



ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ОБОЛОЧЕК NUMERICAL METHODS OF SHELL ANALYSIS

DOI 10.22363/1815-5235-2021-17-6-608-616
 УДК 624.074.433.042.12

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Численный анализ устойчивости цилиндрической оболочки, взаимодействующей с неоднородным окружающим основанием

С.Б. Косицын  , В.Ю. Акулич 

Российский университет транспорта, Москва, Российская Федерация
 ✉ kositsyn-s@yandex.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 13 мая 2021 г.
 Доработана: 28 августа 2021 г.
 Принята к публикации: 12 сентября 2021 г.

Аннотация. Цель исследования – определить критическую нагрузку пространственной модели системы «оболочка – основание» в случае неоднородных физико-механических свойств основания вдоль продольной оси цилиндрической оболочки в нелинейной постановке задачи. **Методы.** Задача решена численным методом с использованием программного конечно-элементного комплекса ANSYS. Выполнено два расчетных случая пространственной модели системы «оболочка – основание» с учетом и без учета коэффициента трения между оболочкой и окружающим основанием. Окружающее основание разделено на два равных массива с разными физико-механическими свойствами. Расчет проведен в геометрически, физически и конструктивно нелинейных постановках. Нелинейность обусловлена необходимостью посредством итерационного процесса отыскания зоны контакта элементов (область отлипания оболочки от основания) и определения изменяющегося во времени положения оболочки. Расчетная модель составлена из двумерных плоских четырехузловых элементов оболочки и трехмерных тетраэдральных десятиузловых элементов окружающего основания. Применены односторонние контактные элементы. Критические нагрузки установлены относительно действующей нагрузки от собственного веса. **Результаты.** Получены критические нагрузки от двух расчетных случаев пространственной модели системы «оболочка – основание». Произведен сравнительный анализ результатов. Дана оценка запаса устойчивости оболочки относительно действующей нагрузки.

Ключевые слова: устойчивость оболочки, запас устойчивости, контактное взаимодействие, конечные элементы

Для цитирования

Косицын С.Б., Акулич В.Ю. Численный анализ устойчивости цилиндрической оболочки, взаимодействующей с неоднородным окружающим основанием // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2021. Т. 17. № 6. С. 608–616. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-6-608-616>

Косицын Сергей Борисович, советник РААСН, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической механики, Российский университет транспорта, Российская Федерация, 127994, Москва, ул. Образцова, д. 9; ORCID: 0000-0002-3241-0683, Scopus Author ID: 57196414749, eLIBRARY SPIN-код: 9390-7610; kositsyn-s@yandex.ru

Акулич Владимир Юрьевич, аспирант кафедры теоретической механики, Российский университет транспорта, Российская Федерация, 127994, Москва, ул. Образцова, д. 9; ORCID: 0000-0002-9467-5791, Scopus Author ID: 57210802551; vladimir.akulich@gmail.com

© Косицын С.Б., Акулич В.Ю., 2021



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Numerical analysis of cylindrical shell stability interacting with inhomogeneous soil

Sergey B. Kosytsyn  , Vladimir Yu. Akulich 

Russian University of Transport, Moscow, Russian Federation

✉ kosytsyn-s@yandex.ru

Article history

Received: May 13, 2021

Revised: August 28, 2021

Accepted: September 12, 2021

For citation

Kosytsyn S.B., Akulich V.Yu. Numerical analysis of cylindrical shell stability interacting with inhomogeneous soil. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2021;17(6):608–616. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-6-608-616>

Abstract. The research is aimed at determining the critical buckling load of the spatial model “shell – soil” system in the case of inhomogeneous physical and mechanical soil properties along the longitudinal axis of the cylindrical shell in a nonlinear formulations of the task. *Methods.* The task is solved by a numerical method using a finite element complex ANSYS. Two calculated cases of the spatial model “shell – soil” system are compiled. The soil is divided into two equal parts with different physical and mechanical properties. The problem was solved in geometrically, physically and constructively nonlinear statement. Nonlinearity is due to the need to find the contact zone through an iterative process and determine the time-varying position of the shell. The soil is modeled by volumetric elements, each consisting of twenty nodes. The shell is modeled by flat elements, each consisting of four nodes. Contact elements of one-side action are used. Critical buckling load are determined relative to the actual load of its own weight. *Results.* Critical loads are obtained from two calculated cases of the spatial model “shell – soil” system. There is a comparative analysis of the results. An assessment of the stability margin of the shell relative to the actual load is given.

Keywords: shell stability, stability margin, contact interaction, finite elements

Введение

Определение напряженно-деформированного состояния системы «оболочка – основание» является частой задачей в транспортном и промышленном строительстве. Вопросы устойчивости равновесия таких систем также востребованы на практике [1–3].

Численный анализ пространственной системы «оболочка – основание» в случае неоднородных физико-механических свойств основания вдоль продольной оси цилиндрической оболочки выполнен в программном комплексе ANSYS [4; 5] с целью определения критической нагрузки, при которой данная система теряет устойчивость равновесия, и определения форм потери устойчивости. Расчетная модель составлена из двумерных плоских четырехузловых элементов оболочки и трехмерных тетраэдральных десятиузловых элементов окружающего основания. Взаимодействие между оболочкой и окружающим основанием обеспечено с помощью контактных пар, нанесенных на соответствующие поверхности.

Определение критической нагрузки потери устойчивости стержневой и плоской моделей цилиндрической оболочки, взаимодействующей с основанием, а также случай бесконечно длинной цилиндрической оболочки рассмотрены в [6; 7].

Численный анализ пространственной модели системы «оболочка – основание». Случай неоднородных физико-механических свойств основания вдоль продольной оси цилиндрической оболочки

Диаметр оболочки составляет $D = 5$ м, толщина оболочки – 0,25 м. Расстояние от края оболочки до боковых торцов окружающего основания принято равным $L = 5D$. Расстояние от края оболочки до верхней и нижней границ окружающего основания принято равным $3D$. Длина цилиндрической оболочки составляет $6D$. К расчетной модели приложена нагрузка от собственного веса основания и оболочки. В каждый

Sergey B. Kosytsyn, adviser of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, D.Sc. in Engineering, Professor of the Department of Theoretical Mechanics, Russian University of Transport, 9 Obraztsova St, bldg 9, Moscow, 127994, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-3241-0683, Scopus Author ID: 57196414749, eLIBRARY SPIN-code: 9390-7610; e-mail: kosytsyn-s@yandex.ru

Vladimir Yu. Akulich, PhD student, Department of Theoretical Mechanics, Russian University of Transport, 15 Obraztsova St, Moscow, 127994, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-9467-5791, Scopus Author ID: 57210802551; vladimir.akulich@gmail.com

расчетный случай добавлена горизонтальная возмущающая сила, приложенная к верху оболочки. Данная сила вынуждает систему среагировать на кососимметричную форму потери устойчивости. Величина горизонтальной возмущающей силы составляет 500 Н. Боковые и нижняя границы окружающего основания закреплены от перемещений по нормальям к поверхностям. Оболочка по торцам имеет аналогичные опорные закрепления, обеспечивающие геометрическую неизменяемость расчетной модели.

Отличительная особенность пространственной модели системы «оболочка – основание» состоит в неоднородности физико-механических свойств основания вдоль продольной оси цилиндрической оболочки [8; 9]. Физико-механические свойства оболочки заданы по модели Друкера – Прагера со следующими параметрами: модуль упругости $E_{об} = 3,0 \times 10^4$ МПа, коэффициент Пуассона $\mu_{об} = 0,18$, плотность $\rho_{об} = 2300$ кг/м³, предел прочности при одноосном растяжении $R_t = 2,5$ МПа, предел прочности при одноосном сжатии $R_c = 42,0$ МПа, предел прочности при двухосном сжатии $R_b = 50,0$ МПа. Основание разделено на два равных массива. Физико-механические свойства окружающего основания [10; 11] заданы по модели Мора – Кулона с параметрами, приведенными в табл. 1. Общий вид расчетной модели представлен на рис. 1, конечно-элементная сетка цилиндрической оболочки показана на рис. 2.

Таблица 1

Физико-механические свойства окружающего основания

№	Плотность ρ , кг/м ³	Коэффициент поперечной деформации μ	Модуль деформации E , МПа	Сцепление C , кПа	Угол внутреннего трения φ , °
1	1600	0,30	14	10	20
2	1800	0,30	16	10	25

Table 1

Physical and mechanical properties of the soil

No	Density ρ , kg/m ³	Poisson's ratio μ	Deformation modulus E , MPa	Cohesion C , GPa	Friction angle φ , °
1	1600	0.30	14	10	20
2	1800	0.30	16	10	25

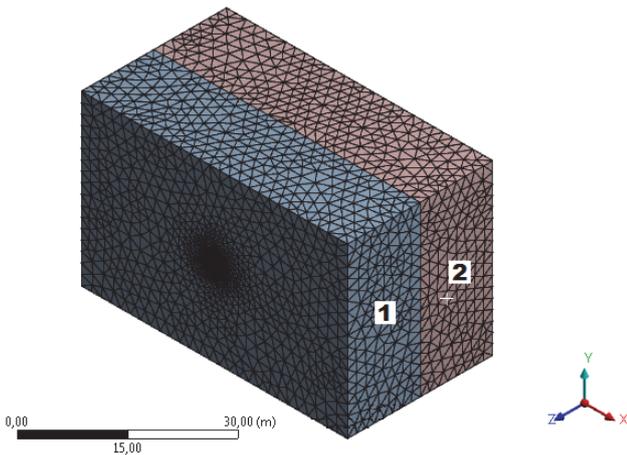


Рис. 1. Общий вид пространственной расчетной модели системы «оболочка – основание»
Figure 1. General view of the spatial calculation model “shell – soil” system

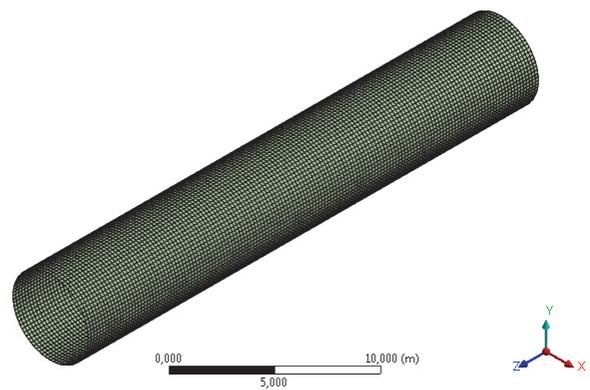


Рис. 2. Конечно-элементная сетка цилиндрической оболочки
Figure 2. The mesh of the cylindrical shell

Расчет проведен в нелинейной постановке с учетом геометрической нелинейности, односторонних связей между оболочкой и окружающим основанием и упругопластических моделей материалов [12; 13]. Составлено два расчетных случая: с учетом и без учета коэффициента трения в контактной паре между оболочкой и окружающим основанием.

Нелинейный расчет пространственной модели системы «оболочка – основание» без учета коэффициента трения

В данном расчетном случае не учтен коэффициент трения между оболочкой и окружающим основанием. Расчет проведен в геометрически, физически и конструктивно нелинейных постановках. Нелинейность обусловлена необходимостью посредством итерационного процесса отыскания зоны контакта элементов (область отлипания оболочки от основания) и определения изменяющегося во времени положения оболочки.

На рис. 3 представлено поле полных перемещений пространственной модели системы «оболочка – основание» в случае неоднородных физико-механических свойств основания вдоль продольной оси цилиндрической оболочки при достижении критической нагрузки. Нелинейный расчет остановлен на шаге приращения нагрузки, на котором не достигнута сходимость решения. Величина критической нагрузки составляет $4,5\gamma z_1$.

На рис. 4 видно, что наибольшие перемещения наблюдаются на участке оболочки, расположенном в пределах первого массива основания с меньшими физико-механическими характеристиками.

На рис. 5 показана кривая зависимости перемещения нижнего узла оболочки от прикладываемой нагрузки.

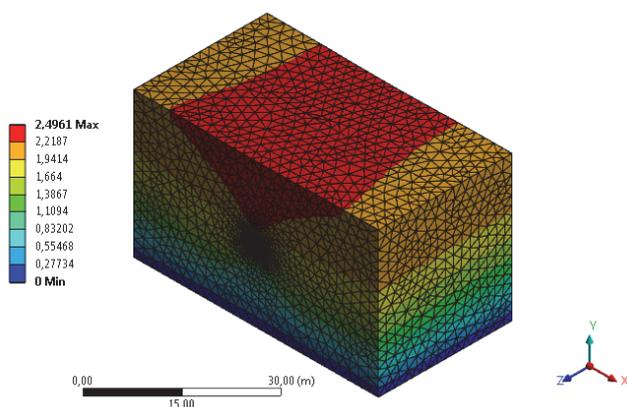


Рис. 3. Поле полных перемещений пространственной модели системы «оболочка – основание» при достижении критической нагрузки

Figure 3. Fields of total displacements of the spatial model “shell – soil” system when the buckling load is achieved

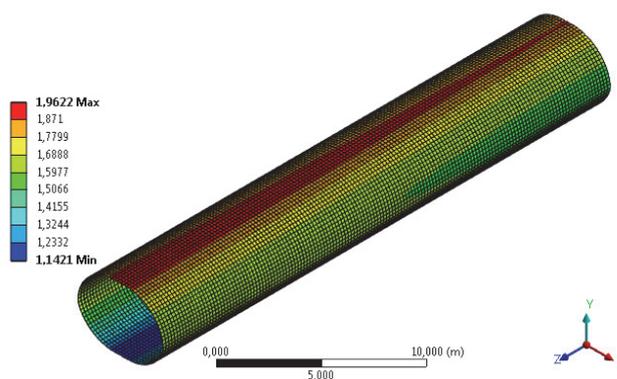


Рис. 4. Поле полных перемещений цилиндрической оболочки при достижении критической нагрузки

Figure 4. Fields of total displacements of the shell when the buckling load is achieved

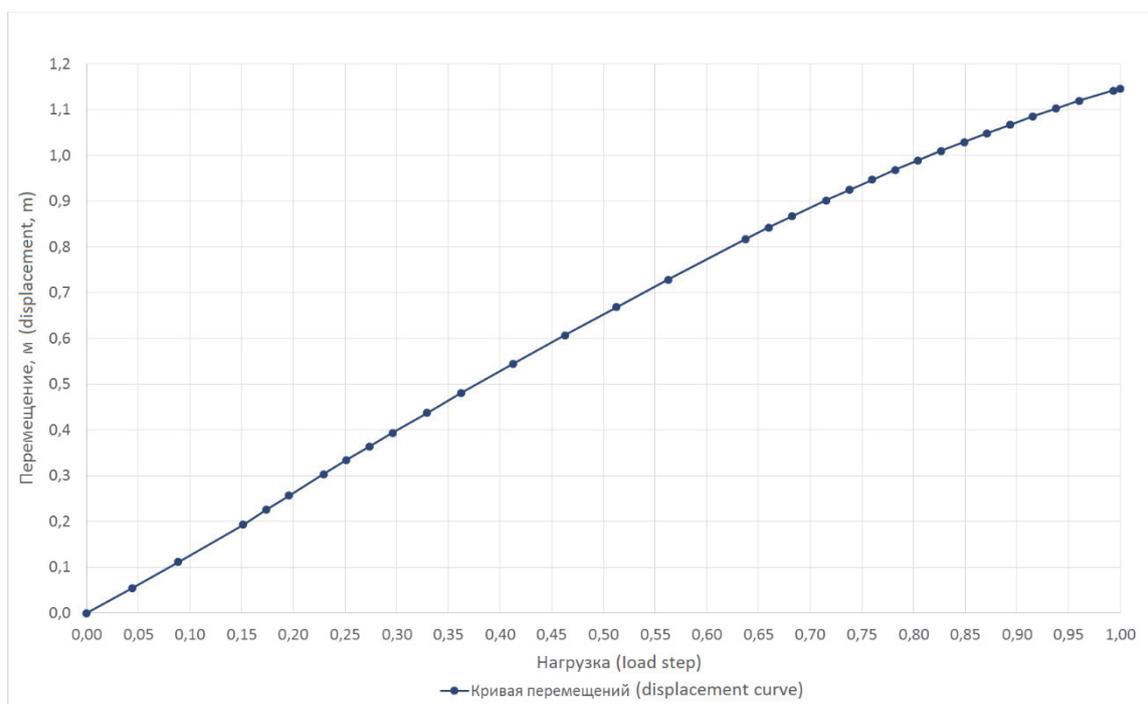


Рис. 5. Кривая зависимости перемещения нижнего узла оболочки от прикладываемой нагрузки пространственной модели системы «оболочка – основание»
 Figure 5. The displacement curve of the bottom point of the shell depending on the loading step

Нелинейный расчет пространственной модели системы «оболочка – основание» с учетом коэффициента трения

В данной модели учтен коэффициент трения между оболочкой и окружающим основанием. Коэффициент трения f принят равным 0,6, так как физико-механические свойства основания приняты как для сухого грунта, а свойства оболочки как для бетона. Расчет проведен в нелинейной постановке.

Для оболочки принят упругопластический материал по модели Друкера – Прагера, для окружающего массива задан упругопластический материал по модели Мора – Кулона. Физико-механические характеристики материалов взяты из предыдущей модели.

На рис. 6 представлено поле полных перемещений пространственной модели системы «оболочка – основание» в случае неоднородных физико-механических свойств основания вдоль продольной оси цилиндрической оболочки при достижении критической нагрузки. На рис. 7 показано поле полных перемещений цилиндрической оболочки при достижении критической нагрузки в масштабированном виде (вид сбоку левой половины оболочки). Нелинейный расчет остановлен на шаге приращения нагрузки, на котором не достигнута сходимость решения. Распределение пластических деформаций в теле окружающего основания и оболочки показаны на рис. 8 и 9 соответственно. Величина критической нагрузки составила $4,6\gamma z_1$.

Полученные значения критических нагрузок близки к значениям, полученным в случае бесконечно длинной цилиндрической оболочки [7]. Распределения пластических деформаций в теле основания и оболочки также схожи с полученными в случае бесконечно длинной цилиндрической оболочки.

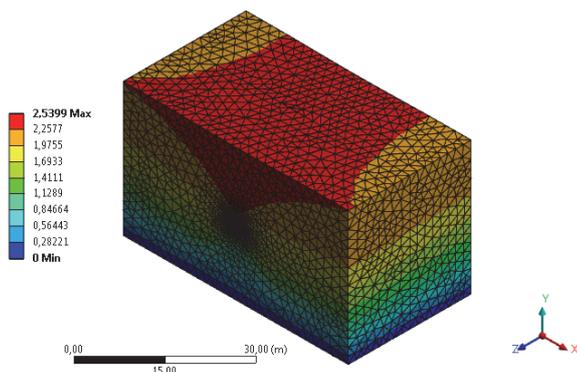


Рис. 6. Поле полных перемещений пространственной модели системы «оболочка – основание» при достижении критической нагрузки
Figure 6. Fields of total displacements of the spatial model “shell – soil” system when the buckling load is achieved

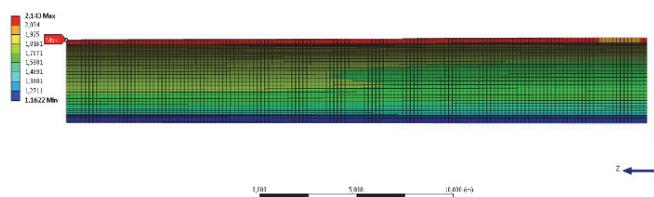


Рис. 7. Поле полных перемещений цилиндрической оболочки при достижении критической нагрузки в масштабированном виде (включено отображение толщины элементов оболочки)
Figure 7. Fields of total displacements of the shell when the buckling load is achieved in scaled form (the thickness of the shell elements is displayed)

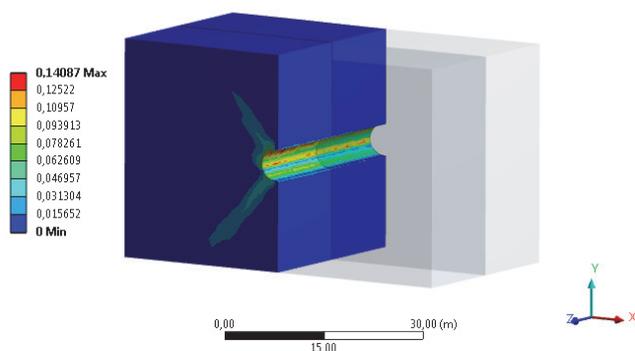


Рис. 8. Распределение пластических деформаций в теле окружающего основания
Figure 8. The plastic deformation in the soil

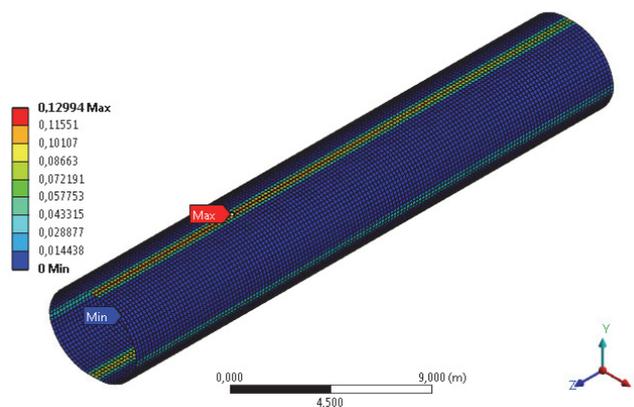


Рис. 9. Распределение пластических деформаций в теле оболочки
Figure 9. The plastic deformation in the shell

По рис. 8 и 9 видно (максимумы величин отмечены красными флажками), что наибольшие перемещения и пластические деформации сосредоточены на участке оболочки, расположенном в пределах первого массива основания с меньшими физико-механическими характеристиками. Следовательно, потеря устойчивости цилиндрической оболочки характерна для этой области.

Следует отметить, что по результатам расчета характер деформаций оболочки схож с деформациями, полученными в работе С. Кириакидеса и Ч.Д. Бэбкока [14; 15] для стальных трубчатых элементов при распространении вмятины с учетом пластических свойств материала (рис. 10).

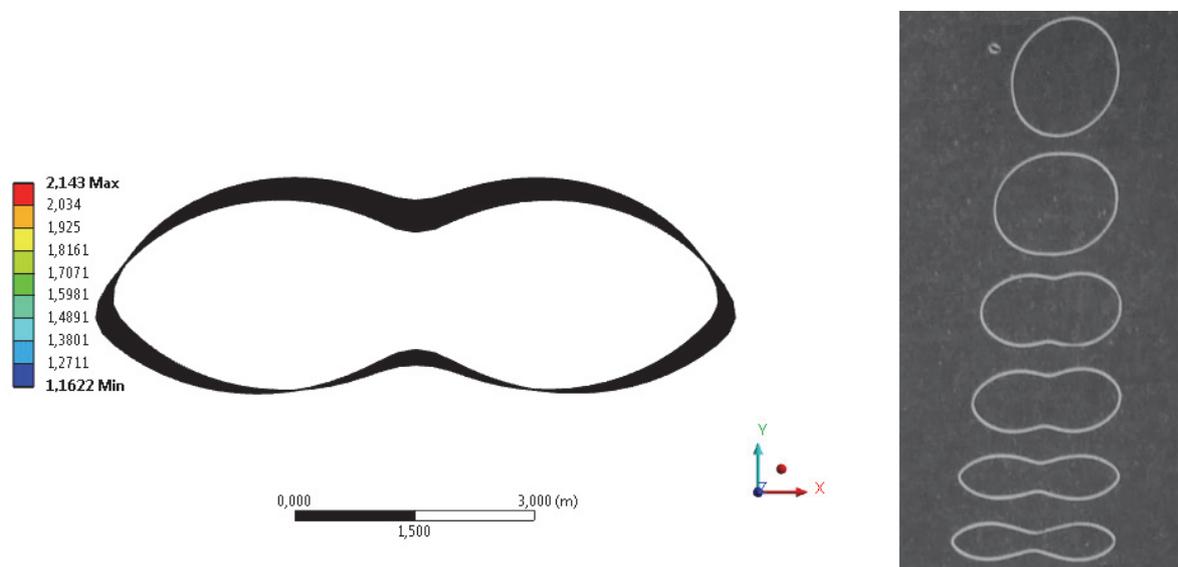


Рис. 10. Масштабированный вид перемещений оболочки по результатам нашего расчета (слева) и профили поперечных сечений трубы из работы С. Кириакидеса и Ч. Д. Бэбкока (справа)
Figure 10. Scaled view of the shell displacements based on the results of our calculation (left) and cross sections of the pipe from the work of S. Kyriakides, C.D. Babcock (right)

Максимальное главное напряжение в теле оболочки составило 2,7 МПа в верхнем своде цилиндрической оболочки. Минимальное главное напряжение составило 55,6 МПа в нижнем своде. Распределение максимальных и минимальных главных напряжений в теле оболочки показаны на рис. 11 и 12 соответственно.

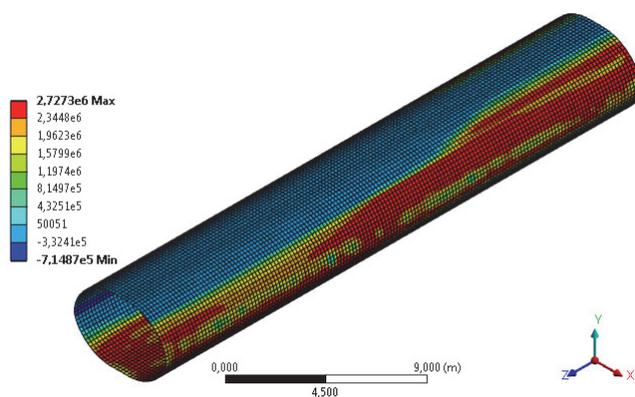


Рис. 11. Распределение максимальных главных напряжений в оболочке
Figure 11. The distribution of the maximum principal stresses in the shell

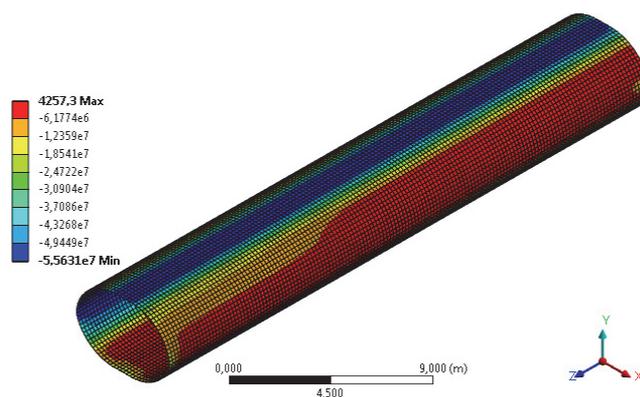


Рис. 12. Распределение минимальных главных напряжений в оболочке
Figure 12. The distribution of the minimum principal stresses in the shell

На рис. 13 показана кривая зависимости перемещения нижнего узла оболочки от прикладываемой нагрузки.

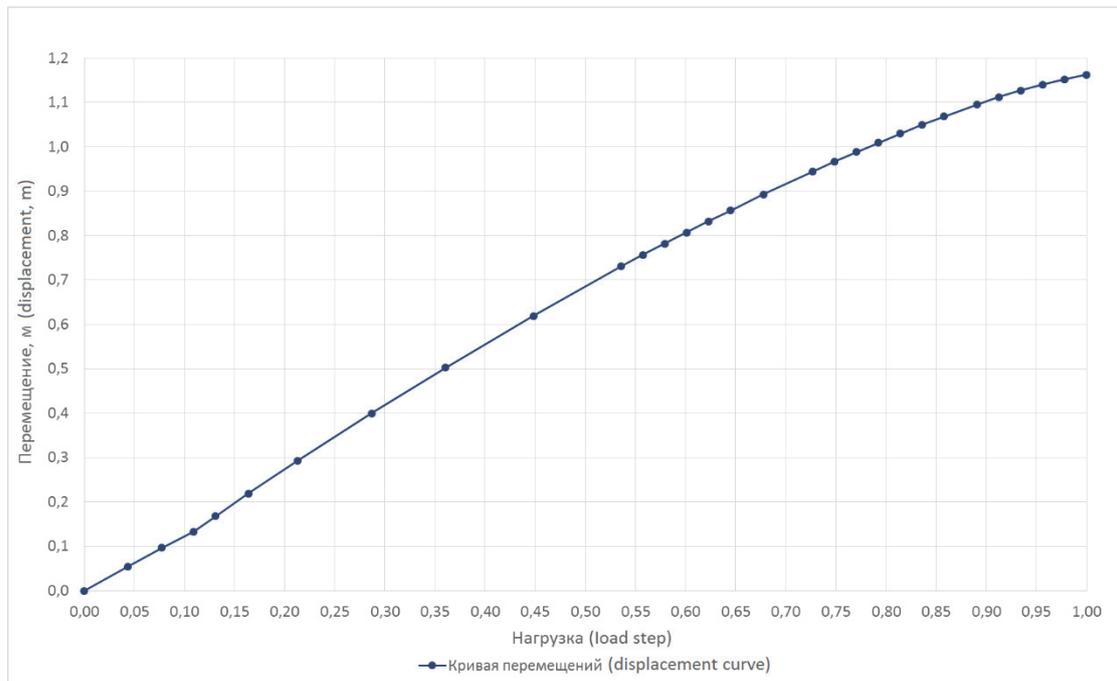


Рис. 13. Кривая зависимости перемещения нижнего узла оболочки от прикладываемой нагрузки пространственной модели системы «оболочка – основание»
Figure 13. The displacement curve of the bottom point of the shell depending on the loading step

В табл. 2 приведены значения критической нагрузки для двух выполненных расчетных случаев пространственной модели системы «оболочка – основание» в случае неоднородных физико-механических свойств основания вдоль продольной оси цилиндрической оболочки.

Таблица 2

Величины критических нагрузок

Вид анализа	Величина критической нагрузки
Нелинейный расчет с односторонними связями без учета коэффициента трения при упругопластических моделях материалов	$4,5\gamma z_1$
Нелинейный расчет с односторонними связями с учетом коэффициента трения при упругопластических моделях материалов	$4,6\gamma z_1$

Table 2

The values of the buckling load

Type of analysis	The value of the buckling load
Nonlinear analysis with one-way connections without taking into account the friction coefficient. Elastic-plastic material	$4,5\gamma z_1$
Nonlinear analysis with one-way connections taking into account the friction coefficient. Elastic-plastic material	$4,6\gamma z_1$

При переходе от случая бесконечно длинной цилиндрической оболочки [7] к случаю неоднородных физико-механических свойств основания вдоль продольной оси цилиндрической оболочки значение критической нагрузки получает незначительное изменение – с $4,4\gamma z_1$ до $4,6\gamma z_1$. Это объяснено тем, что обе задачи решены в пространственной постановке с применением упругопластических моделей материалов. Однако стоит заметить, что моделирование основания с неоднородностью физико-механических свойств вдоль продольной оси цилиндрической оболочки показывает, что потеря устойчивости оболочки происходит на участке более слабого основания.

Заключение

Получены значения критической нагрузки от двух выполненных расчетных случаев пространственной модели системы «оболочка – основание» в случае неоднородных физико-механических свойств основания вдоль продольной оси цилиндрической оболочки. При нелинейном расчете с односторонними связями без учета коэффициента трения при упругопластической модели материала критическая нагрузка составляет $4,5\gamma z_1$. При нелинейном расчете с односторонними связями с учетом коэффициента трения при упругопластической модели материала – $4,2\gamma z_1$.

Моделирование основания с неоднородностью физико-механических свойств вдоль продольной оси цилиндрической оболочки показало, что потеря устойчивости оболочки происходит на участке основания с меньшими физико-механическими характеристиками.

Необходимо отметить, что «запас устойчивости» $4,2\gamma z_1$ по отношению к действующей нагрузке не является в полной мере достаточным для вводимых в эксплуатацию сооружений.

Список литературы

1. Lalin V.V., Dmitriev A.N., Diakov S.F. Nonlinear deformation and stability of geometrically exact elastic arches // *Magazine of Civil Engineering*. 2019. Vol. 5. No. 89. Pp. 39–51. <http://dx.doi.org/10.18720/MCE.89.4>
2. Semenov A.A. Strength and stability of geometrically nonlinear orthotropic shell structures // *Thin-Walled Structures*. 2016. Vol. 106. Pp. 428–436. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2016.05.018>
3. Semenov A.A. Methodology research of stability of shallow orthotropic shells of double curvature under dynamic loading // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2017. Vol. 13. No. 2. Pp. 145–153. <http://dx.doi.org/10.22337/2587-9618-2017-13-2-145-153>
4. Theory reference for the mechanical APDL and mechanical applications. ANSYS Inc., 2009. 1226 p.
5. Тимошенко С. П. Устойчивость упругих систем. М.: Гостехиздат, 1955. 92 с.
6. Косицын С.Б., Акулич В.Ю. Определение критической нагрузки потери устойчивости стержневой и плоской моделей круговой цилиндрической оболочки, взаимодействующей с основанием // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2019. Т. 15. № 4. С. 291–298. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-291-298>
7. Kosytsyn S., Akulich V. Buckling load of an infinitely long cylindrical shell interacting with the soil environment // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2020. Vol. 1425. 012078. <http://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1425/1/012078>
8. Леонтьев А.Н., Леонтьева И.Г. Расчет бесконечно длинной составной балки, расположенной на упругом основании // *Вестник МГСУ*. 2010. № 4. С. 167–172.
9. Габбасов Р.Ф., Уварова Н.Б., Филатов В.В. Расчет балок на упругом основании с двумя коэффициентами постели // *Вестник МГСУ*. 2012. № 2. С. 25–29.
10. Косицын С.Б., Чан С.Л. Численный анализ напряженно-деформированного состояния ортогонально пересекающихся цилиндрических оболочек без учета и с учетом их одностороннего взаимодействия с окружающим массивом грунта // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2014. № 1. С. 72–78.
11. Косицын С.Б., Чан С.Л. Сравнительный анализ различных моделей грунтового основания, окружающего цилиндрическую оболочку, с учетом возможности его отлипания от оболочки // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2013. № 1. С. 65–72.
12. Тимошенко С.П. Курс теории упругости. Киев: Наукова думка, 1972. 567 с.
13. Зенкевич О. К. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 542 с.
14. Томпсон Дж., Хант Дж. Потеря устойчивости и выпучивание конструкций: теория и практика. М.: Наука, 1991. 424 с.
15. Kyriakides S., Babcock C.D. Large deflection collapse analysis of an inelastic inextensional ring under external pressure // *Int. J. of Solids and Structures*. 1981. Vol. 17. Pp. 981–993.

References

1. Lalin V.V., Dmitriev A.N., Diakov S.F. Nonlinear deformation and stability of geometrically exact elastic arches. *Magazine of Civil Engineering*. 2019;5(89):39–51. <http://dx.doi.org/10.18720/MCE.89.4>
2. Semenov A.A. Strength and stability of geometrically nonlinear orthotropic shell structures. *Thin-Walled Structures*. 2016;106:428–436. <http://dx.doi.org/10.1016/j.tws.2016.05.018>
3. Semenov A.A. Methodology research of stability of shallow orthotropic shells of double curvature under dynamic loading. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 2017;13(2):145–153. <http://dx.doi.org/10.22337/2587-9618-2017-13-2-145-153>
4. Theory reference for the mechanical APDL and mechanical applications. ANSYS, Inc. 2009.

5. Timoshenko S.P. *Theory of elastic stability*. Moscow: Gostekhizdat Publ.; 1955. (In Russ.)
6. Kosytsyn S.B., Akulich V.Yu. The definition of the critical buckling load beam model and two-dimensional model of the round cylindrical shell that interact with the soil. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2019;15(4):291–298. (In Russ.) <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-291-298>
7. Kosytsyn S., Akulich V. Buckling load of an infinitely long cylindrical shell interacting with the soil environment. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2020;1425:012078. <http://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1425/1/012078>
8. Leontiev A.N., Leontieva I.G. Analysis of an infinite composite beam located on elastic foundation. *Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering*. 2010;(4):167–172. (In Russ.)
9. Gabbasov R.F., Uvarova N.B., Filatov V.V. On calculation of beams resting on two-parameter elastic foundations. *Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering*. 2012;(2):25–29. (In Russ.)
10. Kosytsyn S.B., Chan S.L. Numerical analysis of the stress-strain state of orthogonally intersecting cylindrical shells with and without taking into account their one-sided interaction with the surrounding soil mass. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2014;(1):72–78. (In Russ.)
11. Kosytsyn S.B., Chan S.L. Comparative analysis of various models of the soil mass surrounding the cylindrical shell, taking into account the possibility of its detachment from the shell. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2013;(1):65–72. (In Russ.)
12. Timoshenko S.P. *A course in the theory of elasticity*. Kiev: Naukova Dumka Publ.; 1972. (In Russ.)
13. Zenkevich O.K. *Finite element method in engineering*. Moscow: Mir Publ.; 1975. (In Russ.)
14. Thompson J.M.T., Hunt G.W. *The buckling of structures in theory and practice*. Moscow: Nauka Publ.; 1991. (In Russ.)
15. Kyriakides S., Babcock C.D. Large deflection collapse analysis of an inelastic inextensional ring under external pressure. *Int. J. of Solids and Structures*. 1981;17:981–993.