

# ДИНАМИКА КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ DYNAMICS OF STRUCTURES AND BUILDINGS

DOI 10.22363/1815-5235-2023-19-5-469-490

УДК 69.01

EDN: HKRYFA

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

## Частотный отклик конструкции большепролетного здания с цилиндро-плитным покрытием

Э.Р. Кужахметова<sup>1</sup>  , В.И. Сутырин<sup>2</sup> <sup>1</sup> Акционерное общество «Конструкторско-технологическое бюро бетона и железобетона» (АО КТБ «Железобетон»), Москва, Российская Федерация<sup>2</sup> Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта (БФУ им. И. Канта), Калининград, Российская Федерация elja\_09@bk.ru

### История статьи

Поступила в редакцию: 23 апреля 2023 г.

Доработана: 19 сентября 2023 г.

Принята к публикации: 26 сентября 2023 г.

### Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### Вклад авторов

Нераздельное соавторство.

**Аннотация.** *Актуальность.* Приведены численные исследования частотного отклика конструкций большепролетного здания с цилиндро-плитным покрытием как большой механической системы. Конечно-элементная модель № 1 «Здание — жесткая заделка» представляет надземную часть здания с жесткой заделкой опорных элементов на обрезе фундамента. *Цель исследования* заключалась в отработке методики модального анализа конструкции большепролетного здания с цилиндро-плитным покрытием как механической системы с большим числом степеней свободы. *Методы.* Численный анализ динамики здания проводился с применением программного комплекса CAE (Computer-aided engineering) — класса Femap NX NASTRAN, реализующего метод конечных элементов. *Результаты.* Выявлены «опасные» резонансные частоты и формы гармонических колебаний конструкции, проанализирована чувствительность реакций здания к различным конструктивным изменениям. Частотный анализ гармонического отклика (harmonic response) здания позволил получить зависимости амплитудных значений узловых перемещений (ускорений) и напряжений в конечных элементах от частоты вынуждающей внешней силы. В следующей статье на данную тему предполагается провести динамический анализ большепролетного здания с цилиндро-плитным покрытием на сейсмическое воздействие.

**Ключевые слова:** метод конечных элементов, расчетная схема здания, система, здание, сооружение, большепролетное здание, пространственное покрытие, цилиндрическое покрытие, цилиндро-плитное покрытие, гармонический анализ, частотный анализ, колебания, частота колебаний, здание — фундамент — основание, здание — жесткая заделка

### Для цитирования

Кужахметова Э.Р., Сутырин В.И. Частотный отклик конструкции большепролетного здания с цилиндро-плитным покрытием // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2023. Т. 19. № 5. С. 469–490. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-5-469-490>

Кужахметова Эльвира Рафаэльевна, инженер, главный специалист КТБ «Железобетон», Москва, Российская Федерация; ORCID: 0000-0002-0907-786X; E-mail: elja\_09@bk.ru

Сутырин Валерий Игоревич, доктор технических наук, доцент, профессор ОНК «Институт высоких технологий», Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта, Калининград, Российская Федерация; ORCID 0000-0002-4911-8515; E-mail: vsutyirin@mail.ru

© Кужахметова Э.Р., Сутырин В.И., 2023

 This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

# Frequency response of the construction of a large-span building with a cylindrical-and-slab roof

Elvira R. Kuzhakhmetova<sup>1</sup>  , Valerii I. Sutyurin<sup>2</sup> 

<sup>1</sup> KTB Beton Group, Moscow, Russian Federation

<sup>2</sup> Immanuel Kant Baltic Federal University (IK BFU), Kaliningrad, Russian Federation

 elja\_09@bk.ru

## Article history

Received: April 23, 2023

Revised: September 19, 2023

Accepted: September 26, 2023

## Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest.

## Authors' contribution

Undivided co-authorship.

**Abstract.** *Relevance of the research.* Numerical studies of structural frequency response of a large-span building with cylindrical-and-slab roof as a large mechanical system were carried out. Finite element model No. 1 “Superstructure–Fixed-end”. *The purpose* of the study was to develop the methodology for modal analysis of a large-span building structure with a cylindrical-and-slab roof as a mechanical system with a large number of degrees of freedom. *Methods.* Numerical analysis of the building dynamics was carried out with the use of the CAE (Computer-aided engineering) software package Femap NX NASTRAN, which implements the finite element method. *Results.* The “dangerous” resonant frequencies and forms of harmonic oscillations of the structure were revealed, and the sensitivity of the buildings’ reactions to various structural changes was analyzed. Frequency analysis of harmonic response of the building allowed to obtain dependences of amplitude values of nodal displacements (accelerations) and stresses in finite elements from the frequency of the inducing external force. In the next article, it is proposed to conduct a dynamic analysis of a large-span building with a cylindrical-and-slab roof for seismic effects.

**Keywords:** finite element method, system, building, structure, large-span building, large-span space structures, cylindrical roof, cylindrical-and-slab roof, frequency response, harmonic response, oscillation, “Superstructure — Fixed-end”, “Superstructure — Pile foundation — Soil base”

## For citation

Kuzhakhmetova E.R., Sutyurin V.I. Frequency response of the construction of a large-span building with a cylindrical-and-slab roof. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023;19(5):469–490. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-5-469-490>

## 1. Введение

В последние годы при проектировании сложных зданий и сооружений [1–7] как больших механических систем все большее внимание уделяется оценкам их динамического поведения под нагрузками, изменяющимися во времени [8–15]. При этом важными проектно-конструкторскими ограничениями являются предельно допустимые деформации и напряжения в конструктивных элементах. Наиболее достоверные оценки модальных параметров конструкции могут быть получены экспериментальным путем. С этой целью используются конструкции-прототипы, создаются сложные экспериментальные установки и измерительные комплексы. Однако особенность экспериментальных исследований состоит в том, что их результаты оказываются верными лишь для конкретных условий [16–23]. Обобщение получаемых результатов и их распространение на объекты с новыми конструктивными решениями, различными граничными условиями, нагрузками и физико-механическими характеристиками материалов оказываются весьма затруднительными. Указанная проблема может быть решена путем инженерного анализа трехмерных (3D) конечно-элементных моделей. Однако необходимая точность расчетных оценок не может быть гарантирована априори. По этой причине лучшим вариантом решения проблемы является совместное использование расчетного и экспериментального методов исследований [24–27]. Конечно-элементная модель обеспечивает необходимую полноту, комплексность и многовариантность инженерного анализа динамики строительного объекта. Используя результаты экспериментов [28, 29], можно откорректиро-

*Elvira R. Kuzhakhmetova*, Engineer, Chief Specialist, KTB Beton Group, Moscow, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-0907-786X; E-mail: elja\_09@bk.ru

*Valerii I. Sutyurin*, Dr. Sci. Eng., Associate Professor, Professor in “Institute of High Technologies”, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russian Federation; ORCID 0000-0002-4911-8515; E-mail: vsutyurin@mail.ru

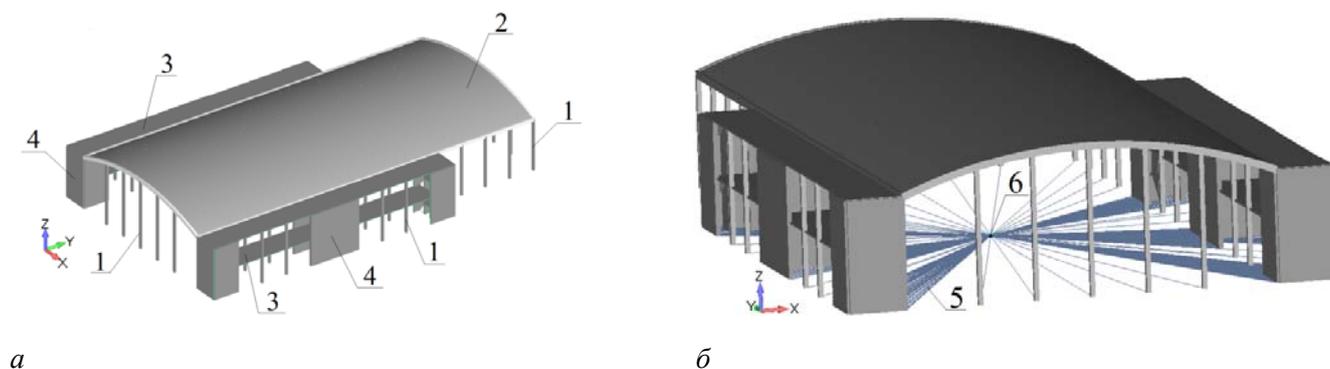
вать характеристики модели для того, чтобы сделать ее более точной и максимально приспособленной для расчетного конструирования и прогнозирования динамики поведения строительного объекта того или иного типа.

Настоящее исследование посвящено вопросам построения и анализа динамики поведения конечно-элементной модели большепролетного здания с цилиндро-плитным (ЦП) покрытием. Цель работы заключалась в отработке методики модального анализа конструкции здания как большой механической системы с большим числом степеней свободы. Особый интерес к анализу динамики указанного объекта возник в связи с необходимостью выявления наиболее «опасных» резонансных частот и форм конструкций указанного типа. Определенный научный интерес был связан также с анализом чувствительности динамических реакций конструкции к разнообразным конструктивным изменениям здания [30; 31].

### 1.1. Общая характеристика большепролетного здания с цилиндро-плитным покрытием

Центральная часть здания представляет собой в плане прямоугольник с размерами  $40(B) \times 84(L)$  м. Пространственным покрытием центральной части выбрана монолитная железобетонная цилиндрическая оболочка нулевой гауссовой кривизны (поз. 2), имеющая высоту  $h = 4$  м, толщину  $\delta = 0,15$  м и радиус кривизны, равный  $R = 52$  м. Бортовыми элементами цилиндрической оболочки являются две торцевые железобетонные арки и продольные балки прямоугольного сечения с размерами  $b = 0,5$  м,  $h = 0,8$  м. По контуру здания установлены опорные колонны (поз. 1) квадратного поперечного сечения с шагом 6 м. Высота колонн в продольном направлении (по длине прямоугольника) принята равной 12 м, а в поперечном направлении — от 12 до 16 м.

К центральной части здания с двух сторон примыкают двухэтажные помещения с плитами плоского покрытия. Высота каждого этажа равна 6 м. Толщины железобетонных плит покрытий и перекрытий (поз. 3) приняты равными  $t = 0,2$  м. Плиты также опираются на колонны (поз. 1), установленные с шагом и высотой  $H = 6$  м. В продольном и поперечном направлении в центре и по торцам здания расположены диафрагмы жесткости в виде монолитных железобетонных стен (поз. 4). Их толщина равна 0,5 м, длина 6 и 12 м. В крайних помещениях здания расположены лифтовые шахты. Толщина их монолитных железобетонных стен принята 0,5 м. Толщина монолитных железобетонных площадок лестничных клеток составляет  $t = 0,2$  м, а толщина лестничных маршей —  $t = 0,22$  м [30–33].



**Рис. 1.** Большепролетное здание с цилиндро-плитным (ЦП) покрытием:  
*a* — общий вид здания; *б* — конечно-элементная модель № 1 «здание — жесткая заделка»;  
 1 — колонны; 2 — цилиндрическая оболочка нулевой гауссовой кривизны;  
 3 — плиты плоского покрытия и перекрытия; 4 — продольные и поперечные диафрагмы;  
 5 — элемент типа Rigid; 6 — жесткая заделка<sup>1</sup> опорного узла (master node)

**Figure 1.** Large-span building with a cylinder — and — slab roof:  
*a* — General view of the building; *б* — Finite Element Model No. 1 “Superstructure — Fixed-end”;  
 1 — columns; 2 — cylindrical shell of zero Gaussian curvature; 3 — fat slabs and floor slabs;  
 4 — longitudinal and transverse diaphragms; 5 — Rigid element; 6 — Fixed-master node

<sup>1</sup> Вертикальные элементы: колонны (поз. 1) и диафрагмы (поз. 4) соединены с помощью жесткого элемента Rigid (поз. 5). Опорный (центральный) узел 1 (поз. 6) закреплен жестко по всем направлениям: TX, TY, TZ, RX, RY, RZ.

## 2. Материалы и методы

В расчетном исследовании использованы исходные данные, аналогичные данным ранее опубликованных работ [30–33]. Цилиндро-плитное покрытие и каркас здания выполнены из тяжелого бетона класса В25. Расчетные характеристики бетона приняты в соответствии с российскими нормами СП 63.13330.2018 «Бетонные и железобетонные конструкции»<sup>2</sup>. Плотность тяжелого бетона  $\rho = 2500 \text{ кг/м}^3$  (п. 6.1.1). Модуль упругости тяжелого бетона В25 при сжатии и растяжении  $E_b = 30 \times 10^3 \text{ МПа}$  (принят по таблице 6.11), модуль сдвига бетона  $G_b = 0,4E_b = 0,4 \times 30 \times 10^3 = 12 \times 10^3 \text{ МПа}$  (п. 6.1.15). Коэффициент Пуассона бетона  $\nu = 0,2$  (п. 6.1.17).

Внешние постоянные и временные поперечные нагрузки на цилиндро-плитное покрытие большепролетного здания приняты из статьи [32; 33] (определены в соответствии с СП 17.13330.2017<sup>3</sup> «Кровли» и СП 20.13330.2016 «Нагрузки и воздействия»<sup>4</sup>).

Метод конечных элементов (МКЭ) является универсальным средством численного инженерного анализа больших пространственных механических систем [34; 35]. Он позволяет комбинировать в моделях стержневые (*Beam* и *Bar*), пластинчатые (оболочечные) (*Plate*) и объемные (*Volume Elements* типа *Solid*) конечные элементы с различными аппроксимирующими функциями полей перемещений [36; 37]. В исследовании расчетных моделей большепролетного здания авторами применен расчетный комплекс *Femap with NX Nastran*, реализующий весьма широкий набор расчетных подходов и методов инженерного анализа. Конструкция здания аппроксимирована комбинацией из 30 348 конечных элементов с 30 469 узлами с шестью степенями свободы в каждом. В конечно-элементной модели представлены все основные конструктивные узлы реального объекта.

Динамический анализ основывается на решении общего уравнения движения исследуемой конструкции здания (как системы со многими степенями свободы), которое в матричной форме имеет следующий вид [36]:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{f(t)\}, \quad (1)$$

где  $[M]$  — матрица масс конструкции;  $[C]$  — матрица демпфирования;  $[K]$  — матрица жесткости;  $\{f\}$  — известный вектор внешней нагрузки, зависящий от времени  $t$ ;  $\{u\}$  — неизвестный вектор узловых перемещений конечно-элементной модели, зависящий от времени. Аналогичное уравнение, полученное путем преобразования (1) из временной области в область переменных Лапласа ( $p$ ) при нулевых начальных условиях, можно представить так:

$$(p^2 [M] + p [C] + [K])\{X(p)\} = \{F(p)\}, \quad (2)$$

где  $\{F(p)\}$  — вектор внешней нагрузки;  $\{X(p)\}$  — вектор отклика (реакции).

Динамический анализ разделяется на два этапа. На первом этапе выполняется модальный анализ, результатами которого являются частотные (модальные) характеристики системы: собственные формы и частоты. Расчетному анализу подвергается также долевого вклад каждой моды в колебательный процесс (эффективная модальная масса).

Построение матриц жесткости, массы и демпфирования, а также включение их в обобщенное уравнение движение системы позволяют решать задачу по определению частот собственных колебаний в следующем виде [38]:

$$\left( p \begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [C] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -[M] & [0] \\ [0] & [K] \end{bmatrix} \right) \{Y\} = \{0\}. \quad (3)$$

<sup>2</sup> СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения [Concrete and reinforced concrete structures. General provisions]. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. Москва: Стройинформ, 2019.

<sup>3</sup> СП 17.13330.2017. Кровли [The roofs]. Актуализированная редакция СНиП II-26-76. Москва, 2017

<sup>4</sup> СП 20.13330.2016. Нагрузки и воздействия [Loads and actions]. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85\*. Москва, 2016.

Собственные значения находятся путем раскрытия определителя следующего вида:

$$\begin{vmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [C] \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -[M] & [0] \\ [0] & [K] \end{vmatrix} = 0. \quad (4)$$

Решением (4) является ряд собственных значений в виде комплексно-сопряженных пар вида  $\lambda_r \pm i\omega_r$  ( $r = 1-N$ , где  $N$  — число степеней свободы), содержащие коэффициенты затухания и собственные частоты. Каждому собственному значению соответствует вектор формы. Последние значения также являются комплексно-сопряженными. Собственные векторы находятся путем решения следующего уравнения:

$$(\lambda_r^2 [M] + \lambda_r [C] + [K])\{\psi\}_r = \{0\}.$$

В настоящей работе собственные частоты и формы колебаний были определены методом Ланцоша (Lanczos) (в составе программного комплекса *Femap with NX Nastran*), сочетающим лучшие свойства метода обратной степени, модифицированного метода обратной степени Штурмана и методов приведения, таких как метод Гивенса, метод Хаусхолдера, модифицированный метод Гивенса, модифицированный метод Хаусхолдера [31; 36].

На втором этапе выполняется анализ частотного отклика на установившееся колебательное возбуждение, определенное в частотной области. По существу, речь идет о численном эксперименте, реализующем технику «фазового резонанса», которая заключается в поочередном возбуждении расчетной модели на каждой из «важных» резонансных частотах и определении соответствующих откликов системы [36]. Приложенная нагрузка задается в форме вынужденных ускорений и носит синусоидальный характер. В результате анализа определяются смещения, силы и напряжения элементов. Вычисляемые отклики представляют собой комплексные числа, определяемые как величина и фаза (по отношению к приложенной нагрузке). В анализе частотных характеристик альтернативными решениями являются прямой и модальный методы [36].

Прямым методом решаются связанные уравнения движения в зависимости от частоты воздействия. В случае с демпфированием, моделирующим рассеяние энергии в конструкциях здания, общий коэффициент структурного демпфирования  $G$  и коэффициент элементного структурного демпфирования  $G_E$ , определяемый в свойствах строительного материала, формируют комплексную матрицу жесткости следующего вида:

$$[K_E] = (1 + iG)[K] + i \sum_{j=1}^N G_E^j [K_E^j], \quad (5)$$

где  $[K_E]$  — матрица жесткости конечного элемента. Таким образом, в анализе прямого частотного отклика структурный отклик вычисляется на дискретных частотах возбуждения путем решения системы связанных матричных уравнений с использованием комплексной алгебры. Уравнения движения на каждой входной частоте решаются способом, аналогичным задаче статики, с использованием сложной арифметики.

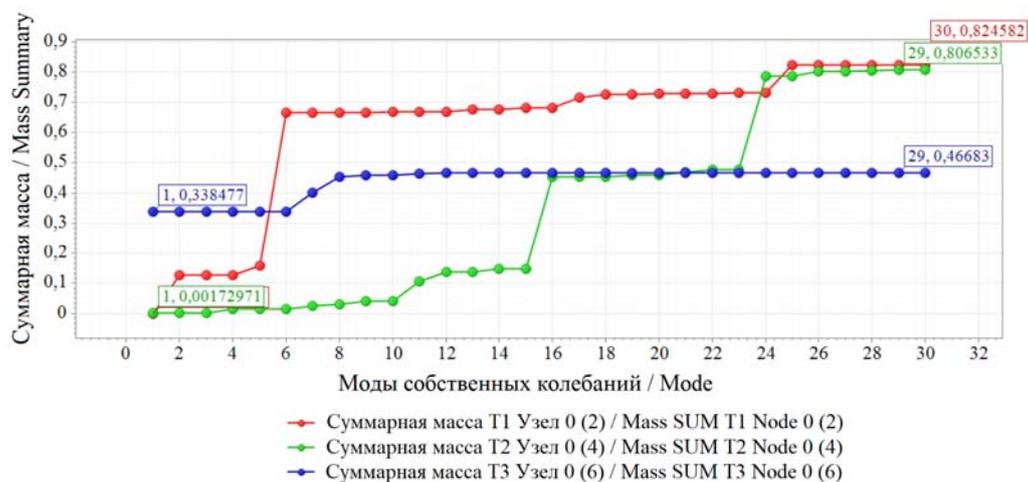
Модальный метод использует собственные формы структуры. В результате уравнения движения распадаются, а общее анализируемое их число уменьшается. При этом решение для заданной частоты воздействия формируется путем суммирования заданных модальных откликов. Формы мод (тонов) рассчитываются заранее. Расчетная практика показала, что уравнения движения в модальной форме с частотной характеристикой решаются гораздо быстрее, в сравнении с решением прямым методом, поскольку расчетному анализу подвергается серия несвязанных систем с одной степенью свободы. При решении рассматриваемой задачи было использовано структурное демпфирование, что устраняло свойство ортогональности форм. Модальный частотный подход позволил решить связанную проблему в терминах модальных координат с использованием прямого частотного подхода.

### 3. Результаты

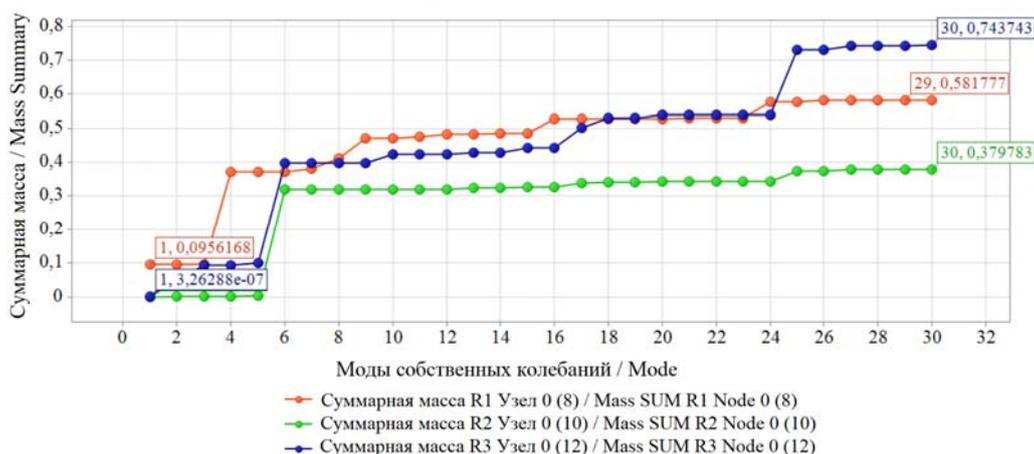
В результате модального анализа модели № 1 «Здание — жесткая заделка» были определены частоты  $f_i$  (Гц) и формы (Mode) собственных колебаний конструкции с учетом всех шести узловых степеней

свободы: поступательных (T1, T2, T3) вдоль осей  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , а также вращательных (R1, R2, R3), вокруг указанных осей [31].

На рис. 2 для расчетных резонансных частот дополнительно указаны соответствующие эффективные массы в долях от суммарной массы, принятой за 1 (100 %).



а



б

**Рис. 2.** Модель № 1 «Здание — жесткая заделка». График «Суммарные массы – моды собственных колебаний»:

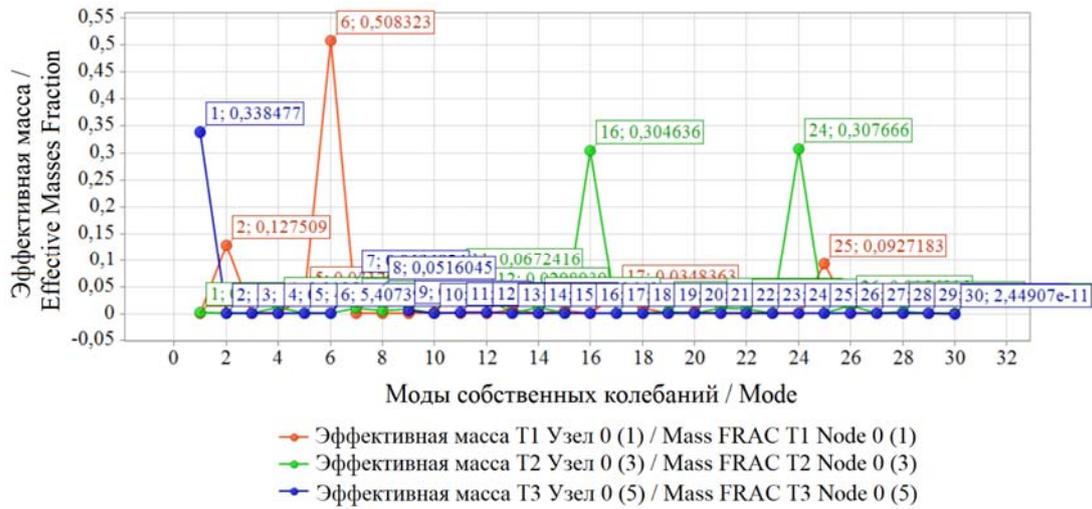
а — перемещение узла T1, T2, T3 по оси  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ; б — поворот в узле R1, R2, R3 вокруг оси  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$

**Figure 2.** Model No. 1 “Superstructure – Fixed-end”. Graphic “Mass Summary — Mode”:

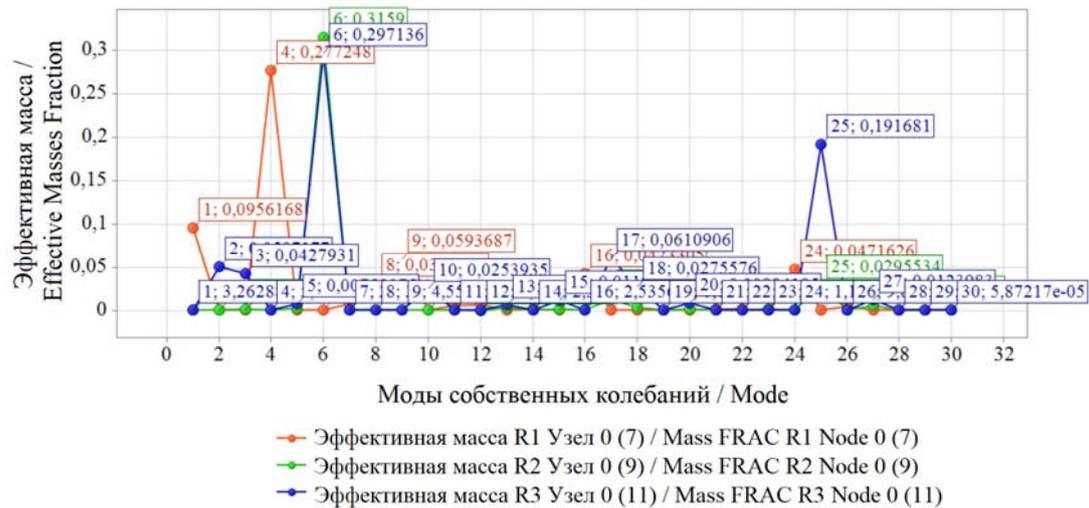
а — T1( $X$ ), T2( $Y$ ), T3( $Z$ ) Translation; б — R1( $X$ ), R2( $Y$ ), R3( $Z$ ) Rotation

Согласно сейсмическим строительным нормам СП 14.13330.2018<sup>5</sup>, действующим в РФ при расчете усилий в конструкциях зданий и сооружений, проектируемых для строительства в сейсмических районах, рекомендуется учитывать формы собственных колебаний с суммарной эффективной модальной массой, составляющей не менее 90 % общей массы системы для горизонтальных воздействий и не менее 75 % — для вертикального воздействия. При этом должны быть учтены все формы собственных колебаний, эффективная модальная масса которых превышает 5 %. На рис. 3 обозначен уровень отсекаемых форм рассматриваемой конструкции по критерию минимальных эффективных масс, участвующих в колебаниях. Моды (тона) с наиболее высокими значениями эффективной массы сведены в табл. 1. Соответствующие им формы собственных колебаний конструкции здания представлены на рис. 4–9.

<sup>5</sup> СП 14.13330.2018. Строительство в сейсмических районах [Seismic building design code]. Актуализированная редакция СНиП II-7-81\*. Москва: Стандартинформ, 2018. 122 с.



а



б

Рис. 3. Модель № 1 «Здание — жесткая заделка». График «Эффективные массы — моды собственных колебаний»: а — перемещение узла T1, T2, T3 по оси X, Y, Z; б — поворот в узле R1, R2, R3 вокруг оси X, Y, Z

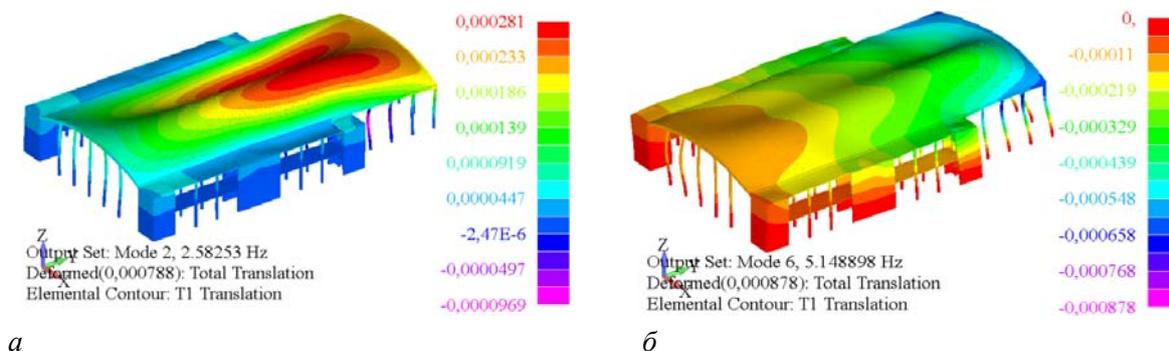
Figure 3. Model No. 1 “Superstructure – Fixed-end”. Graphic “Effective Masses Fraction – Mode”: а — T1(X), T2(Y), T3(Z) Translation; б — R1(X), R2(Y), R3(Z) Rotation

Таблица 1 / Table 1

Наибольшие модальные эффективные массы конструкции здания /  
The largest modal effective masses of a building structure

Номер моды (тона) / Number mode	Направление перемещения / Direction of movement	Частота $f_i$ , Гц / Frequency $f_i$ , Hz	Эффективная масса / Effective Masses Fraction, %
1	Перемещение по оси Z (T3) / Displacement along Z axis (T3)	2,5279	34,0
	Поворот вокруг оси X (R1) / Rotation around X-axis (R1)	2,5279	9,6
2	Перемещение по оси X (T1) / Displacement along X-axis (T1)	2,5825	12,7
4	Поворот вокруг оси X (R1) / Rotation around X-axis (R1)	3,7019	27,7

Номер моды (тона) / Number mode	Направление перемещения / Direction of movement	Частота $f_i$ , Гц / Frequency $f_i$ , Hz	Эффективная масса / Effective Masses Fraction, %
6	Перемещение по оси X (T1) / Displacement along X-axis (T1)	5,1489	50,8
	Поворот вокруг оси Y (R2) / Rotation around Y axis (R2)	5,1489	31,6
	Поворот вокруг оси Z (R3) / Rotation around Z axis (R3)	5,1489	29,7
7	Перемещение по оси Z (T3) / Displacement along Z axis (T3)	5,2805	6,0
16	Перемещение по оси Z (T3) / Displacement along Z axis (T3)	6,5973	30,5
24	Перемещение по оси Y (T2) / Displacement along Y axis (T2)	6,8054	30,8
25	Поворот вокруг оси Y (R2) / Rotation around Y axis (R2)	7,0184	2,9
	Поворот вокруг оси Z (R3) / Rotation around Z axis (R3)	7,0184	19,2



**Рис. 4.** Перемещение T1 по оси X. Моды и частоты собственных колебаний деформированной модели:

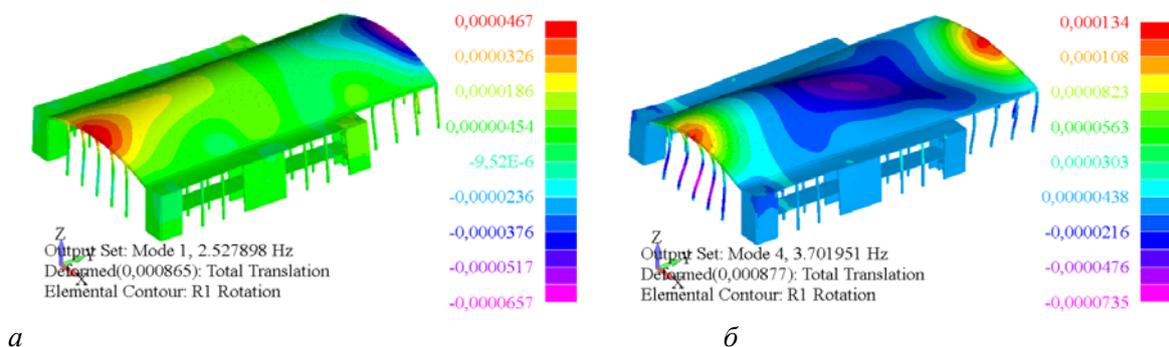
*a* — Мода 2, частота  $f_2 = 2,58253$  Гц, эффективная суммарная масса — 12,7 %;

*б* — Мода 6, частота  $f_6 = 5,148898$  Гц, эффективная суммарная масса — 50,8 %

**Figure 4.** T1 Translation. Modes and frequencies of natural oscillations of the deformed model:

*a* — Mode 2, Frequency  $f_2 = 2.58253$  Hz, Mass Frac — 12.7 %;

*б* — Mode 6, Frequency  $f_6 = 5.148898$  Hz, Mass Frac — 50.8 %



**Рис. 5.** Поворот R1 вокруг оси X. Формы и частоты собственных колебаний деформированной модели:

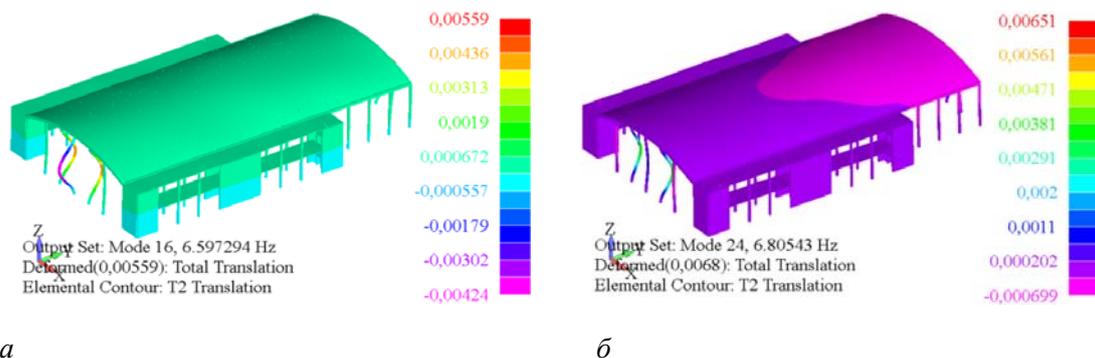
*a* — Мода 1, частота  $f_1 = 2,527898$  Гц, эффективная суммарная масса — 9,6 %;

*б* — Мода 4, частота  $f_4 = 3,701951$  Гц, эффективная суммарная масса — 27,7 %

**Figure 5.** R1 Rotation. Modes and frequencies of natural oscillations of the deformed model:

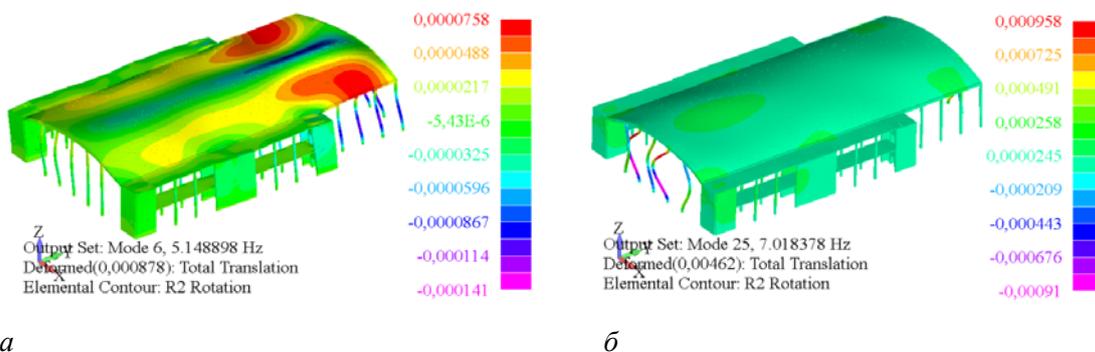
*a* — Mode 1, Frequency  $f_1 = 2.527898$  Hz, Mass Frac — 9.6 %;

*б* — Mode 4, Frequency  $f_4 = 3.701951$  Hz, Mass Frac — 27.78 %



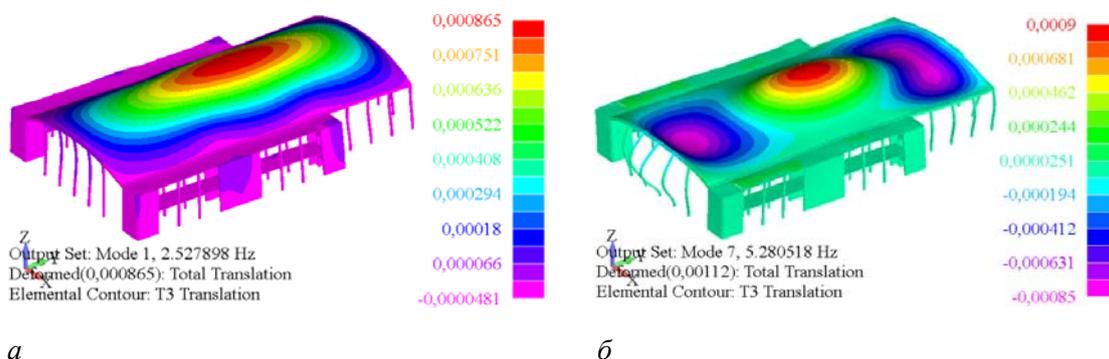
**Рис. 6.** Перемещение T2 по оси Y. Моды и частоты собственных колебаний деформированной модели:  
*a* — Мода 16, частота  $f_{16} = 6,597294$  Гц, эффективная суммарная масса — 30,5 %;  
*б* — Мода 24, частота  $f_{24} = 6,80543$  Гц, эффективная суммарная масса — 30,8 %

**Figure 6.** T2 Translation. Modes and frequencies of natural oscillations of the deformed model:  
*a* — Mode 16, Frequency  $f_{16} = 6.597294$  Hz, Mass Frac — 30.5 %;  
*б* — Mode 24, Frequency  $f_{24} = 6.80543$  Hz, Mass Frac — 30.8 %



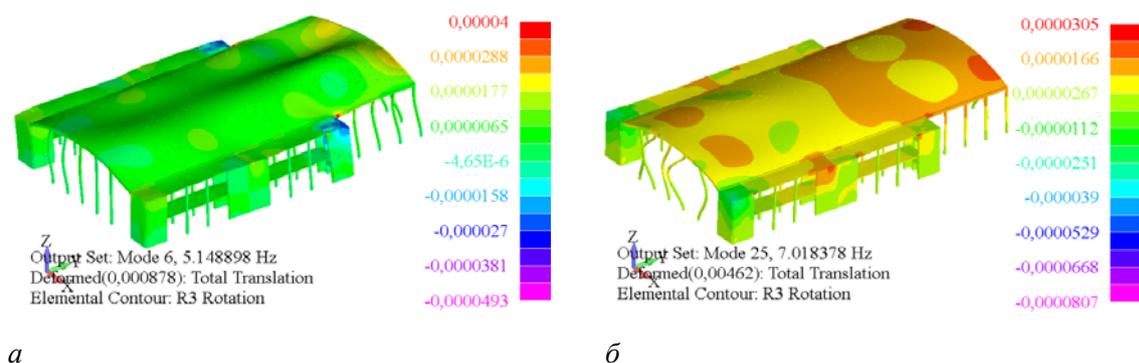
**Рис. 7.** Поворот R2 вокруг оси Y. Формы и частоты собственных колебаний деформированной модели:  
*a* — Мода 6, частота  $f_6 = 5,148898$  Гц, эффективная суммарная масса — 31,6 %;  
*б* — Мода 25, частота  $f_{25} = 7,018378$  Гц, эффективная суммарная масса — 2,9 %

**Figure 7.** R2 Rotation. Modes and frequencies of natural oscillations of the deformed model:  
*a* — Mode 6, Frequency  $f_6 = 5.148898$  Hz, Mass Frac — 31.6 %;  
*б* — Mode 25, Frequency  $f_{25} = 7.018378$  Hz, Mass Frac — 2.9 %



**Рис. 8.** Перемещение T3 по оси Z. Моды и частоты собственных колебаний деформированной модели:  
*a* — Мода 1, частота  $f_1 = 2,527898$  Гц, эффективная суммарная масса — 34 %;  
*б* — Мода 7, частота  $f_7 = 5,280518$  Гц, эффективная суммарная масса — 6 %

**Figure 8.** T3 Translation. Modes and Frequencies of Natural oscillations of the Deformed model:  
*a* — Mode 1, Frequency  $f_1 = 2.527898$  Hz, Mass Frac — 34 %;  
*б* — Mode 7, Frequency  $f_7 = 5.280518$  Hz, Mass Frac — 6 %



**Рис. 9.** Поворот R3 вокруг оси Z. Формы и частоты собственных колебаний деформированной модели:

- a* — Мода 6, частота  $f_6 = 5,148898$  Гц, эффективная суммарная масса — 29,7 %;  
*б* — Мода 25, частота  $f_{25} = 7,018378$  Гц, эффективная суммарная масса — 19,2 %

**Figure 9.** R3 Rotation. Modes and frequencies of natural oscillations of the deformed model:

- a* — Mode 6, Frequency  $f_6 = 5.148898$  Hz, Mass Frac — 29.7 %;  
*б* — Mode 25, Frequency  $f_{25} = 7.018378$  Hz, Mass Frac — 19.2 %

В процессе проектирования здания собственные частоты и формы могут служить основой для оценки влияния соединения здания с другими строительными конструкциями, а также для оптимизации его динамического поведения. При этом может решаться ряд практически важных задач. Например, в случае модификации существующего проекта здания важны влияния конструктивных изменений на динамику системы в целом. Численный анализ конечно-элементной модели может показать, какие модальные параметры в наибольшей мере изменяются вследствие принятых изменений конструкции. Большое практическое значение может иметь отстройка системы от возможных резонансов.

Определение модальных параметров системы (резонансных частот и собственных форм) позволяет приступить к более полному изучению ее динамического поведения. Актуальность приобретают оценки реакций конструкции на нагрузки динамического характера. Например, особый интерес проектировщика может быть связан:

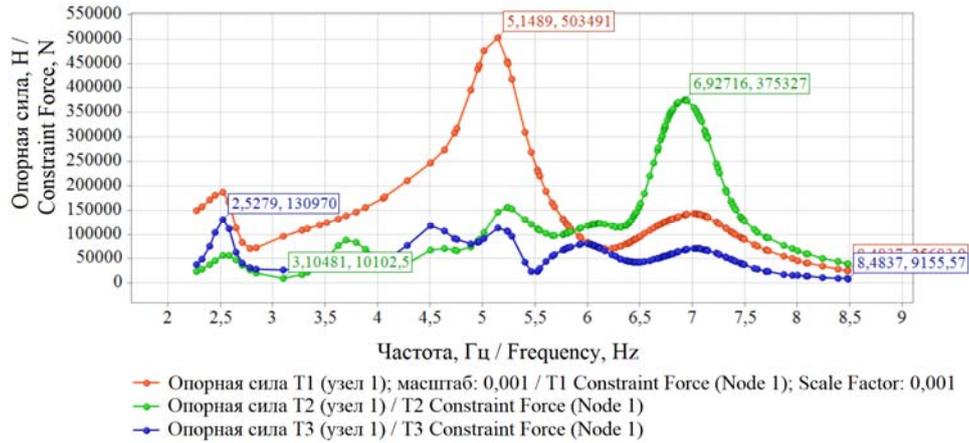
- ❖ с определением максимальных ускорений и напряжений в конкретных точках конструкции в экстремальных условиях нагружения (сейсмические и ветровые воздействия);
- ❖ с выявлением преобладающих резонансов в реакциях системы;
- ❖ величиной и характером деформаций на той или иной частоте колебаний и др.

В качестве примера приведены результаты частотного анализа гармонического отклика модели «здание — жесткая заделка». Внешняя единичная нагрузка (в виде единичного ускорения  $1g = 9,8\text{м/с}^2$ ) прикладывалась в центральной точке (узел 1) основания, стянутой с опорными точками колонн при помощи стержней типа Rigid, последовательно по направлению осей  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ . На рис. 10–24 приведены зависимости гармонических откликов в виде амплитудных значений реактивных сил (Н) и реактивных моментов (Нм) в опорном узле 1, а также напряжений в характерных точках конструкции от частоты вынуждающей нагрузки. Частота вынуждающей силы изменялась в диапазоне от 0 до 8,5 Гц. Общий коэффициент структурного демпфирования принимался  $G = 0,05$ . Далее представлены результаты динамического расчета большепролетного здания цилиндро-плитного покрытия на гармоническое воздействие по осям  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ .

### 3.1. Единичное гармоническое вынуждающее ускорение по оси X

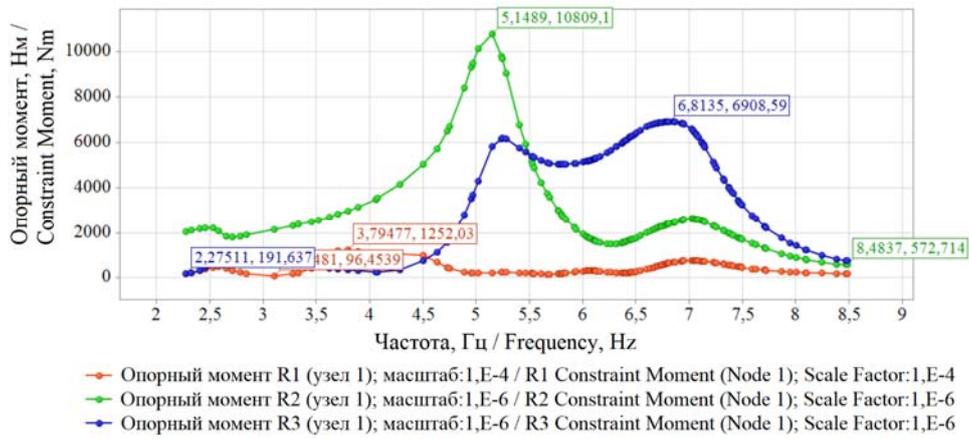
На рис. 10 показан график «Опорная сила, Н — частота, Гц», который демонстрирует опасные отклики по осям  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ . При частоте 5,1489 Гц максимальная опорная сила по оси  $X$  составила 503 491 кН. Аналогично, с графиком «Опорный момент, Нм — частота, Гц» (рис. 11).

Судя по результатам модального анализа [31], наиболее опасными собственными формами вдоль оси  $X$  являются Mode 2 с эффективной массой 13% и собственной частотой  $f_2 = 2,58253$  Гц и Mode 6 с эффективной массой 51 % и собственной частотой  $f_6 = 5,148898$  Гц (см. рис. 12).



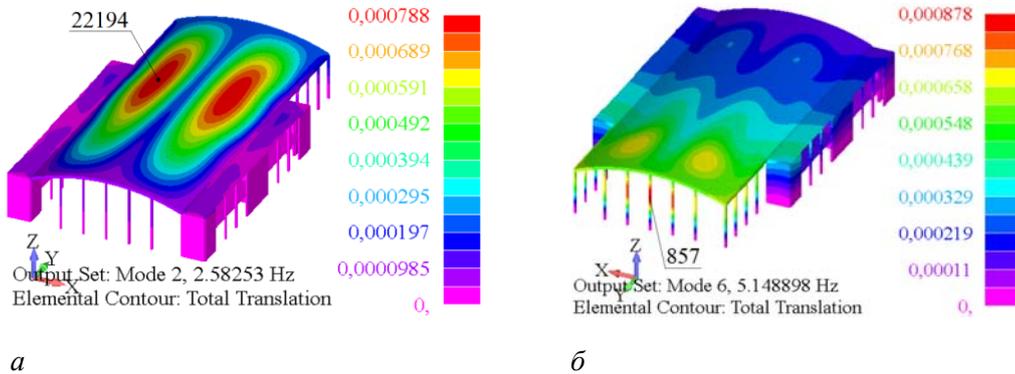
**Рис. 10.** Гармоническая нагрузка по оси X. Зависимость амплитуды силы опорного узла 1 в осях (T1)X, (T2)Y, (T3)Z от частоты приложенной нагрузки.

**Figure 10.** Harmonic Load AX. (T1)X, (T2)Y, (T3)Z Constraint Force (Node 1) vs Frequency



**Рис. 11.** Гармоническая нагрузка по оси X. Зависимость опорного момента узла 1 в осях (R1)X, (R2)Y, (R3)Z от частоты приложенной нагрузки

**Figure 11.** Harmonic Load AX. (R1)X, (R2)Y, (R3)Z Constraint Moment (Node 1) vs Frequency



**Рис. 12.** Наиболее опасные собственные формы в здании по оси X:

*a* — Мода 2; эффективная масса — 13 %;  $f_2 = 2.58253\text{Hz}$ ;

*б* — Мода 6; эффективная масса — 51 %;  $f_6 = 5.148898\text{Hz}$

**Figure 12.** The most dangerous Modes in the building along the X-axis:

*a* — Mode 2; Mass FRAC — 13 %;  $f_2 = 2.58253\text{Hz}$ ;

*б* — Mode 6; Mass FRAC — 51 %;  $f_6 = 5.148898\text{Hz}$

Далее приведен график «Ускорение,  $\text{m}/\text{c}^2$  — частота, Гц» для узла 857 в колонне и узла 22 194 в цилиндрической оболочке (рис. 13). При максимальной частоте 5,01649 Гц оболочки узла 22 194 получено ускорение  $26,1289\text{m}/\text{c}^2 = 2,7\text{ g}$ . Для колонны узла 857 при максимальной частоте 5,23853 Гц ускорение составило  $18,9309\text{m}/\text{c}^2 = 1,9\text{ g}$ . На рис. 14 представлен частотный отклик напряжения в верхних и нижних волокнах цилиндрической оболочки нулевой гауссовой кривизны в узле 22 194 с максимальным перемещением 0,000788 м и колонны в узле 857 с максимальным перемещением 0,000878 м.

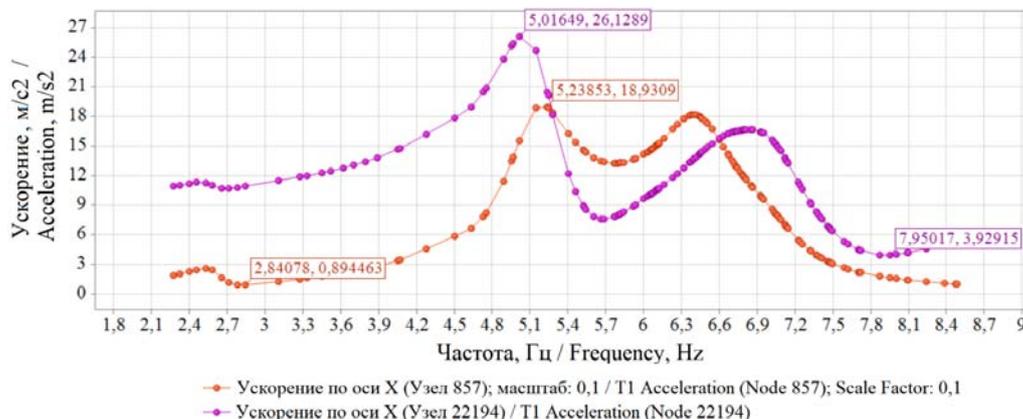


Рис. 13. Гармоническая нагрузка по оси X. Зависимость ускорения по оси (Т1)X узлов 857, 22194 от частоты

Figure 13. Harmonic Load AX. (T1)X Acceleration (Nodes: 857, 22194) vs Frequency

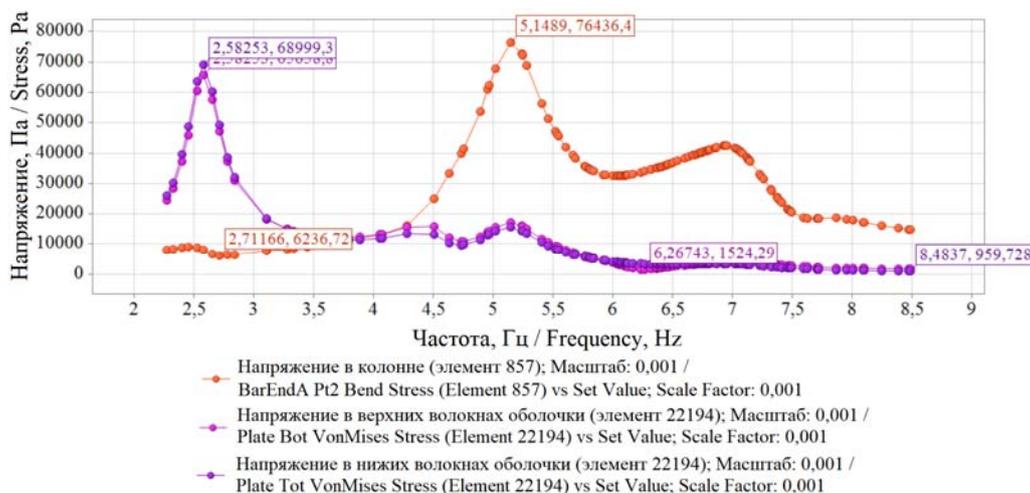


Рис. 14. Гармоническая нагрузка по оси X.

Зависимость напряжения в колонне (857), оболочки (22194) от частоты

Figure 14. Harmonic Load AX. Bar Stress (Element 857), Plate VonMises Stress (Element 22194) vs Frequency

### 3.2. Единичное гармоническое вынуждающее ускорение по оси Y

В данном расчете к опорному узлу 1 приложена гармоническая сила по оси Y с ускорением 1 g. На рис. 15 и 16 изображены следующие зависимости: «Опорная сила, Н — частота, Гц» и «Опорный момент, Нм — частота, Гц». На рис. 17 — опасные формы (Mode 16 и Mode 24) и их частоты собственных колебаний по оси Y, которые в дальнейшем определяют максимальный частотный отклик ускорения и напряжения в узлах 740 и 772 колонн.

На рис. 18 и 19 приведены максимальные отклики ускорения ( $616,547\text{m}/\text{c}^2 = 63\text{ g}$ ) и нормального напряжения (136750 кН) колонн в узлах 740 и 772 при частоте 6,67627 Гц. По сути график «ускорение — частота» является расчетным коэффициентом динамичности  $\beta$  — отношение значений динамического к статическому расчету (отношение частоты возбуждающей силы к частоте собственных колебаний).

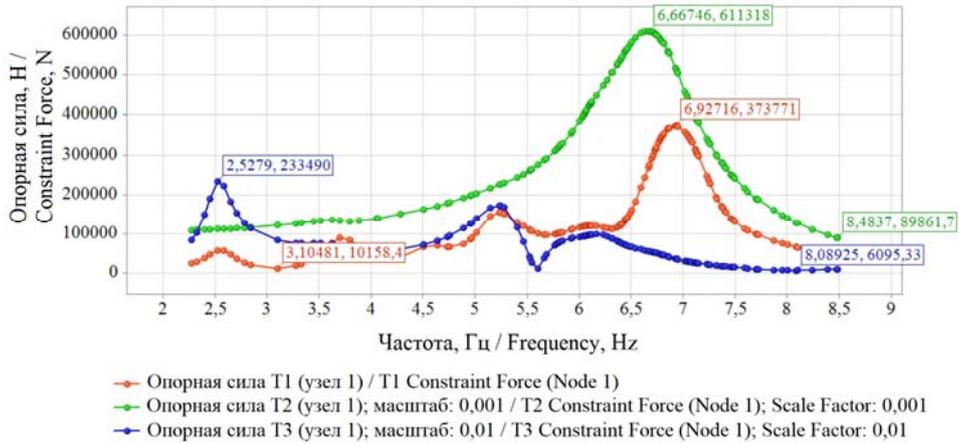


Рис. 15. Гармоническая нагрузка по оси  $Y$ . Зависимость амплитуды силы опорного узла  $I$  в осях (T1) $X$ , (T2) $Y$ , (T3) $Z$  от частоты приложенной нагрузки.

Figure 15. Harmonic Load AY. (T1) $X$ , (T2) $Y$ , (T3) $Z$  Constraint force (Node 1) vs frequency

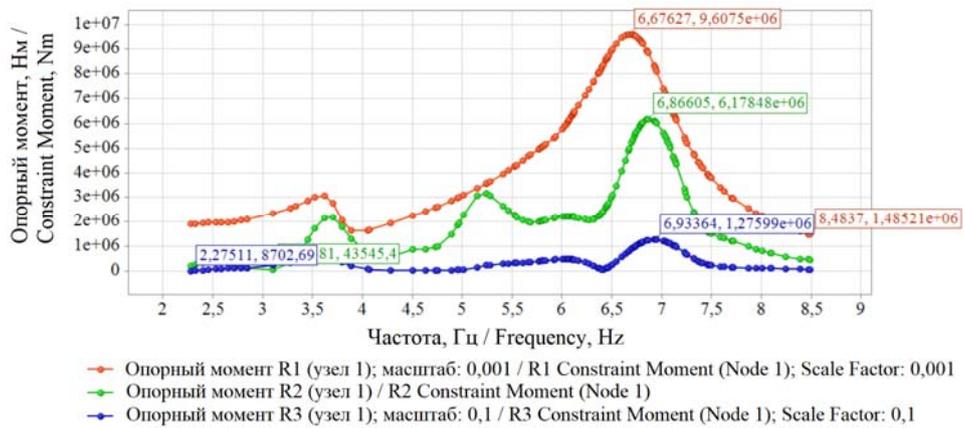


Рис. 16. Гармоническая нагрузка по оси  $Y$ . Зависимость опорного момента узла  $I$  в осях (R1) $X$ , (R2) $Y$ , (R3) $Z$  от частоты приложенной нагрузки

Figure 16. Harmonic Load AY. (R1) $X$ , (R2) $Y$ , (R3) $Z$  Constraint moment (Node 1) vs Frequency

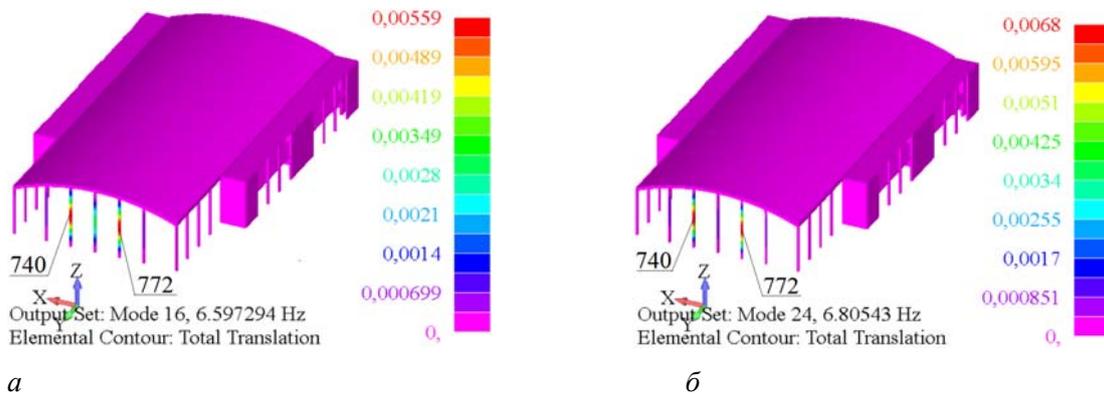
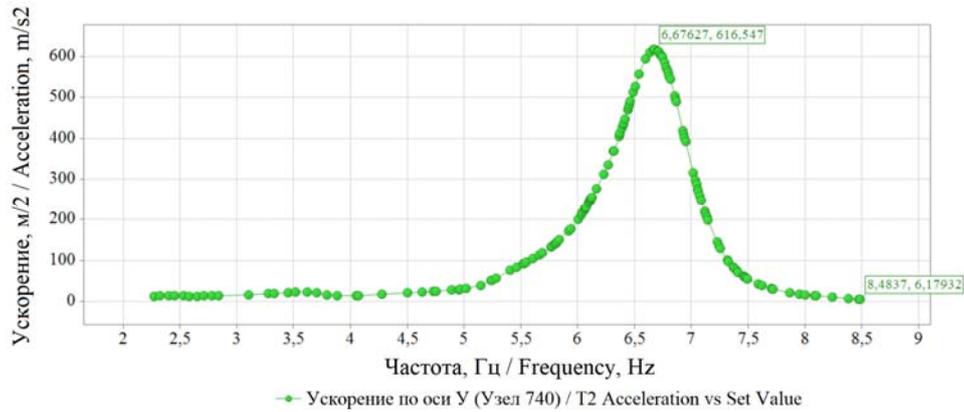


Рис. 17. Наиболее опасные собственные формы в здании по оси  $Y$ :

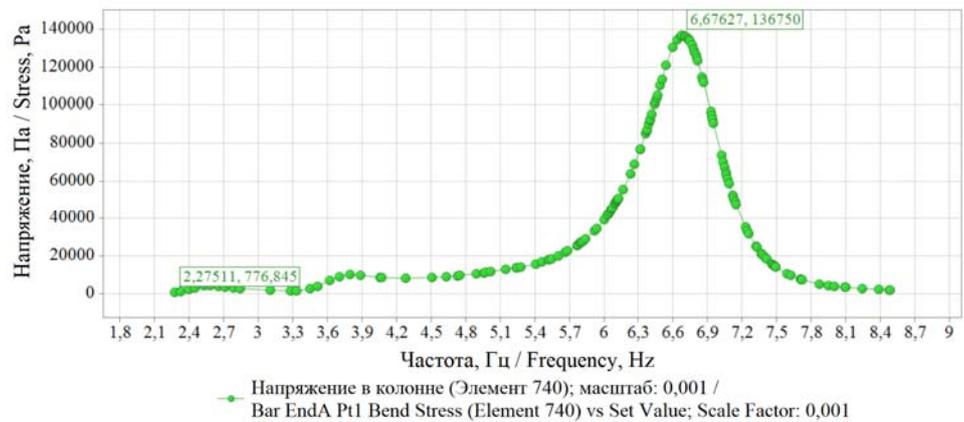
- $a$  — Мода 16; эффективная масса — 30,5 %;  $f_{16} = 6.597294\text{Hz}$ ;
- $б$  — Мода 24; эффективная масса — 30,8 %;  $f_{24} = 6.80543\text{Hz}$

Figure 17. The most dangerous Modes in the building along the  $Y$ -axis:

- $a$  — Mode 16; Mass FRAC — 30,5 %;  $f_{16} = 6.597294\text{Hz}$ ;
- $б$  — Mode 24; Mass FRAC — 30,8 %;  $f_{24} = 6.80543\text{Hz}$

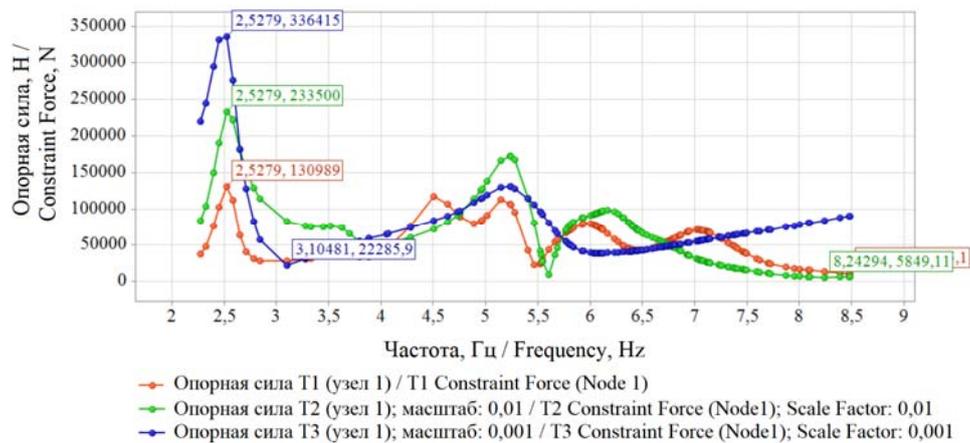


**Рис. 18.** Гармоническая нагрузка по оси *Y*. Зависимость ускорения по оси (Т2)*Y* узлов 740 и 772 от частоты  
**Figure 18.** Harmonic Load AY. T2 Acceleration (Element 740 and 772) vs Frequency

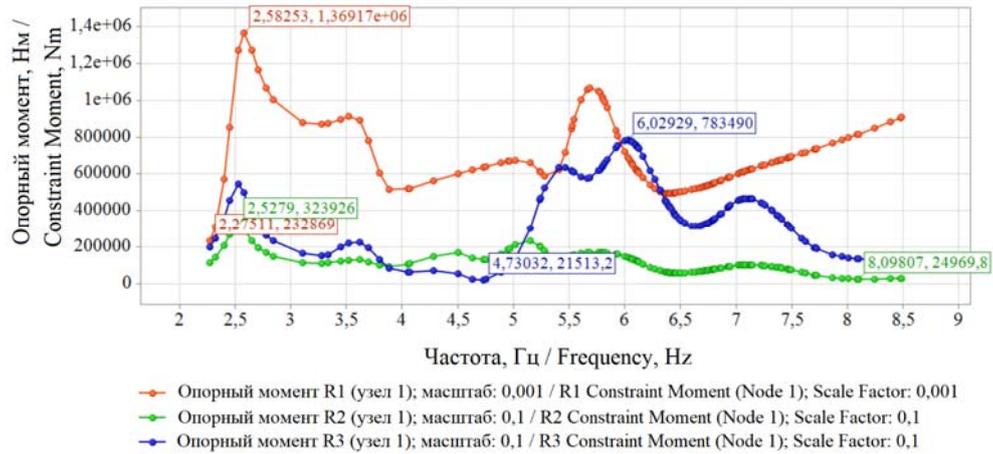


**Рис. 19.** Гармоническая нагрузка по оси *Y*. Зависимость напряжения узлов 740 и 772 от частоты  
**Figure 19.** Harmonic Load AY. Bar EndA Pt1 Bend Stress (Element 740 and 772) vs Frequency

### 3.3. Единичное гармоническое вынуждающее ускорение по оси *Z*

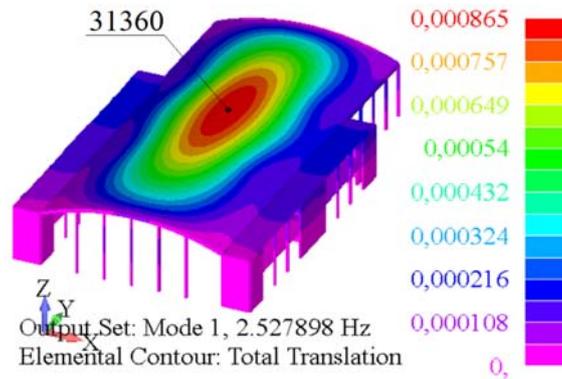


**Рис. 20.** Гармоническая нагрузка по оси *Z*. Зависимость амплитуды силы опорного узла *I* в осях (Т1)*X*, (Т2)*Y*, (Т3)*Z* от частоты приложенной нагрузки  
**Figure 20.** Harmonic Load AZ. (T1)*X*, (T2)*Y*, (T3)*Z* Constraint force (Node 1) vs Frequency



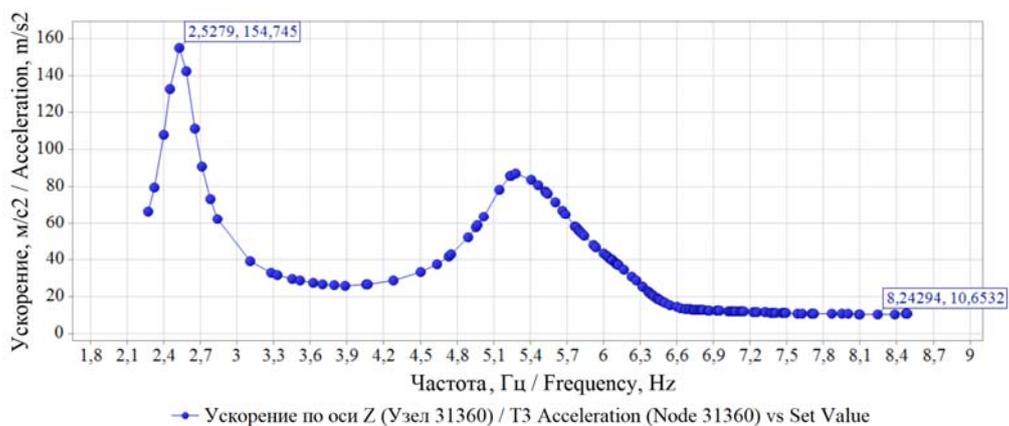
**Рис. 21.** Гармоническая нагрузка по оси Z. Зависимость опорного момента узла 1 в осях (R1)X, (R2)Y, (R3)Z от частоты приложенной нагрузки.

**Figure 21.** Harmonic Load AZ. (R1)X, (R2)Y, (R3)Z Constraint moment (Node 1) vs Frequency



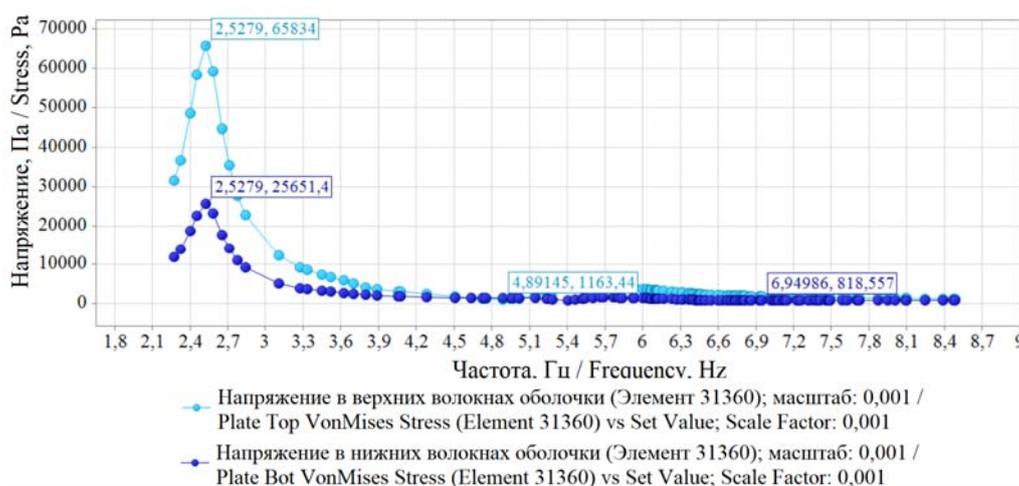
**Рис. 22.** Наиболее опасная собственная форма 1 в здании по оси Z; эффективная масса — 33,8 %;  $f_2 = 2.527898\text{Hz}$

**Figure 22.** The most dangerous Mode 1 in the building along the Z-axis; Mass FRAC — 33,8 %;  $f_1 = 2.527898\text{Hz}$



**Рис. 23.** Гармоническая нагрузка по оси Z. Зависимость ускорения по оси (Т3)Z узла 31360 от частоты

**Figure 23.** Harmonic Load AZ. T3 Acceleration (Node 31360) vs Frequency



**Рис. 24.** Гармоническая нагрузка по оси Z. Зависимость эквивалентного напряжения оболочки (элемент 31360) от частоты

**Figure 24.** Harmonic Load AZ. Plate VonMises Stress (Element 31360) vs Frequency

#### 4. Обсуждение

В настоящем исследовании выполнен анализ собственной и вынужденной вибрации конструкции надземной части большепролетного здания с цилиндро-плитным покрытием. При этом опорные конструктивные элементы (колонны и диафрагмы жесткости) здания имели жесткую заделку на уровне обреза фундамента. Полученные данные могут характеризовать динамическое поведение реальной системы лишь в первом приближении.

Как известно, существенное влияние на результаты расчета динамики здания оказывают граничные условия, определяемые свойствами основания (грунта на площадке строительства) и фундамента (мелкого или глубокого заложения), взаимодействующего с грунтовыми массивами различной реологии [30; 31]. По этой причине на следующем этапе исследований авторы планируют перейти к расчетам полной системы — модели № 2 «здание — фундамент — основание». Особую сложность при этом представляет учет физико-механических и диссипативных (демпфирующих) свойств грунта, которые должны быть учтены при выполнении расчетов вынужденных колебаний конструктивных решений рассматриваемых зданий при сейсмических нагрузках. Указанные свойства могут быть определены лишь с помощью комплекса экспериментальных исследований [24–29, 39–63]. Ввод в расчет упрощенных (априорных) граничных условий, не учитывающих свойства и характеристики реальных фундаментов и грунтов, может приводить к серьезным ошибкам. Экспериментальные исследования помогут уточнить параметры расчетной модели конструкции, сделать модель более пригодной для практики расчетного конструирования зданий указанного типа.

Поскольку расчетное конструирование связано с многовариантным перебором возможных конструктивных решений целесообразным является преобразование (упрощение) расчетной схемы здания без потери точности результатов [64]. Эффективным решением может оказаться применение внешнего суперэлемента на границе подземной части здания с его надземной частью. Дополнительным упрощением может стать использование ограниченного числа расчетных узлов (обобщенных масс), распределенных по покрытию здания с таким расчетом, чтобы получаемая преобразованная расчетная схема с максимальной точностью отслеживала модальные формы в диапазоне «опасных» резонансных частот.

#### 5. Заключение

1. Применение численных методов, реализованных в современных программных комплексах САЕ-класса, позволяет получить обоснованные оценки динамики поведения конструкции здания с цилиндро-плитным покрытием как большой механической системы.

2. В результате модального анализа конечно-элементной модели здания получен спектр ее собственных (резонансных) частот, а также соответствующих эффективных масс. Полученные оценки позволяют исключить возможные ошибки расчетов вынужденной вибрации конструкции здания модальным методом, связанные с пропуском ряда значимых ее форм собственных колебаний.

3. Результаты данного исследования могут быть учтены при проектировании и модификации зданий указанного типа.

### Список литературы

1. Кужахметова Э.Р., Сапожников А.И. Архитектурная выразительность и физиологическая целесообразность зданий с криволинейными поверхностями // Строительные материалы, оборудование, технологии XXI века. 2012. № 11 (166). С. 42–45. EDN: SKDXXH
2. Кужахметова Э.Р. Большепролетное здание с купольно-плитно-вантовым покрытием // Патент РФ № 2740506. 2021. Бюл. № 2. 7 с.
3. Мамиева И.А. Линейчатые алгебраические поверхности с главным каркасом из трех суперэллипсов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 4. С. 387–395. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-387-395>
4. Мамиева И.А. Аналитические поверхности для параметрической архитектуры в современных зданиях и сооружениях // Academia. Архитектура и строительство. 2020. № 1. С. 150–165. EDN: KNYKTY
5. Мамиева И.А. Аналитические поверхности в архитектуре Москвы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2013. № 4. С. 9–15. EDN: QCXPUD
6. Кривошапко С.Н., Мамиева И.А. Зонтичные поверхности и поверхности зонтичного типа в архитектуре // Промышленное и гражданское строительство. 2011. № 7–1. С. 27–30. EDN: NXOUOP
7. Mamieva I.A. Influence of the geometrical researches of rare type surfaces on design of new and unique structures // Building and Reconstruction. 2019. No. 5 (85). P. 23–34. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2019-85-5-23-34>
8. Сапожников А.И. Особенности колебания зданий и сооружений при динамических воздействиях различной природы // Строительные материалы, оборудование, технологии XXI века. 2015. № 1(192). С. 27–32. EDN: THXVEF
9. Chen G.Q., Lu J.X., Wu H. Dynamic behavior and retrofitting of RC frame building under vehicular bomb explosion // Engineering Failure Analysis. 2023. Vol. 143. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2022.106925>
10. Santos F. On the dynamic response of a building model equipped with multiple curved-surface sliders // Mechanics Research Communications. 2023. Vol. 128. <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2023.104058>
11. Tulebekova S., Malo K.A., Rönquist A., Nävik P. Modeling stiffness of connections and non-structural elements for dynamic response of taller glulam timber frame buildings // Engineering Structures. 2022. Vol. 261. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.114209>
12. Kamal M., Inel M., Cayci B.T. Seismic behavior of mid-rise reinforced concrete adjacent buildings considering soil-structure interaction // Journal of Building Engineering. 2022. Vol. 51. Article 104296. <https://doi.org/10.1016/j.jobe.2022.104296>.
13. Zhi Xu-D., Fan F., Shen S.-ZH. Failure mechanism of single-layer cylindrical reticulated shells under earthquake motion // International Journal of Structural Stability and Dynamics. 2012. Vol. 12 (02). P. 233–249. <https://doi.org/10.1142/S0219455412500022>
14. Bayraktar A., Hökelekli E., Yang T.T.Y. Seismic failure behavior of masonry domes under strong ground motions // Engineering Failure Analysis. 2022. Vol. 142. Article 106749. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2022.106749>
15. Vashghani M., Sadeghi J., Ghaffarpour S., Mahmoudi M. Modal based method to predict subway train-induced vibration in buildings // Structures. 2023. Vol. 47. P. 557–572. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2022.11.092>
16. Au S.-K., Zhang F.-L., To P. Field observations on modal properties of two tall buildings under strong wind // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 2012. Vol. 101. P. 12–23. <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2011.12.002>
17. Au S.-K., Zhang F.-L. On assessing the posterior mode shape uncertainty in ambient modal identification // Probabilistic Engineering Mechanics. 2011. Vol. 26. P. 427–434. <https://doi.org/10.1016/j.probengmech.2010.11.009>
18. Brownjohn J.M.W. Ambient vibration studies for system identification of tall buildings // Earthquake Engineering and Structural Dynamics. 2003. Vol. 32. P. 71–95.
19. Tetlak T.B., Gattas J.M., Maluk C. Experimental study on the effects of scale on the static and dynamic behaviour of Glulam and hybrid-Glulam beams // Construction and Building Materials. 2023. Vol. 369. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2023.130563>
20. Peeters B., Roeck G.D. Stochastic system identification for operational modal analysis: A Review // Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME. 2001. Vol. 123. Issue 4. P. 659–667. <https://doi.org/10.1115/1.1410370>
21. Azzara R.M., Girardi M., Padovani C., Pellegrini D. Experimental and numerical investigations on the seismic behaviour of the San Frediano bell tower in Lucca // Annals of Geophysics. 2019. Vol. 62. No. 3. <https://www.annalsofgeophysics.eu/index.php/annals/article/view/8025>

22. *Ashayeri I., Biglari M., Formisano A., D'Amato M.* Ambient vibration testing and empirical relation for natural period of historical mosques. Case study of eight mosques in Kermanshah, Iran // *Construction and Building Materials*. 2021. Vol. 289. Article 123191. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2021.123191>
23. *Cavalieri F., Correia A.A., Crowley H., Pinho R.* Seismic fragility analysis of URM buildings founded on piles: influence of dynamic soil–structure interaction models // *Bulletin of Earthquake Engineering*. 2020. Vol. 18. P. 4127–4156. <https://doi.org/10.1007/s10518-020-00853-9>
24. *Сутырин В.И., Ку́жахметова Э.Р., Шинкаренко И.А.* Устройство для определения коэффициента демпфирования сыпучих материалов и жидкостей // Патент РФ № 184676. 2018. Бюл. № 31. 7 с.
25. *Сутырин В.И., Ку́жахметова Э.Р.* Экспериментальная установка (стенд) для изучения многофакторной зависимости коэффициента демпфирования свай при взаимодействии с грунтом. Патент РФ № 2646540. Бюл. № 7. 9 с.
26. *Ку́жахметова Э.Р., Сутырин В.И., Шинкаренко И.А.* Способ определения демпфирующих характеристик жидкостей и сыпучих материалов. Патент РФ № 2699311. 2019. Бюл. № 25. 11 с.
27. *Сутырин В.И., Шинкаренко И.А., Ку́жахметова Э.Р.* Экспериментальный стенд для определения демпфирующих свойств материалов // *Известия КГТУ*. 2019. № 52. С. 177–183.
28. *Сутырин В.И., Ку́жахметова Э.Р., Шинкаренко И.А.* Экспериментальное определение коэффициентов демпфирования грунтов // *Основания, фундаменты и механика грунтов*. 2022. № 4. С. 19–25. EDN: PSFNPB
29. *Sutyurin V.I., Kuzhakhmetova E.R., Shinkarenko I.A.* Experimental Determination of Soil Damping Coefficients // *Soil Mech. Found. Eng.* 2022. Vol. 59. P. 362–370. <https://doi.org/10.1007/s11204-022-09823-6>
30. *Ку́жахметова Э.Р., Сутырин В.И.* Влияние грунтового основания на напряженно-деформированное состояние большепролетного здания с цилиндро-плитным // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2022. Т. 18. № 5. С. 444–457. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-5-444-457>.
31. *Ку́жахметова Э.Р., Сутырин В.И.* Модальный анализ большепролетного здания с разными граничными условиями // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2023. Т. 19. № 1. С. 17–34. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-1-17-34>.
32. *Ку́жахметова Э.Р.* Конструктивные решения расположения вант в цилиндро-плитно-вантовом (ЦПВ) покрытии здания (сооружения) // *Вестник БГТУ имени В.Г. Шухова*. 2019. № 5. С. 77–89. [http://doi.org/10.34031/article\\_5ce292ca24bc23.91006970](http://doi.org/10.34031/article_5ce292ca24bc23.91006970)
33. *Ку́жахметова Э.Р.* Напряженно-деформированное состояние цилиндро-плитно-вантового покрытия здания (сооружения) с различными формами наружного опорного контура // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2020. Т. 16. № 2. С. 95–110. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-2-95-110>
34. *Зенкевич О.К.* Метод конечных элементов в технике. М.: Изд-во «Мир», 1975. 540 с.
35. *Strang G., Fix G.J.* The finite element method in one dimension. An analysis of the finite element method. Englewood Cliffs, 1973. P. 51–62.
36. *Рычков С.П.* Моделирование конструкций в среде Femap with NX Nastran. М.: ДМК Пресс, 2013. 784 с.
37. *Шимкович Д.Г.* Расчет конструкций в MSC/NASTRAN for Windows. М.: ДМК Пресс, 2003. 448 с.
38. *Fox R.L., Kapoor M.P.* Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors // *AIAA Journal*. 1968. Vol. 6 (12). P. 2426–2429. doi:10.2514/3.5008
39. *Ahmadi E., Khoshnoudian F., Hosseini M.* Importance of soil material damping in seismic responses of soil-MDOF structure systems // *Soils and Foundations*. 2015. Vol. 55. P. 35–44. <https://doi.org/10.1016/j.sandf.2014.12.003>
40. *Zhang Z., Wei H., Qin X.* Experimental study on damping characteristics of soil-structure interaction system based on shaking table test // *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2017. Vol. 98. P. 183–190. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2017.04.002>
41. *Lu Y., Hajirasouliha I., Marshall A.M.* Performance-based Seismic Design of Flexible-Base Multi-Storey Buildings Considering Soil-Structure Interaction // *Engineering Structures*. 2016. Vol. 108. P. 90–103. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.11.031>
42. *Mason H.B., Trombetta N.W., Chen Z., Bray J.D., Hutchinson T.C., Kutter B.L.* Seismic soil–foundation–structure interaction observed in geotechnical centrifuge experiments // *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2013. Vol. 48. P. 162–174. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2013.01.014>
43. *Nazarimofrad E., Zahrai S.M.* Fuzzy control of asymmetric plan buildings with active tuned mass damper considering soil-structure interaction // *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2018. Vol. 115. P. 838–852. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2017.09.020>
44. *Arboleda-Monsalve L.G., Mercado J.A., Terzic V., Mackie K.R.* Soil-structure interaction effects on seismic performance and earthquake-induced losses in tall buildings // *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. 2020. Vol. 146 (5). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0002248](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0002248)
45. *Sarcheshmehpour M., Estekanchi H.E., Ghannad M.A.* Optimum placement of supplementary viscous dampers for seismic rehabilitation of steel frames considering soil–structure interaction // *Structural Design of Tall and Special Buildings*. 2020. Vol. 29 (1). <https://doi.org/10.1002/tal.1682>.
46. *Aydin E., Ozturk B., Bogdanovic A., Farsangi E.N.* Influence of soil-structure interaction (SSI) on optimal design of passive damping devices // *Structures*. 2020. Vol. 28. P. 847–862. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.09.028>

47. Aydin E., Ozturk B., Dutkiewicz M. Analysis of efficiency of passive dampers in multistorey buildings // Journal of Sound and Vibration. 2019. Vol. 439. P.17–28. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2018.09.031>
48. Wu Q., Ding X., Zhang Ya., Chen Z., Zhang Y. Numerical simulations on seismic response of soil-pile-superstructure in coral sand // Ocean Engineering. 2021. Vol. 239. Article 109808. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2021.109808>
49. Ferdosi B., James M., Aubertin M. Effect of waste rock inclusions on the seismic stability of an upstream raised tailings impoundment: a numerical investigation // Canadian Geotechnical Journal. 2015. Vol. 52 (12). P. 1930–1944. <https://doi.org/10.1139/cgj-2014-044>
50. Murao H., Nakai K., Noda T., Yoshikawa T. Deformation-failure mechanism of saturated fill slopes due to resonance phenomena based on 1g shaking-table tests // Canadian Geotechnical Journal. 2018. Vol. 55 (11). P. 1668–1681. <https://doi.org/10.1139/cgj-2017-0385>
51. Nakai K., Noda T., Kato K. Seismic assessment of sheet pile reinforcement effect on river embankments constructed on a soft foundation ground including soft estuarine clay // Canadian Geotechnical Journal. 2017. Vol. 54 (10). P. 1375–1396. <https://doi.org/10.1139/cgj-2016-0019>
52. Yazdandoust M. Seismic performance of soil-nailed walls using a 1g shaking table // Canadian Geotechnical Journal. 2017. Vol. 55 (1). P. 1–18. <https://doi.org/10.1139/cgj-2016-0358>
53. Uzdin A.M., Frolova E.D. On the Experimental Determination of Soil Damping Coefficients // Soil Mechanics and Foundation Engineering. 2022. Vol. 59 (4). P. 371–375
54. Bogdanovic A., Rakicevic Z., Farsangi E.N. Shake table tests and numerical investigation of a resilient damping device for seismic response control of building structures // Structural Control and Health Monitoring. 2019. Vol. 26 (11). <https://doi.org/10.1002/stc.2443>
55. Chatterjee K., Choudhury D., Poulos H.G. Seismic analysis of laterally loaded pile under influence of vertical loading using finite element method // Computers and Geotechnics. 2015. Vol. 67. P. 172–186. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2015.03.004>
56. Chiou J.-S., Hung W.-Y., Lee Y.-T., Young Z.-H. Combined dynamic structure-pile-soil interaction analysis considering inertial and kinematic effects // Computers and Geotechnics. 2020. Vol. 125. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2020.103671>
57. Le Y., Wang N., Hu W., Geng D., Jiang Y. Torsional dynamic impedance of a stepped pile based on the wedged soil model // Computers and Geotechnics. 2020. Vol. 128. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2020.103854>
58. Ferdosi B., James M., Aubertin M. Numerical simulations of seismic and post-seismic behavior of tailings // Canadian Geotechnical Journal. 2015. Vol. 53 (1). P. 85–92. <https://doi.org/10.1139/cgj-2014-0345>
59. Hasheminezhad A., Bahadori H. Seismic response of shallow foundations over liquefiable soils improved by deep soil mixing columns // Computers and Geotechnics. 2019. Vol. 110. P. 251–273. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2019.02.019>
60. He B., Zhang J.-M., Wang W.Li, R. Numerical analysis of LEAP centrifuge tests on sloping liquefiable ground: influence of dilatancy and post-liquefaction shear deformation // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2020. Vol. 137. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2020.106288>
61. Lim H., Jeong S. Effect of bedrock acceleration on dynamic and pseudo-static analyses of soil-pile systems // Computers and Geotechnics. 2020. Vol. 126. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2020.103657>
62. Zou Y. X., Zhang J. M., Wang R. Seismic analysis of stone column improved liquefiable ground using a plasticity model for coarse-grained soil // Computers and Geotechnics. 2020. Vol. 125. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2020.103690>
63. Hu X., Zhang R., Ren X., Pan C., Zhang X., Li H. Simplified design method for structure with viscous damper based on the specified damping distribution pattern // Journal of Earthquake Engineering. 2020. Vol. 26 (3). P. 1367–1387. <https://doi.org/10.1080/13632469.2020.1719239>
64. Kuzhakhmetova E.R., Sutyurin V.I. Study of the strength of a reinforced concrete cylindrical shell in a large span building (structure) with a cylinder-slab-cable-stayed roof // AIP Conference Proceedings 2497: Proceedings of the ii scientific conference “Modelling and methods of structural analysis”; 2021, 11–13 November; Moscow. Russian Federation 2023. <https://doi.org/10.1063/5.0103610>

## References

1. Kuzhakhmetova E.R., Sapozhnikov A.I. Architectural expressiveness and physiological expediency of buildings with curvilinear surfaces. *Building Materials, Equipment, Technologies of the 21st Century*. 2012;11(166):42–45. (In Russ.) EDN: SKDXXH
2. Kuzhakhmetova E.R. Patent of the Russia No. 2740506. *Long-span building with a dome-slab-cable-stayed roof*. 2021;(2).
3. Mamieva I.A. Ruled algebraic surfaces with a main frame from three superellipses. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(4):387–395. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-387-395>

4. Mamieva I.A. Analytical surfaces for parametric architecture in contemporary buildings and structures. *Academia. Architecture and Construction*. 2020;(1):150–165. (In Russ.) EDN: KNYKTY
5. Mamieva I.A. Analytical surfaces in the architecture of Moscow. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2013;(4):9–15. (In Russ.) EDN: QCXPUD
6. Krivoshapko S.N., Mamieva I.A. Umbrella surfaces and surfaces of umbrella type in architecture. *Industrial and Civil Construction*. 2011;(7–1):27–30. (In Russ.) EDN: NXOUOP
7. Mamieva I.A. Influence of the geometrical researches of rare type surfaces on design of new and unique structures. *Building and Reconstruction*. 2019;5(85):23–34. (In Russ.) <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2019-85-5-23-34>
8. Sapozhnikov A.I. Features of the emergence of buildings and structures in the event of special natural phenomena. *Building Materials, Equipment, Technologies of the 21st Century*. 2015;1(192):27–32. (In Russ.) EDN: THXVEF
9. Chen G.Q., Lu J.X., Wu H. Dynamic behavior and retrofitting of RC frame building under vehicular bomb explosion. *Engineering Failure Analysis*. 2023;143:106925. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2022.106925>
10. Santos F. On the dynamic response of a building model equipped with multiple curved-surface sliders. *Mechanics Research Communications*. 2023;128:104058. <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2023.104058>
11. Tulebekova S., Malo K. A., Rønquist A., Nàvik P. Modeling stiffness of connections and non-structural elements for dynamic response of taller glulam timber frame buildings. *Engineering Structures*. 2022;261:114209. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.114209>
12. Kamal M., Inel M., Cayci B.T. Seismic behavior of mid-rise reinforced concrete adjacent buildings considering soil-structure interaction. *Journal of Building Engineering*. 2022;51:104296. <https://doi.org/10.1016/j.jobee.2022.104296>
13. Zhi Xu-D., Fan F. and Shen S.-ZH. Failure mechanism of single-layer cylindrical reticulated shells under earthquake motion. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*. 2012;12(02):233–249. <https://doi.org/10.1142/S0219455412500022>
14. Bayraktar A., Hökelekli E., Yang T.T.Y. Seismic failure behavior of masonry domes under strong ground motions. *Engineering Failure Analysis*. 2022;142:106749. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2022.106749>
15. Vasheghani M., Sadeghi J., Ghaffarpour S., Mahmoudi M. Modal based method to predict subway train-induced vibration in buildings. *Structures*. 2023;47:557–572. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2022.11.092>
16. Au S.-K., Zhang F.-L., To P. Field observations on modal properties of two tall buildings under strong wind. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. 2012;101:12–23. <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2011.12.002>
17. Au S.-K., Zhang F.-L. On assessing the posterior mode shape uncertainty in ambient modal identification. *Probabilistic Engineering Mechanics*. 2011;26:427–434. <https://doi.org/10.1016/j.probengmech.2010.11.009>
18. Brownjohn J.M.W. Ambient vibration studies for system identification of tall buildings. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 2003;32:71–95.
19. Tetlak T.B., Gattas J.M., Maluk C. Experimental study on the effects of scale on the static and dynamic behaviour of Glulam and hybrid-Glulam beams. *Construction and Building Materials*. 2023;369:130563. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2023.130563>
20. Peeters B., Roeck G.D. Stochastic system identification for operational modal analysis: A Review. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*. 2001;123(4):659–667. <https://doi.org/10.1115/1.1410370>
21. Azzara R.M., Girardi M., Padovani C., Pellegrini D. Experimental and numerical investigations on the seismic behaviour of the San Frediano bell tower in Lucca. *Annals of Geophysics*. 2019;62(3):SE342. <https://doi.org/10.4401/ag-8025>
22. Ashayeri I., Biglari M., Formisano A., D’Amato M. Ambient vibration testing and empirical relation for natural period of historical mosques. Case study of eight mosques in Kermanshah, Iran. *Construction and Building Materials*. 2021;289:123191. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2021.123191>
23. Cavalieri F., Correia A.A., Crowley H., Pinho R. Seismic fragility analysis of URM buildings founded on piles: influence of dynamic soil-structure interaction models. *Bulletin of Earthquake Engineering*. 2020;18:4127–4156. <https://doi.org/10.1007/s10518-020-00853-9>
24. Sutyurin V.I., Kuzhakhmetova E.R., Shinkarenko I.A. Patent of the Russia No. 184 676. *Device for determining the damping coefficient of bulk materials and liquids*. 2018;(31).
25. Sutyurin V.I., Kuzhakhmetova E.R. Patent of the Russia No. 2 646 540. Experimental setup (stand) for studying the multifactorial dependence of the damping coefficient of a pile when interacting with soil. 2018;(7):9.
26. Kuzhakhmetova E.R., Sutyurin V.I., Shinkarenko I.A. Patent of the Russia No. 2 699 311. *Method for determining damping characteristics of liquids and bulk materials*. 2019;(25):11.
27. Sutyurin V.I., Shinkarenko I.A., Kuzhakhmetova E.R. Experimental stand for determining the damping properties of materials. *Izvestiya KSTU*. 2019;(52):177–183. (In Russ.)
28. Sutyurin V.I., Kuzhakhmetova E.R., Shinkarenko I.A. Experimental determination of soil damping coefficients. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2022;(4):19–25. (In Russ.) EDN: PSFNPB
29. Sutyurin V.I., Kuzhakhmetova E.R., Shinkarenko I.A. Experimental determination of soil damping coefficients. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2022;59:362–370. <https://doi.org/10.1007/s11204-022-09823-6>
30. Kuzhakhmetova E.R., Sutyurin V.I. Influence of the soil base on the stress-strain state of a large — span building with a cylinder-and-slab roof. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(5):444–457. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-5-444-457>.

31. Kuzhakhmetova E.R., Sutyurin V.I. Modal analysis of a large-span building with different boundary conditions. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023;19(1):17–34. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-1-17-34>.
32. Kuzhakhmetova E.R. Constructive solutions of guys location in cylindrical-slab-guy covering of building (construction). *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2019;(5):77–89. (In Russ.) [http://doi.org/10.34031/article\\_5ce292ca24bc23.91006970](http://doi.org/10.34031/article_5ce292ca24bc23.91006970)
33. Kuzhakhmetova E.R. Stress-strain state cylinder-plate-cable-stayed roof buildings (structures) with various forms of external support contour. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(2):95–110. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-2-95-110>
34. Zienkiewicz O.C. *The finite element method in engineering science*. Moscow: Mir Publ.; 1975. (In Russ.)
35. Strang G., Fix G.J. *The finite element method in one dimension. An analysis of the finite element method*. Englewood Cliffs; 1973. P. 51–62.
36. Rychkov S.P. *Structural modeling in Femap with NX Nastran*. Moscow: DMK Press; 2013. (In Russ.)
37. Shimkovich D.G. *Structural analysis in MSC/NASTRAN for Windows*. Moscow: DMK Press; 2003. (In Russ.)
38. Fox R.L., Kapoor M.P. Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors. *AIAA Journal*. 1968;6(12):2426–2429. <https://doi.org/10.2514/3.5008>
39. Ahmadi E., Khoshnoudian F., Hosseini M. Importance of soil material damping in seismic responses of soil-MDOF structure systems. *Soils and Foundations*. 2015;55:35–44. <https://doi.org/10.1016/j.sandf.2014.12.003>
40. Zhang Z., Wei H., Qin X. Experimental study on damping characteristics of soil-structure interaction system based on shaking table test. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2017;98:183–190. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2017.04.002>
41. Lu Y., Hajirasouliha I., Marshall A.M. Performance-based Seismic Design of Flexible-Base Multi-Storey Buildings Considering Soil-Structure Interaction. *Engineering Structures*. 2016;108:90–103. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.11.031>
42. Mason H.B., Trombetta N.W., Chen Z., Bray J.D., Hutchinson T.C., Kutter B.L. Seismic soil–foundation–structure interaction observed in geotechnical centrifuge experiments. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2013;48:162–174. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2013.01.014>
43. Nazarimofrad E., Zahrai S.M. Fuzzy control of asymmetric plan buildings with active tuned mass damper considering soil-structure interaction. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2018;115:838–852. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2017.09.020>
44. Arboleda-Monsalve L.G., Mercado J.A., Terzic V., Mackie K.R. Soil-structure interaction effects on seismic performance and earthquake-induced losses in tall buildings. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. 2020;146(5):04020028. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0002248](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0002248)
45. Sarcheshmehpour M., Estekanchi H. E., Ghannad M. A. Optimum placement of supplementary viscous dampers for seismic rehabilitation of steel frames considering soil–structure interaction. *Structural Design of Tall and Special Buildings*. 2020;29(1):e1682. <https://doi.org/10.1002/tal.1682>
46. Aydin E., Ozturk B., Bogdanovic A., Farsangi E.N. Influence of soil-structure interaction (SSI) on optimal design of passive damping devices. *Structures*. 2020;28:847–862. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.09.028>
47. Aydin E., Ozturk B., Dutkiewicz M. Analysis of efficiency of passive dampers in multistorey buildings. *Journal of Sound and Vibration*. 2019;439:17–28. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2018.09.031>
48. Wu Q., Ding X., Zhang Ya., Chen Z., Zhang Y. Numerical simulations on seismic response of soil-pile-super-structure in coral sand. *Ocean Engineering*. 2021;239:109808. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2021.109808>
49. Ferdosi B., James M., Aubertin M. Effect of waste rock inclusions on the seismic stability of an upstream raised tailings impoundment: a numerical investigation. *Canadian Geotechnical Journal*. 2015;52(12):1930–1944. <https://doi.org/10.1139/cgj-2014-044>
50. Murao H., Nakai K., Noda T., Yoshikawa T. Deformation-failure mechanism of saturated fill slopes due to resonance phenomena based on 1g shaking-table tests. *Canadian Geotechnical Journal*. 2018;55(11):1668–1681. <https://doi.org/10.1139/cgj-2017-0385>
51. Nakai K., Noda T., Kato K. Seismic assessment of sheet pile reinforcement effect on river embankments constructed on a soft foundation ground including soft estuarine clay. *Canadian Geotechnical Journal*. 2017;54(10):1375–1396. <https://doi.org/10.1139/cgj-2016-0019>
52. Yazdandoust M. Seismic performance of soil-nailed walls using a 1g shaking table. *Canadian Geotechnical Journal*. 2017;55(1):1–18. <https://doi.org/10.1139/cgj-2016-0358>
53. Uzdin A. M, Frolova E. D. On the Experimental Determination of Soil Damping Coefficients. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2022;59(4):371–375. <https://doi.org/10.1007/s11204-022-09824-5>
54. Bogdanovic A., Rakicevic Z., Farsangi E. N. Shake table tests and numerical investigation of a resilient damping device for seismic response control of building structures. *Structural Control and Health Monitoring*. 2019;26(11). <https://doi.org/10.1002/stc.2443>
55. Chatterjee K., Choudhury D., Poulos H.G. Seismic analysis of laterally loaded pile under influence of vertical loading using finite element method. *Computers and Geotechnics*. 2015;67:172–186. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2015.03.004>

56. Chiou J.-S., Hung W.-Y., Lee Y.-T., Young Z.-H. Combined dynamic structure-pile-soil interaction analysis considering inertial and kinematic effects. *Computers and Geotechnics*. 2020;125:103671. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2020.103671>
57. Le Y., Wang N., Hu W., Geng D., Jiang Y. Torsional dynamic impedance of a stepped pile based on the wedged soil model. *Computers and Geotechnics*. 2020;128:103854. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2020.103854>
58. Ferdosi B., James M., Aubertin M. Numerical simulations of seismic and post-seismic behavior of tailings. *Canadian Geotechnical Journal*. 2015;53(1):85–92. <https://doi.org/10.1139/cgj-2014-0345>
59. Hasheminezhad A., Bahadori H. Seismic response of shallow foundations over liquefiable soils improved by deep soil mixing columns. *Computers and Geotechnics*. 2019;110:251–273. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2019.02.019>
60. He B., Zhang J.-M., Wang W., Li R. Numerical analysis of LEAP centrifuge tests on sloping liquefiable ground: influence of dilatancy and post-liquefaction shear deformation. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2020;137:106288. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2020.106288>
61. Lim H., Jeong S. Effect of bedrock acceleration on dynamic and pseudo-static analyses of soil-pile systems. *Computers and Geotechnics*. 2020;126:103657. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2020.103657>
62. Zou Y.X., Zhang J. M., Wang R. Seismic analysis of stone column improved liquefiable ground using a plasticity model for coarse-grained soil. *Computers and Geotechnics*. 2020;125:103690. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2020.103690>
63. Hu X., Zhang R., Ren X., Pan C., Zhang X., Li H. Simplified design method for structure with viscous damper based on the specified damping distribution pattern. *Journal of Earthquake Engineering*. 2020;26(3):1367–1387. <https://doi.org/10.1080/13632469.2020.1719239>
64. Kuzhakhmetova E.R., Sutyurin V.I. Study of the strength of a reinforced concrete cylindrical shell in a large span building (structure) with a cylinder-slab-cable-stayed roof. *AIP Conference Proceedings 2497*: Proceedings of the ii scientific conference “Modelling and methods of structural analysis”; 2021, 11–13 November; Moscow. Russian Federation 2023. Article 020058. <https://doi.org/10.1063/5.0103610>