

Живучесть железобетонного каркаса здания с учетом длительности эксплуатации

С.Ю. Савин[✉], М.И. Ступак^{ORCID}, Д.К. Маньков^{ORCID}

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет,
Москва, Российская Федерация
✉ suwin@yandex.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 12 апреля 2024 г.

Доработана: 25 мая 2024 г.

Принята к публикации: 30 мая 2024 г.

Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии
конфликта интересов.

Вклад авторов

Нераздельное соавторство.

Аннотация. Исследовано влияние длительности эксплуатации железобетонного каркаса здания на параметры его живучести при сценарии внезапного отказа одного из несущих элементов конструктивной системы. В качестве объекта исследования была выбрана железобетонная несущая система здания филармонии. Для количественной оценки ее живучести используется относительный индекс живучести, связанный с параметрами разрушающей нагрузки для системы с наличием начального локального разрушения и без разрушений. В рамках исследования выполнялось квазистатическое моделирование методом конечных элементов с учетом физической и геометрической нелинейности. Физическая нелинейность бетона, в том числе при длительной эксплуатации сооружения, учитывалась с помощью модифицированных билинейных диаграмм состояния материала, отличавшихся для элементов с различным напряженно-деформированным состоянием на стадии длительной эксплуатации. Параметры таких диаграмм были получены с использованием интегрального модуля В.М. Бондаренко. По результатам исследования получены и проанализированы деформации и усилия в элементах несущей системы после возникновения в ней начального разрушения. Построены графики зависимости изменения процента разрушенных элементов от параметров разрушающей нагрузки для моделей несущей системы с наличием начального локального разрушения в виде отказа колонны крайнего ряда и моделей системы без начальных разрушений. Показано, что при учете длительности эксплуатации сооружения значения параметра разрушающей нагрузки и параметра живучести несущей системы снижаются.

Ключевые слова: устойчивость, железобетон, каркас, прогрессирующее обрушение, живучесть

Сергей Юрьевич Савин, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 1301-4838, ORCID: 0000-0002-6697-3388; E-mail: suwin@yandex.ru.

Мария Игоревна Ступак, магистрант, кафедра железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Москва, Россия; ORCID: 0009-0008-1903-0572; E-mail: maria.stpak@gmail.com

Дмитрий Константинович Маньков, магистрант, кафедра железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Москва, Россия; ORCID: 0009-0009-1311-2312; E-mail: dmitrymanckov03@gmail.com

© Савин С.Ю., Ступак М.И., Маньков Д.К., 2024



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-49-10010, <https://rscf.ru/project/24-49-10010/>

Для цитирования

Савин С.Ю., Ступак М.И., Маньков Д.К. Живучесть железобетонного каркаса здания с учетом длительности эксплуатации // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 3. С. 220–240. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-3-220-240>

Robustness of Reinforced Concrete Frame with Respect to its Service Life

Sergey Yu. Savin  , Maria I. Stupak , Dmitry K. Mankov 

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow, Russia

 suwin@yandex.ru

Article history

Received: April 12, 2024

Revised: May 25, 2024

Accepted: May 30, 2024

Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors' contribution

Undivided co-authorship.

Abstract. The effect of service life of a reinforced concrete building frame on its robustness parameters in the case of sudden failure of the outermost column has been investigated. The reinforced concrete frame of a philharmonic hall was chosen as the study subject. In order to evaluate its robustness, a relative robustness index, which is related to the parameters of the failure load for a system with and without initial local failure, has been utilized. Quasi-static modeling using the finite element method taking into account physical and geometric nonlinearity was performed as a part of the study. The physical nonlinearity of concrete, considering long-term operation of the structure, was accounted for by modified bilinear constitutive models of the material. Such models differed for elements with different stress-strain states in long-term operation. The parameters of the constitutive models were obtained using the integral deformation modulus proposed by Bondarenko. This approach has been employed to analyze the deformations and forces in the elements of the load-bearing system in the scenario of the outermost column failure. The curves for the percentage of destroyed elements of the load-bearing structure versus the parameters of the failure load have been plotted for the models with and without initial local failure of the outermost column, as well as for short-term and long-term operation. It is shown that the values of the failure load parameter and the relative robustness index decrease when the service life of the structure is accounted for.

Keywords: resistance, reinforced concrete, frame, progressive collapse, robustness

Acknowledgements

The research was carried out at the expense of a grant from the Russian Science Foundation No. 24-49-10010, <https://rscf.ru/project/24-49-10010/>

For citation

Savin S.Yu., Stupak M.I., Mankov D.K. Robustness of reinforced concrete frame with respect to its service life. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(3):220–240. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-3-220-240>

Sergey Yu. Savin, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 1301-4838, ORCID: 0000-0002-6697-3388; E-mail: suwin@yandex.ru.

Maria I. Stupak, Graduate student, Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), Moscow, Russia; ORCID: 0009-0008-1903-0572; E-mail: maria.stpak@gmail.com

Dmitry K. Mankov, Graduate student, Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), Moscow, Russia; ORCID: 0009-0009-1311-2312; E-mail: dmitrymanckov03@gmail.com

1. Введение

Начиная с 2001 года в связи с обрушением башен-близнецов Всемирного торгового центра во всем мире значительно возрос интерес к проблеме обеспечения устойчивости несущих систем зданий к аварийным воздействиям, в том числе приводящим к повреждению или разрушению отдельных несущих элементов. Хотя инженерному сообществу были известны случаи обрушения зданий в результате локальных отказов или повреждений отдельных конструкций и ранее, например, случаи со зданиями Ронан Пойнт [1] и Альфреда Мюррея [2], комплексом «Трансвааль-парк» [3] или ТЦ Сампун [4], начало интенсивного роста числа публикаций по этой проблеме приходится на 2000-е гг. [5]. Основной особенностью перечисленных выше случаев обрушений зданий является низкая вероятность события, послужившего причиной начального разрушения или повреждения конструктивной системы. Однако последствия изменения расчетной схемы сооружений в результате отказа одного из элементов и последующего перераспределения нагрузок оказались катастрофическими. В [6] отмечается, что, несмотря на низкую вероятность аварийного воздействия, риск наступления неприемлемых последствий существенен. В связи с этим расчетные ситуации, связанные с возникновением начальных локальных повреждений или разрушений, должны быть учтены при проектировании сооружений повышенного уровня ответственности.

Следует отметить, что в результате аварийной ситуации могут реализоваться специфические механизмы сопротивления конструкций либо могут быть превышены допустимые границы использования упрощенных моделей сопротивления. В связи с этим требуют более глубокого обоснования модели и критерии, используемые при оценке несущей способности отдельных конструкций и живучести сооружения в целом. В частности, при аварийной ситуации допускается переход конструкций перекрытий к механизму сопротивления по типу висячей системы. Рассматривая причины и механизм разрушения Всемирного торгового центра в [7], авторы отмечали, что начальные механические повреждения от столкновения самолета с сооружением, а также последовавший за этим пожар привели к тому, что перекрытия перешли к вантовому механизму сопротивления. В результате перекрытия потянули за собой колонны, что привело к потере их устойчивости. В [8] была исследована модель двухпролетной железобетонной рамы на внезапное удаление колонны среднего ряда с переходом ригелей к сопротивлению по типу висячей системы. По результатам испытаний был отмечен разрыв верхней арматуры в опорных сечениях у крайних колонн и нижней арматуры в опорных сечениях у средней колонны, для которой моделировалось внезапное выключение. Также было отмечено разрушение бетона сжатой зоны в колонне крайнего ряда в уровне примыкания к ней ригеля. Такое разрушение было обусловлено изменением эффективной расчетной длины колонны и дополнительным поперечным воздействием на колонну от ригеля после его перехода к работе по типу висячей системы (catenary action).

Кроме того, известно, что в бетоне железобетонных конструкций эксплуатируемых зданий и сооружений во времени развиваются деформации, вызванные усадкой и ползучестью. Также наблюдается рост прочности и начального модуля упругости в результате старения бетона. В [9] исследовали бетонные образцы в возрасте 20–30 лет, извлеченные из балок и плит вблизи предполагаемых нейтральных осей изгибаемых элементов, а также из колонн, для которых средний уровень напряжений в течение срока эксплуатации оценивался не более $0,27 f_{ck}$ в условиях нормальной эксплуатации и не более $0,55 f_{ck}$ с учетом сейсмических воздействий. Авторами отмечено увеличение модуля деформаций и снижение деформативности. Таким образом, материал с течением времени стал более хрупким, уменьшился диапазон пластических деформаций. В бетоне эксплуатируемых железобетонных конструкций во времени может также наблюдаться релаксация напряжений вследствие развития деформаций ползучести и перераспределения усилий на стержни продольной арматуры [10; 11], а также другие конструкции в статически неопределимых системах. Отмеченное явление может сказаться на вязкостных свойствах бетона и параметрах его силового сопротивления при аварийных воздействиях, однако оно, как правило, не учитывается при оценке устойчивости конструктивной системы к обрушению.

Существующие критерии, используемые при оценке устойчивости несущих систем зданий к прогрессирующему обрушению при возникновении начального локального разрушения, преимущественно связаны с прочностью сечений несущих элементов и определяются предельными значениями усилий или деформаций. Применительно к конструкциям балочного типа в [12] предлагается интегральная оценка особого предельного состояния по величине относительного прогиба или по углу поворота при образовании пластических шарниров. Следует отметить, что применительно к сжатым и внецентренно сжатым конструкциям данные интегральные критерии не применимы. В [13] используются диаграммы «момент — кривизна», которые позволяют выполнять оценку сопротивления сечений как изгибаемых, так и внецентренно сжатых элементов. Общим недостатком деформационных критериев, в том числе интегральных (относительный прогиб, кривизна, угол поворота и т.д.), является то, что они применимы лишь к отдельному элементу или его сечению и не дают полного представления о состоянии несущей системы в целом после возникновения в ней начального локального разрушения.

Более универсальными критериями оценки несущей способности элементов конструктивных систем зданий и сооружений при особых воздействиях являются критерии, основанные на анализе и сопоставлении потенциальной и кинетической энергии элементов системы, части конструктивной системы или несущей системы в целом. Bazant и Verdure [7] предлагают энергетический критерий и упрощенный подход для оценки механизма обрушения типа *pancake*. Для оценки сопротивляемости элементов несущей системы обрушению при возникновении в ней начального локального разрушения Szyniszewski и Krauthammer [14; 15] оценивают изменение внутренней энергии конструкции при ее нагружении. В [16] модифицированный энергетический критерий в форме отпорности конструктивного элемента был использован для оценки потери устойчивости элементов железобетонной рамы при внезапном отказе угловой колонны. Однако энергетические критерии также не позволяют в полной мере оценить состояние и резервы силового сопротивления несущей системы после особого воздействия.

Поиски путей решения проблемы оценки резервов силового сопротивления несущих систем зданий и сооружений при возникновении в них начальных локальных разрушений привели к появлению в научной литературе термина — «живучесть» (*structural robustness*). В [5] приводится анализ существующих определений данного термина, представленных в научной литературе. Хотя авторы рассматриваемых определений обращают внимание на различные аспекты живучести, общим во всех предлагаемых определениях этого термина является способность конструктивной системы противостоять воздействиям, не предусмотренным режимом нормальной эксплуатации, избегать непропорционального отклика на начальное воздействие.

В [17] отмечается необходимость учета факторов длительного сопротивления несущих систем, таких как старение и износ, на их живучесть. При этом свойство живучести конструктивной системы рассматривается во взаимосвязи с внешними факторами, определяющими последствия начального воздействия. Для количественной оценки живучести сборных и монолитных железобетонных конструктивных систем зданий в [18] предложен вариант вероятностного подхода, учитывающий в базисных переменных нагрузок и сопротивлений специфические факторы, характерные для явления прогрессирующего обрушения. Учитывая высокую трудоемкость полностью вероятностных методов расчета живучести, предложенный авторами подход может быть использован для калибровки параметров полувероятностных форматов безопасности.

С точки зрения проектной практики наиболее привлекательным является детерминистический подход, поскольку он существенно упрощает постановку задачи и во многих случаях позволяет использовать существующие модели сопротивления элементов, а также модели воздействий, представленные в нормативных документах с учетом уточнения значений частных коэффициентов и коэффициентов сочетаний. В [19; 20] предложен относительный индекс живучести, допускающий детерминистический расчет и связанный с параметрическими разрушающими нагрузками для исходной конструктивной системы и модифицированной в результате локального разрушения. Однако

данный критерий не применялся к оценке живучести в сочетании с моделями, учитывающими реологические свойства материалов несущих систем зданий.

Обобщая результаты представленного выше краткого анализа научной литературы, можно сделать вывод об отсутствии исследований влияния изменений, происходящих в несущих системах зданий в процессе их длительной эксплуатации, на живучесть при особых расчетных ситуациях, связанных с отказом одного из несущих элементов. Применительно к железобетонным несущим системам такие изменения могут быть связаны с развитием во времени деформаций ползучести и усадки, изменением параметров диаграмм состояния бетона при кратковременном квазистатическом и динамическом нагружении вследствие старения.

Целью данного исследования являлась оценка влияния длительности эксплуатации железобетонного каркаса здания на параметры его живучести при сценарии внезапного отказа одного из несущих элементов конструктивной системы.

2. Модели и методы

2.1. Метод исследования

Для исследования влияния длительности эксплуатации железобетонного каркаса здания на параметры его живучести при сценарии внезапного отказа одного из несущих элементов использовался программный комплекс Лира-САПР, позволяющий выполнять статические и динамические расчеты по методу конечных элементов. В качестве объекта исследования была выбрана железобетонная несущая система здания филармонии. В рамках моделирования динамические эффекты, вызванные локальным разрушением одного из несущих элементов конструктивной системы здания — колонны крайнего ряда, заменялись статическим эквивалентом. Применительно к принятой в исследовании квазистатической постановке задачи определяющее уравнение метода конечных элементов имеет вид

$$[K]\{u\} = \sum\{F\}, \quad (1)$$

где $\{u\}$ — вектор перемещений в узлах конечно-элементной модели; $[K]$ — матрица жесткости; $\sum\{F\}$ — вектор внешних нагрузок в узлах конечно-элементной модели.

Задача решалась с учетом физической и геометрической нелинейности методом последовательных нагружений. Реологические свойства бетона учитывались при задании модифицированных диаграмм деформирования, которые различались для несущих элементов с различным напряженно-деформированным состоянием, сформировавшимся к моменту локального разрушения.

Количественная оценка живучести конструктивной системы выполняется в детерминистической постановке. В качестве количественной меры, характеризующей способность системы сопротивляться лавинообразному обрушению, используется относительный индекс живучести, предложенный в [19]:

$$RRI = \frac{\lambda_{\text{damaged}} - \lambda_{\text{design}}}{\lambda_{\text{intact}} - \lambda_{\text{design}}};$$

$$\lambda_{\text{damaged}} = \frac{L_{\text{damaged}}}{L_{\text{design}}}, \quad \lambda_{\text{intact}} = \frac{L_{\text{intact}}}{L_{\text{design}}}, \quad (2)$$

где L_{design} — проектная нагрузка, L_{intact} — несущая способность неповрежденной конструктивной системы по первичной расчетной схеме, L_{damaged} — несущая способность поврежденной несущей системы по вторичной расчетной схеме.

Параметры λ_{damaged} и λ_{intact} являются множителями к проектной нагрузке, аналогичные параметру λ согласно [21]. Поиск значений этих параметров осуществляется в предположении, что несущая способность конструктивной системы здания исчерпана, если в ней наблюдаются вторичные разрушения за пределами зоны начального локального разрушения. При этом допускается разрушение одного или нескольких сечений по длине железобетонного элемента при условии частичного сохранения несущей способности за счет перехода к иному механизму сопротивления. В частности, для плит перекрытий это может быть переход к работе по типу висячей системы при условии обеспечения анкеровки арматуры и несущей способности вертикальных несущих конструкций, выполняющих роль опоры.

При определении несущей способности элементов конструктивной системы по первичной и вторичной расчетным схемам используются предельные значения относительных деформаций. Для сжатого бетона $\varepsilon_{b,ult} = 0,0035$, для стальной арматуры $\varepsilon_{s,ult} = 0,033$.

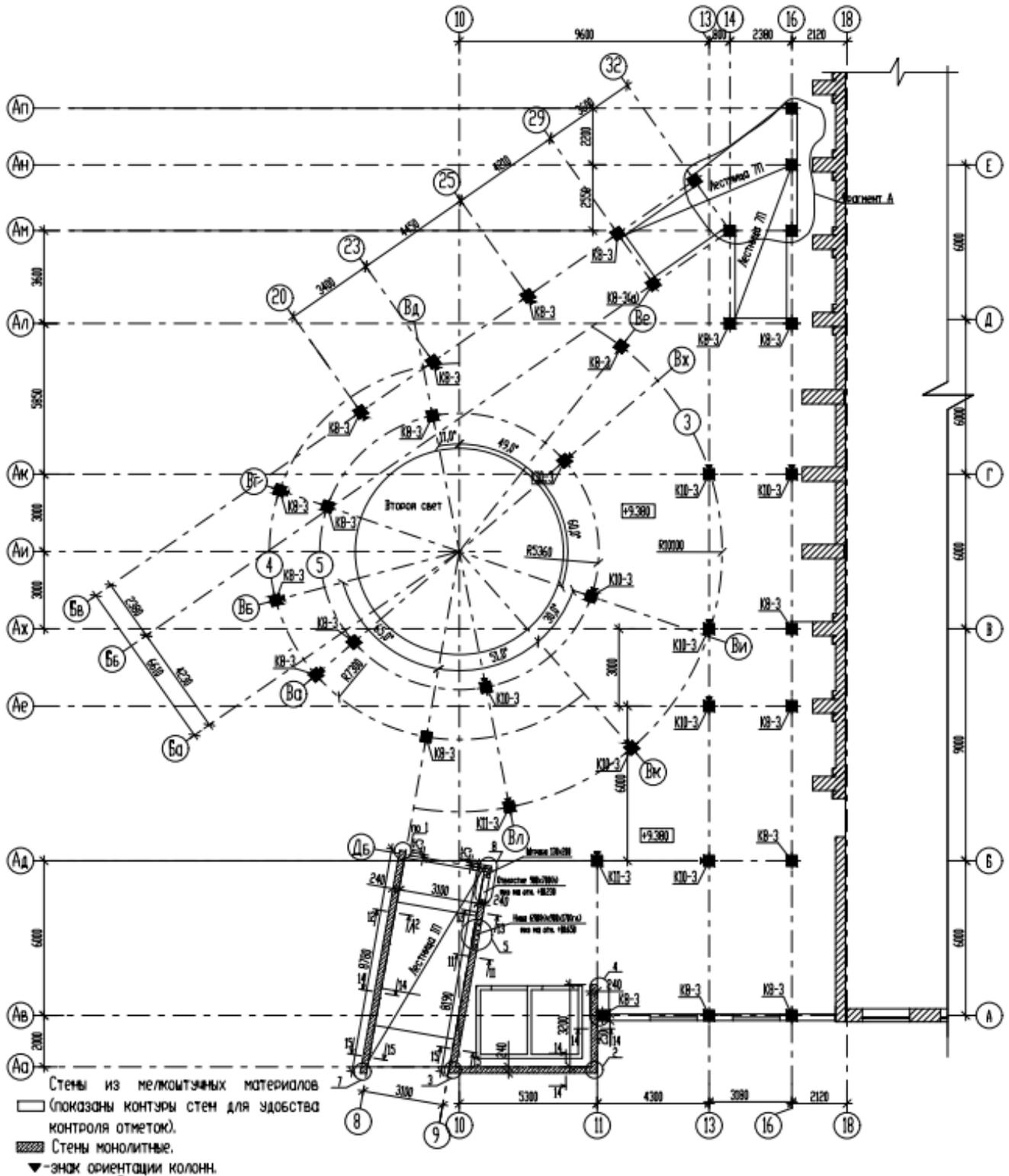
2.2. Конструктивные решения здания и рассматриваемая расчетная ситуация

Рассматривается железобетонный каркас пристройки к зданию филармонии (рис. 1) в Белгороде (рис. 2, а). На рис. 2, б, в, приводятся план 2-го этажа пристройки и разрез по пристраиваемому блоку. Пристройка выполнена на отдельном фундаменте и образует отдельный деформационный блок. В связи с этим конструкции надземной части могут быть рассчитаны без учета влияния существующей части здания. На основании результатов предварительно выполненных расчетов были подобраны и проверены размеры сечений и армирование несущих элементов в соответствии с критериями I (Ultimate) и II (Serviceability) групп предельных состояний на основные комбинации нагрузок, предусмотренных нормальным режимом эксплуатации сооружения. Вертикальные несущие конструкции представлены монолитными железобетонными колоннами сечением 400×400 мм и стенами толщиной 240 мм. Перекрытия выполнены в виде безбалочных монолитных железобетонных плит толщиной 250 мм. Схема армирования колонн представлена на рис. 2, б. Для всех конструкций используется бетон класса прочности по сжатию В25. В качестве продольной рабочей арматуры используется арматура А400. В качестве поперечной и конструктивной используется арматура А240.



Рис. 1. Рассматриваемое здание: Белгородская государственная филармония
И с т о ч н и к : https://cdn1.flamp.ru/e3450d9719b6f23fc715fa06d7956036_300_300.jpg

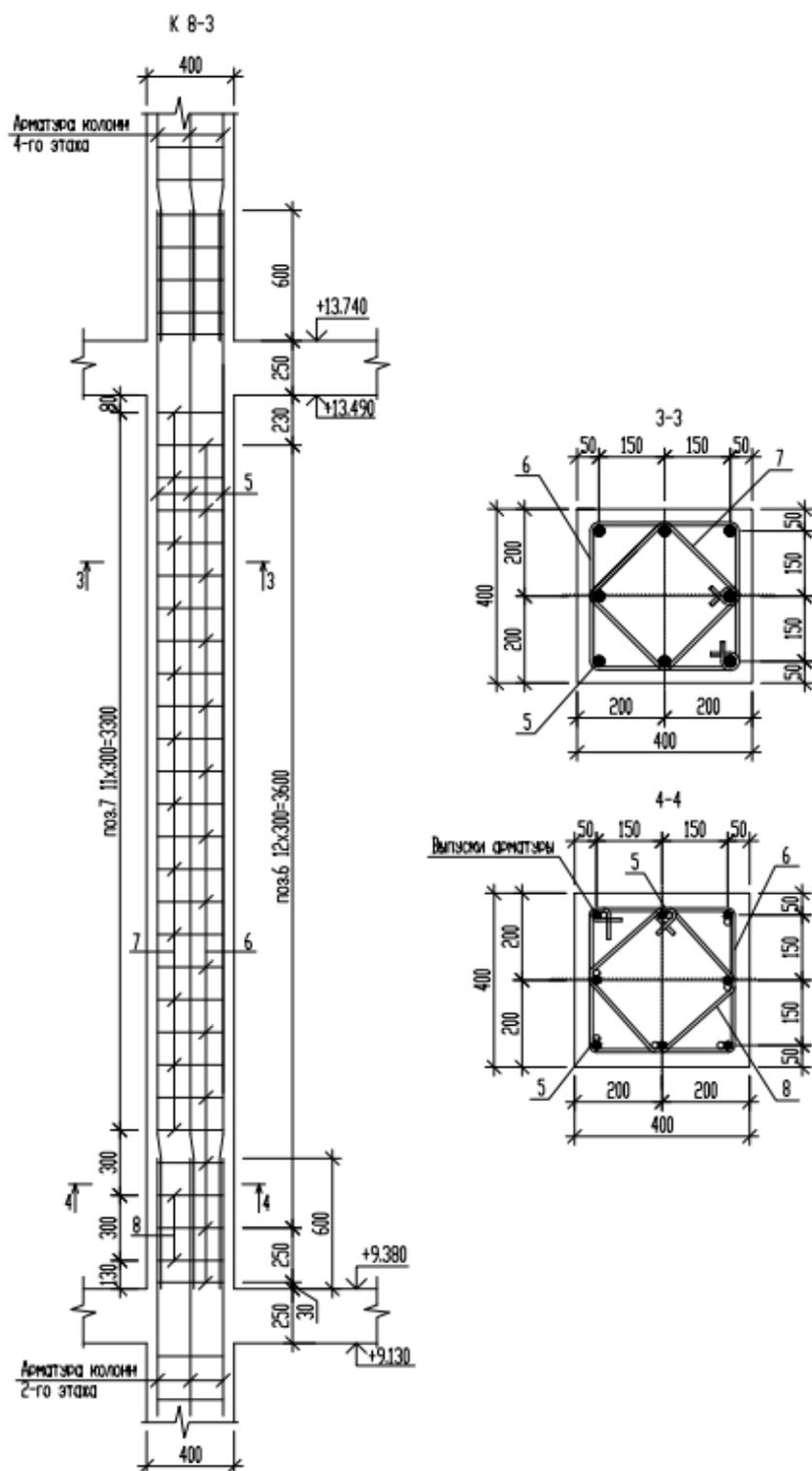
Figure 1. Building under study: Belgorod State Philharmonic
S o u r c e : https://cdn1.flamp.ru/e3450d9719b6f23fc715fa06d7956036_300_300.jpg



a

Рис. 2. Исходные данные для моделирования
 a — план второго блока конструкции пристройки Белгородской государственной филармонии
 Источник: выполнено М.И. Ступак

Figure 2. Initial data for modeling:
 a — plan of the second block of structures for the extension of the Belgorod State Philharmonic
 Source: compiled by M.I. Stupak



б

Рис. 2. Исходные данные для моделирования (продолжение):

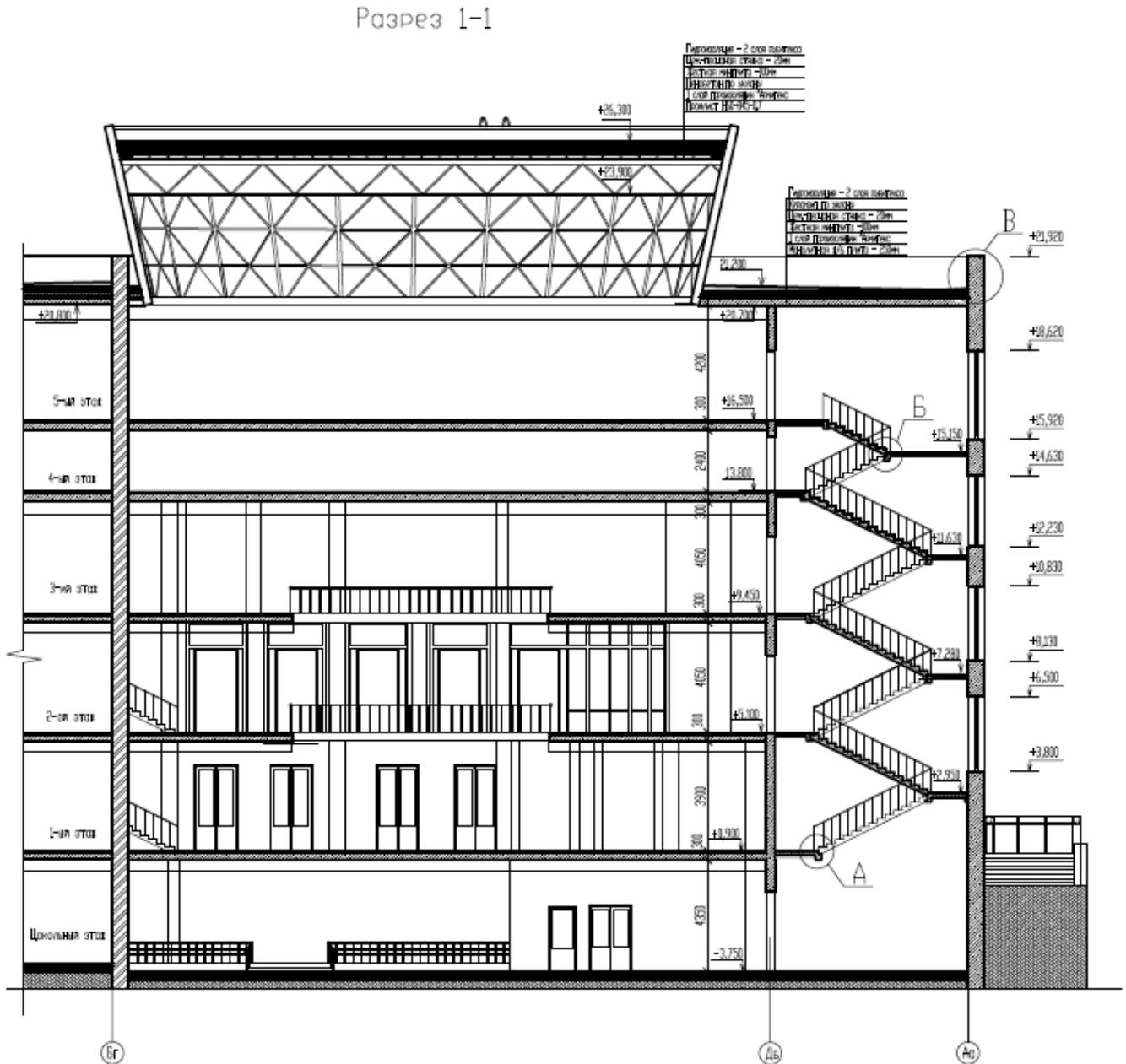
б — армирование колонны К8-3 второго блока филармонии

И с т о ч н и к : выполнено М.И. Ступак

Figure 2. Initial data for modeling (continuation):

б — reinforcement of column K8-3 of the second block of the Philharmonic

S o u r c e : compiled by M.I. Stupak



6

Рис. 2. Исходные данные для моделирования (*окончание*):

в — разрез второго блока филармонии

И с т о ч н и к : выполнено М.И. Ступак

Figure 2. Initial data for modeling (*ending*):

в — section of the second block of the Philharmonic

S o u r c e : compiled by M.I. Stupak

В качестве аварийной расчетной ситуации рассматривается внезапный отказ колонны в осях 4/Вб на 2-м этаже здания (рис.2, б). Выбор данной колонны для моделирования начального локального разрушения обусловлен расположением в крайнем ряду, что делает ее уязвимой для внешних воздействий. При этом в случае отказа колонны в осях 4/Вб происходит увеличение пролета плиты перекрытия, а колонны в осях 4/Ва и 4/Вг имеют ограниченное раскрепление в горизонтальной плоскости по направлению к зоне предполагаемого начального локального разрушения.

2.3. Конечно-элементная модель здания (рис. 3)

Для определения напряженно-деформированного состояния элементов железобетонного каркаса пристройки в результате аварийной расчетной ситуации, вызванной отказом колонны в осях 4/Вб на 2-м этаже, был выполнен нелинейный квазистатический расчет в постановке pull-down по методу конечных элементов в программном комплексе Лира-САПР.

Для моделирования колонн использовались универсальные стержневые конечные элементы КЭ 410, позволяющие учитывать физическую и геометрическую нелинейность. Плиты перекрытия и стены моделировались с помощью универсальных четырехугольных конечных элементов оболочки КЭ 444 с учетом геометрической и физической нелинейности. В узлах сопряжения колонн с плитами перекрытий и покрытия в пределах размеров поперечного сечения колонны вводились абсолютно жесткие тела, реализующие гипотезу о недеформируемых поперечных сечениях.

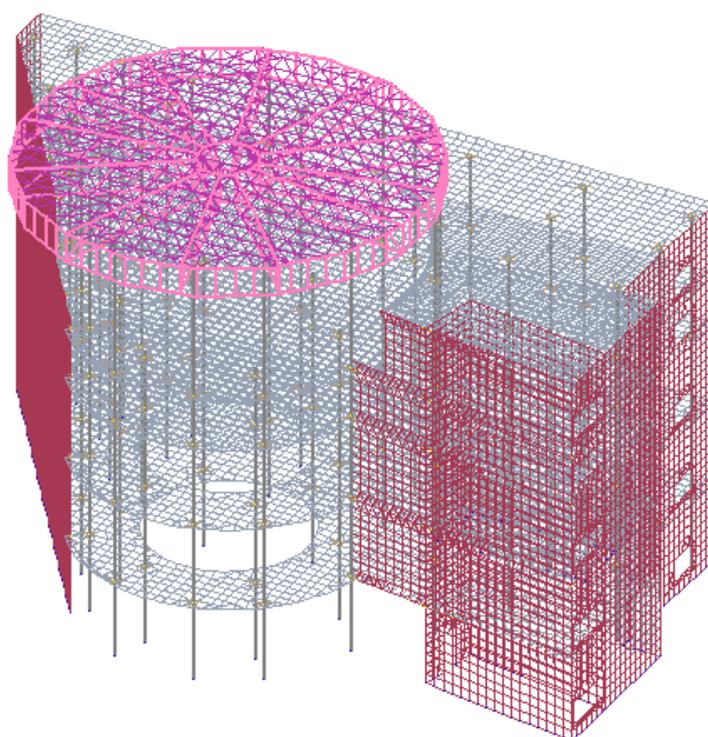


Рис. 3. Общий вид конечно-элементной модели второго блока филармонии

И с т о ч н и к : выполнено М.И. Ступак

Figure 3. General view of the finite element model of the second block of the Philharmonic

S o u r c e : compiled by M.I. Stupak

2.4. Моделирование нагрузок и воздействий

Расчет выполнялся на особое сочетание нагрузок, включающих только постоянные и длительные нагрузки. Все нагрузки принимались по их нормативным значениям.

Моделирование динамического догружения несущей системы после отказа колонны в осях 4/Вб на 2-м этаже выполнялось по методу pull-down [21], который предполагал приложение реакции удаляемого элемента (колонны) с противоположным знаком к расположенному выше вертикальному несущему элементу с учетом коэффициента динамичности.

Величина такой силы может быть определена по формуле

$$P = (k_d - 1) F_i, \quad (3)$$

где F_i — усилие в концевом сечении несущего элемента перед его разрушением или потерей устойчивости; k_d — коэффициент динамичности.

На основании исследований сопротивления прогрессирующему обрушению железобетонных каркасов многоэтажных зданий, выполненных В.О. Алмазовым, А.И. Плотниковым, Б.С. Расторгуевым [23], а также результатов испытаний полномасштабных физических моделей пространственных каркасов [24], в данном исследовании был принят $k_d = 1,25$, что соответствовало статическому эквиваленту динамического воздействия $0,25P$ при расчете в квазистатической постановке pull-down.

2.5. Модели материалов

Для моделирования работы материалов использовались идеализированные нелинейные диаграммы состояния бетона (рис. 4, а) и арматуры (рис. 4, б) для нормативной прочности. Рассматривались диаграммы состояния бетона при кратковременном нагружении без учета длительной выдержки при постоянной нагрузке и с учетом такой выдержки в течение 2 лет.

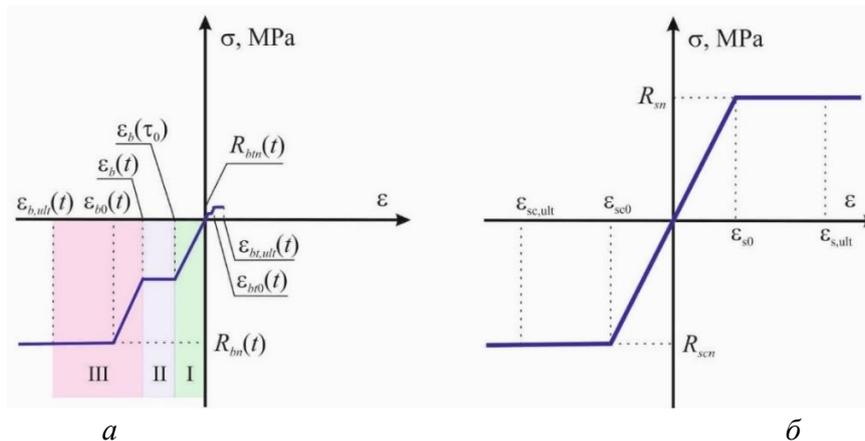


Рис. 4. Схемы диаграмм деформирования: а — бетона; б — арматуры
И с т о ч н и к : выполнено С.Ю. Савиным

Figure 4. Deformation curves: а — concrete; б — reinforcement
S o u r c e : compiled by S.Yu. Savin

Характерные точки диаграмм для бетона длительно эксплуатируемого каркаса здания назначались с учетом влияния ползучести и усадки к моменту реализации аварийной ситуации. Участок I диаграммы работы бетона (рис. 4, а) при действии квазистатической нагрузки характеризуется приведенным модулем упругости

$$E_{b,red} = \frac{R_{bn}}{\epsilon_{b1,red}}, \quad (4)$$

где $\epsilon_{b1,red} = 0,0015$ для тяжелого бетона при непродолжительном действии нагрузки.

Участок II диаграммы (рис. 4, а) соответствует деформированию бетона при постоянной нагрузке. При этом в запас прочности не учитывается релаксация напряжений в бетоне, которая в зависимости от длительности действия нагрузки может быть оценена $\approx 0,1 \dots 0,2 \cdot \sigma(\tau_0)$. С учетом принятого допущения деформации на этом участке могут быть определены по формуле

$$\varepsilon(t, \tau_0) = \frac{\sigma(\tau_0)}{E_b(\tau_0)} - \frac{\sigma(\tau_0)}{E_b(t)} + \sigma(\tau_0) \cdot C(t, \tau_0), \quad (5)$$

где $\sigma(\tau_0)$ — постоянное во времени напряжение; $E(\tau_0)$ — модуль деформации в начальный момент времени τ_0 ; $E(t)$ — модуль деформации в момент времени t ; $C(t, \tau_0)$ — мера ползучести, представляющая собой деформацию ползучести к моменту времени t , вызванную единичным напряжением, действующим с момента τ_0 .

Модуль деформации бетона на участке III диаграммы (см. рис. 4, а):

$$E_{b,red}^d = \frac{R_{bn}^d}{\varepsilon_{b1,red}}, \quad (6)$$

где $R_{bn}^d = \varphi_d \cdot R_{bn}$. Здесь консервативно принято $\varphi_d = 1,15$ — для режима деформирования конструктивной системы при внезапном отказе несущего элемента.

С учетом выражений связи напряжений и деформаций по всем трем участкам диаграммы деформирования бетона для конечного напряженно-деформированного состояния получим

$$\varepsilon_{tot}(t) = \sigma_i \left(\frac{1}{E_{b,red}} + C(t; t_0) \right) + (\sigma_j - \sigma_i) \cdot \frac{1}{E_{b,red}^d}, \quad (7)$$

где σ_j — напряжения в бетоне на первой полуволне колебаний, вызванных локальным разрушением в конструктивной системе здания. В первом приближении σ_j может быть оценено на основании предварительного квазистатического расчета при параметрах диаграмм состояния материалов, соответствующих квазистатическому режиму приложения нагрузки.

Из выражения (5) получим эффективный модуль деформации бетона:

$$E_{eff} = \frac{\sigma_j}{\varepsilon_{tot}} = \frac{E_{b,red}}{\frac{\sigma_i}{\sigma_j} + \frac{\sigma_i}{\sigma_j} \cdot C(t; t_0) \cdot E_{b,red} + \frac{(\sigma_j - \sigma_i) E_{b,red}}{\sigma_j \cdot E_{b,red}^d}}. \quad (8)$$

Для учета влияния длительности эксплуатации сооружения предложен следующий алгоритм расчета:

1. Выполняются нелинейные квазистатические расчеты на действие эксплуатационных нагрузок (постоянных и длительных) и особое воздействие с учетом параметров диаграмм состояния бетона для кратковременного нагружения. Определяются жесткости элементов на этапе нормальной эксплуатации и после аварийной ситуации, вызванной отказом несущего элемента или связи.

2. Определяются интегральные модули деформаций железобетонных элементов [25; 26] из следующих выражений.

Для этапа нормальной эксплуатации при $M = M_1$:

$$E_{int,EI} = \frac{(EI)_1}{I}, \quad (9)$$

где $(EI)_1$ — изгибная жесткость приведенного сечения (по секущему модулю деформаций), полученная по результатам нелинейного квазистатического расчета на эксплуатационные нагрузки, I — момент инерции сечения относительно геометрического центра тяжести.

Для этапа аварийного догружения в результате перераспределения усилий в несущей системе с разрушенным (поврежденным) элементом:

$$E_{\text{int},EI}^d = \frac{(EI)_2 - (EI)_1}{I \cdot (M_2 - M_1)} \cdot \varphi_d, \quad (10)$$

где $(EI)_2$ — изгибная жесткость приведенного сечения (по секущему модулю деформаций), полученная по результатам нелинейного квазистатического расчета на особое воздействие, M_1, M_2 — соответственно изгибающие моменты в наиболее нагруженных сечениях при действии эксплуатационных нагрузок и в результате особого воздействия.

3. Вычисляется интегральный эффективный модуль деформаций $E_{\text{eff},\text{int}}$ путем замены фибровых модулей деформаций по участкам диаграммы состояния бетона на интегральные для сечений железобетонных элементов, а также замены фибровых напряжений от эксплуатационных нагрузок σ_i и от особого воздействия σ_j на интегральные усилия (изгибающие моменты):

$$E_{\text{eff},\text{int}} = \frac{M_j \cdot I}{(E \cdot I)_j} = \frac{E_{b,\text{red},\text{int}}}{\frac{M_i}{M_j} + \frac{M_i}{M_j} \cdot C(t; t_0) \cdot E_{b,\text{red},\text{int}} + \frac{(M_j - M_i) E_{b,\text{red},\text{int}}}{M_j \cdot E_{b,\text{red},\text{int}}^d}}. \quad (11)$$

4. Выполняется расчет несущей системы здания на особое воздействие (начальное локальное разрушение) с использованием идеализированных диаграмм, параметры которых определяются по значениям динамической прочности бетона для рассматриваемого режима нагружения R_{bn}^d и интегральных модулей деформации для сечений железобетонных элементов $E_{\text{eff},\text{int}}$.

3. Результаты исследования и их анализ

3.1. Результаты квазистатического расчета на особое воздействие

На рис. 5–6 приведены результаты расчета несущей системы здания филармонии на особое воздействие (разрушение колонны 2-го этажа в осях 4/Вб).

Анализ результатов расчета показывает, что максимальные (по абсолютной величине) вертикальные перемещения для расчетной модели несущей системы здания (рис. 5, а), в которой параметры диаграмм работы бетона были приняты как для кратковременного нагружения, оказались в 2,14 раза меньше, чем для модели, учитывающей влияние длительности эксплуатации на параметры диаграмм состояния материалов (рис. 5, б). Различия в границах областей с наибольшими перемещениями по двум моделям обусловлены особенностями перераспределения усилий между несущими элементами с учетом деформаций ползучести и усадки.

Максимальные (по абсолютной величине) относительные деформации для расчетной модели несущей системы здания (рис. 6, а) с параметрами диаграмм работы бетона, соответствующими кратковременному нагружению, оказались в 2,08 раза меньше, чем для модели, учитывающей влияние длительности эксплуатации на параметры диаграмм состояния материалов (рис. 6, б). Уместно заметить, что из-за физической нелинейности, в том числе проявляющейся в результате неравновесных процессов ползучести и усадки, между изменениями относительных деформаций и изменением усилий в элементах отсутствует прямая зависимость. Значительный прирост относительных деформаций не сопровождается таким же приростом усилий. Так, изгибающие моменты в колоннах несущей системы здания по результатам расчета с использованием диаграмм для кратковременного нагружения оказались в 1,28 раза меньше, чем по результатам расчета с использованием модифицированных диаграмм (рис. 7). Однако рост относительных деформаций приводит к увеличению прогибов несущих элементов, что делает их более уязвимыми при продольном изгибе.

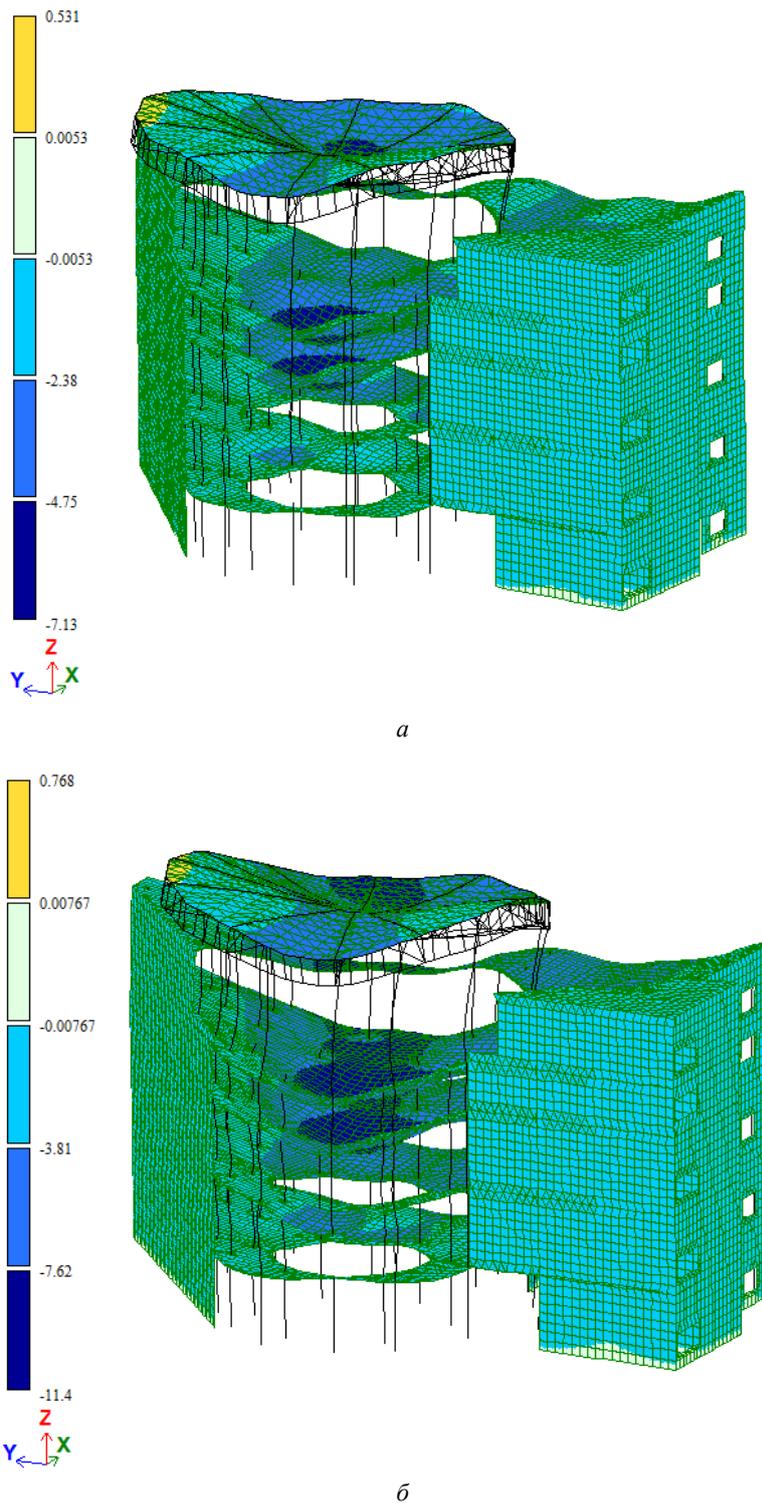


Рис. 5. Вертикальные перемещения в несущей системе здания филармонии в результате локального разрушения колонны 2-го этажа в осях 4/Вб: *a* — полученные на основе диаграмм состояния бетона при кратковременном нагружении; *б* — полученные на основе модифицированных диаграмм состояния бетона с учетом длительности выдержки при статической нагрузке

И с т о ч н и к : выполнено С.Ю. Савиным, М.И. Ступак, Д.К. Маньковым

Figure 5. Vertical displacements in the load-bearing structure of the Philharmonic as a result of local failure of the 2nd storey column in axes 4/Вб: *a* — obtained on the basis of constitutive models of concrete under short-term loading; *б* — obtained on the basis of modified constitutive models of concrete, taking into account the duration of exposure under static load

S o u r c e : compiled by S.Yu. Savin, M.I. Stupak, D.K. Mankov

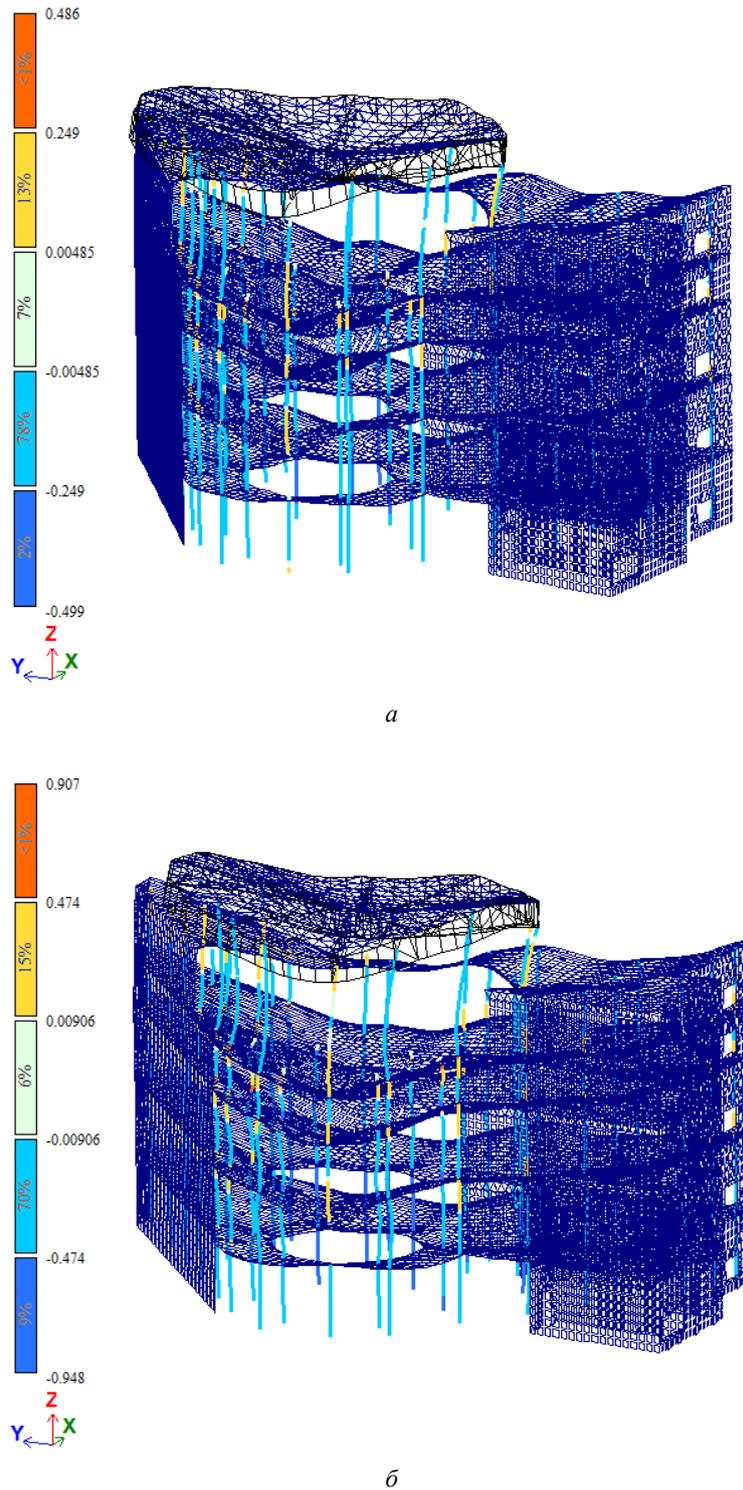


Рис. 6. Относительные деформации в колоннах несущей системы здания филармонии в результате локального разрушения колонны 2-го этажа в осях 4/Вб: *a* — полученные на основе диаграмм состояния бетона при кратковременном нагружении; *б* — полученные на основе модифицированных диаграмм состояния бетона с учетом длительности выдержки при статической нагрузке

И с т о ч н и к : выполнено С.Ю. Савиным, М.И. Ступак, Д.К. Маньковым

Figure 6. Strains in the columns of the load-bearing structure of the Philharmonic as a result of local failure of the 2nd floor column in axes 4/Вб: *a* — obtained on the basis of constitutive models of concrete under short-term loading; *б* — obtained on the basis of modified constitutive models of concrete, taking into account the duration of exposure under static load

S o u r c e : compiled by S.Yu. Savin, M.I. Stupak, D.K. Mankov

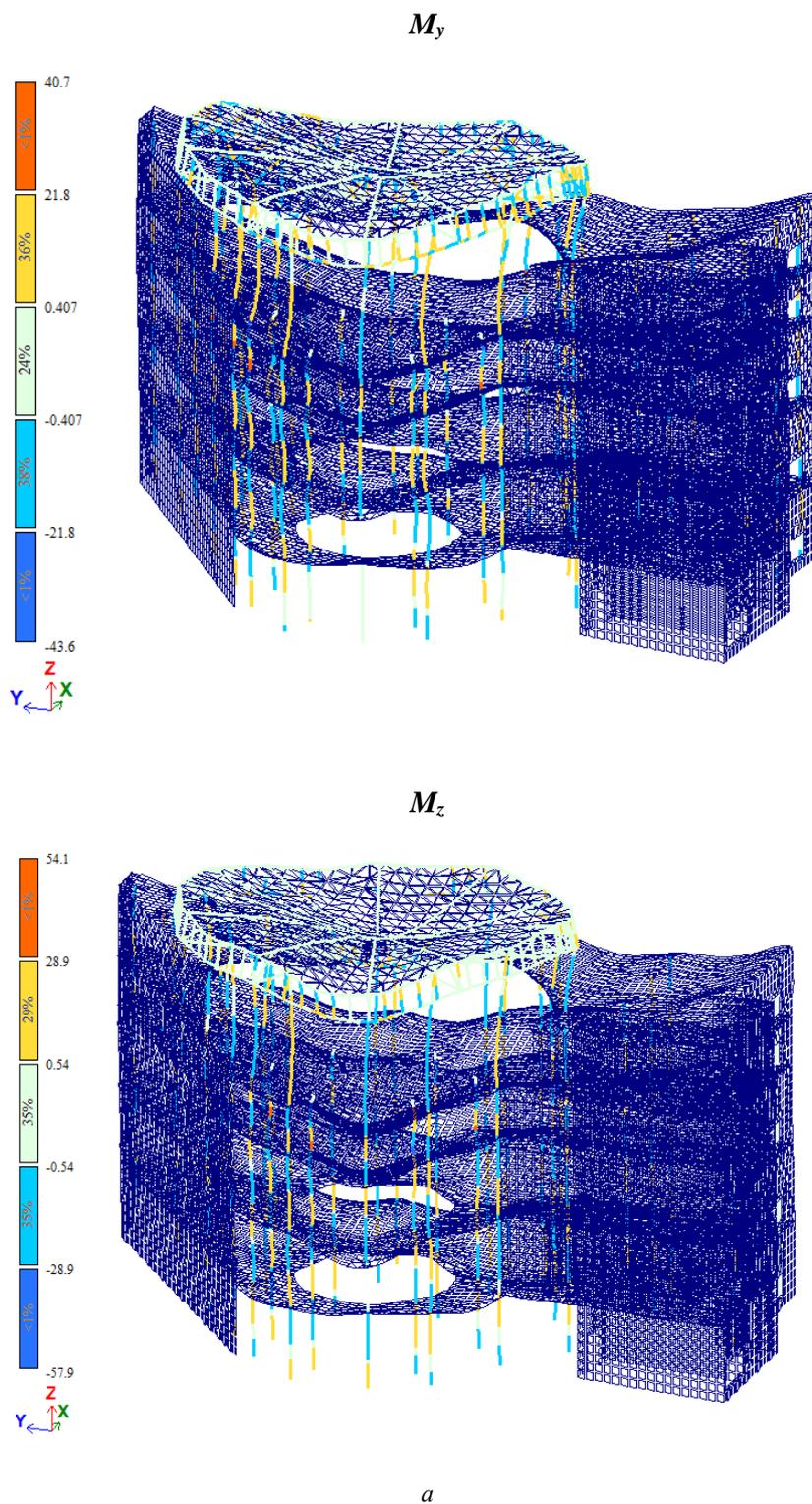


Рис. 7. Изгибающие моменты M_y и M_z в колоннах несущей системы здания филармонии в результате локального разрушения колонны 2-го этажа в осях 4/Вб:
a — полученные на основе диаграмм состояния бетона при кратковременном нагружении
 И с т о ч н и к : выполнено С.Ю. Савиным, М.И. Ступак, Д.К. Маньковым

Figure 7. Bending moments M_y and M_z in the columns of the load-bearing structure of the Philharmonic as a result of local failure of the 2nd floor column in axes 4/Вб:
a — obtained on the basis of the constitutive models of concrete under short-term loading
 S o u r c e : compiled by S.Yu. Savin, M.I. Stupak, D.K. Mankov

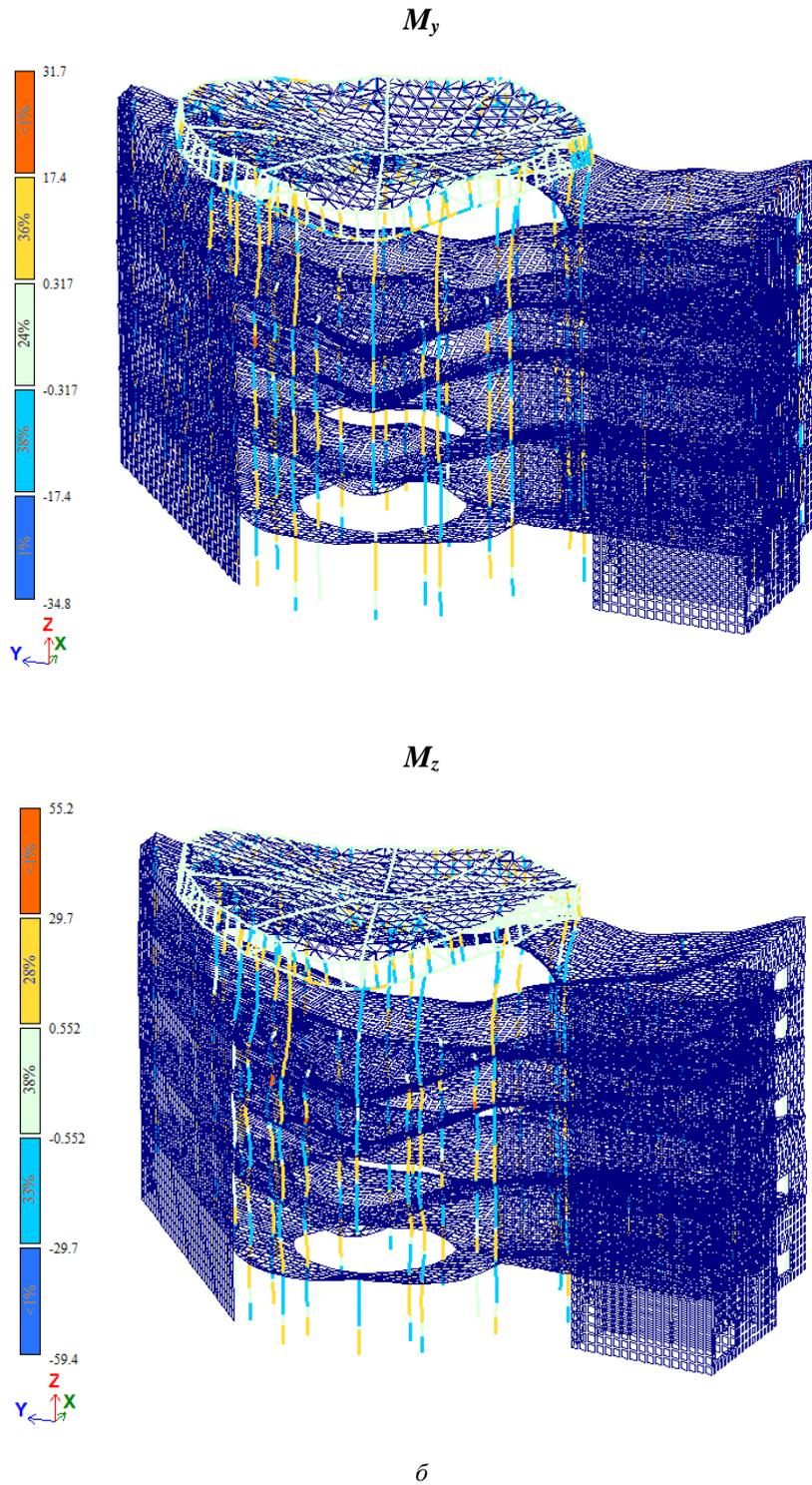


Рис. 7. Изгибающие моменты M_y и M_z в колоннах несущей системы здания филармонии в результате локального разрушения колонны 2-го этажа в осях 4/В6 (окончание):

\bar{b} — полученные на основе модифицированных диаграмм состояния бетона с учетом длительности выдержки при статической нагрузке

И с т о ч н и к : выполнено С.Ю. Савиным, М.И. Ступак, Д.К. Маньковым

Figure 7. Bending moments M_y and M_z in the columns of the load-bearing structure of the Philharmonic as a result of local failure of the 2nd floor column in axes 4/B6 (ending):

\bar{b} — obtained on the basis of modified constitutive models of concrete, taking into account the duration of exposure under static load

S o u r c e : compiled by S.Yu. Savin, M.I. Stupak, D.K. Mankov

3.2. Количественная оценка живучести несущей системы здания при локальном разрушении

На рис. 8 приведены графики зависимости процента разрушенных конечных элементов модели несущей системы здания от параметров предельных нагрузок λ_{intact} и λ_{damaged} .

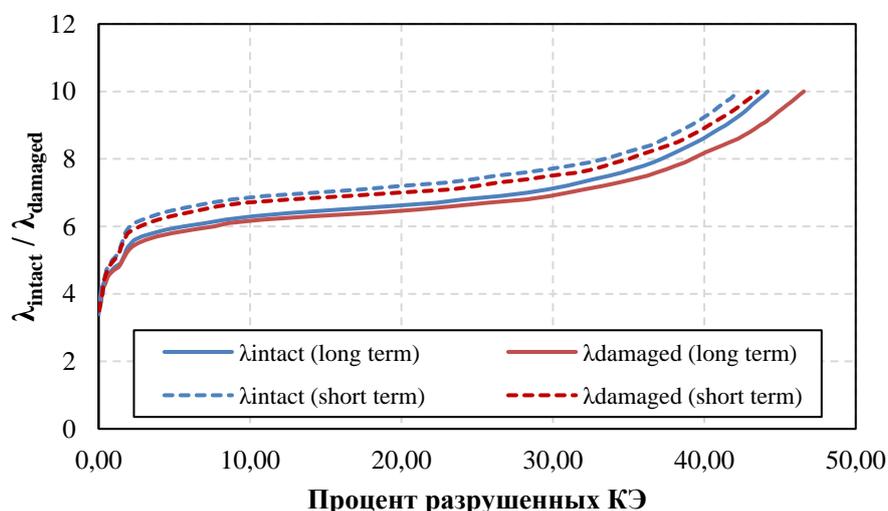


Рис. 8. Графики зависимости процента разрушенных конечных элементов модели несущей системы здания от параметров предельных нагрузок λ_{intact} и λ_{damaged}
И с т о ч н и к : выполнено С.Ю. Савиным

Figure 8. Relationship between the percentage of destroyed finite elements of the load-bearing structure model and the parameters of ultimate loads λ_{intact} and λ_{damaged}
S o u r c e : compiled by S.Yu. Savin

При расчете несущей системы без учета длительности эксплуатации по первичной (без локального разрушения) расчетной модели первые разрушения были зафиксированы при $\lambda_{\text{intact}} = 3,565$. Во вторичной (с локальным разрушением колонны 2-го этажа в осях 4/В6) расчетной модели — $\lambda_{\text{damaged}} = 3,475$. Относительный индекс живучести по формуле (10) без учета длительности эксплуатации составил $RRI = 0,965$.

При учете влияния длительного силового сопротивления первые разрушения конечных элементов в первичной модели несущей системы были зафиксированы при $\lambda_{\text{intact}} = 3,494$. Во вторичной расчетной модели $\lambda_{\text{damaged}} = 3,297$. Таким образом, относительный индекс живучести с учетом длительности эксплуатации составил $RRI = 0,92$. Выявленный эффект обусловлен ростом деформаций во внецентренно сжатых элементах в результате ползучести. Это подтверждается анализом изгибающих моментов в колоннах (см. рис. 7), где наблюдаются большие значения моментов для модели, учитывающей длительность эксплуатации здания.

Учитывая, что максимальный коэффициент динамичности при появлении первого локального разрушения в несущей системе не превышает $k_d = 2$, а минимальные значения параметров предельной нагрузки для двух вариантов вторичных расчетных моделей превышали это значение ($\lambda_{\text{damaged}} > 2$), несущая система обладает значительными резервами сопротивления обрушению при рассматриваемом сценарии локального разрушения. При этом уместно заметить, что параметры предельной нагрузки λ_{intact} и λ_{damaged} , а также относительный индекс живучести RRI при учете длительности эксплуатации несущей системы здания оказались ниже, чем при использовании диаграмм состояния для кратковременного нагружения. Интенсивный рост числа разрушенных конечных элементов в расчетных моделях несущей системы наблюдался при $\lambda_{\text{damaged}} = 5,5$ для случая учета длительности

эксплуатации и при $\lambda_{\text{damaged}} = 5,7$ без учета длительных процессов. Такие значения параметров не достижимы в реальных условиях эксплуатации несущей системы, однако при других сценариях начального локального разрушения возможно снижение параметров предельной нагрузки и относительного индекса живучести.

4. Заключение

В статье представлено исследование устойчивости к обрушению железобетонной несущей системы здания с учетом длительности эксплуатации на момент особого воздействия, вызванного локальным разрушением одной из несущих колонн. Для количественной оценки резервов сопротивления несущей системы были использованы параметры предельной нагрузки и относительный индекс живучести. На основании проведенного исследования можно сформулировать следующие выводы:

1. На основе концепции интегрального модуля В.М. Бондаренко предложен способ учета влияния длительности эксплуатации железобетонных несущих систем зданий на их деформирование при особых воздействиях, вызванных локальными разрушениями несущих элементов или связей.

2. Численное моделирование методом конечных элементов показало, что при учете длительности эксплуатации сооружения до момента, предшествующего особой расчетной ситуации, значения параметров разрушающей нагрузки и относительного индекса живучести несущей системы снижаются по сравнению с результатами моделирования, полученными на основе диаграмм для кратковременного нагружения. Выявленный эффект обусловлен ростом деформаций во внецентренно сжатых элементах в результате ползучести.

Таким образом, фактор длительной эксплуатации может оказывать негативное влияние на живучесть железобетонных конструктивных систем зданий при особых расчетных ситуациях и должен учитываться на этапе проектирования.

Список литературы

1. *Pearson C., Delatte N.* Ronan Point Apartment Tower Collapse and its Effect on Building Codes // *Journal of Performance of Constructed Facilities*. 2005. Vol. 19. № 2. P. 172–177. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0887-3828\(2005\)19:2\(172\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0887-3828(2005)19:2(172))
2. *Tagel-Din H., Rahman N.A.* Simulation of the Alfred P. Murrah federal building collapse due to blast loads // *AEI 2006: Building Integration Solutions — Proceedings of the 2006 Architectural Engineering National Conference*. 2006. Vol. 2006. [https://doi.org/10.1061/40798\(190\)32](https://doi.org/10.1061/40798(190)32)
3. *Belostotsky A.M., Pavlov A.S.* Long span buildings analysis under physical, geometric and structural nonlinearities consideration // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2010. Vol. 6. No. 1–2. P. 80–86. EDN: PZEW H
4. *Caredda G., Makoond N., Buitrago M., Sagaseta J., Chryssanthopoulos M., Adam J.M.* Learning from the progressive collapse of buildings // *Developments in the Built Environment*. 2023. Vol. 15. <https://doi.org/10.1016/j.dibe.2023.100194>
5. *Adam J.M., Parisi F., Sagaseta J., Lu X.* Research and practice on progressive collapse and robustness of building structures in the 21st century // *Engineering Structures*. 2018. Vol. 173. P. 122–149. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.06.082>
6. *Kokot S., Solomos G.* Progressive collapse risk analysis: literature survey, relevant construction standards and guidelines — JRC 32253-2011 // *European Commission*. 2012. 80 p. <https://data.europa.eu/doi/10.2788/70141>
7. *Bažant Z.P., Verdure M.* Mechanics of Progressive Collapse: Learning from World Trade Center and Building Demolitions // *Journal of Engineering Mechanics*. 2007. Vol. 133. No. 3. P. 308–319. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2007\)133:3\(308\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2007)133:3(308))
8. *Pham A.T., Brenneis C., Roller C., Tan K.-H.* Blast-induced dynamic responses of reinforced concrete structures under progressive collapse // *Magazine of Concrete Research*. 2022. Vol. 74. No. 16. P. 850–863. <https://doi.org/10.1680/jmacr.21.00115>
9. *Levtchitch V., Kvasha V., Boussalis H., Chassiakos A., Kosmatopoulos E.* Seismic performance capacities of old concrete // *13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, B.C., Canada*. 2004. P. 1–15. URL: https://www.iitk.ac.in/nicee/wcee/article/13_2182.pdf (дата обращения: 2.02.2024)

10. Zhou Y. Concrete creep and thermal effects on the dynamic behavior of a concrete-filled steel tube arch bridge // *Journal of Vydroengineering*. 2014. Vol. 16. No. 4. P. 1735–1744. URL: <https://core.ac.uk/download/pdf/323313701.pdf> (дата обращения: 2.02.2024)
11. Tosic N., Aidarov S., De la Fuente A. Systematic Review on the Creep of Fiber-Reinforced Concrete // *Materials*. 2020. Vol. 13. <https://doi.org/10.3390/ma13225098>
12. Trekin N., Kodysh E., Shmakov S., Terekhov I., Kudyakov K. Determination of the criteria of deformation in a special limiting state // *International Journal for Computational Civil and Structural*. 2021. Vol. 17. No. 1. P. 108–116. <https://doi.org/10.22337/2587-9618-2021-17-1-108-116>
13. Fedorova N.V., Pliushchenko T.A. Influence of pre-stressing over parameters of diagram of static-dynamic de-formation of RC elements // *IOP Conference Series Materials Science and Engineering*. 2019. Vol. 687. No. 3. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/687/3/033033>
14. Szyniszewski S. Dynamic energy-based method for progressive collapse analysis // *Proceedings of the 2009 Structures Congress — Don't Mess with Structural Engineers: Expanding Our Role*. 2009. P. 1259–1268. [https://doi.org/10.1061/41031\(341\)138](https://doi.org/10.1061/41031(341)138)
15. Szyniszewski S., Krauthammer T. Energy flow in progressive collapse of steel framed buildings // *Engineering Structures*. 2012. Vol. 42. No. 2. P. 142–153. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.04.014>
16. Savin S., Kolchunov V., Fedorova N., Vu N.T. Experimental and Numerical Investigations of RC Frame Stability Failure under a Corner Column Removal Scenario // *Buildings*. 2023. Vol. 13. No. 4. <https://doi.org/10.3390/buildings13040908>
17. Тамразян А.Г. Концептуальные подходы к оценке живучести строительных конструкций, зданий и сооружений // *Железобетонные конструкции*. 2023. № 3. С. 62–74. <https://doi.org/10.22227/2949-1622.2023.3.62-74>
18. Лизогуб А.А., Тур А.В., Тур В.В. Вероятностный подход к оценке живучести конструктивных систем из сборного и монолитного железобетона // *Строительство и реконструкция*. 2023. Т. 108. № 4. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2023-108-4-93-105>
19. Fallon C.T., Quiel S.E., Naito C.J. Uniform Pushdown Approach for Quantifying Building-Frame Robustness and the Consequence of Disproportionate Collapse // *Journal of Performance of Constructed Facilities*. 2016. Vol. 30. No. 6. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CF.1943-5509.0000912](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0000912)
20. Quiel S.E., Naito C.J., Fallon C.T. A non-emulative moment connection for progressive collapse resistance in precast concrete building frames // *Engineering Structures*. 2019. Vol. 179. P. 174–188. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.10.027>
21. Колчунов В.И., Ключева Н.В., Андросова Н.Б., Бухтиярова А.С. Живучесть зданий и сооружений при запроектных воздействиях. М.: Изд-во АСВ, 2014. 208 с. EDN: VTAMII
22. Savin S.Yu., Fedorova N.V. Comparison of methods for analysis of structural systems under sudden removal of a member // *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022. Vol. 18. No. 4. P. 329–340. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-329-340>
23. Алмазов В.О., Плотников А.И., Расторгуев Б.С. Проблемы сопротивления зданий прогрессирующему разрушению // *Вестник МГСУ*. 2011. № 2–1. С. 16–20. EDN: OUVYJV
24. Adam J.M., Buitrago M., Bertolesi, Sagaseta J., Moragues J.J. Dynamic performance of a real-scale reinforced concrete building test under a corner-column failure scenario // *Engineering Structures*. 2020. Vol. 210. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110414>
25. Бондаренко В.М., Боровских А.В. Интегральные оценки жесткости конструкций в теории железобетона. Часть 1 // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2016. Vol. 264. № 1. С. 2–7. EDN: VRDGVV
26. Бондаренко В.М., Боровских А.В. Интегральные оценки жесткости конструкций в теории железобетона. Часть 2 // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2016. Vol. 265. № 2. С. 2–7. EDN: WMHRQZ

References

1. Pearson C., Delatte N. Ronan Point Apartment Tower Collapse and its Effect on Building Codes. *Journal of Performance of Constructed Facilities*. 2005;19(2):172–177. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0887-3828\(2005\)19:2\(172\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0887-3828(2005)19:2(172))
2. Tagel-Din H., Rahman N.A. Simulation of the Alfred P. Murrah federal building collapse due to blast loads. *AEI 2006: Building Integration Solutions — Proceedings of the 2006 Architectural Engineering National Conference*. 2006;2006:32. [https://doi.org/10.1061/40798\(190\)32](https://doi.org/10.1061/40798(190)32)
3. Belostotsky A.M., Pavlov A.S. Long span buildings analysis under physical, geometric and structural nonlinearities consideration. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2010;6(1-2):80–86. EDN: PZEW
4. Caredda G., Makoond N., Buitrago M., Sagaseta J., Chryssanthopoulos M., Adam J.M. Learning from the progressive collapse of buildings. *Developments in the Built Environment*. 2023;15:100194. <https://doi.org/10.1016/j.dibe.2023.100194>

5. Adam J.M., Parisi F., Sagaseta J., Lu X. Research and practice on progressive collapse and robustness of building structures in the 21st century. *Engineering Structures*. 2018;173:122–149. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.06.082>
6. Kokot S., Solomos G. Progressive collapse risk analysis: literature survey, relevant construction standards and guidelines — JRC 32253-2011. *European Commission*. 2012. <https://data.europa.eu/doi/10.2788/70141>
7. Bažant Z.P., Verdure M. Mechanics of Progressive Collapse: Learning from World Trade Center and Building Demolitions. *Journal of Engineering Mechanics*. 2007;133(3):308–319. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2007\)133:3\(308\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2007)133:3(308))
8. Pham A.T., Brenneis C., Roller C., Tan K.-H. Blast-induced dynamic responses of reinforced concrete structures under progressive collapse. *Magazine of Concrete Research*. 2022;74(16):850–863. <https://doi.org/10.1680/jmacr.21.00115>
9. Levitchitch V., Kvasha V., Boussalis H., Chassiakos A., Kosmatopoulos E. Seismic performance capacities of old concrete. *13th World Conference on Earthquake Engineering*. Vancouver, B.C., Canada. 2004. P. 1–15. Available from: https://www.iitk.ac.in/nicee/wcee/article/13_2182.pdf (accessed: 2.02.2024)
10. Zhou Y. Concrete creep and thermal effects on the dynamic behavior of a concrete-filled steel tube arch bridge. *Journal of Vybroyengineering*. 2014;16(4):1735–1744. Available from: <https://core.ac.uk/download/pdf/323313701.pdf> (accessed: 2.02.2024)
11. Tosic N., Aidarov S., De la Fuente A. Systematic Review on the Creep of Fiber-Reinforced Concrete. *Materials*. 2020;13(5098):5098. <https://doi.org/10.3390/ma13225098>
12. Trekin N., Kodysh E., Shmakov S., Terekhov I., Kudyakov K. Determination of the criteria of deformation in a special limiting state. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2021;17(1):108–116. <https://doi.org/10.22337/2587-9618-2021-17-1-108-116>
13. Fedorova N.V., Iliushchenko T.A. Influence of pre-stressing over parameters of diagram of static-dynamic de-formation of RC elements. *IOP Conference Series Materials Science and Engineering*. 2019;687(3):033033. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/687/3/033033>
14. Szymszewski S. Dynamic energy-based method for progressive collapse analysis. *Proceedings of the 2009 Structures Congress — Don't Mess with Structural Engineers: Expanding Our Role*. 2009. P. 1259–1268. [https://doi.org/10.1061/41031\(341\)138](https://doi.org/10.1061/41031(341)138)
15. Szymszewski S., Krauthammer T. Energy flow in progressive collapse of steel framed buildings. *Engineering Structures*. 2012;42(2):142–153. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.04.014>
16. Savin S., Kolchunov V., Fedorova N., Vu N.T. Experimental and Numerical Investigations of RC Frame Stability Failure under a Corner Column Removal Scenario. *Buildings*. 2023;13(4):908. <https://doi.org/10.3390/buildings13040908>
17. Tamrazyan A. Conceptual Approaches to Robustness Assessment of Building Structures, Buildings and Facilities. *Reinforced concrete Structures*. 2023;3(3):62–74. (In Russ.) <https://doi.org/10.22227/2949-1622.2023.3.62-74>
18. Lizahub A.A., Tur A.V., Tur V.V. Probabilistic Approach for Assessing the Robustness of Structural Systems Made of Precast and Monolithic Reinforced Concrete. *Building and reconstruction*. 2023;108(4):93–105. (In Russ.) <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2023-108-4-93-105>
19. Fallon C.T., Quiel S.E., Naito C.J. Uniform Pushdown Approach for Quantifying Building-Frame Robustness and the Consequence of Disproportionate Collapse. *Journal of Performance of Constructed Facilities*. 2016;30(6). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CF.1943-5509.0000912](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0000912)
20. Quiel S.E., Naito C.J., Fallon C.T. A non-emulative moment connection for progressive collapse resistance in precast concrete building frames. *Engineering Structures*. 2019;179:174–188. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.10.027>
21. Kolchunov V.I., Klyueva N.V., Androsova N.B., Bukhtiyarova A.S. Robustness of building and structures to undesigned actions. Moscow: ASV Publ.; 2014. (In Russ.) EDN: VTAMIJ
22. Savin S.Yu., Fedorova N.V. Comparison of methods for analysis of structural systems under sudden removal of a member. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(4):329–340. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-329-340>
23. Almazov V.O., Plotnikov A.I., Rastorguev B.S. Problems of buildings resistance to progressive collapse. *Vestnik MGSU [Monthly Journal on Construction and Architecture]*. 2011;2–1:16–20. (In Russ.) EDN: OUVYJV
24. Adam J.M., Buitrago M., Bertolesi, Sagaseta J., Moragues J.J. Dynamic performance of a real-scale reinforced concrete building test under a corner-column failure scenario. *Engineering Structures*. 2020;210:110414. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110414>
25. Bondarenko V.M., Borovskikh A.V. Integral Estimates of Structure Rigidity in the Theory of Reinforced Concrete. Part 1. *Structural mechanics and calculation of structures*. 2016;264(1):2–7. (In Russ.) EDN: VRDGVB
26. Bondarenko V.M., Borovskikh A.V. Integral Estimates of Structure Rigidity in the Theory of Reinforced Concrete. Part 2. *Structural mechanics and calculation of structures*. 2016; 265(2):2–7. (In Russ.) EDN: WMHRQZ