

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

DOI: 10.22363/1815-5235-2023-19-3-261-275

EDN: PUMWAG

УДК 624.012

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Метод расчетных моделей сопротивления для железобетона

Вл.И. Колчунов 

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация
Научно-исследовательский институт строительной физики Российской академии архитектуры и строительных наук,
Москва, Российская Федерация

✉ vlik52@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 17 января 2023 г.

Доработана: 20 марта 2023 г.

Принята к публикации: 28 марта 2023 г.

Аннотация. На основе всестороннего анализа экспериментальных исследований с позиций их сближения с теоретическими решениями предложены расчетные модели сопротивления (РМС) железобетона, включающие РМС1 – моделирование нормальных трещин, РМС2 моделирование наклонных трещин, РМС3 – моделирование диагональных трещин, РМС4 – моделирование пересекающихся трещин в стене, РМС4* – моделирование трещин в плоской плите и РМС5 – моделирование пространственных трещин при кручении с изгибом, РМС5* – моделирование пространственных трещин при изгибе с поперечной силой. При этом представлена иерархия расчетных моделей второго и третьего уровней. Распределение интенсивности рабочей арматуры по сечению расчетного элемента получено в аналитической форме построением замкнутых уравнений блоков, соответствующих блокам железобетонного элемента при условии равенства нулю частных производных функции Лагранжа для определения максимальной ширины раскрытия трещин. Учитывается эффект, предложенный автором, о дополнительном деформационном воздействии реакции «бетон – арматура» от несплошности бетона при образовании трещины путем специальной модели двухконсольного элемента механики разрушения. Для сложнапряженного элемента, испытывающего кручения с изгибом, сформулированы гипотезы о распределении линейных и угловых деформаций при деформации сечения с учетом градиентов деформаций, вызванных образованием трещин. Раскрытие трещин определяется как взаимные смещения арматуры и бетона с учетом деформации. Объединение подконструкций в системе здания выполняется методом начальных параметров.

Ключевые слова: деформационный эффект, ширина раскрытия трещин, классификация трещин, концентрация, двухконсольный элемент, жесткость, основное армирование

Для цитирования

Колчунов Вл.И. Метод расчетных моделей сопротивления для железобетона // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2023. Т. 19. № 3. С. 261–275. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-3-261-275>

Колчунов Владимир Иванович, доктор технических наук, профессор, член-корреспондент РААСН, кафедра инженерной графики и компьютерного моделирования, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация; главный научный сотрудник, Научно-исследовательский институт строительной физики, Российская академия архитектуры и строительных наук, Москва, Российская Федерация; ORCID: 0000-0001-5075-1134; vlik52@mail.ru

© Колчунов Вл.И., 2023



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Method of computational models of resistance for reinforced concrete

Vladimir I. Kolchunov 

National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russian Federation
Scientific and Research Institute of Construction Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences,
Moscow, Russian Federation

✉ vlik52@mail.ru

Article history

Received: January 17, 2023

Revised: March 20, 2023

Accepted: March 28, 2023

Abstract. Based on a comprehensive analysis of the experimental studies from the standpoint of their convergence with the theoretical solutions, the computational models of resistance (CMR) of reinforced concrete are proposed. These models include CMR1 – modeling of normal cracks, CMR2 – modeling of inclined cracks, CMR3 – modeling of diagonal cracks, CMR4 – modeling of intersecting cracks in the wall, CMR4* – modeling of cracks in a flat slab, and CMR5 – modeling of spatial cracks in torsion with bending, CMR5* – modeling of spatial cracks in bending with transverse force. Also, a hierarchy of computational models of the second and third levels is proposed. The distribution of intensity of working reinforcement along the cross-section of the calculated element was obtained in an analytical form by creating closed equations of blocks, corresponding to the blocks of the reinforced concrete element under the condition of equality to zero of partial derivatives of the Lagrange function to determine the maximum crack opening width. It is considered the effect proposed by the author on the additional deformation impact of the reaction “concrete – reinforcement” from the discontinuity of concrete during the formation of the crack by means of a special model of the two-cantilever element of fracture mechanics. Hypotheses about the distribution of linear and angular deformations during cross-section with account of gradients of deformations caused by formation of cracks were formulated for a complex-stressed element subjected to torsion with bending. Crack opening is defined as mutual displacements of reinforcement and concrete, taking into account deformation. The consolidation of substructures in the building system is performed by the method of initial parameters.

Keywords: resistance models, deformation effect, crack width, crack classification, concentration, double-console element, stiffness, main reinforcement

For citation

Kolchunov V.I. Method of computational models of resistance for reinforced concrete. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023;19(3):261–275. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-3-261-275>

1. Введение

Современная механика железобетона является основой повышения надежности и безопасности конструктивных систем зданий и сооружений в условиях новых вызовов. Ее создание стало возможным благодаря новым технологиям экспериментальных исследований железобетонных конструкций.

Исследования образования и развития трещин в механике железобетона в России и за рубежом проводятся уже на протяжении более 80 лет [1–9]. За это время разработано множество моделей, связанных с большим числом теоретических и экспериментальных исследований, в числе которых можно отметить работы российских [1; 3; 10–12] и зарубежных [2; 4–9; 13–19] ученых. Однако дальнейшее развитие теории железобетона и механики разрушения связано с получением универсальных полуаналитических моделей, учитывающих большинство экспериментально установленных деформационных и силовых воздействий, таких как «нагельный эффект», эффект нарушения сплошности железобетона и др. Одно из направлений такого подхода представлено в настоящем исследовании.

2. Метод

1. Сближение действительных процессов и физических явлений, полученных в экспериментальных исследованиях, с теорией железобетона строится на основе механики разрушения и расчетных моделей сопротивления железобетона [20–23]: РМС1 – моделирование нормальных трещин, РМС2 – моделирование наклонных трещин, РМС3 – моделирование диагональных трещин, РМС4 – моделирование пересе-

Vladimir I. Kolchunov, Doctor of Technical Sciences, Professor, corresponding member of the RAACS, Department of Engineering Graphics and Computer Modeling, National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russian Federation; chief researcher, Scientific and Research Institute of Construction Physics, Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Moscow, Russian Federation; ORCID: 0000-0001-5075-1134; vlik52@mail.ru

кающихся трещин в стене, РМС4* – моделирование трещин в плоской плите, РМС5 – моделирование пространственных трещин при кручении с изгибом, РМС5* – моделирование пространственных трещин при изгибе с поперечной силой.

2. При построении моделей учитывается введенный нами [20–22] *деформационный эффект*, характеризующийся воздействием в трещине от реакции «бетон – арматура» (рис. 3) и описываемый в механике разрушения специальным *двухконсольным элементом (ДКЭ)*.

3. Принята следующая классификация трещин на нижней и боковых гранях стержневой железобетонной конструкции: при $M > M_{cr,c}$, $M_t < M_{t,cr,c}$ и $Q \geq Q_{cr,c}$ – первый тип; при $M < M_{cr,c}$, $M_t > M_{t,cr,c}$ и $Q > Q_{cr,c}$ и трещины, прилегающие своей вершиной к сосредоточенной силе, – второй тип; при $M < M_{cr,c}$, $M_t < M_{t,cr,c}$, $Q > Q_{cr,c}$ – третий тип. Трещины подразделяются на базовые, межевые и трещины i -х уровней (рис. 5).

4. Раскрытие трещин рассматривается для накопления относительных условных сосредоточенных взаимных смещений $\varepsilon_g(x)$ арматуры и бетона с особыми участками на берегах трещины, где учитывается эффект деформированного воздействия в трещине от реакции «бетон – арматура».

Для поверхности пространственных трещин в железобетоне предложен универсальный *двухконсольный железобетонный элемент* (рис. 6) и получено энергетическое обоснование развития удельной длины трещины.

5. Объединение подконструкций в виде расчетных моделей сопротивления с двухконсольными элементами механики разрушения выполняется методом сил, перемещений и смешанным методом с использованием метода начальных параметров и функций Крылова – Власова (рис. 6). При этом решение дифференциального уравнения получено для линейных комбинаций этих функций или в виде сплайна.

В соответствии с принятыми гипотезами для создания наиболее универсальной аналитической теории расчета предложена общая модель для анализа стержневых систем – расчленением их на подконструкции, в виде так называемых физических и расчетных моделей сопротивления разных уровней: РМС1, РМС2, РМС3, РМС4*, РМС5, РМС5*. Построение РМС1 выполнено для различных участков напряженного состояния конструктивной системы зданий и сооружений. В частности, РМС1 – для зоны $M > M_{cr,c}$, $Q < Q_{cr,c}$; РМС2 – для зоны $M > M_{cr,c}$; $Q \geq Q_{cr,c}$; РМС3 – для узловой зоны; РМС4 – для стены; РМС4* – для плиты; РМС5 и РМС5* – для участка пространственных трещин при кручении с изгибом. При этом использованы результаты многолетних экспериментальных исследований для оценки магистральных трещин при определении ширины их раскрытия и неравенства i -го уровня – для определения расстояний между трещинами $l_{cr,i}$, жесткости, прочности и устойчивости конструкций (рис. 1) [20–22].

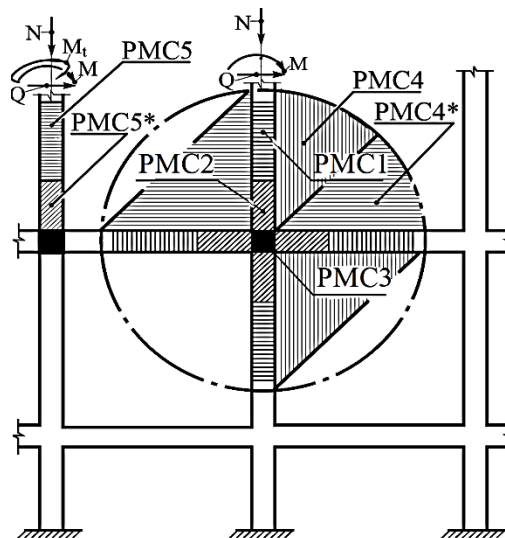


Рис. 1. Схемы расчетных моделей сопротивления зданий и сооружений с базовыми и смежными, основными трещинами и трещинами i -го уровня:

РМС1 – моделирование нормальных трещины; *РМС2* – моделирование наклонных трещин; *РМС3* – моделирование диагональных трещин; *РМС4* – моделирование пересекающихся трещин в стене; *РМС4** – моделирование трещин в плоской плите; *РМС5* – моделирование пространственных трещин при кручении с изгибом; *РМС5** – моделирование пространственных трещин при изгибе с поперечной силой

Figure 1. Schemes of calculation models of the resistance of buildings and structures with basic and adjacent, main cracks and cracks of the i -th level:

РМС1 – modeling of normal cracks; *РМС2* – modeling of oblique cracks; *РМС3* – modeling of diagonal cracks; *РМС4* – modeling of intersecting cracks in the wall; *РМС4** – modeling of cracks in a flat slab; *РМС5* – modeling of spatial cracks in torsion with bending; *РМС5** – modeling of spatial cracks in bending with a transverse force

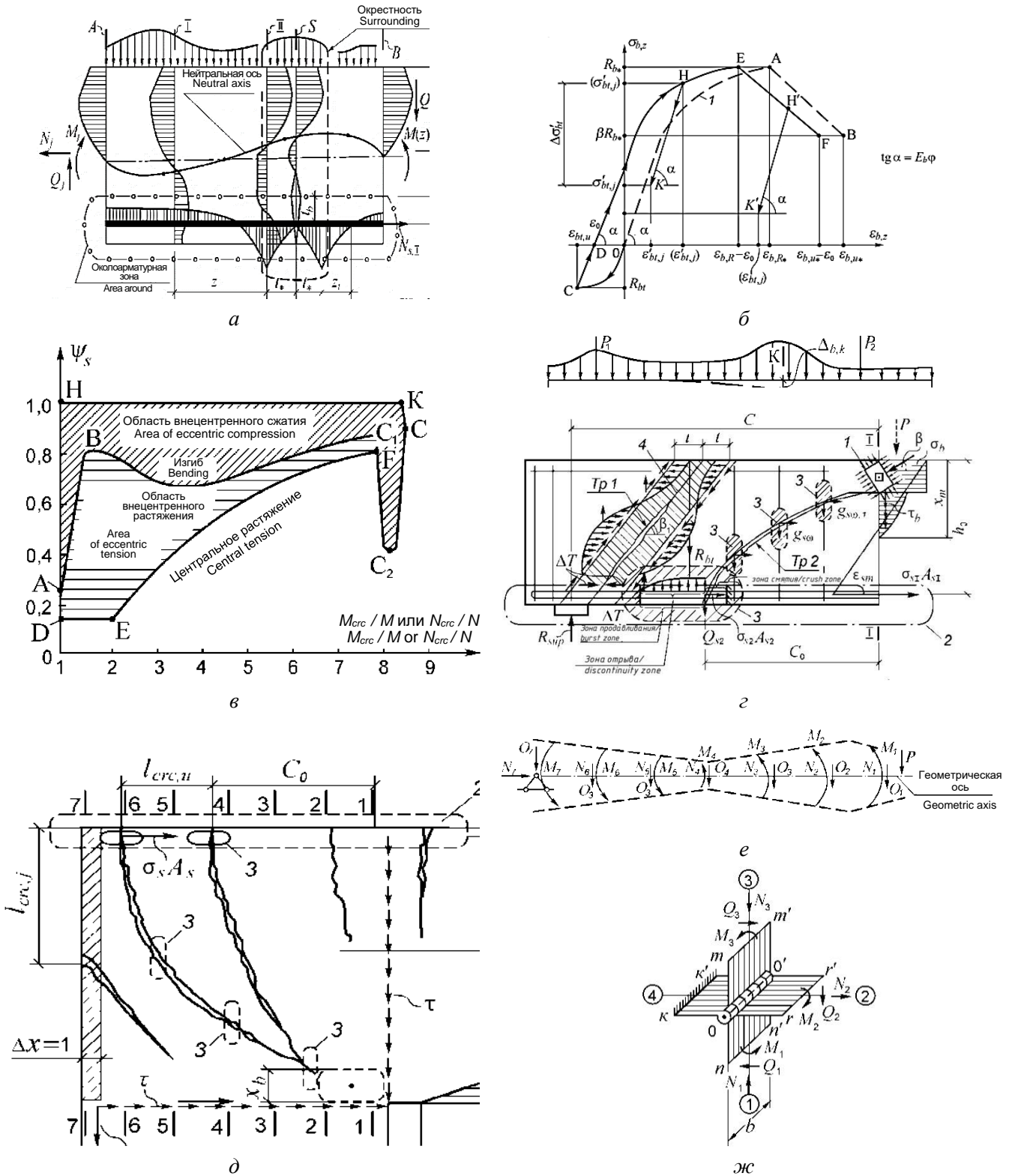


Рис. 2. Расчетные модели сопротивления:

a – PMC1 (нормальные трещины); *б* – диаграмма зависимости «деформации – напряжения» бетона ($\epsilon_b - R_b$);
в – график зависимости параметра сопротивления растянутого бетона ψ_s через деформирования арматуры;
г – PMC2 (наклонные трещины); *д* – дополнительные внутренние усилия ΔM , ΔN и ΔQ относительно оси стержня;
е – PMC3 (диагональные трещины); *ж* – схема консолей в виде «креста» из PMC3

Figure 2. Computational models of resistance:

a – PMC1 (normal cracks); *б* – diagram of the “strain – stress” dependence for concrete ($\epsilon_b - R_b$);
в – diagram of the dependence of the resistance parameter of tensile concrete ψ_s through deformations of the reinforcement;
г – PMC2 (inclined cracks); *д* – additional internal forces ΔM , ΔN and ΔQ relative to the axis of the bar;
е – PMC3 (diagonal cracks); *ж* – scheme of consoles in the form of a “cross” from PMC3

с трещинами аппроксимируется четырьмя-шестью поперечными полосками шириной $\widetilde{\Delta x}$. Данная система отличается от традиционной модели В.И. Мурашева тем, что учитывает эффекты нарушения сплошности и деформационное воздействие в трещине.

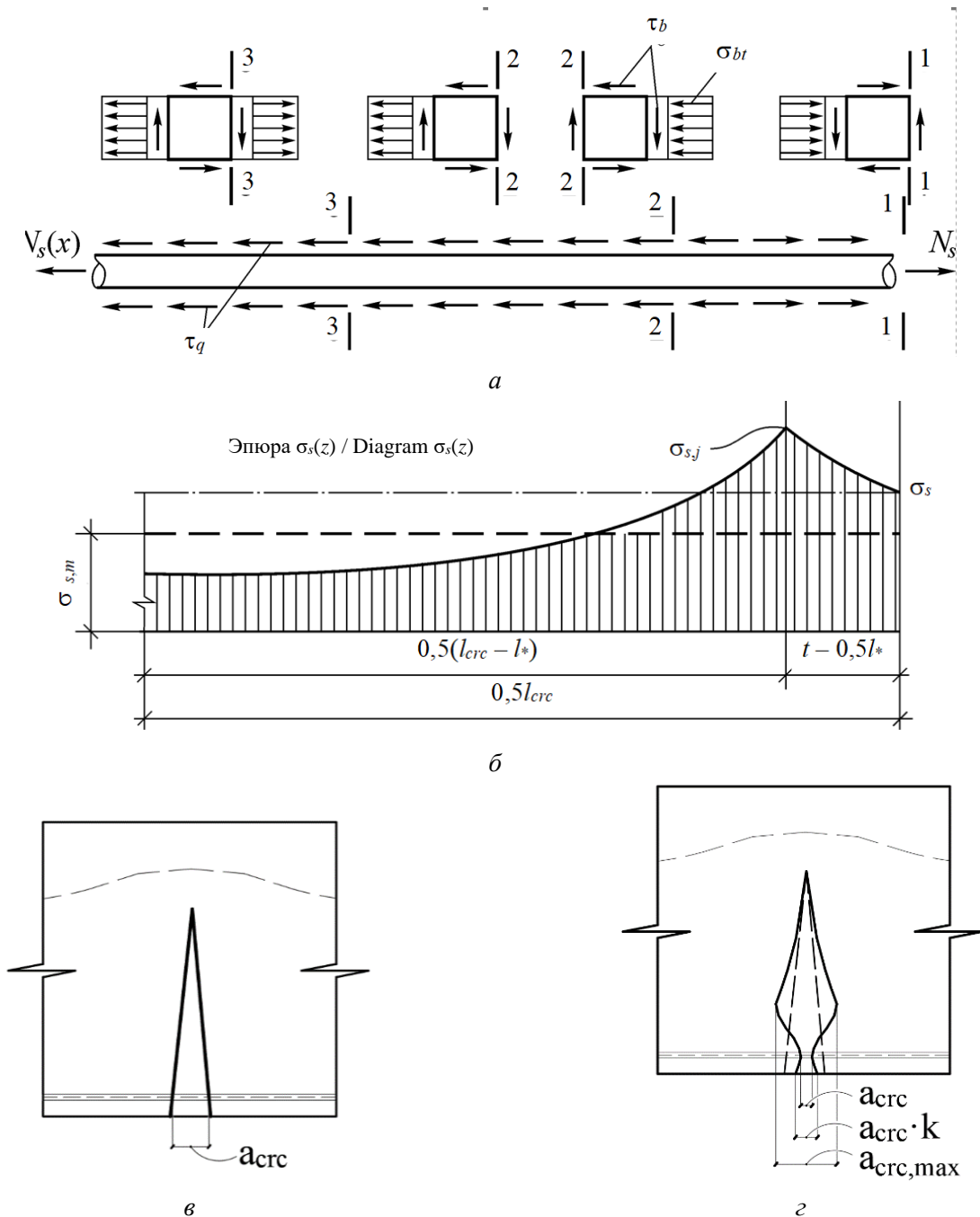


Рис. 3. Схемы деформационного эффекта железобетона от воздействия реакции «бетон – арматура» при нарушении сплошности бетона:

a – схема усилий в арматурном стержне и НДС бетона в сечениях 1–3; *б* – эпюра напряжений арматуры $\sigma_s, \sigma_{s,j}, \sigma_{s,m}$;

в, z – профиль раскрытия трещин в форме треугольника или эллипсоида соответственно

Figure 3. Schemes of the deformation effect in reinforced concrete from the impact of the “concrete – reinforcement” reaction in case of violation of concrete continuity:

a – diagram of the forces in the reinforcing bar and the stress-strain conditions of concrete in sections 1–3;

б – diagram of stresses $\sigma_s, \sigma_{s,j}, \sigma_{s,m}$ in the reinforcing bars; *в, z* – cracks opening profile in the form of a triangle or an ellipsoid respectively

Такой выбор модели железобетонного составного стержня позволяет снизить порядок дифференциальных уравнения составных конструкций А.Р. Ржаницына и существенно уточнить значения постоянных интегрирования при решении задачи сопротивления растянутого бетона с трещинами. Модель

позволяет учитывать средние линейные и угловые деформации от сдвига при взаимных смещениях берегов трещин. При этом используется модифицированная система дифференциальных уравнений составных стержней:

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_1'}{\xi_{m,1}} - \Delta_{11}T_1 - \Delta_{12}T_2 - \dots - \Delta_{1n}T_n &= \Delta_{10}; \\ \frac{T_2'}{\xi_{m,2}} - \Delta_{21}T_1 - \Delta_{22}T_2 - \dots - \Delta_{2n}T_n &= \Delta_{20}; \\ \frac{T_n'}{\xi_{m,n}} - \Delta_{n1}T_1 - \Delta_{n2}T_2 - \dots - \Delta_{nn}T_n &= \Delta_{n0}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где

$$\Delta = -\frac{N_{0,1}}{(E_{b,1}A_{b,1})_{ekv}} + \frac{N_{0,2}}{(E_{b,2}A_{b,2})_{ekv}} - \frac{f(x_{crс})}{r_y}; \quad (4)$$

$$\lambda = \sqrt{\xi_Y} = \sqrt{\xi \left[\frac{1}{(E_{b,1}A_{b,1})_{ekv}} + \frac{1}{(E_{b,2}A_{b,2})_{ekv}} + \frac{f^2(x_{crс})}{M \times r_y} \right]}; \quad (5)$$

T_i, T_1, T_2, T_n – сдвигающие усилия, накапливаемые по длине элемента до рассматриваемого сечения; Δ – перемещения по заданному направлению; $\xi_{qm}, \gamma_{b,m}$ – разность средних относительных линейных и угловых деформаций в точке шва; $(E_{b,1}A_{b,1})_{ekv}, (E_{b,2}A_{b,2})_{ekv}$ – эквивалентные жесткости; $f(x_{crс})$ – функция, зависящая от высоты сжатой зоны бетона, усредненная на участке между трещинами; r_y – кривизна железобетонного составного стержня.

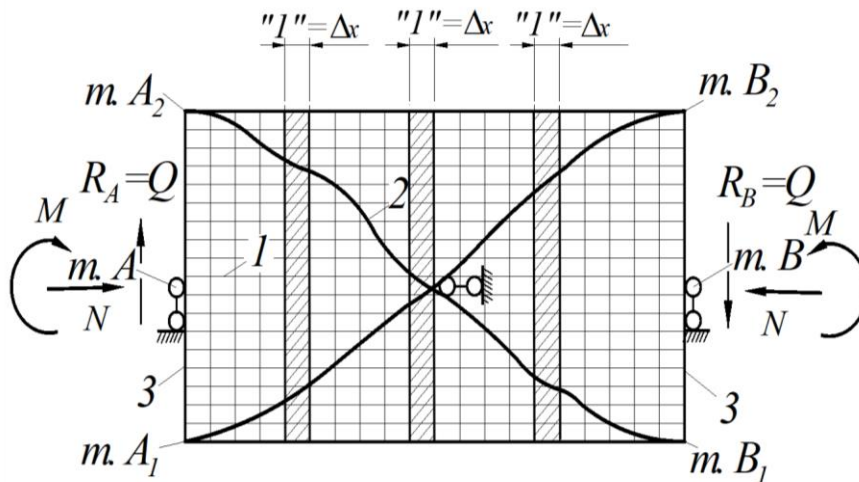


Рис. 4. Модель плосконапряженного железобетонного элемента с наклонными (перекрестными) трещинами для определения жесткости
 Figure 4. A model of a plane-stressed reinforced concrete element with inclined (cross) cracks for determination of stiffness

При определении параметров напряженно-деформированного состояния железобетона конструкции на основе РМС используется предложенная классификация трещин для плоских (РМС4) и пространственных (РМС5) трещин. Всего выделено три типа характерных трещин: на нижней и боковой грани для стержневого элемента, где $M > M_{crс}, M_t < M_{t,crс}$ и $Q \geq Q_{crс}$ – первый тип; $M < M_{crс}, M_t > M_{t,crс}$ и $Q > Q_{crс}$ и прилегающие своей вершиной к сосредоточенной силе – второй тип; $M < M_{crс}, M_t < M_{t,crс}, Q > Q_{crс}$ – третий тип.

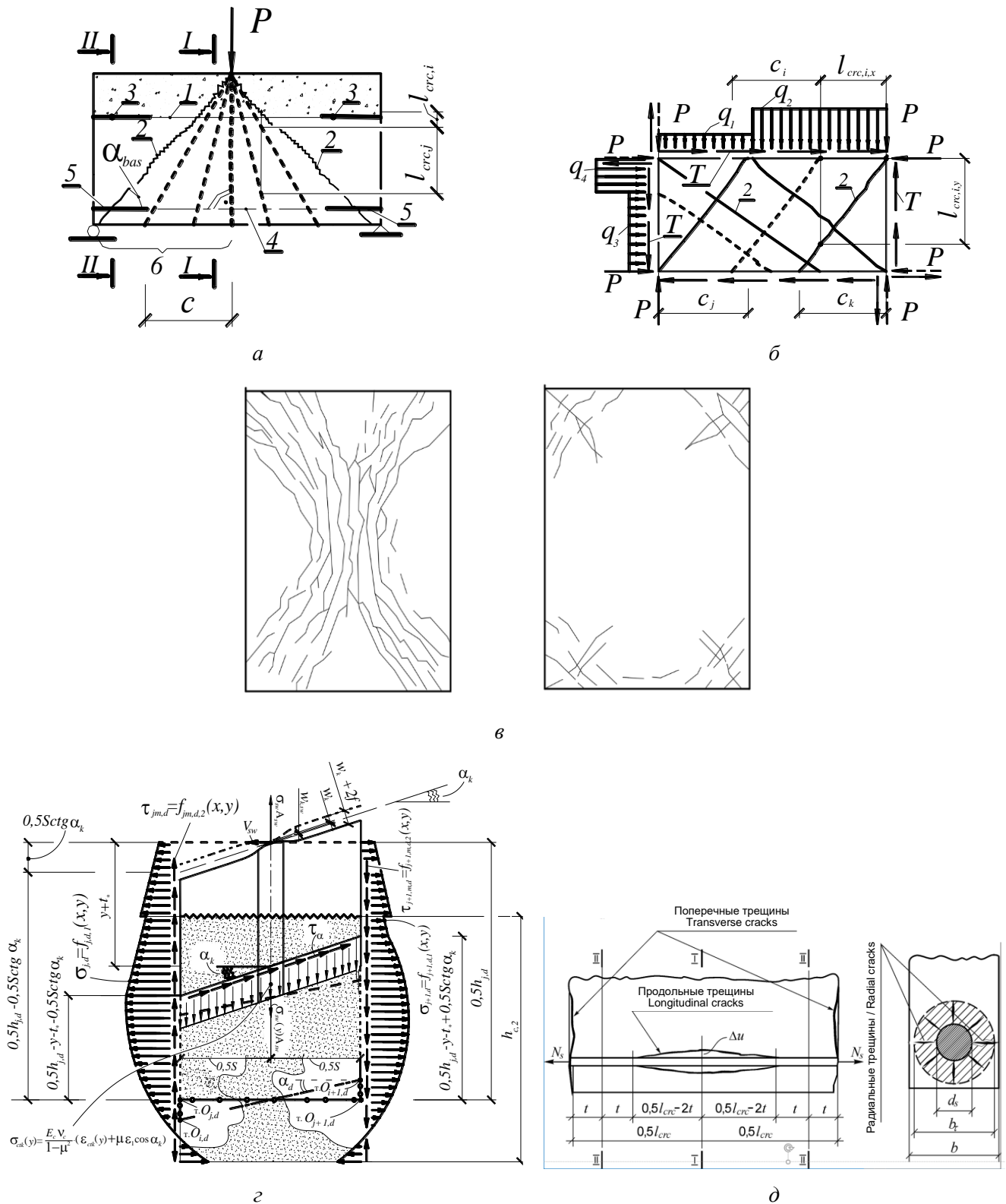


Рис. 5. Классификация трещин:

a, б – базовые, смежные и трещины для геометрических, силовых, межсредовых и *i*-х уровней соответственно;
в – трещина на нижней и верхней поверхности плит в конверт для модели PMC4*; *г* – деформационная модель второго уровня;
д – модель третьего уровня около арматурной области

Figure 5. Classification of cracks:

a, б – basic, adjacent and cracks for geometric, force, inter-environment and *i*-th levels respectively;
в – crack on the lower and upper surface of the plates for the PMC4* model; *г* – deformation model of the second level;
д – model of the third level near the reinforcement area

Развитие истоков концентрации дискретных магистральных трещин связано с абсолютно новым критерием для железобетона (удельной поверхностью ζ_{bu} образования трещин, а также интенсивностью деформаций), в отличие от регулярных трещин, где критерием их образования является достижение главными деформациями (напряжениями) предельных значений. Многоуровневая модель развития базовых и смежных трещин с установлением расстояний между ними построена с помощью специальных моделей – подконструкций второго или i -го уровня. При этом получен новый эффект для трещиностойкости и жесткости в виде деформационного воздействия реакции арматуры и бетона, в форме эллипсоида для альтернативной кинематической трещины из универсального двухконсольного элемента в железобетоне (см. рис. 3).

Расчетная модель сопротивления РМС4 (стена) разработана на основе развития концепции дискретных магистральных трещин (геометрической, силовой, межсредовой). Полученная таким образом модель по физическому смыслу является многоуровневой (см. рис. 5).

Длина опасной трещины $h_{\text{crс}}$ вычисляется из специального функционала механики разрушения:

$$\frac{d\zeta_{bu}}{dh_{\text{crс}}} = 0. \quad (6)$$

Расчетная модель РМС4* (плита) моделирует распределение трещин в плите по типу «конверт» (см. рис. 5, в) и используется для определения несущей способности в III стадии напряженно-деформированного состояния.

Расчетные модели сопротивления РМС5, РМС5* используются для определения линейных и угловых деформаций в пространственном сечении сложнапряженного железобетонного элемента [10; 24]. В них использованы специальные гипотезы: модифицированная гипотеза Бернулли для линейных деформаций, а также предложенная нами гипотеза для определения угловых деформаций в пространственном сечении.

Моделирование пространственной трещины двухконсольным элементом для расчета железобетона с трещинами по существу является трансформационным инструментарием, связующим переходным звеном между зависимостями механики твердого деформируемого тела и уравнениями механики разрушения. Такая модель обеспечивает решение проблемы, связанной не только с задачами определения напряженно-деформированного состояния поперечного сечения железобетонного элемента, но и с задачей определения сцепления между арматурой и бетоном, так как появление трещины в сплошном теле можно рассматривать как некоторое деформационное воздействие, отражающееся на особенностях сцепления арматуры и бетона в зонах, прилегающих к трещине.

Для реализации зависимостей механики разрушения в железобетоне с пространственными трещинами через i -е оси $X_i Y_i Z_i$ моделирующей получен универсальный двухконсольный элемент (рис. 6, а, б), моделирующий отрыв, поперечный сдвиг, продольный сдвиг с использованием модели малых полосок и позволяющий моделировать различные виды перемещений шириной Δb_i и длиной l_{i*} . При этом железобетонные конструкции с пространственными трещинами до половины ширины сечения, то есть до нейтральной оси, имеют левые, правые, нижние и верхние элементы соответственно.

Защемление арматурного стрежня с обеих сторон двухконсольного элемента (рис. 6, в, г, д) позволяет учитывать раскрытие трещин в зоне накопления относительных условных сосредоточенных взаимных смещений $\varepsilon_g(x)$ арматуры и бетона (на берегах трещины), то есть учитывать эффект реакции «бетон – арматура», после нарушения сплошности бетона и образования эллиптической трещины.

При расчете изогнутой оси консолей при действии внешних нагрузок прогибов для перемещений от раскрытия и сдвига берегов трещин $\delta(a_{\text{crс}})$ и $\delta(\Delta_{\text{crс}})$ (рис. 6, в) основные параметры внутренних усилий определяются методом начальных параметров, используя традиционные методы строительной механики: метод перемещений, сил, смешанный метод.

Основные решения в граничных параметрах для стержней призматической формы (элементы и жесткие узлы рам) находились по различным зависимостям, при этом в качестве активных и пассивных параметров могут использоваться различные методы строительной механики [25]:

1) метод начальных параметров, в котором в качестве активных параметров принимались φ_0 ,

$$M_0, Q_0. \text{ Здесь } \varphi_0 = \frac{1}{B} \left(\frac{M_0}{v_* \operatorname{tg} v_*} + \frac{M_l - \Delta M_l}{v_* \sin v_*} - \frac{Q_0 l}{v_*^2} \right); \quad v_* = l/L = \sqrt{Nl^2 / B}; \quad B = EJ; \text{ в качестве пассивных пара-}$$

метров принимались прогибы (v_x), углы поворота (φ_x), изгибающие моменты (M_x);

2) метод сил, где активными параметрами выступали M_0 , M_l , Q_0 . Здесь $Q_0 = \frac{1}{l}[-M_0 + (M_l - \Delta M_l)] - \frac{v_*^2 B}{l^2}(\psi - \Delta\psi)$. Пассивными параметрами являлись начальные и промежуточные значения величин φ_0 , φ_l , $\psi = \frac{v_1 - v_0}{l}$;

3) метод деформаций, где активными параметрами принимались φ_0 , φ_l , $\psi = \frac{v_1 - v_0}{l}$, а пассивными – M_0 , M_l , Q_0 .

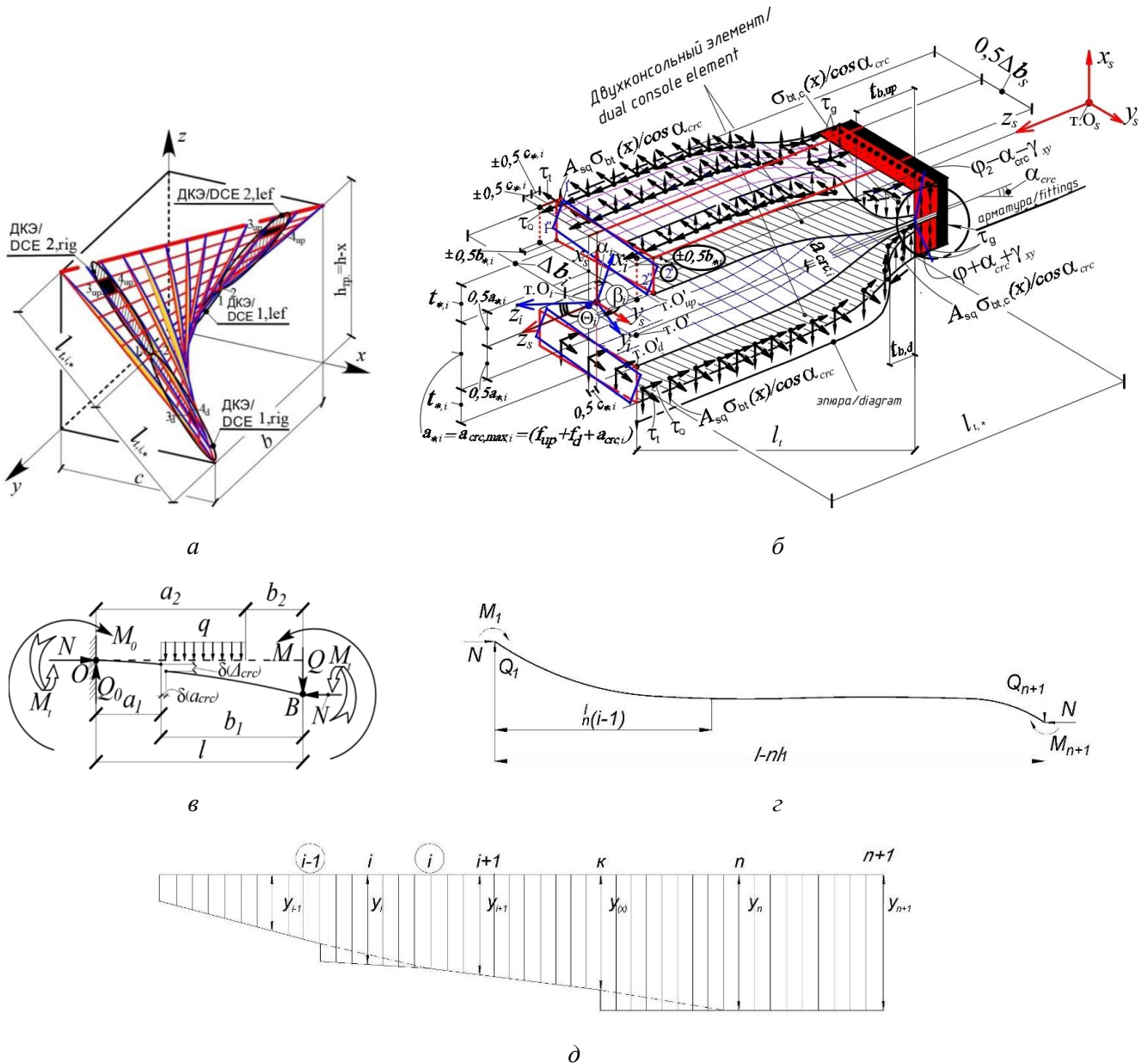


Рис. 6. Универсальный двухконсольный элемент и модель консоли для реализации зависимостей механики разрушения поверхности с пространственными трещинами в железобетоне:
a, б – узлы трещины для отдельной ломаной полоски и модель двухконсольного элемента соответственно; *в, г, д* – схема нагружения консоли при действии внешних нагрузок и изгиба оси, а также схема прогибов для определения перемещений от раскрытия трещины $\delta(a_{cr})$ и $\delta(\Delta_{cr})$ соответственно
Figure 6. A universal double-console element and a model of a console for implementing the dependencies of the destruction mechanics for the surface with spatial cracks in reinforced concrete:
a, б – crack nodes for a separate polyline strip and a model of a double-console element respectively; *в, г, д* – a scheme of loading the console under the action of external loads and bending of the axis, as well as a scheme of deflections for determining displacements from crack opening $\delta(a_{cr})$ and $\delta(\Delta_{cr})$ respectively

К примеру, при расчете изгибающего момента можно применить следующую зависимость (см. рис. 6, б):

$$M_l = M_0 \cos \frac{l}{L} + Q_0 L \sin \frac{l}{L} - L \int_{a_1}^{a_2} q \sin \frac{l-u}{L} du = 0. \quad (7)$$

В методе расчетных моделей сопротивления для статически неопределимых систем зданий и сооружений в сочетании с методом начальных параметров используются функции Крылова – Власова:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = 0. \quad (8)$$

Общее решение уравнения (8) выражается как линейная комбинация четырех функций:

$$y(x) = C_1 K_1(\beta x) + C_2 K_2(\beta x) + C_3 K_3(\beta x) + C_4 K_4(\beta x) + \delta_i, \quad (9)$$

где $\beta = \sqrt[4]{a}$; $V_1(x) = \Phi_1(x) = \operatorname{ch} x \cos x$; $\Phi_2(x) = \operatorname{sh} x \sin x$; $\Phi_3(x) = \operatorname{sh} x \cos x$; $\Phi_4(x) = \operatorname{ch} x \sin x$; $V_2(x) = 0,5(\Phi_4(x) + \Phi_3(x))$; $V_3(x) = 0,5\Phi_2(x)$; $V_4(x) = 0,25(\Phi_4(x) - \Phi_3(x))$.

Особую эффективность применение метода расчетных моделей сопротивления имеет при проектировании зданий и сооружений в сложных инженерно-геологических условиях [24]. Для деформируемого основания перемещение в i -й связи основания описывается сплайном:

$$y_i = \frac{6n^2 B_i}{6n^2 B_i + NL^2} \left\{ y_1 \left[1 + \frac{NL^2}{n^2} \left(\frac{1}{6B_i} + \sum_{j=2}^{i-1} \frac{i-j}{B_j} \right) \right] + \varphi_1 L \frac{i-1}{n} - M_1 \frac{L^2}{n^2} \left(\frac{3i-4}{6B_1} + \frac{1}{6B_1} + \sum_{j=2}^{i-1} \frac{i-j}{B_j} \right) - \right. \\ \left. - Q_1 \frac{L^3}{n^3} \left[\frac{i-j}{6B_i} + \sum_{j=2}^{i-1} \frac{(i-j)(j-1)}{B_j} \right] - \frac{L^2}{n^2} \left[\frac{M_i}{6B_i} + \sum_{j=2}^{i-1} \frac{M_j(i-j)}{B_i} \right] - \frac{NL^2}{n^2} \sum_{j=2}^{i-1} \frac{i-j}{B_j} y_j \right\} + \delta_i, \quad (10)$$

где R_i , k_i и y_i – усилия и погонные жесткости соответственно в i -й связи основания.

3. Результаты

В качестве примера рассмотрим результаты применения эволюционного метода расчетной модели сопротивления для статически неопределимых конструктивных систем зданий и сооружений при расчете *переходящих типов трещин, их раскрытия – закрытия* (рис. 7 и 8, таблица).

При проведении исследований таких балочных систем получены графики зависимости изгибающего момента от кривизны $M-\chi$ и величины модуля силового воздействия от прогибов продольной арматуры q_l-f_s (рис. 7). Точки, нанесенные на графиках, обозначены цифрой с индексом, где цифра – это номер сечения, а индекс – номер зависимости $M-\chi$ в сечении 2 согласно рис. 7, а, характеризующей максимум q_l . В таблице представлены числовые значения для характерных точек графиков рис. 7. Здесь варьируются как номер сечения, принимаемого в качестве базового, так и номер зависимости $M-\chi$, используемой в сечении 2.

С использованием метода РМС построены расчетные модели стены здания для определения усилий в связях растяжения (сжатия) горизонтальных и вертикальных стыков, применимые для зданий, возводимых в сложных инженерно-геологических условиях [24]. Система здания разбивается на отдельные отсеки, моделируемые отдельными элементами матрицы жесткости для физических, статических и геометрических уравнений (рис. 9), где n – общее количество отсеков; k – свернутые уровни растянутой арматуры, сжатой арматуры, хомутов с нормальными трещинами и хомутов с наклонными трещинами; $j = 1-6$ поперечных сечений.

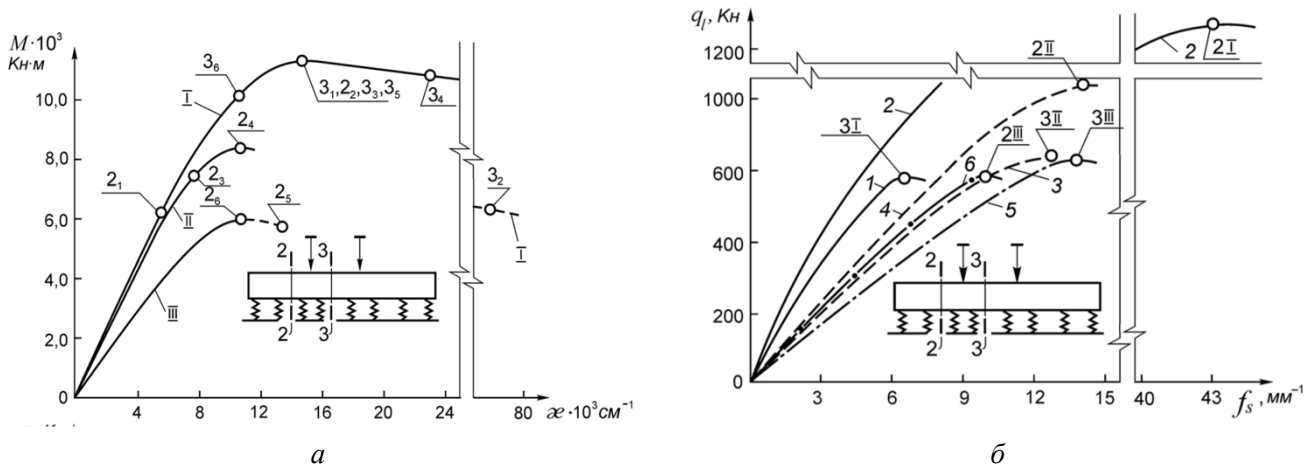


Рис. 7. Графики зависимостей $M-\chi$ (а) и q_I-f_s (б):

I, II, III – зависимости $M-\chi$ для зоны чистого и зоны поперечного изгиба при отсутствии наклонных трещин и зоны поперечного изгиба при наличии наклонных трещин соответственно; *1, 2, 3, 4, 5, 6* – зависимости q_I-f_s для $s=3$ и зависимости *I* в сечении 2, для $s=2$ и зависимости *I* в сечении 2, для $s=3$ и зависимости *II* в сечении 2, для $s=2$ и зависимости *II* в сечении 2, для $s=3$ и зависимости *III* в сечении 2, при $s=2$ и зависимости *III* в сечении 2 для $s=3$ соответственно

Figure 7. Graphs of dependences $M-\chi$ (a) and q_I-f_s (b):

I, II, III – dependences $M-\chi$ for the zone of pure and transverse bending in the absence of oblique cracks and the zone of transverse bending in the presence of oblique cracks respectively; *1, 2, 3, 4, 5, 6* – dependencies q_I-f_s for $s=3$ and dependency *I* in section 2, for $s=2$ and dependency *I* in section 2, for $s=3$ and dependency *II* in section 2, for $s=2$ and dependency *II* in section 2, for $s=3$ and dependency *III* in section 2, at $s=2$ and dependency *III* in section 2 for $s=3$ respectively

Числовые значения характерных точек графиков зависимостей $M-\chi$ и q_I-f_s
 для зоны чистого и поперечного изгиба /
 Numerical values of characteristic points of $M-\chi$ and q_I-f_s curves
 for pure and transverse bending zones

$M-\chi$	$\gamma_{br} \cdot 10^5$, cm^{-1} cm^{-1}	M_{br} , $\text{kH}\cdot\text{m}$ $\text{kN}\cdot\text{m}$	$\gamma_{bu} \cdot 10^5$, cm^{-1} cm^{-1}	M_{bu} , $\text{kH}\cdot\text{m}$ $\text{kN}\cdot\text{m}$	Самое невыгодное сечение S / The most disadvantageous cross-section S	$\gamma_{s,qI\max} \cdot 10^5$, cm^{-1} cm^{-1}	$M_{s,qI\max}$, $\text{kH}\cdot\text{m}$ $\text{kN}\cdot\text{m}$	$\chi_{i,qI\max} \cdot 10^5$, cm^{-1} cm^{-1}	$M_{i,qI\max}$, $\text{kH}\cdot\text{m}$ $\text{kN}\cdot\text{m}$	q_I-f_s	$q_{I\max}$, kH kN	$f_{s,qI\max}$, mm mm
I	14,85	11 400	20,30	11 010	3	14,85	11 400	5,62	6100	1	585	7,4
					2	14,85	11 400	78,00	6150	2	1270	43,2
II	10,83	8450	11,75	8360	3	20,30	11 010	7,80	7500	3	645	12,7
					2	10,83	8450	23,03	10 800	4	835	13,3
III	10,83	5910	11,75	5850	3	14,85	11 400	13,58	5700	5	635	13,8
					2	10,83	5910	10,75	10 200	6	588	10,1

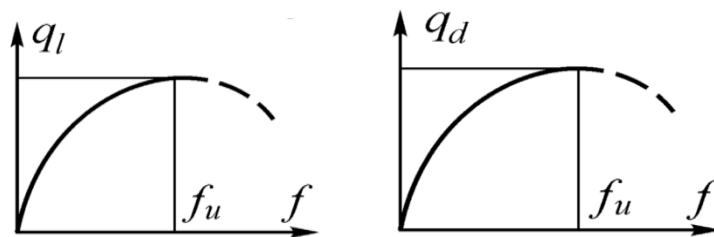


Рис. 8. Общий вид зависимости модуля силового (деформационного) воздействия от прогиба
 Figure 8. General form of dependence of the modulus of force (deformation) effect on deflection

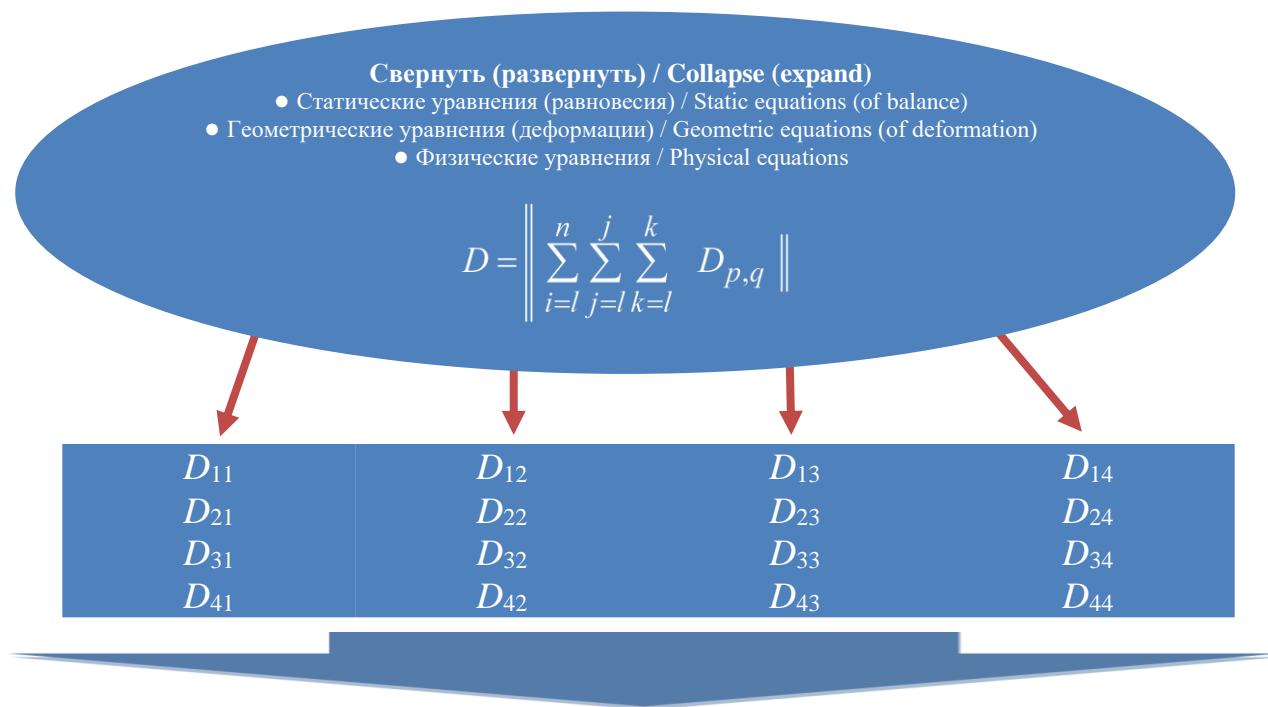


Рис. 9. Общая схема расчетной модели сопротивления стены здания
Figure 9. General scheme of the computational model of the resistance of the building wall

4. Заключение

1. Опираясь на многолетние экспериментальные исследования железобетонных конструкций с магистральными нормальными, наклонными, пересекающимися и пространственными трещинами, получены аналитические решения для ширины раскрытия трещин, параметров жесткости, прочности и опорной устойчивости на принципах теории пластичности бетона и железобетона, в том числе зависимости механики разрушения. Сближение физических явлений и действительных процессов деформирования железобетона достигнуто посредством моделей сопротивления железобетона: РМС1 – для нормальных трещин, РМС2 – для наклонных трещин, РМС3 – для диагональных трещин, РМС4 – для плосконапряженных элементов, РМС4* – для изгибаемых плит и РМС5 – для пространственных трещин при кручении с изгибом, РМС5* – для пространственных трещин при изгибе с поперечной силой.

2. Предложена классификация трещин железобетонных конструкций, которая включает базовые, межевые и уровневые трещины и истоки их концентрации. В теории сопротивления железобетона построена уровневая иерархия расчетных моделей второго и третьего уровней. При этом вторая модель для наклонных трещин получена с использованием функции Лагранжа нескольких переменных из условия равенства нулю ее частных производных. Физический смысл уравнения этой модели заключается в определении опасной пространственной трещины из веера нескольких наклонных трещин.

3. В моделях сопротивления железобетона учитывается деформационный эффект в момент образования трещины в виде дополнительного деформационного воздействия реакции «бетон – арматура», моделируемого двухконсольным элементом. Универсальный двухконсольный железобетонный элемент получен для поверхности пространственных трещин в железобетоне при критерии удельной длины трещины. Построены модели деформирования поперечных сечений для различных моделей сопротивления (РМС1–5). При этом для моделей РМС5 и РМС5* приняты новые гипотезы для линейных и угловых деформаций, учитывающие депланацию сечений, а также градиенты деформаций в трещинах.

Список литературы / References

1. Travush V.I., Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Kaprielov S.S., Demyanov A.I., Konorev A.V. The results of experimental studies of structures square and box sections in torsion with bending. *Building and Reconstruction*. 2018;(6):32–43. (In Russ.)

Травуш В.И., Карпенко Н.И., Колчунов В.И., Каприелов С.С., Демьянов А.И., Конорев А.В. Результаты экспериментальных исследований конструкций квадратного и коробчатого сечений из высокопрочного бетона при кручении с изгибом // Строительство и реконструкция. 2018. № 6 (80). С. 32–43.

2. Khaldoun R. Combined torsion and bending in reinforced and prestressed concrete beams using simplified method for combined stress-resultants. *ACI Structural Journal*. 2007;104(4):402–411.
3. Demyanov A.I., Salnikov A.S., Kolchunov V.I. Experimental studies of reinforced concrete structures during torsion with bending and analysis of their results. *Building and Reconstruction*. 2017;(4):17–26. (In Russ.) Available from: <https://construction.elpub.ru/jour/article/view/46/46> (accessed: 25.02.2023).
Демьянов А.И., Сальников А.С., Колчунов В.И. Экспериментальные исследования железобетонных конструкций при кручении с изгибом и анализ их результатов // *Строительство и реконструкция*. 2017. № 4 (72). С. 17–26. URL: <https://construction.elpub.ru/jour/article/view/46/46> (дата обращения: 25.02.2023).
4. Thomas A., Hameed A.S. An experimental study on combined flexural and torsional behaviour of RC beams. *International Research Journal of Engineering and Technology*. 2017;4(5):1367–1370.
5. Kim C., Kim S., Kim K.-H., Shin D., Haroon M., Lee J.-Y. Torsional behavior of reinforced concrete beams with high-strength steel bars. *Structural Journal*. 2019;116:251–233.
6. Kandekar S.B., Talikoti R.S. Study of torsional behavior of reinforced concrete beams strengthened with aramid fiber strips. *International Journal of Advanced Structural Engineering*. 2018;10:465–474. <http://doi.org/10.1007/s40091-018-0208-y>
7. Křístek V., Průša J., Vitek J.L. Torsion of reinforced concrete structural members. *Solid State Phenomena*. 2018;272:178–184. <http://doi.org/10.4028/www.scientific.net/SSP.272.178>
8. Santhakumar R., Dhanaraj R., Chandrasekaran E. Behaviour of retrofitted reinforced concrete beams under combined bending and torsion: a numerical study. *Electronic Journal of Structural Engineering*. 2007;7:1–7. <https://doi.org/10.56748/ejse.769>
9. Kalkan I., Kartal S. Torsional rigidities of reinforced concrete beams subjected to elastic lateral torsional buckling. *International Journal of Civil and Environmental Engineering*. 2017;11(7):969–972. Available from: <https://core.ac.uk/download/pdf/144729796.pdf> (accessed: 12.02.2023).
10. Kolchunov V.I., Demyanov A., Protchenko M. The new hypothesis angular deformation and filling of diagrams in bending with torsion in reinforced concrete structures. *Journal of Applied Engineering Science*. 2021;19(4):972–979. <http://doi.org/10.5937/jaes0-32660>
11. Iakovenko I., Kolchunov V.I. The development of fracture mechanics hypotheses applicable to the calculation of reinforced concrete structures for the second group of limit states. *Journal of Applied Engineering Science*. 2017;15(455):366–375. <http://doi.org/10.5937/jaes15-14662>
12. Demyanov A., Kolchunov V.I. The dynamic loading in longitudinal and transverse reinforcement at instant emergence of the spatial crack in reinforced concrete element under the action of a torsion with bending. *Journal of Applied Engineering Science*. 2017;15(3):377–382. <http://doi.org/10.5937/jaes15-14663>
13. Bernardo L. Modeling the full behavior of reinforced concrete flanged beams under torsion. *Applied Sciences*. 2019;9(13):2750. <http://doi.org/10.3390/app9132730>
14. Nahvi H., Jabbari M. Crack detection in beams using experimental modal data and finite element model. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2005;47:1477–1497. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2005.06.008>
15. Jariwalaa V.H., Patel P.V., Purohit S.P. Strengthening of RC beams subjected to combined torsion and bending with GFRP composites. *Procedia Engineering*. 2013;51:282–289. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2013.01.038>
16. Tsai H.-C., Liao M.-C. Modeling Torsional strength of reinforced concrete beams using genetic programming polynomials with building codes. *KSCE Journal of Civil Engineering*. 2019;23:3464–3475. <http://doi.org/10.1007/s12205-019-1292-7>
17. Karpyuk V.M., Kostyuk A.I., Semina Y.A. General case of nonlinear deformation-strength model of reinforced concrete structures. *Strength of Materials*. 2018;50:453–454. <http://doi.org/10.1007/s11223-018-9990-9>
18. Vitek J.L., Boháček L., Průša J., Křístek V. Torsion of rectangular concrete sections. *ACI Symposium Publication*. 2020;344:111–130.
19. Lin W. Experimental investigation on composite beams under combined negative bending and torsional moments. *Advances in Structural Engineering*. 2020;24:1456–1465. <http://doi.org/10.1177/1369433220981660>
20. Veryuzhsky Yu.V., Golyshev A.B., Kolchunov V.I., Klyueva N.V., Lisitsin B.M., Mashkov I.L., Yakovenko I.A. *Reference manual on structural mechanics* (vol. II). Moscow: ASV Publishing House; 2014. (In Russ.)
Верюжский Ю.В., Гольшев А.Б., Колчунов В.И., Ключева Н.В., Лисицин Б.М., Машиков И.Л., Яковенко И.А. Справочное пособие по строительной механике: в 2 томах. М.: Изд-во АСВ, 2014. Т. 2. 432 с.

21. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. *Computational models of the strength resistance of reinforced concrete*. Moscow: ASV Publishing House; 2004. (In Russ.)

Бондаренко В.М., Колчунов Вл.И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. М.: Изд-во АСВ, 2004. 472 с.

22. Golyshev A. B., Kolchunov V.I. *Resistance of reinforced concrete*. Kyiv: Osnova Publ.; 2009. (In Russ.)

Гольшев А.Б., Колчунов Вл.И. Сопротивление железобетона. Киев: Основа, 2009. 432 с.

23. Golyshev A.B., Kolchunov V.I., Yakovenko I.A. *Resistance of reinforced concrete structures, buildings and structures erected in difficult engineering and geological conditions*. Kyiv: Talkom Publ.; 2015. (In Russ.)

Гольшев А.Б., Колчунов Вл.И., Яковенко И.А. Сопротивление железобетонных конструкций, зданий и сооружений, возводимых в сложных инженерно-геологических условиях. Киев: Талком, 2015. 371 с.

24. Kolchunov V.I., Demyanov A.I., Protchenko M.V. Moments in reinforced concrete structures under bending with torsion. *Building and Reconstruction*. 2021;(3):27–46. (In Russ.) <http://doi.org/10.33979/2073-7416-2021-95-3-27-46>

Колчунов Вл.И., Демьянов А.И., Протченко М.В. Моменты в железобетонных конструкциях при изгибе с кручением // Строительство и реконструкция. 2021. № 3 (95). С. 27–46. <http://doi.org/10.33979/2073-7416-2021-95-3-27-46>.

25. Kornouhov N.V. *Selected works on structural mechanics*. Kyiv: Academy of Sciences of the Ukrainian SSR; 1963. (In Russ.)

Корноухов Н.В. Избранные труды по строительной механике. Киев: Изд-во Академии наук УССР, 1963. 324 с.