2023. 19(1). 46–55

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА ИНЖЕНЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ

STRUCTURAL MECHANICS OF ENGINEERING CONSTRUCTIONS AND BUILDINGS

ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online)

HTTP://JOURNALS.RUDN.RU/STRUCTURAL-MECHANICS

DOI 10.22363/1815-5235-2023-19-1-46-55
EDN: DURVQB
УДК 624.046.5

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Оценка индекса надежности стальных ферм по критерию жесткости при интервальной неопределенности данных

С.А. Соловьев, А.Э. Иньков, А.А. Соловьева

Вологодский государственный университет, Вологда, Российская Федерация
inkovaie@vogu35.ru

История статьи
Поступила в редакцию: 27 декабря 2022 г.
Доработана: 18 февраля 2023 г.
Принята к публикации: 22 февраля 2023 г.

Для цитирования
Соловьев С.А., Иньков А.Э., Соловьева А.А. Оценка индекса надежности стальных ферм по критерию жесткости при интервальной неопределенности данных // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2023. Т. 19. № 1. С. 46–55. http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-1-46-55

Аннотация. Представлен новый подход к оценке индекса надежности стальных ферм по критерию жесткости с учетом неопределенности случайных величин, выраженной в интервальной форме. Классические вероятностно-статистические методы анализа надежности требуют выбора и обоснования законов распределения случайных величин и их параметров. Субъективное принятие статистических гипотез может привести к большим ошибкам в анализе надежности строительных конструкций. В исследовании представляются случайные величины в виде интервалов, которые характеризуют границы их изменчивости. Такие интервалы могут быть получены как допуски в рамках технической документации, по опыту строительных работ или путем анализа данных. Показана возможность использования неравенства Высочанского – Петунина для получения границ изменчивости случайной величины без гипотезы о конкретном распределении вероятностей. Анализ надежности стержневых систем усложняется за счет неопределенности данных в каждом элементе системы. Для инженерного решения этой проблемы представлен аналитический подход к задаче оптимизации, на основе которой вычисляется индекс надежности. Получение индекса надежности фермы позволяет в количественной форме сравнить несколько проектных решений ферм по критерию безопасности эксплуатации.

Ключевые слова: расчет надежности, стальные конструкции, неравенство Высочанского – Петунина, вероятностное проектирование, модель предельного состояния, вероятность безотказной работы

Соловьев Сергей Александрович, кандидат технических наук, доцент кафедры промышленного и гражданского строительства, Вологодский государственный университет, Российская Федерация, 160000, Вологда, ул. Ленина, д. 15; ORCID: 0000-0001-7083-7963, Scopus Author ID: 57215081781, eLIBRARY SPIN-код: 4738-8927; solovevsa@vogu35.ru

Иньков Александр Эдуардович, аспирант, ассистент кафедры промышленного и гражданского строительства, Вологодский государственный университет, Российская Федерация, 160000, Вологда, ул. Ленина, д. 15; ORCID: 0000-0002-7034-8606, eLIBRARY SPIN-код: 7977-7778; inkovaie@vogu35.ru

Соловьева Анастасия Андреевна, аспирант, преподаватель кафедры промышленного и гражданского строительства, Вологодский государственный университет, Российская Федерация, 160000, Вологда, ул. Ленина, д. 15; ORCID: 0000-0002-5285-5882, Scopus Author ID: 57223210877, eLIBRARY SPIN-код: 5162-9279; solovevaaa@vogu35.ru

Evaluation of a reliability index for steel trusses to the deflection criterion with interval uncertainty of data

Sergey A. Solovev, Alexander E. Inkov, Anastasia A. Soloveva

Vologda State University, Vologda, Russia
inkovaie@vogu35.ru

Article history
Received: December 27, 2022
Revised: February 18, 2023
Accepted: February 21, 2023

For citation
Solovev S.A., Inkov A.E., Soloveva A.A. Evaluation of a reliability index for steel trusses to the deflection criterion with interval uncertainty of data. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023;19(1):46–55. (In Russ.) http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-1-46-55

Abstract. The authors describe a new approach to evaluation the reliability index of steel trusses by the criterion of deflection considering the uncertainty of random variables expressed in the interval form. Classical probabilistic-statistical methods of structural reliability analysis require the choice and justification of the cumulative distribution functions for random variables and its parameters. Subjective acceptance of statistical hypotheses can lead to large errors in the structural reliability analysis. In this study, it is proposed to represent random variables in the interval form that characterize the boundaries of their variability. Such intervals can be obtained as tolerances by the technical documentation, can be based on the construction experience or can be got by data analyzing. The Vysochansky – Petunin inequality is used to obtain the limits of variability of a random variable without a hypothesis about a specific probability distribution function. The reliability analysis of bar-systems is complicated due to the uncertainty of the data in each element of the system. For the engineering solution of this problem, an analytical approach to the optimization problem is offered. The truss reliability index can be used to compare several design solutions in a quantitative form according to the criterion of operational safety.

Keywords: calculation of the reliability, steel structures, Vysochansky – Petunin inequality, probabilistic design, limit state model, failure probability

Введение

Ключевым при проектировании, строительстве, эксплуатации и сносе строительных конструкций является требование обеспечения надежности. В соответствии с ГОСТ 27751–2014 «Надежность строительных конструкций и оснований», надежность – способность строительного объекта осуществлять требуемые функции в течение расчетного срока эксплуатации. Основным условием надежности строительных объектов является выполнение требований (критериев) для всех учитываемых предельных состояний при действии наиболее неблагоприятных сочетаний расчетных нагрузок в течение расчетного срока службы. Текущий подход к расчету строительных конструкций позволяет дать оценку надежности элемента здания или сооружения в формате «надежность обеспечена/надежность не обеспечена». Отсутствие выражения уровня надежности в количественной форме множество исследователей считают недостатком текущей концепции проектирования строительных конструкций. Так профессора О.В. Мкртычев и В.Д. Райзер в фундаментальной монографии по теории надежности строительных конструкций [1] отмечают, что «существующие методы проектирования не позволяют оценивать надежность конструкций и тем более проектировать их с заданным уровнем надежности… Сложившуюся ситуацию в нормировании правил расчета строительных конструкций можно охарактеризовать так: у проектировщика практически отсутствует информация, насколько успешно им решена задача нормального функционирования здания». Аналогичное мнение выражают профессор В.А. Клевцов и кандидат технических наук Д.В. Кузеванов [2]:

Sergey A. Solovyov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Industrial and Civil Engineering Department, Vologda State University, 15 Lenina St, Vologda, 160000, Russian Federation; ORCID: 0000-0001-7083-7963, Scopus Author ID: 57215081781, eLIBRARY SPIN-code: 4738-8927; solovevsa@vogu35.ru

Alexander E. Inkov, postgraduate student, Assistant of the Department of Industrial and Civil Engineering, Vologda State University, 15 Lenina St, Vologda, 160000, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-7034-8606, eLIBRARY SPIN-code: 7977-7778; inkovaie@vogu35.ru

Anastasia A. Solovieva, postgraduate student, lecturer of the Department of Industrial and Civil Engineering, Vologda State University, 15 Lenina St, Vologda, 160000, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-5285-5882, Scopus Author ID: 57223210877, ELIBRARY SPIN-code: 5162-9279; solovevaaa@vogu35.ru

«Существующие на сегодняшний момент нормы носят предписывающий характер и не содержат ни количественных показателей безопасности строительного объекта, ни методов ее оценки. Надежность лишь декларируется, но количественного выражения не обретает». Развитие теории надежности строительных конструкций и внедрение полных вероятностных расчетов в нормативную базу проектирования является актуальной научной задачей.

Актуальность вопроса подтверждается также исследованиями ведущих зарубежных школ анализа надежности строительных конструкций. В [3] отмечается, что развитие анализа напряженно-деформированного состояния строительных конструкций на базе конечноэлементных моделей делает возможным создание эффективной модели здания или сооружения, но не позволяет в полной мере получить согласие с «реальностью» вследствие эпистемологической и алеаторной неопределенностей случайных величин (нагрузок, прочностей, геометрии и т. д.).

Для вероятностного анализа надежности строительных конструкций используются различные модели случайных величин. Наиболее распространенно использование некоторой функции распределения вероятностей: такой подход дает точные результаты и под него разработан широкий инструментарий классической теории вероятностей и математической статистики. Как отмечено в [4], «трудно оценить точные значения параметров для точного определения распределения вероятностей из-за ограниченной информации. Как только статистическая гипотеза о распределении вероятностей не выполняется, анализ надежности становится недостоверным и бессмысленным». Для восполнения этого недостатка разработаны новые модели случайных величин – *p*-блоки [5], позволяющие использовать интервальные оценки параметров функций распределения, интервальные модели [6], которые представляют случайные величины в виде границ их изменчивости, и др.

Большой вклад в развитие интервальных моделей внесли Я. Бен-Хаим и И. Элишаков в фундаментальной монографии Convex Models of Uncertainty in Applied Mechanics [7], где приведен ряд задач анализа и проектирования в прикладной механике, основанных на использовании выпуклых множеств для моделирования неопределенных функций или геометрических несовершенств.

В данной работе исследуется подход к оценке надежности стальных плоских ферм при интервальной неопределенности случайных величин. В качестве критерия предельного состояния принят критерий жесткости (прогиба). Критерий жесткости, или прогиба, является одним из критериев предельных состояний, который оказывает влияние на принятое техническое проектное решение [8]. Также критерий жесткости необходим для полного вероятностного анализа зданий и сооружений и представления их в виде структурной системы.

Методы и материалы

Математическую модель предельного состояния для расчета надежности плоской шарнирно-стержневой системы по критерию жесткости (прогиба) можно записать в следующем виде:

$$\tilde{\Delta}\left(\tilde{P}\right) \le \Delta_{\text{пр}}, \tag{1}$$

где $\tilde{\Delta}\left(\tilde{P}\right)$ – максимальный прогиб от эксплуатационной узловой нагрузки (случайная величина); $\Delta_{\text{пр}}$ – предельный допустимый прогиб, установленный в соответствии с СП 20.13330.2016 «Нагрузки и воздействия» или исходя из технологических или иных требований.

Для расчета перемещений плоских стержневых систем используется известная формула Максвелла – Мора:

$$\Delta = \sum\int \frac{\overline{M}_1 M_F}{EJ}dx + \sum\int \frac{\overline{N}_1 N_F}{EA}dx + \sum\int \eta\frac{\overline{Q}_1 Q_F}{GA}dx, \tag{2}$$

где $\overline{M}_1 M_F$, $\overline{N}_1 N_F$, $\overline{Q}_1 Q_F$ – произведения «единичных» эпюр на эпюры от внешней нагрузки (для изгибающих моментов *M*, продольных *N* и поперечных сил *Q*); *E* – модуль упругости материала рассматриваемого участка; *J* – момент инерции стержня на рассматриваемом участке; *A* – площадь поперечного сечения стержня на рассматриваемом участке; *G* – модуль сдвига материала стержня на рассматриваемом участке; η – коэффициент неравномерности распределения касательных напряжений.

Поскольку в статически определимой ферме при приложении узловой нагрузки возникают только продольные усилия в стержнях, формулу Максвелла – Мора для расчета прогиба таких ферм [9] можно записать в виде

$$\Delta = \frac{1}{E}\sum_{i=1}^{n}\frac{\overline{N}_{1,i}N_{F,i}l_i}{A_i}, \tag{3}$$

где $\overline{N}_{1,i}$ – усилие в i-м стержне фермы от единичной нагрузки, приложенной в узле, перемещение которого анализируется; $N_{F,i}$ – усилие в i-м стержне фермы от внешней нагрузки; l_i – длина i-го стержня фермы; n – общее число стержней фермы.

Для более точного подхода к анализу надежности можно учитывать дополнительный прогиб, возникающий вследствие влияния изгибающих моментов и поперечных сил в стержнях от нагрузки в виде собственного веса. Данную характеристику Δ_{sw} можно принять малоизменчивой и вычислить в различных программно-вычислительных комплексах.

Тогда математическую модель предельного состояния для анализа надежности фермы по критерию прогиба можно записать в виде

$$\frac{1}{E}\sum_{i=1}^{n}\frac{\overline{N}_{1,i}N_{F,i}\left(\psi_i\tilde{P}\right)l_i}{A_i} \le \Delta_{\text{пр}} - \Delta_{sw}. \tag{4}$$

Усилие в i-м стержне фермы от внешней нагрузки $N_{F,i}\left(\tilde{P}\right)$ во многих задачах может быть записано для каждого стержня в виде $\psi_i\tilde{P}$, где ψ_i – коэффициент, зависящий от геометрических параметров (размеров) фермы [10].

При проектировании следует учитывать изменчивость характеристик поперечного сечения стержней вследствие допусков на их изготовление. Например, по ГОСТ 30245–2015 «Профили стальные гнутые замкнутые сварные квадратные и прямоугольные для строительных конструкций», высота (ширина) профиля 100×100×5 может изменяться в пределах [99; 101] мм. В соответствии с ГОСТ 19903–2015 «Прокат листовой горячекатаный. Сортамент» для профиля размером 100×100×5 толщина стенки может иметь погрешность ±0,40 мм. При допустимых отклонениях можно получить интервал возможных значений момента сопротивления сечения W = [52,24; 62,48] см^3 при среднем значении W = 57,32 см^3. Если принять нормальное распределение вероятностей для момента сопротивления сечения, а границы допустимого интервала считать установленными по правилу трех сигм, то максимальное среднеквадратическое отклонение для данного профиля составит S_W = 1,71 см^3. Коэффициент вариации момента сопротивления сечения – 3 %. Для профиля 50×5 интервал значений составит [11,33; 13,26] см^3. Предельный коэффициент вариации – 2,6 %. Аналогично для площадей поперечных сечений: для сечения 50×5 интервал возможных площадей [8,26; 9,74] см^2, предельный коэффициент вариации – 2,78 %. Тем не менее предположение о коэффициенте вариации является лишь статистической гипотезой. В данном исследовании предлагается анализировать надежность фермы только на основании данных о границах изменчивости случайной величины, что является техническими допусками для размеров поперечного сечения стержней.

Модуль упругости стали на первой стадии анализа надежности примем детерминированной (постоянной) величиной. Согласно Г. Шпете [11], коэффициент вариации модуля упругости стали находится в пределах от 0,02 до 0,06. По данным экспериментальных исследований [12], коэффициент вариации модуля упругости стали зависит в том числе от метода его измерения: при измерении деформаций экстензометром получен коэффициент вариации 2,4 %, при измерении деформаций тензорезистором – 4,7 %. На основе рассмотренного алгоритма будет несложно построить алгоритм анализа надежности и с учетом его изменчивости.

Правило трех сигм применимо при нормальном законе распределения случайной величины. При неполной статистической информации, что нередко встречается в практических задачах анализа надежности, трудно установить очевидную принадлежность генеральной совокупности данных к тому или иному виду распределения вероятностей. Например, как отмечает профессор В.А. Адищев в [13]: «В настоящее время во многих работах публикуются экспериментальные данные, свидетельствующие о том, что распределения реально наблюдаемых случайных величин в подавляющем большинстве случаев отличны от нормального распределения. Да и в целом, по мнению многих исследователей, применение методов математической статистики некорректно, так как невозможно на практике с помощью реальных экспериментальных установок проверить достоверность полученных с их помощью результатов». В связи с этим для определения границ изменчивости случайной величины можно использовать неравенство Высочанского – Петунина, которое можно записать в следующем виде:

$$\Pr\left(\left|X-m_x\right|\ge\lambda S_x\right)=\frac{4}{9\lambda^2},$$

где λ – любое положительное число с условием $\lambda>\sqrt{\frac{8}{3}}$.

Преимуществом такого подхода является то, что данное неравенство справедливо в том числе и для резко асимметричных распределений, тем самым устанавливая границы для множества значений случайной величины, попадающих в определенный интервал.

Классическое неравенство П.Л. Чебышёва имеет вид

$$\Pr\left(\left|X-m_x\right|\ge\lambda S_x\right)=\frac{1}{\lambda^2},$$

где λ – любое положительное число.

Из рис. 1 видно, что неравенство Высочанского – Петунина усиливает известное неравенство П.Л. Чебышёва. Доверительные границы интервала $\left[m_x-\lambda S_x;\ m_x+\lambda S\right]$ будут информативнее по неравенству Высочанского – Петунина, что достигается введением ограничения на функцию плотности распределения вероятности, которая должна быть одномодальной и иметь конечную дисперсию. Абсолютное большинство случайных величин в строительной практике можно считать подходящими под данное условие.

Границы изменчивости случайной величины можно получить следующим образом: аналитически (3) или графически (рис. 1) устанавливается значение параметра λ для принятой доверительной вероятности; границы случайной величины вычисляются по формуле $\left[\underline{x};\ \overline{x}\right]=\left[m_x-\lambda S_x;\ m_x+\lambda S\right]$.

Параметр λ для границ изменчивости устанавливается исходя из требуемой обеспеченности. Так для обеспеченности 0,95 параметр по неравенству Высочанского – Петунина составит $\lambda = 3$, а по неравенству Чебышёва $\lambda = 4{,}5$. Определить параметр λ, исходя из обеспеченности, можно по рис. 1.

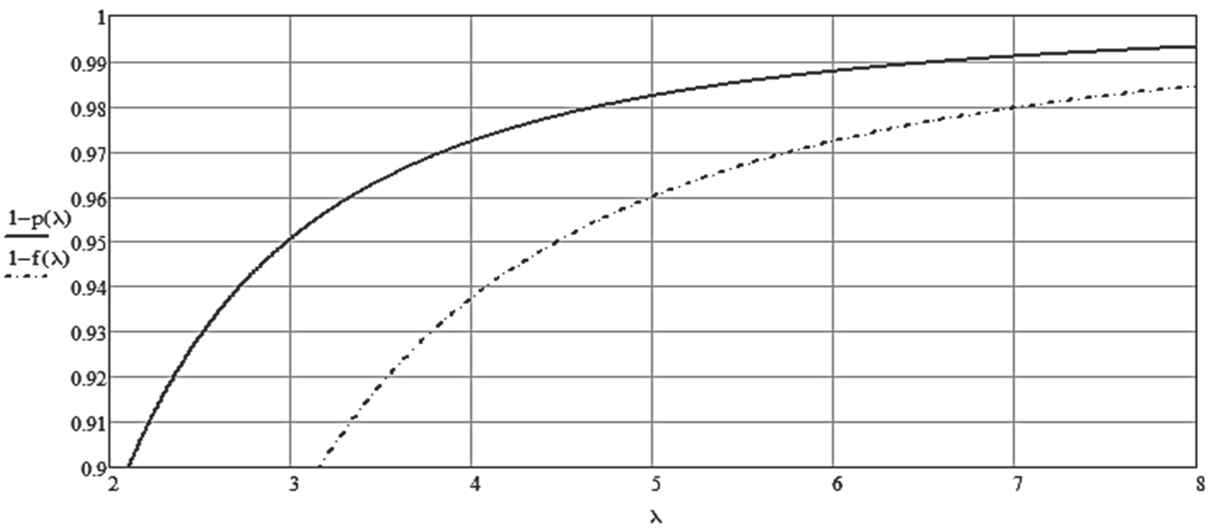

Рис. 1. Зависимость *p*–λ для неравенства Высочанского – Петунина и *f*–λ для неравенства Чебышёва
Figure 1. The dependence *p*–λ for Vysochansky – Petunin inequality and *f*–λ for Chebyshev's inequality

Математическую модель предельного состояния для анализа надежности фермы по критерию прогиба можно записать в виде

$$\frac{1}{E}\sum_{i=1}^{n}\frac{\overline{N}_{1,i}N_{F,i}\left(\psi_i\tilde{P}\right)l_i}{\tilde{A}_i}\le\Delta_{\text{пр}}-\Delta_{sw}. \tag{5}$$

Функцию предельного состояния g на основе уравнения (5) можно записать в виде

$$g\left(x_i,x_{i+1},...,x_n,x_{n+1}\right)=\Delta_{\text{пр}}-\Delta_{sw}-\frac{1}{E}\sum_{i=1}^{n}\frac{\overline{N}_{1,i}N_{F,i}\left(\psi_i\tilde{x}_{n+1}\right)l_i}{\tilde{x}_i}\le 0, \tag{6}$$

где i = 1, 2, … n – число стержней фермы; $\tilde{x}_i$ – площадь поперечного сечения i-го стержня фермы (случайная величина); $\tilde{x}_{n+1}=\tilde{P}$ – узловая нагрузка (случайная величина);

Каждая случайная величина в интервальной форме может быть представлена в виде

$$\tilde{x}_i\in\left[x_i^l;\;x_i^u\right], \tag{7}$$

где x_i^l – нижнее (l = lower) граничное значение случайной величины; x_i^u – верхнее (u = upper) граничное значение случайной величины.

Случайная величина $\tilde{x}_i$ может быть нормализована [14] и представлена в виде

$$\tilde{x}_i=x_i^c+x_i^r\delta_i, \tag{8}$$

где $x_i^c=\dfrac{x_i^u+x_i^l}{2}$ – центр интервала, характеризующего случайную величину $\tilde{x}_i$; $x_i^r=\dfrac{x_i^u-x_i^l}{2}$ – радиус интервала, характеризующего случайную величину $\tilde{x}_i$.

Тогда для функции предельного состояния g можно получить нормализованный вектор в виде $\delta=\left(\delta_1,\delta_2,...\delta_i\right)$. Исходя из этого, можно получить нормализованную поверхность предельного состояния вида $g(\delta)=g\left(\delta_1,\delta_2,...\delta_n\right)$. Индекс надежности η может быть определен как минимальное расстояние от нормализованной поверхности разрушения $g(\delta)$ до начала координат C. Аналитически определение индекса надежности η можно выразить как

$$\begin{cases}\eta=\min\left\{\|\delta\|_\infty\right\}\\ \text{s.t. }\; g(\delta)=0\end{cases}=\begin{cases}\text{minimize }\;\eta=\left\{\max\left\{|\delta_1|,|\delta_2|,...,|\delta_n|\right\}\right\};\\ \qquad\qquad \text{s.t. }\; g(\delta_1,\delta_2,...\delta_n)=0,\end{cases} \tag{9}$$

где $\delta_i\in\left(-\infty,+\infty\right)$, $i=1,2,...,n$, *s.t.* – subject to.

При двух случайных величинах можно получить графическую интерпретацию индекса надежности η. Если функция предельного состояния $g(\delta)=g\left(\delta_1,\delta_2,...\delta_n\right)$ не пересекает площадь квадрата, образованного единичными координатами (рис. 2, *а*), то индекс надежности η > 1. Если функция пересекает площадь квадрата, образованного единичными координатами (рис. 2, *в*), то индекс надежности η < 1.

Поверхность отказа в случае анализа надежности фермы по критерию жесткости можно представить в виде

$$g=\Delta_{\text{пр}}-\Delta_{sw}-\frac{1}{E}\left[\frac{\overline{N}_{1,1}\psi_1\left(P^c+P^r\delta_P\right)l_1}{A_1^c-A_1^r\delta_1}+\frac{\overline{N}_{1,2}\psi_2\left(P^c+P^r\delta_P\right)l_2}{A_2^c-A_2^r\delta_2}+....+\frac{\overline{N}_{1,n}\psi_n\left(P^c+P^r\delta_P\right)l_n}{A_n^c-A_n^r\delta_n}\right]=0. \tag{10}$$

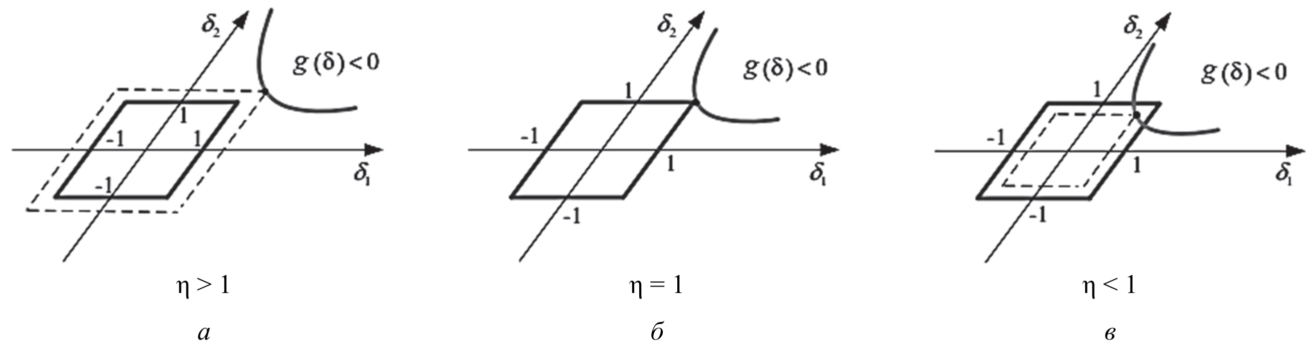

Рис. 2. Графическая интерпретация индекса надежности η [15]
Figure 2. Graphical interpretation of the reliability index η [15]

Если предполагаются элементы фермы из одного профиля, то слагаемые в (10) рационально объединить для снижения размерности задачи. Например, задача расчета надежности фермы, состоящей из четырех различных профилей ($\tilde{A}_1$, $\tilde{A}_2$, $\tilde{A}_3$, $\tilde{A}_4$) и со случайной узловой нагрузкой $\tilde{P}$, требует решения шестнадцати уравнений типа (10) с различными коэффициентами δ, которые могут быть сведены в таблицу (табл. 1).

Таблица 1 / Table 1

Коэффициенты δ для формирования уравнений в (10)
Coefficients δ for making equations by (10)

$\delta_P = \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4$	$-\delta_P = \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4$	$\delta_P = -\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4$	$-\delta_P = -\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4$
$\delta_P = \delta_1 = \delta_2 = -\delta_3 = \delta_4$	$-\delta_P = \delta_1 = -\delta_2 = \delta_3 = \delta_4$	$\delta_P = -\delta_1 = -\delta_2 = \delta_3 = \delta_4$	$-\delta_P = -\delta_1 = -\delta_2 = \delta_3 = \delta_4$
$\delta_P = \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = -\delta_4$	$-\delta_P = \delta_1 = \delta_2 = -\delta_3 = \delta_4$	$\delta_P = -\delta_1 = \delta_2 = -\delta_3 = \delta_4$	$-\delta_P = -\delta_1 = \delta_2 = -\delta_3 = \delta_4$
$\delta_P = \delta_1 = -\delta_2 = -\delta_3 = \delta_4$	$-\delta_P = \delta_1 = -\delta_2 - = \delta_3 = \delta_4$	$\delta_P = -\delta_1 = -\delta_2 = -\delta_3 = \delta_4$	$-\delta_P = -\delta_1 = -\delta_2 = -\delta_3 = \delta_4$

Минимальный корень из всех возможных решений уравнения (10), по данным табл. 1, будет являться индексом надежности фермы η.

В качестве современных моделей области изменчивости случайных величин используются также эллипсоидные модели [16; 17] и модели многогранников [18; 19].

Результаты и обсуждение

Рассмотрим анализ надежности стальной фермы с расчетной схемой по рис. 3.

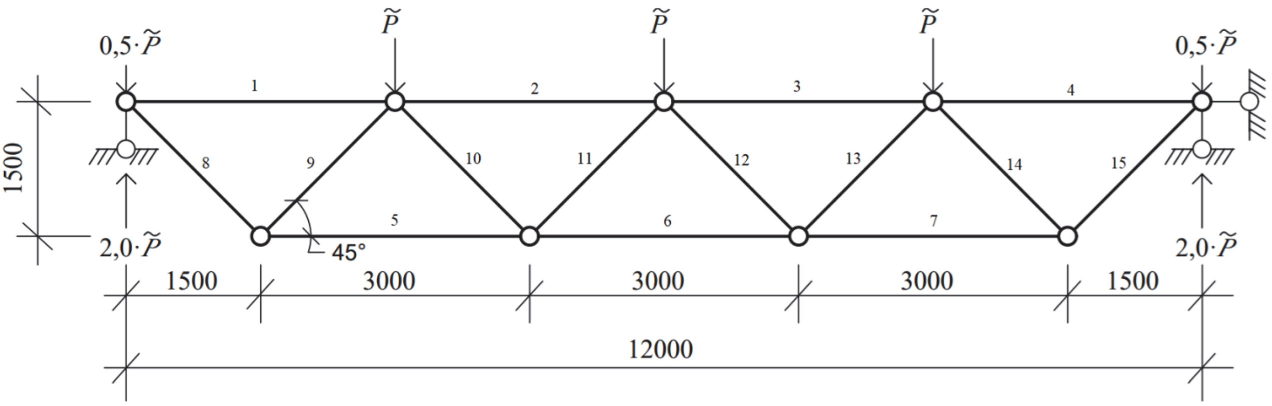

Рис. 3. Расчетная схема фермы со случайной нагрузкой
Figure 3. The truss design scheme with load as a random variable

Расчетные параметры фермы приведены в табл. 2.

Таблица 2 / Table 2

Расчетные параметры фермы
Design parameters for the truss

№ стержня / Bar No.	$\overline{N}_{1,i}$	ψ_i	l_i, м/m	A_c, см²/cm²	A_r, см²/cm²
1, 4	–0,5	–1,5	3	10,21	0,368
2, 3	–1,5	–3,5	3	10,21	0,368
5, 7	1	3	3	6,95	0,229
6	1,5	4	3	6,95	0,229
8, 15	$1/\sqrt{2}$	$3/\sqrt{2}$	$3/\sqrt{2}$	5,34	0,166
9, 14	$-1/\sqrt{2}$	$-3/\sqrt{2}$	$3/\sqrt{2}$	5,34	0,166
10, 13	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	$3/\sqrt{2}$	3,74	0,112
11, 12	0	$-1/\sqrt{2}$	$3/\sqrt{2}$	3,74	0,112

Примечание: модуль упругости стали – $E = 2\cdot10^{11}$ Па; параметры нагрузки – $P_c = 50$ кН, $P_r = 25$ кН; параметры прогибов – $\Delta_{пр} = 1/250\cdot12$ м = 48 мм; $\Delta_{св} = 2$ мм.
Note: elastic modulus of steel – $E = 2\cdot10^{11}$ Pa; load parameters – $P_c = 50$ kN, $P_r = 25$ kN; deflection parameters – $\Delta_{ult} = 1/250\cdot12$ m = 48 mm; $\Delta_{sw} = 2$ mm.

Подстановкой в (10) коэффициентов из табл. 1 и расчетных параметров из табл. 2 были получены значения решения, приведенные в табл. 3.

Таблица 3 / Table 3

Решения уравнений в (10)
Solutions of equations by (10)

Min = 1,052	1,262	1,118	1,19
1,09	1,166	1,21	1,099
1,06	1,22	1,157	1,15
1,181	1,166	1,253	1,06

Индекс надежности данной фермы по критерию прогиба $\eta = 1{,}052$.

Следует отметить, что при анализе надежности интервальным подходом также может присутствовать проблема инвариантности математической модели предельного состояния [20].

Можно сократить расчеты, вычисляя 2–3, а не 2^{n-1} коэффициентов δ для решения задачи, применяя две модернизации алгоритма, использующие свойства монотонных функций, описанные в [21]. Для этого необходимо записать функцию предельного состояния в нормализованном виде, например в виде формулы (10). После этого необходимо найти $\lambda = \min(\delta_i)$. Чтобы сделать это быстро, нужно решить уравнение, обнулив все δ, кроме одного, для получения функции вида $A_i + x_i^c\delta_i = 0$. Данное действие направленно на определение монотонности функции. Далее для всех членов уравнения, для которых $\partial M / \partial x_i > 0$, принять $\delta_i = -\delta$ и для $\partial M / \partial x_i < 0$ принять $\delta_i = \delta$. Полученное уравнение решается стандартными способами. Количество корней будет равно максимальной степени коэффициентов δ в уравнении.

Для комплексного анализа надежности следует также выполнить оценку индекса надежности по другим критериям работоспособности (прочность и устойчивость элементов, несущая способность узлов по различным критериям). После того, как будут получены индексы надежности по всем критериям предельного состояния для фермы, можно будет оценить надежность фермы как механической системы [22; 23].

Вопрос нормирования индекса надежности в Российской Федерации остается открытым. Отдельные рекомендации по его нормированию с экономической точки зрения приведены в [24].

Заключение

Представление случайных величин в виде границ их изменчивости снижает количество статистических гипотез для моделирования случайных величин, что повышает достоверность результатов в случае ограниченной статистической информации.

Разработанный подход позволяет получить количественную оценку уровня безопасности эксплуатации фермы по критерию жесткости, на основе которого можно сравнить по критерию надежности несколько проектных решений.

Список литературы / References

1. Mkrtychev O.V., Rajzer V.D. *Reliability theory in structural design.* Moscow: ASV Publ.; 2016. (In Russ.)

Мкртычев О.В., Райзер В.Д. Теория надежности в проектировании строительных конструкций. М.: Изд-во АСВ, 2016. 908 с.

2. Klevtsov V.A., Kuzevanov D.V. Structural design issues using reliability theory. *Beton i Zhelezobeton* [*Concrete and Reinforced Concrete*]. 2009;(2):9–13. (In Russ.)

Клевцов В.А., Кузеванов Д.В. Вопросы проектирования конструкций с использованием теории надежности // Бетон и железобетон. 2009. № 2. С. 9–13.

3. Faes M.G., Daub M., Marelli S., Patelli E., Beer M. Engineering analysis with probability boxes: a review on computational methods. *Structural Safety*. 2021;93:102092. https://doi.org/0.1016/j.strusafe.2021.102092

4. Huang H.Z., Wang Z.L., Li Y.F., Huang B., Xiao N.C., He L.P. A nonprobabilistic set model of structural reliability based on satisfaction degree of interval. *Mechanika*. 2011;17(1):85–92. https://doi.org/10.5755/j01.mech.17.1.208

5. Solovev S.A., Soloveva A.A. A research into the development of models of random variables as part of the structural reliability analysis performed in the absence of some statistical information. *Vestnik MGSU (Monthly Journal on Construction and Architecture)*. 2021;16(5):587–607. (In Russ.) https://doi.org/10.22227/1997-0935.2021.5.587-607

Соловьева А.А., Соловьев С.А. Исследование развития моделей случайных величин в расчетах надежности строительных конструкций при неполной статистической информации // Вестник МГСУ. 2021. Т. 16. №. 5. С. 587–607. https://doi.org/10.22227/1997-0935.2021.5.587-607

6. Jiang C., Zheng J., Han X. Probability-interval hybrid uncertainty analysis for structures with both aleatory and epistemic uncertainties: a review. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2018;57(6):2485–2502. https://doi.org/10.1007/s00158-017-1864-4

7. Ben-Haim Y., Elishakoff I. *Convex models of uncertainty in applied.* Amsterdam: Elsevier; 1990.

8. Utkin V.S., Solovyov S.A. Calculation of the residual bearing capacity of reinforced concrete beams by the rigidity (deflection) criterion. *Magazine of Civil Engineering*. 2015;(4):45–53. (In Russ.) https://doi.org/10.5862/MCE.56.6

Уткин В.С., Соловьев С.А. Определение остаточной несущей способности железобетонных балок по критерию жесткости (прогиба) // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 4 (56). С. 45–53.

9. Kirsanov M.N. Analytical calculation of deflection of a planar truss with a triple lattice. *Magazine of Civil Engineering*. 2021;102(2):10211. https://doi.org/10.34910/MCE. 102.11

10. Soloveva A.A., Solovev S.A. Structural reliability analysis of steel truss elements on buckling using p-box approach. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions.* 2021;(1):45–53. (In Russ.) https://doi.org/10.22227/1997-0935.2021.2.153-167

Соловьева А.А., Соловьев С.А. Расчет надежности элементов стальных ферм по критерию устойчивости с использованием p-блоков // Строительная механика и расчет сооружений. 2021. № 1 (294). С. 45–53.

11. Shpete G. *Reliability of load-bearing structures*. Moscow: Stroyizdat Publ.; 1994. (In Russ.)

Шпете Г. Надежность несущих строительных конструкций / пер. с нем. О.О. Андреева. М.: Стройиздат, 1994. 288 с.

12. Motra H.B., Hildebrand J., Dimmig-Osburg A. Assessment of strain measurement techniques to characterise mechanical properties of structural steel. *Engineering Science and Technology, an International Journal*. 2014;17(4):260–269. https://doi.org/10.1016/j.jestch.2014.07.006

13. Adishchev V.V., Shmakov D.S. Method of constructing the membership function with “direct” processing of initial data. *Proceedings of the Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin)*. 2013;16(2):45–66. (In Russ.)

Адищев В.В., Шмаков Д.С. Метод построения функции принадлежности с «прямой» обработкой исходных данных // Труды Новосибирского государственного архитектурно-строительного университета (Сибстрин). 2013. Т. 16. № 2 (56). С. 45–66.

14. Xin T., Zhao J., Cui C., Duan Y. A non-probabilistic time-variant method for structural reliability analysis. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part O: Journal of Risk and Reliability*. 2020;234(5):664–675. https://doi.org/10.1177/1748006X2092819

15. Jiang C., Zhang Q.F., Han X., Qian Y.H. A non-probabilistic structural reliability analysis method based on a multidimensional parallelepiped convex model. *Acta Mechanica*. 2014;225(2):383–395. https://doi.org/10.1007/s00707-013-0975-2

16. Li K., Liu H. Structural reliability analysis by using non-probabilistic multi-cluster ellipsoidal model. *Entropy*. 2022;24(9):1209. https://doi.org/10.3390/e24091209

17. Hong L., Li H., Fu J., Li J., Peng K. Hybrid active learning method for non-probabilistic reliability analysis with multi-super-ellipsoidal model. *Reliability Engineering & System Safety*. 2022;222:108414. https://doi.org/10.1016/j.ress.2022.108414

18. Cao L., Liu J., Xie L., Jiang C., Bi R. Non-probabilistic polygonal convex set model for structural uncertainty quantification. *Applied Mathematical Modelling*. 2021;89:504–518. https://doi.org/10.1016/j.apm.2020.07.025

19. Wang L., Liu Y., Wang X., Qiu Z. Convexity-oriented reliability-based topology optimization (CRBTO) in the time domain using the equivalent static loads method. *Aerospace Science and Technology*. 2022;123:107490. https://doi.org/10.1016/j.ast.2022.107490

20. Qiao X., Song L., Liu P., Fang X. Invariance problem in structural non-probabilistic reliability index. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2021;35(11):4953–4961. https://doi.org/10.1007/s12206-021-1014-1

21. Chen X., Tang C.Y., Tsui C.P., Fan J. Modified scheme based on semi-analytic approach for computing non-probabilistic reliability index. *Acta Mechanica Solida Sinica*. 2010;23(2):115–123. https://doi.org/10.1016/S0894-9166(10)60013-4

22. Liu H., Xiao N.C. An efficient method for calculating system non-probabilistic reliability index. *Eksploatacja i Niezawodność*. 2021;23(3):498–504. https://doi.org/10.17531/ein.2021.3.10

23. Guo S.X., Lu Z.Z. A non-probabilistic robust reliability method for analysis and design optimization of structures with uncertain-but-bounded parameters. *Applied Mathematical Modelling*. 2015;39(7):1985–2002. https://doi.org/10.1016/j.apm.2014.10.026

24. Tang Z.C., Xia Y., Xue Q., Liu J. A non-probabilistic solution for uncertainty and sensitivity analysis on techno-economic assessments of biodiesel production with interval uncertainties. *Energies.* 2018;11(3):588. https://doi.org/10.3390/en11030588