

# АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ ANALYTICAL AND NUMERICAL METHODS OF STRUCTURAL ANALYSIS

DOI: 10.22363/1815-5235-2025-21-6-497-508

EDN: EBFSNK

Научная статья / Research article

## Аналитическая модель динамического расчета железобетонных колонн при горизонтальном ударе с разрушением по наклонному сечению

А.В. Алексейцев<sup>✉</sup>, К.В. Юрусов<sup>id</sup><sup>1</sup>Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация

✉ aalexw@mail.ru

Поступила в редакцию: 26 сентября 2025 г.

Доработана: 20 ноября 2025 г.

Принята к публикации: 30 ноября 2025 г.

**Аннотация.** Проблема обеспечения механической безопасности несущих конструкций зданий и сооружений представляется особенно актуальной. Одним из важных аспектов этой проблемы является прочность сжатых и сжато-изогнутых элементов при действии поперечной ударной нагрузки. При этом для железобетонных колонн может реализовываться несколько схем разрушения. Разработана методика аналитического определения предельной нагрузки от горизонтального удара для элементов квадратного поперечного сечения при реализации схемы разрушения по наклонному сечению. Характерными аварийными ситуациями, соответствующими этой схеме разрушения, являются столкновения с колонной автомобиля или удары вблизи зоны опорного закрепления конструкции. Основой аналитического расчета являются уравнения статического равновесия, в которых используются предельные механические характеристики материалов с учетом динамического упрочнения. При деформировании бетона учитывается эффект от стеснения в направлении, перпендикулярном сжатию, что повышает расчетное сопротивление бетона, но вызывает дополнительные напряжения в поперечной арматуре. Выполнен пример расчета железобетонной колонны здания, доведенный до числовых значений, и приведено сопоставление результатов предлагаемой методики с численным расчетом. В качестве инструмента численного расчета использовалась верифицированная объемная конечно-элементная модель. Выявлены ограничения предлагаемого аналитического метода и установлена его достаточно высокая точность и эффективность. Сформулированы перспективы дальнейших разработок и даны рекомендации по конкретному использованию метода для обеспечения механической безопасности железобетонных колонн.

**Ключевые слова:** поперечный удар, железобетонные конструкции, динамическое нагружение, механическая безопасность, сдвиговая прочность

**Заявление о конфликте интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.


**Вклад авторов:** *Алексейцев А.В.* — концепция исследования, разработка зависимостей аналитической модели, подготовка рисунков, подготовка конечноэлементной модели, научное редактирование; *Юрусов К.В.* — разработка зависимостей аналитической модели, верификация конечноэлементной модели, выполнение числовых примеров расчета, подготовка текста, анализ результатов расчета. Оба автора ознакомлены с окончательной версией статьи и одобрили ее.

**Для цитирования:** *Алексейцев А.В., Юрусов К.В.* Аналитическая модель динамического расчета железобетонных колонн при горизонтальном ударе с разрушением по наклонному сечению // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2025. Т. 21. № 6. С. 497–508. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-6-497-508> EDN: EBFSNK

*Алексейцев Анатолий Викторович*, доктор технических наук, профессор кафедры железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Российская Федерация, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; eLIBRARY SPIN-код: 3035-5571, ORCID: 0000-0002-4765-5819; e-mail: aalexw@mail.ru

*Юрусов Константин Валерьевич*, аспирант кафедры железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Российская Федерация, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; eLIBRARY SPIN-код: 8084-3827, ORCID: 0009-0004-1970-3491; e-mail: walrk@mail.ru

© Алексейцев А.В., Юрусов К.В., 2025

 This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

# Analytical Modeling of Reinforced Concrete Columns Under Lateral Impact with Shear Failure

Anatoly V. Alekseytsev<sup>ID</sup>✉, Konstantin V. Yurusov<sup>ID</sup>

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow, Russian Federation

✉ aalexw@mail.ru

Received: September 26, 2025

Revised: November 20, 2025

Accepted: November 30, 2025

**Abstract.** The issue of ensuring the mechanical safety of load-bearing structures in buildings and facilities is currently of particular relevance. One critical aspect of this problem is the strength of compressed and compressed-bent elements under transverse impact loading. Several failure mechanisms can occur in reinforced concrete (RC) columns. This paper develops an analytical methodology for determining the ultimate load capacity of square cross-section elements under horizontal impact, specifically for the failure mode associated with diagonal shear. Such scenarios are possible in cases of vehicle collision with a column or impacts near the support zone of the structure. The analytical model is based on static equilibrium equations, which incorporate the ultimate mechanical characteristics of the materials, accounting for dynamic strengthening effects. The concrete deformation model considers the confining effect in the direction perpendicular to compression, which enhances the concrete's calculated resistance but induces additional stresses in the transverse reinforcement. A numerical example of the calculation for a building's RC column is provided, yielding specific numerical results. A comparison is made between the outcomes of the proposed methodology and those obtained from a detailed numerical simulation performed using a verified solid finite element model. The limitations of the proposed analytical method are identified, and its sufficiently high accuracy and efficiency are demonstrated. Finally, prospects for further development are outlined, and recommendations for the practical application of the method to ensure the mechanical safety of reinforced concrete columns are provided.

**Keywords:** lateral impact, reinforced concrete structures, dynamic loading, structural safety, shear strength

**Conflicts of interest.** The authors declare that there is no conflict of interest.

**Authors' contribution:** *Alekseytsev A.V.* — research concept, development of analytical model dependencies, preparation of figures, preparation of finite element model, scientific editing; *Yurusov K.V.* — development of analytical model dependencies, verification of finite element model, execution of numerical calculation examples, preparation of text, analysis of calculation results. Both of the authors read and approved the final version of the article.

**For citation:** Alekseytsev A.V., Yurusov K.V. Analytical modeling of reinforced concrete columns under lateral impact with shear failure. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2025;21(6):497–508. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-6-497-508> EDN: EBFSNK

## 1. Введение

Важным аспектом при обеспечении безопасности зданий и сооружений с несущими системами из железобетона является проверка прочности сжатых и сжато-изгибаемых элементов на поперечный удар. Данной проблематике уделяется достаточно внимания, что говорит об актуальности исследований в этой области. Изучаются такие факторы, как несущая способность железобетонных колонн с учетом эффекта стеснения поперечных деформаций бетона (ограниченного бетона) [1], деформируемость композитных колонн из железобетона в оболочках из углепластика [2], динамический отклик и способность к поглощению энергии конструкций с модифицированным бетоном, например с добавлением резиновой крошки [3]. Выполнен большой объем экспериментальных исследований, аналитического и численного моделирования, который показывает интерес к всестороннему исследованию поведения сжатых колонн при ударных воздействиях, в том числе и при повреждениях от коррозии [4], при учете муфтовых соединений продольных (вертикальных) стержней по длине [5], при рассмотрении комбинаций изгибных и сжимающих усилий [6]. Одним из важнейших аспектов исследований динамики колонн являются ее отклик и оценка повреждений при горизонтальном воздействии [7]. При этом существенным является место приложения ударной нагрузки. Так, в работе [8] рассмотрен удар по части колонны в окрестности ее опорного узла. Авторами этой работы доказан эффект влияния типов опорных закреплений на несущую способность колонн. Ряд работ посвящается изучению работы сжатых конструкций при низкоскоростном ударе, например [9]. Для такого ударного воздействия демпфирующие свойства колонны и способность ее к поглощению энергии можно повысить путем усиления углепластиком [10].

Низкоскоростной удар в расчетах может моделироваться как квазистатической [11], так и импульсной нагрузкой [12], где отмечается, что предельное состояние колонн может достигаться как потерей прочности, так и потерей устойчивости. Устойчивость теряется, как правило, для тонких железобетонных колонн, гибкость которых более 50. Сложность описания деформирования и моделирования колонн при горизонтальных ударах вызвала необходимость в разработке аналитических упрощенных подходов к расчетам, инженерных методов. Различные особенности этих методов представлены в следующих работах. В [13] сравниваются упрощенные подходы к оценке несущей способности обычных и усиленных углепластиком железобетонных колонн, в [14] описывается вероятностный характер нагрузочного эффекта и оценивается надежность конструкций, в [15] раскрывается влияние на несущую способность процента продольного армирования. Аналитические модели определения несущей способности при динамическом воздействии основаны на уравнениях квазистатического равновесия [16], которые были доработаны для случаев случайных коррозионных повреждений [17] и различных соотношений сжимающей и ударяющей силы [18]. Выделяются существенные различия в методиках расчета в зависимости от скорости ударного воздействия, жесткости ударяющего тела, жесткости самой колонны и пенетрации в нее индентора. В [19] отмечается существенное снижение жесткости и несущей способности сжатой колонны в результате коррозии, но жесткость также может снижаться из-за трещинообразования при сложных нагружениях, в том числе статическими моментами и поперечными силами [20]. В ряде исследований уделяется внимание жесткости индентора. Если жесткость ударяющего тела высока, то вся кинетическая энергия передается на ударяемую конструкцию («жесткий» удар), а если индентор сам во время удара может поглощать энергию, такой удар считается мягким [21]. Кроме жесткости удара на динамику колонн существенно влияет форма поперечного сечения. Так, при сравнении результатов работ [22] (квадратное сечение) и [23] (круглое сечение) видно, что круглые колонны имеют большую по сравнению с квадратными уязвимость к хрупкому сдвиговому разрушению.

Многие из рассматриваемых работ [7; 8; 18; 22] предполагают использование трудоемких вычислительных процедур и наличие высокой квалификации исследователей, что в значительной мере сдерживает практическое применение предлагаемых разработок.

*Цель исследования* — разработка инженерного метода расчета сжатых колонн на удар при реализации разрушения сдвигового типа. Для достижения поставленной цели необходимо решить задачу построения методики упрощенной оценки несущей способности и верифицировать ее на основе экспериментов и численного моделирования. Объектом исследования являются сжатые железобетонные колонны, подвергаемые горизонтальному силовому воздействию у опоры, предмет исследования — предельная сдвиговая несущая способность.

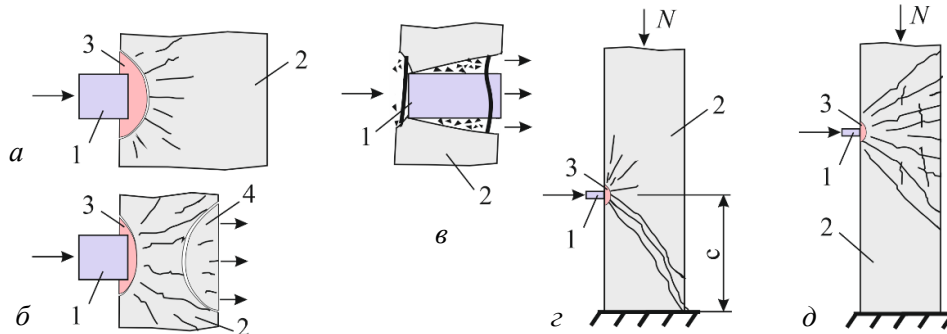
## 2. Методы

При динамическом воздействии на колонну горизонтальной силой большинством исследователей, в том числе [24] были выделены следующие схемы разрушений: локальное смятие, которое может сопровождаться отколом или пробитием (местное разрушение), изгибная схема разрушения (по нормальным сечениям) и разрушение от действия поперечных сил (по наклонным сечениям) (рис. 1).

Рассматривая экспериментальные и теоретические исследования разрушения колонны по наклонным сечениям, а также качественные результаты численного моделирования, отмечается, что на несущую способность существенное влияние оказывает уровень нагруженности сжатием, а также величина и направление статической поперечной силы, имеющейся в рамной конструкции. В результате динамического воздействия догружение колонны происходит как поперечной силой, так и изгибающим моментом. Поэтому аналогично нормальной эксплуатации должны быть сформированы два условия прочности: прочность по наклонному сечению при действии поперечной силы с учетом динамического догружения; прочность по наклонному сечению при действии изгибающего момента с учетом его изменения при динамическом нагружении:

$$\begin{cases} k_{d1} Q_{\max} \leq Q_{cd,ult}, \\ k_{d2} M_{\max} \leq M_{cd,ult}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $k_{d1}$ ,  $k_{d2}$  — коэффициенты, учитывающие динамичность системы;  $Q_{\max}$ ,  $M_{\max}$  — внутренние усилия от нагрузки для рассматриваемого наклонного сечения;  $Q_{cd,ult}$ ,  $M_{cd,ult}$  — значения предельных сил, обусловленных сопротивлением бетона и арматуры при разрушении по наклонному сечению.



**Рис. 1.** Схемы разрушения при горизонтальном ударе:

- a, б, в* — местное разрушение при различных скоростях удара;  
*г* — разрушение сжатой колонны по наклонному сечению (от поперечной силы);  
*д* — от изгиба; 1 — индентор; 2 — колонна; 3 — область локального смятия;  
 4 — бетон откола со стороны, противоположной зоне контакта индентора с колонной

И с т о ч н и к: выполнено А.В. Алексеичевым

В качестве метода решения системы неравенств (1) выбран метод, заключающийся в составлении уравнений статического равновесия относительно поперечной оси колонны и относительно точки, проходящей через начало наклонного сечения. Случаи местного разрушения (рис. 1, *a–в*) в данной работе не рассматриваются. Для численной верификации принят метод прямого интегрирования по неявной схеме дифференциальных уравнений движения системы, дискретизированной по методу конечных элементов (МКЭ). Для железобетонной несущей конструкции это уравнение можно представить в виде

$$M \ddot{\vec{y}} + C \dot{\vec{y}} + K_{\tau} \vec{y} = \vec{F}, \quad (2)$$

где  $\ddot{\vec{y}}$ ,  $\dot{\vec{y}}$ ,  $\vec{y}$  — соответственно векторы ускорений, скоростей и перемещений;  $\vec{F}$  — вектор узловых сил;  $M$  — матрица масс. Матрицы демпфирования  $C$  и глобальная касательная матрица жесткости  $K_{\tau}$  в формуле (2) определяются по формуле (3)

$$C = \beta K_{\tau}; \quad K_{\tau} = K_{co} + K_{ro} + K_{so}, \quad (3)$$

где  $\beta$  — коэффициент конструкционного демпфирования;  $K_{co}$ ,  $K_{ro}$ ,  $K_{so}$  — матрицы касательных коэффициентов для бетона, арматурных стержней, опорных связей (в случае если колонна находится на деформируемом основании).

### 3. Результаты и обсуждение

#### 3.1. Методика расчета

Получено *первое условие* прочности из выражения (1). При наличии в системе предшествующего динамическому удару статического нагружения, предлагается формула

$$\left( \frac{\Delta Q_d}{k_N^d Q_d^{ult}} \pm \frac{Q_{st}}{Q_{bN} + Q_{swN}} \right) \leq 1, \quad (4)$$

где  $\Delta Q_d$  — величина динамического догружения поперечной силой, вызванной горизонтальным ударом;  $k_N^d$  — коэффициент, учитывающий схему закрепления и напряженно-деформированное состояние колонны под эксплуатационной нагрузкой;  $Q_d^{ult}$  — предельная поперечная сила, воспринимаемая сечением с учетом динамического упрочнения бетона и арматуры, эффекта стеснения поперечных деформаций;  $Q_{st}$ ,  $Q_{bN}$ ,  $Q_{swN}$  — соответственно поперечная сила от проектной статической нагрузки, поперечная сила, воспринимаемая бетоном, и поперечная сила, воспринимаемая поперечной арматурой при нормальной эксплуатации с учетом наличия продольной силы  $N_e$ .

Коэффициент  $k_N^d$  определяется по формуле

$$k_N^d = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1,5-\mu}} \left( k_e + \left( \frac{N_e}{N_{ult}} \sqrt{\frac{P_{Ne}^{ult}}{P_{ult}}} \right) \right)^{-1}, & \frac{N_e}{N_{ult}} < 0,6, \\ \left( \frac{P_{Ne}^{ult}}{P_{ult}} + k_e \right)^{-1}, & \frac{N_e}{N_{ult}} \geq 0,6, \end{cases} \quad (5)$$

где  $P_{Ne}^{ult}$  — статический эквивалент поперечной ударной нагрузки, при значении эксплуатационного продольного усилия, равного  $N_e$  и реализации изгибной схемы разрушения колонны;  $P_{ult}$  — то же при значении продольного усилия  $N_e = 0$ ;  $\mu$  — коэффициент приведения расчетной длины колонны к геометрической. При жесткой заделке на одной из опор и шарнирной на другой  $\mu = 0,7$ , при жестких заделках на обоих концах, не исключая сжатия колонны,  $\mu = 0,5$ . Определение значений  $P_{Ne}^{ult}$ ,  $P_{ult}$  выполняется с учетом влияния изгибающих моментов и прогибов, обусловленных действием этих сил. Величина  $N_{ult}$  определяется для случая малых эксцентриситетов (условно центрально сжатый стержень) по формуле СП 63.13330<sup>1</sup>:

$$N_{ult} = \varphi(R_b A_b + R_{sc} A_{sc}), \quad (6)$$

где  $\varphi$  — коэффициент продольного изгиба;  $R_b, R_{sc}$  — расчетные сопротивления сжатию бетона и арматуры соответственно;  $A_b, A_{sc}$  — площади бетона и арматуры.

Под величиной  $k_e$  понимается уровень стеснения деформаций. Для квадратного сечения на основе базовых рекомендаций модели Дж. Мандера [25] он определяется исходя из процента продольного армирования и геометрии поперечного армирования:

$$k_e = \frac{1}{1-\mu_{sc}} \left( 1 - \frac{S_w - d_w}{2d} \right)^2, \quad (7)$$

где  $\mu_{sc}, d_w$  — процент продольного армирования с учетом площади по контуру стеснения (рис. 2) и диаметр поперечного стержня соответственно;  $d$  — длина стержня поперечной арматуры по стороне, параллельной плоскости ударного воздействия  $P$  в пределах центров тяжести стержней поперечной арматуры, перпендикулярных  $P$ .

Предельное усилие  $Q_d^{ult}$  может быть определено на основе выражения, справедливого для разрушения по наклонному сечению с длиной проекции наклонного сечения  $c = 2h_0$ :

$$Q_d^{ult} = \sqrt{3k_b R_{bt} (1+k_e)^{1+\sqrt{N_e/N_{ult}}}} b h_0^2 q_{sw}^d, \quad (8)$$

<sup>1</sup> СП 63.13330. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. АО «НИЦ «Строительство» — НИИЖБ им. А.А. Гвоздева. 2019.

где  $R_{bt}$  — расчетное сопротивление бетона растяжению;  $k_b$  — коэффициент динамического упрочнения бетона;  $b$ ,  $h_0$  — ширина и рабочая высота сечения;  $q_{sw}^d$  — интенсивность нагрузки, воспринимаемой поперечной арматурой с учетом динамического упрочнения стали и напряжений от сдерживания бетонного ядра (рис. 2).

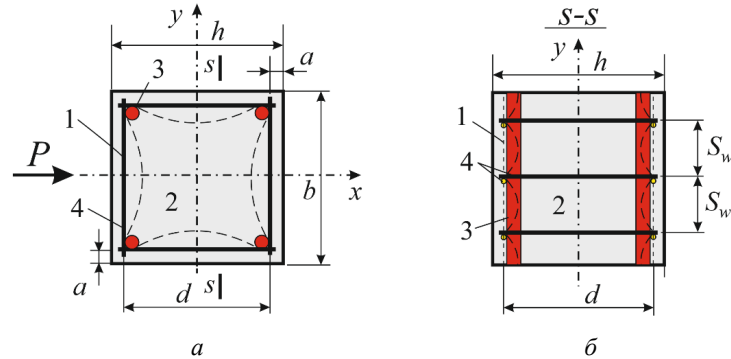


Рис. 2. К определению уровня стеснения деформаций:

$a$  — поперечное сечение колонны;  $b$  — разрез  $s-s$ ; 1 — контур области стеснения деформаций, 2 — ядро области стеснения деформаций, 3 — продольная арматура, 4 — поперечная арматура

И с т о ч н и к: выполнено А.В. Алексейцевым.

Величина

$$q_{sw}^d = k_s \frac{R_{sw} A_{sw}}{S_w} \left( 1 - (0,2 + k_e) \frac{N_e}{N_{ult}} \right), \quad (9)$$

где  $R_{sw}$ ,  $A_{sw}$  — расчетное сопротивление и площадь поперечной арматуры;  $k_s$  — коэффициент ее динамического упрочнения.

Значение поперечной силы, воспринимаемой бетоном с учетом обжатия продольной силой, принимая во внимание методику пособия к СП 63.13330 по проектированию предварительно напряженных железобетонных конструкций, вычисляем следующим образом:

$$Q_{bN} = \frac{1,5\varphi_n R_{bt} b h_0^2}{c}, \quad 0,5\varphi_n R_{bt} b h_0 \leq Q_{bN} \leq 2,5 R_{bt} b h_0, \quad (10)$$

где  $c$  — проекция наклонного сечения на вертикальную ось, а величина  $\varphi_n$  учитывает наличие нормальных напряжений от сжимающей силы. Ее определяем следующим образом:

$$\varphi_n = \begin{cases} 1,25, & 0,25R_b \leq \sigma_b < 0,5R_b \\ 2,5 - \left(1 - \frac{\sigma_b}{R_b}\right), & 0,5R_b \leq \sigma_b \leq R_b \end{cases}, \quad \sigma_b = \frac{N_e}{A_b + \frac{\alpha E_b \varepsilon_{b0}}{R_b} A_{sc}}, \quad (11)$$

где в случае сжатия с малым эксцентриситетом (все сечение неравномерно сжато)  $A_{sc}$  — площадь продольной арматуры;  $A_b$  — площадь бетона;  $\alpha = E_s / E_b$  — величина отношения модулей упругости бетона и арматуры соответственно, определяемых с учетом напряженно-деформированного состояния (НДС) колонны;  $R_b$  — расчетное сопротивление бетона сжатию;  $\varepsilon_{b0} = 0,002$  — деформация бетона для непродолжительного действия нагрузки.

Величина  $c$  может быть определена так:

$$c = \sqrt{\frac{1,5\varphi_n R_{bt} b h_0^2}{0,75q_{sw}^c}}, \quad c \leq 2h_0, \quad (12)$$

где величина интенсивности  $q_{sw}^c$  нагрузки, воспринимаемой поперечной арматурой, определяется по (5) при  $k_s = 1$ .

Второе условие прочности из выражения (1) имеет вид, приведенный в СП 63.13330 и, как правило, при наличии требуемой длины анкеровки продольной арматуры, выполняется

$$k_{d2} M_{\max} \leq M_{cd,ult} = M_s + M_{sw}, \quad (13)$$

где  $M_s, M_{sw}$  — изгибающие моменты, воспринимаемые продольной и поперечной арматурой колонны соответственно.

### 3.2. Аналитический расчет

Рассмотрена колонна сечением  $400 \times 400$  мм, длиной 4,0 м, изготовленная из бетона класса В25 ( $R_b = 11,5$  МПа,  $R_{bt} = 0,9$  МПа), продольная арматура класса А500:  $R_s = 435$  МПа, поперечная того же класса, но с  $R_{sw} = 300$  МПа, коэффициенты динамического упрочнения с учетом [26] для бетона  $k_1 = 1,1$ , для арматуры  $k_2 = 1,2$ , опорное закрепление жесткое, узел соединения с перекрытием шарнирный  $\mu = 0,7$ , расстояние от наружной грани бетона (и по вертикали, и по горизонтали) до центра тяжести продольной арматуры  $a = 5$  см (рис. 3).

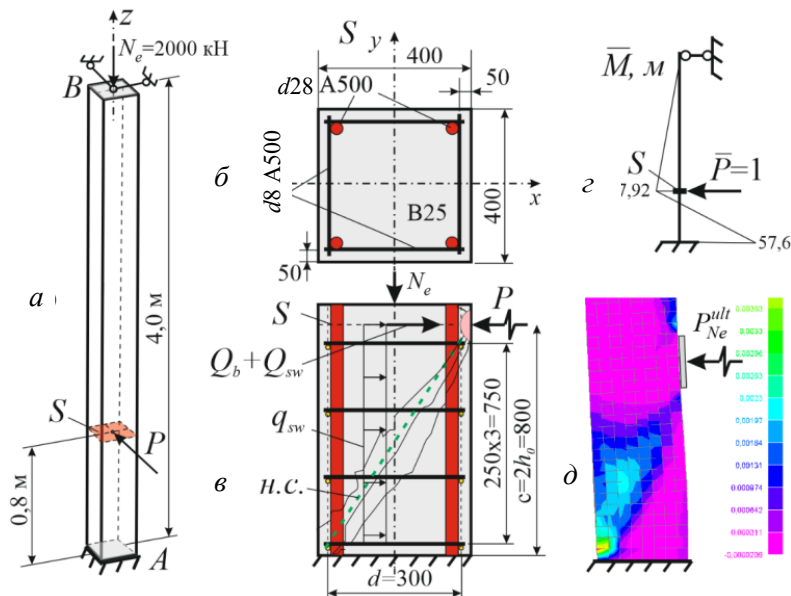


Рис. 3. Пример расчета колонны на горизонтальный удар:

*a* — исходная конструкция; *b* — поперечное сечение *S*; *в* — расчетная схема с наклонным сечением; *г* — эпюра моментов от единичной ударной нагрузки; *д* — главные деформации растяжения в бетоне при пиковом значении динамической силы и статической эксплуатационной нагрузки  $N_e$

И с т о ч н и к: выполнено А.В. Алексейцевым.

Колонна армирована продольной арматурой  $4d28$ ,  $A_{sc0}^{4d28} = 24,63$  см<sup>2</sup>, симметрично по углам. Поперечная арматура представляет собой замкнутый каркас из  $4d8$ , этот каркас расположен с постоянным шагом 250 мм по высоте колонны, площадь стержня  $A_{sw}^{d8} = 0,503$  см<sup>2</sup>. Считаем колонну условно центрально сжатой эксплуатационной нагрузкой  $N_e = 2000$  кН, поперечная сила  $Q_{st} = 0$  кН.

Колонна подвергается динамическому воздействию в виде горизонтального удара от автомобильного столкновения. Этот удар моделируется механической силой, приложенной на расстоянии 0,8 м от опорного закрепления. Требуется определить предельную величину этой динамической силы при условии, что форма ударного импульса представляет собой прямоугольник.

Принимаем в расчете допущение о том, что разрушение происходит по наклонному сечению с длиной проекции  $c = 2h_0$ , а условие прочности по наклонному сечению на действие изгибающего момента удовлетворяется (значение момента мало по сравнению с балочными элементами).

Условие (4) примет вид  $\Delta Q_d \leq k_N^d Q_d^{ult}$ . Для определения  $k_N^d$  вычисляем следующие величины:  $\mu_{sc} = 24,63 / 30 \times 30 = 2,73\%$ , здесь  $d = 30$  см — размер квадратной области стеснения деформаций (рис. 3, б, в).

$$\text{Тогда уровень стеснения } k_e = \frac{1}{1 - \mu_{sc}} \left( 1 - \frac{S_w - d_w}{2d} \right)^2 = \frac{1}{1 - 0,0273} \left( 1 - \frac{25 - 2,8}{2 \cdot 30} \right)^2 = 0,408, \text{ величина}$$

$$N_{ult} = \varphi(R_b A_b + R_{sc} A_{sc0}) = 0,9(1,15 \cdot 40 \cdot 40 + 43,5 \cdot 24,64) = 2620 \text{ кН.}$$

Отношение  $N_e / N_{ult} = 2000 / 2620 = 0,763 \geq 0,6$ , используем уравнение равновесия в начале наклонного сечения, проходящего через сечение  $S$  (рис. 3, в), и вычисляем условные предельные горизонтальные силы при  $N_e = 0$  кН  $\times N_e = 2000$  кН, которые вызывали бы изгибную схему разрушения. Максимальный момент от действия этих сил будет в заделке (рис. 3, з), формируем для этого сечения уравнение равновесия. Прогиб от действия горизонтальной силы в заделке равен нулю, поэтому уравнение примет вид  $M_{\max} + N_e e_f = k_1 R_b \cdot b \cdot h_0^2 \cdot \alpha_R + k_2 R_{sc} \cdot A_{sc}^{2d28} \cdot (h_0 - a)$  — максимальный момент определяем методом перемещений при условии, что его вызывает сила  $P_{Ne}^{ult}$ , эксцентриситет  $e_f = ((35 - 5) / 2) = 15$  см. Определяем константу  $\alpha_R$ , связанную с обеспечением пластической схемы разрушения, для чего вычислим граничное значение относительной высоты сжатой зоны бетона при реализации удара:  $\xi_R = 0,8 \div (1 + (435 \div 2 \cdot 10^5) \div 0,0035) = 0,493$ , тогда  $\alpha_R = 0,493(1 - 0,493 / 2) = 0,37$ .

Подставляя в уравнение равновесия все полученные значения, имеем

$$0,144 \cdot 400 P_{Ne}^{ult} + 2000 \cdot 15 = 1,1 \cdot 1,15 \cdot 40 \cdot 35^2 \cdot 0,37 + 1,2 \cdot 43,5 \cdot 12,32 \cdot (35 - 5),$$

$$57,6 P_{Ne}^{ult} = 22934 + 19293 - 30000, \quad P_{Ne}^{ult} = 212,74 \text{ кН. При } N_e = 0 \text{ кН, } P_{ult} = 733,1 \text{ кН.}$$

Тогда  $k_N^d = (0,408 + 212,74 / 733,1)^{-1} = 1,4427$ . Вычисляем интенсивность ударной нагрузки, воспринимаемой двумя стержнями поперечной арматуры  $d8$  с учетом уровня стеснения поперечных деформаций и наличия эксплуатационной сжимающей силы (5):

$$q_{sw}^d = 1,2 \cdot \frac{30 \cdot 1,01}{25} \left( 1 - (0,2 + 0,403) \left( \frac{2000}{2620} \right) \right) = 1,4544(1 - 0,422) = 0,78493 \text{ кН/см.}$$

Принятый диаметр поперечной арматуры с учетом наличия продольной силы и с учетом принятого шага арматуры должен быть проверен по условию включения в работу. Коэффициент упругости:

$$\nu_b = R_b \div E_{b0} \varepsilon_b = 11,5 \div (27,5 \cdot 0,002 \cdot 10^3) = 0,209.$$

Вычисляем средние напряжения

$$\sigma = N \div A_{red} = 2000 \div (40 \cdot 40 + 0,209^{-1} \cdot (2 \div 2,75) \cdot 10 \cdot 24,64) = 1,017 \text{ кН/см}^2,$$

коэффициент

$$\varphi_n = 2,5 \left( 1 - \frac{\sigma}{R_g} \right) = 2,5 \left( 1 - \frac{1,017}{1,15} \right) = 0,289,$$

$$q_{sw}^d \geq q_{sw,\min} = 0,25 \varphi_n R_{bt} b = 0,25 \cdot 0,289 \cdot 0,09 \cdot 40 = 0,2601.$$

Условие удовлетворено. Тогда по (4):

$$Q_d^{ult} = \sqrt{3 \cdot 1,1 \cdot 0,09 \cdot (1 + 0,403)^{(1 + \sqrt{2/2,62})} \cdot 40 \cdot 35^2 \cdot 0,7849} = 146,8 \text{ кН.}$$

Значение  $\Delta Q_d = Q_d^{ult} \cdot k_N^d = 146,8 \cdot 1,4427 = 211,8 \text{ кН.}$

То есть при времени воздействия 1с колонна может выдержать механическую силу в 211,8 кН.

### 3.3. Численная верификация результатов расчета

Ввиду сложностей с постановкой и проведением натурального эксперимента, воспроизводящего расчетную ситуацию, выполним верификацию задачи с использованием объемной конечно-элементной модели. В качестве модели для бетона использована модель пластичности Друкера — Прагера [27] с возможностью разупрочнения материала по касательным напряжениям, что имитирует разрушение по наклонному сечению. Арматура моделировалась билинейной диаграммой с ограничением предельных деформаций разрыва. Параметры моделей деформирования бетона и арматуры, а также гиперпараметры алгоритма расчета приведены в табл. 1.

Таблица 1. Константы конечно-элементного моделирования

Материал / гиперпараметр	Параметры				
	Напряжения когезии	Угол внутреннего трения	Угол дилатации	Напряжения текучести	Предельные деформации
Бетон В25	3,3 МПа	38 град.	28 град.	0,9 Мпа (растяжение) 11,5 Мпа (сжатие)	0,0001 (растяжение) 0,0035 (сжатие)
Продольная арматура А500	–	–	–	435	0,025
Поперечная арматура А500	–	–	–	300	0,025
Общее демпфирование	5 %				
Критерий сходимости	Невязка по узловым силам 0,1 %				
Нелинейные итерации	25 итераций метода Ньютона — Рафсона на каждом шаге интегрирования, обновление матрицы жесткости каждые 5 итераций				
Шаг и время интегрирования	$\Delta t = 0,05 \text{ с}, t = 1,5 \text{ с}$				

И с т о ч н и к: выполнено А.В. Алексейцевым.

Верификация модели метода конечных элементов (МКЭ) по деформациям изгиба с параметрами модели деформаций бетона проводилась в работе [28]. По деформациям сжатия выполним расчетное сопоставление при предельной силе  $N_{ult} = 2620 \text{ кН}$ . Численное моделирование такого процесса с учетом медленного (близкого к статическому) нагружения дало значение 2778 кН. Численные и аналитические расчеты с другими параметрами материалов давали тоже близкие результаты по предельной сжимающей силе. Однако в компонентах НДС, получаемых на основе численной и аналитической модели, имеются следующие отличия. Напряжение сжатия в бетоне, полученное в конечно-элементной модели, соответствует величине  $R_b$ , но напряжения в продольной арматуре в предельном состоянии находятся на уровне  $\sigma = (0,4 \div 0,7) R_{sc}$ , а основным критерием остановки роста нагрузки является напряжение в поперечной арматуре, которое достигает своего предела:  $\sigma = R_{sw}$ . Установлено, что рост деформаций поперечной арматуры приводит к разрушению бетона. Очевидно, в аналитических моделях необходим учет эффекта стеснения поперечных деформаций и формирование критериев прочности в деформациях при наличии поперечной арматуры, а также необходим учет особенностей деформирования бетона в околоарматурной области, что выполнено в [29].

С помощью верифицированной конечно-элементной модели сделаны расчеты рассматриваемой колонны при различных значениях  $N_e$ , они были сопоставлены с результатами, полученными на основе предлагаемой аналитической методики (табл. 2).

Таблица 2. Сопоставление значений  $\Delta Q_d$

Метод	$\Delta Q_d$ , при продольной сжимающей силе $N_e$				
	2500 kN	2000 kN	1500 kN	1000 kN	500 kN
МКЭ	109	195	256	287	309
Предлагаемая Методика (М)	<b>257,28</b>	211,8	272,4	275,3	298,2
Погрешность $\delta = (\text{МКЭ}-\text{М})/\text{М}$	<b>-91 %</b>	-0,07	-0,048	0,026	0,022

И с т о ч н и к: выполнено А.В. Алексеичевым.

Результаты МКЭ в данной задаче хорошо соответствуют аналитическим. Как показывают данные таблицы, применимость предлагаемой методики следует ограничить уровнем  $N_e / N_{ult} < 0,8$ , поскольку погрешность метода при  $N_e \rightarrow N_{ult}$  становится очень высокой. Расчеты показали, что при наличии эксплуатационной поперечной силы  $Q_{st}$  условие (1) дает результаты, вполне удовлетворительно соответствующие численному моделированию.

### 3.4. Дискуссия и перспективы исследований

Представленная методика реализует один из возможных сценариев разрушения колонны, когда динамическая сила возрастает с относительно небольшой скоростью, так, что напряжения в бетоне не превышают напряжений смятия, а скорость его деформаций не превышает критических значений, приводящих к образованию веерообразных трещин. Если скорость возрастания нагрузки велика, то при контактом взаимодействии может реализовываться схема разрушения в виде выкалывания или пробития. Модели расчета сжатых элементов, приведенные в ряде нормативных документов, сегодня не учитывают эффектов дилатации бетона, стеснения поперечных деформаций бетона и появления напряжений в поперечной арматуре от этого стеснения, однако численные модели и эксперименты свидетельствуют об этих эффектах. Численные модели показывают, что несущая способность сжатой колонны по наклонному сечению с учетом поперечного ударного воздействия существенным образом зависит от напряженно-деформированного состояния бетона. Предлагаемая модель косвенно учитывает эффекты появления напряжений в поперечной арматуре при расчете параметра  $q_{sw}$  (5), но микротрещинообразование и, как следствие, дилатация бетона не учитываются, а также не учитывается работа бетона на ниспадающей ветви. Поэтому предполагается, что возникает существенная погрешность при  $N_e \rightarrow N_{ult}$ .

Разработанный метод может использоваться в качестве дополнительного инструмента для решения задач по оценке живучести зданий и сооружений [30; 31] при аварийных воздействиях техногенного характера, имеющих механическую природу. Перспективы совершенствования этого метода состоят в его доработке для расчета удлиненных прямоугольных сечений (пилонов) и тонких железобетонных колонн ( $\lambda \geq 50$ ). Представляет интерес также введение в модель различного рода начальных или приобретенных повреждений, а также адаптация метода к расчету железобетонных колонн, усиленных сталью или углеволокном.

## 4. Заключение

1. Разработан метод аналитического расчета предельной поперечной ударной нагрузки для сжато-изогнутых железобетонных элементов при реализации схемы разрушения по наклонному сечению. Верификация показала удовлетворительное соответствие с результатами, получаемыми на

основе расчета объемной модели МКЭ в диапазоне значений сжимающей силы, соответствующей характерному нагружению колонн в гражданских зданиях. Отличие в результатах при  $N_e < 0,8N_{ult}$  составляет не более 5 %.

2. В аналитической модели учтено стеснение поперечных деформаций бетона при сжатии с учетом различного шага, диаметра и класса поперечной арматуры. Выявлены ограничения в применении метода по величине сжимающей силы, которая должна составлять менее 80 % от предельной.

3. Установлена возможность быстрой по сравнению с объемным МКЭ оценки безопасности железобетонных колонн при таких аварийных ситуациях, как столкновение технологического или другого транспорта с колоннами, техногенные механические удары по колоннам в опорных зонах, когда разрушение происходит от действия поперечной силы с длиной проекции наклонного сечения  $2h_0 \leq c \leq 3h_0$ .

4. Предложенные зависимости рекомендуется использовать при проектировании превентивных мероприятий, направленных на повышение механической безопасности зданий и сооружений, в том числе при их защите от прогрессирующего разрушения.

### Список литературы

1. Jaiswal D.K., Murty C.V.R. Lateral deformation capacity of cantilever RC hollow columns using physics-based concrete confinement model // Structures. 2025. Vol. 75. Article no. 108662. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2025.108662>
2. Bai H., Zhang M., Wang D. Ultimate lateral load capacity of FRP tube-confined concrete-encased cross-shaped steel column: experimental and numerical investigation // Constr Build Mater. 2025. Vol. 492. Article no. 142856.
3. Azunna S.U., Aziz F.N.A.A., Rashid R.S.M. Dynamic response of rubberized geopolymer concrete column subjected to lateral impact // Progress in Engineering Science. 2025. Vol. 2. Article no. 100130. <https://doi.org/10.1016/j.pes.2025.100130>
4. Ma C., Sun H., Ning C., Wu S., Niu X. Experimental evidence of failure mode transition for reinforced concrete rectangular columns with corroded stirrup // Eng Fail Anal. 2026. Vol. 183. Article no. 110193.
5. Chen Q.-J., Lei J., Wang Y.-T., Liu X., Gao W., Yao M.-J., Cai J. Dynamic performance of precast concrete columns with pressed sleeve connections under horizontal impact loads // Engineering Structures. 2026. Vol. 346. Article no. 121707.
6. Bao X., Li D., Zhao D., Shen J., Chen X., Cui H. Lateral impact responses of inclined steel-reinforced concrete column: experimental and numerical investigations // Structures. 2025. Vol. 74. Article no. 108601. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2025.108601>
7. Wei J., Xue J., Hu Z., Qi L., Xu J. Dynamic response and post-impact damage assessment of steel reinforced concrete columns under lateral impact Loads // Engineering Structures. 2025. Vol. 328. Article no. 119735. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2025.119735> EDN: TIVYRD
8. Тамразян А.Г. Горизонтальное динамическое воздействие по нижней части колонны с учетом совместной работы с элементом сооружения // Железобетонные конструкции. 2025. Т. 10. № 2. С. 3–16. <https://doi.org/10.22227/2949-1622.2025.2.3-16> EDN: IFYDUF
9. Lai D., Demartino C., Xu J., Xu J., Xiao Y. GFRP bar RC columns under lateral low-velocity impact: an experimental investigation // International Journal of Impact Engineering. 2022. Vol. 170. Article no. 104365. <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2022.104365> EDN: WLJUZK
10. Swesi A.O., Cotsovos D.M., Val D.V. Effect of CFRP strengthening on response of RC columns to lateral static and impact loads // Composite Structures. 2022. 287. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2022.115356> EDN: RKLKFR
11. Anil O., Cem Yilma, M., Barmaki W. Experimental and numerical study of RC columns under lateral low-velocity impact load // Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures and Buildings. 2020. Vol. 173. No. 8. P. 549–567. <https://doi.org/10.1680/jstbu.18.00041> EDN: FXKMYL
12. Алексейцев А.В. Анализ устойчивости железобетонной колонны при горизонтальных ударных воздействиях // Железобетонные конструкции. 2023. Т. 2. № 2. С. 3–12. <https://doi.org/10.22227/2949-1622.2023.2.3-12> EDN: VCYHKK
13. Li X., Yin Y., Li T., Zhu X., Wang R. Analytical study on reinforced concrete columns and composite columns under lateral impact // Coatings. 2023. Vol. 13. No. 1. Article no. 152. <https://doi.org/10.3390/coatings13010152> EDN: RWPQLQ
14. Zhao W., Qian J. Resistance mechanism and reliability analysis of reinforced concrete columns subjected to lateral impact // International Journal of Impact Engineering. 2020. Vol. 136. Article no. 103413. <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2019.103413> EDN: QVIKKB
15. Wang X., Zhang Y., Su Y., Feng Y. Experimental Investigation on the Effect of Reinforcement Ratio to Capacity of RC Column to Resist Lateral Impact Loading // Systems Engineering Procedia. 2011. Vol. 33. No. 1. P. 2725–2733. <https://doi.org/10.1016/j.sepro.2011.08.007> EDN: OBCWIH

16. Пузанков Ю.И. Прочность и деформативность сжатых железобетонных элементов при поперечной динамической нагрузке : дис. ... канд. техн. наук. Москва, 1979. 136 с.
17. Daneshvar K., Moradi M.J., Ahmadi K., Mahdavi G., Hariri-Ardebili M.A. Dynamic behavior of corroded RC slabs with macro-level stochastic finite element simulations // *Engineering Structures*. 2021. Vol. 239. Article no. 112056. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112056> EDN: XNGSLW
18. Sun J.-M., Yi W.-J., Chen H., Peng F., Zhou Y., Zhang W.-X. Dynamic Responses of RC Columns under Axial Load and Lateral Impact // *Journal of Structural Engineering*. 2023. Vol. 149. No. 1. <https://doi.org/10.1061/jsendh/steng-11612> EDN: BRWXNG
19. Алексейцев А.В., Юрусов К.В. Исследование несущей способности коррозионно-повреждаемых сжатых железобетонных элементов при поперечном действии импульсной нагрузки // *Вестник МГСУ*. 2025. Т. 20. № 5. С. 667–682. <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2025.5.667-682> EDN: ZKVQJE
20. Колчунов В.И., Аль-Хашими О.И., Протченко М.В. Жесткость железобетонных конструкций при изгибе поперечной и продольной силами // *Строительство и реконструкция*. 2021. № 6 (98). С. 5–19. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2021-98-6-5-19> EDN: НОВВКЕ
21. Yilmaz T., Kiraç N., Anil Ö. Experimental investigation of axially loaded reinforced concrete square column subjected to lateral low-velocity impact loading // *Structural Concrete*. 2019. Vol. 20. Issue 4. P. 1358–1378. <https://doi.org/10.1002/suco.201800276>
22. Zhao W., Ye J. Dynamic behavior and damage assessment of RC columns subjected to lateral soft impact // *Engineering Structures*. 2022. Vol. 251. Article no. 113476. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.113476> EDN: YULMOI
23. Demartino C., Wu J.G., Xiao Y. Response of shear-deficient reinforced circular RC columns under lateral impact loading // *International Journal of Impact Engineering*. 2017. Vol. 109. P. 196–213. <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2017.06.011>
24. Забегаев А.В. Прочность и деформативность железобетонных конструкций при аварийных ударных нагружениях : дис. ... д-ра техн. наук. Москва, 1992. EDN: NPQPEB
25. Mander J.B., Priestley M.J.N., Park R. Theoretical stress-strain model for confined concrete // *Journal of Structural Engineering*. 1988. Vol. 114. No. 8. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1988\)114:8\(1804\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1988)114:8(1804))
26. Колчунов В.И., Федорова Н.В., Савин С.Ю. Динамические эффекты в статически неопределимых физически и конструктивно нелинейных системах // *Промышленное и гражданское строительство*. 2022. № 9. С. 42–51. <https://doi.org/10.33622/0869-7019> EDN: OTJLOQ
27. Arslan G. Sensitivity Study of the drucker–prager modeling parameters in the prediction of the nonlinear response of reinforced concrete structures // *Materials and Design*. 2007. Vol. 28. P. 2596–2603. <https://doi.org/10.1016/J.MATDES.2006.10.021> EDN: KUKOHN
28. Tamrazyan A., Alekseytsev A.V. Optimization of reinforced concrete beams under local mechanical and corrosive damage // *Engineering Optimization*. 2023. Vol. 55. No. 11. P. 1905–1922. <http://doi.org/10.1080/0305215x.2022.2134356> EDN: VKGOVU
29. Колчунов В.И., Федорова Н.В., Ильющенко Т.А. Расчетная модель сопротивления железобетона в околоарматурной области // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2024. Т. 20. № 5. С. 391–403. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-5-391-403> EDN: ZRBRFL
30. Тамразян А.Г. Методология теоретических основ живучести строительных систем // *Железобетонные конструкции*. 2025. Т. 9. № 1. С. 3–17. <https://doi.org/10.22227/2949-1622.2025.1.3-17> EDN: SJBCSO
31. Тамразян А.Г., Алексейцев А.В., Мишина Е.С. Вероятностный критерий оценки живучести железобетонных рам при локализации разрушения // *Вестник МГСУ*. 2025. Т. 20. № 7. С. 1061–1071. <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2025.7.1061-1071> EDN: UCPSKZ