

DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-2-150-160
УДК 624.046.3

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Теоретико-экспериментальное моделирование деформирования цилиндрической оболочки из стали 45 при сложном нагружении

С.В. Черемных 

Тверской государственный технический университет, Тверь, Российская Федерация
✉ cheremnykh_s.v@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 12 января 2022 г.
Доработана: 27 марта 2022 г.
Принята к публикации: 7 апреля 2022 г.

Для цитирования

Черемных С.В. Теоретико-экспериментальное моделирование деформирования цилиндрической оболочки из стали 45 при сложном нагружении // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 2. С. 150–160. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-2-150-160>

Аннотация. Тонкостенные цилиндрические оболочки применяются в элементах высоконагруженных изделий машиностроения и энергетики. Наряду с частым использованием на производстве, экспериментальные исследования в лабораториях также проводятся постоянно. Это позволяет смоделировать поведение оболочки при воздействии на нее внешних сил. Но иногда проведение эксперимента становится маловозможным из-за ограничения мощности экспериментального аппарата при моделировании соответствующих условий воздействия на оболочку в практике, поэтому актуально совершенствование теоретических методов расчета предельных состояний оболочек при работе в упругопластической области. Цель исследования – проверка соответствия результатов эксперимента, проведенного на тонкостенной цилиндрической оболочке из стали 45 (ГОСТ 1050–2013) при воздействии на образец силами растяжения, сжатия и кручения с теоретическими расчетами на основе уравнений теории упругопластических процессов А.А. Ильюшина. Приведены уравнения определяющих соотношений теории упругопластических процессов А.А. Ильюшина для произвольных траекторий сложного нагружения и деформирования материалов в девиаторном пространстве деформаций Э1–Э3. Все теоретические результаты проверены на соответствие с экспериментом, дана оценка достоверности существующей теории устойчивости. Решение представляется в виде графиков зависимости векторных и скалярных свойств материала от величины длины дуги траектории деформации и других параметров. Для различных этапов нагружения выборочно представлены числовые значения.

Ключевые слова: экспериментальное исследование, тонкостенная цилиндрическая оболочка, упругопластический процесс, нагрузка, аппроксимация, гипотеза компланарности, деформация

Черемных Степан Валерьевич, кандидат технических наук, доцент кафедры конструкций и сооружений, Тверской государственный технический университет, Российская Федерация, 170026, Тверь, наб. Аф. Никитина, д. 22; ORCID: 0000-0002-4620-117X, Scopus ID: 57214785020, eLIBRARY SPIN-код: 9323-8370; cheremnykh_s.v@mail.ru

© Черемных С.В., 2022



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Theoretical and experimental modeling of deformation of a cylindrical shell made of 45 steel under complex loading

Stepan V. Cheremnykh 

Tver State Technical University, Tver, Russian Federation

✉ cheremnykh_s.v@mail.ru

Article history

Received: January 12, 2022

Revised: March 28, 2022

Accepted: April 7, 2022

For citation

Cheremnykh S.V. Theoretical and experimental modeling of deformation of a cylindrical shell made of 45 steel under complex loading. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(2):150–160. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-2-150-160>

Abstract. Thin-walled cylindrical shells are used in elements of highly loaded products of mechanical engineering and energy. Along with their frequent use in production, experimental research in laboratories is also carried out constantly. This allows to simulate the behavior of the shell when exposed to external forces. But sometimes conducting an experiment becomes little possible due to the limitation of the power of the experimental apparatus when modeling the corresponding conditions of exposure to the shell in practice, therefore, improving theoretical methods for calculating the limiting states of shells when working in the elastoplastic region is relevant. The purpose of the study is to verify the conformity of the results of the experiment conducted on a thin-walled cylindrical shell made of steel 45 (GOST 1050–2013) when exposed to the sample by stretching, compression and torsion forces with theoretical calculations based on the equations of the theory of elastic-plastic processes by A.A. Ilyushin. The equations of the defining relations of the theory of elastic-plastic processes by A.A. Ilyushin for arbitrary trajectories of complex loading and deformation of materials in the deviatoric deformation space \mathfrak{E}_1 – \mathfrak{E}_3 are presented. All theoretical results are checked for compliance with the experiment, the reliability of the existing theory of stability is assessed. The solution is presented in the form of graphs of the dependence of the vector and scalar properties of the material on the length of the arc of the deformation trajectory and other parameters. Numerical values are selectively presented for different loading stages.

Keywords: experimental study, thin-walled cylindrical shell, elastic-plastic process, load, approximation, coplanarity hypothesis, deformation

Введение

Выполненные на сегодняшний день экспериментальные исследования в области упругопластического деформирования тонкостенных цилиндрических оболочек не структурированы и не имеют единой унификационной классификации построения экспериментальных программ [1–5]. Опыты многогранны, проводятся на образцах с разными сечениями, физико-механическими свойствами, температурами и химическим составом, а потому трудно сопоставимы по результатам и не могут однозначно ответить на вопрос о степени влияния нагрузок на критические параметры напряжений и деформаций при определенном процессе нагружения.

Учениками Тверской научной школы под руководством В.Г. Зубчанинова наиболее подробно экспериментально исследованы простые процессы в пространстве напряжений, при нагружении оболочек силами растяжения, сжатия, кручения или внутреннего давления [6–11]. В то же время оценка нагружения оболочек под одновременным действием нескольких сил, которое можно назвать сложным нагружением, в работах встречается крайне редко и требует внимания в настоящее время [12–21].

Обработка экспериментальных результатов исследования также выполняется по-разному¹. Если в расчетной практике диаграммы растяжения и сжатия часто аппроксимируют в виде кусочно-ломаных

Stepan V. Cheremnykh, Candidate of Technical Sciences, senior lecturer of the Department of Structures, Tver State Technical University, 22 Af. Nikitina Naberezhnaya, Tver, 170026, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-4620-117X, Scopus ID: 57214785020, eLIBRARY SPIN-code: 9323-8370; cheremnykh_s.v@mail.ru

¹ Программа для ЭВМ № 2020619026 (РФ; Программа, база данных). Программа для решения задачи бифуркации цилиндрической оболочки с учетом сложного характера деформирования в момент потери устойчивости при сложном докритическом нагружении для траектории в виде двузвенных ломаных / Соколов С.А., Черемных С.В., Александров М.Ю.; 2020, Бюл. № 8. URL: <http://www1.fips.ru/Archive/EVM/2016/2016.08.20/Index.htm> (дата обращения: 25.03.2016).

прямых, то в многопараметрических процессах, например при одновременном воздействии на образец осевой сжимающей силы, крутящего момента и внутреннего давления, построение аппроксимаций сложными функциями представляет собой трудную задачу.

Учеными выдвигались различные гипотезы, упрощающие задание функций, описывающих процесс деформирования. Одной из таких теорий является гипотеза компланарности А.А. Ильюшина для векторов напряжения, приращения напряжения и приращения деформации [22]. Векторное представление процессов нагружения и деформирования материалов, введенное А.А. Ильюшиным в теории упругопластических процессов, является весьма наглядным и эффективным как при выводе определяющих соотношений, так и при описании и анализе экспериментальных значений функционалов пластичности [23–25]. Гипотеза применяется при построении общей теории устойчивости оболочек при сложном нагружении за пределом упругости и является частным случаем теории упругопластических процессов А.А. Ильюшина. Она отличается довольно простым математическим аппаратом и, что особенно важно, прямой возможностью экспериментально проверить ее основные постулаты и уравнения.

В данной работе рассматривается основанное на гипотезе компланарности А.А. Ильюшина моделирование траектории деформации цилиндрической оболочки из стали 45 при сложном нагружении осевой сжимающей/растягивающей силой и крутящим моментом, экспериментальная часть которого подробно рассмотрена в [26].

Материалы и методы

В [26] испытания проводились на автоматизированном испытательном комплексе СН-ЭВМ. В качестве образца для испытания использовалась тонкостенная цилиндрическая оболочка из стали 45 ГОСТ 1050–2013 толщиной 1 мм, радиусом срединной поверхности 15,5 мм и длиной рабочей зоны 110 мм. Результатом испытания являются экспериментально полученные числовые значения модуля вектора напряжения σ , МПа, и деформации ε , %, время проведения испытания (секунд), а также значения компонент векторов напряжений и деформаций.

Обработка экспериментальных данных. После нагружения оболочки осевой сжимающей/растягивающей силой и крутящим моментом в трехмерном векторном пространстве годографа вектора деформаций и отклика на нее в форме траектории напряжения, полученной в эксперименте [26], производится локальное сглаживание экспериментальных данных для компонент деформаций ε_{ij} и компонент напряжений σ_{ij} . Для аппроксимирования экспериментальных диаграмм условно примем $y_i = \sigma_{ij}$ либо $y_i = \varepsilon_{ij}$ ($i, j = 1, 2, 3$).

Сглаживание экспериментальных значений y_i вычисляем по формулам, полученным на основе метода наименьших квадратов для аппроксимирующего многочлена третьей степени [22]:

$$y_i = \frac{1}{35}[-3y_{i-2} + 12y_{i-1} + 17y_i + 12y_{i+1} - 3y_{i+2}], \quad (1)$$

где для крайних точек

$$\begin{cases} y_{i-2} = 1/70[69y_{i-2} + 4y_{i-1} - 6y_i + 4y_{i+1} - y_{i+2}]; \\ y_{i-1} = 1/35[2y_{i-2} + 27y_{i-1} + 12y_i - 8y_{i+1} + 2y_{i+2}]; \\ y_{i+1} = 1/35[2y_{i-2} - 8y_{i-1} + 12y_i + 27y_{i+1} + 2y_{i+2}]; \\ y_{i+2} = 1/70[-y_{i-2} + 4y_{i-1} - 6y_i + 4y_{i+1} + 69y_{i+2}]. \end{cases} \quad (2)$$

Аппроксимации (1) и (2) физически достоверно описывают процессы упругопластического деформирования стали, поэтому они используются как основной расчетный вариант при вычислении численных значений, характеризующих напряженно-деформируемое состояние материала.

Моделирование деформирования цилиндрической оболочки. Вычисление компонент векторов напряжений и деформаций и их модулей производим по формулам [22]:

$$S_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\sigma_{11} - \frac{1}{2}(\sigma_{22} + \sigma_{33}) \right]; \quad S_2 = \frac{\sigma_{22} - \sigma_{33}}{\sqrt{2}}; \quad S_3 = \sqrt{2}\sigma_{12}; \quad (3)$$

$$\Theta_1 = \sqrt{\frac{2}{3}}[\varepsilon_{11} - \varepsilon_0]; \quad \Theta_2 = \sqrt{2}(\varepsilon_{22} + \frac{1}{2}\varepsilon_{11} - \frac{3}{2}\varepsilon_0); \quad \Theta_3 = \sqrt{2}\varepsilon_{12}, \quad (4)$$

где средние значения напряжений и деформаций определяются как $\sigma_0 = \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})$; $\varepsilon_0 = \sigma_0 / 3K$, при значении модуля объемной деформации $K = 1,75 \times 10^5$ МПа.

Главные нормальные напряжения и удлинения определяем по формулам [22]:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\sigma_{12}^2}; \quad \sigma_3 = 0; \quad (5)$$

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22})^2 + 4\varepsilon_{12}^2}; \quad \varepsilon_3 = 3\varepsilon_0 - (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}). \quad (6)$$

Главные касательные напряжения и сдвиги и их интенсивности [22]:

$$T_{12} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}; \quad T_{23} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}; \quad T_{13} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}; \quad (7)$$

$$\Gamma_{12} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2; \quad \Gamma_{23} = \varepsilon_2 - \varepsilon_3; \quad \Gamma_{13} = \varepsilon_1 - \varepsilon_3; \quad (8)$$

$$T = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{T_{12}^2 + T_{23}^2 + T_{13}^2}; \quad \Gamma = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\Gamma_{12}^2 + \Gamma_{23}^2 + \Gamma_{13}^2}. \quad (9)$$

Результаты и обсуждение

По формуле (1) и (2) произведем локальное сглаживание экспериментальных данных для значений модуля вектора напряжения σ и деформации Θ , а также их компонент. На рис. 1, а показана экспериментальная и аппроксимированная диаграмма деформирования оболочки в плоскости $\sigma(\Theta)$. Стоит отметить, что при наложении диаграммы почти совпадают, это позволяет сделать вывод о соответствии опыту формул для аппроксимации экспериментальных диаграмм. При выборочной детализации графика на рис. 1, б численный разброс между экспериментальными (кривая синего цвета) и расчетными значениями (кривая красного цвета) составляет не более 2 %.

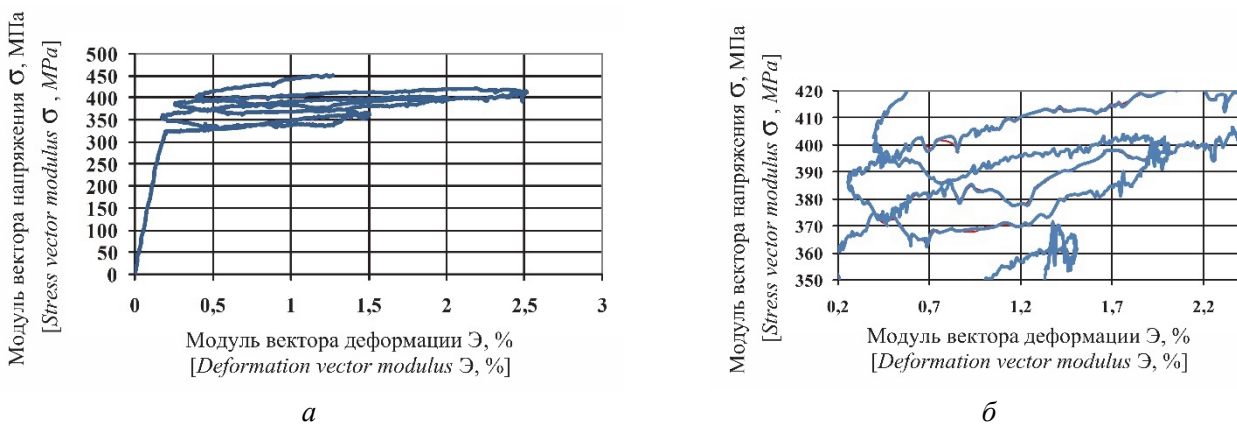


Рис. 1. Диаграмма деформирования оболочки в плоскости $\sigma(\Theta)$:

а – общий вид; б – детализация графика

Figure 1. Diagram of shell deformation in the plane $\sigma(\Theta)$:

а – general view; б – graph detail

Как отмечалось ранее, векторное представление процессов деформирования материалов А.А. Ильюшина в теории упругопластических процессов является эффективным при описании экспериментальных значений функций пластичности [17; 18; 27].

По формулам (3) и (4), соответствующим теории упругопластических процессов А.А. Ильюшина, а также на основании экспериментальных данных произведем вычисление компонент векторов деформаций, представив результаты графически на рис. 2 и 3.

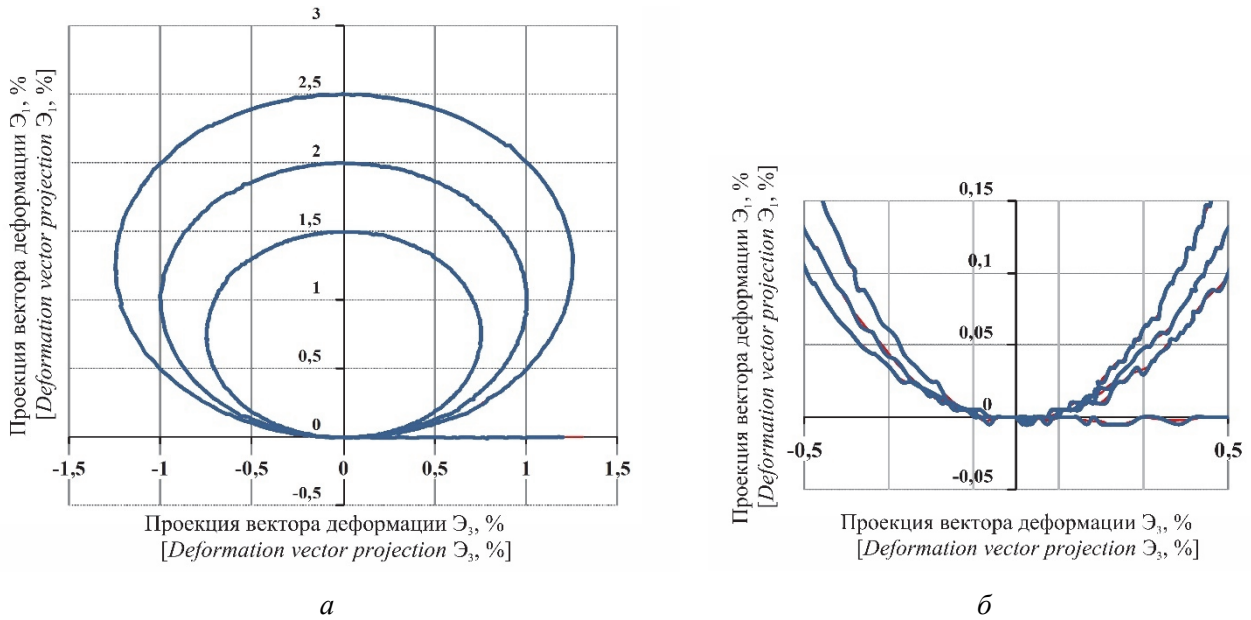


Рис. 2. Траектория деформирования оболочки из стали 45:

a – общий вид; *б* – детализация графика

Figure 2. The trajectory of deformation of the shell made of steel 45:

a – general view; *б* – graph detail

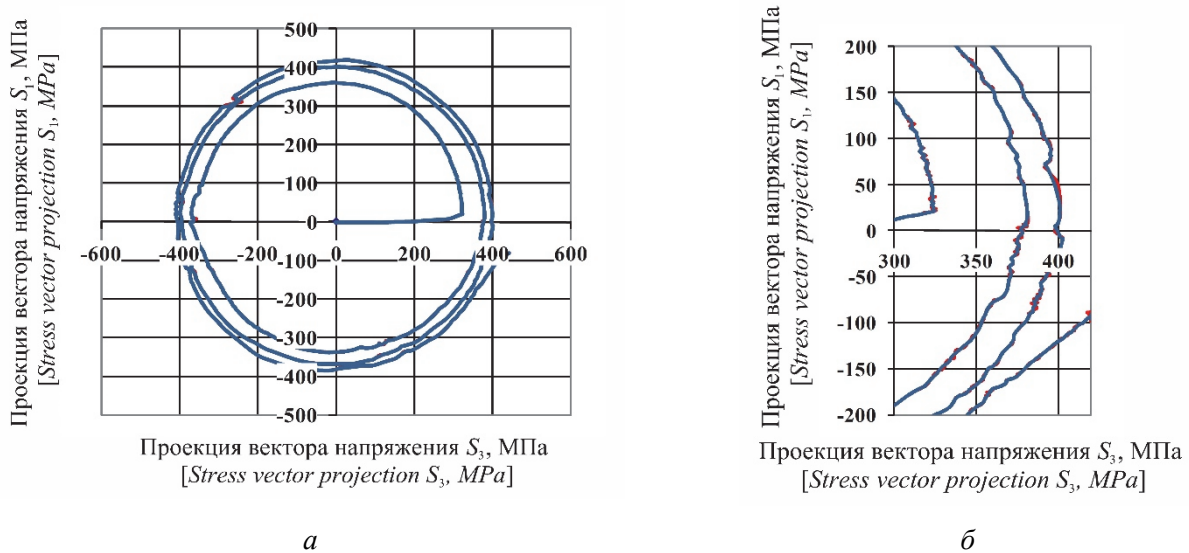


Рис. 3. Траектория проекции вектора напряжения S_1-S_3 :

a – общий вид; *б* – детализация графика

Figure 3. The trajectory of the projection of the voltage vector S_1-S_3 :

a – general view; *б* – graph detail

На рис. 2 и 3, а также последующих рис. 4–6 экспериментальным данным соответствует кривая синего цвета, а расчетным – кривая красного цвета. Как следует из детализации рис. 2, б; 3, б; 4, б; 5, б; 6, б теоретические расчеты сопоставимы с экспериментальными значениями, а разница между ними не превышает 1 %.

Далее показаны графики глобальной (рис. 4) и локальной (рис. 5, 6) диаграмм деформирования.

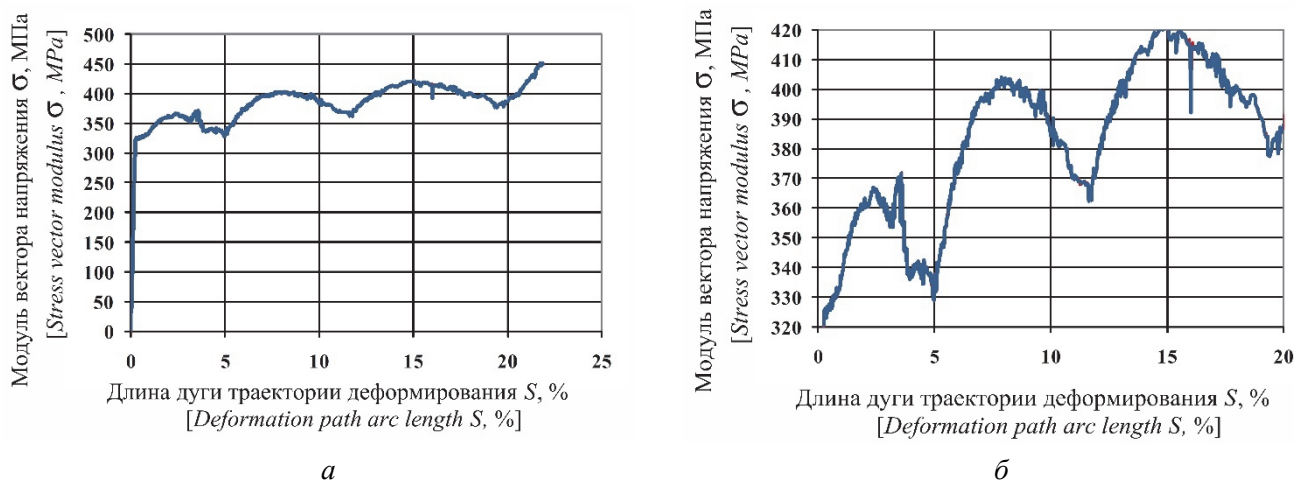


Рис. 4. Диаграмма деформирования оболочки в плоскости $\sigma(S)$:

a – общий вид; b – детализация графика

Figure 4. Diagram of shell deformation in the plane $\sigma(S)$:

a – general view; b – graph detail

На рис. 4 горизонтальная ось длины дуги траектории деформирования S , являющаяся параметром или мерой деформирования, определяет внутреннюю геометрию траектории нагружения (рис. 2) и находится по экспериментальным результатам.

Влияние сложного нагружения на устойчивость образцов проявляется, прежде всего, в момент потери устойчивости, когда происходит излом траекторий деформаций и нагружения. Обычно при графическом и числовом анализе экспериментальных результатов момент потери устойчивости определяется резким изломом процесса деформирования на всех или одной из локальных диаграмм. Однако при анализе построенных рис. 5 и 6 для выполненного эксперимента [26] стоит отметить, что резкого излома процесса деформирования не наблюдается, это говорит о сохранении устойчивости образца при завершении опыта.

Помимо графического анализа по результатам выполненного эксперимента и проверки его соответствия теории упругопластических процессов А.А. Ильюшина, опытные данные показывают значения, определяющие внутренние силы в твердом теле, а также показатели изменения формы и размеров тела для последующего решения задач механики упругопластических деформаций.

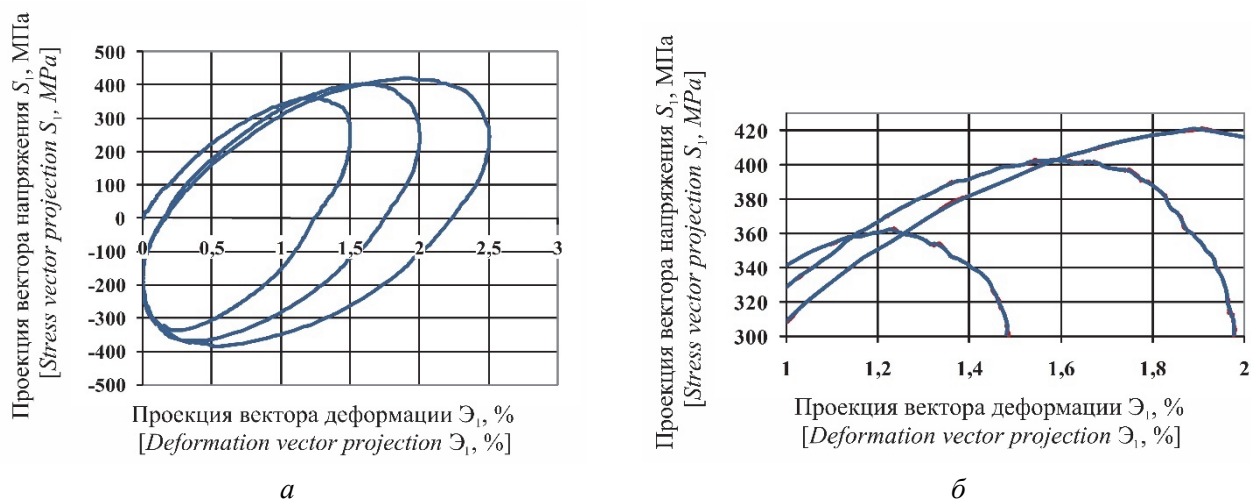
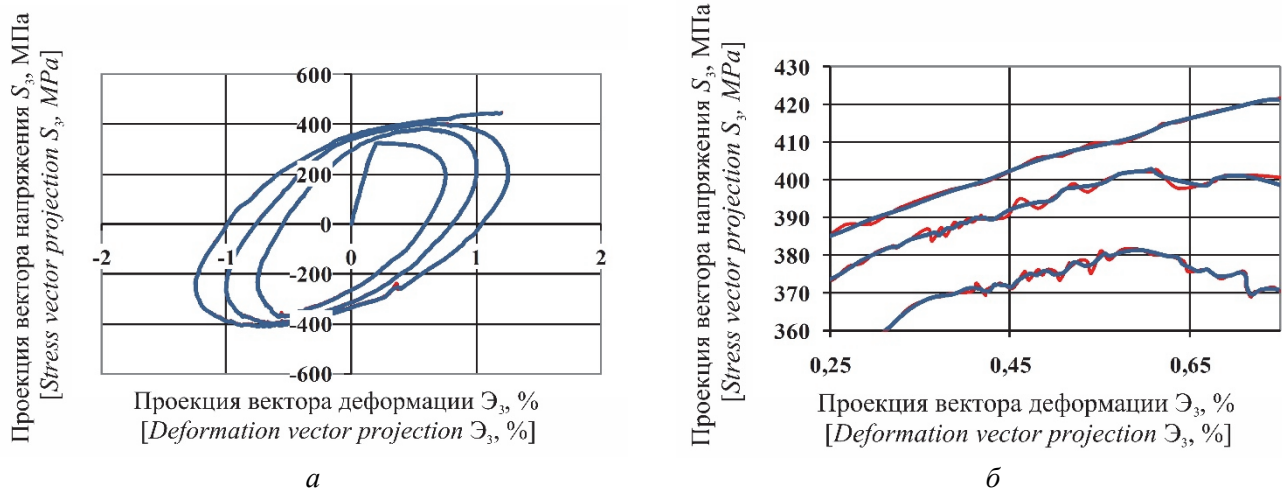


Рис. 5. Локальная диаграмма деформирования S_1 – E_1 :

a – общий вид; b – детализация графика

Figure 5. The trajectory of the projection of the voltage vector S_1 – E_1 :

a – general view; b – graph detail

Рис. 6. Локальная диаграмма деформирования S_3 – ε_3 :

а – общий вид; б – детализация графика

Figure 6. The trajectory of the projection of the voltage vector S_3 – ε_3 :

а – general view; б – graph detail

В частности, теория напряжений ставит перед собой задачу определения внутренних сил в материале. Эти силы показывают межмолекулярное взаимодействие, а меру внутренних сил называют напряжением. Под действием внешних факторов тело деформируется и изменяется расстояние между его точками, вследствие чего возникают дополнительные внутренние силы. С помощью формул (5), (7) и опытных данных определяют главные нормальные и касательные напряжения, характеризующие напряженное состояние в точке.

В свою очередь, теория деформаций изучает механическое изменение взаимного расположения множества точек сплошной среды, приводящее к изменению формы и размеров тела. Деформация тела возникает в результате действия внешних сил и приводит к возникновению напряжений. Для описания деформации тела используются перемещения точек. Деформация тела состоит из деформации ее материальных частиц. Для их описания применяются относительные удлинения и сдвиги, рассчитываемые по формулам (6), (8), (9). Определение деформации тела также необходимо для оценки его жесткости и выявления напряжений.

Таблица 1

Результаты экспериментальных исследований оболочки

Этап	σ , МПа	ε , %	S , %	Время, с	ε_1 , %	ε_2 , %	ε_3 , %	S_1 , МПа	S_2 , МПа	S_3 , МПа	ε_{11} , %	ε_{22} , %	ε_{33} , %	σ_{11} , МПа	σ_{22} , МПа	σ_{33} , МПа
1	142,4	0,07	0,09	164	0,00	0,01	0,07	0,97	0,00	142,48	0,00	0,01	0,05	1,18	0,00	100,75
1	159,1	0,09	0,10	180	0,00	0,02	0,08	0,97	0,00	159,11	0,00	0,01	0,06	1,18	0,00	112,51
1	170,8	0,10	0,11	196	0,00	0,02	0,09	1,45	0,00	170,80	0,00	0,01	0,07	1,77	0,00	120,77
1	188,3	0,11	0,12	212	0,00	0,02	0,10	1,45	0,00	188,33	0,00	0,01	0,07	1,77	0,00	133,17
1	202,2	0,11	0,13	228	0,00	0,01	0,11	1,93	0,00	202,26	0,00	0,01	0,08	2,37	0,00	143,02
2	372,4	0,48	6,02	7267	0,11	-0,13	0,45	-29,46	0,00	371,27	0,09	-0,14	0,32	-36,08	0,00	262,53
2	373,7	0,49	6,04	7283	0,11	-0,14	0,46	-28,50	0,00	372,62	0,09	-0,14	0,32	-34,90	0,00	263,48
2	376,6	0,50	6,05	7299	0,11	-0,14	0,47	-25,60	0,00	375,76	0,09	-0,14	0,33	-31,35	0,00	265,70
2	374,2	0,50	6,06	7315	0,12	-0,14	0,47	-22,70	0,00	373,52	0,10	-0,14	0,33	-27,80	0,00	264,12
2	376,7	0,51	6,07	7331	0,12	-0,14	0,48	-20,29	0,00	376,21	0,10	-0,14	0,34	-24,84	0,00	266,02
3	397,5	0,85	13,1	13530	0,28	-0,16	0,79	69,07	0,00	391,49	0,23	-0,23	0,56	84,59	0,00	276,83
3	398,3	0,85	13,2	13535	0,28	-0,15	0,79	71,00	0,00	391,94	0,23	-0,22	0,56	86,96	0,00	277,15
3	402,8	0,88	13,24	13553	0,29	-0,16	0,81	76,31	0,00	395,54	0,24	-0,23	0,57	93,46	0,00	279,69
3	403,7	0,89	13,2	13569	0,30	-0,16	0,82	81,14	0,00	395,54	0,25	-0,24	0,58	99,38	0,00	279,69
3	403,4	0,90	13,2	13585	0,31	-0,16	0,83	84,04	0,00	394,64	0,25	-0,24	0,59	102,93	0,00	279,05
4	423,1	0,67	21,1	17792	0,00	-0,34	0,57	-104,81	0,00	409,92	0,00	-0,24	0,41	-128,36	0,00	289,86
4	425,3	0,70	21,1	17808	0,00	-0,34	0,61	-101,43	0,00	413,07	0,00	-0,24	0,43	-124,22	0,00	292,08
4	427,1	0,71	21,1	17812	0,00	-0,34	0,62	-101,61	0,32	414,87	0,00	-0,24	0,44	-124,22	0,45	293,36
4	427,0	0,72	21,2	17824	0,00	-0,34	0,64	-99,50	0,00	415,32	0,00	-0,24	0,45	-121,86	0,00	293,67
4	428,9	0,75	21,2	17840	0,00	-0,34	0,67	-96,12	0,00	418,01	0,00	-0,24	0,48	-117,72	0,00	295,58

Table 1

Results of experimental studies of the shell

Stage	σ , MPa	ε , %	S , %	Time, s	ε_1 , %	ε_2 , %	ε_3 , %	S_1 , MPa	S_2 , MPa	S_3 , MPa	ε_{11} , %	ε_{22} , %	ε_{12} , %	σ_{11} , MPa	σ_{22} , MPa	σ_{12} , MPa
1	142.4	0.07	0.09	164	0.00	0.01	0.07	0.97	0.00	142.48	0.00	0.01	0.05	1.18	0.00	100.75
1	159.1	0.09	0.10	180	0.00	0.02	0.08	0.97	0.00	159.11	0.00	0.01	0.06	1.18	0.00	112.51
1	170.8	0.10	0.11	196	0.00	0.02	0.09	1.45	0.00	170.80	0.00	0.01	0.07	1.77	0.00	120.77
1	188.3	0.11	0.12	212	0.00	0.02	0.10	1.45	0.00	188.33	0.00	0.01	0.07	1.77	0.00	133.17
1	202.2	0.11	0.13	228	0.00	0.01	0.11	1.93	0.00	202.26	0.00	0.01	0.08	2.37	0.00	143.02
2	372.4	0.48	6.02	7267	0.11	-0.13	0.45	-29.46	0.00	371.27	0.09	-0.14	0.32	-36.08	0.00	262.53
2	373.7	0.49	6.04	7283	0.11	-0.14	0.46	-28.50	0.00	372.62	0.09	-0.14	0.32	-34.90	0.00	263.48
2	376.6	0.50	6.05	7299	0.11	-0.14	0.47	-25.60	0.00	375.76	0.09	-0.14	0.33	-31.35	0.00	265.70
2	374.2	0.50	6.06	7315	0.12	-0.14	0.47	-22.70	0.00	373.52	0.10	-0.14	0.33	-27.80	0.00	264.12
2	376.7	0.51	6.07	7331	0.12	-0.14	0.48	-20.29	0.00	376.21	0.10	-0.14	0.34	-24.84	0.00	266.02
3	397.5	0.85	13.1	13530	0.28	-0.16	0.79	69.07	0.00	391.49	0.23	-0.23	0.56	84.59	0.00	276.83
3	398.3	0.85	13.2	13535	0.28	-0.15	0.79	71.00	0.00	391.94	0.23	-0.22	0.56	86.96	0.00	277.15
3	402.8	0.88	13.24	13553	0.29	-0.16	0.81	76.31	0.00	395.54	0.24	-0.23	0.57	93.46	0.00	279.69
3	403.7	0.89	13.2	13569	0.30	-0.16	0.82	81.14	0.00	395.54	0.25	-0.24	0.58	99.38	0.00	279.69
3	403.4	0.90	13.2	13585	0.31	-0.16	0.83	84.04	0.00	394.64	0.25	-0.24	0.59	102.93	0.00	279.05
4	423.1	0.67	21.1	17792	0.00	-0.34	0.57	-104.81	0.00	409.92	0.00	-0.24	0.41	-128.36	0.00	289.86
4	425.3	0.70	21.1	17808	0.00	-0.34	0.61	-101.43	0.00	413.07	0.00	-0.24	0.43	-124.22	0.00	292.08
4	427.1	0.71	21.1	17812	0.00	-0.34	0.62	-101.61	0.32	414.87	0.00	-0.24	0.44	-124.22	0.45	293.36
4	427.0	0.72	21.2	17824	0.00	-0.34	0.64	-99.50	0.00	415.32	0.00	-0.24	0.45	-121.86	0.00	293.67
4	428.9	0.75	21.2	17840	0.00	-0.34	0.67	-96.12	0.00	418.01	0.00	-0.24	0.48	-117.72	0.00	295.58

Таблица 2

Результаты теоретической обработки экспериментальных исследований оболочки

Этап	σ , МПа	ε , %	S , %	Время, с	ε_1 , %	ε_2 , %	ε_3 , %	S_1 , МПа	S_2 , МПа	S_3 , МПа	ε_{11} , %	ε_{22} , %	ε_{12} , %	σ_{11} , МПа	σ_{22} , МПа	σ_{12} , МПа
1	143,56	0,08	0,09	164	0,00	0,01	0,07	0,55	0,00	143,56	0,00	0,01	0,05	0,68	0,00	101,51
1	157,42	0,08	0,10	180	0,00	0,02	0,08	1,21	0,00	157,42	0,00	0,01	0,06	1,49	0,00	111,31
1	172,54	0,10	0,11	196	0,01	0,02	0,09	1,28	0,00	172,53	0,00	0,01	0,07	1,57	0,00	122,00
1	187,60	0,10	0,12	212	0,00	0,02	0,10	1,49	0,00	187,60	0,00	0,01	0,07	1,83	0,00	132,65
1	201,20	0,11	0,13	228	0,00	0,02	0,11	2,10	0,00	201,19	0,00	0,01	0,08	2,57	0,00	142,26
2	372,76	0,48	5,44	7267	0,10	-0,14	0,45	-30,17	0,00	371,54	0,09	-0,14	0,32	-36,95	0,00	262,72
2	374,24	0,49	5,45	7283	0,11	-0,14	0,46	-27,92	0,00	373,19	0,09	-0,14	0,32	-34,19	0,00	263,89
2	375,14	0,50	5,46	7299	0,11	-0,14	0,46	-25,72	0,00	374,26	0,09	-0,14	0,33	-31,50	0,00	264,64
2	375,86	0,51	5,47	7315	0,12	-0,14	0,47	-22,78	0,00	375,17	0,09	-0,14	0,33	-27,90	0,00	265,29
2	375,41	0,51	5,48	7331	0,12	-0,13	0,48	-20,24	0,00	374,86	0,10	-0,14	0,34	-24,79	0,00	265,07
3	398,97	0,85	12,30	13530	0,28	-0,16	0,79	67,45	0,00	393,23	0,23	-0,23	0,56	82,61	0,00	278,05
3	398,79	0,86	12,31	13535	0,29	-0,16	0,80	72,95	0,00	392,06	0,23	-0,23	0,56	89,34	0,00	277,23
3	402,00	0,87	12,33	13553	0,29	-0,16	0,81	76,11	0,00	394,73	0,24	-0,23	0,57	93,21	0,00	279,12
3	403,80	0,89	12,34	13569	0,30	-0,16	0,82	81,06	0,00	395,58	0,25	-0,24	0,58	99,28	0,00	279,72
3	403,65	0,90	12,35	13585	0,31	-0,16	0,83	83,54	0,00	394,91	0,25	-0,24	0,59	102,32	0,00	279,24
4	423,94	0,67	20,04	17792	0,00	-0,34	0,58	-104,69	0,08	410,81	0,00	-0,24	0,41	-128,16	0,11	290,49
4	425,16	0,69	20,06	17808	0,00	-0,34	0,60	-102,22	0,08	412,68	0,00	-0,24	0,43	-125,14	0,11	291,81
4	426,69	0,71	20,08	17812	0,00	-0,34	0,62	-101,02	0,15	414,56	0,00	-0,24	0,44	-123,62	0,22	293,14
4	427,65	0,72	20,11	17824	0,00	-0,34	0,64	-99,43	0,11	415,93	0,00	-0,24	0,45	-121,71	0,15	294,11
4	428,50	0,75	20,14	17840	0,00	-0,34	0,67	-96,22	-0,03	417,55	0,00	-0,24	0,47	-117,87	-0,04	295,25

Results of theoretical processing of experimental studies of the shell

Stage	σ , MPa	Θ , %	S , %	Time, s	Θ_1 , %	Θ_2 , %	Θ_3 , %	S_1 , MPa	S_2 , MPa	S_3 , MPa	ε_{11} , %	ε_{22} , %	ε_{33} , %	σ_{11} , MPa	σ_{22} , MPa	σ_{33} , MPa
1	143.56	0.08	0.09	164	0.00	0.01	0.07	0.55	0.00	143.56	0.00	0.01	0.05	0.68	0.00	101.51
1	157.42	0.08	0.10	180	0.00	0.02	0.08	1.21	0.00	157.42	0.00	0.01	0.06	1.49	0.00	111.31
1	172.54	0.10	0.11	196	0.01	0.02	0.09	1.28	0.00	172.53	0.00	0.01	0.07	1.57	0.00	122.00
1	187.60	0.10	0.12	212	0.00	0.02	0.10	1.49	0.00	187.60	0.00	0.01	0.07	1.83	0.00	132.65
1	201.20	0.11	0.13	228	0.00	0.02	0.11	2.10	0.00	201.19	0.00	0.01	0.08	2.57	0.00	142.26
2	372.76	0.48	5.44	7267	0.10	-0.14	0.45	-30.17	0.00	371.54	0.09	-0.14	0.32	-36.95	0.00	262.72
2	374.24	0.49	5.45	7283	0.11	-0.14	0.46	-27.92	0.00	373.19	0.09	-0.14	0.32	-34.19	0.00	263.89
2	375.14	0.50	5.46	7299	0.11	-0.14	0.46	-25.72	0.00	374.26	0.09	-0.14	0.33	-31.50	0.00	264.64
2	375.86	0.51	5.47	7315	0.12	-0.14	0.47	-22.78	0.00	375.17	0.09	-0.14	0.33	-27.90	0.00	265.29
2	375.41	0.51	5.48	7331	0.12	-0.13	0.48	-20.24	0.00	374.86	0.10	-0.14	0.34	-24.79	0.00	265.07
3	398.97	0.85	12.30	13530	0.28	-0.16	0.79	67.45	0.00	393.23	0.23	-0.23	0.56	82.61	0.00	278.05
3	398.79	0.86	12.31	13535	0.29	-0.16	0.80	72.95	0.00	392.06	0.23	-0.23	0.56	89.34	0.00	277.23
3	402.00	0.87	12.33	13553	0.29	-0.16	0.81	76.11	0.00	394.73	0.24	-0.23	0.57	93.21	0.00	279.12
3	403.80	0.89	12.34	13569	0.30	-0.16	0.82	81.06	0.00	395.58	0.25	-0.24	0.58	99.28	0.00	279.72
3	403.65	0.90	12.35	13585	0.31	-0.16	0.83	83.54	0.00	394.91	0.25	-0.24	0.59	102.32	0.00	279.24
4	423.94	0.67	20.04	17792	0.00	-0.34	0.58	-104.69	0.08	410.81	0.00	-0.24	0.41	-128.16	0.11	290.49
4	425.16	0.69	20.06	17808	0.00	-0.34	0.60	-102.22	0.08	412.68	0.00	-0.24	0.43	-125.14	0.11	291.81
4	426.69	0.71	20.08	17812	0.00	-0.34	0.62	-101.02	0.15	414.56	0.00	-0.24	0.44	-123.62	0.22	293.14
4	427.65	0.72	20.11	17824	0.00	-0.34	0.64	-99.43	0.11	415.93	0.00	-0.24	0.45	-121.71	0.15	294.11
4	428.50	0.75	20.14	17840	0.00	-0.34	0.67	-96.22	-0.03	417.55	0.00	-0.24	0.47	-117.87	-0.04	295.25

В [26] указано, что опыт, соответствующий траектории деформирования оболочки из стали 45 (рис. 2, а), проводился в течение пяти с половиной часов, а экспериментально получено 1093 значения, определяющих векторные и скалярные свойства материала.

В табл. 1 выборочно показаны численные значения, на основании которых построены экспериментальные графики.

В табл. 2 показаны соответствующие экспериментальным точкам табл. 1 расчетные значения. Расчеты по формулам (1)–(9) выполнены в программе Excel.

Заключение

Рассмотрены замкнутые криволинейные траектории постоянной кривизны, реализованные в плоскости Θ_1 – Θ_3 девиаторного пространства деформаций при воздействии на образец осевой силы и крутящего момента [26].

Уже отмечалось, что в мировой практике существуют различные подходы для обработки экспериментальных данных, полученных от воздействия внешних усилий на тонкостенные цилиндрические оболочки. При этом совершенно отсутствует унификация типоразмеров при подборе оболочки, экспериментальные образцы отличаются сечением и представляют собой множество типоразмеров, где в целом расстояние между двумя криволинейными поверхностями мало по сравнению с другими размерами.

Стоит отметить, что даже при проведении одного и того же опыта на двух одинаковых образцах, но из разных партий поставки материалов, где не существенно, но отличается химический состав, экспериментальные данные могут значительно различаться. Например, для определения номенклатуры стали 45 по ГОСТ 1050–2013 достаточно, чтобы углерода при прочих равных химических добавок было в пределах 0,42–0,50 %, что, несомненно, скажется на показателях опыта при использовании тонкостенных оболочек с различным нормируемым углеродным составом.

Указанные несовершенства в геометрии и химическом составе образцов также влияют на теоретическое моделирование процессов деформирования, но, несмотря на это, оболочка является идеальным объектом для решения модельных задач строительной механики и механики деформируемого твердого тела [28–32].

Использование теории упругопластических процессов А.А. Ильюшина на основе гипотезы компланарности как в данной работе, так и в других [12–19], показало, что теоретические расчеты удовлетворительно согласуются с опытными данными, а представленная экспериментальная траектория нагружения позволяет обосновать физическую достоверность определяющих соотношений и функций процессов пластического деформирования.

Список литературы / References

1. Gulyaev V.I., Alekseev A.A., Savrasov I.A., Subbotin S.L. Experimental verification of the isotropy postulate on orthogonal curved trajectories of constant curvature. *Lecture Notes in Civil Engineering*. 2021;151:315–321. http://doi.org/10.1007/978-3-030-72910-3_46
2. Zubchaninov V.G., Alekseev A.A., Alekseeva E.G., Gulyaev V.I. Experimental verification of postulate of isotropy and mathematical modeling of elastoplastic deformation processes following the complex angled nonanalytic trajectories. *Materials Physics and Mechanics*. 2017;32(3):298–304.
3. Bazhenov V.G., Osetrov S.L., Osetrov D.L. Analysis of stretching of elastoplastic samples and necking with edge effects. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2018;59(4):693–698. <http://doi.org/10.1134/S0021894418040168>
4. Gan Y., Su J., Zhong K., Zhang Q., Long R., Liang H., Zhang X. Dynamic responses of metal shell and fiber-reinforced composite shell subjected to internal blast loading. *Binggong Xuebao*. 2020;41(2):128–134. <http://doi.org/10.3969/j.issn.1000-1093.2020.S2.017>
5. Kilymis D., Gérard C., Pizzagalli L. Ductile deformation of core-shell Si-SiC nanoparticles controlled by shell thickness. *Acta Materialia*. 2019;164:560–567. <http://doi.org/10.1016/j.actamat.2018.11.009>
6. Abashev D.R., Bondar V.S. Modified theory of plasticity for monotonic and cyclic deformation processes. *Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Solid State Mechanics*. 2021;(1):6–16. (In Russ.) <http://doi.org/10.31857/S0572329921010025>
Абашев Д.Р., Бондарь В.С. Модифицированная теория пластичности для монотонных и циклических процессов деформирования // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2021. № 1. С. 6–16. <http://doi.org/10.31857/S0572329921010025>
7. Bondar V.S., Dansin V.V., Vu L.D., Duc N.D. Constitutive modeling of cyclic plasticity deformation and low – high-cycle fatigue of stainless steel 304 in uniaxial stress state. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 2018;25(12):1009–1017. <http://dx.doi.org/10.1080/15376494.2017.1342882>
8. Bazhenov V.G., Nagornyykh E.V., Samsonova D.A. Study of the applicability of the Vinkler base model to describe the contact interaction of elastoplastic shells with a filler under external pressure. *Bulletin of Perm National Research Polytechnic University. Mechanics*. 2020;(4):36–48. (In Russ.) <http://doi.org/10.15593/perm.mech/2020.4.04>
Баженов В.Г., Нагорных Е.В., Самсонова Д.А. Исследование применимости модели основания Винклера для описания контактного взаимодействия упругопластических оболочек с наполнителем при внешнем давлении // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2020. № 4. С. 36–48. <http://doi.org/10.15593/perm.mech/2020.4.04>
9. Bazhenov V.G., Baranova M.S., Osetrov D.L., Ryabov A.A. Method for determining friction forces in experiments on shock compression and construction of dynamic stress-strain diagrams of metals and alloys. *Doklady Physics*. 2018;63(8):331–333. <http://doi.org/10.1134/S1028335818080049>
10. Bazhenov V.G., Gonik E.G., Kibets A.I., Petrov M.V., Fedorova T.G., Frolova I.A. Stability and supercritical behaviour of thin-walled cylindrical shell with discrete aggregate in bending. *Materials Physics and Mechanics*. 2016;28(1–2):16–20.
11. Grigoryeva A.L., Grigoryev Y.U., Khromov A.I. Tensile model of a shell-type flat plate at different displacement velocity fields. *Lecture Notes in Networks and Systems*. 2021;200:147–156. http://doi.org/10.1007/978-3-030-69421-0_16
12. Alekseev A.A. Modeling of the process of elastic-plastic deformation of steel 45 along the trajectories of the Archimedes spiral type. *Computational Continuum Mechanics*. 2021;14(1):102–109. (In Russ.) <http://doi.org/10.7242/1999-6691/2021.14.1.9>
Алексеев А.А. Моделирование процесса упругопластического деформирования стали 45 по траекториям типа спирали Архимеда // Вычислительная механика сплошных сред. 2021. Т. 14. № 1. С. 102–109. <http://doi.org/10.7242/1999-6691/2021.14.1.9>
13. Zubchaninov V.G., Alekseev A.A., Gulyaev V.I. The effect of replacing nonanalytical trajectories with break points with smooth trajectories on the complexity of the processes of deformation and loading of materials. *Bulletin of Perm National Research Polytechnic University. Mechanics*. 2020;(2):52–63. (In Russ.) <http://doi.org/10.15593/perm.mech/2020.2.05>
Зубчанинов В.Г., Алексеев А.А., Гультяев В.И. Влияние замены неаналитических траекторий с точками излома гладкими траекториями на сложность процессов деформирования и нагружения материалов // Вестник ермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2020. № 2. С. 52–63. <http://doi.org/10.15593/perm.mech/2020.2.05>
14. Zubchaninov V.G., Alekseeva E.G., Alekseev A.A., Gulyaev V.I. Modeling of elastoplastic steel deformation in two-link broken trajectories and delaying of vector and scalar material properties. *Materials Physics and Mechanics*. 2019;42(4):436–444. http://doi.org/10.18720/MPM.4242019_8

15. Zubchaninov V.G., Alekseev A.A., Gulyaev V.I., Alekseeva E.G. Processes of complex loading of structural steel along a five-link piecewise polyline deformation trajectory. *Bulletin of Tomsk State University. Mathematics and Mechanics*. 2019;61:32–44. (In Russ.) <http://doi.org/10.17223/19988621/61/4>
Зубчанинов В.Г., Алексеев А.А., Гульяев В.И., Алексеева Е.Г. Процессы сложного нагружения конструкционной стали по пятизвенной кусочно-ломаной траектории деформирования // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2019. № 61. С. 32–44. <http://doi.org/10.17223/19988621/61/4>
16. Zubchaninov V.G., Gultiaev V.I., Alekseev A.A., Garanikov V.V., Subbotin S.L. Testing of steel 45 under complex loading along the cylindrical screw trajectories of deformation. *Materials Physics and Mechanics*. 2017;32(3):305–311.
17. Zubchaninov V.G., Alekseev A.A., Gulyaev V.I. Modeling of the processes of elastic-plastic deformation of materials along multi-link piecewise polyline trajectories. *Bulletin of Perm National Research Polytechnic University. Mechanics*. 2017;(3):203–215. (In Russ.) <http://doi.org/10.15593/perm.mech/2017.3.12>
Зубчанинов В.Г., Алексеев А.А., Гульяев В.И. Моделирование процессов упругопластического деформирования материалов по многозвенным кусочно-ломаным прямолинейным траекториям // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2017. № 3. С. 203–215. <http://doi.org/10.15593/perm.mech/2017.3.12>
18. Zubchaninov V.G., Alekseev A.A., Alekseeva E.G. Mathematical modeling of plastic deformation processes of materials along complex flat trajectories. *Physics and Mechanics of Materials*. 2015;24(2):107–118. (In Russ.)
Зубчанинов В.Г., Алексеев А.А., Алексеева Е.Г. Математическое моделирование процессов пластического деформирования материалов по сложным плоским траекториям // Физика и механика материалов. 2015. Т. 24. № 2. С. 107–118.
19. Zubchaninov V.G., Alekseev A.A., Gulyaev V.I. About drawing of the yield surface for steel 45 and verification of the postulate of isotropy on straight-line paths during repeated sign-variable loadings. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2014;3:71–88. <http://doi.org/10.15593/perm.mech/2014.3.05>
20. Cheremnykh S., Zubchaninov V., Gulyaev V. Deformation of cylindrical shells of steel 45 under complex loading. *E3S Web of Conferences. 22nd International Scientific Conference on Construction the Formation of Living Environment, FORM 2019*. 2019. <http://doi.org/10.1051/e3sconf/20199704025>
21. Abrosimov N.A., Elesin A.V., Igumnov L. Computer simulation of the process of loss of stability of composite cylindrical shells under combined quasi-static and dynamic loads. *Advanced Structured Materials*. 2021;137:125–137. http://doi.org/10.1007/978-3-030-53755-5_9
22. Pyushin A.A. *Continuum mechanics*. Moscow: MSU Publ.; 1990. (In Russ.)
Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1990. 310 с.
23. Zubchaninov V.G. On the main hypotheses of the general mathematical theory of plasticity and the limits of their applicability. *Mechanics of Solids*. 2020;55(6):820–826. <http://doi.org/10.3103/S0025654420060163>
24. Zubchaninov V.G. The general mathematical theory of plasticity and the Il'yushin postulates of macroscopic definability and isotropy. *Moscow University Mechanics Bulletin*. 2018;73(5):101–116. <http://doi.org/10.3103/S0027133018050011>
25. Bondar V.S. Theory of plasticity without surface of loading. *Materials Physics and Mechanics*. 2015;23(1):1–4.
26. Cheremnykh S.V. Experimental study of elastic-plastic deformation of a cylindrical shell made of steel 45. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2021;17(5):519–527. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-5-519-527>
Черемных С.В. Экспериментальное исследование упругопластической деформации цилиндрической оболочки из стали 45 // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2021. Т. 17. № 5. С. 519–527. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-5-519-527>
27. Cheremnykh S., Kuzhin M. Solution of the problem of stability of 40x steel shell. *Journal of Physics: Conference Series. International Scientific Conference on Modelling and Methods of Structural Analysis, MMSA 2019*. 2020. <http://doi.org/10.1088/1742-6596/1425/1/012191>
28. Klochkov Y.V., Vakhnina O.V., Sobolevskaya T.A., Nikolaev A.P., Fomin S.D., Klochkov M.Y. A finite elemental algorithm for calculating the arbitrarily loaded shell using three-dimensional finite elements. *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*. 2020;15(13):1472–1481.
29. Eremeyev V.A. A nonlinear model of a mesh shell. *Mechanics of Solids*. 2018;53(4):464–469. <http://doi.org/10.3103/S002565441804012X>
30. Klochkov Y.V., Nikolaev A.P., Sobolevskaya T.A., Klochkov M.Y. Comparative analysis of plasticity theory algorithms in finite-element calculations of the rotation shell. *Materials Science Forum*. 2019;974:608–613. <http://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.974.608>
31. Yakupov N.M., Kiyamov H.G., Mukhamedova I.Z. Simulation of toroidal shell with local defect. *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2020;41(7):1310–1314. <http://doi.org/10.1134/S1995080220070434>
32. Danescu A., Ionescu I.R. Shell design from planar pre-stressed structures. *Mathematics and Mechanics of Solids*. 2020;25(6):1247–1266. <http://doi.org/10.1177/1081286520901553>