

DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-6-515-524
УДК 624.074

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Устойчивость пологих оболочек покрытия при местном изменении прочностных характеристик

А.Г. Колесников^{ID}, А.В. Осадчая^{ID}

Юго-Западный государственный университет, Курск, Российская Федерация
✉ ag-kolesnikov@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 22 августа 2022 г.
Доработана: 12 октября 2022 г.
Принята к публикации: 15 октября 2022 г.

Для цитирования

Колесников А.Г., Осадчая А.В. Устойчивость пологих оболочек покрытия при местном изменении прочностных характеристик // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 6. С. 515–524. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-6-515-524>

Аннотация. Рассматриваются конструкции покрытий зданий и сооружений в виде пологих оболочек, имеющих некоторые повреждения. Выводятся уравнения, учитывающие геометрическую нелинейность работы тонкостенной конструкции. Дается методика решения систем уравнений с помощью метода Бубнова – Галеркина. Моделируется работа конструкции с различными способами закрепления краев. Повреждения задаются изменением модуля упругости на произвольном участке конструкции. Исследуется влияние формы и расположения дефекта на величину критической нагрузки. Результаты проведенных исследований приводятся в безразмерном виде и иллюстрируются графиками, что делает удобным их использование в инженерных расчетах. Даются рекомендации по корректировке формы и толщины конструкций покрытий в виде пологих оболочек для сохранения их несущей способности при возникновении дефектов. Предложенная постановка задачи может использоваться для определения и исследования напряженно-деформированного состояния конструкций в виде пологих оболочек с учетом геометрической нелинейности работы при наличии в них дефектов. Построенные графики зависимости критической нагрузки от различных параметров позволяют оценить работу конструкций с учетом изменения различных факторов на разных стадиях работы конструкции. Использование изменяющихся характеристик снижения модуля упругости, возникающих вследствие возникновения дефекта, показывает результаты, приближенные к реальным условиям.

Ключевые слова: полая оболочка, напряженно-деформированное состояние, пространственная конструкция, дефект, критическая нагрузка

Колесников Александр Георгиевич, кандидат технических наук, доцент кафедры уникальных зданий и сооружений, Юго-Западный государственный университет, Российская Федерация, 305040, Курск, ул. 50 лет Октября, д. 94; ORCID: 0000-0001-7874-3646, Scopus Author ID: 56035426300, eLIBRARY SPIN-код: 7667-6685; ag-kolesnikov@mail.ru

Осадчая Антонина Валерьевна, магистрант, кафедра уникальных зданий и сооружений, Юго-Западный государственный университет, Российская Федерация, 305040, Курск, ул. 50 лет Октября, д. 94; ORCID: 0000-0002-0076-3695; tonechka.84@mail.ru

© Колесников А.Г., Осадчая А.В., 2022




This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Stability of shallow shells with local changes in strength characteristics

Alexander G. Kolesnikov  , Antonina V. Osadchaya 

South-West State University, Kursk, Russian Federation

 ag-kolesnikov@mail.ru

Article history

Received: August 22, 2022

Revised: October 12, 2022

Accepted: October 15, 2022

For citation

Kolesnikov A.G., Osadchaya A.V. Stability of shallow shells with local changes in strength characteristics. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(6):515–524. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-6-515-524>

Abstract. The authors deal with the structures of buildings in the form of shallow shells with some damage. The derivation of equations is given taking into account the geometric nonlinearity of the work of a thin-walled structure. A technique for solving systems of equations using the Bubnov – Galyorkin method is given. The work of the structure with various ways of fixing the edges is simulated. Damage is specified by changing the modulus of elasticity in an arbitrary section of the structure. The influence of the shape and location of the defect on the value of the critical load is investigated. The results of the studies carried out are given in a dimensionless form and illustrated by graphs, which makes it convenient to use them in engineering calculations. Recommendations are given for correcting the shape and thickness of coating structures in the form of shallow shells in order to maintain their bearing capacity in the event of defects. The proposed method can be used to determine and investigate the stress-strain state of structures in the form of shallow shells, taking into account the geometric nonlinearity of work in the presence of defects in them. The constructed graphs of the dependence of the critical load on various parameters make it possible to evaluate the operation of structures, taking into account changes in various factors at various stages of the structure's operation. The use of varying characteristics of the reduction in the modulus of elasticity, which appears because of the occurrence of a defect, shows results that are close to real conditions.

Keywords: shallow shell, stress-strain state, spatial structure, defect, critical load

Введение

Пространственные конструкции в виде пологих оболочек нашли широкое применение при возведении большепролетных зданий и сооружений, в которых есть требования к отсутствию внутренних опор. При этом, на стадии эксплуатации могут возникнуть местные дефекты в конструкции, которые приводят к общей потере прочности или устойчивости (рис. 1).

Изучению конструкций в виде пологих оболочек в настоящее время уделяется значительное внимание во всем мире. Проводятся исследования устойчивости [1–3] и колебаний конструкций [4–7], в том числе в нелинейной постановке [8; 9] и различных форм срединной поверхности [10–12]. Интересны работы, анализирующие поведения слоистых [13–15] и ортотропных пологих оболочек [16], результаты которых могут быть использованы для моделирования железобетонных и армоцементных конструкций.

Особый интерес представляют работы, в которых исследуется длительная прочность оболочек покрытия и снижение ее в следствии различных факторов [17; 18].

Но перед проектировщиками зачастую стоят задачи не только расчета конструкций, но и их исследования, поэтому разработка методов их анализа является важной задачей. В настоящее время большинство таких конструкций рассчитываются и исследуются при помощи программного обеспечения, основанного на методе конечных элементов [19; 20]. Это удобно для инженерного проектирования. Однако, в случае нелинейных задач можно получить результаты, точность которых трудно оценить. Решение сильно зависит от типа и числа конечных элементов, причем увеличение количества элементов не приводит к достаточному уровню точности.

Alexander G. Kolesnikov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Unique Buildings and Structures, Southwestern State University, 94 50 Let Oktyabrya St, Kursk, 305040, Russian Federation; ORCID: 0000-0001-7874-3646, Scopus Author ID: 56035426300, eLIBRARY SPIN-code: 7667-6685; ag-kolesnikov@mail.ru

Antonina V. Osadchaya, master student, Department of Unique Buildings and Structures, Southwestern State University, 94 50 Let Oktyabrya St, Kursk, 305040, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-0076-3695; tonechka.84@mail.ru



Рис. 1. Обрушение пространственной конструкции покрытия здания Трансвааль-парка, Москва (*сверху*) и здания Басманного рынка, Москва (*снизу*)
Figure 1. The collapse of the elite structure of the covering of the Transvaal Park building, Moscow (*above*) and the building of the Basmannyi market, Moscow (*below*)

В решении некоторых задач проектирования, а особенно синтеза и анализа конструкций более точные результаты можно получить с использованием численных методов прямого вариационного исчисления [21–24].

Разработка численных методов расчета и анализа тонкостенных конструкций с дефектами, работающих в нелинейной стадии деформирования остается актуальной задачей.

Методы

Задача расчета конструкций покрытий зданий и сооружений в виде пологих оболочек, имеющих дефекты, полученные в результате каких-либо воздействий (рис. 2) с любым отношением сторон в плане и видом опирания, а также загруженными вертикальной равномерно распределенной нагрузкой, может

быть представлена системой уравнений (1). При этом толщина конструкции весьма мала по сравнению с размерами в плане, а величины прогибов соизмеримы с толщиной, следовательно, необходимо учесть геометрическую нелинейность работы конструкции [21; 22]:

$$\begin{cases} \frac{1}{h} \nabla^2 \nabla^2 \frac{1}{E(x,y)} \varphi + k_y \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + k_x \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2k_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0, \\ \frac{h}{12} \nabla^2 \nabla^2 \frac{E(x,y)}{(1-\nu(x,y)^2)} w - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \left(k_x + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \left(k_y + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \left(k_{xy} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) - Z = 0. \end{cases} \quad (1)$$

где φ – функция напряжений; w – функция прогибов; Z – функция нагрузки.

Переменная форма оболочки на прямоугольном плане описывается уравнением ее срединной поверхности:

$$F(x, y) = f \left[\alpha \left(\frac{x}{a} \right)^{2\xi} + \beta \left(\frac{y}{b} \right)^{2\xi} + 1 \right], \quad (2)$$

где f – стрела подъема в центре оболочки; $\alpha = -\frac{f_1}{f}$, $\beta = -\frac{f_2}{f}$ – параметры, характеризующие форму оболочки; f_1, f_2 – стрелы подъема опорных арок оболочки; a, b – размеры в плане.

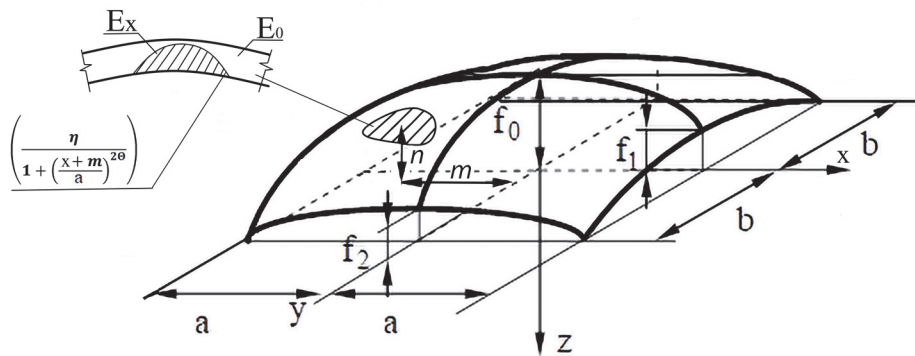


Рис. 2. Покрытие в виде полой оболочки с произвольным дефектом
Figure 2. Coating in the form of a shallow shell with an arbitrary defect

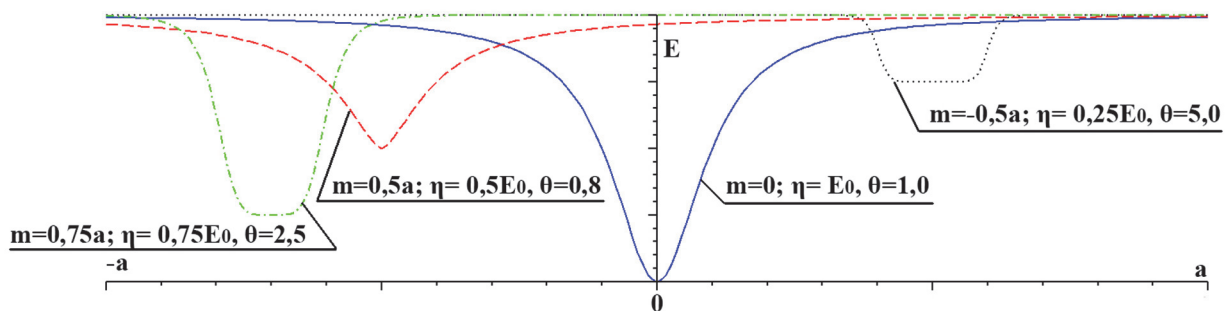


Рис. 3. Форма изменения модуля упругости в зависимости от варьирования параметров m, η, θ
Figure 3. The form of change in the modulus of elasticity depending on changes in the parameters m, η, θ

Дефект моделируется в виде изменения модуля упругости на произвольной области конструкции в виде

$$E(x, y) = E_0 - \left(\frac{\eta}{1 + \left(\frac{x+m}{a} \right)^{2\theta}} \right) \left(\frac{y}{1 + \left(\frac{y+n}{b} \right)^{2\theta}} \right), \quad (3)$$

где E_0 – начальный модуль упругости (рис. 3); η, γ – коэффициенты износа конструкции вдоль оси x и y соответственно ($0; E_0$]; m – коэффициент, характеризующий смещение точки наименьшего модуля упругости вдоль оси x [$-a; a$]; n – коэффициент, характеризующий смещение точки наименьшего модуля упругости вдоль оси y [$-b; b$]; θ, ϑ – коэффициенты, характеризующие форму изменения модуля упругости вдоль осей x и y соответственно ($0,5; \infty$).

Варьирование коэффициентов m, η, θ позволяет задавать большое количество вариантов возможных дефектов (уменьшение прочностных характеристик некоторой области конструкции, степень уменьшения прочностных характеристик).

Напряжения в любой точке оболочки можно определить с помощью метода Бубнова – Галеркина [24]:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_2)^2 + (\bar{\sigma}_3 - \bar{\sigma}_2)^2 + (\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_1)^2]}, \quad (4)$$

где

$$\bar{\sigma}_1 = \left| \frac{6}{\bar{t}} \bar{D} \bar{B} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} Z_x Z_y + \nu \frac{\partial^2}{\partial y^2} Z_y Z_x \right) \right| + \left| \bar{A} \frac{\partial^2}{\partial y^2} Z_y Z_x \bar{t} \right| + \left| \frac{g}{\bar{t}^2} \bar{D} \bar{B} \left(\frac{\partial^3}{\partial x^3} Z_x Z_y + \frac{\partial}{\partial x} Z_x \frac{\partial^2}{\partial y^2} Z_y \right) \right|; \quad (5)$$

$$\bar{\sigma}_2 = \left| \frac{6}{\bar{t}} \bar{D} \bar{B} \left(\nu \frac{\partial^2}{\partial x^2} Z_x Z_y + \frac{\partial^2}{\partial y^2} Z_y Z_x \right) \right| + \left| \bar{A} \frac{\partial^2}{\partial x^2} Z_x Z_y \bar{t} \right| + \left| \frac{g}{\bar{t}^2} \bar{D} \bar{B} \left(\frac{\partial^3}{\partial y^3} Z_y Z_x + \frac{\partial}{\partial y} Z_y \frac{\partial^2}{\partial x^2} Z_x \right) \right|; \quad (6)$$

$$\bar{\sigma}_3 = \left| \frac{6}{\bar{t}} (1 - \nu) \bar{D} \bar{B} \frac{\partial}{\partial x} Z_x \frac{\partial}{\partial y} Z_y \right| + \left| \bar{A} \frac{\partial}{\partial x} Z_x \frac{\partial}{\partial y} Z_y \bar{t} \right|. \quad (7)$$

$$\bar{D} = \frac{D}{E_0 h^3}; \quad D = \frac{E_0 h^3}{12(1-\nu^2)}. \quad (8)$$

$$\bar{A} = \frac{A a^2}{E f^5}; \quad \bar{B} = \frac{B a^2}{f^2}. \quad (9)$$

$$g = \frac{f}{a}; \quad \bar{t} = \frac{h}{f}. \quad (10)$$

$$A = -\frac{1}{J_1} (B J_2 + B^2 J_3). \quad (11)$$

$$\begin{aligned} B = & \frac{1}{6C_1} (36C_3 C_2 C_1 + 108q C_1^2 - 8C_2^3 + 12\sqrt{3}(4C_3^3 C_1 - C_3^2 C_2^2 + 18C_3 C_2 C_1 q + \\ & + 12\sqrt{3}(4C_3^3 C_1 - C_3^2 C_2^2 + 18C_3 C_2 C_1 q + 27q^2 C_1^2 - 4q C_2^3)^{1/2} C_1)^{1/3} - \\ & - \frac{2}{3} (3C_3 C_1 - C_2^2) / (C_1 (36C_3 C_2 C_1 + 108q C_1^2 - 8C_2^3 + 12\sqrt{3}(4C_3^3 C_1 - C_3^2 C_2^2 + \\ & + 18C_3 C_2 C_1 q + 27q^2 C_1^2 - 4q C_2^3)^{1/2} C_1)^{1/3} - \frac{1}{3} \frac{C_2}{C_3}). \end{aligned} \quad (12)$$

$$C_1 = 2E_0 h \frac{J_3^2}{J_1 J_4}; \quad C_2 = 3E_0 \frac{J_3 J_2}{J_1 J_4}; \quad C_3 = D \frac{J_1^2}{J_1 J_4} + E_0 h \frac{J_2^2}{J_1 J_5}. \quad (13)$$

$$\begin{aligned}
 J_1 = & \int_{-a}^a \int_{-b}^b \left(-\frac{2\left(\frac{\partial}{\partial y} E(x, y)\right)\left(\frac{\partial^3}{\partial y^3} \bar{w}(x, y)\right)}{hE(x, y)^2} + \frac{2\left(\frac{\partial}{\partial y} E(x, y)\right)^2\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} \bar{w}(x, y)\right)}{hE(x, y)^3} - \frac{\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} E(x, y)\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} \bar{w}(x, y)\right)}{hE(x, y)^2} + \right. \\
 & + \frac{\frac{\partial^4}{\partial x^4} \bar{w}(x, y)}{hE(x, y)} - \frac{2\left(\frac{\partial}{\partial y} E(x, y)\right)^2 \nu\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \bar{w}(x, y)\right)}{hE(x, y)^3} + \frac{\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} E(x, y)\right) \nu\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \bar{w}(x, y)\right)}{hE(x, y)^2} - \frac{2\left(\frac{\partial}{\partial x} E(x, y)\right)\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3} \bar{w}(x, y)\right)}{hE(x, y)^2} + \\
 & + \frac{2\left(\frac{\partial}{\partial x} E(x, y)\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \bar{w}(x, y)\right)}{hE(x, y)^3} - \frac{\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} E(x, y)\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \bar{w}(x, y)\right)}{hE(x, y)^2} + \frac{2\left(\frac{\partial}{\partial x} E(x, y)\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \bar{w}(x, y)\right)}{hE(x, y)^3} - \\
 & - \frac{\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} E(x, y)\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \bar{w}(x, y)\right)}{hE(x, y)^2} - \frac{2\left(\frac{\partial}{\partial x} E(x, y)\right)^2 \nu\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} \bar{w}(x, y)\right)}{hE(x, y)^3} + \\
 & + \frac{\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} E(x, y)\right) \nu\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} \bar{w}(x, y)\right)}{hE(x, y)^2} - \frac{2\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial y} E(x, y)\right)\left(\frac{\partial}{\partial y} \bar{w}(x, y)\right)}{hE(x, y)^2} - \frac{2\left(\frac{\partial^3}{\partial y^2 \partial x} E(x, y)\right)\left(\frac{\partial}{\partial x} \bar{w}(x, y)\right)}{hE(x, y)^2} - \\
 & - \frac{2\left(\frac{\partial^2}{\partial y \partial x} E(x, y)\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \bar{w}(x, y)\right)}{hE(x, y)^2} + \frac{4\left(\frac{\partial}{\partial x} E(x, y)\right)\left(\frac{\partial}{\partial y} E(x, y)\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \bar{w}(x, y)\right) \nu}{hE(x, y)^3} - \\
 & \left. - \frac{\frac{\partial^4}{\partial y^4} \bar{w}(x, y)}{hE(x, y)} - \frac{2\left(\frac{\partial^2}{\partial y \partial x} E(x, y)\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \bar{w}(x, y)\right) \nu}{hE(x, y)^2} \right) \bar{w}(x, y) dx dy. \tag{14}
 \end{aligned}$$

$$J_2 = \int_{-a}^a \int_{-b}^b \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x \partial y} \right) \bar{w} dx dy. \tag{15}$$

$$J_3 = \int_{-a}^a \int_{-b}^b (\Delta \bar{w}) \bar{w} dx dy. \tag{16}$$

$$J_4 = \int_{-a}^a \int_{-b}^b Z \bar{w} dx dy. \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
 J_5 = & \int_{-a}^a \int_{-b}^b \left(\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} D(x, y) \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \bar{w}(x, y) \right) + 2 \left(\frac{\partial}{\partial x} D(x, y) \right) \left(\frac{\partial^3}{\partial x^3} \bar{w}(x, y) \right) + \right. \\
 & + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} D(x, y) \right) \nu \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} \bar{w}(x, y) \right) + D(x, y) \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} \bar{w}(x, y) \right) + 2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} D(x, y) \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \bar{w}(x, y) \right) + \\
 & + 2 \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} D(x, y) \right) + \left(\frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial y} \bar{w}(x, y) \right) + D(x, y) \left(\frac{\partial^4}{\partial y^4} \bar{w}(x, y) \right) - 2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} D(x, y) \right) \times \\
 & \times \left(\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \bar{w}(x, y) \right) \nu + 2 \left(\frac{\partial}{\partial x} D(x, y) \right) \left(\frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2} \bar{w}(x, y) \right) + 2 D(x, y) \left(\frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} \bar{w}(x, y) \right) + \\
 & + 2 \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} D(x, y) \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} \bar{w}(x, y) \right) + 2 \left(\frac{\partial}{\partial y} D(x, y) \right) \left(\frac{\partial^3}{\partial y^3} \bar{w}(x, y) \right) + \\
 & \left. + \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} D(x, y) \right) \nu \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \bar{w}(x, y) \right) \right) \bar{w}(x, y) dx dy, \tag{18}
 \end{aligned}$$

где h – толщина конструкции покрытия в виде полой оболочки; ν – коэффициент Пуассона; A, B – известные метода Бубнова – Галеркина; Z_x, Z_y – балочные функции В.З. Власова.

Так как рассматриваемые конструкции можно отнести к тонким пологим оболочкам (толщина значительно меньше размеров в плане), в большинстве случаев возникает необходимость проверки конструкции на устойчивость. Коэффициент критической нагрузки для пологих оболочек на упругом основании может быть представлен уравнением

$$p_{cr} = \frac{2}{27} \frac{1}{c_1^2} \left[(C_1^2 - 3C_1 C_3)^{3/2} + C_2 \left(C_2^2 - \frac{9}{2} C_1 C_3 \right) \right]. \tag{19}$$

Значения, полученные с помощью представленной методики, сравнивались с результатами других авторов. Проводилось сравнение изгибающего момента, возникающего в металлической оболочке на квадратном плане. Результаты решения показали хорошую сходимость со значениями авторов, использующих другие численные методы [22]. При расчете методом конечных элементов результат сильно зависел от количества используемых конечных элементов в модели.

Результаты и обсуждение

Представленная постановка задачи определения напряжений и критической нагрузки в покрытиях в виде пологих оболочек позволяет проводить исследования влияния различных факторов на напряженно-деформированное состояние конструкций, что не всегда возможно при помощи методик, основанных на методе конечных элементов.

Для примера рассматривалась конструкция покрытия в виде оболочки на квадратном плане с соотношением толщины к размеру в плане $h/2a = 1/20$. На рис. 4 показано уменьшение значения критической нагрузки тонкостенной конструкции покрытия, определяемых по формуле (19), при увеличении параметра m , то есть смещении дефекта от центра к краю конструкции.

Рисунок наглядно иллюстрирует опасность возникновения дефектов, приводящих к снижению прочностных характеристик оболочек и возможности использования приведенных уравнений для определения напряженно-деформированного состояния в них.

На рис. 5 показано изменение критической нагрузки при возникновении дефекта на расстоянии четверти размера в плане от центра для той же конструкции в зависимости от коэффициента, характеризующего форму снижения значения модуля упругости m .

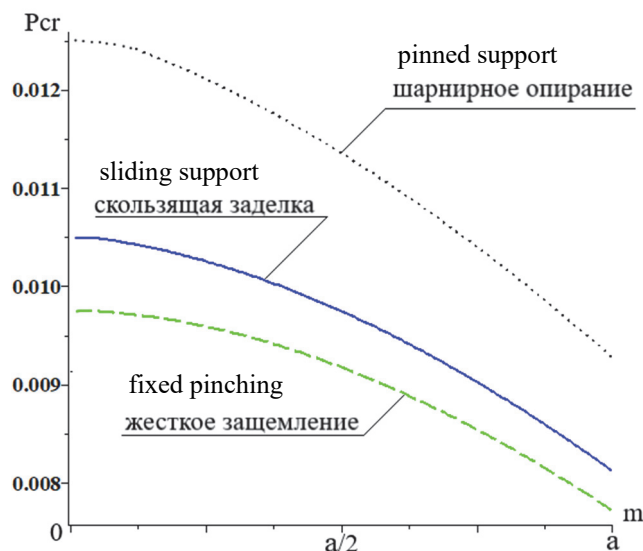


Рис. 4. Влияние размещения дефекта на значение величины критической нагрузки
Figure 4. Influence of defect placement on the value of the critical load

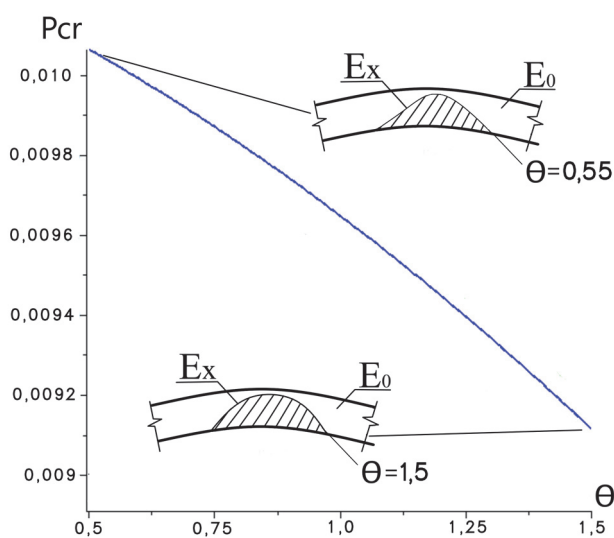


Рис. 5. Зависимость критической нагрузки от параметра, характеризующего форму снижения значения модуля упругости
Figure 5. Dependence of the critical load on the parameter characterizing the shape of the decrease in the value of the modulus of elasticity

Графики показывают возможность использования представленной численной методики определения напряженно-деформированного состояния конструкций в виде пологих оболочек для анализа влияния различных параметров дефектов (величина снижения модуля упругости, местонахождение дефекта, форма снижения модуля упругости) и размеров конструкции (толщины, формы конструкции, стрелы подъема) на исследуемые характеристики.

Постановка задачи определения напряженно-деформированного состояния конструкций в виде пологих оболочек с дефектами позволяет проводить исследования и оценивать несущую способность конструкции исходя из условий проектирования.

Представление уравнений (4), (19) в безразмерном виде удобно для получения зависимостей и анализа вносимых изменений без привязки к конкретным размерам.

Задание срединной поверхности F , входящей в систему (1) в виде поверхности переноса [23] позволило исследовать влияние дефектов на конструкции различной формы при одинаковых размерах в плане и стреле подъема. У конструкций в виде пологих оболочек с образующей в форме, находящейся между сферической и цепной функциями влияния дефектов на величину критической нагрузки, проявляется в меньшей степени [21; 24].

Использование изменяющейся формы изменения модуля упругости (рис. 3) позволяет смоделировать дефекты, максимально приближенные к реальным.

Рис. 4 показывает влияние размещения дефекта на значение величины критической нагрузки, как наиболее важный параметр дефекта после значения его величины, влияние которого очевидно. Он позволяет оценить степень снижения несущей способности в зависимости от приближения дефекта к опорной зоне. График же, показанный на рис. 5 показывает влияние формы снижения значения модуля упругости на величину критической нагрузки.

Из графиков видно, что помимо величины уменьшения модуля упругости в месте возникновения дефекта, важно место его нахождения, область повреждения и форма снижения модуля упругости по толщине конструкции. Аналогичные зависимости были обнаружены для значения напряжений, возникающих в конструкции. Уменьшить значение влияния возможных дефектов можно придав на этапе проектирования конструкции форму, близкую к оптимальной или задав рациональные изменение толщины конструкции вдоль ее образующей [24; 25].

Заключение

Предложенная постановка задачи может быть использована для определения и исследования напряженно-деформированного состояния конструкций в виде пологих оболочек с учетом геометрической нелинейности работы при наличии в них дефектов. Построенные графики зависимости критической нагрузки от различных параметров позволили оценить работу конструкций с учетом изменения различных факторов. Использование изменяющихся характеристик снижения модуля упругости, возникающее вследствие возникновения дефекта, показывает результаты, приближенные к реальным условиям.

Список литературы / References

1. Nie G., Chan C., Yao J., He X. Asymptotic solution for nonlinear buckling of orthotropic shells on elastic foundation. *AIAA Journal*. 2009;47(7):1772–1783. <https://doi.org/10.2514/1.43311>
2. Ivanov V.N., Krivoshapko S.N. *Analytical methods for calculating shells of non-canonical form*. Moscow: RUDN University Publ.; 2010. (In Russ.)
Иванов В.Н., Кривошапко С.Н. Аналитические методы расчета оболочек неканонической формы: монография. М.: РУДН, 2010. 540 с.
3. Sofiyev A.H., Omurtag M.H., Schnack E. The vibration and stability of orthotropic conical shells with non-homogeneous material properties under a hydrostatic pressure. *Journal of Sound and Vibration*. 2009;319(3–5):963–983.
4. Bahrami S., Mohammad F.Sh., Saadatpour M. Vibration analysis of thin shallow shells using spectral element method. *Applied Mathematical Modelling*. 2017;44:470–480. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2017.02.001>
5. Eisenberger M., Godoy L.A. Navier type exact analytical solutions for vibrations of thin-walled shallow shells with rectangular planform. *Thin-Walled Structures*. 2020;160:107356. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2020.107356>
6. Pavlysh V.N., Storozhev S.V., Nombre S.B. Study of fuzzy models of stability and resonant vibrations, closed spherical and ellipsoidal shells. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. 2020;(3):32–42. (In Russ.)
Павлыш В.Н., Сторожев С.В., Номбре С.Б. Исследование нечетких моделей устойчивости и резонансных колебаний, замкнутых сферических и эллипсоидальных оболочек // Журнал теоретической и прикладной механики. 2020. № 3. С. 32–42.
7. Eisenberger M., Deutsch A. Solution of thin rectangular plate vibrations for all combinations of boundary conditions. *Journal of Sound and Vibration*. 2019;452:1–12. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2019.03.024>
8. Sofiyev A.H., Turan F. On the nonlinear vibration of heterogenous orthotropic shallow shells in the framework of the shear deformation shell theory. *Thin-Walled Structures*. 2021;161:107181. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2020.107181>
9. Krivoshapko S.N., Gil-Oulbe M. Geometry & strength of a shell of velaroidal type on annulus plan with two families of sinusoids. *International Journal of Soft Computing and Engineering*. 2013;3(3):71–73
10. Aleshina O.O., Ivanov V.N., Cajamarca-Zuniga D. Stress state analysis of an equal slope shell under uniformly distributed tangential load by different methods. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2021;17(1):51–62. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-1-51-62>

11. Ivanov V.N., Abbushi N.Y.A. Calculation of the compartments of the epitrochoidal shell by the variation-difference method. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2003;(2):13–18. (In Russ.)
Иванов В.Н., Абушуи Н.Ю.А. Расчет отсеков эпитрохоидальной оболочки вариационно-разностным методом // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2003. № 2. С. 13–18.
12. Quan T.Q., Cuong N.H., Duc N.D. Nonlinear buckling and post-buckling of eccentrically oblique stiffened sandwich functionally graded double curved shallow shells. *Aerospace Science and Technology*. 2019;90:169–180. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2019.04.037>
13. Huang S., Qiao P. A new semi-analytical method for nonlinear stability analysis of stiffened laminated composite doubly-curved shallow shells. *Composite Structures*. 2020;251:112526. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.112526>
14. Trushin S., Zavoronok S. Nonlinear analysis of multilayered composite shells using finite difference energy method. *Space Structures 5: Proceedings of the Fifth International Conference on Space Structures, held at the University of Surrey*. Guildford: Thomas Telford Ltd; 2002. p. 1527–1533.
15. Qin Zh., Shengnan Zh., Xuejia P., Safaei B., Chua F. A unified solution for vibration analysis of laminated functionally graded shallow shells reinforced by graphene with general boundary conditions. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2019;170:105341. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2019.105341>
- 16 Wang J., Li Zh.L., Yu W. Structural similitude for the geometric nonlinear buckling of stiffened orthotropic shallow spherical shells by energy approach. *Thin-Walled Structures*. 201;138:430–457. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2018.02.006>
17. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I., Klyueva N.V. Once again about the constructive safety and survivability of buildings. *Bulletin of the Department of Building Sciences of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences*. 2007;(11):81–86. (In Russ.)
Бондаренко В.М., Колчунов В.И., Ключева Н.В. Еще раз о конструктивной безопасности и живучести зданий // Вестник отделения строительных наук Российской академии архитектуры и строительных наук. 2007. № 11. С. 81–86.
18. Geniev G.A., Pyatikrestovsky K.P. *Issues of longterm dynamic strength of anisotropic structural materials*. Moscow: GUP TsNIISK imeni V.A. Kucherenko Publ.; 2000. (In Russ.)
Гениев Г.А., Пятикрестовский К.П. Вопросы длительной динамической прочности анизотропных конструктивных материалов. М.: ГУП ЦНИИСК имени В.А. Кучеренко, 2000. 38 с.
19. Andreev V., Barmenkova E., Potekhin I. Way of optimization of stress state of elements of concrete structures. *Procedia Engineering*. 2016;153–169:37–44. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.08.077>
20. Gil-Oulbé M., Farhan I.T. Using FGM for cyclic shell structures. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2016;(4):14–20.
21. Stupishin L.Y., Kolesnikov A.G., Nikitin K.E. Variable form forming investigation for flexible shallow shells on circular base. *Asian Journal of Civil Engineering*. 2017;18(2):163–171.
22. Straughan W. Analysis of plates on elastic foundations. Texas: Texas Tech University; 1980.
23. Stupishin L., Kolesnikov A., Tolmacheva T. Analysis of flexible layered shallow shells on elastic foundation. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2017;201(1):012018. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/201/1/012018>
24. Stupishin L.Y., Kolesnikov A.G., Nikitin K.E. Optimal design of flexible shallow shells on elastic foundation. *Journal of Applied Engineering Science*. 2017;15(3):349–353. <https://doi.org/10.5937/jaes15-14654>
25. Serpik I.N., Tarasova N.V. Optimisation of steel trusses with a choice of multi-stage prestressing conditions. *Magazine of Civil Engineering*. 2020;5(97):9705. <https://doi.org/10.18720/MCE.97.5>