

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-2-159-169  
УДК 539.384.2  
EDN: DZDZTS

Научная статья / Research article

## Деформирование цилиндрической оболочки из стали 9Х2 при сложном нагружении

С.В. Черемных Тверской государственный технический университет, Тверь, Россия  
✉ chermnykh\_s.v@mail.ru

### История статьи

Поступила в редакцию: 10 января 2024 г.  
Доработана: 15 марта 2024 г.  
Принята к публикации: 22 марта 2024 г.

### Заявление о конфликте интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

**Аннотация.** Развитие строительной индустрии в части проектирования и изготовления оболочечных конструкций нестандартных архитектурных форм, выполненных из материалов со сложными механическими свойствами, требует применения современных систем комплексного автоматизированного проектирования с поэтапным моделированием деформирования элементов конструкций в условиях эксплуатации, а также учета их последующей работы после накопления в процессе пластического деформирования остаточных деформаций. Цель исследования — моделирование процесса пластического деформирования тонкостенной цилиндрической оболочки из стали 9Х2 ГОСТ 5950-2000 (Межгосударственный стандарт) под действием сил сжатия и кручения с теоретическими расчетами на основе общей теории упругопластических процессов А.А. Ильюшина. Представлены уравнения определяющих соотношений теории упругопластических процессов А.А. Ильюшина для траектории сложного нагружения и деформирования материалов в девиаторном пространстве деформаций. На основании представленных решений, согласно реализуемой в модели траектории деформирования оболочки из стали 9Х2, построены графики зависимости векторных и скалярных свойств материала от величины длины дуги траектории деформации. Сделан вывод о степени упрочнения рассматриваемого материала и его зависимости от величины угла сближения в точке излома сложной траектории, а также приведены графики изменения определяющих функций пластичности в зависимости от приращенной длины дуги траектории деформирования материала.


**Ключевые слова:** моделирование, деформирование, цилиндрическая оболочка, определяющие функции пластичности, степень упрочнения, векторные свойства материала, скалярные свойства материала

### Для цитирования

Черемных С.В. Деформирование цилиндрической оболочки из стали 9Х2 при сложном нагружении // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 2. С. 159–169. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-159-169>

Черемных Степан Валерьевич, кандидат технических наук, доцент кафедры конструкций и сооружений, Тверской государственный технический университет (ТвГТУ), Тверь, Россия; eLIBRARY SPIN-code: 9323-8370; ORCID: 0000-0002-4620-117X; E-mail: chermnykh\_s.v@mail.ru

© Черемных С.В., 2024

 This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

# Deformation of Cylindrical Shell Made of 9X2 Steel Under Complex Loading

Stepan V. Cheremnykh 

Tver State Technical University, Tver, Russia

✉ cheremnykh\_s.v@mail.ru

## Article history

Received: January 10, 2024

Revised: March 15, 2024

Accepted: March 22, 2024

## Conflicts of interest

The author declares that there is no conflict of interest.

**Abstract.** The development of the construction industry in terms of the design and manufacture of shell structures of non-standard architectural forms made of materials with complex mechanical properties requires using modern integrated computer-aided design systems with step-by-step modeling of deformation of structural elements under operating conditions, as well as taking into account their subsequent behavior after accumulation of residual strains during plastic deformation. The purpose of the study is to simulate the process of plastic deformation of a thin-walled cylindrical shell made of 9X2 GOST 5950-2000 (Interstate Standard) steel under compression and torsion with theoretical calculations based on the general theory of elastoplastic processes by A.A. Ilyushin. The constitutive equations of the theory of elastoplastic processes by A.A. Ilyushin for complex loading path and deformation of materials in the deviatoric strain space are presented. Based on the presented solutions, according to the strain path of the 9X2 steel shell implemented in the model, the graphs showing the relation of the vector and scalar properties of the material to the arc length of the strain path are constructed. A conclusion is made about the degree of hardening of the material in question and its dependence on the magnitude of the angle of convergence at the kink point of the complex path. The graphs of changes in the constitutive plasticity functions with respect to the increments of the arc length of the strain path are presented.

**Keywords:** modeling, deformation, cylindrical shell, constitutive plasticity functions, degree of hardening, vector and scalar properties of the material

## For citation

Cheremnykh S.V. Deformation of cylindrical shell made of 9X2 steel under complex loading. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(2):159–169. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-159-169>

## 1. Введение

Основной задачей строительной механики, связанной с расчетом оболочечных конструкций, является построение математических моделей процессов их деформирования. Следует отметить, что не математика является главным в построении математических моделей процессов. Определяющие соотношения могут быть правильно выражены на языке математики лишь на основе обобщения экспериментальных наблюдений и измерений, поэтому данная задача решается путем построения обоснованных определяющих уравнений связи между напряжениями и деформациями при их последующем сравнении с экспериментом. При этом получение математически точных уравнений приобретает все большее значение в связи с широким применением систем автоматизированного проектирования [1].

При инженерных расчетах, как правило, разрушение элементов конструкций происходит в местах концентрации напряжений. Предшествующее разрушению нагружение является сложным, а деформации — малыми. Вопрос о физической достоверности определяющих соотношений, описывающих процессы нагружения, для большинства математических моделей в строительной механике

*Черемных Степан Валерьевич*, кандидат технических наук, доцент кафедры конструкций и сооружений, Тверской государственной технической университет (ТвГТУ), Тверь, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 9323-8370; ORCID: 0000-0002-4620-117X; E-mail: cheremnykh\_s.v@mail.ru

является малоизученным. Однако по ряду процессов сложного совместного нагружения тонкостенных цилиндрических оболочек силами растяжения, сжатия, кручения и внутреннего давления существуют теории, которые хорошо зарекомендовали себя при прямой проверке с экспериментом [2–6].

Одной из таких теорий является теория упругопластических процессов А.А. Ильюшина, которая весьма эффективно дает геометрическое представление процессов нагружения в специальных пятимерных пространствах напряжений и деформаций [2].

При нагружении тела его напряженное и деформированное состояние в различных частицах является различным и изменяющимся во времени, то есть неоднородным и нестационарным. Однако в каждой отдельной частице малого объема вследствие непрерывности (сплошности) среды напряженно-деформированное состояние (НДС) можно считать однородным. Это позволяет поставить в соответствие рассматриваемой частице тела макрообразец, или тело конечных размеров и определенной формы, находящееся также в однородном напряженном состоянии. Испытание же образца (например, на растяжение-сжатие) позволяет выявить механические свойства материала в рамках гипотезы сплошной среды, не вдаваясь в подробности ее внутренней структуры. При этом процесс изменения НДС во времени в частице тела и в макрообразце можно считать совпадающими. Это положение было названо А.А. Ильюшиным гипотезой макрофизической определенности. Она, по существу, дает границы возможного эффективного использования механики сплошной среды. Данный метод исследования механических свойств материалов часто используется в физических исследованиях и не вызывает сомнения тогда, когда частица среды, в которой состояние предполагается однородным, настолько велика, что в среднем обладает такими же макроскопическими свойствами, как макрообразец. При этом механизмы деформации в микрообъемах могут быть разнообразными в зависимости от внутренней структуры материалов. Примером таких материалов могут служить поликристаллические тела (чугун, сталь, графит) [2].

Наряду с математическими сложностями изученных методов, многогранностью и особенностями механического поведения стали и сплавов их деформирование при воздействии нагрузок до конца не изучено даже в лабораторных условиях. Как правило, все сводится к одноосным простым нагрузкам, самыми распространенными из которых являются растяжение и сжатие материала, чуть реже — кручение. Между тем, как показывает практика, строительные оболочечные конструкции подвержены комбинированным нагрузкам, где одним из вариантов воздействия могут быть, например, одновременно действующие на материал силы сжатия, кручения и внутреннего давления. Актуальным также является вопрос самих исследуемых материалов, их многообразия. Так, например, в настоящее время существует более 1000 марок сталей.

Именно поэтому выстраивание моделей поведения сталей при сложном нагружении оболочек согласно различным теориям позволяет значительно расширить научную и практическую базу, сократив до минимума экспериментальные исследования ввиду их сложности, связанной с ограничениями параметров испытательных машин.

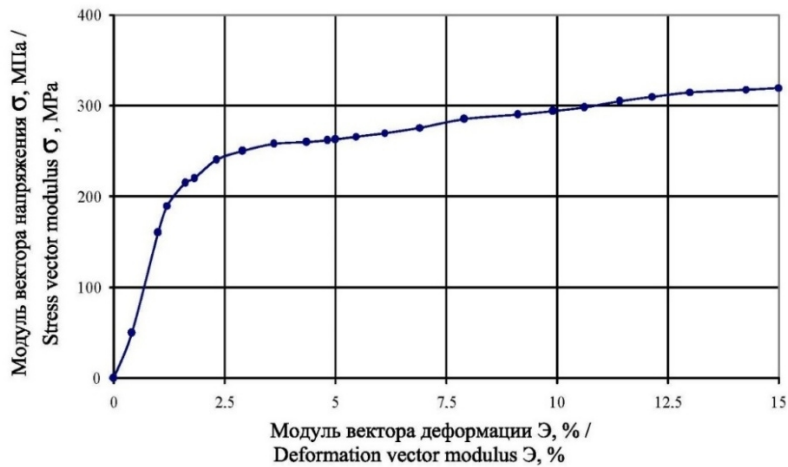
## 2. Методы

В данной статье в качестве макрообразца рассмотрена цилиндрическая оболочка из стали 9Х2 ГОСТ 5950-2000<sup>1</sup> толщиной 1 мм, радиусом срединной поверхности 15,5 мм и длиной рабочей зоны 110 мм при воздействии на нее в процессе моделирования траектории деформирования оболочки в девиаторной плоскости  $\mathcal{E}_1$  —  $\mathcal{E}_3$  сложным нагружением, где  $\mathcal{E}_k$  — проекции вектора деформаций.

**Экспериментальная часть.** Эксперимент выполнялся на экспериментальном комплексе СН-ЭВМ, разработанном на кафедре сопротивления материалов, теории упругости и пластичности Тверского государственного технического университета. Данный комплекс способен реализовывать сложное трехпараметрическое нагружение тонкостенных оболочек осевой силой, крутящим момен-

<sup>1</sup> ГОСТ 5950-2000. Прутки, полосы и мотки из инструментальной легированной стали. Общие технические условия. Минск, 2004. 35 с.

том и внутренним давлением. Подробно комплекс и его работа описываются в [7]. Экспериментальная диаграмма деформирования для процесса простого нагружения при сжатии оболочки из стали 9Х2 на СН-ЭВМ представлена на рис. 1.



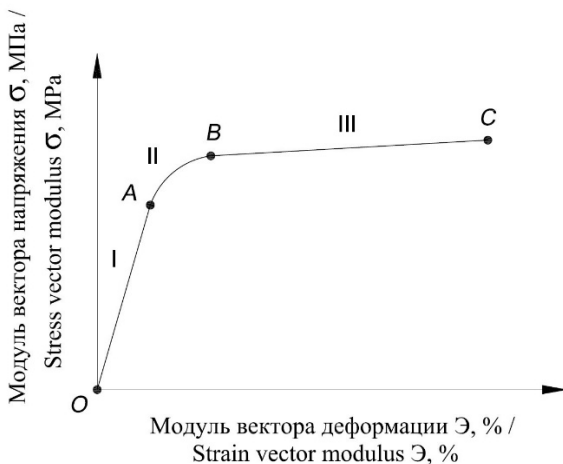
**Рис. 1.** Экспериментальная диаграмма деформирования оболочки в плоскости  $\sigma(\epsilon)$

И с т о ч н и к: выполнено С.В. Черемных

**Figure 1.** Experimental curve of shell deformation in the  $\sigma(\epsilon)$  plane

S o u r c e: compiled by S.V. Cheremnykh

*Обработка экспериментальной диаграммы деформирования.* Экспериментальную диаграмму  $\sigma = \Phi(\epsilon)$  (см. рис. 1) аппроксимируем тремя участками, как показано на рис. 2. Участки включают зону упругого деформирования ( $OA$ ), зону нелинейного деформирования ( $AB$ ) и зону линейного упрочнения ( $BC$ ). Следовательно, начальный и конечный участки аппроксимируем линейными функциями, средний — функцией вида  $\sigma = a\epsilon^3 + b\epsilon^2 + c\epsilon + d$ . После аппроксимирования функциями экспериментальная диаграмма деформирования оболочки в плоскости  $\sigma(\epsilon)$  (см. рис. 1) примет вид, показанный на рис. 3.

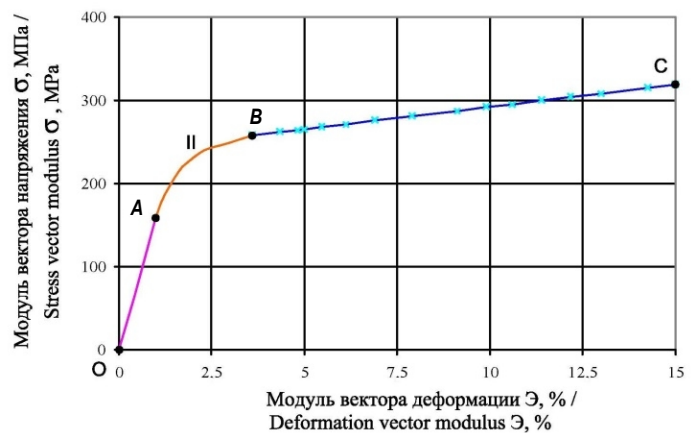


**Рис. 2.** Модель диаграммы деформирования оболочки в плоскости  $\sigma(\epsilon)$

И с т о ч н и к: выполнено С.В. Черемных

**Figure 2.** The model of the shell deformation curve in the  $\sigma(\epsilon)$  plane

S o u r c e: compiled by S.V. Cheremnykh



**Рис. 3.** Аппроксимированная диаграмма деформирования оболочки в плоскости  $\sigma(\epsilon)$

И с т о ч н и к: выполнено С.В. Черемных

**Figure 3.** Approximated shell deformation curve in the  $\sigma(\epsilon)$  plane

S o u r c e: compiled by S.V. Cheremnykh

**Теоретическая часть.** Смоделированная траектория деформирования оболочки из стали 9Х2 в виде двузвенной траектории в девиаторной плоскости  $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3$  представлена на рис. 4, где на участке  $OA$  (I) происходит нагружение оболочки осевой сжимающей силой, после чего на втором участке  $AB$  (II) происходит замкнутый виток траектории постоянного радиуса при воздействии на цилиндрическую оболочку силами сжатия и кручения [8–19].

**Уравнения связи напряжений и деформаций, начальные условия реализуемого сложного процесса [2].** Используем определяющие соотношения гипотезы компланарности в форме [2]

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_{11} = M_1(2\dot{\epsilon}_{11} + \dot{\epsilon}_{22}) + (d\sigma/dS - M_1 \cos \vartheta_1) \dot{S} \sigma_{11} / \sigma; \\ \dot{\sigma}_{22} = M_1(2\dot{\epsilon}_{22} + \dot{\epsilon}_{11}) + (d\sigma/dS - M_1 \cos \vartheta_1) \dot{S} \sigma_{22} / \sigma; \\ \dot{\sigma}_{12} = M_1 \dot{\epsilon}_{12} + (d\sigma/dS - M_1 \cos \vartheta_1) \dot{S} \sigma_{12} / \sigma, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\dot{\sigma}_{ij}$  — компонент тензора напряжений;  $\dot{\epsilon}_{ij}$  — компонент тензора деформаций;  $\vartheta_1$  — угол сближения;  $d\sigma/dS$ ,  $M_1$  — определяющие функции процесса деформирования;  $\dot{S}$  — скорость изменения длины дуги траектории деформации. Символ с точкой наверху означает дифференцирование по обобщенному параметру времени.

Учитываем условие несжимаемости материала  $\epsilon_{ij} = \mathcal{E}_{ij}$ , тогда для реализуемого (рис. 4) процесса  $\mathcal{E}_2 = 0$  применяется проекция вектора напряжений  $S_2 = \sigma_{22} = 0$ , где  $S_2$  — проекция вектора напряжений [20–22].

Участок  $OA$  (I) (рис. 4):

В качестве обобщенного параметра времени принимаем длину дуги траектории деформации  $t = S$ , тогда  $\dot{S} = 1$ . Если компоненты деформаций  $\mathcal{E}_3 = 0$ ;  $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_1^0 = 0,01$ , то основные уравнения связи напряжений и деформаций приобретают вид [2]

$$\begin{cases} \epsilon_{11} = \mathcal{E}_{11} = \sqrt{\frac{2}{3}} \mathcal{E}_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \mathcal{E}_1^0; \\ \epsilon_{22} = -\frac{\mathcal{E}_{11}}{2} = -\sqrt{\frac{2}{3}} \mathcal{E}_1^0 \cdot \frac{1}{2} = -\sqrt{\frac{1}{6}} \mathcal{E}_1^0; \\ \sigma = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}; \sigma^0 = S_1^0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_{11}^0; \sigma_{11}^0 = \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma^0; \sigma_{12}^0 = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\mathcal{E}_{ij}$  — компоненты тензора-девиатора деформаций.

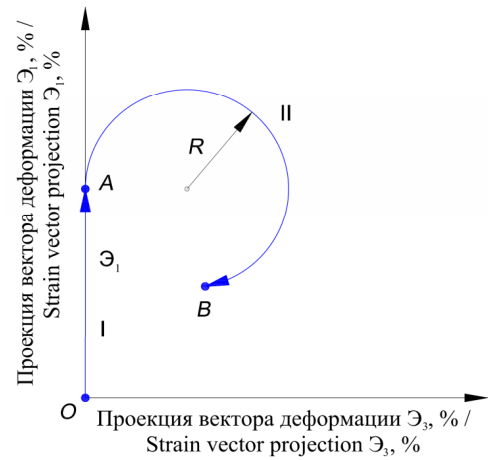
Угол сближения  $\vartheta_1$  в точке излома принимают равным  $\vartheta_1 = 0$  (см. рис. 2).

Участок  $AB$  (II) (рис. 4):

В качестве обобщенного параметра времени (параметра прослеживания процесса деформирования) принимаем  $t = \phi$ , тогда  $S = \phi R$ . В точке излома  $\phi^0 = 0$ ,  $\phi_i = \phi^0 + \Delta\phi$ ,

$$\mathcal{E} = \sqrt{\mathcal{E}_1^2 + \mathcal{E}_3^2}, \quad (3)$$

где  $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_1^0 + R \sin \phi$ ;  $\mathcal{E}_3 = R - R \cos \phi$ .



**Рис. 4.** Моделированная траектория деформирования оболочки из стали 9Х2  
Источник: выполнено С.В. Черемных

**Figure 4.** Simulated strain path of the shell made of 9X2 steel  
Source: compiled by S.V. Cheremnykh

Для скоростей деформаций получим

$$\dot{\varepsilon}_{11} = \sqrt{2/3} \dot{\Theta}_1 = \sqrt{2/3} R \cos \phi;$$

$$\dot{\varepsilon}_{22} = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{3}} R \cos \phi;$$

$$\dot{\varepsilon}_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} R \sin \phi.$$

Окончательно уравнения (1) принимают вид [2]

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_{11} = M_1 \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} R \cos \phi + (d\sigma / dS - M_1 \cos \vartheta_1) R \sigma_{11} / \sigma; \\ \dot{\sigma}_{22} = 0; \\ \dot{\sigma}_{12} = M_1 \frac{1}{\sqrt{2}} R \sin \phi + (d\sigma / dS - M_1 \cos \vartheta_1) R \sigma_{12} / \sigma. \end{cases} \quad (4)$$

Для скорости изменения угла сближения имеем уравнение, которое с учетом того факта, что кривизна рассматриваемой траектории деформирования  $\chi_1 = 1/R$ , принимает вид [2]

$$\dot{\vartheta}_1 = -(M_1 \sin \vartheta_1 / \sigma - \chi_1) \dot{S}. \quad (5)$$

**Решение задачи построения образа процесса нагружения материала [23–27].** Уравнения (4) и (5) имеют вид уравнений задачи Коши. В решении задачи Коши использован метод Эйлера — Коши, реализованный по схеме «прогноз — коррекция». Внутри блока решения основных уравнений (решения задачи Коши) реализуется итерационный процесс последовательных приближений (сходимости решения) к квазиточному значению.

Схему «прогноз — коррекция» можно представить как прогноз (6) и коррекцию (7):

$$\sigma_{i(k+1)} = \sigma_{i(k)} + \left. \frac{d\sigma_i}{dS} \right|_k \cdot \Delta S; \quad (6)$$

$$\sigma_{i(k+1)} = \sigma_{i(k)} + \frac{1}{2} \cdot \left( \left. \frac{d\sigma_i}{dS} \right|_k + \left. \frac{d\sigma_i}{dS} \right|_{k+1} \right) \cdot \Delta S. \quad (7)$$

Для решения задач расчета процессов сложного упругопластического нагружения материалов, в рамках определяющих соотношений гипотезы компланарности, необходимо также знать структуру определяющих функций пластичности  $M_1$  и  $d\sigma/dS$ . В нашем случае  $\vartheta_1 = 0$ ;  $M_1 = 2G_p$ ;  $d\sigma/dS = G_k$ , где  $G_p$  — пластический модуль сдвига,  $G_k$  — касательный модуль сдвига.

Пластический и касательный модули сдвига  $G_p$ ,  $G_k$  определяем по диаграмме деформирования при простом нагружении  $\sigma = \Phi(\Theta)$  (см. рис. 1). На участке упругого деформирования  $\sigma/\Theta = 2G$ , где  $G$  — упругий модуль сдвига материала.

### 3. Результаты и обсуждение

Результаты решения задачи построения образа процесса нагружения материала выполнены на основании формул (1)–(7) и представлены на рис. 5–10. Причем при сложном нагружении оболочки на втором звене было выполнено 2 витка с шагом по траектории 1 градус.

Реализуемая в модели траектория деформирования материала приведена на рис. 5.

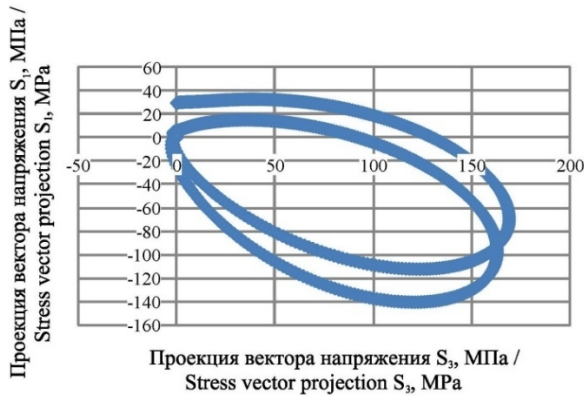


На рис. 6. изображена траектория нагружения, соответствующая заданной траектории деформирования. График изменения угла сближения от приращения длины дуги траектории деформирования представлен на рис. 7.

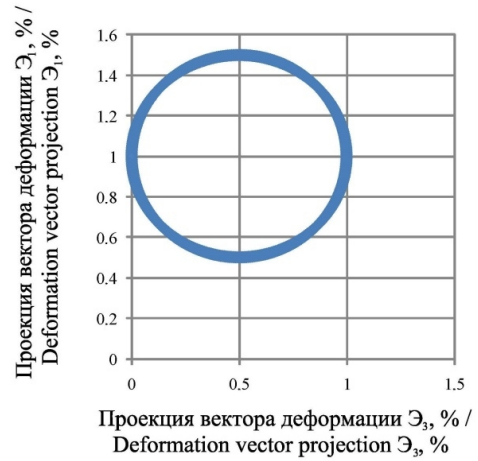
Графики изменения определяющих функций пластичности в зависимости от приращения длины дуги траектории деформирования  $\Delta S$  приведены на рис. 8.

Графики изменения скалярных свойств материала приведены на рис. 9 в виде элементов диаграмм деформирования, построенных в осях  $\sigma - \varepsilon$  и  $\sigma - \Delta S$ .

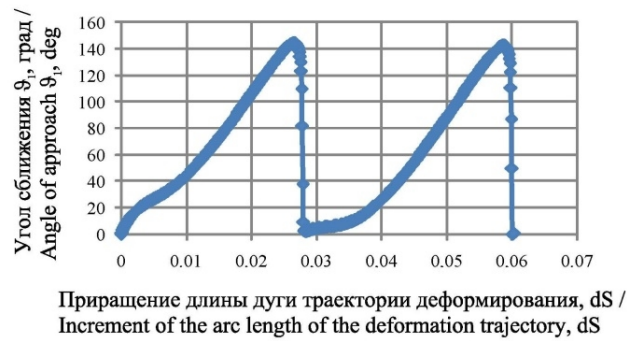
Дополнительно построены графики зависимости определяющих функций пластичности от значения угла сближения материала (рис. 10). Анализ полученных зависимостей позволяет сделать вывод о закономерностях изменения функций  $M_1$  и  $d\sigma/dS$  для рассматриваемой траектории.



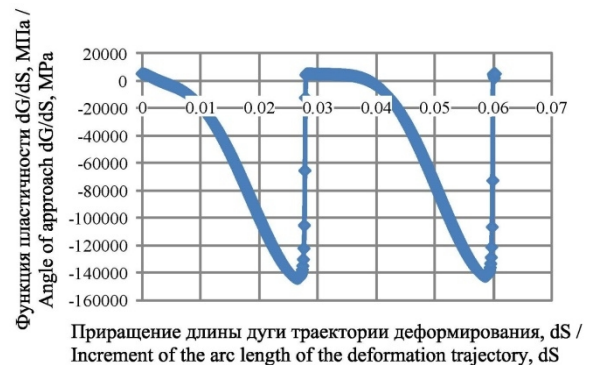
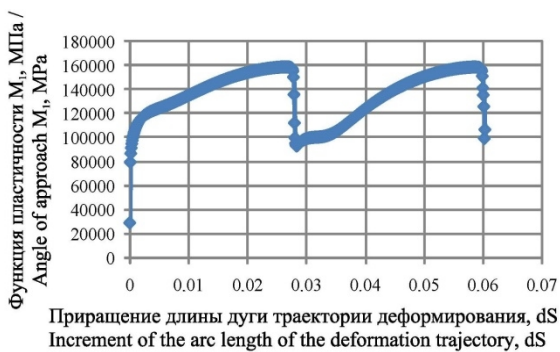
**Рис. 6.** Траектория проекции вектора напряжения  $S_1 - S_3$   
И с т о ч н и к : выполнено С.В. Черемных  
**Figure 6.** The path of stress vector projection  $S_1 - S_3$   
S o u r c e : compiled by S.V. Cheremnykh



**Рис. 5.** Реализуемая траектория деформирования оболочки из стали 9Х2  
И с т о ч н и к : выполнено С.В. Черемных  
**Figure 5.** The implemented strain path of the shell made of steel 9X2  
S o u r c e : compiled by S.V. Cheremnykh



**Рис. 7.** График изменения угла сближения  $\theta_1$  от приращения длины дуги траектории деформирования  $dS$   
И с т о ч н и к : выполнено С.В. Черемных  
**Figure 7.** Graph of the change in the angle of convergence  $\theta_1$  from the increment of the arc length of the strain path  $dS$   
S o u r c e : compiled by S.V. Cheremnykh



**Рис. 8.** График изменения функции:  $a - M_1$ ;  $b - d\sigma/dS$   
И с т о ч н и к : выполнено С.В. Черемных  
**Figure 8.** Graphs of changes in function:  $a - M_1$ ;  $b - d\sigma/dS$   
S o u r c e : compiled by S.V. Cheremnykh

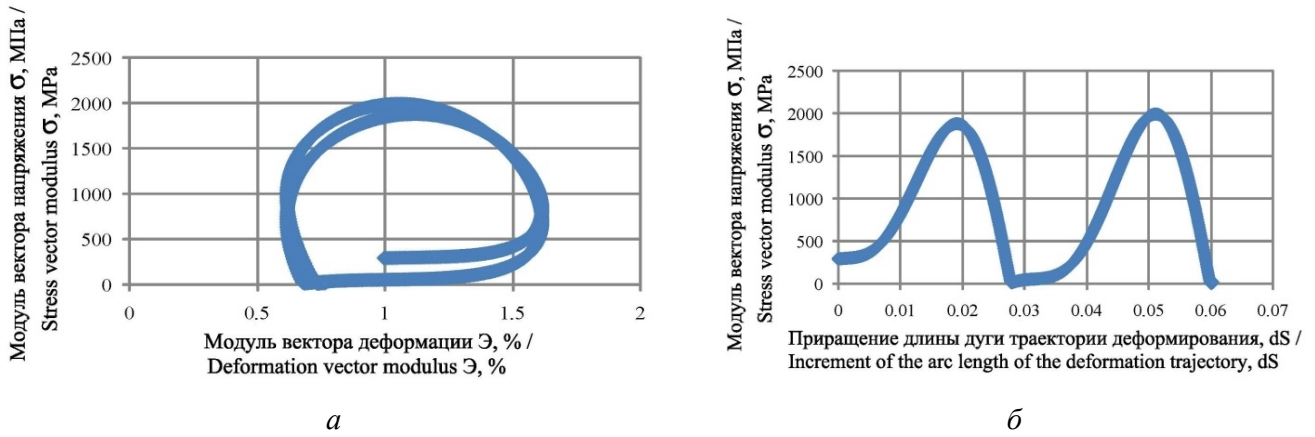


Рис. 9. График изменения скалярных свойств материала:  $a - \sigma - \varepsilon$ ;  $b - \sigma - \Delta S$

И с т о ч н и к : выполнено С.В. Черемных

Figure 9. Graph of changes in the scalar properties of the material:  $a - \sigma - \varepsilon$ ;  $b - \sigma - \Delta S$

S o u r c e : compiled by S.V. Cheremnykh

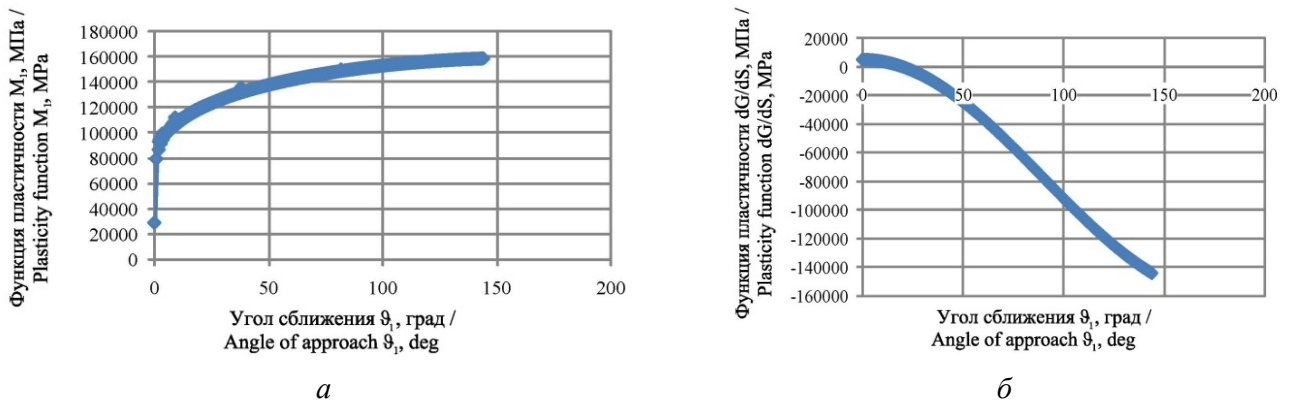


Рис. 10. График зависимости определяющих функций пластичности от значения угла сближения материала:

$$a - M_1 - \vartheta_1; \quad b - \frac{d\sigma}{dS} - \vartheta_1$$

И с т о ч н и к : выполнено С.В. Черемных

Figure 10. Relationship between the constitutive plasticity functions and the value of the material convergence angle:

$$a - M_1 - \vartheta_1; \quad b - \frac{d\sigma}{dS} - \vartheta_1$$

S o u r c e : compiled by S.V. Cheremnykh

#### 4. Заключение

1. Произведены испытания тонкостенной цилиндрической оболочки из стали 9Х2 ГОСТ 5950-2000 на экспериментальном комплексе СН-ЭВМ для процесса простого сжатия, которые позволили дать новые представления о закономерностях упругопластического поведения данной стали при простом нагружении.

2. С учетом диаграммы простого нагружения и расчета, основанного на теории упругопластических процессов А.А. Ильюшина, без проведения эксперимента смоделирована диаграмма деформирования оболочки из стали 9Х2, соответствующая заданной траектории деформирования в виде



двухзвенной траектории при сложном нагружении оболочки осевой сжимающей силой на первом этапе и одновременно действующими силами сжатия и кручения на втором этапе.

3. Для представленной цилиндрической оболочки решена задача построения образа процесса нагружения материала, сделан вывод о степени упрочнения рассматриваемого материала и его зависимости от величины угла сближения в точке излома сложной траектории.

#### Список литературы

1. Зубчанинов В.Г. Об основных гипотезах общей математической теории пластичности и пределах их применимости // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2020. № 6. С. 73–81. <https://doi.org/10.31857/S0572329920060173>
2. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1990. 310 с.
3. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Фомин Д.Ю. Сравнительный анализ теорий пластичности при сложном нагружении // Проблемы прочности и пластичности. 2022. Т. 84. № 4. С. 493–510. <https://doi.org/10.32326/1814-9146-2022-84-4-493-510>
4. Bondar V.S., Abashev D.R., Petrov V.K. Construction of the Theory of Plasticity Irrelative of the Loading Surface and Associated Flow Law // Strength of Materials. 2021. Vol. 53. No. 4. P. 550–558. <https://doi.org/10.1007/s11223-021-00316-9>
5. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Фомин Д.Ю. Теории пластичности при сложном нагружении по пространственным траекториям деформаций // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2021. № 4. С. 41–48. <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2021.4.05>
6. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Фомин Д.Ю. Теории пластичности при сложном нагружении по плоским траекториям деформаций // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2021. № 3. С. 35–47. <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2021.3.04>
7. Гуляев В.И., Булгаков А.Н. Экспериментальное изучение упругопластического деформирования конструкционных материалов на автоматизированном испытательном комплексе СН-ЭВМ // Вестник Чувашия государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2023. № 2(56). С. 53–64. <https://doi.org/10.37972/chgpu.2023.56.2.006>
8. Зубчанинов В.Г., Гуляев В.И., Алексеев А.А., Саврасов И.А. Проверка постулата изотропии при деформировании сплава В95 по двухзвенным ломаными траекториям // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. 2023. № 5. С. 47–52. <https://doi.org/10.55959/MSU0579-9368-1-64-5-7>
9. Зубчанинов В.Г., Алексеев А.А., Гуляев В.И., Алексеева Е.Г. Процессы сложного нагружения конструкционной стали по пятизвенной кусочно-ломаной траектории деформирования // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2019. № 61. С. 32–44. <https://doi.org/10.17223/19988621/61/4>
10. Alekseev A., Zubchaninov V., Gultiaev V., Alekseeva E. Modeling of elastoplastic deformation of low-carbon steel along multi-link plane strain trajectories // AIP Conference Proceedings. 2021. P. 020001. <https://doi.org/10.1063/5.0059630>
11. Zubchaninov V.G., Alekseev A.A., Gultiaev V.I., Alekseeva E.G. Modeling of elastoplastic deformation of structural steel by a trajectory containing three circles touching internally // Materials Physics and Mechanics. 2019. Vol. 42. No. 5. P. 528–534. [https://doi.org/10.18720/MPM.4252019\\_6](https://doi.org/10.18720/MPM.4252019_6)
12. Bondar V.S., Abashev D.R. Refining the thermoplasticity theory for modeling of cyclic nonisothermic loading processes // Journal of Mechanics of Materials and Structures. 2021. Vol. 16. No. 4. P. 501–510. <https://doi.org/10.2140/jomms.2021.16.501>
13. Bondar V.S., Abashev D.R. Mathematical Modeling of the Monotonic and Cyclic Loading Processes // Strength of Materials. 2020. Vol. 52. No. 3. P. 366–373. <https://doi.org/10.1007/s11223-020-00186-7>
14. Bondar V.S., Dansin V.V., Vu L.D., Duc N.D. Constitutive modeling of cyclic plasticity deformation and low-high-cycle fatigue of stainless steel 304 in uniaxial stress state // Mechanics of Advanced Materials and Structures. 2018. Vol. 25. No. 12. P. 1009–1017. <https://doi.org/10.1080/15376494.2017.1342882>
15. Темис Ю.М., Факеев А.И. Модель кривой неизотермического циклического деформирования // Проблемы прочности и пластичности. 2013. Т. 75. № 1. С. 5–10.
16. Bazhenov V.G., Zhestkov M.N. Numerical Modeling of Large Deformations for Porous Metals and Identification of Carcass Deformation Diagrams // Mechanics of Composite Materials. 2021. Vol. 56. No. 6. P. 747–754. <https://doi.org/10.1007/s11029-021-09920-x>
17. Bazhenov V.G., Zhestkov M.N. Computer Modeling Deformation of Porous Elastoplastic Materials and Identification their Characteristics Using the Principle of Three-dimensional Similarity // Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics. 2021. Vol. 14. No. 6. P. 746–755. <https://doi.org/10.17516/1997-1397-2021-14-6-746-755>
18. Баженов В.Г., Казаков Д.А., Нагорных Е.В. Моделирование поведения упругопластических стержней при растяжении-кручении и построение их диаграмм деформирования до разрыва с учетом вида напряженно-деформи-

рованного состояния // Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки. 2021. Т. 501. № 1. С. 23–28. <https://doi.org/10.31857/S268674002106002X>

19. *Bazhenov V.G., Nagornyykh E.V., Samsonova D.A.* Modeling of elastoplastic buckling of a cylindrical shell with initial shape imperfections and elastic filler under external pressure // AIP Conference Proceedings: 28th Russian Conference on Mathematical Modelling in Natural Sciences, 02–05 October 2019, Perm, Russia, 2020. Vol. 2216. P. 040001. <https://doi.org/10.1063/5.0003598>

20. *Cheremnykh S., Zubchaninov V., Gulyaev V.* Deformation of cylindrical shells of steel 45 under complex loading // E3S Web of Conferences. 22nd International Scientific Conference on Construction the Formation of Living Environment, FORM 2019. 2019. Article 04025. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/20199704025>

21. *Черемных С.В.* Экспериментальное исследование упругопластической деформации цилиндрической оболочки из стали 45 // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2021. Т. 17. № 5. С. 519–527. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-5-519-527>

22. *Cheremnykh S., Kuzhin M.* Solution of the problem of stability of 40x steel shell // Journal of Physics: Conference Series. International Scientific Conference on Modelling and Methods of Structural Analysis, MMSA 2019. 2020. Article 012191. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1425/1/012191>

23. *Бондарь В.С., Абашев Д.Р.* Построение поверхности памяти для разделения процессов монотонных и циклических нагружений // Проблемы прочности и пластичности. 2022. Т. 84. № 3. С. 364–375. <https://doi.org/10.32326/1814-9146-2022-84-3-364-375>

24. *Баженов В.Г., Нагорных Е.В.* Численный анализ больших упругопластических деформаций тел и сред и идентификация их диаграмм деформирования при различных видах нагружения // Ученые записки Казанского университета. Серия: Физико-математические науки. 2022. Т. 164, № 4. С. 316–328. <https://doi.org/10.26907/2541-7746.2022.4.316-328>

25. *Баженов В.Г., Казаков Д.А., Осетров С.Л.* Анализ предельных состояний цилиндрических упругопластических оболочек при растяжении и комбинированном нагружении внутренним давлением и растяжением // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2022. № 2. С. 39–48. <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2022.2.04>

26. *Баженов В.Г., Казаков Д.А., Кибец А.И.* Постановка и численное решение задачи потери устойчивости упругопластических оболочек вращения с упругим наполнителем при комбинированных осесимметричных нагружениях с кручением // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2022. № 3. С. 95–106. <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2022.3.10>

27. *Abrosimov N.A., Elesin A.V., Igumnov L.* Computer simulation of the process of loss of stability of composite cylindrical shells under combined quasi-static and dynamic loads // Advanced Structured Materials. 2021. Vol. 137. P. 125–137. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-53755-5\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-030-53755-5_9)

## References

1. Zubchaninov V.G. On the main hypotheses of the general mathematical theory of plasticity and the limits of their applicability. *Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Solid State Mechanics*. 2020;6:73–81. (In Russ.) <https://doi.org/10.31857/S0572329920060173>

2. Plyushin A.A. *Mechanics of a continuous medium*. Moscow: Publishing House of Moscow State University, 1990. (In Russ.)

3. Bondar V.S., Abashev D.R., Fomin D.Y. Comparative analysis of theories of plasticity under complex loading. *Problems of strength and plasticity*. 2022;84(4):493–510. (In Russ.) <https://doi.org/10.32326/1814-9146-2022-84-4-493-510>

4. Bondar V.S., Abashev D.R., Petrov V.K. Construction of the Theory of Plasticity Irrelative of the Loading Surface and Associated Flow Law. *Strength of Materials*. 2021;53(4):550–558. <https://doi.org/10.1007/s11223-021-00316-9>

5. Bondar V.S., Abashev D.R., Fomin D.Y. Theories of plasticity under complex loading along spatial trajectories of deformations. *Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University. Mechanics*. 2021;4:41–48. (In Russ.) <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2021.4.05>

6. Bondar V.S., Abashev D.R., Fomin D.Y. Theories of plasticity under complex loading along flat deformation trajectories. *Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University. Mechanics*. 2021;3:35–47. (In Russ.) <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2021.3.04>

7. Gulyaev V.I., Bulgakov A.N. Experimental study of elastic-plastic deformation of structural materials on an automated test complex of a CH-computer. *Bulletin of the I.Ya. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of the limit state*. 2023;2(56):53–64. (In Russ.) <https://doi.org/10.37972/chgpu.2023.56.2.006>

8. Zubchaninov V.G., Gulyaev V.I., Alekseev A.A., Savrasov I.A. Verification of the postulate of isotropy during deformation of alloy B95 along two-link polyline trajectories. *Bulletin of the Moscow University. Series 1: Mathematics. Mechanics*. 2023;5:47–52. (In Russ.) <https://doi.org/10.55959/MSU0579-9368-1-64-5-7>

9. Zubchaninov V.G., Alekseev A.A., Gulyaev V.I., Alekseeva E.G. Processes of complex loading of structural steel along a five-link piecewise polyline deformation trajectory. *Bulletin of Tomsk State University. Mathematics and mechanics*. 2019;61:32–44. (In Russ.) <https://doi.org/10.17223/19988621/61/4>
10. Alekseev A., Zubchaninov V., Gultiaev V., Alekseeva E. Modeling of elastoplastic deformation of low-carbon steel along multi-link plane strain trajectories. *AIP Conference Proceedings*. 2021;020001. <https://doi.org/10.1063/5.0059630>
11. Zubchaninov V.G., Alekseev A.A., Gultiaev V.I., Alekseeva E.G. Modeling of elastoplastic deformation of structural steel by a trajectory containing three circles touching internally. *Materials Physics and Mechanics*. 2019;42(5): 528–534. [https://doi.org/10.18720/MPM.4252019\\_6](https://doi.org/10.18720/MPM.4252019_6)
12. Bondar V.S., Abashev D.R. Refining the thermoplasticity theory for modeling of cyclic nonisothermic loading processes. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*. 2021;16(4):501–510. <https://doi.org/10.2140/jomms.2021.16.501>
13. Bondar V.S., Abashev D.R. Mathematical Modeling of the Monotonic and Cyclic Loading Processes. *Strength of Materials*. 2020;52(3):366–373. <https://doi.org/10.1007/s11223-020-00186-7>
14. Bondar V.S., Dansin V.V., Vu L.D., Duc N.D. Constitutive modeling of cyclic plasticity deformation and low–high-cycle fatigue of stainless steel 304 in uniaxial stress state. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 2018;25(12):1009–1017. <https://doi.org/10.1080/15376494.2017.1342882>
15. Temis Yu.M., Fakeev A.I. Model of the curve of non-isothermal cyclic deformation. *Problems of strength and plasticity*. 2013;75(1):5–10. (In Russ.)
16. Bazhenov V.G., Zhestkov M.N. Numerical Modeling of Large Deformations for Porous Metals and Identification of Carcass Deformation Diagrams. *Mechanics of Composite Materials*. 2021;56(6):747–754. <https://doi.org/10.1007/s11029-021-09920-x>
17. Bazhenov V.G., Zhestkov M.N. Computer Modeling Deformation of Porous Elastoplastic Materials and Identification their Characteristics Using the Principle of Three-dimensional Similarity. *Journal of Siberian Federal Universit. Mathematics and Physics*. 2021;14(6):746–755. <https://doi.org/10.17516/1997-1397-2021-14-6-746-755>
18. Bazhenov V.G., Kazakov D.A., Nagornykh E.V. Modeling the behavior of elastic-plastic rods under tension-torsion and constructing their diagrams of deformation to rupture, taking into account the type of stress-strain state. *Reports of the Russian Academy of Sciences. Physics, technical sciences*. 2021;501(1):23–28. (In Russ.) <https://doi.org/10.31857/S268674002106002X>
19. Bazhenov V.G., Nagornykh E.V., Samsonova D.A. Modeling of elastoplastic buckling of a cylindrical shell with initial shape imperfections and elastic filler under external pressure. *AIP Conference Proceedings: 28th Russian Conference on Mathematical Modelling in Natural Sciences*, 02–05 October 2019, Perm, Russia, 2020;2216:040001. <https://doi.org/10.1063/5.0003598>
20. Cheremnykh S., Zubchaninov V., Gulyaev V. Deformation of cylindrical shells of steel 45 under complex loading. *E3S Web of Conferences. 22nd International Scientific Conference on Construction the Formation of Living Environment, FORM 2019*. 2019;04025. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/20199704025>
21. Cheremnykh S.V. Experimental study of elastic-plastic deformation of a cylindrical shell made of 45 steel. *Construction mechanics of engineering structures and structures*. 2021;17(5):519–527. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-5-519-527>
22. Cheremnykh S., Kuzhin M. Solution of the problem of stability of 40x steel shell. *Journal of Physics: Conference Series. International Scientific Conference on Modelling and Methods of Structural Analysis, MMSA 2019*. 2020;012191. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1425/1/012191>
23. Bondar V.S., Abashev D.R. Constructing a memory surface for separating the processes of monotone and cyclic loads. *Problems of strength and plasticity*. 2022;84(3):364–375. (In Russ.) <https://doi.org/10.32326/1814-9146-2022-84-3-364-375>
24. Bazhenov V.G., Nagornykh E.V. Numerical analysis of large elastoplastic deformations of bodies and media and identification of their deformation diagrams under various types of loading. *Scientific notes of Kazan University. Series: Physical and Mathematical Sciences*. 2022;164(4):316–328. (In Russ.) <https://doi.org/10.26907/2541-7746.2022.4.316-328>
25. Bazhenov V.G., Kazakov D.A., Osetrov S.L. Analysis of the limiting states of cylindrical elastoplastic shells under tension and combined loading by internal pressure and tension. *Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University. Mechanics*. 2022;2:39–48. (In Russ.) <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2022.2.04>
26. Bazhenov V.G., Kazakov D.A., Kibets A.I. Formulation and numerical solution of the problem of loss of stability of elastoplastic shells of rotation with elastic filler under combined axisymmetric torsion loads. *Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University. Mechanics*. 2022;3:95–106. (In Russ.) <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2022.3.10>
27. Abrosimov N.A., Elesin A.V., Igumnov L. Computer simulation of the process of loss of stability of composite cylindrical shells under combined quasi-static and dynamic loads. *Advanced Structured Materials*. 2021;137:125–137. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-53755-5\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-030-53755-5_9)