



DOI: 10.22363/1815-5235-2023-19-4-386-391

EDN: WXDWNC

УДК 621.774.63

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Критический радиус изгиба трубы, обусловленный разрушением материала

Ю.А. Морозов¹  , А.Г. Абрамов² 

¹ Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет), Москва, Российская Федерация

² Московский политехнический университет (Московский Политех), Москва, Российская Федерация

 akafest@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 29 февраля 2023 г.

Доработана: 12 июня 2023 г.

Принята к публикации: 28 июня 2023 г.

Для цитирования

Морозов Ю.А., Абрамов А.Г. Критический радиус изгиба трубы, обусловленный разрушением материала // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2023. Т. 19. № 4. С. 386–391. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-4-386-391>

Аннотация. Исследована возможность интенсификации гибки труб, путем создания минимальной кривизны с учетом тонкостенности профиля, находящегося на грани исчерпания несущей способности материала (разрушение). Рассмотрена кольцевая оболочка (труба) под действием чистого изгибающего момента, при допущении гипотезы плоских сечений и с учетом эффекта Т. Кармана. Установлено деформационное изменение геометрических параметров (овализация профиля, утонение стенки). Рассчитываются сжимающая (радиальная) и растягивающая (тангенциальная) деформации с учетом их неразрывности на основании условия постоянства объема. В соответствии с принятыми допущениями математического моделирования, принимается известная из теории листовой штамповки зависимость радиального напряжения на кромке гибочного сегмента, где наиболее удобным критерием пластичности принимается гипотеза энергии формоизменения теории Мора, характеризующая интенсивностью деформаций в гнущем участке трубы, определяющая разрушение материала. Используя критерий пластичности, конкретные механические свойства материала, полученные в испытаниях на растяжение (пределы текучести и прочности, относительное удлинение) и аппроксимированные степенной зависимостью, дается совокупная оценка влияния геометрических параметров (тонкостенность, овализация профиля, деформационное утонение стенки) на осуществление гибки минимальной кривизны, характеризующей потерей устойчивости стенок с последующим разрушением ввиду исчерпания несущей способности материала, обладающего конкретными пластическими свойствами. Обобщение результатов минимального (гофрообразование) и критического (разрушение) радиусов гибки, позволяет установить предельную степень интенсификации гибки.

Ключевые слова: гибка труб, овализация, сплющивание, интенсификация гибки, пластическая потеря устойчивости, разрушение материала

Морозов Юрий Анатольевич, кандидат технических наук, доцент кафедры МТ-13 Технологии обработки материалов, Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет), Москва, Российская Федерация; ORCID: 0000-0001-9229-7398; E-mail: akafest@mail.ru

Абрамов Алексей Геннадиевич, магистрант, кафедра «Обработка материалов давлением и аддитивные технологии», Московский политехнический университет (Московский Политех), Москва, Российская Федерация; ORCID: 0000-0002-0984-5697; E-mail: bender.reutov@mail.ru

© Морозов Ю.А., Абрамов А.Г., 2023



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Critical radius of pipe bending caused by the material destruction

Yury A. Morozov¹  , Alexey G. Abramov² 

¹ Bauman Moscow State Technical University (National Research University), Moscow, Russian Federation

² Moscow Polytechnic University, Moscow, Russian Federation

✉ akafest@mail.ru

Article history

Received: February 29, 2023

Revised: June 12, 2023

Accepted: June 28, 2023

For citation

Morozov Yu.A., Abramov A.G. Critical radius of pipe bending caused by the material destruction. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023;19(4):386–391. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-4-386-391>

Abstract. The authors investigate the possibility of intensification of pipe bending by creating a minimum curvature considering the thin-wall profile, which is on the limit of exhausting the material's bearing capacity (destruction). They consider an annular shell (pipe) under the action of pure bending moment, assuming the hypothesis of planar cross-sections and regarding the effect of T. Karman. The deformation changes of geometrical parameters (profile ovalization, wall thinning) are found. The compressive (radial) and tensile (tangential) deformations are calculated with account of their continuity based on the condition of volume constancy. In accordance with the accepted assumptions of mathematical modeling, the dependence of the radial stress on the edge of the bending segment, known from the theory of sheet stamping, is taken, where the most convenient criterion for plasticity is the hypothesis of the energy of shape change of the Mohr's theory, characterized by the intensity of deformations in the bent section of the pipe, which determines the destruction of the material. The criterion of plasticity, specific mechanical properties of the material obtained in tensile tests (yield and strength limits, relative elongation) and approximated by a step dependence are used for making a combined estimation of the influence of geometric parameters (thinness, ovalization of the profile, deformation thinning of the wall) on the realization of bending of minimum curvature, characterized by loss of wall stability with subsequent failure due to exhaustion of the bearing capacity of the material possessing specific plasticity. Summarizing the results of the minimum (corrugation) and critical (destruction) bending radii, makes it possible to establish the ultimate degree of bending intensification.

Keywords: pipe bending, ovalization, flattening, intensification of bending, plastic loss of stability, material destruction

1. Введение

Проектирование строительных конструкций в подавляющем большинстве случаев включает использование не только несущего металлопрофиля, но и применение гнутых деталей из тонкостенных сварных и бесшовных труб в качестве облегченных элементов силового каркаса или иных облегченных конструкций, допускающих нагрузку без потери прочности и устойчивости [1–4].

Процесс гибки труб технологически является весьма простой операцией и заключается в изменении кривизны профиля с получением требуемого угла и радиуса гибки, что является достаточно освещенным в работах отечественных и зарубежных авторов [5–8].

Следует отметить, что большая часть исследований касается допустимых параметров гибки в условиях упругих деформаций. Например, при проектировании деталей трубопроводов, где важно обеспечить целостность металла без его подлома или сплющивания (овализации), искажающих продольное или поперечное сечение профиля [9–14].

Однако для силовых конструкций может возникнуть необходимость гнуть трубы с наименьшим возможным критическим радиусом изогнутой поверхности, при котором заготовка находится на грани исчерпания несущей способности материала (рис. 1).

Решение данной задачи требует комплексного рассмотрения кинематики процесса изгиба, связанного с механизмом искажения поперечного сечения трубы и возникающим при этом деформированном состоянии, приводящим к увеличению напряжений в материале до полного исчерпания его ресурса пластичности.

Yury A. Morozov, PhD, Associate Professor, Department Materials Processing Technologies (MT-13), Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation; ORCID: 0000-0001-9229-7398; E-mail: akafest@mail.ru

Alexey G. Abramov, Graduate student, Department of Materials Processing by Pressure and Additive Technologies, Moscow Polytechnic University, Moscow, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-0984-5697; E-mail: bender.reutov@mail.ru



Рис. 1. Гибка труб разной кривизны
Figure 1. Bending of pipes with different curvatures

Следует отметить, что если вопрос искажения (овализации, сплющивания) трубы достаточно изучен, то реализация напряженно-деформированного состояния материала и пластичность кольцевого профиля при гибке требует дополнительного исследования [15–18].

2. Методы

Рассматривая чистый изгиб тонкостенной кольцевой оболочки при допущении гипотезы плоских сечений и с учетом эффекта Т. Кармана (*Th. Karman*), деформация контура трубы (овализация) определяется действием продольных (тангенциальных) σ_θ и радиальных сжимающих σ_r напряжений, аналогично теории листовой штамповки (рис. 2) [19; 20].

Подобный характер распределения напряжений вызывает появление равнодействующих поперечных сил T , направленных к оси трубы и определяющих ее поперечную осадку, т.е. сплющивание — уменьшение высоты поперечного сечения в плоскости изгиба, и увеличение размера поперечного сечения в перпендикулярной плоскости (рис. 3) [8].

Рассмотрим гибку тонкостенной трубы диаметром $D = 30$ мм и толщиной стенки $S = 1,0$ мм, из алюминиевого деформируемого сплава АМг6 [21].

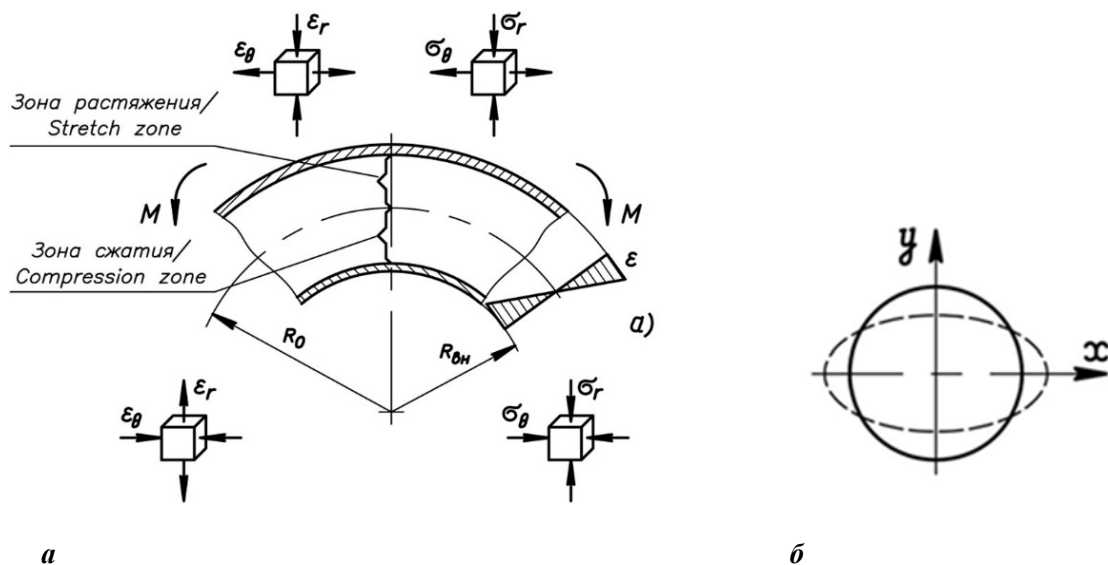


Рис. 2. Расчетная схема участка на изгиб:
a — с учетом гипотезы плоских сечений; *б* — с учетом эффекта Т. Кармана

Figure 2. Calculation scheme of the section in bending:
a — taking into account the hypothesis of planar cross-sections; *b* — taking into account the effect of T. Karman

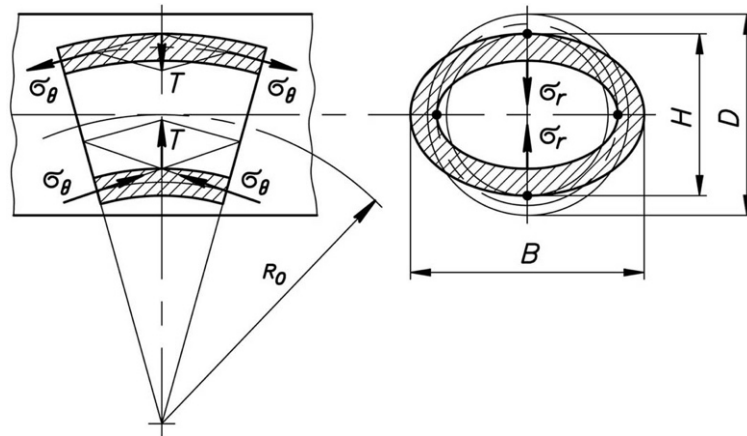


Рис. 3. Искажение профиля трубы (овализация)
Figure 3. Pipe profile distortion (ovalization)

Для приближенного определения минимального радиуса изгиба осевой линии трубы можно воспользоваться эмпирической зависимостью, рекомендуемой для предупреждения складкообразования (гофр) [22]:

$$\frac{R_{\min}}{D} \cong 9,25 \sqrt{0,2 - \frac{S}{D}} = 9,25 \sqrt{0,2 - \frac{1,0}{30}} = 3,7763.$$

Таким образом, минимальный внутренний радиус, при котором труба находится на грани устойчивости:

$$R = \frac{R_{\min}}{D} D = 3,7763 \cdot 30 = 113,3 \text{ мм.}$$

Радиус изгиба осевой линии трубы

$$R_0 = R + \frac{D}{2} = 113,3 + \frac{30}{2} = 128,3 \text{ мм.}$$

Параметры овализации (уплощение внешней стенки) приближенно можно оценить допущением пропорционального изменения длин малой и большой осей эллиптического сечения:

$$B = D + k_{\sigma} k_D = 30 + 2,0071 \cdot 8,5455 = 47,15 \text{ мм;}$$

$$H = D - k_{\sigma} k_D = 30 - 2,0071 \cdot 8,5455 = 12,85 \text{ мм,}$$

где k_{σ} — коэффициент, зависящий от материала трубы:

$$k_{\sigma} = 2 + 3,46 \frac{\sigma_T}{E_T} = 2 + 3,46 \frac{145}{0,71 \cdot 10^5} = 2,0071,$$

k_D — коэффициент, зависящий от радиусагиба, толщины стенки и диаметра трубы:

$$k_D = \frac{D - S}{2 + \frac{48 S^2 \left(R_0 + \frac{D}{2} \right)^2}{(D - S)^4}} = \frac{30 - 1,0}{2 + \frac{48 \cdot 1,0^2 \left(128,3 + \frac{30}{2} \right)^2}{(30 - 1,0)^4}} = 8,5455,$$

$\sigma_T \equiv \sigma_{0,2} = 145 \text{ МПа}^1$ — условный предел текучести алюминиевого деформируемого сплава АМгб;

$E_T = 0,71 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ — модуль упругости при деформационном упрочнении алюминиевого деформируемого сплава АМгб.

С учетом определенного искажения сплющенного кольцевого профиля вследствие овализации

$$H/D = 12,85/30 = 0,428,$$

величина сжимающей (радиальной) деформации, искажающая поперечное сечение трубы:

$$\varepsilon_r = \frac{H - D}{D} = \frac{12,85 - 30}{30} = -0,572.$$

Тогда с учетом неразрывности деформаций ($\varepsilon_\theta = \varepsilon_r$) и принимая во внимание условие постоянства объема при плоской деформации

$$(1 + \varepsilon_r)(1 + \varepsilon_\theta) = 1,0,$$

рассчитывается тангенциальная деформация, согласно гипотезе плоских сечений

$$\varepsilon_\theta = 1 - \frac{1}{1 + \varepsilon_r} = \frac{-\varepsilon_r}{1 + \varepsilon_r} = 1 - \frac{1}{1 + 0,572} = 0,364.$$

Рассматривая интенсификацию процесса гибки, при которой накопленная деформация обуславливает разрушение материала, наиболее удобным критерием пластичности является теория Мора и гипотеза энергии формоизменения, согласно которой интенсивность деформаций определяется совокупностью компонентов деформаций

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{2(1 + \mu)} \sqrt{(\varepsilon_\theta - \varepsilon_r)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2(1 + 0,32)} \sqrt{(0,364 + 0,572)^2} = 0,501 \text{ (50,1 \%)},$$

где $\mu = 0,31 \dots 0,33$ — коэффициент Пуассона алюминиевого деформируемого сплава АМгб.

При этом, рассматривая влияние деформационных параметров, не следует пренебрегать уменьшением толщины наружной стенки изогнутого участка, обусловленного действием продольных (тангенциальных) растягивающих напряжений

$$S'_1 = \frac{2R_0S + D}{2(R_0 + D)} = \frac{2 \cdot 128,3 \cdot 1,0 + 30}{2(128,3 + 30)} = 0,905 \text{ мм}^2,$$

$$S'_2 = \frac{S}{1 + \frac{D+S}{2R+D}} = \frac{1,0}{1 + \frac{30+1,0}{2 \cdot 113,3 + 30}} = 0,892 \text{ мм}^3.$$

Средняя величина утонения

$$S' = \frac{S'_1 + S'_2}{2} = \frac{0,905 + 0,892}{2} = 0,899 \text{ мм} \text{ и } \frac{S'}{S} = \frac{0,899}{1,0} = 0,899.$$

¹ Алюминий, сплав алюминия // Марочник стали и сплавов. URL: http://splav-kharkov.com/choose_type_class.php?type_id=11 (дата обращения: 10.10.2022).

² Мосин Ф.В. Технология изготовления деталей из труб. Москва; Ленинград: Машгиз [Ленингр. отд-ние], 1962. 172 с.

³ Баица Т.М. Машиностроительная гидравлика. М.: Машиностроение, 1971. 672 с.

Рассматривая прочностные характеристики изгибаемой трубы, следует отметить одновременную «игру» двух деформационных параметров — утонение, приводящее к ослаблению сечения трубы и деформационное упрочнение материала, характеризующее интенсивностью деформаций.

Пластичность материала устанавливается его механическими свойствами, полученными в испытаниях на растяжение и аппроксимированными степенной зависимостью

$$\sigma_T = \sigma_{0,2} + A \varepsilon_i^n = 145 + 80,07 \cdot 50,1^{0,278} = 382,7 \text{ МПа},$$

где A, n — коэффициенты упрочнения данного материала [23]:

$$A = \frac{\sigma_\varepsilon - \sigma_{0,2}}{\delta^n} = \frac{315 - 145}{15^{0,278}} = 80,07,$$

$$n = \frac{\sigma_\varepsilon \delta}{\sigma_\varepsilon - \sigma_{0,2}} = \frac{315 \cdot 0,15}{315 - 145} \approx 0,278,$$

где $\sigma_\varepsilon = 315$ МПа — предел прочности алюминиевого деформируемого сплава АМг6; $\delta = 15\%$ — относительное удлинение при разрыве (трубы, ГОСТ 18482-79).

При определении напряжения в материале при чистом изгибе тонкостенной оболочки кольцевого сечения воспользуемся зависимостью радиального напряжения, известной из теории листовой штамповки, и действующего по кромке гибочного сегмента [24]:

$$\sigma_r = \frac{1}{2} \sigma_T \frac{S}{R_0}.$$

Делаем допущение о равноценности развития деформационного процесса по радиусу изгиба осевой линии, разделяющей сжатые и растянутые слои листового металла или применительно к тонкостенной оболочке — на половине высоты кольцевого сечения при овализации $R_0 = H/2$.

Окончательно наибольшая величина напряжения в опасном сечении изгибаемой трубы, при угле изгиба 90 градусов ($\alpha = \pi/2$) с использованием коэффициента контактного трения $f = 0,2$ [25]:

$$\sigma_\rho = \sigma_T \frac{S'}{Hk} e^{f\alpha} = 382,7 \frac{0,899}{12,85 \cdot 0,352} e^{0,2 \frac{\pi}{2}} = 103,3 \text{ МПа},$$

где k — коэффициент учитывающий эффект сплющивания, уменьшающий жесткость трубы:

$$k \approx 1 - \frac{9}{10 + 12 \lambda^2} = 1 - \frac{9}{10 + 12 \cdot 0,57^2} \approx 0,352,$$

λ — параметр

$$\lambda = \frac{4 S R_0}{D^2} = \frac{4 \cdot 1,0 \cdot 128,3}{30^2} = 0,57.$$

Предельный радиус кривизны будет при достижении радиальных напряжений начального предела текучести материала, что характеризует пластическую потерю устойчивости стенок и исчерпание несущей способности материала

$$\sigma_{\rho \max} \leq \sigma_{0,2} = 145 \text{ МПа}.$$

Последовательность приближений при решении данной задачи устанавливает критический радиус $R = 93,6$ мм, допускающий гибку на грани потери устойчивости, то есть разрушения материала при превышении ресурса пластичности (рис. 4).

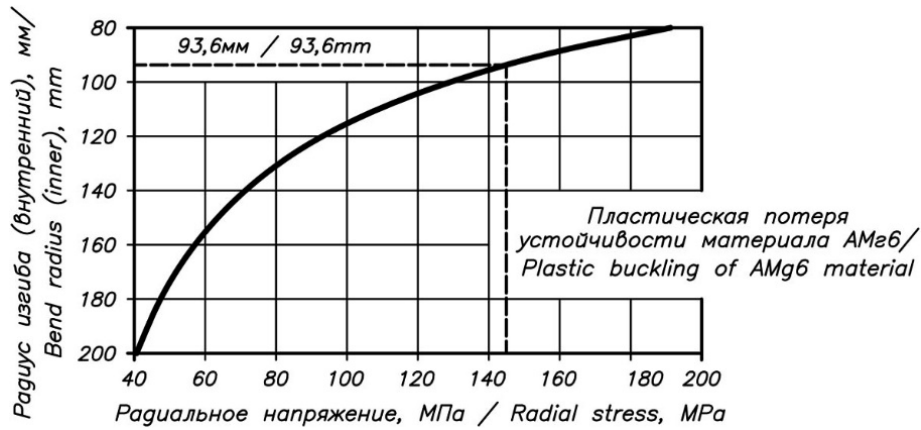


Рис. 4. Зависимость радиального напряжения от радиуса изгиба трубы Ø30×1,0 мм из алюминиевого деформируемого сплава АМгб
Figure 4. The dependence of radial stress on bending radius of tube Ø30×1.0 mm made of aluminum deformable alloy AMg6

Аналогичные расчеты критического радиуса при изгибе труб различной тонкостенности приведены в таблице.

Параметры изгиба трубы Ø30 мм из алюминиевого деформируемого сплава АМгб
Bending parameters of a Ø30 mm pipe made of aluminum deformable alloy AMg6

| | | | | | | |
|---|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--------------------|
| Толщина стенки <i>S</i> , мм / Wall thickness <i>S</i> , mm | 1,0 | 2,0 | 2,5 | 3,0 | 3,5 | 4,5 |
| Параметр тонкостенности <i>S/D</i> / Thin-wall parameter <i>S/D</i> | 0,033 | 0,067 | 0,083 | 0,1 | 0,117 | 0,15 |
| Минимальный радиус (гофрообразование) / Minimum Radius (corrugation) $\frac{R_{min}}{D} \cong 9,25 \sqrt{0,2 - \frac{S}{D}}$ | 3,777 | 3,377 | 3,156 | 2,925 | 2,67 | 2,068 |
| Критический радиус / Critical Radius: – изгиба <i>R</i> , мм / of bending <i>R</i> , mm – относительный <i>R/D</i> / relative, <i>R/D</i> | 93,6 3,12 | 49,6 1,65 | 39,2 1,31 | 31,7 1,06 | 26,1 0,87 | 17,9 0,6 |
| Относительная высота, <i>H/D</i> / Relative height <i>H/D</i> | 0,361 | 0,529 | 0,592 | 0,645 | 0,692 | 0,765 |
| Коэффициент / Factor of: – утонения, <i>S'/S</i> / – thinning, <i>S'/S</i> – сплющивания, <i>k</i> / – ovalization, <i>k</i> | 0,884 0,294 | 0,782 0,355 | 0,742 0,373 | 0,707 0,387 | 0,675 0,396 | 0,616 0,408 |

3. Результаты и обсуждение

Обобщение результатов проведенного исследования минимального (гофрообразование) и критического (разрушение) радиусов гибки, с учетом пластических свойств материала, позволяет установить предельную степень интенсификации гибки после появления гофрообразования и до начала разрушения материала (рис. 5).

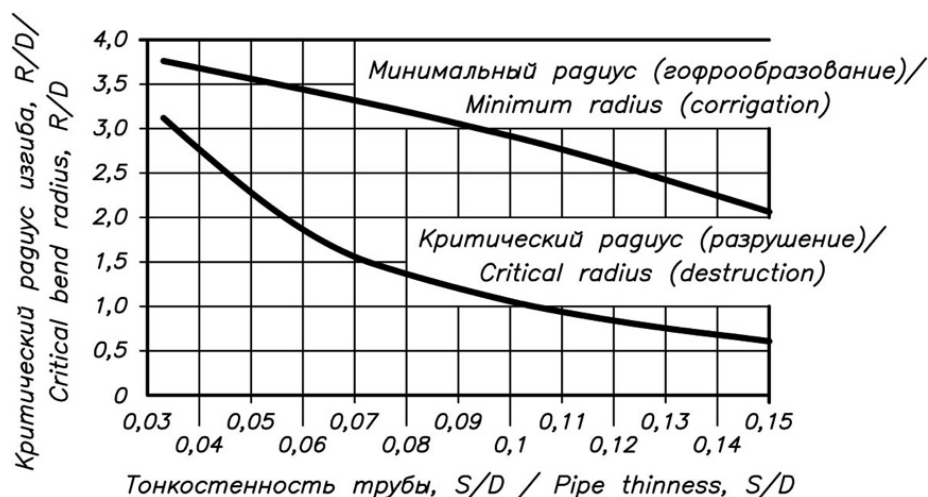


Рис. 5. Сравнение минимального и критического радиусов гибки
 Figure 5. Comparison of minimum and critical bending radii

4. Заключение

1. Представлен метод высчитывания критического радиуса изгибаемой трубы, определяемый наибольшим напряжением, зависящим от интенсивности деформационного искажения поперечного сечения кольцевой оболочки с учетом эффекта Т. Кармана. Особенностью метода является использование простейших соотношений между овализацией профиля и интенсивностью деформаций, реализуемых в гнущем элементе.

2. Сопоставление с минимальным радиусом изгиба трубы, характеризующим гофрообразование, показывает достаточный запас ресурса пластичности и возможность интенсификации гибки до начала разрушения материала.

3. Численное исследование механизма деформационного изменения профиля трубы позволит составить рекомендации по разработке технологического процесса получения гнутых труб и проектированию гибочной оснастки с учетом пластических свойств конкретного материала.

Список литературы

1. Di Sarno L., Karagiannakis G. Petrochemical Steel Pipe Rack: Critical Assessment of Existing Design Code Provisions and a Case Study // International Journal of Steel Structures. 2020. Vol. 20. P. 232–246. <https://doi.org/10.1007/s13296-019-00280-w>
2. Ji L.K., Zheng M., Chen H.Y., Zhao Y., Yu L.J., Hu J., Teng H.P. An estimation of critical buckling strain for pipe subjected plastic bending // Central European Journal of Engineering. 2014. Vol. 4. P. 326–333. <https://doi.org/10.2478/s13531-013-0168-8>
3. Ji L.K., Zheng M., Chen H.Y., Zhao Y., Yu L.J., Hu J., Teng H.P. Apparent strain of a pipe at plastic bending buckling state // Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering. 2015. Vol. 37. P. 1811–1818. <https://doi.org/10.1007/s40430-014-0302-4>
4. Yudo H., Yoshikawa T. Buckling phenomenon for straight and curved pipe under pure bending // Journal of Marine Science and Technology. 2015. Vol. 20. P. 94–103. <https://doi.org/10.1007/s00773-014-0254-5>
5. Samusev S.V., Zhigulev G.P., Fadeev V.A., Manakhov K.S. Shaping of pipe blanks on specialized bending equipment // Steel in Translation. 2016. Vol. 46. P. 169–172. <https://doi.org/10.3103/S0967091216030128>
6. Murata M., Kuboki T., Takahashi K., Goodarzi M., Jin Y. Effect of hardening exponent on tube bending // Journal of Materials Processing Technology. 2008. Vol. 201(1-3). Pp. 189–192. <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2007.11.286>
7. Никитин В.А. Проектирование станков холодной и горячей гибки труб. Санкт-Петербург: ОАО «ЦТСС», 2011. 232. ISBN 978-5-902241-14-0
8. Козлов А.В., Бобылев А.В. Технология и оборудование холодной гибки тонкостенных труб: монография. Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2007. 169 с. ISBN: 978-5-696-03798-1
9. Козлов А.В., Бобылев А.В., Халиулин Е.В. Проверка возможности холодной гибки труб из нержавеющей и титановых сплавов // Технические науки — от теории к практике. 2012. № 14. С.104–111. EDN: PEMBRP

10. Козлов А.В., Шеркунов В.Г., Хилькевич Я.М. Опыт гибки тонкостенных труб в холодном состоянии // *Технология машиностроения*. 2008. № 10. С. 21–22. EDN: KGWSGR
11. Wu W., Dong H., Zhang S. Scattering of guided waves propagating through pipe bends based on normal mode expansion // *Scientific Reports*. 2022. Vol. 12. Article 12488. <https://doi.org/10.1038/s41598-022-16708-z>
12. Vazouras P., Karamanos S.A. Structural behavior of buried pipe bends and their effect on pipeline response in fault crossing areas // *Bulletin of Earthquake Engineering*. 2017. Vol. 15. P. 4999–5024. <https://doi.org/10.1007/s10518-017-0148-0>
13. Li Y., Shuai J., Jin Z-l, Zhao Y-t, Xu K. Local buckling failure analysis of high-strength pipelines // *Petroleum Science*. 2017. Vol. 14. P. 549–559. <https://doi.org/10.1007/s12182-017-0172-3>
14. Liang H., Zhou J., Lin J., Jin F., Xia F., Xue J., Jiachu Xu J. Buckle Propagation in Steel Pipes of Ultra-high Strength: Experiments, Theories and Numerical Simulations // *Acta Mechanica Solida Sinica*. 2020. Vol. 33. P. 546–563. <https://doi.org/10.1007/s10338-019-00148-w>
15. Michael T.C., Veerappan A.R., Shanmugam S. Effect of ovality and variable wall thickness on collapse loads in pipe bends subjected to in-plane bending closing moment // *Engineering Fracture Mechanics*. 2012. Vol. 79. P. 138–148. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2011.10.009>
16. Zaitsev N.L., Popov V.A., Blinov I.V., Istomin A.I., Korzunin G.S. A method for estimating the metal residual life of the weld pipes of gas main pipelines // *Russian Journal of Nondestructive Testing*. 2011. Vol. 47. Article 431. <https://doi.org/10.1134/S1061830911070096>
17. Robertson A., Li H., Mackenzie D. Plastic collapse of pipe bends under combined internal pressure and in-plane bending // *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2005. Vol. 82. Issue 5. P. 407–416. <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2004.09.005>
18. Вдовин С.И. Объектно-ориентированное моделирование пластического изгиба трубы // *Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением*. 2013. № 1. С. 32–37.
19. Морозов Ю.А. Исследование предельных деформаций листовой вытяжки с учетом пластического утонения и разрушения материала // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2019. Т. 15. № 5. С. 353–359. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-5-353-359>
20. Морозов Ю.А. Силовые параметры деформирования металла при листовой вытяжке // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2020. Т. 16. № 6. С. 493–503. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-6-493-503>
21. Абрамов А.Г., Морозов Ю.А. Исследование процесса формообразования гнутых труб с учетом пластических свойств металла // *Современные материалы, техника и технологии*. 2022. № 5 (44). С. 42–47. EDN: VTEBUK
22. Аверкиев Ю.А., Аверкиев А.Ю. *Технология холодной штамповки*. М.: Машиностроение, 1989. 304 с. ISBN 5-217-00336-7
23. Третьяков А.В., Зюзин В.И. *Механические свойства металлов и сплавов при обработке давлением: справочник*. М.: Металлургия, 1973. 224 с.
24. Попов Е.А. *Основы теории листовой штамповки*. М.: Машиностроение, 1977. 278 с.
25. Исаченков Е.И. *Контактное трение и смазки при обработке металлов давлением*. М.: Машиностроение, 1978. 208 с.

References

1. Di Sarno L., Karagiannakis G. Petrochemical Steel Pipe Rack: Critical Assessment of Existing Design Code Provisions and a Case Study. *International Journal of Steel Structures*. 2020;20:232–246. <https://doi.org/10.1007/s13296-019-00280-w>
2. Ji L.K., Zheng M., Chen H.Y., Zhao Y., Yu L.J., Hu J., Teng H.P. An estimation of critical buckling strain for pipe subjected plastic bending. *Central European Journal of Engineering*. 2014;4:326–333. <https://doi.org/10.2478/s13531-013-0168-8>
3. Ji L.K., Zheng M., Chen H.Y., Zhao Y., Yu L.J., Hu J., Teng H.P. Apparent strain of a pipe at plastic bending buckling state. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. 2015;37:1811–1818. <https://doi.org/10.1007/s40430-014-0302-4>
4. Yudo H., Yoshikawa T. Buckling phenomenon for straight and curved pipe under pure bending. *Journal of Marine Science and Technology*. 2015;20:94–103. <https://doi.org/10.1007/s00773-014-0254-5>
5. Samusev S.V., Zhigulev G.P., Fadeev V.A., Manakhov K.S. Shaping of pipe blanks on specialized bending equipment. *Steel in Translation*. 2016;46:169–172. <https://doi.org/10.3103/S0967091216030128>
6. Murata M., Kuboki T., Takahashi K., Goodarzi M., Jin Y. Effect of hardening exponent on tube bending. *Journal of Materials Processing Technology*. 2008;201(1–3):189–192. <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2007.11.286>
7. Nikitin V.A. *Design of cold and hot pipe bending machines*. St. Petersburg: TsTSS. Publ.; 2011. (In Russ.) ISBN 978-5-902241-14-0
8. Kozlov A.V., Bobylev A.V. *Technology and equipment for cold bending of thin-walled pipes*. Chelyabinsk: YuUrGU Publ.; 2007. (In Russ.) ISBN: 978-5-696-03798-1

9. Kozlov A.V., Bobylev A.V., Khaliulin E.V. Check of possibility cold are flexible pipes from corrosion-proof and titanic alloys. *Tekhnicheskiye nauki — ot teorii k praktike [Technical sciences — from theory to practice]*. 2012;14:104–111. (In Russ.) EDN: PEMBRP
10. Kozlov A.V., Sherkunov V.G., Khil'kevich Ya.M. Experience of bending thin-walled pipes in a cold state. *Tekhnologiya mashinostroyeniya [Mechanical engineering technology]*. 2012;10:21–22. (In Russ.) EDN: KGWSGR
11. Wu W., Dong H., Zhang S. Scattering of guided waves propagating through pipe bends based on normal mode expansion. *Scientific Reports*. 2022;12:12488. <https://doi.org/10.1038/s41598-022-16708-z>
12. Vazouras P., Karamanos S.A. Structural behavior of buried pipe bends and their effect on pipeline response in fault crossing areas. *Bulletin of Earthquake Engineering*. 017;15:4999–5024. <https://doi.org/10.1007/s10518-017-0148-0>
13. Li Y., Shuai J., Jin Z-l, Zhao Y-t, Xu K. Local buckling failure analysis of high-strength pipelines. *Petroleum Science*. 2017;14:549–559. <https://doi.org/10.1007/s12182-017-0172-3>
14. Liang H., Zhou J., Lin J., Jin F., Xia F., Xue J., Jiachu Xu J. Buckle Propagation in Steel Pipes of Ultra-high Strength: Experiments, Theories and Numerical Simulations. *Acta Mechanica Solida Sinica*. 2020;33:546–563. <https://doi.org/10.1007/s10338-019-00148-w>
15. Michael T.C., Veerappan A.R., Shanmugam S. Effect of ovality and variable wall thickness on collapse loads in pipe bends subjected to in-plane bending closing moment. *Engineering Fracture Mechanics*. 2012;79:138–148. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2011.10.009>
16. Zaitsev N.L., Popov V.A., Blinov I.V., Istomin A.I., Korzunin G.S. A method for estimating the metal residual life of the weld pipes of gas main pipelines. *Russian Journal of Nondestructive Testing*. 2011;47:431. <https://doi.org/10.1134/S1061830911070096>
17. Robertson A., Li H., Mackenzie D. Plastic collapse of pipe bends under combined internal pressure and in-plane bending. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2005;82(5):407–416. <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2004.09.005>
18. Vdovin S.I. Object-oriented modelling of pipe plastic bending. *Forging and stamping production. Processing of materials by pressure*. 2013;1:32–37. (In Russ.)
19. Morozov Yu.A. Study of marginal deformations of the leaf extracts with regard to plastic thinning and destruction of the material. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2019;15(4):353–359. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-5-353-359>
20. Morozov Yu.A. Force parameters of metal deformation during sheet stretching. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(6):493–503. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-6-493-503>
- Abramov A.G., Morozov Yu.A. Investigation of the process of shaping of bent pipes with considering the plastic properties of the metal. *Sovremennyye materialy, tekhnika i tekhnologii [Modern materials, equipment and technologies]*. 2022;5(44):42–47. (In Russ.) EDN: VTTEBUK
21. Abramov A.G., Morozov Yu.A. Investigation of the process of shaping of bent pipes with considering the plastic properties of the metal. *Sovremennyye materialy, tekhnika i tekhnologii [Modern materials, equipment and technologies]*. 2022;5(44):42–47. (In Russ.) EDN: VTTEBUK
22. Averkiyev Yu.A., Averkiyev A.Yu. *Cold stamping technology*. Moscow: Mashinostroyeniye Publ.; 1989. (In Russ.) ISBN 5-217-00336-7
23. Tretyakov A.V., Zyuzin V.I. *Mechanical properties of metals and alloys during pressure processing. Directory*. Moscow: Metallurgiya Publ.; 1973. (In Russ.)
24. Popov E.A. *Fundamentals of the theory of sheet stamping*. Moscow: Mashinostroyeniye Publ.; 1977. (In Russ.)
25. Isachenkov E.I. *Contact friction and lubricants in the process of metal forming by pressure*. Moscow: Mashinostroyeniye. Publ.; 1978. (In Russ.)