

DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-6-544-551
УДК 621.643.3:534.11


НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Колебания трубопроводов газосодержащих жидкостей при изменяющихся условиях опирания

Е.В. Леонтьев¹ , В.И. Травуш² 

¹Главное управление государственной экспертизы, Москва, Российская Федерация

²Городской проектный институт жилых и общественных зданий, Москва, Российская Федерация

 e.leontyev@gge.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 12 сентября 2022 г.

Доработана: 27 ноября 2022 г.

Принята к публикации: 29 ноября 2022 г.

Для цитирования

Леонтьев Е.В., Травуш В.И. Колебания трубопроводов газосодержащих жидкостей при изменяющихся условиях опирания // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 6. С. 544–551. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-6-544-551>

Аннотация. Рассматривается колебание трубопровода, возникающее при транспортировании газосодержащей жидкости в связи с неравномерным распределением по длине трубопровода скопления газа, которое производит пульсирующие перемещения центра тяжести движущейся жидкости, при изменении условий опирания средней части. Решение построено с использованием расчетной схемы балки, лежащей на упругом основании, описываемым моделью Винклера. Для оценки влияния на напряженно-деформированное состояние балки внезапного исключения упругого основания под средней частью балки определены круговые частоты и формы собственных поперечных колебаний балки, происходящие при отсутствии возмущающих сил. Приведенное решение задачи о колебаниях трубы, по которой транспортируется газосодержащая жидкость, при изменении условий опирания средней части балки может быть использовано для прогноза долговечности трубы.


Ключевые слова: трубопровод, балка, упругое основание, метод начальных параметров, свободные колебания, вынужденные колебания, динамический анализ, изменение условий опирания

Fluctuations of pipelines of gas-containing liquids under changing bearing conditions

Yevgeny V. Leontiev¹ , Vladimir I. Travush² 

¹Main State Expertise of Russia, Moscow, Russian Federation

²Urban Planning Institute of Residential and Public Buildings, Moscow, Russian Federation

 e.leontyev@gge.ru

Article history

Received: September 12, 2022

Revised: November 27, 2022

Accepted: November 29, 2022

Abstract. The authors deal with the vibration of the pipeline that occurs during the transportation of a gas-containing liquid due to the uneven distribution of gas accumulation along the length of the pipeline, which produces pulsating movements of the center of gravity of the moving liquid, when the conditions for sup-

Леонтьев Евгений Владимирович, кандидат технических наук, начальник управления строительных решений, Главное управление государственной экспертизы, Российская Федерация, 119049, Москва, ул. Большая Якиманка, д. 42, стр. 1–2; ORCID: 0000-0002-8805-8615, Scopus Author ID: 57222058316, eLIBRARY SPIN-код: 9201-2140; e.leontyev@gge.ru

Травуш Владимир Ильич, вице-президент РААСН, доктор технических наук, профессор, главный конструктор – заместитель генерального директора по науке, Городской проектный институт жилых и общественных зданий, Российская Федерация, 105064, Москва, Нижний Сусальный пер., д. 5, стр. 5А; ORCID: 0000-0003-1991-7233, Scopus Author ID: 6602647191, eLIBRARY SPIN-код: 6462-2331; travush@mail.ru

Yevgeny V. Leontiev, Candidate of Technical Sciences, Head of the Construction Solutions Department, Main State Expertise of Russia, 42 Bolshaya Yakimanka St, bldg 1–2, Moscow, 119049, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-8805-8615, Scopus Author ID: 57222058316, eLIBRARY SPIN-code: 9201-2140; e.leontyev@gge.ru

Vladimir I. Travush, Vice President of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Doctor of Technical Sciences, Professor, Chief Designer – Deputy General Director for Science, Urban Planning Institute of Residential and Public Buildings, 5 Nizhnii Susalnyi Pereulok, bldg 5A, Moscow, 105064, Russian Federation; ORCID: 0000-0003-1991-7233, Scopus Author ID: 6602647191, eLIBRARY SPIN-code: 6462-2331; travush@mail.ru

© Леонтьев Е.В., Травуш В.И., 2022

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

For citation

Leontiev Ye.V., Travush V.I. Fluctuations of pipelines of gas-containing liquids under changing bearing conditions. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(6):544–551. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-6-544-551>

porting the middle part change. The solution is constructed using the calculation scheme of a beam lying on an elastic foundation described by the Winkler model. To assess the impact on the stress-strain state of the beam of the sudden exclusion of the elastic foundation under the middle part of the beam, the circular frequencies and forms of natural transverse vibrations of the beam that occur in the absence of disturbing forces are determined. The given solution of the problem of vibrations of a pipe, through which a gas-containing liquid is transported, with a change in the conditions of support of the middle part of the beam, can be used to predict the durability of the pipe.

Keywords: pipeline, beam, elastic foundation, method of initial parameters, free vibrations, forced vibrations, dynamic analysis, change in support conditions

Введение

В современной строительной практике для выполнения требований механической безопасности зданий и сооружений, которые регламентированы законодательно и получили развитие в современных нормативно-технических документах, актуальной является задача исследования конструктивных систем, изменяющих расчетную схему в силу различных причин при локальном разрушении или в результате проявления опасных природных процессов и явлений, технологических или техногенных воздействий [1–4]. Состояния, возникающие при особых воздействиях и ситуациях, превышение которых приводит к разрушению сооружений с катастрофическими последствиями, необходимо учитывать для обеспечения требований особой группы предельных состояний.

При перекачивании газосодержащих жидкостей (например, нефти) по трубопроводам с помощью заданного напора, создаваемого компрессорными установками, происходит разделение газосодержащей жидкости на жидкую и газовую фазы. Соотношение объемов жидкости и газа зависит от исходного вида химического состава составляющих веществ и их количественных характеристик, давления и температуры. Причем, скопление газа неравномерно распределяется по длине трубопровода, что производит пульсирующие перемещения центра тяжести движущейся жидкости и сопровождается вибрационными воздействиями на трубопровод. Это вызывает дополнительные потери мощности потока транспортирования и приводит к ускоренному износу труб. Диагностике трубопроводов газосодержащих жидкостей при различных условиях опирания по собственным частотам их колебаний посвящено множество трудов. Можно привести исследования [2; 5–8].

Если трубопровод расположен на грунтовом основании, то для определения напряженно-деформированного состояния трубопровода его можно рассмотреть, как балку, длиной L , лежащую на упругом основании, описываемым моделью Винклера, подверженную действию пульсационной нагрузки [5; 9; 10]. В частности, в [2] приведено решение о свободных и гармонических колебаниях трубопровода, возникающие при транспортировке газосодержащей жидкости. Колебания происходят за счет неравномерного распределения по длине трубы скопления газа. Сам трубопровод рассматривается как балка на упругом основании, описываемая моделью Винклера, подверженная действию пульсационной нагрузки. Определяется спектр частот колебаний. Приведенное решение может быть использовано для прогноза долговечности трубы. В развитие этих исследований в данной статье рассмотрена задача по определению влияния на напряженно-деформированное состояние балки внезапного исключения упругого основания под средней частью балки и определению круговых частот и формы собственных поперечных колебаний балки.

Методы

Известно [2; 5; 6], что по мере продвижения газосодержащей жидкости происходит потеря напора и, как следствие, снижение давления и соответствующее увеличение объема газовой фазы.

Газ скапливается в верхней части трубы и в зависимости от количества формируется либо струйно, либо в форме отдельно распределенных эллипсоидов (рис. 1).

В обоих случаях центр тяжести потока смещается вниз по сечению трубы – при струйном потоке газа величина этого смещения по длине трубы не меняется (или меняется медленно), при отдельном расположении газовой фазы центр тяжести потока перемещается из центра сечения трубы, в котором газовые скопления отсутствуют отдельно от газового эллипсоида, в сечение, в котором расположены газовые скопления.

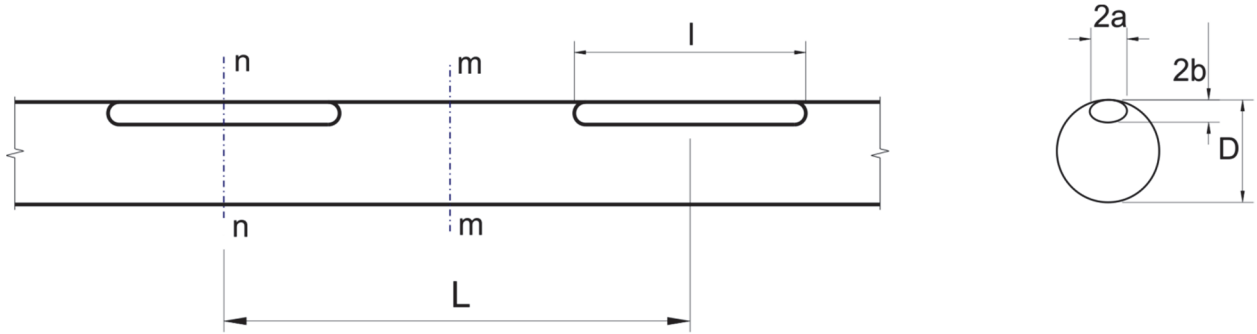


Рис. 1. Схема формирования газовой фазы в трубопроводе
Figure 1. Diagram of the formation of the gas phase in the pipeline

Это приводит к пульсации центра тяжести потока при движении жидкости, сопровождающейся дополнительными динамическими нагрузками. При этом отметим, что размеры газовых включений и расстояния между ними определяются натурными измерениями (например, ультразвуковыми методами), а в дальнейшем могут быть табулированы.

Результаты и обсуждение

Далее для упрощения расчетного алгоритма, сохраняя расчетную длину l , эллипсоидное сечение единичного газового компонента заменяем кругом равновеликой площади (рис. 2).

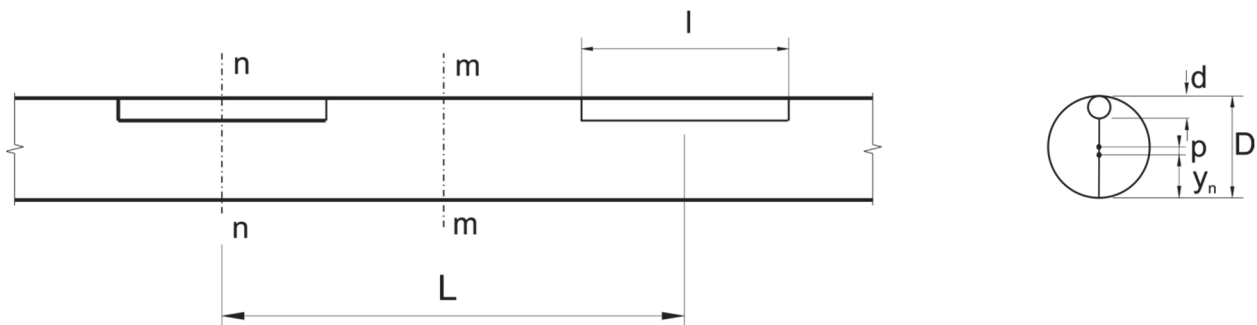


Рис. 2. Схема расчетных участков трубопровода с газовыми включениями
Figure 2. Diagram of the design sections of the pipeline with gas inclusions

Наибольшая сила пульсации

$$\max F = \mu \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = \frac{1}{2} p_i \mu_i \left(\frac{2\pi v}{L_i} \right)^2; \quad (1)$$

$$\mu_i = \frac{\pi}{4} (D_i^2 L_i - d_i^2 l_i); \quad (2)$$

$$p_i = \frac{1}{2} D_i - y_i; \quad (3)$$

$$y_i = \frac{\sum_{m=1}^k S_{im} Y_{im} r_{im}}{\sum_{m=1}^k S_{im} Y_{im}}, \quad (4)$$

где p_i – наибольшее смещение центра тяжести потока газосодержащей жидкости между сечениями без газовых включений и с газовыми включениями; μ_i – масса расчетного участка трубы; L_i – длина расчетного участка трубы; v – скорость движения жидкости; D_i – внутренний диаметр участка трубы; d_i – расчетный диаметр участка газового эллипсоида, приведенного к равновеликому кругу; l_i – длина участка газового эллипсоида; S_i – площадь сечения жидкой и газовой фаз абсциссы середины участка газового

эллипсоида; r_i – расстояние от нижней точки трубы до центра тяжести i -той фазы; γ_i – объемный вес i -той фазы.

Таким образом, динамическое догружение пульсирующего типа имеет амплитуду $A_i = p_i/2$, период пульсации $T_i = \frac{L_i}{v}$, частоту пульсации $\omega_i = \frac{2\pi}{T_i}$.

Падение напора на участках между компрессорными станциями может быть учтено уточнением величины массы.

Если трубопровод расположен на грунтовом основании, то для определения напряженно-деформированного состояния трубопровода его можно рассмотреть, как балку, длиной L , лежащую на упругом основании, описываемым моделью Винклера, подверженную действию пульсационной нагрузки.

Дифференциальное уравнение вынужденных поперечных колебаний балки на упругом основании при любом законе изменения возмущающей силы $q(x, t)$ имеет следующий вид [1; 2]:

$$EI \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} + \mu \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + ry(x, t) = q(x, t), \quad (5)$$

где E – модуль упругости материала балки, Па; I – момент инерции поперечного сечения балки, m^4 ; $y(x, t)$ – функция прогиба балки, зависящая от координаты x и времени t , м; $q(x, t)$ – возмущающая нагрузка, изменяющаяся во времени t ; $r = r_0 b : r_0$ – коэффициент отпора основания или коэффициент постели, N/m^3 ; b – ширина балки, м.

Для определения влияния на напряженно-деформированное состояние балки внезапного исключения упругого основания под средней частью балки, определим круговые частоты и формы собственных поперечных колебаний балки (рис. 3), происходящие при отсутствии возмущающих сил, то есть при $q(x, t) = 0$ уравнение (5) приобретает следующий вид:

$$EI \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} + \mu \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + ry(x, t) = 0. \quad (6)$$

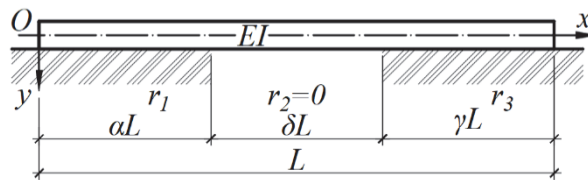


Рис. 3. Балка при изменении условий опирания на упругое основание средней части
 Figure 3. Beam when the conditions of support on the elastic base of the middle part change

Методом разделения переменных с использованием функции А.Н. Крылова $S(\kappa_j x)$, $T(\kappa_j x)$, $U(\kappa_j x)$, $V(\kappa_j x)$ получим выражение для прогиба балки [1; 2]:

$$y(x, t) = \sum_{j=1}^{\infty} X_j(x) (C_j \sin \omega_j t + D_j \cos \omega_j t) \quad (7)$$

или

$$y(x, t) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j X_j(x) \sin(\omega_j t + \varphi_j), \quad (8)$$

где ω_j – частота свободных колебаний балки:

$$\omega_j = \sqrt{\left(\frac{EI}{\mu} \kappa_j^4 + \frac{r}{\mu}\right)}. \quad (9)$$

Изучим свободные поперечные колебания балки на упругом основании (рис. 3). Левая часть балки длиной αL расположена на упругом основании с постоянным коэффициентом r_1 , средняя часть балки длиной δL расположена на упругом основании с постоянным коэффициентом r_2 , правая часть балки длиной γL расположена на упругом основании с постоянным коэффициентом r_3 . Внезапное изменение условий опирания средней части балки, расположенной на упругом основании, из-за изменения коэффициента постели, значения которого может уменьшиться до нуля, приведет к изменению расчетной схемы системы «балка – упругое основание».

Определение собственных частот и форм колебаний, перемещений и внутренних усилий балки на упругом основании при исключении основания под любой частью балки выполним, используя метод начальных параметров и функции А.Н. Крылова. Составим уравнения в универсальном виде для трех участков балки, расположенной на упругом основании. Для первого участка балки аргумент функций А.Н. Крылова обозначим κ_{1i} , для второго участка балки – κ_{2i} , для третьего участка балки – κ_{3i} .

Определим круговые частоты и формы собственных поперечных колебаний балки со свободными концами с учетом собственного веса. Составим последовательно для каждого участка балки уравнения линейных $y_{ni}(x_n)$ и угловых перемещений $\varphi_{ni}(x_n)$ оси балки, изгибающих моментов $M_{ni}(x_n)$ и поперечных сил $Q_{ni}(x_n)$, используя формулы (3).

Запишем значения граничных условий для балки со свободными концами:

$$\left. \begin{aligned} x = 0: M(0) = Q(0) = 0 \\ x = L: M(L) = Q(L) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Участок 1. $0 \leq x_1 \leq \alpha L$. Начало координат на левом конце балки. Начальные параметры на участке 1: y_{10i} , φ_{10i} , M_{10i} , Q_{10i} . Составим уравнения для произвольного сечения первого участка балки:

$$y_{1i}(x_1) = y_{10i}S(\kappa_{1i}x_1) + \varphi_{10i} \frac{T(\kappa_{1i}x_1)}{\kappa_{1i}}; \quad (11)$$

$$\varphi_{1i}(x_1) = y_{10i}\kappa_{1i}V(\kappa_{1i}x_1) + \varphi_{10i}S(\kappa_{1i}x_1); \quad (12)$$

$$M_{1i}(x_1) = -EI y_{10i} \kappa_{1i}^2 U(\kappa_{1i}x_1) - EI \varphi_{10i} \kappa_{1i} V(\kappa_{1i}x_1); \quad (13)$$

$$Q_{1i}(x_1) = -EI y_{10i} \kappa_{1i}^3 T(\kappa_{1i}x_1) - EI \varphi_{10i} \kappa_{1i}^2 U(\kappa_{1i}x_1). \quad (14)$$

Участок 2. $0 \leq x_2 \leq \delta L$. Начало координат на левом конце участка 2. Начальные параметры на участке 2: y_{20i} , φ_{20i} , M_{20i} , Q_{20i} . Условия сопряжения участков 1 и 2 при $x_1 = \alpha L$ и $x_2 = 0$: $y_{20i} = y_{1i}(\alpha L)$, $\varphi_{20i} = \varphi_{1i}(\alpha L)$, $M_{20i} = M_{1i}(\alpha L)$, $Q_{20i} = Q_{1i}(\alpha L)$.

Составим уравнения для произвольного сечения второго участка балки:

$$y_{2i}(x_2) = y_{10i}\eta_{1i}(\kappa_{1i}\alpha L, \kappa_{2i}x_2) + \varphi_{10i}\eta_{2i}(\kappa_{1i}\alpha L, \kappa_{2i}x_2); \quad (15)$$

$$\varphi_{2i}(x_2) = y_{10i}\eta_{3i}(\kappa_{1i}\alpha L, \kappa_{2i}x_2) + \varphi_{10i}\eta_{4i}(\kappa_{1i}\alpha L, \kappa_{2i}x_2); \quad (16)$$

$$M_{2i}(x_2) = -EI y_{10i}\eta_{5i}(\kappa_{1i}\alpha L, \kappa_{2i}x_2) - EI \varphi_{10i}\eta_{6i}(\kappa_{1i}\alpha L, \kappa_{2i}x_2); \quad (17)$$

$$Q_{2i}(x_2) = -EI y_{10i}\eta_{7i}(\kappa_{1i}\alpha L, \kappa_{2i}x_2) - EI \varphi_{10i}\eta_{8i}(\kappa_{1i}\alpha L, \kappa_{2i}x_2), \quad (18)$$

где обозначены

$$\eta_{1i}(\kappa_{1i}\alpha L, \kappa_{2i}x_2) = \left[S(\kappa_{1i}\alpha L)S(\kappa_{2i}x_2) + \frac{\kappa_{1i}}{\kappa_{2i}}V(\kappa_{1i}\alpha L)T(\kappa_{2i}x_2) + \frac{\kappa_{1i}^2}{\kappa_{2i}^2}U(\kappa_{1i}\alpha L)U(\kappa_{2i}x_2) + \frac{\kappa_{1i}^3}{\kappa_{2i}^3}T(\kappa_{1i}\alpha L)V(\kappa_{2i}x_2) \right]; \quad (19)$$

$$\eta_{2i}(\kappa_{1i}\alpha L, \kappa_{2i}x_2) = \left[\frac{1}{\kappa_{1i}}T(\kappa_{1i}\alpha L)S(\kappa_{2i}x_2) + \frac{1}{\kappa_{2i}}S(\kappa_{1i}\alpha L)T(\kappa_{2i}x_2) + \frac{\kappa_{1i}}{\kappa_{2i}^2}V(\kappa_{1i}\alpha L)U(\kappa_{2i}x_2) + \frac{\kappa_{1i}^2}{\kappa_{2i}^3}U(\kappa_{1i}\alpha L)V(\kappa_{2i}x_2) \right]; \quad (20)$$

$$\eta_{3i}(\kappa_{1i}\alpha L, \kappa_{2i}x_2) = \left[\kappa_{2i}S(\kappa_{1i}\alpha L)V(\kappa_{2i}x_2) + \kappa_{1i}V(\kappa_{1i}\alpha L)S(\kappa_{2i}x_2) + \frac{\kappa_{1i}^2}{\kappa_{2i}}U(\kappa_{1i}\alpha L)T(\kappa_{2i}x_2) + \frac{\kappa_{1i}^3}{\kappa_{2i}^2}T(\kappa_{1i}\alpha L)U(\kappa_{2i}x_2) \right]; \quad (21)$$

$$\eta_{4i}(\kappa_{1i}\alpha L, \kappa_{2i}x_2) = \left[\frac{\kappa_{2i}}{\kappa_{1i}}T(\kappa_{1i}\alpha L)V(\kappa_{2i}x_2) + S(\kappa_{1i}\alpha L)S(\kappa_{2i}x_2) + \frac{\kappa_{1i}}{\kappa_{2i}}V(\kappa_{1i}\alpha L)T(\kappa_{2i}x_2) + \frac{\kappa_{1i}^2}{\kappa_{2i}^2}U(\kappa_{1i}\alpha L)U(\kappa_{2i}x_2) \right]; \quad (22)$$

$$\eta_{5i}(\kappa_{1i}\alpha L, \kappa_{2i}x_2) = \left[\kappa_{2i}^2S(\kappa_{1i}\alpha L)U(\kappa_{2i}x_2) + \kappa_{1i}\kappa_{2i}V(\kappa_{1i}\alpha L)V(\kappa_{2i}x_2) + \kappa_{1i}^2U(\kappa_{1i}\alpha L)S(\kappa_{2i}x_2) + \frac{\kappa_{1i}^3}{\kappa_{2i}}T(\kappa_{1i}\alpha L)T(\kappa_{2i}x_2) \right]; \quad (23)$$

$$\eta_{6i}(\kappa_{1i}\alpha L, \kappa_{2i}x_2) = \left[\frac{\kappa_{2i}^2}{\kappa_{1i}}T(\kappa_{1i}\alpha L)U(\kappa_{2i}x_2) + \kappa_{2i}S(\kappa_{1i}\alpha L)V(\kappa_{2i}x_2) + \kappa_{1i}V(\kappa_{1i}\alpha L)S(\kappa_{2i}x_2) + \frac{\kappa_{1i}^2}{\kappa_{2i}}U(\kappa_{1i}\alpha L)T(\kappa_{2i}x_2) \right]; \quad (24)$$

$$\eta_{7i}(\kappa_{1i}\alpha L, \kappa_{2i}x_2) = \left[\kappa_{2i}^3S(\kappa_{1i}\alpha L)T(\kappa_{2i}x_2) + \kappa_{1i}\kappa_{2i}^2V(\kappa_{1i}\alpha L)U(\kappa_{2i}x_2) + \kappa_{1i}^2\kappa_{2i}U(\kappa_{1i}\alpha L)V(\kappa_{2i}x_2) + \kappa_{1i}^3T(\kappa_{1i}\alpha L)S(\kappa_{2i}x_2) \right]; \quad (25)$$

$$\eta_{8i}(\kappa_{1i}\alpha L, \kappa_{2i}x_2) = \left[\frac{\kappa_{2i}^3}{\kappa_{1i}}T(\kappa_{1i}\alpha L)T(\kappa_{2i}x_2) + \kappa_{2i}^2S(\kappa_{1i}\alpha L)U(\kappa_{2i}x_2) + \kappa_{1i}\kappa_{2i}V(\kappa_{1i}\alpha L)V(\kappa_{2i}x_2) + \kappa_{1i}^2U(\kappa_{1i}\alpha L)S(\kappa_{2i}x_2) \right]. \quad (26)$$

Участок 3. $0 \leq x_3 \leq \gamma L$. Начало координат на левом конце участка 3. Начальные параметры на участке 3: y_{30i} , φ_{30i} , M_{30i} , Q_{30i} . Условия сопряжения участков 2 и 3 при $x_2 = \delta L$ и $x_3 = 0$: $y_{30i} = y_{2i}(\delta L)$, $\varphi_{30i} = \varphi_{2i}(\delta L)$, $M_{30i} = M_{2i}(\delta L)$, $Q_{30i} = Q_{2i}(\delta L)$. Составим уравнения для произвольного сечения третьего участка балки:

$$y_{3i}(x_3) = y_{10i}\eta_{9i}(\kappa_{3i}x_3) + \varphi_{10i}\eta_{10i}(\kappa_{3i}x_3); \quad (27)$$

$$\varphi_{3i}(x_3) = y_{10i}\eta_{11i}(\kappa_{3i}x_3) + \varphi_{10i}\eta_{12i}(\kappa_{3i}x_3); \quad (28)$$

$$M_{3i}(x_3) = -EI[y_{10i}\eta_{13i}(\kappa_{3i}x_3) + \varphi_{10i}\eta_{14i}(\kappa_{3i}x_3)]; \quad (29)$$

$$Q_{3i}(x_3) = -EI[y_{10i}\eta_{15i}(\kappa_{3i}x_3) + \varphi_{10i}\eta_{16i}(\kappa_{3i}x_3)], \quad (30)$$

где обозначены

$$\eta_{9i}(\kappa_{3i}x_3) = \left[\eta_{1i}S(\kappa_{3i}x_3) + \eta_{3i} \frac{T(\kappa_{3i}x_3)}{\kappa_{3i}} + \eta_{5i} \frac{U(\kappa_{3i}x_3)}{\kappa_{3i}^2} + \eta_{7i} \frac{V(\kappa_{3i}x_3)}{\kappa_{3i}^3} \right]; \quad (31)$$

$$\eta_{10i}(\kappa_{3i}x_3) = \left[\eta_{2i}S(\kappa_{3i}x_3) + \eta_{4i} \frac{T(\kappa_{3i}x_3)}{\kappa_{3i}} + \eta_{6i} \frac{U(\kappa_{3i}x_3)}{\kappa_{3i}^2} + \eta_{8i} \frac{V(\kappa_{3i}x_3)}{\kappa_{3i}^3} \right]; \quad (32)$$

$$\eta_{11i}(\kappa_{3i}x_3) = \left[\eta_{1i}\kappa_{3i}V(\kappa_{3i}x_3) + \eta_{3i}S(\kappa_{3i}x_3) + \eta_{5i} \frac{T(\kappa_{3i}x_3)}{\kappa_{3i}} + \eta_{7i} \frac{U(\kappa_{3i}x_3)}{\kappa_{3i}^2} \right]; \quad (33)$$

$$\eta_{12i}(\kappa_{3i}x_3) = \left[\eta_{2i}\kappa_{3i}V(\kappa_{3i}x_3) + \eta_{4i}S(\kappa_{3i}x_3) + \eta_{6i} \frac{T(\kappa_{3i}x_3)}{\kappa_{3i}} + \eta_{8i} \frac{U(\kappa_{3i}x_3)}{\kappa_{3i}^2} \right]; \quad (34)$$

$$\eta_{13i}(\kappa_{3i}x_3) = \left[\eta_{1i}\kappa_{3i}^2U(\kappa_{3i}x_3) + \eta_{3i}\kappa_{3i}V(\kappa_{3i}x_3) + \eta_{5i}S(\kappa_{3i}x_3) + \eta_{7i} \frac{T(\kappa_{3i}x_3)}{\kappa_{3i}} \right]; \quad (35)$$

$$\eta_{14i}(\kappa_{3i}x_3) = \left[\eta_{2i}\kappa_{3i}^2U(\kappa_{3i}x_3) + \eta_{4i}\kappa_{3i}V(\kappa_{3i}x_3) + \eta_{6i}S(\kappa_{3i}x_3) + \eta_{8i} \frac{T(\kappa_{3i}x_3)}{\kappa_{3i}} \right]; \quad (36)$$

$$\eta_{15i}(\kappa_{3i}x_3) = \left[\eta_{1i}\kappa_{3i}^3T(\kappa_{3i}x_3) + \eta_{3i}\kappa_{3i}^2U(\kappa_{3i}x_3) + \eta_{5i}\kappa_{3i}V(\kappa_{3i}x_3) + \eta_{7i}S(\kappa_{3i}x_3) \right]; \quad (37)$$

$$\eta_{16i}(\kappa_{3i}x_3) = \left[\eta_{2i}\kappa_{3i}^3T(\kappa_{3i}x_3) + \eta_{4i}\kappa_{3i}^2U(\kappa_{3i}x_3) + \eta_{6i}\kappa_{3i}V(\kappa_{3i}x_3) + \eta_{8i}S(\kappa_{3i}x_3) \right]. \quad (38)$$

Составим систему уравнений, используя граничные условия на правом краю (3) при $x_3 = \gamma L$ и уравнения (3) и (3):

$$\begin{cases} M_{3i}(\gamma L) = -EI[y_{10i}\eta_{13i}(\kappa_{3i}\gamma L) + \varphi_{10i}\eta_{14i}(\kappa_{3i}\gamma L)] = 0. \\ Q_{3i}(\gamma L) = -EI[y_{10i}\eta_{15i}(\kappa_{3i}\gamma L) + \varphi_{10i}\eta_{16i}(\kappa_{3i}\gamma L)] = 0. \end{cases} \quad (39)$$

Для нетривиального решения уравнений (39) необходимо, чтобы определитель, составленный из коэффициентов при произвольных постоянных y_{10i} и φ_{10i} , был равен нулю:

$$D = \eta_{13i}(\kappa_{3i}\gamma L)\eta_{16i}(\kappa_{3i}\gamma L) - \eta_{14i}(\kappa_{3i}\gamma L)\eta_{15i}(\kappa_{3i}\gamma L) = 0. \quad (40)$$

Корнями частотного уравнения (40) является бесчисленное множество значений κ_{1i} , κ_{2i} и κ_{3i} . Выбор значений корней выполним из условия равенства собственных частот поперечных колебаний частей балки, на упругом основании и без основания. Каждому значению корня будет соответствовать определенная круговая частота собственных поперечных колебаний частей балки.

Используя выражение (9), определим собственные круговые частоты поперечных колебаний балки, которые образуют спектры $\omega_{1\kappa} < \omega_{2\kappa} < \dots < \omega_{n\kappa}$.

Используя полученные значения корней, определим значения начальных параметров y_{10i} и φ_{10i} из системы уравнений (39). Для определения форм собственных колебаний полученные значения y_{10i} и φ_{10i} подставим в решение уравнений (11), (15) и (27) соответственно, которые определяют значения относительных ординат i -той формы собственных колебаний балки.

Заключение

Рассмотрена задача по определению влияния на напряженно-деформированное состояние балки внезапного исключения упругого основания под средней частью балки и определению круговых частот и формы собственных поперечных колебаний балки. Приведенное решение задачи о колебаниях трубы, по которой транспортируется газосодержащая жидкость, при изменении условий опирания средней части балки может быть использовано для прогноза долговечности трубы.

Список литературы

1. Новацкий В. Динамика сооружений. М.: Госстройиздат, 1963. 376 с.
2. Бондаренко В.М., Травуш В.И. Колебания трубопроводов при транспортировании газосодержащих жидкостей // *Academia. Архитектура и строительство*. 2017. № 1. С. 101–103.
3. Akbarly R.S. Waves propagation in the fluid flowing in an elastic tube, considering viscoelastic friction of surrounding medium // *International Journal on Technical and Physical Problems of Engineering*. 2018. Vol. 35. Pp. 39–42.
4. Овчинников И.Г., Овчинников И.И., Баширзаде С.Р. Прогнозирование поведения трубопроводных конструкций в сложных грунтово-геологических условиях. Часть 1. Обобщенная модель деформирования трубопровода // *Наукоедение*. 2016. Т. 8. № 4. С. 1–26. URL: <http://naukovedenie.ru/PDF/60TVN416.pdf> (дата обращения: 21.09.2022).
5. Акуленко Л.Д., Коровина Л.И., Нестеров С.В. Собственные колебания участка трубопровода // *Известия Российской академии наук. Механика твердого тела*. 2011. № 1. С. 172–187.
6. Акуленко Л.Д., Иванов М.И., Коровина Л.И., Нестеров С.В. Основные свойства собственных колебаний протяженного участка трубопровода // *Известия Российской академии наук. Механика твердого тела*. 2013. № 4. С. 119–134.
7. Акуленко Л.Д., Георгиевский Д.В., Нестеров С.В. Спектр поперечных колебаний участка движущегося стержня при воздействии продольной нагрузки // *Известия Российской академии наук. Механика твердого тела*. 2015. № 2. С. 139–144.
8. Березнев А.В. Влияние внутреннего гидростатического давления на частоты свободных колебаний криволинейного участка трубопровода // *Известия вузов. Нефть и газ*. 2011. № 3. С. 77–80.
9. Travush V.I., Gordon V.A., Kolchunov V.I., Leontiev Ye.V. Dynamic effects in the beam on an elastic foundation caused by the sudden transformation of supporting conditions // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2018. Vol. 14. No. 4. Pp. 27–47. <https://doi.org/10.22337/2587-9618-2018-14-4-27-47>
10. Travush V.I., Gordon V.A., Kolchunov V.I., Leontiev Ye.V. Mathematic model of a beam partially supported on elastic foundation // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2019. Vol. 15. No. 2. Pp. 144–158. <https://doi.org/10.22337/2587-9618-2019-15-2-144-158>

References

1. Novatsky V. *Dynamics of structures*. Moscow: Gosstroizdat Publ.; 1963. (In Russ.)
2. Bondarenko V.M., Travush V.I. Fluctuations of pipelines during transportation of gas-containing liquids. *Academia. Architecture and Construction*. 2017;(1):101–103. (In Russ.)
3. Akbarly R.S. Waves propagation in the fluid flowing in an elastic tube, considering viscoelastic friction of surrounding medium. *International Journal on Technical and Physical Problems of Engineering*. 2018;35:39–42.
4. Ovchinnikov I.G., Ovchinnikov I.I., Bashirzade S.R. Forecasting the behavior of pipeline structures in complex soil and geological conditions. Part 1. Generalized model of pipeline deformation. *Naukovedenie*. 2016;8(4): 1–26. (In Russ.) Available from: <http://naukovedenie.ru/PDF/60TVN416.pdf> (accessed: 21.09.2022).
5. Akulenko L.D., Korovina L.I., Nesterov S.V. Natural vibrations of a pipeline section. *Izvestiya Rossiiskoi Akademii Nauk. Mekhanika Tverdogo Tela*. 2011;(1):172–187. (In Russ.)
6. Akulenko L.D., Ivanov M.I., Korovina L.I., Nesterov S.V. The main properties of natural oscillations of an extended pipeline section. *Izvestiya Rossiiskoi Akademii Nauk. Mekhanika Tverdogo Tela*. 2013;(4):119–134. (In Russ.)
7. Akulenko L.D., Georgievsky D.V., Nesterov S.V. The spectrum of transverse oscillations of a section of a moving rod under the influence of a longitudinal load. *Izvestiya Rossiiskoi Akademii Nauk. Mekhanika Tverdogo Tela*. 2015;(2):139–144. (In Russ.)
8. Bereznev A.V. Influence of internal hydrostatic pressure on the frequencies of free oscillations of a curved section of the pipeline. *Oil and Gas Studies*. 2011;(3):77–80. (In Russ.)
9. Travush V.I., Gordon V.A., Kolchunov V.I., Leontiev Ye.V. Dynamic effects in the beam on an elastic foundation caused by the sudden transformation of supporting conditions. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2018;14(4):27–47. <https://doi.org/10.22337/2587-9618-2018-14-4-27-47>
10. Travush V.I., Gordon V.A., Kolchunov V.I., Leontiev Ye.V. Mathematic model of a beam partially supported on elastic foundation. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2019;15(2):144–158. <https://doi.org/10.22337/2587-9618-2019-15-2-144-158>