



РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-6-490-502
УДК 69.07

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Неравновесные и нелинейные процессы при оценке потенциала живучести железобетонных конструктивных систем в запредельных состояниях

Н.Б. Андросова^{1,3} , В.И. Колчунов^{2,3} , С.Г. Емельянов² 

¹Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева, Орел, Российская Федерация

²Юго-Западный государственный университет, Курск, Российская Федерация

³Научно-исследовательский институт строительной физики РААСН, Москва, Российская Федерация

✉ ramia84@rambler.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 12 сентября 2022 г.

Доработана: 27 октября 2022 г.

Принята к публикации: 30 октября 2022 г.

Для цитирования

Андросова Н.Б., Колчунов В.И., Емельянов С.Г. Неравновесные и нелинейные процессы при оценке потенциала живучести железобетонных конструктивных систем в запредельных состояниях // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 6. С. 490–502. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-6-490-502>

Аннотация. Рассмотрены задачи о неравновесных и нелинейных процессах при оценке потенциала живучести железобетонных конструктивных систем в запредельных состояниях. Дано определение понятия «экспозиция живучести» для количественной оценки потенциала живучести. Предложена расчетная модель, основанная на обобщении известной классической связи между скоростью изменения текущего относительного дефицита напряженно-деформированного состояния железобетона по отношению к каждому фиксированному времени, значению для описания во времени неравновесных процессов силового сопротивления конструкционных материалов в зависимости от режима и уровня нагружения. На основе теории линейной ползучести стареющих материалов построен алгоритм для определения меры ползучести коррозионно повреждаемого бетона и железобетона и определения параметра «экспозиция живучести» железобетонной статически неопределимой конструктивной системы с учетом неравновесных и нелинейных процессов ее деформирования во времени. Рассмотрен пример расчета потенциала живучести однопролетной жестко защемленной железобетонной балки с позиции критерия особого предельного состояния.

Ключевые слова: железобетонные конструкции, ползучесть, коррозионные повреждения, экспозиция живучести, особое воздействие, прогрессирующее обрушение

Андросова Наталья Борисовна, кандидат технических наук, доцент, заведующая кафедрой строительных конструкций и материалов, Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева, Российская Федерация, 302026, Орел, ул. Комсомольская д. 95; научный сотрудник, Научно-исследовательский институт строительной физики РААСН, Российская Федерация, 127238, Москва, Локомотивный пр-д, д. 21; ORCID: 0000-0003-1251-7106, Scopus Author ID: 57205225480, eLIBRARY SPIN-код: 1987-0753; ramia84@rambler.ru

Колчунов Виталий Иванович, академик РААСН, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой уникальных зданий и сооружений, Юго-Западный государственный университет, Российская Федерация, 305040, Курск, ул. 50 лет Октября, д. 94; главный научный сотрудник, Научно-исследовательский институт строительной физики РААСН, Российская Федерация, 127238, Москва, Локомотивный пр-д, д. 21; ORCID: 0000-0001-5290-3429, Scopus Author ID: 57219004839, eLIBRARY SPIN-код: 4512-6499; asiorel@mail.ru

Емельянов Сергей Геннадьевич, член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры уникальных зданий и сооружений, Юго-Западный государственный университет, Российская Федерация, 305040, Курск, ул. 50 лет Октября, д. 94; ORCID: 0000-0002-3012-0383, Scopus Author ID: 7003651549, eLIBRARY SPIN-код: 1218-1835; rector@mail.ru

© Андросова Н.Б., Колчунов В.И., Емельянов С.Г., 2022



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Non-equilibrium and nonlinear processes in robustness potential evaluation of reinforced concrete structural systems in ultimate states

Natalia B. Androsova^{1,3}, Vitaly I. Kolchunov^{2,3}, Sergey G. Emelyanov²

¹Orel State University named after I.S. Turgenev, Orel, Russian Federation

²South-West State University, Kursk, Russian Federation

³Scientific Research Institute of Construction Physics of the RAACS, Moscow, Russian Federation

 ramia84@rambler.ru

Article history

Received: September 12, 2022

Revised: October 27, 2022

Accepted: October 30, 2022

For citation

Androsova N.B., Kolchunov V.I., Emelyanov S.G. Non-equilibrium and nonlinear processes in robustness potential evaluation of reinforced concrete structural systems in ultimate states. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(6):490–502. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-6-490-502>

Abstract. The problems of non-equilibrium and nonlinear processes in the evaluation of reinforced concrete structural systems robustness potential in ultimate states are considered. The definition of concept of “robustness exposition” is given for a quantitative assessment of the robustness potential. A calculation model based on the generalization of the well-known classical relationship between the current relative deficit change rate of the reinforced concrete stress-strain state with respect to each fixed time value is proposed to describe in time non-equilibrium processes of structural materials force resistance depending on the mode and level of loading. On the basis of the linear creep theory, aging materials, an algorithm was developed to determine the measure of creep, corrosion-damaged concrete and reinforced concrete and to determine the parameter “robustness exposition” of a reinforced concrete statically indeterminate structural system, taking into account non-equilibrium and nonlinear processes of its deformation in time. An example of a single-span rigidly clamped reinforced concrete beam calculating the robustness potential from the position of a special limiting state criterion is considered.

Keywords: reinforced concrete structure, creep, corrosion damage, robustness exposure, accidental action, progressive collapse

Введение

Проблема конструктивной живучести зданий и сооружений при особых воздействиях в настоящее время является одной из новых направлений в исследованиях строительных конструкций. За последние два десятилетия в стране и за рубежом накоплены некоторые результаты теоретических исследований по изучению сопротивления железобетонных конструкций при внезапной структурной перестройке конструктивной системы, вызванной удалением несущего элемента или связи, и установлению возможных картин разрушения при таком воздействии. Однако до настоящего времени выполнено крайне мало экспериментально-теоретических исследований по решению задач сохранения потенциала живучести эксплуатируемых железобетонных конструктивных систем во времени с учетом накопления повреждений неравновесного характера. Отдельными задачами силового сопротивления железобетонных конструкций под действием режимных длительных неравновесных процессов занимались В.М. Бондаренко [1], В.И. Колчунов [2], Н.В. Федорова [3], С.Ю. Савин [4], А.Г. Тамразян [5], О.В. Кабанцев [6], Н.Н. Трекин [7], J. Li [8], E. Vasanelli [9] и др.

Под термином «живучесть» конструктивной системы в научных публикациях нет установившегося определения и используются несколько различающиеся определения и понятия. Так, профессор В.Д. Райзер [10] определяет живучесть как свойство конструкций сохранять при аварийных воздействиях способность к выполнению основных функций, не допуская лавинообразного (каскадного) развития возмущений и отказов.

Natalia B. Androsova, PhD of Technical Sciences, Associate Professor, Head of Department of Building Constructions and Materials, Orel State University named after I.S. Turgenev, 95 Komsomolskaya St, Orel, 302026, Russian Federation; Research Associate, Scientific Research Institute of Construction Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences; 21 Lokomotivnyi Proezd, Moscow, 127238, Russian Federation; ORCID: 0000-0003-1251-7106, Scopus Author ID: 57205225480, eLIBRARY SPIN-code: 1987-0753; ramia84@rambler.ru

Vitaly I. Kolchunov, Academician of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, D.Sc. in Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Unique Buildings and Structures, South-West State University, 94 50 let Oktyabrya St, Kursk, 305040, Russian Federation; Research Associate, Scientific Research Institute of Construction Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, 21 Lokomotivnyi Proezd, Moscow, 127238, Russian Federation; ORCID: 0000-0001-5290-3429, Scopus Author ID: 57219004839, eLIBRARY SPIN-code: 4512-6499; asiorel@mail.ru

Sergey G. Emelyanov, corresponding member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, D.Sc. in Technical Sciences, Professor of the Department of Unique Buildings and Structures, South-West State University, 94 50 let Oktyabrya St, Kursk, 305040, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-3012-0383, Scopus Author ID: 7003651549, eLIBRARY SPIN-code: 1218-1835; rector@swsu.ru

Ю.П. Назаров [11] предлагает определять живучесть как свойство сохранять общую несущую способность при локальных разрушениях, вызванных природными и техногенными воздействиями, по крайней мере, в течение некоторого времени.

В работах В.М. Бондаренко, В.И. Колчунова [2; 12] под живучестью понимается способность системы распределять нагрузку между остальными элементами в случае повреждения или ослабления одного из элементов (внезапное выключение «лишних» элементов статически неопределимых схем).

Однако все эти определения подразумевают оценку живучести при неизменных начальных условиях, то есть для вновь проектируемых конструкций, живучесть которых рассчитывается без учета эксплуатационного накопления повреждений и, соответственно, изменений несущей способности сечений конструктивных элементов во времени при различной величине эксплуатационной нагрузки и режимах ее приложения. Для учета этих особенностей эксплуатируемых конструкций при расчете реконструируемых объектов в [2] предложено, наряду с понятием «живучесть», ввести дополнительно понятие «экспозиция живучести», под которым подразумевается продолжительность сохранения потенциала живучести строительной системы во времени при неравновесной постановке задачи (наложение во времени деформаций ползучести и коррозионных повреждений) разрушительным воздействиям агрессивной среды с исключением из системы конструктивных элементов, ответственных за геометрическую неизменяемость сооружения.

Решение этих задач связано с привлечением деформационных моделей по оценкам ползучести бетона. Анализ существующих в настоящее время в России и за рубежом теорий ползучести бетона (Н.Х. Арутюняна [13], С.В. Александровского [14], В.М. Бондаренко [15], П.И. Васильева [16], А.А. Гвоздева [17], Г.А. Гениева [18], О.В. Кабанцева [6], Г.Н. Маслова [19], И.Е. Прокоповича [20], Ю.Н. Работнова [21], А.Р. Ржаницына [22], Р.С. Санжаровского [23], И.И. Улицкого [24], В.Д. Харлаба [25], Z.P. Vařant [26], R.I. Gilbert [27], E. Nemed [28] и др.) показал, что все существующие теории ползучести носят феноменологический характер. Многие из них из-за отсутствия нормируемых параметров в настоящее время не могут быть доведены до числа. В связи с этим, для решения рассматриваемых задач по количественной оценке потенциала живучести железобетонных конструктивных систем в запредельных состояниях целесообразно привлечение простейших реологических моделей ползучести. Такой подход позволяет получить достаточно простые аналитические выражения для критериев экспозиции живучести и критериев живучести, удобных для практического применения, а главное довести предлагаемые решения до числа.

Методы

В теории силового сопротивления конструкций профессорами В.М. Бондаренко и Н.И. Карпенко предложено внестадийное описание развития во времени неравновесных процессов силового сопротивления твердых тел из конструкционных материалов в зависимости от режима и уровня нагружения [15]. Эта модель является нелинейным обобщением известной классической связи между скоростью изменения текущего относительного дефицита величины исследуемого фактора напряженно-деформированного состояния твердого тела по отношению к его каждому фиксируемому во времени значению:

$$\frac{d(\Delta C)}{dt} = -\alpha[\Delta C]^m, \quad (1)$$

где $\Delta C = (C_f - C)/C_f$ – текущие и предельные (фиксируемые) значения меры ползучести бетона; t – время наблюдения; α – эмпирический параметр скорости; m – эмпирический параметр уровня нагружения.

Неравновесные процессы силового сопротивления бетона во времени силового и среднего происхождения описываются единой математической моделью, предложенной В.М. Бондаренко [29] и основанной на зависимости (1). Она представляет собой специфическую предпосылку о феноменологическом единообразии кинетики неравновесных процессов продвижения повреждений и развития деформаций ползучести бетонов в виде нелинейного обобщения закона Гольдберга – Вааге:

$$\frac{\Delta[\Delta L(t, t_0)]}{dt} = -\alpha[\Delta L(t, t_0)]^m, \quad (2)$$

где ΔL – относительный дефицит текущего значения исследуемого фактора неравновесного силового сопротивления $L(t, t_0)$ по отношению к предельному значению $L_{пр}$; t, t_0 – текущее время наблюдения, время

начала наблюдения; α – эмпирический параметр скорости изменения ΔL ; m – эмпирический параметр нелинейной связи между значением дефицита ΔL и скоростью его изменения во времени.

Важно отметить, что соотношение (2) определяет *константность* режимных, термодинамических и физико-химических факторов силового сопротивления. Будем полагать, что это соотношение применимо для учета неравновесных процессов и при анализе потенциала живучести железобетонных конструктивных систем каркасов зданий при особом воздействии. При таком воздействии в элементах конструктивной системы из железобетона помимо догружения, вызванного статическим перераспределением силовых потоков по альтернативным путям передачи нагрузки, возникнут дополнительные динамические догружения [30]. Для определения усилий в элементах рамы с учетом их динамического догружения в данной работе использован подход: квазистатический метод в постановке, предложенной Г.А. Гениевым [18; 31].

На основе теории линейной ползучести стареющего материала (модель Маслова – Арутюняна) [32] и рекомендаций по учету ползучести [33] выполнен расчет и построен график зависимости меры ползучести бетона $C(t)$ от времени t нагружения (рис. 1). Мера ползучести бетона к моменту времени t при нагружении бетона в возрасте t_0 определяется по формуле [33]

$$C(t, t_0) = \left[\frac{1}{E_b(t_0)} \right] - \left[\frac{1}{E_b(t)} \right] + C_{28, \text{besk}} \Omega(t_0) f(t, t_0), \quad (3)$$

где $C_{28, \text{besk}}$ – предельное значение меры ползучести, принимаемое согласно п. 2.9 [33]; $\Omega(t_0)$ – функция, учитывающая влияние старения бетона на меру ползучести (t_0 – время загрузки конструкции); $f(t, t_0)$ – функция, учитывающая нарастание во времени меры ползучести (t – общее время испытания образца, время наблюдения).

Функция $\Omega(t_0)$ определяется по формуле

$$\Omega(t_0) = c + de^{-\gamma t_0}. \quad (4)$$

Функция $f(t, t_0)$, следуя рекомендациям [33], определяется по формуле

$$f(t, t_0) = 1 - ke^{-\gamma_1(t-t_0)}. \quad (5)$$

Предельное значение меры ползучести $C_{28, \text{besk}}$ вычисляется по формуле

$$C_{28, \text{besk}} = C_{28, \text{besk}}^N \xi_{2C} \xi_{3C}, \quad (6)$$

где ξ_{2C} , ξ_{3C} – коэффициенты, зависящие от модуля открытой поверхности элемента M_0 и относительной влажности среды; $C_{28, \text{besk}}^N$ – предельное значение меры ползучести бетона, загруженного в возрасте $t_0 \leq 28$ суток.

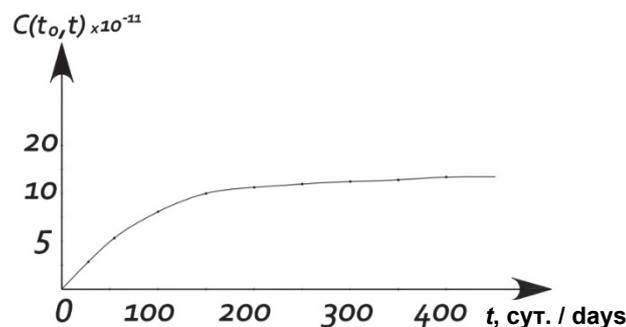


Рис. 1. График зависимости меры ползучести от времени t при начале нагружения в возрасте $t_0 = 28$ суток для бетона B20
Figure 1. Dependence graph of the creep measure on time t at the loading beginning at the age of $t_0 = 28$ days for concrete B20

Аналогичный график зависимости функции меры ползучести бетона от времени t был построен В.И. Травушем и В.Г. Марашкиным [34].

Длительный модуль деформаций бетона, отвечающий линейной зависимости между напряжениями и деформациями в момент времени t при начале загрузки t_0 рекомендациями [33] определяется по формуле

$$E_b(t, t_0) = \left[\frac{1}{E_b} + c(t, t_0) \right]^{-1}, \quad (7)$$

где E_b – модуль начальной упругости.

Для решения задачи об оценке потенциала живучести введены следующие гипотезы и допущения:

– условие совместности деформаций бетона и арматуры в точках поверхности сцепления при одинаковых значениях ординаты z (расстояние от нейтральной оси сечения по эпюре напряжений до рассматриваемой точки):

$$\varepsilon_s = \varepsilon_b; \quad \dot{\varepsilon}_s = \dot{\varepsilon}_b; \quad (8)$$

– допущение о плоских сечениях, т.е. деформацией для нетонкостенных сечений элементов можно пренебречь;

– закон изменения деформаций по высоте сечения можно описывать зависимостью полученной с учетом допущения о плоских сечениях [35]:

$$\varepsilon = \frac{\pm a_0 + z}{x} \varepsilon_f, \quad (9)$$

где a_0 – смещение нулевой линии эпюры деформаций по отношению к нейтральной оси эпюры напряжений (при знаке $+$ высота эпюры сжимающих нормальных напряжений во времени уменьшается, при знаке $-$, соответственно, увеличивается); ε_f – деформации фибрового волокна сжатого бетона;

– опираясь на результаты исследований [34], принято допущение о том, что значение деформаций в арматуре с течением времени является постоянной величиной равной ε_s ;

– следуя [36] принято, что предельные деформации бетона при статическом и динамическом режимах нагружения равны между собой;

– функция повреждения бетона коррозией $k(z)$ остается одинаковой для всех физико-механических характеристик силового сопротивления бетона (признак эквивалентности – константность режимных и физико-механических факторов [29]):

$$k(z) = \frac{R^*(z)}{R} = \frac{E^*(z)}{E} = \frac{c_0}{c_*(z)} = \text{const}. \quad (10)$$

Следуя [31; 37], если для оценки экспозиции живучести принять параметр обобщенной нагрузки λ_n , то экспозиция живучести конструктивной системы при ее нагружении может быть описана зависимостью $\lambda_n(t) - M^*(t)$. Определим параметр экспозиции живучести статически неопределимой защемленной на опорах железобетонной балки нагруженной распределенной нагрузкой (рис. 2, а).

На рис. 2, б приведен график зависимости «параметр живучести – момент» ($\lambda_n(t) - M^*(t)$) для произвольного сечения k рассматриваемой конструкции балки, отражающий развитие неравновесных нелинейных процессов ползучести во времени при анализе потенциала живучести рассматриваемого изгибаемого железобетонного элемента защемленной балки при запроектом воздействии. Участок 0–1 графика характеризует нагружение n -раз статически неопределимой системы эксплуатационной нагрузкой.

Участок 1–2 графика характеризует принятое состояние в наиболее напряженном сечении балки при длительном действии неравновесных процессов силового характера в виде ползучести бетона. Под действием постоянной длительной нагрузки $q(t)$ в момент приложения нагрузки $t = 0$ сжатая зона в сечении железобетонного изгибаемого элемента укоротится на величину Δ_{el} , а относительные деформа-

ции будут равны в сжатом бетоне и сжатой арматуре $\dot{\varepsilon}_{b(t)}$ и $\dot{\varepsilon}_{s(t)}$ соответственно. Напряжения в бетоне сжатой зоны будут равны σ_b , в сжатой арматуре – σ_s (рис. 2, в). Через определенный промежуток времени $t = \tau$ под влиянием ползучести фибровый слой сжатой зоны бетона еще укоротится на величину $\Delta\tau$. Но благодаря сцеплению бетона и арматуры при их совместной работе деформации одинаковы. Сжатая арматура укоротится на ту же величину, что и фибровый слой сжатой зоны бетона в сечении балки в силу неразрывности деформаций продольной арматуры и окружающего ее бетона, то есть

$$\dot{\varepsilon}_s(\tau) = \dot{\varepsilon}_b(\tau) = \sigma_b / E_b. \quad (11)$$

Но так как внешняя длительная нагрузка осталась неизменной, то для сохранения условий равновесия в сечении напряжения в бетоне должны уменьшиться до величины $\sigma_{b\tau}$. Равнодействующая усилий в сжатой зоне бетона снижается, а равнодействующая растягивающих усилий в арматуре увеличивается. В таких конструкциях важно отметить, что известный процесс смещения нейтральной оси, описанный в монографии В.М. Бондаренко [35], при развитии процесса ползучести во времени нагруженного изгибаемого железобетонного элемента, определяется снижением равнодействующих усилий в сжатой зоне бетона и увеличением равнодействующих усилий в арматуре. В результате через определенный промежуток времени $t = \tau$ в рассматриваемом наиболее нагруженном сечении балки момент достигает предельного значения и образуется пластический шарнир. Статическая неопределимость балки уменьшается на единицу. Если исчерпание предельного момента в сечении k произойдет хрупко (разрушение по хрупкому бетону), то балка получит динамическое догружение и, соответственно, увеличится параметр обобщенной нагрузки ($\lambda_{n-1}(t)$) и значение динамического момента ($M_{k,n-1}^d(t)$) (точка 3 на графике, рис. 2, б). Если при этом в других сечениях балки не достигнуты значения предельных моментов возможно дальнейшее увеличение во времени экспозиции живучести $\lambda_n(t)$. Если же в другом сечении достигнуто предельное значение момента, то статическая неопределимость балки уменьшается на единицу и, соответственно, на графике получим точку 4.

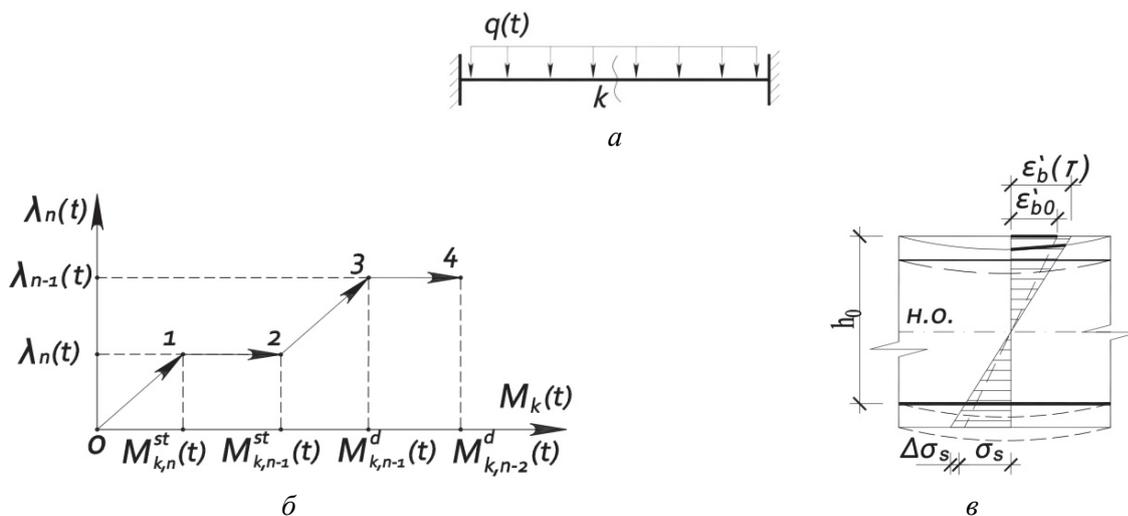


Рис. 2. Оценка живучести жестко защемленной железобетонной балки:

a – расчетная схема изгибаемого железобетонного элемента защемленной балки;

б – график зависимости «параметр живучести – момент» ($\lambda_n - M^*(t)$) для произвольного сечения k рассматриваемой конструкции балки;

в – определение изменения деформаций в сечении изгибаемого железобетонного элемента в процессе ползучести

Figure 2. To assess the robustness of a rigidly pinched reinforced concrete beam:

a – design scheme of a pinched beam bent reinforced concrete element;

б – graph of the dependence “robustness parameter – moment” ($\lambda_n - M^*(t)$) for an arbitrary section k of the considered beam structure;

в – determination of changes in the section deformations of a bent reinforced concrete element in the creep’s process

Алгоритм для определения параметра экспозиции живучести железобетонной статически неопределимой конструктивной системы включает следующие этапы:

1. Определение усилий в элементах конструктивной системы на заданном уровне эксплуатационной нагрузки во времени.

2. Определение модулей деформаций элементов системы на заданном уровне нагружения и критериальные проверки достижения предельных усилий в зависимости от времени нагружения. В особом предельном состоянии можно допустить большее раскрытие трещин и развитие прогибов, а также частичное разрушение некоторых сечений, что противоречит действующим критериям предельных состояний, обеспечивающих эксплуатационную пригодность конструкций и здания, но исключает наступление геометрической изменяемости конструктивной системы в зоне возможного локального разрушения.

3. Определение наиболее напряженного сечения k в элементах конструктивной системы, в котором при приложении заданной нагрузки длительностью $t = \tau$ достигается предельное усилие (момент) и образуется первый пластический шарнир в исходной n -раз статически неопределимой конструктивной системе ($\lambda_n(t)$ на рис. 2, б).

4. Критериальная проверка достижения предельных усилий в сечениях других элементов конструктивной системы.

5. Если хотя бы в одном сечении k других элементов достигается предельное усилие, соответственно, уменьшается статическая неопределимость системы ($n-2$)-раз, то при вычисленном уровне экспозиции живучести $\lambda_n(t)$ производится определение параметра живучести $\lambda_{n-1}(t)$, $\lambda_{n-2}(t)$ и т. д.

Результаты и обсуждение

1. Геометрические размеры и схема армирования железобетонной балки с сечением 120×70 мм длиной 1000 мм представлено на рис. 3, а. Балка запроектирована из тяжелого бетона класса В20. Арматура А500С, диаметр продольной верхней и нижней арматуры 8 мм. Значение $\xi_R = 0,493$. Предельное расчетное значение момента в сечении балки составит: $M_{ult} = 3,7$ кН·м. Момент трещинообразования балки $M_{cr} = 0,331$ кН·м.

Параметры приведенного сечения: $A_{red} = 9131,36$ мм²; $S_{t,red} = 547881,72$ мм³; $I_{red} = 11309419,52$ мм⁴. Вычисленное по формуле (3) значение меры ползучести составит $C(t, t_0) = 0,898 \cdot 10^{-10}$ м²/Н.

2. Усилия в жестко защемленной железобетонной балке от эксплуатационной равномерно распределенной нагрузки $q(t) = 31,2$ кН/м в виде эпюры моментов $M_{k,n}^{st}(t)$ (где $k = 1, 2, 3 \dots$, номер сечения в элементе) показаны на рис. 3, б. В середине пролета (сечение 1, $k = 1$) момент составит $M_{1,n}^{st} = \frac{ql^2}{24} = 1,3$ кН·м.

В приопорной зоне балки (сечение 2, $k = 2$) момент составит $M_{2,n}^{st} = \frac{ql^2}{12} = 2,6$ кН·м.

3. Модуль деформаций от непродолжительной эксплуатационной нагрузки составит: модуль деформации бетона в начальный момент времени $E_b(t_0) = E_b(28) = 27,5 \cdot 10^3$ МПа (по СП 63.13330¹); приведенный модуль деформаций железобетонной балки в нагруженном состоянии на участке с трещинами в растянутой зоне $E_{b,red} = 5357$ МПа. Изгибная жесткость приведенного поперечного сечения элемента в нагруженном состоянии на участке с трещинами в растянутой зоне при $t = 28$ суток равна:

$$D_0 = E_{b,red}(t, t_0) I_{red} = 5357 \cdot 10^6 \cdot 1,13 \cdot 10^5 = 6,05 \cdot 10^{14} \text{ Н} \cdot \text{м}^2.$$

Модуль деформаций от продолжительно действующей эксплуатационной нагрузки с учетом неравновесных процессов (ползучесть) составит следующее значение. Для практического (количественного) определения модуля деформаций бетона $E_b(t)$ использованы рекомендации по учету ползучести и усадки бетона при расчете бетонных и железобетонных конструкций, НИИЖБ [33]. Длительный модуль деформаций бетона, отвечающий линейной зависимости между напряжениями и деформациями в момент времени $t = \tau$ при начале нагружения t_0 находится по формуле (7):

$$E_b(t, t_0) = \left[\frac{1}{E_b} + c(t, t_0) \right]^{-1} = \left[\frac{1}{27,5 \cdot 10^9} + 0,898 \cdot 10^{-10} \right]^{-1} = 7,93 \cdot 10^3 \text{ МПа}.$$

¹ СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. М.: Минстрой России, 2018. 152 с.

Модуль деформаций бетона при продолжительном действии нагрузки (согласно СП 63.13330):

$$E_{b,cr} = \frac{E_b}{1 + \varphi_{b,cr}} = \frac{27,5 \cdot 10^3}{1 + 2,8} = 7,2 \cdot 10^3 \text{ МПа,}$$

где $\varphi_{b,cr} = 2,8$ – коэффициент ползучести бетона, зависящий от условий окружающей среды (относительной влажности воздуха 40–75 %) и класса бетона В20.

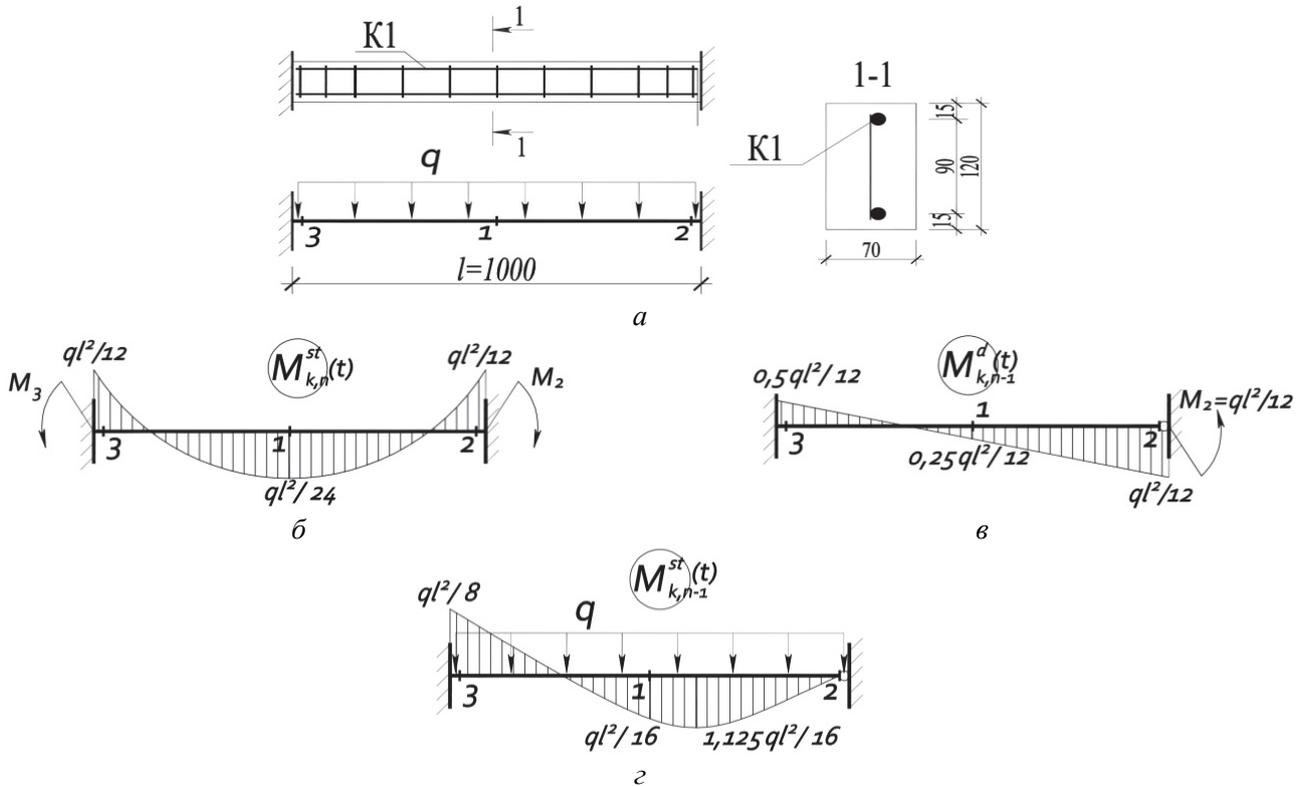


Рис. 3. Оценка потенциала живучести жестко защемленной железобетонной балки:

a – расчетная схема; *б* – эпюра моментов в железобетонной балке *n*-раз статически неопределимой на заданном уровне эксплуатационной нагрузки во времени; *в* – эпюра моментов от динамического догружения; *г* – эпюра моментов в балке (*n*–1)-раз статически неопределимой после перераспределения усилий от динамического догружения

Figure 3. Assessment of the robustness potential of a rigidly clamped reinforced concrete beam:

a – design scheme; *b* – diagram of moments in a reinforced concrete beam *n*-times statically indeterminate at a given level of operational load in time; *c* – diagram of moments from dynamic additional loading; *d* – diagram of moments in the beam (*n*–1)-times statically indeterminate after the redistribution of forces from dynamic additional loading

4. Определение наиболее напряженного сечения *k* в элементах конструктивной системы и параметра $\lambda_n(t)$. Первый пластический шарнир в наиболее напряженном сечения *k* элемента конструктивной системы образуется при достижении предельного усилия (момента). Такое деформирование сечения железобетонного элемента объясняется тем, что в конструкции проявляются неравновесные процессы силового сопротивления и процессы деградации железобетона от коррозии. Такие разнонаправленные неравновесные процессы нарастания прочности бетона во времени, нейтрализации бетона агрессивной средой, процесс «старения» и коррозии бетона одновременно, следуя [38], могут быть представлены диаграммами рис. 4.

В первом приближении изменения прочности нагруженного и коррозионно поврежденного бетона во времени, учитывающие процесс нарастания прочности здорового бетона (теория старения бетона), и процесс воздействия агрессивной среды на бетон, могут быть описаны с помощью деформационной модели Г.А. Гениева [31] в следующем виде:

$$R_b(t, \tau) = R_b^*(\tau) + R_b(t) - R_b(t_0), \tag{12}$$

где $R_b^*(\tau)$ – зависимость предела прочности коррозионно поврежденного бетона на сжатие от времени τ ; $R_b(t)$ – зависимость предела прочности здорового бетона на сжатие от времени t ; $R_b(t_0)$ – предел прочности бетона на сжатие до момента воздействия агрессивной среды.

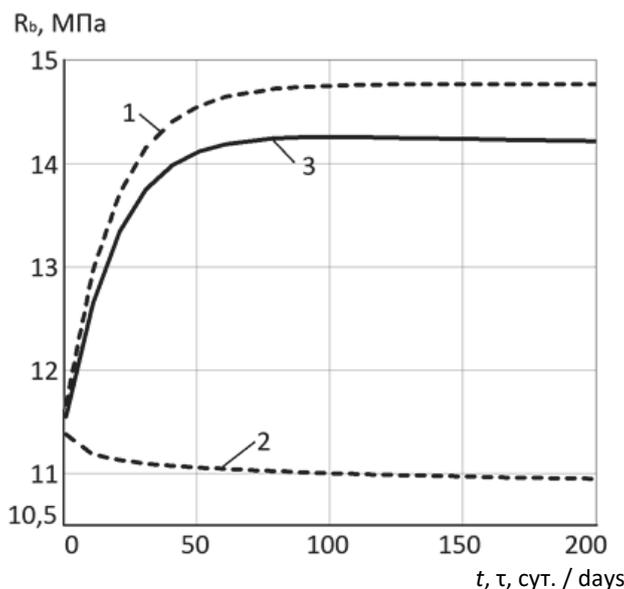


Рис. 4. График изменения предела прочности бетона R_b во времени:

1 – процесс нарастания прочности бетона во времени t (старение бетона); 2 – процесс нейтрализации бетона агрессивной средой во времени τ (коррозия бетона); 3 – одновременно процесс «старения» и коррозии бетона

Figure 4. Diagram of the change of a concrete limit strength R_b at time:

1 – the process of increasing the concrete strength at time t (aging of concrete); 2 – the process of neutralizing concrete with a corrosive medium at time τ (concrete corrosion); 3 – at the same time the process of “aging” and concrete corrosion

Применительно к рассматриваемой железобетонной балке предел прочности бетона на сжатие до момента воздействия агрессивной среды составит: $R_b(t_0) = 11,5$ МПа.

Используя зависимость для практического расчета длительной прочности бетона, предложенную Г.А. Гениевым [31], определим предел прочности здорового бетона на сжатие от времени в момент времени t по формуле

$$R_b(t) = R_m \left[1 - \left(1 - \frac{R_{28}}{R_m} \right)^{\frac{t+t_0}{28}} \right]. \quad (13)$$

Зависимость предела прочности коррозионно порожденного бетона определяется на основе полученных экспериментально-теоретических исследований коррозионно поврежденного нагруженного бетона В.П. Селяева [39]. Так как сжимающие напряжения замедляют процесс переноса агрессивной среды в объеме образца и коэффициент диффузии уменьшается в 2–3 раза, то глубину повреждения цементного камня в общем виде определяют функциональной зависимостью [39]

$$\delta = a = k(\xi) \sqrt{Dt} = 0,1 \sqrt{Dt}, \quad (14)$$

где t – время воздействия агрессивной среды; $k(\xi)$ – коэффициент, учитывающий инструментальную точность определения ординаты, для цементного камня можно принять равным 0,1; D – коэффициент продвижения фронта разрушения (диффузии).

Значения коэффициентов диффузии ($D \cdot 10^{-6}$ м²/ч) от уровня сжимающей нагрузки на цементный камень без заполнителя (используются результаты экспериментов В.П. Селяева [39]): при $P = 0,7P_{\text{разр}}$ составит $D = 1,8$. Значение предела прочности коррозионно поврежденного бетона под действием нагрузки $0,7P_{\text{разр}}$ составит $R_b^*(\tau) = 3,05$ МПа.

Прочность нагруженного и коррозионно поврежденного бетона во времени составит при $t = 40$ лет и время воздействия агрессивной среды $\tau = 40$ лет составит $R_b(t, \tau) = 3,75$ МПа.

Пластический шарнир образуется в сечении 2 (рис. 3, в), и предельное значение момента в сечении нагруженной балки при действии агрессивной среды через 40 лет составит $M = M_{\text{ult}}^* = 2,6$ кН·м. При этом система становится $(n-1)$ -раз статически неопределимой, параметр живучести равен $\lambda_{n-1}(t)$.

5. Критериальная проверка достижения предельных усилий в других сечениях других элементов конструктивной системы. При особом предельном состоянии в наиболее нагруженном сечении (сечение 1 балки) выполняется проверка прочности, а затем проверка деформационного критерия особого предельного состояния. После образования пластического шарнира (сечение 2 балки) в наиболее нагруженном сечении (сечение 1 балки) от динамического догружения момент достигнет значения

$$M_{1,n-1}^{st} = M_{1,n}^{st}(t) + M_{1,n}^d = \frac{ql^2}{16},$$

где $M_{1,n}^d$ – момент в сечении 1 n -раз статически неопределимой системы от мгновенной нагрузки $M_2 = \frac{ql^2}{12}$.

Используем критерий прочности материала (бетона), предложенный Г.А. Гениевым [31], который определяется достижением главной линейной деформации ε ее предельного значения ε^* :

$$\varepsilon_0 + \varepsilon_1 = \varepsilon^*, \quad (15)$$

где ε_0 – деформации, характеризующие процесс кратковременного нагружения; ε_1 – деформации, характеризующие процесс длительного нагружения.

При использовании для бетона рассмотренного критерия определяющее уравнение его длительной прочности при $\sigma = \text{const}$ записывается, согласно [31], в виде

$$\varepsilon^* = \varepsilon^* \left(1 - \sqrt{\frac{\sigma^*}{R_{b,ser}}} \right) + \frac{\sigma}{E_l} (1 - e^{-\omega t}). \quad (16)$$

При $\omega = 0,1 \text{ сут}^{-1}$; $\varepsilon^* = 2 \cdot 10^{-3}$; $E_l = 1,3 \cdot E_0 = 1,3 \cdot 27,5 \cdot 10^3 = 35,75 \cdot 10^3 \text{ МПа}$; $R_{b,ser} = 15 \text{ МПа}$; $t = \infty$ значение предельного напряжения сжатой зоны бетона составит $\sigma^* = 13,26 \text{ МПа}$.

Далее выполняется проверка деформационного критерия особого предельного состояния сечения железобетонной балки в зависимости от времени нагружения и заключается в проверке неравенства по СП 385.1325800.2018²:

$$f \leq f_{ult} = (1/10 - 1/30)L. \quad (17)$$

Для этого вычисляется кривизна в сечениях 1, 2, 3 жестко защемленной железобетонной балки от длительной эксплуатационной нагрузки $q(t)$ при $t = 40$ лет.

Полная кривизна на первой полуволне колебаний от эксплуатационной нагрузки и динамического догружения в сечениях 1 и 3 составит:

$$\left(\frac{1}{r} \right)_{1,n-1}^{st} = 7,3 \cdot 10^{-7} ql^2 \frac{1}{\text{м}}; \quad \left(\frac{1}{r} \right)_{3,n-1}^{st} = 1,46 \cdot 10^{-6} ql^2 \frac{1}{\text{м}}.$$

Применительно к рассматриваемой конструкции балки при $q = 31,2 \text{ кН/м}$, $l = 1,0 \text{ м}$ прогиб от длительно действующей эксплуатационной нагрузки и динамического догружения $f = 1,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 1,9 \text{ мм} < 1/30L = 0,033 \text{ м} = 33 \text{ мм}$, то есть при заданном времени эксплуатации $t = 40$ лет после особого воздействия живучесть балки будет исчерпана.

² СП 385.1325800.2018. Защита зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения: правила проектирования. Основные положения. М.: Минстрой России, 2019. 29 с.

Заключение

При расчете конструкций железобетонных каркасов зданий и сооружений с учетом неравновесных процессов длительного воздействия силовых и средовых факторов при оценке экспозиции ее живучести следует учитывать длительность эксплуатации строительных конструкций и степень ее коррозионного повреждения во времени.

Список литературы

1. *Бондаренко В.М., Мигаль Р.Е., Ягунов Б.А.* Резервы и экспозиция конструктивной безопасности зданий, эксплуатирующийся в агрессивной среде // *Строительство и реконструкция*. 2014. № 1. С. 3–10.
2. *Бондаренко В.М., Колчунов В.И.* Концепция и направления развития теории конструктивной безопасности зданий и сооружений при силовых и средовых воздействиях // *Промышленное и гражданское строительство*. 2013. № 2. С. 28–31.
3. *Fedorova N.V., Gubanova M.S.* Crack-resistance and strength of a contact joint of a reinforced concrete composite wall beam with corrosion damages under loading // *Russian Journal of Building Construction and Architecture*. 2018. No. 2. Pp. 6–18.
4. *Kolchunov V.I., Savin S.Yu.* Survivability criteria for reinforced concrete flame at loss of stability // *Magazine of Civil Engineering*. 2018. No. 80. Pp. 73–80. <https://doi.org/10.18720/MCE.80.7>
5. *Tamrazyan A.G., Mineev T.K., Zhukova L.I.* Influence of chloride corrosion on probabilistic assessment of bearing capacity of beamless slabs overlap // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2019. Vol. 661. Article 012117. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/661/1/012052>
6. *Kabantsev O., Mitrovic B.* Modeling post-critical deformation processes of flat reinforced concrete elements under biaxial stresses // *MATEC Web of Conference*. 2017. Vol. 117. Article 00071. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201711700071>
7. *Кодыш Э.Н., Трекин Н.Н.* Особое предельное состояние железобетонных конструкций при аварийных воздействиях. Бетон и железобетон – проблемы и перспективы // *Вестник НИЦ «Строительство»*. 2018. № 1. С. 120–125.
8. *Li J., Yao Y.* A study on creep and drying shrinkage of high performance concrete // *Cement and Concrete Research*. 2001. Vol. 31. Issue 8. Pp. 1203–1206. [https://doi.org/10.1016/S0008-8846\(01\)00539-7](https://doi.org/10.1016/S0008-8846(01)00539-7)
9. *Vasanelli E., Micelli F., Aiello M.A., Plizzari G.* Long term behavior of FRC flexural beams under sustained load // *Engineering Structures*. 2013. Vol. 56. Pp.1858–1867. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.07.035>
10. *Раїзер В.Д.* К проблеме живучести зданий и сооружений // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2012. № 5. С. 77–78.
11. *Назаров Ю.П., Городецкий А.С., Симбиркин В.Н.* К проблеме обеспечения живучести строительных конструкций при аварийных воздействиях // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2009. № 4. С. 5–9.
12. *Колчунов В.И., Тамразян А.Г.* Основные направления развития теории конструктивной безопасности и синтеза железобетонных конструкций зданий и сооружений // *Бетон и железобетон – взгляд в будущее: научные труды III Всероссийской (II Международной) конференции по бетону и железобетону, Москва, 12–16 мая 2014 г.* М., 2013. С. 176–191.
13. *Арутюнян Н.Х., Колмановский В.Б.* Теория ползучести неоднородных тел. М.: Наука, 1983. 336 с.
14. *Александровский С.В., Васильев П.И.* Экспериментальные исследования ползучести бетона // *Ползучесть и усадка бетона и железобетонных конструкций*. М.: Стройиздат, 1976. С. 97–152.
15. *Бондаренко В.М., Карпенко Н.И.* Уровень напряженного состояния как фактор структурных изменений и реологического силового сопротивления // *Academia. Архитектура и строительство*. 2007. № 4. С. 56–59.
16. *Васильев П.И., Лившиц Я.Д.* Приложение теории ползучести бетона к расчетам конструкций и мостов // *Ползучесть и усадка бетона и железобетонных конструкций*. М.: Стройиздат, 1976. С. 268.
17. *Гвоздев А.А., Яшин А.В., Петрова К.В.* Прочность, структурные изменения и деформации бетона. М.: Стройиздат, 1978. 299 с.
18. *Гениев Г.А.* Об оценке динамических эффектов в стрелневых системах из хрупких материалов // *Бетон и железобетон*. 1992. № 9. С. 25–27.
19. *Маслов Г.Н.* Термическое напряженное состояние бетонных массивов при учете ползучести бетона // *Известия ВНИИГ*. 1941. Т. 28. С. 175–183.
20. *Прокопович И.Е., Зедгендзе В.А.* Прикладная теория ползучести. М.: Стройиздат, 1980. 240 с.
21. *Работнов Ю.Н.* Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.
22. *Ржанецкий А.Р.* Теория ползучести. М.: Стройиздат, 1968. 416 с.
23. *Санжаровский Р.С.* Нелинейная наследственная теория ползучести // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2014. № 1. С. 63–68.
24. *Улицкий И.И.* Определение величин деформаций ползучести и усадки бетонов. Киев: Госстройиздат УССР, 1963. 132 с.
25. *Харлаб В.Д.* Принципиальные вопросы линейной теории ползучести (с привязкой к бетону): монография. СПб.: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2014. 212 с.

26. *Vařant Z.P., Prasannan S.* Solidification theory for concrete creep. Formulation // *Journal of Engineering Mechanics*. 1989. Vol. 115. No. 8. Pp. 1691–1703.
27. *Gilbert R.I.* Creep and shrinkage models for high strength concrete – proposals for inclusion in AS3600 // *Australian Journal of Structural Engineering*. 2002. Vol. 4. No. 2. Pp. 95–106.
28. *Hamed E.* Nonlinear creep response of reinforced beams // *Journal of Mechanics of Materials and Structures*. 2012. Vol. 7. No. 5. Pp. 435–460. <https://doi.org/10.2140/jomms.2012.7.435>
29. *Бондаренко В.М., Колчунов В.И.* Экспозиция живучести // *Известия вузов. Строительство*. 2007. № 5. С. 4–8.
30. *Колчунов В.И., Федорова Н.В., Савин С.Ю.* Динамические эффекты в статически неопределимых физически и конструктивно нелинейных системах // *Промышленное и гражданское строительство*. 2022. № 9. С. 42–50.
31. *Гениев Г.А., Колчунов В.И., Клюева Н.В.* Прочность и деформативность железобетонных конструкций при запроектных воздействиях: научное издание. М.: Изд-во АСВ, 2004. 216 с.
32. *Арутюнян Н.Х.* Некоторые вопросы теории ползучести. М.: Гостехиздат, 1952. 324 с.
33. *Рекомендации по учету ползучести и усадки бетона при расчете бетонных и железобетонных конструкций*. М.: Стройиздат, 1988. 120 с.
34. *Травуш В.И., Мурашкин В.Г.* Влияние ползучести на распределение деформаций и напряжений в изгибаемом элементе // *Строительство и реконструкция*. 2017. № 2. С. 57–70.
35. *Бондаренко В.М.* Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона. Харьков: Изд-во Харьковского университета, 1968. 323 с.
36. *Федорова Н.В., Медянкин М.Д., Бушова О.Б.* Определение параметров статико-динамического деформирования бетона // *Промышленное и гражданское строительство*. 2020. № 1. С. 4–11.
37. *Колчунов В.И., Клюева Н.В., Андросова Н.Б., Бухтиярова А.С.* Живучесть зданий и сооружений при запроектных воздействиях. М.: Изд-во АСВ, 2016. 208 с.
38. *Федорова Н.В., Колчунов В.И., Губанова М.С.* Деформирование составных плосконапряженных железобетонных конструкций: монография. М.: Изд-во МИСИ-МГСУ, 2022. 111 с.
39. *Селяев В.П., Селяев П.В.* Физико-химические основы механики разрушения цементных композитов. Саранск: Изд-во Мордовского университета, 2018. 220 с.

References

1. Bondarenko V.M., Migal R.E., Ygurov B.A. Reserves and exposition of constructive safety of buildings operated in an aggressive environment. *Building and Reconstruction*. 2014;(1):3–10. (In Russ.)
2. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. The concept and directions of theory development of buildings and structures constructive safety under force and environmental influences. *Industrial and Civil Engineering*. 2018;(2):28–31. (In Russ.)
3. Fedorova N.V., Gubanova M.S. Crack-resistance and strength of a contact joint of a reinforced concrete composite wall beam with corrosion damages under loading. *Russian Journal of Building Construction and Architecture*. 2015;(2):6–18.
4. Kolchunov V.I., Savin S.Y. Survivability criteria for reinforced concrete flame at loss of stability. *Magazine of Civil Engineering*. 2018;80:73–80. <https://doi.org/10.18720/MCE.80.7>
5. Tamrazyan A.G., Mineev T.K., Zhukova L.I. Influence of chloride corrosion on probabilistic assessment of bearing capacity of beamless slabs overlap. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2019;661:012117. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/661/1/012052>
6. Kabantsev O., Mitrovic B. Modeling post-critical deformation processes of flat reinforced concrete elements under biaxial stresses. *MATEC Web of Conference*. 2017;117:00071. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201711700071>
7. Kodysh E.N., Trekin N.N. Special limiting state of reinforced concrete structures under emergency impacts. Concrete and reinforced concrete – problems and prospects. *Bulletin of Science and Research Center of Construction*. 2018;(1):120–125. (In Russ.)
8. Li J., Yao Y. A study on creep and drying shrinkage of high performance concrete. *Cement and Concrete Research*. 2001;31:1203–1206. [https://doi.org/10.1016/S0008-8846\(01\)00539-7](https://doi.org/10.1016/S0008-8846(01)00539-7)
9. Vasanelli E., Micelli F., Aiello M.A., Plizzari G. Long term behavior of FRC flexural beams under sustained load. *Engineering Structures*. 2013;56:1858–1867. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.07.035>
10. Raiser V.D. Problem of buildings and structures survivability. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2012;(5):77–78. (In Russ.)
11. Nazarov Y.P., Gorodetsky A.S., Simbirkin V.N. On the problem of ensuring the survivability of building structures under emergency impacts. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2009;(4):5–9. (In Russ.)
12. Kolchunov V.I., Tamrazyan A.G. The main directions of development of constructive safety theory and reinforced concrete structures synthesis of buildings and structures. Concrete and Reinforced Concrete – a Look Into the Future: Scientific Works of the III All-Russian (II International) Conference on Concrete and Reinforced Concrete, Moscow, 12–16 May 2014. Moscow; 2014. p. 176–191. (In Russ.)
13. Arutyunyan N.Kh., Kolmanovsky V.B. *Theory of creep of inhomogeneous bodies*. Moscow: Nauka Publ.; 1983. (In Russ.)

14. Aleksandrovsky S.V., Vasiliev P.I. Experimental studies of concrete creep. *Creep and Shrinkage of Concrete and Reinforced Concrete Structures*. Moscow: Stroyizdat Publ.; 1976. p. 97–152. (In Russ.)
15. Bondarenko V.M., Karpenko N.I. Stress state level as a factor of structural changes and rheological power resistance. *Academia. Architecture and Construction*. 2007;(4):56–59. (In Russ.)
16. Vasiliev P.I., Livshits Y.D. Application of concrete creep theory to the calculations of structures and bridges. *Creep and Shrinkage of Concrete and Reinforced Concrete Structures*. Moscow: Stroyizdat Publ.; 1976. p. 268. (In Russ.)
17. Gvozdev A.A., Yashin A.V., Petrova K.V. *Strength, Structural Changes and Concrete Deformations*. Moscow: Stroyizdat Publ.; 1978. (In Russ.)
18. Geniev G.A. On the evaluation of dynamic effects in beam systems made of brittle materials. *Concrete and Reinforced Concrete*. 1992;(9):25–27.
19. Maslov G.N. Thermal stress state of concrete masses when taking into account the concrete creep. *Izvestiya VNIIG*. 1941;28:175–183.
20. Prokopovich I.E., Zedgenidze V.A. *Applied theory of creep*. Moscow: Stroyizdat Publ.; 1980. (In Russ.)
21. Rabotnov Y.N. *Creep of structural elements*. Moscow: Nauka Publ.; 1966. (In Russ.)
22. Rzhانيتsyn A.R. *Creep theory*. Moscow: Nauka Publ.; 1968. (In Russ.)
23. Sanzharovsky R.S. Nonlinear hereditary theory of creep. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2014;(1):63–68.
24. Ulitsky I.I. *Determination of creep deformations values and concrete shrinkage*. Kyiv: Gosstroyizdat USSR Publ.; 1963. (In Russ.)
25. Kharlab V.D. *Fundamental questions of the linear theory of creep (with reference to concrete)*. St. Petersburg: St. Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, ASV Publ.; 2014. (In Russ.)
26. Bažant Z.P., Prasanna S. Solidification theory for concrete creep. Formulation. *Journal of Engineering Mechanics*. 1989;115(8):1691–1703.
27. Gilbert R.I. Creep and shrinkage models for high strength concrete – proposals for inclusion in AS3600. *Australian Journal of Structural Engineering*. 2002;4(2):95–106.
28. Hamed E. Nonlinear creep response of reinforced beams. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*. 2012;7(5):435–460.
29. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. Exposition of robustness. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2007;(5):4–8.
30. Kolchunov V.I., Fedorova N.V., Savin S.Y. Dynamic effects in statically indeterminate physically and structurally nonlinear systems. *Industrial and Civil Engineering*. 2022;(9):42–50.
31. Geniev G.A., Kolchunov V.I., Klyueva N.V. *Strength and deformability of reinforced concrete structures under accidental actions*. Moscow: ASV Publ.; 2004. (In Russ.)
32. Arutyunyan N.Kh. *Some questions of the theory of creep*. Moscow: Gostekhizdat Publ.; 1952. (In Russ.)
33. *Recommendations for taking into account creep and shrinkage of concrete in the calculation of concrete and reinforced concrete structures*. Moscow: Stroyizdat Publ.; 1988. (In Russ.)
34. Travush V.I., Murashkin V.G. Influence of creep to deformation and stress distributions of bending element. *Building and Reconstruction*. 2017;(2):57–70.
35. Bondarenko V.M. *Some questions of the nonlinear reinforced concrete theory*. Kharkov: Kharkov University Press; 1968. (In Russ.)
36. Fedorova N.V., Medyankin M.D., Bushova O.B. Determination of static-dynamic deformation parameters of concrete. *Industrial and Civil Construction*. 2020;(1):4–11. (In Russ.)
37. Kolchunov V.I., Klyueva N.V., Androsova N.B., Bukhtiyarova A.S. *Robustness of buildings and structures under accidental actions*. Moscow: ASV Publ.; 2016. (In Russ.)
38. Fedorova N.V., Kolchunov V.I., Gubanova M.S. *Deformation of composite plane-stressed reinforced concrete structures*. Moscow: MISI-MGSU Publ.; 2022. (In Russ.)
39. Selyaev V.P., Selyaev P.V. *Physico-chemical foundations of fracture mechanics of cement composites*. Saransk: Mordovia State University Publ.; 2018. (In Russ.)