac{0,75q}{bR_{И}x_o(L - x_o)}}.$$

Далее с помощью уравнения касательной (7) определяли положение точки  $B$ . Для этого обозначали  $x_B = x_o$  и подставляли в него вместо  $x$  и  $y$  координаты точки  $A$ :

$$\frac{0,75qL}{bR_{СК}} = \sqrt{\frac{0,75q}{bR_{И}x_B(L - x_B)}} (Lx_B + 0(L - 2x_B)).$$

После этого выражали из вышеприведенного уравнения  $x_B$ :

$$x_B = \frac{0,75qR_{И}}{bR_{СК}^2 + 0,75qR_{И}} L \quad (8)$$

Абсцисса точки  $B$  численно равна расстоянию от оси опоры до опасного сечения в приопорных участках переменной жесткости.

Определяли ординату точки  $B$ , подставив  $x = x_o = x_B$ :

$$y = h_M(x_o) + h_M'(x_o)(x_o - x_o) = h_M(x_o) = \sqrt{\frac{3qx_o(L - x_o)}{bR_{И}}} \Rightarrow$$

$$y_B = \frac{1,5qR_{СК}}{bR_{СК}^2 + 0,75qR_{И}} L. \quad (9)$$

Значение ординат точек  $B$  и  $F$  численно равно высоте опасного сечения в приопорных участках переменной жесткости:  $h_0 = y_B$ .

Чтобы определить координаты точек пересечения касательных  $C$  и  $E$ , подставляли вместо  $y$  в уравнение касательной (7) выражение (5) для  $h_{\max}$ :

$$\sqrt{\frac{0,75qL^2}{bR_{И}}} = \sqrt{\frac{0,75q}{bR_{И}x_o(L - x_o)}} (Lx_o + x(L - 2x_o)).$$

Далее выражали из вышеприведенного уравнения значение  $x_C$ :

$$x_C = \frac{\sqrt{x_o(L - x_o)} - x_o}{L - 2x_o}. \quad (10)$$

Подставив в равенство (10) вместо  $x_o$  выражение для  $x_B$ , получили

$$x_C = \frac{L}{1 + R_{СК} \sqrt{b / (0,75qR_{И})}}. \quad (11)$$

Абсцисса точки  $C$  численно равна длине подрезки в опорных участках балки:  $l_{\Pi} = x_C$ .

На следующем этапе исследования на основе вышеприведенных выражений выполнялся расчет по определению рационального очертания деревянной балки и анализ результатов исследования.

В процессе построения траектории равнопрочной балки получались высоты сечения, при которых соотношение внутренних усилий к пределам прочности равно единице, следовательно, несущая способность конструкции была практически исчерпана. Было принято решение при определении очертания рациональной балки задаться запасом прочности, например 8 %. Значения расчетных сопротивлений будут поделены на коэффициент запаса  $\eta = 1,08$ .

Расчетные характеристики материала:

- для древесины сосны 1-го сорта:
  - на изгиб и растяжение  $R_{\Pi}^A = 21,0$  МПа;
  - на скалывание вдоль волокон при изгибе клееных элементов  $R_{СК}^A = 2,4$  МПа.
- для древесины сосны 2-го сорта:
  - на изгиб и растяжение  $R_{\Pi}^A = 19,5$  МПа;
  - на скалывание вдоль волокон при изгибе клееных элементов  $R_{СК}^A = 2,25$  МПа.

Значения коэффициентов условий работы:

- коэффициент длительной прочности  $m_{дл} = 0,66$  принят для режимов работы при совместном действии постоянной, длительной временной нагрузок и нагрузок от людей на перекрытия жилых и общественных зданий или совместном действии постоянной и кратковременной снеговой нагрузок;
- коэффициент  $m_{\sigma}$  зависит от высоты прямоугольного сечения изгибаемых клееных элементов. В нашем исследовании расчет выполнен для балок с различными высотами сечения, следовательно, в каждом случае значения  $m_{\sigma}$  и расчетных сопротивлений древесины изгибу  $R_{\Pi}^P$  и скалыванию  $R_{СК}^P$  будут отличаться (табл. 1);
- значения остальных коэффициентов условий работы, таких как  $m_{\Pi}$ ,  $m_{\text{в}}$ ,  $m_{\text{т}}$ ,  $m_{\text{сл}}$ , приняты равными единице, а  $m_{\text{о}}$ ,  $m_{\text{а}}$ ,  $m_{\text{тн}}$ ,  $m_{\text{с.с}}$ ,  $m_{\text{см}}$ ,  $m_{\text{лэп}}$  — не используются.

Таблица 1. Значения расчетных сопротивлений древесины с учетом значений коэффициентов условий работы  $m_i$  и заданного запаса прочности

Расчетные характеристики	Высота сечения, см					
	50 и менее	60	70	80	100	120 и более
Коэффициент $m_{\sigma} /$	1	0,96	0,93	0,90	0,85	0,8
$R_{\text{в}}^D = R_{\text{в}}^A \cdot m_{\text{т}} \cdot \Pi m_i / \eta$ , МПа	13,86	13,31	12,89	12,47	11,78	11,09
$R_{\text{нс}}^D = R_{\text{нс}}^A \cdot m_{\text{т}} \cdot \Pi m_i / \eta$ , МПа	1,584	1,521	1,473	1,426	1,346	1,267

Источники: выполнено М.С. Лисятниковым.

Были рассмотрены рациональные деревянные балки (РДБ) пролетами 6,0; 9,0; 12,0 и 15,0 м с габаритами поперечного сечения в соотношении к пролету: высота  $h = (L/10; L/12; L/15)$ ; ширина  $b = (h/4; h/5; h/6)$ .

Расчет выполнялся по двум направлениям:

1) на каждом шаге назначались относительные габариты поперечного сечения  $h/L$  и  $b/h$ , по которым вычислялись абсолютные значения  $h$  и  $b$ , геометрические характеристики сечения и т.д.;

2) варьируя значением расчетной нагрузки  $q$ , добивались полного совпадения значений экстремума траектории равнопрочной балки с абсолютным значением  $h$ .

На основе вышеуказанных данных определялись координаты узловых точек, обуславливающих рациональное очертание деревянной балки. Затем вычислялись геометрические параметры РДБ: высота опорно-

го сечения  $h_{\text{оп}}$ , высота опасного сечения в зонах переменной жесткости балки  $h_0$ , длина подрезки приопорных зон  $l_{\text{п}}$ , угол подрезки  $\alpha_{\text{п}}$ . Экономичность нового конструктивного решения оценивалась через разницу расхода древесины на РДБ и на балки постоянной жесткости. Расход при одинаковой ширине поперечного сечения численно равен отношению площадей боковой поверхности сравниваемых конструкций:

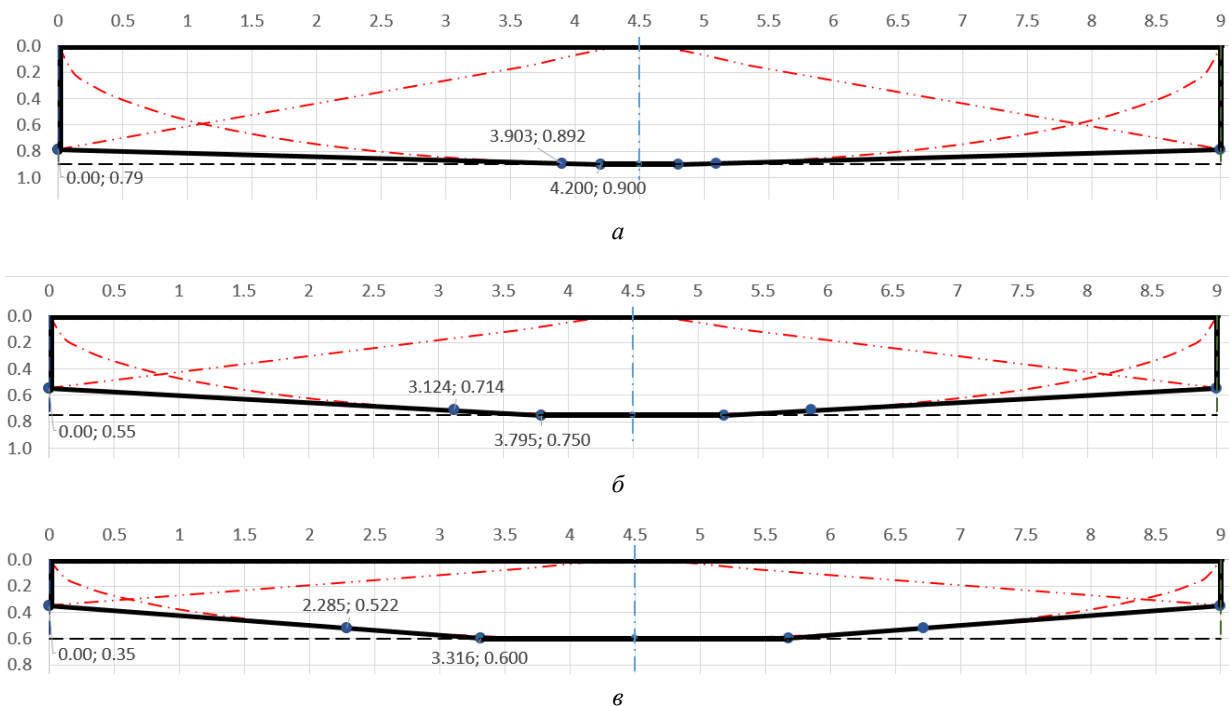
$$\omega = \frac{V_{\text{РБ}}}{V_{\text{БП}}} = \frac{S_{\text{РБ}}}{S_{\text{БП}}} = \frac{h(L - 2l_{\text{п}}) + l_{\text{п}}(h_{\text{оп}} + h)}{h \times L}, \quad (12)$$

где  $V_{\text{РБ}}$ ,  $V_{\text{РП}}$ ,  $S_{\text{РБ}}$ ,  $S_{\text{РП}}$  — объемы и площади контуров рациональной балки и конструкции постоянной жесткости;  $h$ ,  $h_{\text{оп}}$  — высоты поперечного сечения, соответственно в середине пролета и на опорах;  $L$  — пролет балки;  $l_{\text{п}}$  — длина подрезки в приопорных зонах балки.

Процесс расчета и контроль корректности результатов был реализован с применением табличного процессора *MS Excel*.

### 3. Результаты и обсуждение

На рис. 2 представлены изображения РДБ пролетом 9,0 м для  $L/h = 10$ ; 12; 15, построенных с применением мастера диаграмм *MS Excel*.



**Рис. 2.** Общий вид рациональных очертаний балок на примере конструкций пролетом  $L = 9,0$  м для:

$a - L/h = 10$ ;  $б - L/h = 12$ ;  $в - L/h = 15$

И с т о ч н и к: выполнено А.В. Репиным.

Результаты расчета представлены в табл. 2. Они показывают, что относительные параметры очертания рациональной балки зависят от значения относительной высоты сечения  $h$  в середине пролета. Другие характеристики: длина пролета  $L$ , ширина поперечного сечения  $b$  и др. — практически не оказывают никакого влияния. Установлено, что с увеличением высоты сечения  $h$  возрастают значения таких относительных величин, как длина подрезки  $l_{\text{п}} / L$ ; высота опорного сечения  $h_{\text{оп}}$ ; координата опасного сечения в зонах переменной жесткости.

Выполнив расчеты для промежуточных значений относительной высоты сечения с учетом прочностных характеристик конструкционной древесины 1-го и 2-го сортов, получим относительные геометрические характеристики РДБ в зависимости от различных соотношений  $L/h$ . Результаты расчетов представлены в табл. 3, 4 и на диаграммах (рис. 3, 4).

Расчеты показывают, что введение в расчет коэффициента запаса и/или изменение коэффициентов условий работы никоим образом не влияют на относительные значения параметров рациональной балки. Отсутствие влияния говорит о том, что доминирующим фактом является соотношение между значениями расчетных сопротивлений на изгиб и скалывание, а коэффициенты условий работы и запаса, исходя из незначительного влияния, являются коэффициентами подобия.

Технико-экономическая оценка конструктивных решений РДБ показывает, что их экономичность повышается с понижением высоты сечения с  $L/h = 10$  до  $L/h = 15$ : от 6,2 до 18,1 % для 1-го сорта древесины и с 6,6 до 18,3 % — для 2-го сорта (рис. 5). При этом разница между соответствующими значениями экономичности для 1-го и 2-го сорта находится в пределах 0,4 %. Таким образом, влияние сортности древесины на экономичность конструктивных решений РДБ незначительно. Исходя из наличия большого количества факторов с незначительным влиянием на параметры рациональной балки, следует что методика расчета РДБ будет сводиться к определению относительной высоты сечения  $L/h$  и дальнейшему выбору параметров РДБ из соответствующей таблицы. Промежуточные значения находятся по интерполяции.

Дальнейшие исследования будут посвящены разработке методики расчета РДБ и сравнительному анализу с результатами численных исследований с применением МКЭ.

Таблица 2. Основные результаты расчета по определению параметров рационального очертания деревянных балок из древесины 1-го сорта

$L, m$	Parameters and indices	$h = L/10$			$h = L/12$			$h = L/15$		
		$b = h/4$	$b = h/5$	$b = h/6$	$b = h/4$	$b = h/5$	$b = h/6$	$b = h/4$	$b = h/5$	$b = h/6$
6,0	$q, kN/m$	26,61	21,29	17,74	16,04	12,83	10,69	8,21	6,57	5,48
	$h, m$	0,600			0,500			0,400		
	$h_{sup}, m$	0,525			0,365			0,233		
	$b, m$	0,150	0,120	0,100	0,120	0,096	0,080	0,100	0,080	0,067
	$X_0, m$	2,602			2,083			1,523		
	$l_{cut}, m$	2,800			2,530			2,211		
	$\alpha_{cut}, ^\circ$	1,534			3,064			4,312		
	$h_{sup} / h$	0,875			0,729			0,583		
	$X_0 / L$	0,434			0,347			0,254		
	$l_{cut} / L$	0,467			0,422			0,368		
$\omega, \%$	6,2			12,9			18,1			
9,0	$q, kN/m$	35,34	28,28	23,56	21,66	17,33	14,44	11,83	9,46	7,88
	$h, m$	0,90			0,75			0,60		
	$h_{sup}, m$	0,79			0,55			0,35		
	$b, m$	0,23	0,18	0,15	0,19	0,15	0,13	0,15	0,12	0,10
	$X_0, m$	3,903			3,124			2,285		
	$l_{cut}, m$	4,200			3,795			3,316		
	$\alpha_{cut}, ^\circ$	1,535			3,064			4,312		
	$h_{sup} / h$	0,875			0,729			0,583		
	$X_0 / L$	0,434			0,347			0,254		
	$l_{cut} / L$	0,467			0,422			0,368		
$\omega, \%$	6,2			12,9			18,1			

L, m	Parameters and indices	h = L/10			h = L/12			h = L/15		
		b = h/4	b = h/5	b = h/6	b = h/4	b = h/5	b = h/6	b = h/4	b = h/5	b = h/6
12.0	q, kN/m	44,35	35,48	29,57	27,27	21,82	18,18	14,78	11,83	9,86
	h, m	1,20			1,00			0,80		
	h <sub>sup</sub> , m	1,05			0,73			0,47		
	b, m	0,30	0,24	0,20	0,25	0,20	0,17	0,20	0,16	0,13
	X <sub>0</sub> , m	5,203			4,165			3,047		
	l <sub>cut</sub> , m	5,60			5,06			4,42		
	α <sub>cut</sub> , °	1,535			3,064			4,312		
	h <sub>sup</sub> / h	0,875			0,729			0,583		
	X <sub>0</sub> / L	0,434			0,347			0,254		
	l <sub>cut</sub> / L	0,467			0,422			0,368		
ω, %	6,2			12,9			18,1			
15.0	q, kN/m	55,43	44,35	36,96	32,08	25,67	21,39	17,45	13,96	11,64
	h, m	1,50			1,25			1,00		
	h <sub>sup</sub> , m	1,31			0,91			0,58		
	b, m	0,38	0,30	0,25	0,31	0,25	0,21	0,25	0,20	0,17
	X <sub>0</sub> , m	6,50			5,21			3,81		
	l <sub>cut</sub> , m	7,00			6,33			5,53		
	α <sub>cut</sub> , °	1,536			3,065			4,312		
	h <sub>sup</sub> / h	0,875			0,729			0,583		
	X <sub>0</sub> / L	0,434			0,347			0,254		
	l <sub>cut</sub> / L	0,467			0,422			0,368		
ω, %	6,2			12,9			18,1			

Источники: выполнено М.С. Лисятниковым.

Таблица 3. Сводная таблица результатов расчета балок из древесины 1-го сорта

Параметры и показатели	Относительная высота сечения h										
	L/10	L/10,5	L/11	L/11,5	L/12	L/12,5	L/13	L/13,5	L/14	L/14,5	L/15
α <sub>cut</sub> , °	1,535	2,000	2,404	2,755	3,064	3,337	3,577	3,792	3,984	4,156	4,312
h <sub>sup</sub> / h	0,875	0,833	0,795	0,761	0,729	0,700	0,673	0,648	0,625	0,603	0,583
X <sub>0</sub> / L	0,434	0,410	0,388	0,367	0,347	0,329	0,312	0,296	0,281	0,267	0,254
l <sub>cut</sub> / L	0,467	0,455	0,443	0,432	0,422	0,412	0,402	0,393	0,385	0,376	0,368
ω, %	6,2	8,2	10,0	11,5	12,9	14,1	15,1	16,1	16,9	17,5	18,1

Источники: выполнено М.С. Лисятниковым.

Таблица 4. Сводная таблица результатов расчета балок из древесины 2-го сорта

Параметры и показатели	Относительная высота сечения h										
	L/10	L/10,5	L/11	L/11,5	L/12	L/12,5	L/13	L/13,5	L/14	L/14,5	L/15
α <sub>cut</sub> , °	1,645	2,107	2,505	2,855	3,159	3,429	3,669	3,881	4,071	4,242	4,395
h <sub>sup</sub> / h	0,867	0,825	0,788	0,754	0,722	0,693	0,667	0,642	0,619	0,598	0,578
X <sub>0</sub> / L	0,429	0,405	0,383	0,362	0,343	0,325	0,308	0,292	0,277	0,263	0,250
l <sub>cut</sub> / L	0,464	0,452	0,441	0,430	0,419	0,409	0,400	0,391	0,382	0,374	0,366
ω, %	6,6	8,6	10,3	11,8	13,2	14,4	15,4	16,3	17,0	17,7	18,3

Источники: выполнено М.С. Лисятниковым.

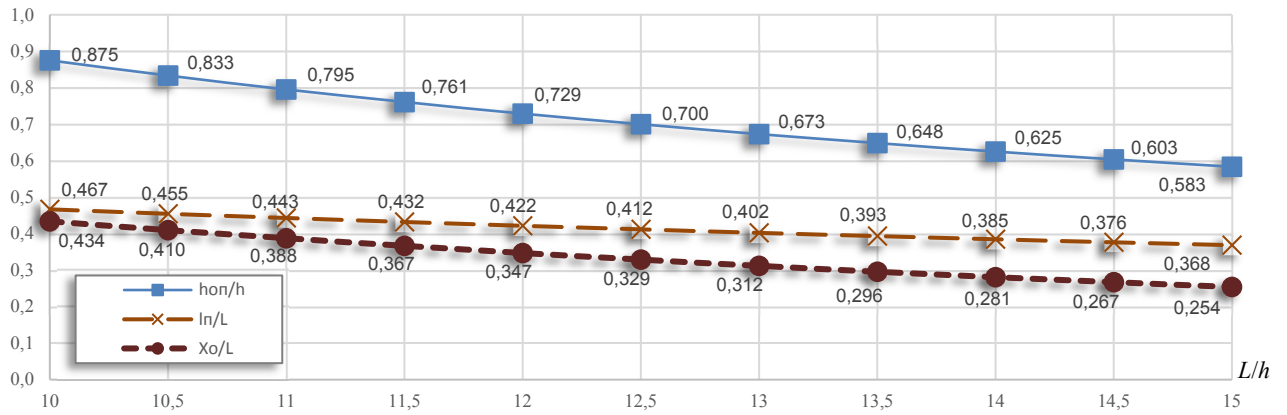


Рис. 3. Диаграмма зависимости относительных параметров рационального очертания деревянных балок от относительной высоты сечения  $L/h$ . Древесина 1-го сорта

И с т о ч н и к: выполнено А.В. Репиным.

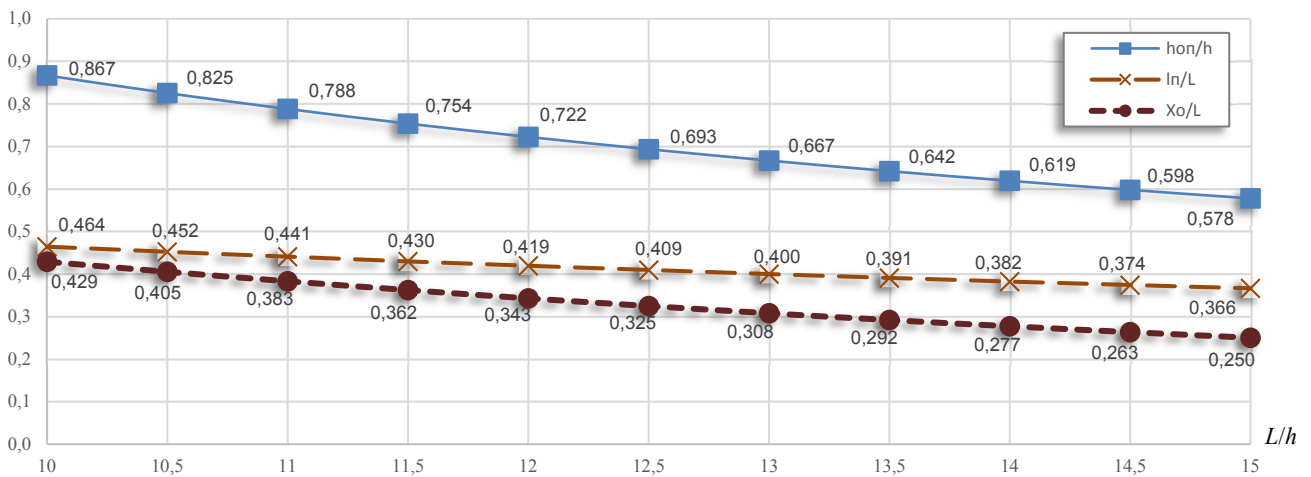


Рис. 4. Диаграмма зависимости относительных параметров рационального очертания деревянных балок от относительной высоты сечения  $L/h$ . Древесина 2-го сорта

И с т о ч н и к: выполнено А.В. Репиным.

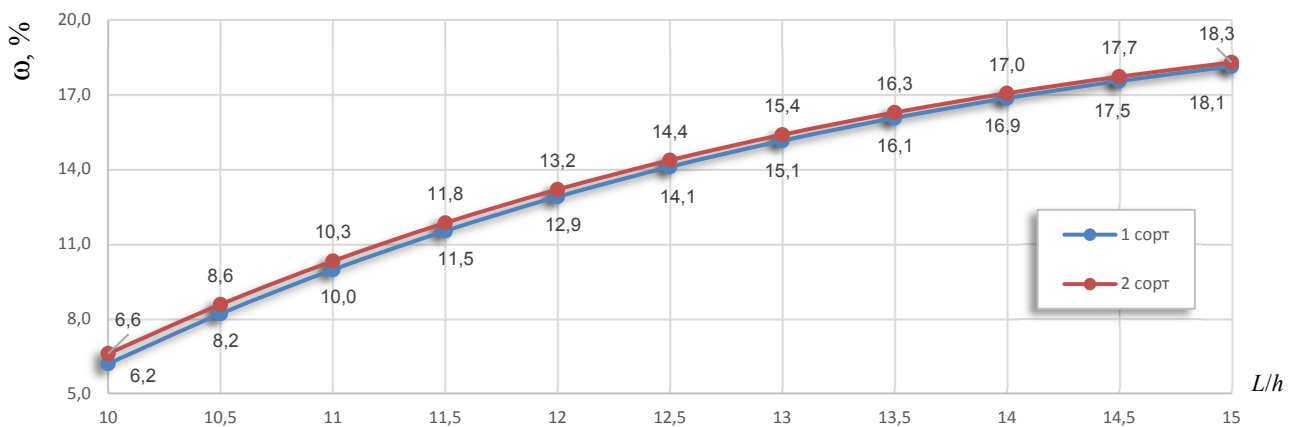


Рис. 5. Диаграмма зависимости экономичности ( $\omega$ ) РДБ от относительной высоты сечения  $L/h$

И с т о ч н и к: выполнено А.В. Репиным.

#### 4. Заключение

В результате проведенного исследования сформулированы следующие выводы.

1. Проведены теоретические исследования однопролетных деревянных балок на предмет поиска их рационального очертания на основе траекторий равной прочности балок постоянной ширины сечения на изгиб и скалывание. Были выведены выражения для определения координат узловых точек контура рациональной балки, выполнены расчеты по определению абсолютных и относительных значений геометрических параметров рациональных деревянных балок для различных значений пролетов конструкций и габаритов сечения.

2. Анализ результатов расчета показал, что относительные значения параметров очертания рациональной балки зависят от значения относительной высоты сечения  $h$  в середине пролета. Другие характеристики: длина пролета  $L$ , ширина поперечного сечения  $b$  и др. — практически не оказывают никакого влияния. Установлено, что с увеличением высоты сечения  $h$  возрастают значения таких относительных величин, как:

- длина подрезки  $l_{\text{п}} / L$ ;
- высота опорного сечения  $h_{\text{оп}}$ ;
- координата опасного сечения в зонах переменной жесткости.

3. Техничко-экономическая оценка конструктивных решений рациональных деревянных балок показывает, что экономичность (расход древесины относительно балки постоянной жесткости) повышается с понижением высоты сечения: от 6,2 до 18,1 % для 1-го сорта древесины и с 6,6 до 18,3 % — для 2-го сорта, разность соответствующих значений находится в пределах 0,4 %. Незначительная разница в расходе древесины указывает на незначительное влияние сортности древесины на экономичность исследуемых конструкций.

#### Список литературы

1. Zapoev M.A., Romanov N.P., Belyaeva S.V. Features of glued laminated timber anisotropic structure // *Alfabuild*. 2018. No. 4 (6). P. 83–91. <https://doi.org/10.34910/ALF.6.8> EDN: MYLBYQ
2. Xiong W., Xu J., Li Z., Xiao Y. Use of glued laminated bamboo (glubam), and cross-laminated bamboo and timber (CLBT) in the environmentally-friendly construction: A study from the perspective of fatigue properties // *Engineering Structures*. 2025. Vol. 342. Article no. 120979. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2025.120979> EDN: MKIFAU
3. Gong Y., Liu R., Yao L., Ren H., Xu J. Innovation analysis of carbon emissions from the production of glued laminated timber in China based on real-time monitoring data // *Journal of Cleaner Production*. 2024. Vol. 469. Article no. 14314. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2024.143174> EDN: CVPZKW
4. Bremner A., Poudyal N.C., Nepal P., Brandeis C., Taylor A., Bergman R. Social, economic, and policy aspects of cross-laminated timber: A review of emerging literature and future research needs // *Forest Policy and Economics*. 2026. Vol. 183. Article no. 103695. <https://doi.org/10.1016/j.forpol.2025.103695>
5. Tsai M.-T., Soegiono P.D., Lee W.-L. Life cycle assessment and environmental impact of novel cross-laminated timber composite façade applied in renovation of aged reinforced concrete residential building in subtropical area // *Energy and Buildings*. 2026. Vol. 357. Article no. 117085. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2026.117085>
6. Hassan O.A., Johansson C. Glued laminated timber and steel beams // *Journal of Engineering, Design and Technology*. 2018. Vol. 16. No. 3. P. 398–417. <https://doi.org/10.1108/JEDT-12-2017-0130>
7. Жаданов В.И., Нестеренко М.А., Пинайкин И.П. Анализ конструктивных решений несущих ребер крупно-размерных совмещенных панелей на деревянном каркасе // *Эксперт: теория и практика*. 2024. № 4 (27). С. 31–36. [https://doi.org/10.51608/26867818\\_2024\\_4\\_31](https://doi.org/10.51608/26867818_2024_4_31) EDN: IBQWHQ
8. Немировский Ю.В., Болтаев А.И. Расчет и проектирование гибридных деревянных брусьев // *Вестник ПНИПУ. Механика*. 2017. № 3. С. 129–152. <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2017.3.11> EDN: ZJZRUX
9. Токторалиев Э.Т., Асранкулов Т., Кароолбек К.А., Абуталипов Е.А. Определение оптимального уклона верхнего пояса деревянных конструкций // *Наука и инновационные технологии*. 2020. № 1 (14). С. 221–228. <https://doi.org/10.33942/sit.nes031> EDN: FKSZPD
10. Шорстов Р.А., Языев С.Б., Чепурненко А.С., Ключев А.В. Устойчивость плоской формы изгиба деревянных балок прямоугольного сечения при раскреплении растянутой кромки в ортотропной постановке // *Строительные материалы и изделия*. 2022. Т. 5. № 4. С. 5–18. <https://doi.org/10.58224/2618-7183-2022-5-4-5-18> EDN: GIVPBC
11. Vafadar F., Jaaranen J., Fink G. Probabilistic numerical modeling of glued laminated timber beams — Experimental validation and insights into the potential of layup modification // *Engineering Structures*. 2025. Vol. 344. Article no. 121310. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2025.121310> EDN: VBZODI

12. Kandler G., Lukacevic M., Zechmeister Ch., Wolff S., Füssl J. Stochastic engineering framework for timber structural elements and its application to glued laminated timber beams // *Construction and Building Materials*. 2018. Vol. 190. P. 573–592. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.09.129>
13. Немировский Ю.В., Болтаев А.И. Особенности деформирования и разрушения гибридных брусьев из древесины // *Известия высших учебных заведений. Лесной журнал*. 2018. № 4. С. 118–131. <https://doi.org/10.17238/issn0536-1036.2018.4.118> EDN: XUBIZF
14. Sciomenta M., Spera L., Peditto A., Ciuffetelli E., Savini F., Bedon Ch., Romagnoli M., Nocetti M., Brunetti M., Fragiaco M. Mechanical characterization of homogeneous and hybrid beech-Corsican pine glue-laminated timber beams // *Engineering Structures*. 2022. Vol. 264. Article no. 114450. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.114450> EDN: LNBVHQ
15. Pech S., Kandler G., Lukacevic M., Füssl J. Metamodel assisted optimization of glued laminated timber beams by using metaheuristic algorithms // *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. 2019. Vol. 79. P. 129–141. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2018.12.010>
16. Новицкий Я.Я., Ханько О.В., Юшкевич И.В. Теоретические исследования подбора сечения клееных балок с тонкой стенкой // *Инновационное развитие регионов: Потенциал науки и современного образования : материалы VI Национальной научно-практической конференции с международным участием*. Астрахань, 08–09 февраля 2023. С. 43–47. EDN: JIEGKL
17. Vida Ch., Lukacevic M., Eberhardsteiner J., Füssl J. Modeling approach to estimate the bending strength and failure mechanisms of glued laminated timber beams // *Engineering Structures*. 2022. Vol. 255. Article no. 113862 <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.113862> EDN: DIUQOE
18. Vafadar F., Jaaranen J., Fink G. Experimental stiffness investigation of finger joints in glued laminated timber beams using digital image correlation // *Construction and Building Materials*. 2024. Vol. 438. Article no. 137095. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2024.137095> EDN: UNJELC
19. Рощина С.И., Лисятников М.С., Грибанов А.С., Глебова Т.О. Расчет и усиление предельно-напряженных приопорных зон высоких деревоклееных балочных конструкций // *Лесотехнический журнал*. 2015. Т. 5. № 1 (17). С. 187–197. <https://doi.org/10.12737/11276> EDN: TVXUFV
20. Лисятников М.С. Совершенствование технологии изготовления деревоклееных конструкций с усилением приопорных зон // *Лесотехнический журнал*. 2015. Т. 5. № 2 (18). С. 137–148. <https://doi.org/10.12737/111988> EDN: TVXUFV
21. Lukina A., Lisyatnikov M., Lukin M., Vatin N., Roshchina S. Strength properties of raw wood after a wildfire // *Magazine of Civil Engineering*. 2023. No. 3 (119). Article no. 11907. <https://doi.org/10.34910/MCE.119.7> EDN: JIUHQK
22. Ding M., Hua Zh., Lin Y., Zhong X., Yi J., Wei Y. Experimental analysis and finite element simulation of the flexural performance of glued laminated bamboo beam string structures // *Construction and Building Materials*. 2026. Vol. 519. Article no. 145854. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2026.145854>
23. Шейн А.И., Земцова О.Г. Замкнутое решение задачи оптимизации многоэтажных рамных систем из условия устойчивости // *Транспортные сооружения*. 2018. Т. 5. № 2. С. 6. <https://doi.org/10.15862/06SATS218> EDN: UUCBHQ
24. Шевченко А.В., Шаповалов С.М. Расчет составных деревянных балок на основе вариационного метода Власова // *Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова*. 2017. № 1. С. 88–91. <https://doi.org/10.12737/23928> EDN: XHLEJZ
25. Репин В.А., Лукина А.В., Усов А.С. Рациональные конструктивные решения треугольных ферм // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2023. Т. 19. № 2. С. 199–209. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-2-199-209> EDN: CUKIGR
26. Vida Ch., Lukacevic M., Hochreiner G., Pech S., Füssl J. Numerical modeling of glued laminated timber beams without finger joints: Identifying load-bearing capacity and analyzing failure mechanisms // *Engineering Structures*. 2025. Vol. 345. Article no. 121489. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2025.121489> EDN: YTJPSB
27. Jaaranen J., Fink G. A finite element simulation approach for glued-laminated timber beams using continuum-damage model and sequentially linear analysis // *Engineering Structures*. 2024. No. 304. Article no. 117679 <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2024.117679> EDN: GNKZAQ
28. Миряев Б.В., Сорокина Е.А. Оптимизация сетчатого деревянного купола // *Моделирование и механика конструкций*. 2023. № 17. С. 95–104. EDN: RKUTVQ
29. Языев Б.М., Чепурненко А.С., Карамышева А.А., Языев С.Б. Оптимизация деревянных балок переменного сечения Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2016615085, 16.05.2016. Заявка № 2016612477 от 23.03.2016. EDN: YGMPRJ
30. Крюкова А.А., Сузюмов А.В., Ярцев В.П. О коэффициенте податливости, погрешности и несущей способности составных деревянных элементов // *Эколого-ресурсосберегающие технологии в науке и технике : материалы Всероссийской научно-технической конференции, 19–20 октября 2021 года*. Воронеж : Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова, 2021. С. 107–111. [https://doi.org/10.34220/ERSTST2021\\_107-111](https://doi.org/10.34220/ERSTST2021_107-111) EDN: REJFXU
31. Capellán G., Sánchez-Haro Ja., de Celis P., Ramos-Gavilán A.B. Theoretical, experimental and numerical study of lateral buckling in glued laminated timber beams // *Engineering Structures*. 2025. Vol. 338. Article no. 120558. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2025.120558> EDN: UQKEQJ

32. *Шорстов Р.А., Языев С.Б., Чепурненко А.С.* Оптимизация сжатых деревянных стоек переменного сечения по критерию максимума критической нагрузки // *Строительство и архитектура*. 2023. Т. 11. № 1. С. 4. <https://doi.org/10.29039/2308-0191-2022-11-1-5-5> EDN: NRRYQL
33. *Li H., Wang L., Wei Ya., Wang B.J., Jin H.* Bending and shear performance of cross-laminated timber and glued-laminated timber beams: A comparative investigation // *Journal of Building Engineering*. 2022. Vol. 45. Article no. 103477. <https://doi.org/10.1016/j.jobe.2021.103477> EDN: OGEXZG
34. *Серов Е.Н., Белов В.В.* Современная оценка прочности клееных деревянных конструкций // *Вестник гражданских инженеров*. 2016. № 6 (59). С. 109–113. EDN: XGRIZP
35. *Карамышева А.А., Языева С.Б., Чепурненко А.С.* Расчет на устойчивость плоской формы изгиба балок переменной жесткости // *Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки*. 2016. № 1 (186). С. 95–98. <https://doi.org/10.17213/0321-2653-2016-1-95-98> EDN: VPFBMP
36. *Popov E., Labudin B., Konovalov A., Karelskiy A., Sopilov V., Bobyleva A., Stolypin D.* Numerical buckling calculation method for composite rods with semi-rigid ties // *Magazine of Civil Engineering*. 2023. No. 3. Article no. 11904. <https://doi.org/10.34910/MCE.119.4> EDN: AGVRHV
37. *Шмидт А.Б.* Расчет балки гнукотклееной двускатной переменной высоты сечения. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. № RU 2019610152. Дата публикации: 09.01.2019. Дата регистрации: 18.12.2018. Санкт-Петербург : СПбГАСУ, 2019. EDN: FOZMJT