

DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-6-552-563
УДК 624.01

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE


Численный расчет изгибаемых железобетонных элементов прямоугольного сечения в программной среде Abaqus

В.И. Римшин^{1,2}  , П.А. Амелин³ 

¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация

²Научно-исследовательский институт строительной физики Российской академии архитектуры и строительных наук, Москва, Российская Федерация

³Белгородский государственный технологический университет имени В.Г. Шухова, Белгород, Российская Федерация

 v.rimshin@niisf.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 17 сентября 2022 г.

Доработана: 22 ноября 2022 г.

Принята к публикации: 24 ноября 2022 г.

Аннотация. Расчет строительных конструкций в значительной степени стал выполняться с использованием автоматизированных программных комплексов, основанных на методе конечных элементов. Актуальным вопросом повсеместного применения данного вида расчетов является точность их результатов в сравнении с экспериментальными данными. В данном исследовании путем численного моделирования с использованием программного комплекса Abaqus изучается напряженно-деформированное состояние изгибаемого железобетонного элемента прямоугольного поперечного сечения. Численное моделирование элемента выполнено объемными конечными элементами с учетом нелинейной (фактической) диаграммы состояния бетона, описанной моделью пластичного разрушения бетона с повреждениями (CDP). Армирование задано стержневыми конечными элементами с комбинацией упругих свойств и модели пластичности металла. Нагружение элемента балки в модели выполнено статически с приложением сосредоточенных сил по центрам третей расчетного пролета. В результате конечно-элементного расчета получены распределения напряжений в бетоне и арматуре по Мизесу, деформации конечных элементов вдоль главных осей, а также модель повреждения бетона при нарастании нагрузки. Полученные результаты показали высокую сходимость с экспериментальными данными испытания балок на изгиб по нормальному сечению, что позволяет использовать данный алгоритм автоматизированного конечно-элементного расчета при проектировании изгибаемых железобетонных конструкций.

Ключевые слова: железобетон, нелинейный численный анализ, упругость, пластичность, повреждение, конечно-элементное моделирование

Для цитирования

Римшин В.И., Амелин П.А. Численный расчет изгибаемых железобетонных элементов прямоугольного сечения в программной среде Abaqus // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 6. С. 552–563. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-6-552-563>

Римшин Владимир Иванович, член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор, кафедра жилищно-коммунального комплекса, Институт инженерно-экологического строительства и механизации, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Российская Федерация, 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26; Научно-исследовательский институт строительной физики Российской академии архитектуры и строительных наук, Российская Федерация, 129238, Москва, Локомотивный пр-д, д. 21; ORCID: 0000-0003-0209-7726, eLIBRARY SPIN-код: 9629-5322, AuthorID: 420903; v.rimshin@niisf.ru

Амелин Павел Андреевич, аспирант, ассистент кафедры строительства и городского хозяйства, Белгородский государственный технологический университет имени В.Г. Шухова, Российская Федерация, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46; ORCID: 0000-0002-7104-3214, eLIBRARY SPIN-код: 8237-9002, AuthorID: 1144529; p.amelin@inbox.ru

© Римшин В.И., Амелин П.А., 2022



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>


Numerical calculation of bent reinforced concrete elements of rectangular section in the Abaqus software

Vladimir I. Rimshin^{1,2}, Pavel A. Amelin³

¹National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russian Federation

²Research Institute of Construction Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Moscow, Russian Federation

³Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov, Belgorod, Russian Federation

 v.rimshin@niisf.ru

Article history

Received: September 17, 2022

Revised: November 22, 2022

Accepted: November 24, 2022

Abstract. The calculation of building structures to a large extent began to be performed using automated software systems based on the finite element method. An urgent issue of the widespread use of this type of calculation is the accuracy of the calculation results in comparison with experimental data. In this study, by numerical simulation using the Abaqus software package, the stress-strain state of a bent reinforced concrete element of a rectangular cross section is investigated. Numerical modeling of the element is performed by volumetric finite elements, taking into account the non-linear (actual) state diagram of concrete, described by the model of plastic fracture of concrete with damage (CDP). Reinforcement is specified by rod finite elements, with a combination of elastic properties and metal plasticity model. The loading of the beam element in the model is performed statically with the application of concentrated forces at the centers of the thirds of the design span. As a result of the finite element calculation, the distribution of stresses in concrete and reinforcement according to Mises, deformations of finite elements along the main axes, as well as a model of concrete damage with increasing load were obtained. The obtained results showed a high convergence with the experimental data of testing beams for bending along a normal section, which allows using this algorithm for automated finite element analysis in the design of bending reinforced concrete structures.

Keywords: reinforced concrete, nonlinear numerical analysis, elasticity, plasticity, damage, finite-element simulation

For citation

Rimshin V.I., Amelin P.A. Numerical calculation of bent reinforced concrete elements of rectangular section in the Abaqus software. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(6):552–563. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-6-552-563>

Введение

Для расчета строительных конструкций все чаще применяются автоматизированные программные комплексы, основанные на методе конечных элементов (FEM), который является численным методом решения дифференциальных уравнений с частными производными, а также интегральных уравнений, возникающих при решении задач прикладной физики [1].

Используя конечно-элементный анализ, автоматизированные программные системы способны решать широкий спектр инженерных задач:

- расчет конструкций на прочность и деформативность под действием статических и динамических нагрузок;
- расчет частот собственных колебаний, анализ вибраций;
- анализ теплового потока, градиента температур;
- решение задач механики жидкости.

Актуальной проблемой при расчете железобетонных конструкций с помощью автоматизированных систем конечно-элементного анализа является учет силового сопротивления железобетона во времени, характеризующегося нелинейным соотношением напряжений и деформаций бетона, учетом таких факторов, как ползучесть, сцепление стальной и композитной арматуры с бетоном, образование трещин и их распространение. Расчет силового сопротивления железобетонных конструкций основан на гипотезах

Vladimir I. Rimshin, full member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Housing and Communal Complex, Institute of Environmental Engineering and Mechanization, National Research Moscow State University of Civil Engineering, 26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; Research Institute of Construction Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, 21 Lokomotivnyi Proezd, Moscow, 129238, Russian Federation; ORCID: 0000-0003-0209-7726, eLIBRARY SPIN-code: 9629-5322, AuthorID: 420903; v.rimshin@niisf.ru

Pavel A. Amelin, postgraduate student, assistant of the Department of Construction and Urban Economy, Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov, 46 Kostyukova St, Belgorod, 308012, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-7104-3214, eLIBRARY SPIN-code: 8237-9002, AuthorID: 1144529; p.amelin@inbox.ru

о малости относительных деформаций, сложности деформаций и сопротивлений, плоских сечений, идентификации гравитационных и инерционных нагрузок, взаимонезависимости и сложении частных деформаций, Фрама-Каминского о «равнодоступности» разнофакторных процессов становления среднего повреждения материалов во времени, Гульберта-Вааге о пропорциональности скорости изменения механических и физико-химических характеристик материала при постоянных силовых и средовых воздействиях. Теоретические основы расчета железобетонных конструкций с учетом силового сопротивления железобетона широко рассмотрены в работах В.М. Бондаренко, Н.И. Карпенко, В.И. Колчунова, В.И. Травуша, В.С. Федорова, В.И. Римшина, С.И. Меркулова, А.В. Боровских, Е.А. Ларионова, Н.В. Федоровой и др.¹ [2–11]. Установлено, что из-за сложности и количества математических итерационных процессов, данные расчеты возможно производить только с помощью вычислительной техники по специальным программам.

Simulia Abaqus является специализированным программным комплексом конечно-элементного моделирования работы конструкций, который имеет возможность производить расчет напряженно-деформированного состояния при статическом и динамическом нагружении с учетом физически и геометрически нелинейного поведения материалов (включая ползучесть бетона), а также контактного взаимодействия между элементами конструкции. В данный программный комплекс был внедрен расширенный метод конечных элементов (XFEM), позволяющий выполнить реалистичное 3D-моделирование роста трещин по произвольным путям, не зависящим от границ элементов [12].

В программном комплексе Abaqus нелинейное поведение бетона задается с помощью модели пластичного разрушения бетона с повреждениями (CDP), которая впервые была изложена в работе Дж. Люблинера [13]. Данная модель базируется на голономной связи между повреждениями и эквивалентными пластическими деформациями. При низком ограничивающем давлении бетон ведет себя хрупко, основными механизмами его разрушения являются растрескивание при растяжении и дробление при сжатии. Хрупкость бетона исчезает, когда ограничивающее давление достаточно велико, чтобы предотвратить распространение трещин. В этих условиях разрушение вызвано уплотнением и разрушением микропористой микроструктуры бетона, что приводит к макроскопической реакции, напоминающей реакцию пластичного материала при упрочнении [14–18].

Модель пластичного разрушения бетона с повреждениями имеет свои особенности:

- позволяет проводить моделирование бетона и других квазихрупких материалов в составе конструкций;
- моделирование нелинейного бетона основано на принципе упругой изотропной поврежденности и пластичности;
- имеет возможность моделировать различные циклы нагружения – возрастающего, циклического или динамического;
- состоит из сочетания несвязанной многоуровневой пластичности и скалярной (изотропной) упругой поврежденности для описания необратимого повреждения, которое происходит во время процесса трещинообразования;
- позволяет пользователю контролировать эффекты восстановления жесткости при циклических изменениях нагрузки;

Развитие механизма разрушения бетона контролируется двумя переменными $\tilde{\epsilon}_t^{pl}$ и $\tilde{\epsilon}_c^{pl}$, которые являются растягивающими и сжимающими эквивалентными пластическими деформациями соответственно. Теоретические закономерности описывают эффекты накопления необратимых повреждений в бетоне и других квазихрупких материалов при достаточно низких напряжениях. Согласно модели, одноосное поведение бетона при сжатии и растяжении характеризуется пластическим разрушением (рис. 1).

Когда бетонный образец разгружается из любой точки кривой напряжения-деформации, реакция разгрузки ослабляется, упругая жесткость материала оказывается поврежденной. Деградация упругой жесткости характеризуется двумя коэффициентами повреждения d_t и d_c , находящимися в пределах от 0 (для неповрежденных материалов) до 1 (полностью разрушенный материал), которые являются функциями пластических деформаций, температуры и других переменных.

¹ Бондаренко В.М., Римшин В.И. Диссипативная теория силового сопротивления железобетона: учебное пособие для учреждений высшего образования. М.: Студент, 2015. 111 с.; Бондаренко В.М., Римшин В.И. Усиление железобетонных конструкций при коррозионных повреждениях: учебное пособие. М.: Московская государственная академия коммунального хозяйства и строительства, 2009. 87 с.

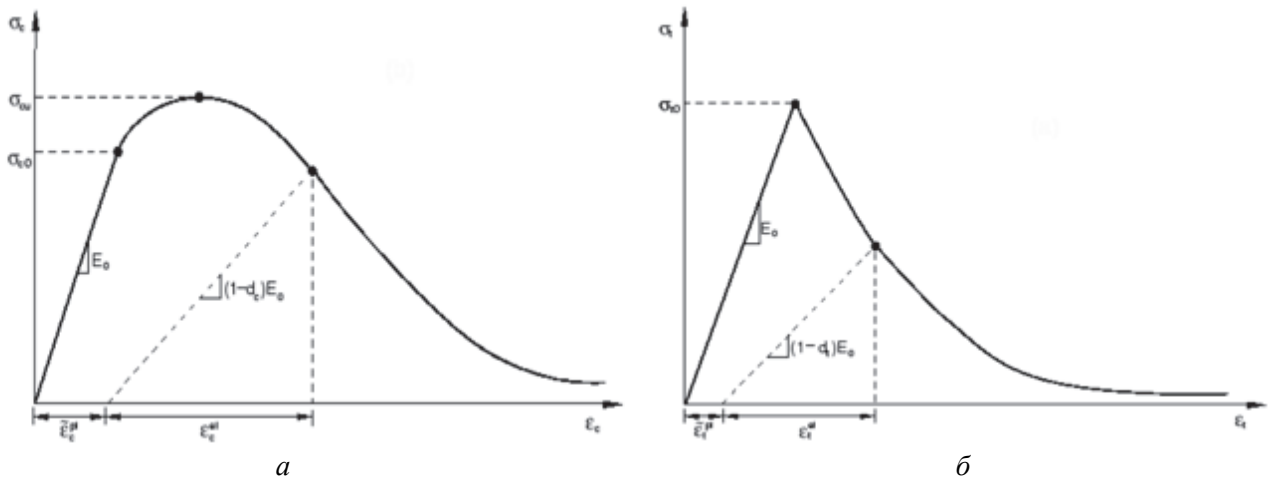


Рис. 1. Поведение бетона при одноосном сжатии (а) и растяжении (б)
Figure 1. Behavior of concrete under uniaxial compression (а) and tension (б)

Если E_0 исходная (неповрежденная) упругая жесткость материала, то отношения напряжений и деформаций при одноосном растяжении и нагрузке сжатия равны

$$\sigma_t = (1 - d_t)E_0 (\varepsilon_t - \tilde{\varepsilon}_t^{pl}); \quad (1)$$

$$\sigma_c = (1 - d_c)E_0 (\varepsilon_c - \tilde{\varepsilon}_c^{pl}). \quad (2)$$

Нелинейные деформации бетона при сжатии и растяжении определяются по формулам

$$\varepsilon_b = \varepsilon_b - \frac{\sigma_b}{E_b}; \quad (3)$$

$$\varepsilon_{bt} = \varepsilon_{bt} - \frac{\sigma_{bt}}{E_{bt}}. \quad (4)$$

Пластические деформации бетона при сжатии и растяжении определяются по формулам

$$\varepsilon_b^{pl} = b_c \varepsilon_b; \quad (5)$$

$$\varepsilon_{bt}^{pl} = b_t \varepsilon_{bt}, \quad (6)$$

где b_c и b_t – параметры цикличности нагружения при сжатии и растяжении по [13].

Коэффициенты повреждения тяжелого бетона при сжатии и растяжении определяются по формулам

$$d_b = 1 - \frac{\sigma_b}{E_b (\varepsilon_b - \varepsilon_b^{pl})}; \quad (7)$$

$$d_{bt} = 1 - \frac{\sigma_{bt}}{E_b (\varepsilon_{bt} - \varepsilon_{bt}^{pl})}. \quad (8)$$

Методы

В данном исследовании моделируется работа железобетонной балки прямоугольного сечения при испытании на изгиб, результаты сравниваются с экспериментальными данными [19] для железобетонной балки прямоугольного сечения из бетона В22,5 плотностью 2300 кг/м³. Армирование балки выполняется одиночным каркасом, в качестве рабочей и конструктивной арматуры каркасов использовалась стальная горячекатаная арматура \varnothing 12 мм класса А500 и \varnothing 8 мм класса А240. Роль поперечной арматуры выполняет холоднотянутая проволока \varnothing 5 мм из низкоуглеродистой стали класса В500. Геометрические размеры и схема армирования железобетонной балки показаны на рис. 2.

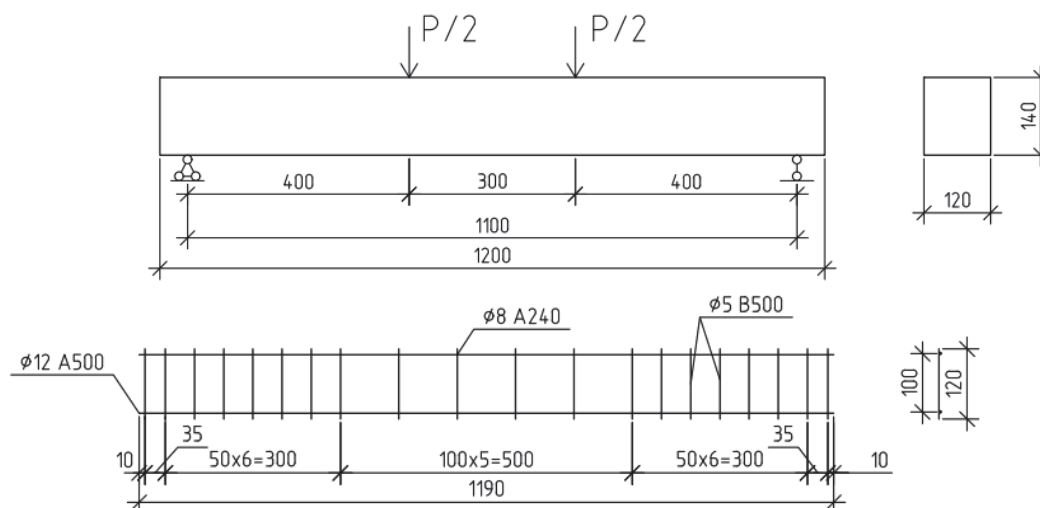


Рис. 2. Схема армирования и нагружения железобетонной балки
Figure 2. Scheme of reinforcement and loading of a reinforced concrete beam

Геометрические характеристики железобетонной балки задавались объемными и стержневыми элементами для тела бетона и стержней арматуры соответственно (рис. 3).

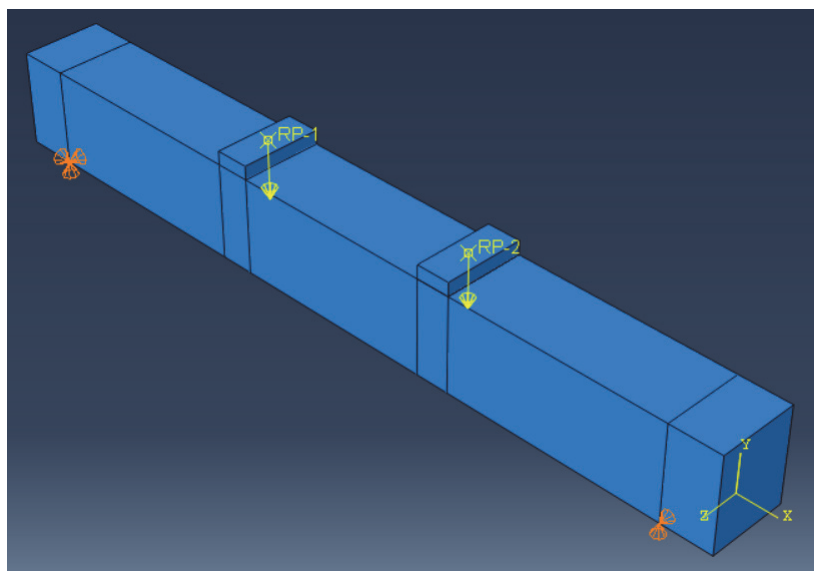


Рис. 3. 3D-вид исследуемой железобетонной балки
Figure 3. 3D view of the investigated reinforced concrete beam

Физико-механические характеристики бетона задавались упругими и пластичными свойствами (табл. 1), которые были определены по формулам (3)–(8). Исходные зависимости сжимающих и растяги-

вающих напряжений σ_c и σ_t , а также деформации бетона при сжатии и растяжении ε_c и ε_t получены из экспериментальной диаграммы состояния бетона, приведенной в [20].

Таблица 1

Физико-механические характеристики бетона

Начальный модуль упругости E_b , МПа		Коэффициент Пуассона	
31 500 МПа		0,2	
Напряжения и деформации при сжатии		Повреждение бетона при сжатии	
Напряжения σ_b , МПа	Пластические деформации ε_b	Коэффициент повреждения d_b	Пластические деформации ε_b
12,5	0	0	0
14,779363	0,000015	0	0,000015
16,897181	0,00004	0	0,00004
18,815096	0,000079	0	0,000079
20,499689	0,000132	0	0,000132
21,925443	0,000202	0	0,000202
22,354643	0,001964	0,105814	0,001964
20,860155	0,002386	0,165594	0,002386
19,314226	0,002811	0,227431	0,002811
18,549152	0,003023	0,258034	0,003023
15,682397	0,00386	0,372704	0,00386
13,23977	0,004669	0,470409	0,004669
12,184584	0,005062	0,512617	0,005062
11,69608	0,005257	0,532157	0,005257
10,792054	0,005641	0,568318	0,005641
9,977867	0,006019	0,600885	0,006019
8,905476	0,006576	0,643781	0,006576
7,5	0,007448	0,7	0,007448
Напряжения и деформации при растяжении		Повреждение бетона при растяжении	
Напряжения σ_{bt} , МПа	Пластические деформации ε_{bt}	Коэффициент повреждения d_{bt}	Пластические деформации ε_{bt}
3	0	0	0
1,664354	0,000281	0,445215	0,000281
1,179148	0,000507	0,606951	0,000507
0,923358	0,000718	0,692214	0,000718
0,76383	0,000923	0,74539	0,000923
0,654173	0,001124	0,781942	0,001124
0,573836	0,001324	0,808721	0,001324
0,512265	0,001522	0,829245	0,001522
0,463463	0,00172	0,845512	0,00172
0,423761	0,001917	0,858746	0,001917
Параметры модели пластичного разрушения бетона с повреждениями (CDP)			
Угол дилатации	Эксцентриситет	f_{b0}/f_{c0}	Параметр вязкости
35	0,1	1,16	0,667

Table 1

Physical and mechanical characteristics of concrete

The initial modulus of elasticity E_b , MPa		Poisson's Ratio	
31 500 MPa		0.2	
Stress and strain in compression		Damage of concrete under compression	
Stress σ_b , MPa	Plastic deformation ε_b	Damage factor d_b	Plastic deformation ε_b
12.5	0	0	0
14.779363	0.000015	0	0.000015
16.897181	0.00004	0	0.00004
18.815096	0.000079	0	0.000079
20.499689	0.000132	0	0.000132
21.925443	0.000202	0	0.000202
22.354643	0.001964	0.105814	0.001964
20.860155	0.002386	0.165594	0.002386
19.314226	0.002811	0.227431	0.002811
18.549152	0.003023	0.258034	0.003023
15.682397	0.00386	0.372704	0.00386
13.23977	0.004669	0.470409	0.004669
12.184584	0.005062	0.512617	0.005062
11.69608	0.005257	0.532157	0.005257
10.792054	0.005641	0.568318	0.005641
9.977867	0.006019	0.600885	0.006019
8.905476	0.006576	0.643781	0.006576
7.5	0.007448	0.7	0.007448
Stress and strain tensile		Damage of concrete under tensile	
Stress σ_{bt} , MPa	Plastic deformation ε_{bt}	Damage factor d_{bt}	Plastic deformation ε_{bt}
3	0	0	0
1.664354	0.000281	0.445215	0.000281
1.179148	0.000507	0.606951	0.000507
0.923358	0.000718	0.692214	0.000718
0.76383	0.000923	0.74539	0.000923
0.654173	0.001124	0.781942	0.001124
0.573836	0.001324	0.808721	0.001324
0.512265	0.001522	0.829245	0.001522
0.463463	0.00172	0.845512	0.00172
0.423761	0.001917	0.858746	0.001917
Parameters of the model plastic fracture of concrete damage (CDP)			
Dilation angle	Eccentricity	f_{b0}/f_{c0}	Viscosity parameter
35	0.1	1.16	0.667

Для арматуры так же использовалась комбинация упругих свойств и модели пластичности металла, представленные в табл. 2.

Таблица 2

Параметры модели пластичности металла

Начальный модуль упругости E_s , МПа	Коэффициент Пуассона
210 000 МПа	0,3
Напряжения и деформации при растяжении	
Напряжения σ_s , МПа	Пластические деформации ϵ_s , %
Арматура класса А240	
160	0
240	0,19
Арматура класса А500	
372	0
500	0,23

Table 2

Parameters of the metal plasticity model

Initial modulus of elasticity E_s , MPa	Poisson's ratio
210 000 MPa	0.3
Tensile stresses and deformations	
Stresses σ_s , MPa	Plastic deformations ϵ_s , %
Reinforcement of class A240	
160	0
240	0.19
Reinforcement of class A500	
372	0
500	0.23

Нагружение балки выполнялось с помощью приращения по 5% от разрушающей нагрузки $P_{ср}$, которая составляла 40,218 кН. Задание статической нагрузки осуществлялось с помощью двух стальных пластин $120 \times 50 \times 20$ мм, которые находились по краям центральной трети расчетного пролета. Расчетная схема – шарнирно опертая балка на двух опорах.

Первая опора ограничивалась в перемещении по плоскостям U_1 , U_2 , U_3 , вторая – по плоскостям U_1 и U_2 . Далее определялись места контактного взаимодействия исследуемой балки, опор и элементов приложения нагрузки. В итоге модель тела бетона и опор разбивалась на объемные конечные элементы арматура разбивалась на отрезки (рис. 4).

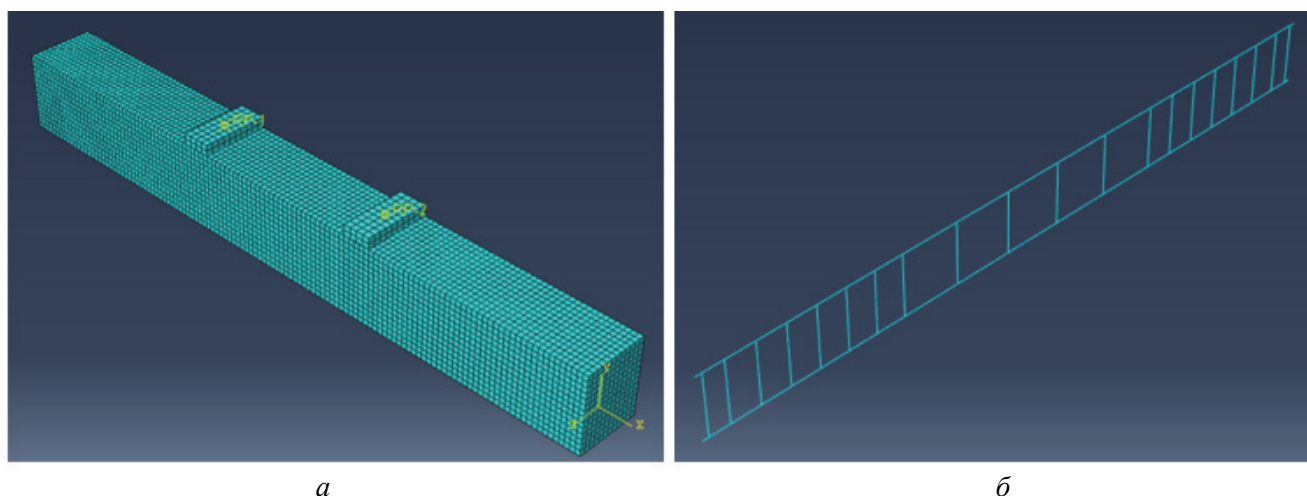


Рис. 4. Разбивание модели балки на объемные (а) и стержневые (б) конечные элементы
 Figure 4. Splitting the beam model into volumetric (a) and rod (b) finite elements

Результаты и обсуждение

В результате конечно-элементного расчета были получены распределения напряжений в бетоне и арматуре по Мизесу (рис. 5), деформации конечных элементов вдоль главных осей (рис. 6), а также модель повреждения бетона при нарастании нагрузки (рис. 7).

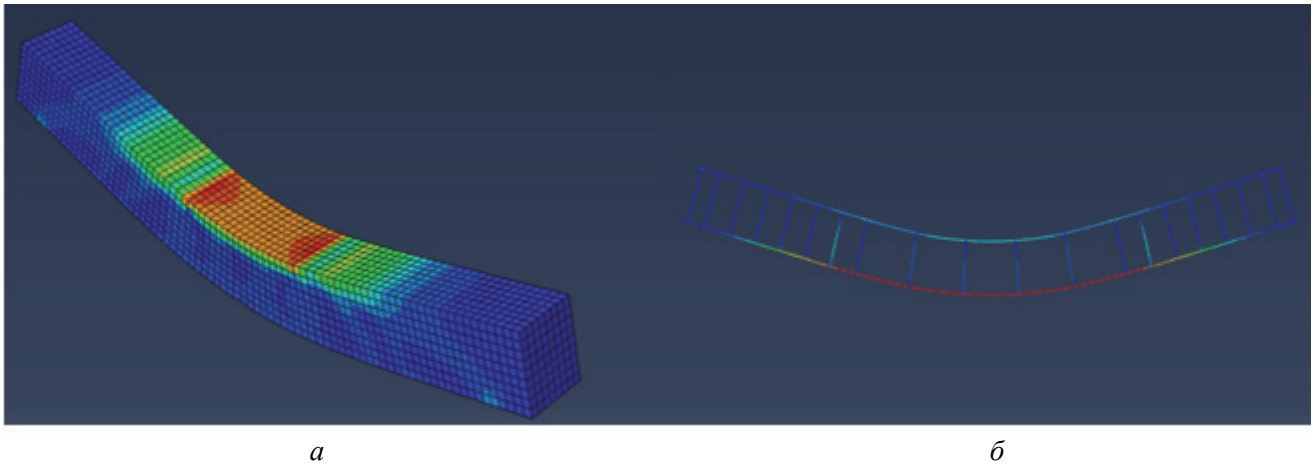


Рис. 5. Распределение напряжений бетона (а) и арматуры (б) по Мизесу, МПа
Figure 5. Concrete (a) and reinforcement (b) Mises stress distribution, MPa

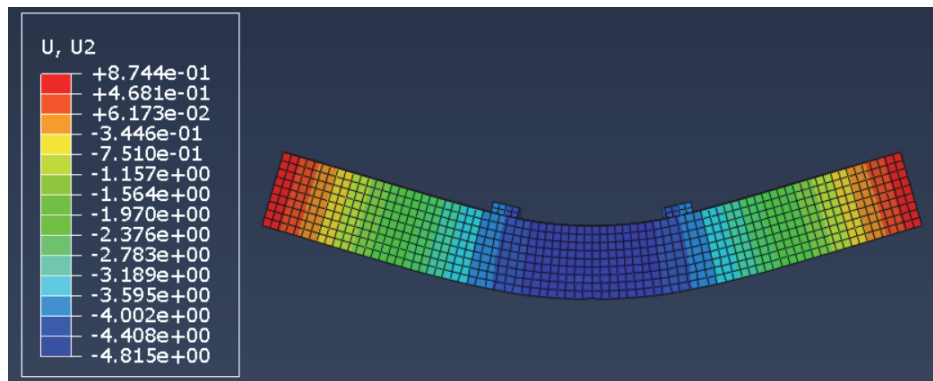


Рис. 6. Деформации вдоль вертикальной оси U_2 (прогибы балки f) при нагрузке 32 кН
Figure 6. Deformations along the vertical axis U_2 (deflections of the beam f) at a load of 32 kN

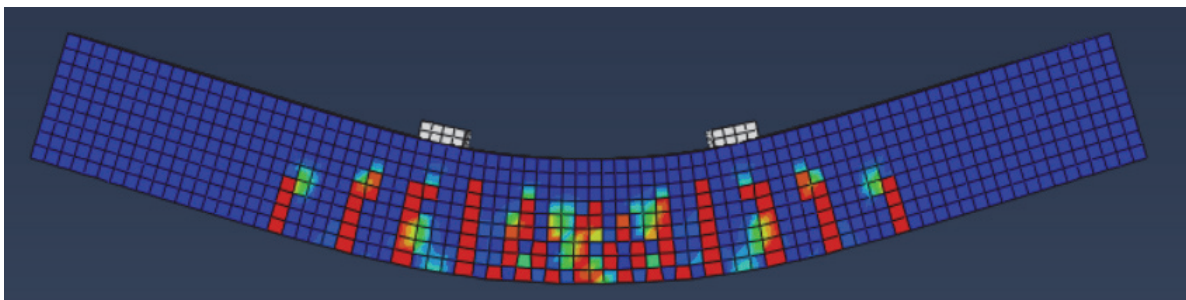


Рис. 7. Процесс раскрытия трещин в железобетонной балке при нагрузке 32 кН
Figure 7. The process of cracking in a reinforced concrete beam at a load of 32 kN

Для верификации результатов данного исследования с экспериментальными данными были выбраны критерии: нагрузка трещинообразования и величина максимального прогиба балки f при нагрузках 16, 24 и 32 кН. Нагрузкой трещинообразования в данном случае является величина нагрузки, при которой относительные деформации в растянутой зоне бетона достигают предельных значений ε_{bt} , равных 0,00012 (рис. 8).

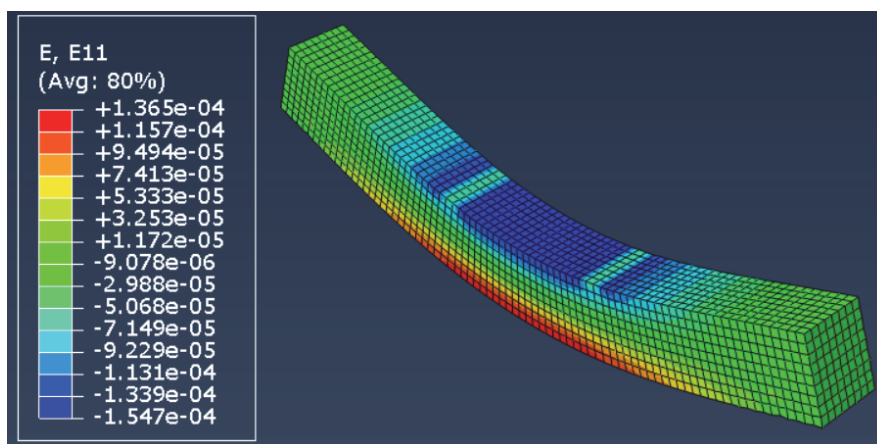


Рис. 8. Относительные деформации в бетоне при нагрузке 6,85 кН
 Figure 8. Relative deformations in concrete at a load of 6.85 kN

На основании результатов численного моделирования и экспериментальных данных, представленных в табл. 3, можно сделать следующие выводы:

- расчетный прогиб балки при нагрузке 16 кН на 2 % меньше, при нагрузке 24 кН на 3,6 % больше, а при нагрузке 36 кН на 1,8 % меньше средних экспериментальных значений прогибов соответственно;
- бетон в растянутой зоне достигает предельной величины растяжимости при нагрузке 6,85 кН, что является моментом трещинообразования. Расчетная нагрузка оказалась на 4,9 % больше экспериментальной.

Таблица 3

Результаты численного моделирования и экспериментальных данных

Нагрузка, кН	Максимальные напряжения бетона (по Мизесу), МПа	Максимальные напряжения арматуры (по Мизесу), МПа	Прогиб, мм	Нагрузка трещинообразования, кН
16	10,97	152,5	1,726	6,85
24	17,05	279,1	3,343	
32	21,3	372,6	4,815	

Table 3

Results of numerical modeling and experimental data

Load, kN	Maximum concrete stresses (by Mises), MPa	Maximum reinforcement stresses (by Mises), MPa	Deflection, mm	Crack formation load, kN
16	10.97	152.5	1.726726	6.85
24	17.05	279.1	3.343	
32	21.3	372.6	4.815	

Заключение

Проведена верификация результатов численного расчета изгибаемых железобетонных элементов с экспериментальными данными при различных степенях нагружения. Наибольшее отклонение расчетного прогиба балки составляет 3,6 % при нагрузке 24 кН, а расчетная разрушающая нагрузка на балку на 4,9 % больше экспериментальной, что подтверждают высокую сходимость и говорит о точности примененной модели пластичного разрушения бетона с повреждениями (CDP) в ПК Simulia Abaqus для расчета железобетонных элементов, работающих на изгиб.

Список литературы

1. Карпунин В.Г., Голубева Е.А. Компьютерное моделирование строительных конструкций зданий и сооружений // Архитектон: известия вузов. 2019. № 4 (68). URL: http://archvuz.ru/2019_4/16 (дата обращения: 01.02.2023).

2. Бондаренко В.М., Римшин В.И. Квазилинейные уравнения силового сопротивления и диаграмма σ – ε бетона // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2014. № 6. С. 40–44.
3. Карпенко Н.И., Колчунов В.И., Травуш В.И. Расчетная модель сложнапряженного железобетонного элемента коробчатого сечения при кручении с изгибом // *Научный журнал строительства и архитектуры*. 2021. № 2 (62). С. 9–26. <https://doi.org/10.36622/VSTU.2021.62.2.001>
4. Крючков А.А. Напряженно-деформированное состояние изгибаемых железобетонных элементов сплошного и составного сечения на основе уточненной нелинейной методики расчета // *Вестник Белгородского государственного технологического университета имени В.Г. Шухова*. 2022. № 4. С. 82–91. <https://doi.org/10.34031/2071-7318-2021-7-4-82-91>
5. Бондаренко В.М., Римшин В.И. Остаточный ресурс силового сопротивления поврежденного железобетона // *Вестник РААСН*. 2005. № 9. С. 119–126.
6. Mander J.B., Priestley M.J.N., Park R. Theoretical stress-strain model for confined concrete // *Journal of Structural Engineering, ASCE*. 1988. Vol. 114. No. 8. Pp. 1804–1826.
7. Бондаренко В.М., Боровских А.В., Марков С.В., Римшин В.И. Элементы теории реконструкции железобетона: монография. М., 2002. 190 с.
8. Варламов А.А., Римшин В.И. Модели поведения бетона. Общая теория деградации. М.: ИНФРА-М, 2019. 436 с.
9. Ларионов Е.А., Римшин В.И., Василькова Н.Т. Энергетический метод оценки устойчивости сжатых железобетонных элементов // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2012. № 2. С. 77–81.
10. Римшин В.И., Меркулов С.И. Элементы теории развития бетонных конструкций с неметаллической композитной арматурой // *Промышленное и гражданское строительство*. 2015. № 5. С. 38–42.
11. Теличенко В.И., Римшин В.И. Критические технологии в строительстве // *Вестник Отделения строительных наук Российской академии архитектуры и строительных наук*. 1998. № 4. С. 16–18.
12. Abaqus 6.14. Abaqus/CAE User's Guide. URL: <http://wufengyun.com/v6.14/books/usi/default.htm> (дата обращения: 20.09.2022).
13. Lubliner J., Oliver J., Oller S., Oñate E. A plastic-damage model for concrete // *International Journal of Solids and Structures*. 1989. Vol. 25. No. 3. Pp. 299–326.
14. Квасников А.А. Методика расчета взаимодействия бетона и арматуры железобетонных конструкций в программном комплексе Abaqus // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2019. № 1. С. 65–70.
15. Shen X., Yang L., Zhu F. A plasticity-based damage model for concrete // *Advances in Structural Engineering*. 2004. Vol. 7. Pp. 461–467.
16. Taqieddin Z., Voyiadjis G. Studying the effect of a hydrostatic stress-strain reduction factor on damage mechanics of concrete materials // *Journal of Mechanical Behavior of Materials*. 2013. Vol. 22. Pp. 149–159. <https://doi.org/10.1515/jmbm-2013-0022>
17. Kueres D., Stark A., Herbrand M., Clalien M. Finite element simulation of concrete with a plastic damage model – basic studies on normal strength concrete and UHPC // *Bauingenieur: Zeitschrift fuer das Gesamte Bauwesen*. 2015. Vol. 90. No. 6. Pp. 252–264.
18. Rakic D., Bodić A., Milivojevic N., Dunić V., Živković M. Concrete damage plasticity material model parameters identification // *Journal of the Serbian Society for Computational Mechanics*. 2021. Vol. 15. Pp. 111–122. <https://doi.org/10.24874/jsscm.2021.15.02.11>
19. Обернихин Д.В., Нукулин А.И. Экспериментальные исследования прочности, трещиностойкости и деформативности железобетонных балок трапециевидного и прямоугольного поперечных сечений // *Инновационная наука*. 2016. № 8–2. С. 73–77.
20. Попов В.М., Плюшин М.Г. Влияние деформационных характеристик бетона на несущую способность изгибаемых железобетонных элементов // *Промышленное и гражданское строительство*. 2015. № 8. С. 5–10.

References

1. Karpunin V.G., Golubeva E.A. Computer modeling of building structures. *Architecton: Proceedings of Higher Education*. 2019;(4). (In Russ.) Available from: http://archvuz.ru/2019_4/16 (accessed: 01.02.2023).
2. Bondarenko V.M., Rimshin V.I. Quasi-linear equations of force resistance and diagram σ – ε of concrete. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2014;(6):40–44. (In Russ.)
3. Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Travush V.I. Computational model of a complex-stressed reinforced concrete element of a box section during torsion with bending. *Scientific Journal of Construction and Architecture*. 2021;(2):9–26. (In Russ.)
4. Kryuchkov A.A. Stress-strain state of bent reinforced concrete elements of continuous and composite cross-section based on a refined nonlinear calculation method. *Bulletin of the Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov*. 2022;(4):82–91. (In Russ.) <https://doi.org/10.34031/2071-7318-2021-7-4-82-91>
5. Bondarenko V.M., Rimshin V.I. Residual resource of force resistance of damaged reinforced concrete. *Bulletin of the RAASN*. 2005;(9):119–126. (In Russ.)

6. Mander J.B., Priestley M.J.N., Park R. Theoretical stress-strain model for confined concrete. *Journal of Structural Engineering, ASCE*. 1988;114(8):1804–1826.
7. Bondarenko V.M., Borovskikh A.V., Markov S.V., Rimshin V.I. *Elements of the theory of reinforced concrete reconstruction*. Moscow; 2002. (In Russ.)
8. Varlamov A.A., Rimshin V.I. *Models of concrete behavior. General theory of degradation*. Moscow: INFRA-M Publ.; 2019. (In Russ.)
9. Larionov E.A., Rimshin V.I., Vasilkova N.T. Energy assessment method stability of compressed reinforced concrete elements. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2012;(2):77–81. (In Russ.)
10. Rimshin V.I., Merkulov S.I. Elements of the theory of development of concrete structures with non-metallic composite reinforcement. *Industrial and Civil Construction*. 2015;(5):38–42. (In Russ.)
11. Telichenko V.I., Rimshin V.I. Critical technologies in construction. *Bulletin of the Department of Construction Sciences of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences*. 1998;(4):16–18. (In Russ.)
12. *Abaqus 6.14. Abaqus/CAE User's Guide*. Available from: <http://wufengyun.com/v6.14/books/usi/default.htm> (accessed: 20.09.2022).
13. Lubliner J., Oliver J., Oñate E. A plastic-damage model for concrete. *International Journal of Solids and Structures*. 1989;25(3):299–326.
14. Kvasnikov A.A. Methodology for calculating the interaction of concrete and reinforcement of reinforced concrete structures in the ABAQUS software package. *Construction Mechanics and Calculation of Structures*. 2019;(1):65–70. (In Russ.)
15. Shen X., Yang L., Zhu F. A plasticity-based damage model for concrete. *Advances in Structural Engineering*. 2004;7:461–467.
16. Taqieddin Z., Voyiadjis G. Studying the effect of a hydrostatic stress-strain reduction factor on damage mechanics of concrete materials. *Journal of Mechanical Behavior of Materials*. 2013;22:149–159. <https://doi.org/10.1515/jmbm-2013-0022>
17. Kueres D., Stark A., Herbrand M., Clalien M. Finite element simulation of concrete with a plastic damage model – basic studies on normal strength concrete and UHPC. *Bauingenieur: Zeitschrift fuer das Gesamte Bauwesen*. 2015;90(6): 252–264.
18. Rakic D., Bodić A., Milivojevic N., Dunić V., Živković M. Concrete damage plasticity material model parameters identification. *Journal of the Serbian Society for Computational Mechanics*. 2021;15:111–122. <https://doi.org/10.24874/jsscm.2021.15.02.11>
19. Obernikhin D.V., Nikulin A.I. Experimental studies of strength, crack resistance and deformability of reinforced concrete beams of trapezoidal and rectangular cross sections. *Innovative Science*. 2016;(8–2):73–77. (In Russ.)
20. Popov V.M., Plyusnin M.G. Influence of deformation characteristics of concrete on the bearing capacity of bent reinforced concrete elements. *Industrial and Civil Construction*. 2015;(8):5–10. (In Russ.)