

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

DOI: 10.22363/1815-5235-2025-21-6-524-536

EDN: FOEWDB

Научная статья / Research article

Напряженно-деформированное состояние ребристо-кольцевого купола при несимметричной и симметричной нагрузках с учетом разных узловых сопряжений и редко установленных колонн

Е.В. Лебедь 

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация

✉ evglebed@mail.ru

Поступила в редакцию: 30 сентября 2025 г.

Доработана: 23 ноября 2025 г.

Принята к публикации: 30 ноября 2025 г.

Аннотация. Исследовано влияние несимметричной нагрузки на деформацию каркаса и на напряженное состояние основных элементов ребристо-кольцевого купола. Выявлена особенность работы купольного каркаса на несимметричную нагрузку по сравнению с симметричной при увеличении расстояния между поддерживающими купол колоннами. Одновременно с этим также установлена зависимость напряженно-деформированного состояния купольного каркаса от вида узловых сопряжений его элементов. В качестве объекта исследования рассматривался металлический ребристо-кольцевой купол из стальных труб. Купол имел четыре разные схемы опирания, характеризующиеся тем, что колонны располагались не под каждым ребром, но циклически симметрично по контуру. Для каждой схемы опирания в куполе изменялись виды узловых сопряжений элементов каркаса между собой. Разных схем по комбинациям видов сопряжений было пять. Исследования проводились посредством расчетов разных схем каркасов на компьютерных моделях. Всего исследованных расчетных компьютерных моделей насчитывалось двадцать. В процессе расчетов определялись деформации и напряжения в основных элементах купола каждой модели. Получены сведения о напряженно-деформированном состоянии всех моделей для несимметричной и симметричной нагрузок, которые сравнивались друг с другом. Составлены сравнительные диаграммы зависимостей деформаций купола и напряжений в его основных элементах от несимметричной и симметричной нагрузок для всех рассмотренных моделей. Диаграммы показали существенное влияние несимметричной нагрузки на деформацию купола и напряженное состояние элементов ребристо-кольцевого купола для всех схем опирания и видов узловых сопряжений. Отмечено, что при несимметричной нагрузке наибольшее увеличение напряжений по сравнению с симметричной происходит в меридиональных ребрах и значительное в верхнем кольце купола. В наибольшей степени увеличение деформаций и напряжений наблюдается при шарнирных узловых сопряжениях и зависит от схемы опирания купольного каркаса.

Ключевые слова: ребристо-кольцевой купол, компьютерная модель, меридиональные ребра, верхнее кольцо, нижнее кольцо, колонны, шарнирные и жесткие узлы, статический расчет

Заявление о конфликте интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования: Лебедь Е.В. Напряженно-деформированное состояние ребристо-кольцевого купола при несимметричной и симметричной нагрузках с учетом разных узловых сопряжений и редко установленных колонн // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2025. Т. 21. № 6. С. 524–536. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-6-524-536> EDN: FOEWDB

Лебедь Евгений Васильевич, кандидат технических наук, доцент кафедры металлических и деревянных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Российская Федерация, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; eLIBRARY SPIN-код: 5297-2700, ORCID: 0000-0003-3926-8701; e-mail: evglebed@mail.ru

© Лебедь Е.В., 2025

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Stress-Strain State of the Ribbed-Ring Dome Under asymmetric and Symmetric Loads Taking Into Account Different Nodal Connections and Rarely-Spaced Columns

Evgeny V. Lebed¹

¹ Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russian Federation

✉ evglebed@mail.ru

Received: September 30, 2025

Revised: November 23, 2025

Accepted: November 30, 2025

Abstract. The effect of asymmetric load on the deformation of the frame and on the stress state of the main elements of the ribbed-ring dome was studied. The aspects of the dome frame resistance under asymmetric load compared with a symmetrical one with increase in the distance between the columns supporting the dome were investigated. At the same time, the relationship between the stress-strain state of the dome frame and the type of nodal connections of its elements was also established. A metal ribbed-ring dome made of steel pipes was considered as the object of the study. The dome had four different support arrangements, characterized by the fact that the columns were not located under each rib, but cyclically symmetrical along the contour. For each support scheme in the dome, the types of nodal connections of the frame elements to each other varied. There were five different connection type combinations. The research was carried out by calculating different frame systems as computer models. There were twenty computer models studied in total. During the calculations, strain and stress in the main elements of each dome model were determined. Data on the stress-strain state of all models under asymmetric and symmetrical loads were obtained, which were compared with each other. Comparative diagrams of the relationships the dome deformations and stress in its main elements and asymmetric and symmetrical loads for all the considered models have been compiled. The diagrams showed a significant influence of the asymmetric load on the deformation of the dome and the stress state of the elements of the ribbed-ring dome for all support arrangements and types of nodal connections. It is noted that with an asymmetric load, the greatest increase in stresses compared to a symmetrical one occurs in the meridional ribs and a significant increase — in the upper ring of the dome. The greatest increase in deformations and stress occurs with hinged nodal connections and depends on the support arrangement of the dome frame.

Keywords: computer model, meridional ribs, upper ring, lower ring, columns, hinged and rigid nodes, static calculation

Conflicts of interest. The author declares that there is no conflict of interest.

For citation: Lebed E.V. Stress-strain state of the ribbed-ring dome under asymmetric and symmetric loads taking into account different nodal connections and rarely-spaced columns. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2025; 21(6):524–536. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-6-524-536> EDN: FOEWDB

1. Введение

Металлические купола являются пространственными конструктивными системами, применяются в качестве покрытий уникальных зданий во всем мире из-за выразительной формы и высокой надежности. Благодаря пространственной жесткости купольных каркасов и экономичности расхода металла по сравнению с другими конструкциями они занимают ведущее место среди большепролетных покрытий [1–3].

Геометрические схемы каркасов металлических куполов зависят от перекрываемых пролетов и назначения здания¹ [4]. Наиболее простыми по геометрическому строению считаются ребристо-кольцевые купола, в которых, однако, возможны различные схемы как по числу секторов по окружности, так и количеству ярусов по высоте. Кроме того, важным фактором в работе купольного каркаса является количество поддерживающих его колонн. От этого зависит статическая схема каркаса всего сооружения и напряженное состояние элементов купола. Отсутствуют в печати сравнительные характеристики работы купольных каркасов на симметричные и несимметричные нагрузки.

¹ Металлические конструкции: справочник проектировщика : в 3 т. / под общ. ред. В.В. Кузнецова (ЦНИИпроектсталь-конструкция им. Н.П. Мельникова). Т. 2. Стальные конструкции зданий и сооружений. Москва : АСВ, 1998. 512 с. ISBN 5-87829-081-2

Evgeny V. Lebed, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Metal and Timber Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), 26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 5297-2700, ORCID: 0000-0003-3926-8701; e-mail: evglebed@mail.ru

Обычно колонны в ребристо-кольцевых куполах размещают под каждым меридиональным ребром. Однако при большом числе ребер в купольном каркасе такое конструктивное решение может оказаться неприемлемым для архитектурного замысла. В этом случае используют меньшее количество колонн по сравнению с числом меридиональных ребер, что приводит, как подтвердило предыдущее исследование автора [5], к изменению работы купола и, как следствие, изменению внутренних усилий в элементах купольного каркаса. Это исследование показало также, что, несмотря на похожесть характера деформаций купола, с уменьшением количества колонн происходит существенное увеличение его прогибов.

Исследования стержневых систем купольного типа в различных компьютерных программах выполнялись многими учеными. Так, например, напряженное состояние купольного каркаса анализировалось при изменении его геометрических параметров [6], при разных отношениях высоты купола к диаметру для разных пролетов [7], при включении в работу ограждения в ячейках каркаса между ребрами и кольцами [8], при разных соотношениях высоты и диаметра и разных сечениях элементов [9], при разной высоте по сравнению с пролетом купольного каркаса со связями [10]. Автором выполнялось также сравнительное исследование ребристо-кольцевых куполов при различных количествах связей [11] и разных размерах верхнего кольца [12].

Отсутствуют публикации, кроме упомянутой ранее авторской [5], по исследованию зависимости напряженного состояния от редко установленных поддерживающих купол колонн. Кроме того, могут использоваться различные виды сопряжений элементов купольных каркасов, что также влияет на их работу. Влияние жесткости узловых сопряжений на напряженное состояние купола затронуто в публикации [13], где представлен сравнительный анализ работы ребристо-кольцевого стального купола диаметром 41 м и высотой 7 м. Купол насчитывал 20 ребер и 10 колец, опирался меридиональными ребрами непосредственно на фундаменты, а на кольцах-прогонах была устроена стеклянная обшивка. В этой публикации рассмотрены модели купольного каркаса, различающиеся линейным и нелинейным расчетами, а также двумя видами соединения: с креплением колец к ребрам и без крепления. Однако пояснений к интерпретации соединений в компьютерной модели нет. В некоторых моделях в работу включена обшивка, а в некоторых диагональные связи во всех секторах. В публикации анализировались деформации купола, внутренние усилия и напряжения в элементах.

Автор ранее уже исследовал работу каркаса ребристо-кольцевого купола с учетом разных узловых сопряжений и редко установленных колонн [14], целью которого было выявление закономерности изменения усилий в основных элементах купольного каркаса. Это исследование показало, что с уменьшением количества колонн внутренние усилия N существенно возрастают в колоннах и умеренно в меридиональных ребрах, а изгибающие моменты M значительно возрастают в нижнем кольце и немного в колоннах и верхнем кольце. Отмечено, что степень изменения усилий N и M зависит также и от вида узловых сопряжений элементов между собой.

Цель представленного материала — проведение сравнительного исследования напряженно-деформированного состояния каркаса ребристо-кольцевого купола при работе на несимметричную нагрузку по отношению к симметричной. Исследование проводилось на ранее созданных расчетных компьютерных моделях [14] и выполнено в полном соответствии с принципами анализа различных состояний стержневых пространственных систем.

2. Методы

В процессе исследования рассматривались двадцать разных расчетных компьютерных моделей каркаса круглого в плане сооружения с куполом. Они разделялись на четыре группы по схемам опирания купола на колонны, и каждая группа включала в себя пять разных комбинаций видов узловых сопряжений элементов каркаса между собой.

Исходным каркасом для исследования служил ребристо-кольцевой купол сферической формы с радиусом кривизны 23 м, разделенный меридиональными ребрами на 36 секторов и насчитывающий

7 колец вместе с верхним и нижним, который опирается на 36 колонн [14] (рис. 1). Диаметр нижнего кольца 39,3 м, диаметр верхнего кольца 5,0 м, высота купола 11 м, высота колонн 7,0 м.

Все элементы каркаса приняты из стальных труб по результатам предварительного расчета на нагрузки от веса ограждающих конструкций ($1,0 \text{ кН/м}^2$), от веса снега ($2,1 \text{ кН/м}^2$) и от собственного веса: меридиональные ребра из $\text{O } 530 \times 9$, верхнее кольцо из $\text{O } 530 \times 9$, нижнее кольцо из $\text{O } 630 \times 20$, промежуточные кольца из $\text{O } 273 \times 7$, колонны из $\text{O } 402 \times 10$.

Исходный каркас соответствует первой схеме опирания, при которой колонны расположены под каждым сопряжением меридионального ребра с опорным кольцом. Вторая, третья и четвертая схемы опирания образуются путем циклически симметричного уменьшения количества поддерживающих купол колонн, т.е. их регулярного удаления из компьютерной модели. Отличительным признаком всех схем опирания являлось число секторов между колоннами. Поэтому исходная схема опирания каркаса, в которой колонны устанавливались через один сектор, обозначалась как 1. Если же колонны устанавливались через два, четыре и шесть секторов, то и схемы обозначались как схемы опирания 2, 4 и 6 соответственно (рис. 2).

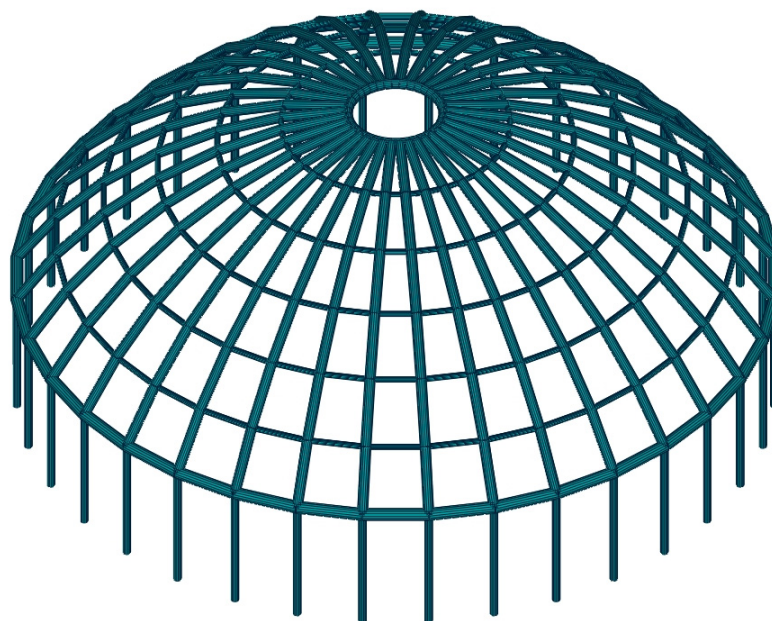


Рис. 1. Исходная схема каркаса исследуемого купола с колоннами под каждым ребром

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем.

Figure 1. The initial model of the dome under study with columns under each rib

S o u r c e: made by E.V. Lebed.

Собственный вес ограждающих и несущих конструкций представляет собой симметричную нагрузку, а нагрузка от веса снега представлена двумя вариантами²: симметричным и несимметричным. В симметричном варианте 1 снег лежит равномерно по поверхности в верхней части купола с углом ската $\alpha \leq 30^\circ$, а с увеличением этого угла его толщина уменьшается до нулевого значения при $\alpha \geq 60^\circ$ (рис. 3, а). В несимметричном варианте 2 снег лежит только с одной стороны купола, который проецируется на полукруг, с наибольшими значениями в его середине, внутри которого его толщина сначала увеличивается по скату до максимума при $\alpha = 30^\circ$, потом уменьшается до фиксированного

² СП 20.13330.2016. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85*. Москва : Минстрой России, 2016. 80 с.

значения при $\alpha = 45^\circ$, а затем до нулевого значения при $\alpha \geq 60^\circ$, а в кольцевых направлениях толщина уменьшается до нулевого значения на границе полукруга (рис. 3, б). При этом наибольшая сила от снеговой нагрузки на узел самого загруженного промежуточного кольца в варианте 2 по величине в 2,42 раза больше, чем в варианте 1. Таким образом, в комбинации с весом ограждающих и несущих конструкций купола вес снега на нем по варианту 2 создает несимметричную нагрузку, а по варианту 1 симметричную нагрузку.

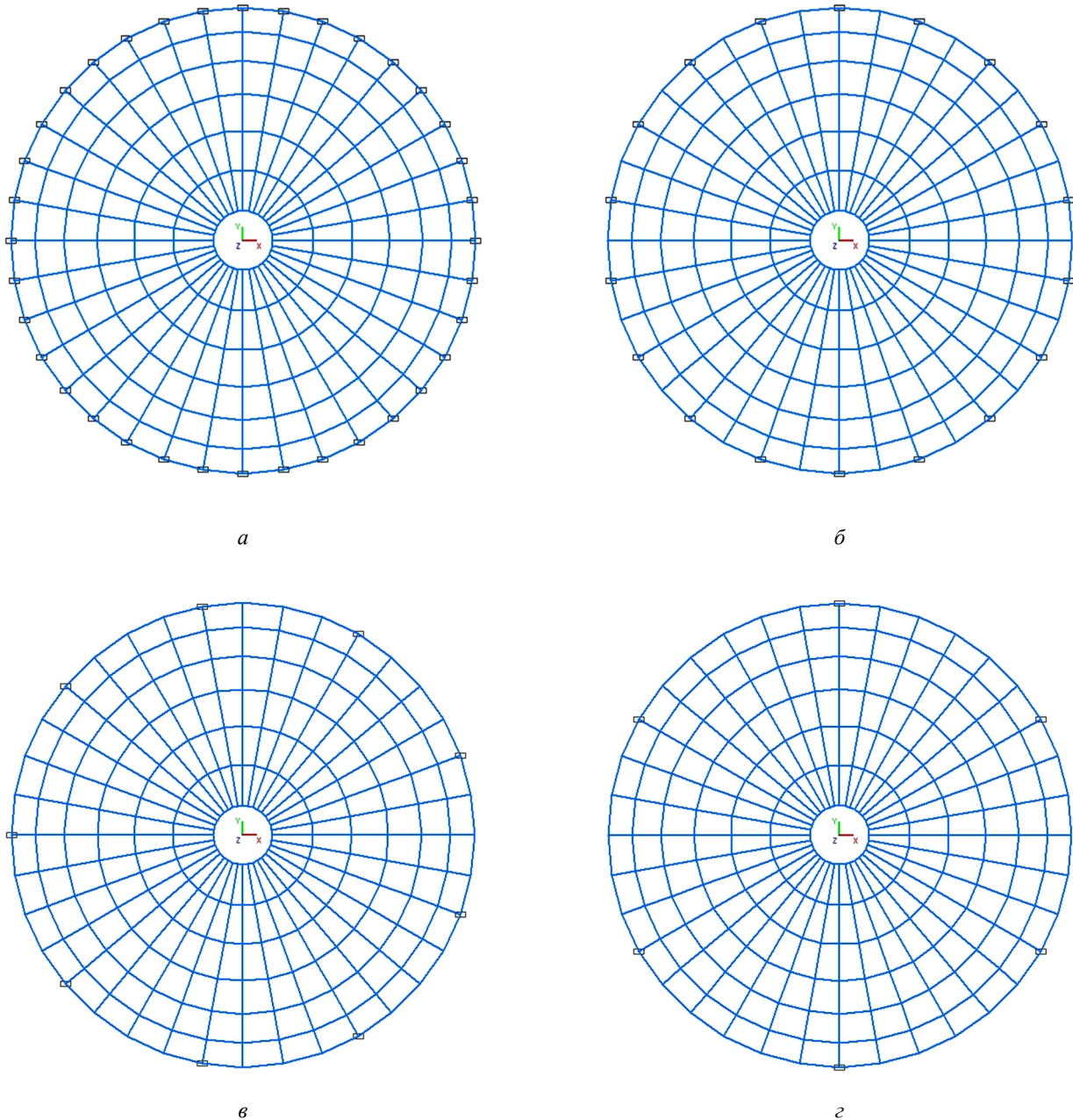


Рис. 2. Схемы каркасов с разным числом секторов между колоннами под куполом:

a — 1 сектор; *б* — 2 сектора; *в* — 4 сектора; *г* — 6 секторов

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем.

Figure 2. Models of frames with different numbers of sectors between the columns under the dome:

a — 1 sector; *б* — 2 sectors; *в* — 4 sectors; *г* — 6 sectors

S o u r c e: made by E.V. Lebed.

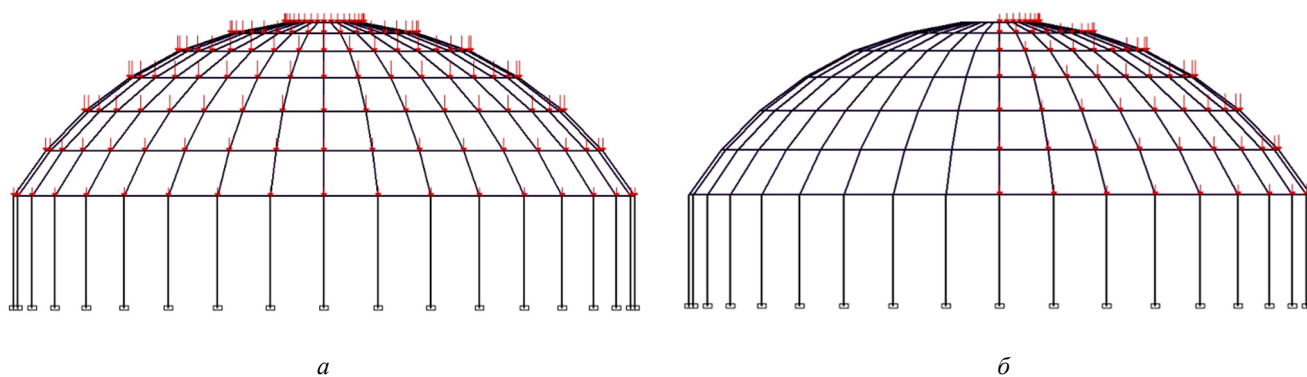


Рис. 3. Схемы загрузений купольных каркасов от веса снега:
a — вариант 1 (симметричный); *б* — вариант 2 (несимметричный)
 Источник: выполнено Е.В. Лебедем.

Figure 3. Loading schemes of dome frames from the weight of snow:
a — option 1 (symmetrical); *б* — option 2 (asymmetrical)
 Source: made by E.V. Lebed.

Исследования выполнялись на компьютерных расчетных моделях каркасов с ребристо-кольцевым куполом в программе SCAD как пространственных стержневых систем [15; 16].

Во всех схемах опирания стержни верхнего кольца, нижнего кольца и меридиональных ребер соединены друг с другом жестко. Соединение ребер с верхним и нижним кольцами, соединения колонн с нижним кольцом и соединения промежуточных колец с ребрами в каждой схеме опирания были различными: от шарниров в двух плоскостях (рис. 4) до жестких в двух плоскостях. В процессе исследования рассматривалось пять видов узловых сопряжений, обозначение и описание которых приведено в таблице.

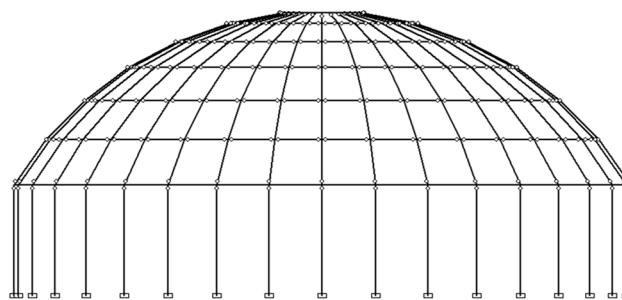


Рис. 4. Схема исходного каркаса с шарнирными узловыми сопряжениями
 Источник: выполнено Е.В. Лебедем.

Figure 4. Model of the initial frame with hinged node connections
 Source: made by E.V. Lebed.

**Разрешения поворотов вокруг собственных осей в узловых сопряжениях
 Rotational degrees of freedom around proper axes in nodal connections**

Вид сопряжения / Joint type	Наименование сопряжений элементов / Element joint name							
	Ребер с верхним кольцом / Ribs to upper ring		Ребер с нижним кольцом / Ribs to lower ring		Колонн с нижним кольцом / Columns to lower ring		Промежуточных колец с ребрами / Intermediate rings to ribs	
	UX	UY	UX	UY	UX	UY	UX	UY
ШЗ	v	v	v	v	v	v	v	v
Ш2	–	v	v	v	v	v	v	v
Ш1	–	v	v	v	v	v	–	v
Ж1	–	v	–	v	–	v	–	v
Ж2	–	–	–	–	–	–	–	–

Примечание: Знак «v» означает разрешение поворота вокруг оси, а знак «–» означает запрет /
Note: The “v” sign means that rotation around the axis is allowed, and the “–” sign means that it is prohibited.

Источник: выполнено Е.В. Лебедем / Source: made by E.V. Lebed.

Напряженно-деформированное состояние купольного каркаса во всех схемах опирания оценивалось по его прогибам f и по напряжениям σ^* в основных элементах, которые вычислялись по внутренним усилиям N, M_x, M_y, M_t . При этом эти внутренние усилия выбирались в наиболее нагруженных стержнях меридиональных ребер, верхнего кольца и нижнего кольца купола.

Оценка напряженного состояния каркаса выполнялась по приведенным напряжениям в его элементах

$$\sigma^* = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \quad (1)$$

Нормальные напряжения σ для трубчатого сечения

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W_x} \quad (2)$$

где для труб $M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$ — это равнодействующая величина моментов M_x, M_y .

Касательные напряжения τ при наличии крутящего момента M_t

$$\tau = \frac{M_t}{W_t} \quad (3)$$

Следует отметить, что выполненные автором ранее исследования кручения [17] показали, что касательные напряжения τ значительное влияние оказывают на верхнее кольцо, кроме сопряжений ШЗ, и заметное на нижнее кольцо для сопряжений Ж1. В меридиональных ребрах касательные напряжения τ также оказывают существенное влияние. Там же приведены и диаграммы приведенных напряжений σ^* в меридиональных ребрах, верхнем и нижнем кольцах купола.

3. Результаты

При симметричной нагрузке деформации купольного каркаса также проявляют симметрию смещения узлов и, как правило, вниз. При несимметричной нагрузке деформации не только становятся асимметричными, но и характеризуются смещениями узлов со стороны большего нагружения вниз, а со стороны меньшего нагружения вверх. Причем смещения вниз (прогиб) по абсолютной величине гораздо больше, чем смещение вверх (выгиб).

В исходной схеме каркаса (схема опирания 1), а также в схеме опирания 2 при симметричной нагрузке изменение видов узловых сопряжения от ШЗ до Ж2 практически не влияет на прогибы купола (рис. 5). В каркасах со схемами опирания 4 и 6 при симметричной нагрузке прогибы увеличиваются по отношению к исходной схеме и на их величины влияют виды узловых сопряжений.

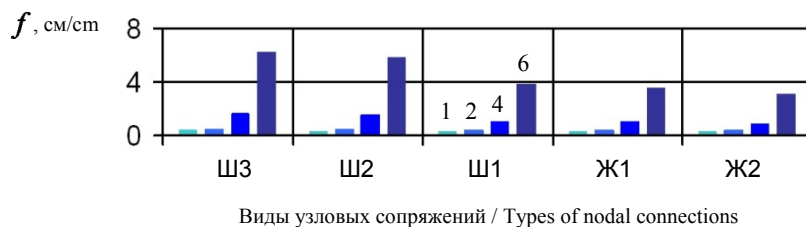


Рис. 5. Максимальные прогибы купольных каркасов при симметричной нагрузке:
1, 2, 4, 6 — число секторов между колоннами
Источник: выполнено Е.В. Лебедем.

Figure 5. Maximum deflections of dome frames under symmetrical load:
1, 2, 4, 6 — number of sectors between columns
Source: made by E.V. Lebed.

Несимметричная нагрузка приводит к значительному увеличению прогибов во всех схемах опирания, и вместе с тем изменение видов узловых сопряжения от ШЗ до Ж2 существенно влияет на прогибы купола (рис. 6). В каркасах со схемой опирания 6 при несимметричной нагрузке прогибы характеризуются наибольшими величинами для всех видов узловых сопряжений.

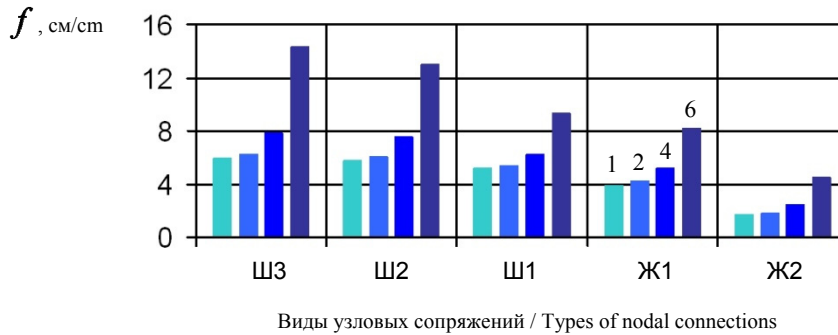


Рис. 6. Максимальные прогибы купольных каркасов при несимметричной нагрузке:
 1, 2, 4, 6 — число секторов между колоннами
 Источник: выполнено Е.В. Лебедем.

Figure 6. Maximum deflections of dome frames under asymmetrical load:
 1, 2, 4, 6 — number of sectors between columns
 Source: made by E.V. Lebed.

Прогибы купольных каркасов многократно увеличиваются при несимметричной нагрузке по сравнению с аналогичными прогибами при симметричной нагрузке, и это увеличение зависит как от схемы опирания купола, так и от вида узловых сопряжений его элементов. Отношения прогибов f_2/f_1 при несимметричной нагрузке f_2 к прогибам при симметричной нагрузке f_1 демонстрируют значения для узловых сопряжений с ШЗ до Ж2 в следующих диапазонах (рис. 7): в исходной схеме опирания 1 от 17,7 до 5,1, в схеме опирания 2 — от 14,2 до 4,5, в схеме опирания 4 от — 4,9 до 2,7, в схеме опирания 6 — от 2,3 до 1,5.

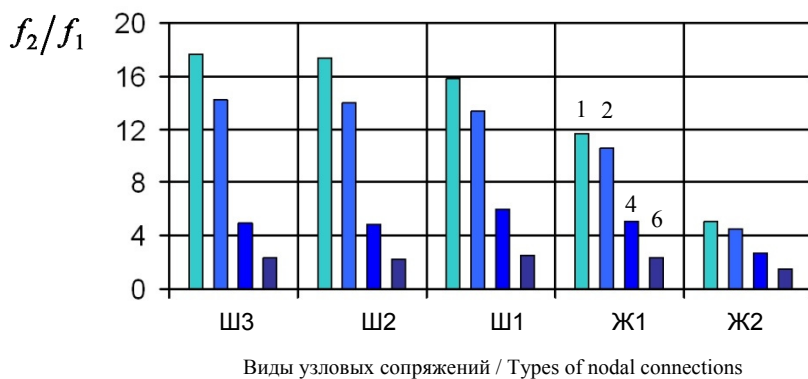


Рис. 7. Отношение прогиба при несимметричной f_2 к прогибу при симметричной f_1 нагрузках:
 1, 2, 4, 6 — число секторов между колоннами.
 Источник: выполнено Е.В. Лебедем.

Figure 7. The ratio of deflection under asymmetrical load f_2 to deflection under symmetrical load f_1 :
 1, 2, 4, 6 — number of sectors between columns
 Source: made by E.V. Lebed.

Вычисленные по формуле (1) приведенные напряжения σ^* имеют некоторый условный характер, поскольку максимальные вычисленные по формуле (2) нормальные напряжения σ и вычисленные по формуле (3) максимальные касательные напряжения τ могли возникать в разных сечениях однотипных элементов. Такой подход объясняется тем, что в действительности эти напряжения сочетаются по величинам в широком диапазоне значений σ с широким диапазоном значений τ и их максимальные значения могли не совпадать. Однако принятые в данном исследовании сочетания в полной мере отражают влияние кручения на несущую способность элементов с максимальными значениями нормальных напряжений σ .

Согласно предыдущему авторскому исследованию [17], в меридиональных ребрах купола приведенные напряжения σ^* зависят от видов узловых сопряжений элементов и почти не изменяются при изменении схем опирания от 1 до 6, за исключением узловых сопряжений Ж1 и Ж2 схемы опирания 6. В верхнем кольце купола приведенные напряжения σ^* зависят от видов сопряжений и также остаются стабильными в схемах опирания 1–4, а в схеме опирания 6 существенно возрастают. В нижнем кольце купола в наибольшей степени отражается зависимость приведенных напряжений σ^* от схемы опирания купола. Величины σ^* возрастают в несколько раз при переходе к схемам опирания с уменьшенным количеством колонн (в схемах 2, 4 и 6) и в то же время влияние на них видов узловых сопряжений усиливается.

В меридиональных ребрах отношения σ_2^*/σ_1^* приведенных напряжений при несимметричной нагрузке σ_2^* к приведенным напряжениям при симметричной нагрузке σ_1^* для узловых сопряжений от Ш3 до Ж2 показали очень большие значения. Но значения отношений σ_2^*/σ_1^* проявились по-разному в следующих диапазонах (рис. 8): в схеме опирания 1 — от 7,4 до 2,9; в схеме опирания 2 — от 7,4 до 2,6; в схеме опирания 4 — от 4,9 до 2,1, а в схеме опирания 6 отношение σ_2^*/σ_1^* колеблется в диапазоне от 1,7 до 2,4.

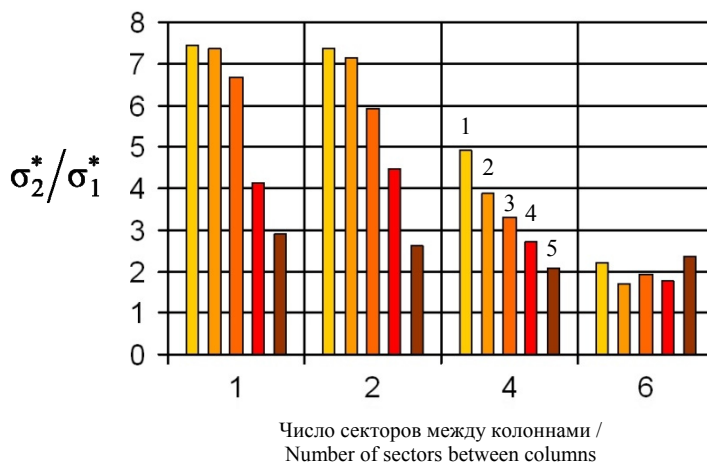


Рис. 8. Отношение напряжения при несимметричной σ_2^* к напряжению при симметричной σ_1^* нагрузках в меридиональных ребрах. Виды сопряжений: 1 — Ш3, 2 — Ш2, 3 — Ш1, 4 — Ж1, 5 — Ж2
И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем.

Figure 8. The ratio of stress under asymmetrical load σ_2^* to stress under symmetrical load σ_1^* in the meridional ribs. Types of connections: 1 — Ш3, 2 — Ш2, 3 — Ш1, 4 — Ж1, 5 — Ж2
S o u r c e: made by E.V. Lebed.

В верхнем кольце отношения σ_2^*/σ_1^* приведенных напряжений при несимметричной нагрузке σ_2^* к приведенным напряжениям при симметричной нагрузке σ_1^* для узловых сопряжений от ШЗ до Ж2 показали существенные значения. Но отношения σ_2^*/σ_1^* имеют наибольшие значения для узловых сопряжений Ш1 и не намного отличаются в разных схемах опирания купола в следующих диапазонах (рис. 9): в исходной схеме опирания 1 — от 2,4 до 1,4; в схеме опирания 2 — от 2,5 до 1,4; в схеме опирания 4 — от 2,0 до 1,4, а в схеме опирания 6 — от 1,6 до 1,1.

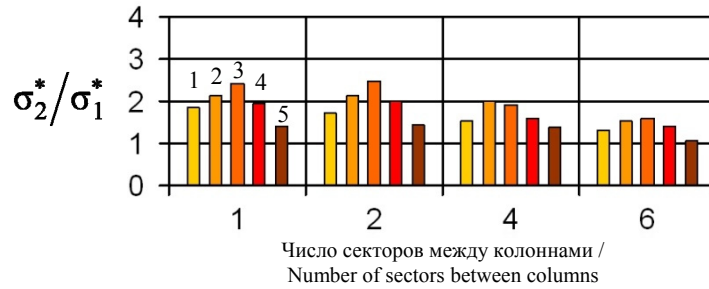


Рис. 9. Отношение напряжения при несимметричной σ_2^* к напряжению при симметричной σ_1^* нагрузках в верхнем кольце.

Виды сопряжений: 1 — ШЗ, 2 — Ш2, 3 — Ш1, 4 — Ж1, 5 — Ж2

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем.

Figure 9. The ratio of stress under asymmetrical load σ_2^* to stress under symmetrical load σ_1^* in the upper ring:

Types of connections: 1 — ШЗ, 2 — Ш2, 3 — Ш1, 4 — Ж1, 5 — Ж2

S o u r c e: made by E.V. Lebed.

В нижнем кольце отношения σ_2^*/σ_1^* приведенных напряжений при несимметричной нагрузке σ_2^* к приведенным напряжениям при симметричной нагрузке σ_1^* характеризуются незначительными значениями в схемах опирания 4 и 6 для узловых сопряжений от ШЗ до Ж2 в диапазонах от 1,0 до 1,2 и от 1,1 до 1,2 соответственно (рис. 10). А в схеме опирания 1 и в схеме опирания 2 это отношение проявилось существенными значениями в диапазонах от 1,3 до 2,0 и от 1,2 до 1,7 соответственно с наибольшими значениями для узловых сопряжений Ж1 и Ж2.

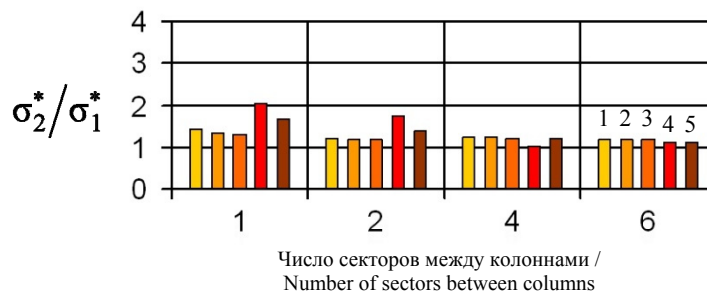


Рис. 10. Отношение напряжения при несимметричной σ_2^* к напряжению при симметричной σ_1^* нагрузках в нижнем кольце.

Виды сопряжений: 1 — ШЗ, 2 — Ш2, 3 — Ш1, 4 — Ж1, 5 — Ж2

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем.

Figure 10. The ratio of stress under asymmetrical load σ_2^* to stress under symmetrical load σ_1^* in the lower ring:

Types of connections: 1 — ШЗ, 2 — Ш2, 3 — Ш1, 4 — Ж1, 5 — Ж2

S o u r c e: made by E.V. Lebed.

В процессе исследования отдельно выявлялось влияние части напряжений только от продольных сил N , т.е. $\sigma_N = N/A$. Исследование показало, что влияние долей напряжений σ_N на итоговые напряжения σ^* неодинаково для разных элементов купольного каркаса. Величины этих долей, представленные отношением напряжений $\Delta_N = \sigma_N / \sigma^*$, зависят как от схем опирания, так и от видов узловых сопряжений. Для несимметричной нагрузки значения Δ_N изменяются так: в меридиональных ребрах в диапазоне — от 0,14 до 0,46; в верхнем кольце в диапазоне — от 0,12 до 0,41; в нижнем кольце в диапазоне — от 0,05 до 0,73.

Отношения напряжений от продольных сил N при несимметричной нагрузке σ_{N2} к аналогичным напряжениям при симметричной нагрузке σ_{N1} , т.е. σ_{N2}/σ_{N1} , в разных элементах показали незначительные отличия друг от друга. Для разных видов узловых сопряжений значения σ_{N2}/σ_{N1} составили: менее 4 % от средних значений в меридиональных ребрах, менее 2 % от средних значений в верхнем кольце, менее 7 % от средних значений в нижнем кольце. Поэтому была установлена зависимость от схем опирания отношений средних значений σ_{N2}/σ_{N1} для всех узловых сопряжений (ШЗ, Ш2, Ш1, Ж1, Ж2) в основных элементах купола (рис. 11). Эта зависимость показывает, что продольные силы N в каждом из основных элементов купола изменяются одинаково и при симметричной, и при несимметричной нагрузках в разных схемах опирания. Однако в меридиональных ребрах напряжения при несимметричной нагрузке σ_{N2} становятся на 20 % больше напряжений при симметричной нагрузке σ_{N1} , в верхнем кольце напряжения при несимметричной нагрузке σ_{N2} становятся на 33 % меньше напряжений при симметричной нагрузке σ_{N1} , а в нижнем кольце напряжения при несимметричной нагрузке σ_{N2} практически не отличаются от напряжений при симметричной нагрузке σ_{N1} .

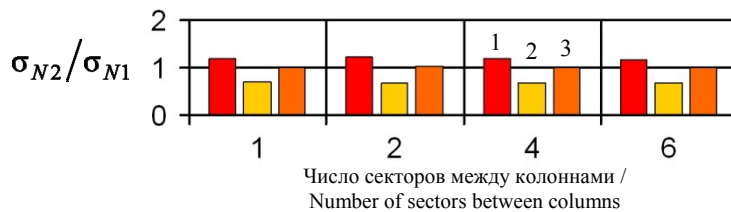


Рис. 11. Отношение средних напряжений от разных узловых сопряжений при несимметричной нагрузке σ_{N2} к аналогичным напряжениям при симметричной σ_{N1} :

1 — меридиональное ребро; 2 — верхнее кольцо; 3 — нижнее кольцо

Источни к: выполнено Е.В. Лебедем.

Figure 11. The ratio of the average stresses from different node connections under asymmetrical load σ_{N2} to corresponding stresses under symmetrical load σ_{N1} :

1 — the meridional rib; 2 — the upper ring; 3 — the lower ring

Source: made by E.V. Lebed.

4. Заключение

На основании изложенного материала можно сделать следующие *выводы*:

1. При несимметричной нагрузке купольный каркас не только деформируется асимметрично, но и его прогибы во много раз превосходят прогибы при симметричной.

2. Прогибы ребристо-кольцевого купола при несимметричной нагрузке характеризуются ростом значений при увеличении количества шарнирных узловых сопряжений, а с уменьшением количества поддерживающих колонн возрастают в 1,8–2,7 раза.

3. При несимметричной нагрузке напряженное состояние элементов купольного каркаса по сравнению с симметричной изменяется по-разному. В наибольшей степени увеличиваются напряжения в меридиональных ребрах (от 1,7 до 7,4 раза), и этот рост зависит как от схемы опирания, так и от вида узловых сопряжений. Наименьший рост напряжений при этом наблюдается в схеме опирания *б*, а наибольший в схеме опирания *1*.

4. Меньшее, но существенное увеличение напряжений при несимметричной нагрузке по сравнению с симметричной наблюдается в верхнем кольце, где в зависимости от вида узловых сопряжений они возрастают в интервале от 1,1 до 2,5 раза с наибольшим ростом в схеме опирания *1*.

5. Незначительное увеличение напряжений при сравнении несимметричной нагрузки с симметричной наблюдается в нижнем кольце, где они возрастают в интервале от 1,0 до 1,4, за исключением жестких узловых сопряжений в схемах опирания *1* и *2* (рост до 2 раз).

6. Независимо от вида узловых сопряжений и схем опирания увеличение напряжений в основных элементах купола при несимметричной нагрузке в сравнении с симметричной происходит в основном из-за роста изгибающих моментов M_x , M_y , а также кручения M_t .

7. Среди всех рассмотренных видов узловых сопряжений элементов меньшей чувствительностью к несимметричной нагрузке во всех схемах опирания характеризуется купольный каркас с жесткими узлами.

Список литературы

1. Тур В.И. Купольные конструкции: формообразование, расчет, конструирование, повышение эффективности. Москва: Изд-во АСВ, 2004. 96 с. ISBN 5-93093-249-2
2. Кривошапко С.Н. Металлические ребристо-кольцевые и сетчато-стержневые оболочки XIX — первой половины XX-го веков // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2014. № 6. С. 4–15. EDN: SYZJFN
3. Кривошапко С.Н. К вопросу о применении параболических оболочек вращения в строительстве в 2000–2017 годах // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 4. С. 4–14. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2017-4-4-14> EDN: ZHAIXB
4. Лебедь Е.В., Алукаев А.Ю. Большепролетные металлические купольные покрытия и их возведение // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 1. С. 4–16. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-1-4-16> EDN: YOJTL
5. Лебедь Е.В. Работа металлического каркаса ребристо-кольцевого купола при уменьшении количества поддерживающих его колонн // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 1. С. 14–26. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-1-14-26> EDN: YPWZQU
6. Anuj C. Analysis and design of steel dome using software // International Journal of Research in Engineering and Technology (IJRET). 2014. Vol. 03. Issue 03. P. 35–39. <https://doi.org/10.15623/ijret.2014.0303006>
7. Chacko P., Dipu V.S., Manju P.M. Finite Element Analysis of Ribbed Dome // International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA). 2014. P. 25–32. ISSN: 2248-9622
8. Jasim N.A., Saleh I.S., Faleh S.K. Structural Analysis of ribbed domes using finite element Method // International Journal of Civil Engineering Research. 2017. Vol. 8. No. 2. P. 113–130. URL: <https://faculty.uobasrah.edu.iq/uploads/publications/1644004697.pdf> (accessed: 15.08.2024).
9. Anu J.S., Preethi M. Parametric Analysis of Single layer Ribbed dome with Diagonal members // International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET). 2017. Vol. 04. Issue 08. P. 870–877.
10. Eldhose M., Rajesh A.K., Ramadass S. Finite Element Analysis and Parametric Study of Schwedler Dome Using ABAQUS Software // International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT). 2015. Vol. 28. No. 7. P. 333–338. URL: <http://www.ijettjournal.org> (accessed: 15.08.2024).
11. Лебедь Е.В. Влияние связей на напряженное состояние каркаса ребристо-кольцевого купола // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 5. С. 417–427. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-5-417-427> EDN: MVUUGT
12. Lebed E.V. Influence of the size of the upper ring on the stressed state of the ribbed-ring metal dome // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2023. Т. 19. № 5. С. 450–458. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-5-450-458> EDN: DTILTG
13. Jeleniewicz K., Jaworski J., Żółtowski M., Izabela Uziębło I., Stefańska A., Dixit S. Steel ribbed dome structural performance with different node connections and bracing system // Scientific Reports. 2024. Vol. 14. Article no. 14013. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-64811-0> EDN: DXKSNY

14. Лебедь Е.В. Влияние узловых сопряжений на усилия в элементах металлического каркаса ребристого кольцевого купола с учетом разного количества поддерживающих его колонн // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2025. Т. 21. № 1. С. 3–17. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-1-3-17>
15. Карпиловский В.С., Криксунов Э.З., Маляренко А.А., Перельмутер А.В., Перельмутер М.А. SCAD Office. Вычислительный комплекс SCAD. Москва : АСВ. 2006. 592 с. ISBN 5-93093-289-1 EDN: QNMHYR
16. Городецкий А.С., Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкций. Киев : Факт, 2005. 344 с. URL: <https://dwg.ru/dnl/1952> (дата обращения: 15.08.2024)
17. Lebed E.V. Torsion in the Elements of the Metal Dome Frame, Supported by Sparsely Installed Columns // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2025. Vol. 21 No. 1. P. 136–145. <https://doi.org/10.22337/2587-9618-2025-21-1-136-145>

References

1. Tur V.I. *Dome Structures: Morphogenesis, Analysis, Design, Increase in Effectiveness*. Moscow: ASV Publ.; 2004. (In Russ.) ISBN 5-93093-249-2
2. Krivoshapko S.N. Metal ribbed-and-circular and lattice shells from the XIXth until the first half of the XXth century. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2014;(6):4–15. (In Russ.) EDN: SYZJFN
3. Krivoshapko S.N. On application of parabolic shells of revolution in civil engineering in 2000-2017. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2017;(4):4–14. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2017-4-4-14> EDN: ZHAIXB
4. Lebed E.V., Alukaev A.U. Large-span metal dome roofs and their construction. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018;14(1):4–16. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-1-4-16> EDN: YOJITL
5. Lebed E.V. Behavior of metal frame of ribbed-ring dome with decrease in number of supporting columns. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(1):14–26. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-1-14-26> EDN: YPWZQU
6. Anuj Ch. Analysis and design of steel dome using software. *International Journal of Research in Engineering and Technology (IJRET)*. 2014;03(03):35–39. <https://doi.org/10.15623/ijret.2014.0303006>
7. Chacko P., Dipu V.S., Manju P.M. Finite Element Analysis of Ribbed Dome. *International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA)*. 2014;2248-9622:25–32.
8. Jasim N.A., Saleh I.S., Faleh S.K. Structural analysis of ribbed domes using finite element method. *International Journal of Civil Engineering Research*. 2017;8(2):113–130. Available from: <https://faculty.uobasrah.edu.iq/uploads/publications/1644004697.pdf> (accessed: 15.08.2024).
9. Anu J.S., Preethi M. Parametric Analysis of Single layer Ribbed dome with Diagonal members. *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)*. 2017;04(08):870–877.
10. Eldhose M., Rajesh A.K., Ramadass S. Finite Element Analysis and Parametric Study of Schwedler Dome Using ABAQUS Software. *International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT)*. 2015;28(7):333–338. Available from: <http://www.ijettjournal.org> (accessed: 15.08.2024).
11. Lebed E.V. The influence of bracing on the stress state of the ribbed-ring dome framework. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(5):417–427. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-5-417-427> EDN: MVUUGT
12. Lebed E.V. Influence of the size of the upper ring on the stressed state of the ribbed-ring metal dome. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023;19(5):450–458. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-5-450-458> EDN: DTILTG
13. Jeleniewicz K., Jaworski J., Żółtowski M., Uziębło I., Stefańska A., Dixit S. Steel ribbed dome structural performance with different node connections and bracing system. *Scientific Reports*. 2024;14:14013. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-64811-0>
14. Lebed E.V. Influence of joint type on member forces in metal ribbed-ring dome frame taking into account different number of supporting columns. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2025;21(1):3–17. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-1-3-17>
15. Karpilovskiy V.S., Kriksunov E.Z., Malyarenko A.A., Perel'muter A.V., Perel'muter M.A. SCAD Office. Computer system SCAD. Moscow: ASV Publ.; 2006. (In Russ.) ISBN 5-93093-289-1 EDN: QNMHYR
16. Gorodetskiy A.S., Evzerov I.D. *Computer models of structures*. Kiev: Fakt Publ.; 2005. (In Russ.) Available from: <https://dwg.ru/dnl/1952> (accessed: 15.08.2024)
17. Lebed E.V. Torsion in the Elements of the Metal Dome Frame, Supported by Sparsely Installed Columns. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2025;1(1):136–145. <https://doi.org/10.22337/2587-9618-2025-21-1-136-145>