

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ
THEORY OF ELASTICITYDOI 10.22363/1815-5235-2020-16-4-311-319
УДК 539.3

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Напряженное состояние двухслойной полосы
при взаимодействии с жестким основанием

Ю.М. Булдакова, С.Г. Кудрявцев*

Поволжский государственный технологический университет, Российская Федерация, 424000, Республика Марий Эл, Йошкар-Ола, площадь Ленина, 3

*KudryavcevSG@volgatech.net

История статьи:

Поступила в редакцию: 25 февраля 2020 г.

Доработана: 27 апреля 2020 г.

Принята к публикации: 22 июня 2020 г.

Аннотация

Актуальность. При расчете многослойных оснований, когда материал одного слоя или нескольких имеет выраженную анизотропию, характер распределения перемещений и напряжений в основании зависит от направления осей анизотропии в каждом слое. Поэтому при проектировании и анализе работы многослойных сред необходимо иметь оценку влияния данного фактора. **Цель** – исследовать напряженное состояние в полосе, составленной из двух с разными физическими характеристиками анизотропных плоскопараллельных слоев, лежащей без трения на жестком основании. **Методы.** Интегрирование уравнений плоской задачи теории упругости анизотропного тела проводится символическим методом в сочетании с методом начальных функций. Начальные функции на линии контакта полосы и основания определяются из условий жесткого сцепления между слоями, условий плотного контакта и отсутствия трения между полосой и основанием, характера нагрузки, приложенной к верхней плоскости полосы. После преобразований функции перемещений и напряжений в каждом слое записываются через нормальную поверхностную нагрузку в виде несобственных интегралов. **Результаты.** Представлены графики изменения напряжений в полосе от значений характеристик анизотропных материалов, толщины слоев. Максимальные значения напряжений на линии сопряжения слоев и на линии контакта с основанием, в зависимости от направления осей анизотропии в каждом слое, приведены в таблицах и показаны в виде графиков. Дана оценка влияния модулей упругости материалов на характер распределения напряжений в полосе, составленной из двух изотропных материалов.

Ключевые слова: перемещение, напряжение, анизотропия, упругость, полоса, слой

Для цитирования

Булдакова Ю.М., Кудрявцев С.Г. Напряженное состояние двухслойной полосы при взаимодействии с жестким основанием // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 4. С. 311–319. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-4-311-319>

Введение

При проектировании многослойных покрытий из изотропных или анизотропных материалов, кон-

тактирующих с жесткими или упругими основаниями, необходимо при заданных внешних нагрузках обеспечить оптимальное соотношение между толщиной и упругими характеристиками материала каждого слоя. Задачи, связанные с определением напряженно-деформированного состояния в многослойных упругих средах под действием поверхностных нагрузок, возникают при расчете несущих покрытий от воздействия транспортного оборудования, в механике грунтов (расчет оснований фундаментов), геомеханике, при анализе работы деталей машин с покрытиями и т. д. Для многослойных сред из изо-

Булдакова Юлия Михайловна, старший преподаватель кафедры сопротивления материалов и прикладной механики, eLIBRARY SPIN-код: 5677-6126.

Кудрявцев Сергей Геннадьевич, доцент кафедры сопротивления материалов и прикладной механики, кандидат технических наук, eLIBRARY SPIN-код: 9756-6211.

© Булдакова Ю.М., Кудрявцев С.Г., 2020



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

тропных материалов данный класс задач рассматривался в ряде работ, например [1–10], для трансверсально-изотропного материала в работах [11–20].

1. Постановка задачи

На основе уравнений плоской задачи теории упругости анизотропного тела исследуется напряженное состояние двухслойной полосы, лежащей без трения на жестком основании (рис. 1). Полоса составлена из двух анизотропных плоскопараллельных слоев с разными упругими характеристиками. Нумерацию слоев выбираем снизу вверх. Перемещения, напряжения, физические и геометрические

характеристики в каждом слое обозначим нижним индексом k ($k = 1, 2$), высота полосы $h = h_1 + h_2$ по длине не меняется. Положительные направления перемещений и напряжений показаны на рис. 1. Статическая нормальная поверхностная нагрузка $q(x)$ прикладывается к верхней плоскости полосы, ось x направим по нижней плоскости полосы, ось y – перпендикулярно границе основания. На рис. 1 нормальное давление между полосой и жестким основанием обозначено $q_{o1}(x)$, а нормальные и касательные усилия на линии контакта слоев $q_{o2}(x)$ и $\tau_{o2}(x)$.

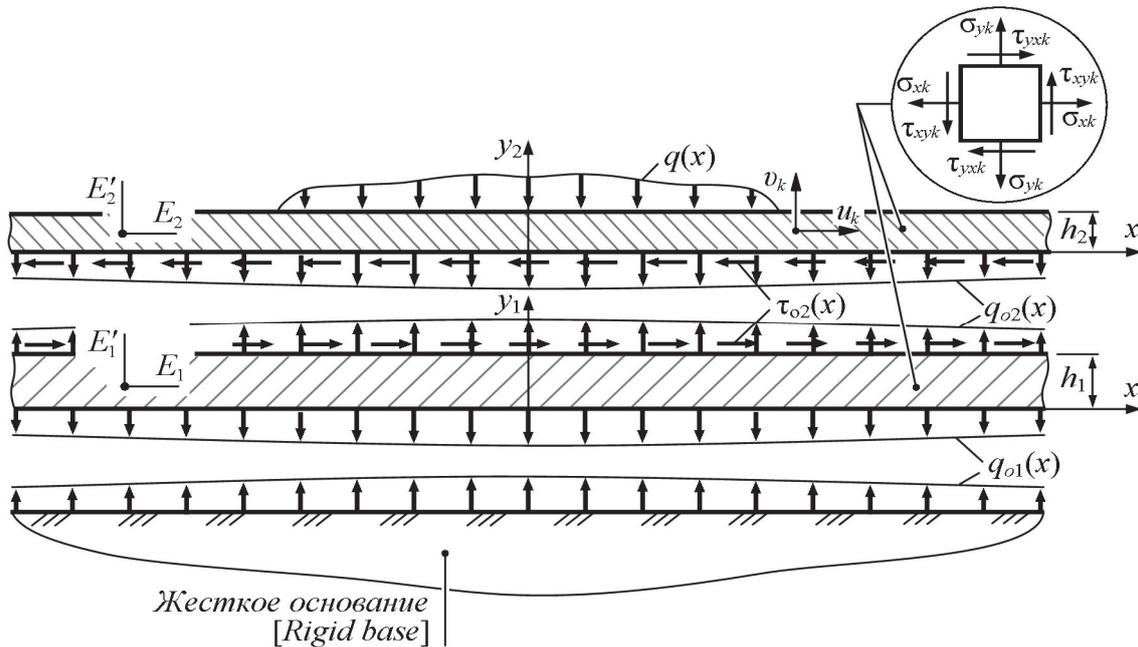


Рис. 1. Схема взаимодействия между слоями полосы и жестким основанием
[Figure 1. Scheme of interaction between strip layers and rigid base]

2. Метод расчета

При решении исходим из уравнений, полученных в [16]. Перемещения и напряжения в произвольной точке каждого слоя записываются через функции перемещений и усилий на нижней плоскости полосы. Неизвестные функции перемещений и усилий на нижней плоскости определяются из условий отсутствия трения и плотного контакта между полосой и основанием, условий жесткого сцепления между слоями, характера нагрузки, приложенной к верхней плоскости полосы. Данные граничные условия имеют вид:

$$\tau_{y1}(x, y_1 = 0) = \tau_{o1} = 0,$$

$$v_1(x, y_1 = 0) = v_{o1}(x) = 0,$$

$$u_1(x, y_1 = h_1) = u_2(x, y_2 = 0) = u_{o2}(x),$$

$$v_1(x, y_1 = h_1) = v_2(x, y_2 = 0) = v_{o2}(x),$$

$$\sigma_{y1}(x, y_1 = h_1) = \sigma_{y2}(x, y_2 = 0) = q_{o2}(x),$$

$$\tau_{xy1}(x, y_1 = h_1) = \tau_{xy2}(x, y_2 = 0) = \tau_{o2}(x),$$

$$\sigma_{y2}(x, y_2 = h_2) = -q(x).$$

После преобразований перемещения и напряжения в произвольной точке каждого слоя выражаются, используя интегральное преобразование Фурье [5], через заданную поверхностную нагрузку в виде несобственных интегралов, которые имеют сложную структуру и не приводятся.

3. Результаты

Рассмотрим вариант, когда в сечении $x = 0$ приложена сила интенсивностью F , равномерно распределенная вдоль оси перпендикулярной плоскости (рис. 2). В общем случае имеем неограниченное количество комбинаций между упругими характеристиками материалов слоев полосы. Для примера проведем анализ напряженного состояния по-

лосы, когда верхний слой выполнен из тканевого стеклопластика горячего прессования (СТЭТ), нижний – стеклопластика на основе стеклоткани марки АСТТ(б)-С₂-О и полиэфирной смолы марки ПН-3. Упругие характеристики материалов приведены в [21] и указаны на рис. 2. Направления осей анизотропии материала в каждом слое определяются углом φ_k .

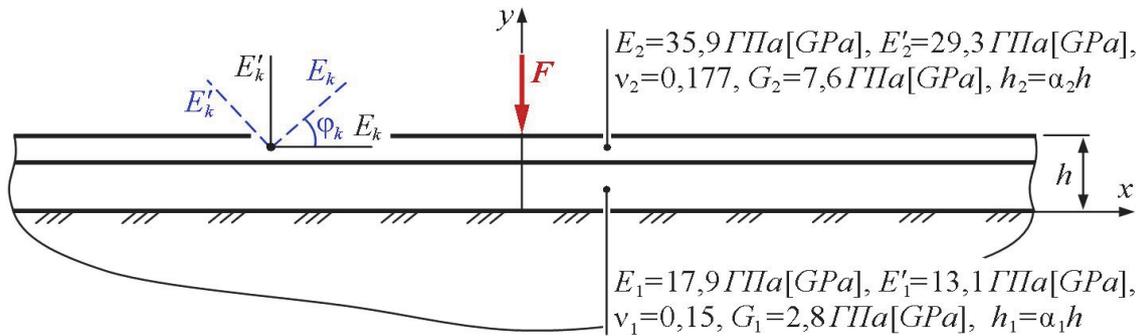


Рис. 2. Схема нагружения двухслойной полосы
[Figure 2. Loading scheme for a two-layer strip]

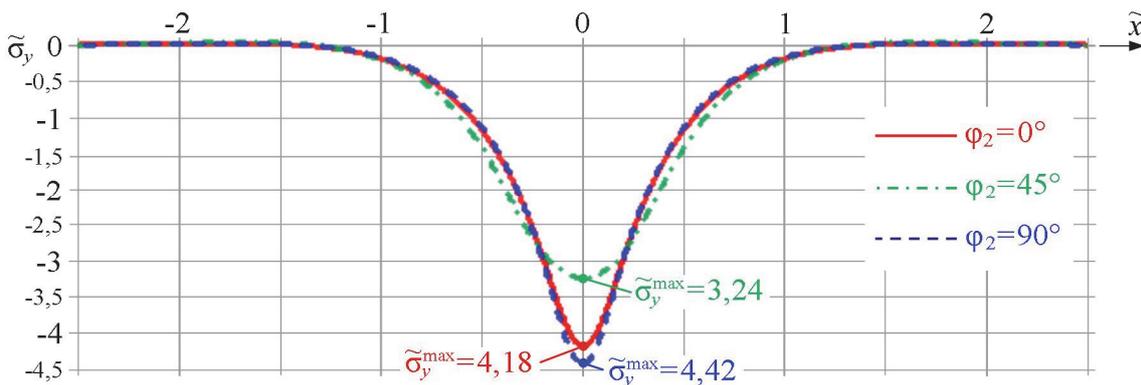


Рис. 3. Распределение параметра $\tilde{\sigma}_y$ по линии контакта слоев полосы в зависимости от φ_2 при $\varphi_1 = 0$ и $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$

[Figure 3. Distribution of the parameter $\tilde{\sigma}_y$ along the contact line of the strip layers depending on φ_2 when $\varphi_1 = 0$ and $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$]

Результаты численного анализа приводятся для плоского напряженного состояния (ширина полосы равна единице) в безразмерных параметрах:

$$\tilde{\sigma}_x = \frac{\sigma_x \pi h}{F}, \quad \tilde{\sigma}_y = \frac{\sigma_y \pi h}{F}, \quad \tilde{\tau}_{xy} = \frac{\tau_{xy} \pi h}{F},$$

$$\tilde{x} = \frac{x}{h}, \quad \alpha_1 = \frac{h_1}{h}, \quad \alpha_2 = \frac{h_2}{h}.$$

Рассмотрим влияние направления осей анизотропии материала в каждом слое на напряженное состояние двухслойного покрытия. При проведении расчетов коэффициенты деформации, кото-

рые входят в функции перемещений и напряжений, выражены через технические постоянные по формулам преобразования упругих постоянных при повороте осей анизотропии на некоторый угол φ_k [21].

Распределение параметра напряжения $\tilde{\sigma}_y$ по линии контакта слоев полосы в зависимости от φ_2 показано на рис. 3. Видно, что для варианта $\varphi_1 = 0$ и $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$ максимальное значение $\tilde{\sigma}_y$ возникает при $\varphi_2 = 90^\circ$.

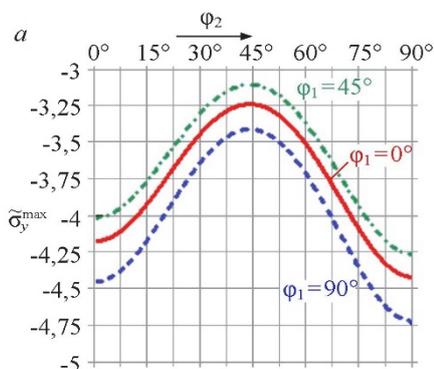
В табл. 1 приведены на линии контакта слоев значения $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ в зависимости от направления осей анизотропии в каждом слое при $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$, в табл. 2 – на линии контакта полосы и основания.

Таблица 1

Значения $|\tilde{\sigma}_y^{\max}|$ на линии контакта слоев полосы
в зависимости от Φ_k
[Table 1. Values $|\tilde{\sigma}_y^{\max}|$ on the contact line of the strip layers
depending on Φ_k]

$\Phi_1 \backslash \Phi_2$	0°	30°	45°	60°	90°
0°	4,18	3,43	3,24	3,52	4,42
30°	4,00	3,30	3,11	3,38	4,25
45°	4,01	3,29	3,10	3,37	4,27
60°	4,08	3,36	3,16	3,44	4,33
90°	4,45	3,63	3,41	3,72	4,73

На рис. 4 представлены графики результатов расчета параметра $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ в зависимости от направления осей анизотропии в каждом слое. Из сопоставления кривых видно, что максимальные значения возникают для варианта, когда наименьшее значе-



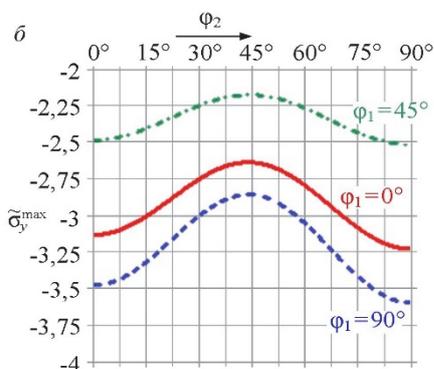
ние модуля упругости материала обоих слоев полосы направлено параллельно границе основания.

Влияние параметра высоты и направления осей анизотропии в верхнем слое на значения $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ при $\Phi_1 = 0^\circ$ показано на рис. 5. Результаты расчетов $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ на линии контакта слоев представлены на рис. 5, а, на рис. 5, б – на линии контакта полосы и основания. Из анализа графиков следует, что с увеличением параметра α_2 значения $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ убывают более заметно при значении $\Phi_2 = 45^\circ$.

Таблица 2

Значения $|\tilde{\sigma}_y^{\max}|$ на линии контакта полосы с основанием
в зависимости от Φ_k
[Table 2. Values $|\tilde{\sigma}_y^{\max}|$ on the contact line of the strip with the base
depending on Φ_k]

$\Phi_1 \backslash \Phi_2$	0°	30°	45°	60°	90°
0°	3,13	2,75	2,63	2,79	3,23
30°	2,63	2,36	2,28	2,39	2,67
45°	2,48	2,24	2,17	2,26	2,51
60°	2,73	2,45	2,36	2,48	2,78
90°	3,48	3,00	2,86	3,05	3,60


 Рис. 4. Изменение параметра $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ в зависимости от Φ_k при $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$:

а – на линии контакта слоев полосы; б – на линии контакта полосы с жестким основанием

[Figure 4. Change the parameter $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ depending on Φ_k when $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$:

a – on the contact line of the strip layers; б – on the contact line of the strip with a rigid base]

Графики на рис. 6 иллюстрируют влияние отношения модулей упругости материалов и параметра α_2 на значения $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ для варианта, когда полоса составлена из двух изотропных материалов ($\nu_1 = \nu_2 = 0,25$).

Расчетные формулы получены путем перехода от анизотропного материала к изотропному [19]. Штриховой линией показаны кривые при $\alpha_2 = 0,25$, сплошной – линии, соответствующие значению

$\alpha_2 = 0,5$, штрихпунктирной – $\alpha_2 = 0,75$. Из анализа кривых следует, что при увеличении отношения E_2 / E_1 значения параметра $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ убывают.

На рис. 7 показано распределение параметра напряжения $\tilde{\tau}_{xy}$ по линии контакта слоев полосы.

Видно, что параметр напряжения на некотором расстоянии от линии действия силы достигает максимума, а затем затухает. Сравнивая кривые заключаем, что значения $\tilde{\tau}_{xy}$ и размер области распространения по оси \tilde{x} больше при $\varphi_2 = 45^\circ$.

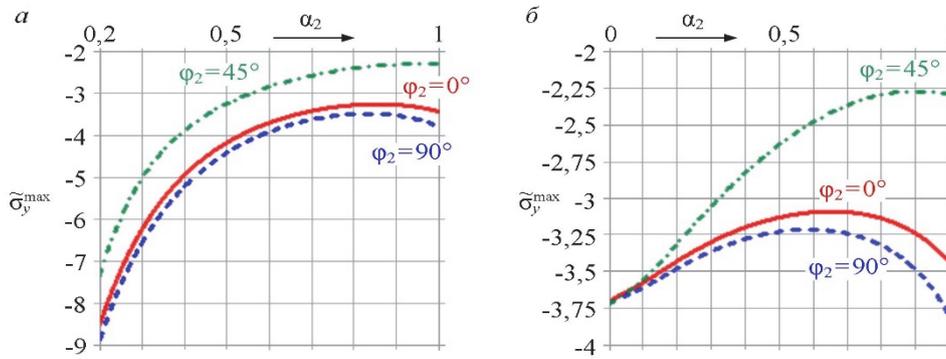


Рис. 5. Изменение параметра $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ в зависимости от α_2 при $\varphi_1 = 0^\circ$

a – на линии контакта слоев полосы; *б* – на линии контакта полосы с жестким основанием

[Figure 5. Change the parameter $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ depending on α_2 when $\varphi_1 = 0^\circ$

a – on the contact line of the strip layers; *б* – on the contact line of the strip with a rigid foundation]

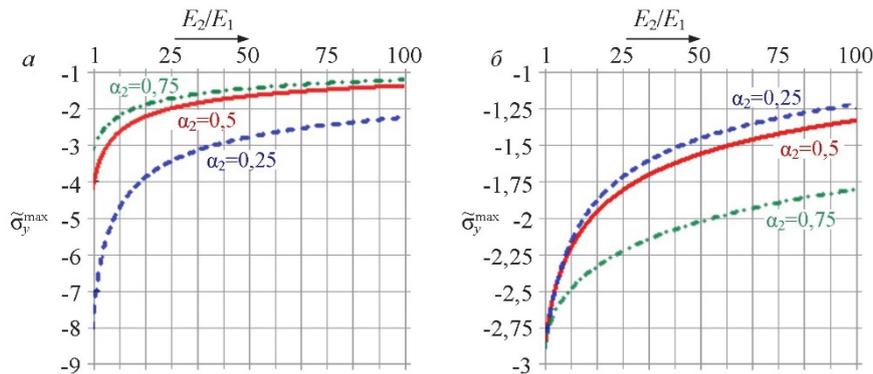


Рис. 6. Изменение параметра $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ в зависимости от E_2 / E_1 и α_2 :

a – на линии контакта слоев полосы; *б* – на линии контакта полосы с жестким основанием

[Figure 6. Change the parameter $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ depending on E_2 / E_1 and α_2 :

a – on the contact line of the strip layers; *б* – on the contact line of the strip with a rigid foundation]

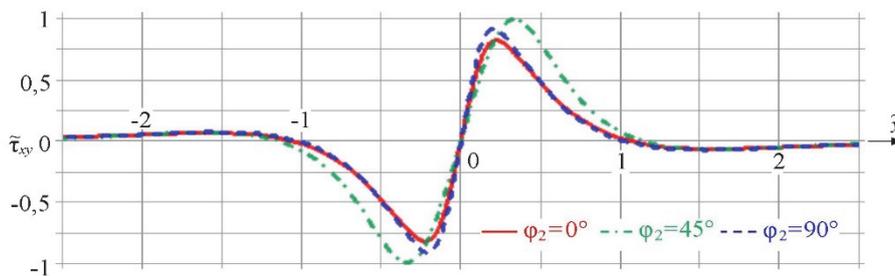


Рис. 7. Распределение параметра $\tilde{\tau}_{xy}$ по длине контакта слоев полосы в зависимости от φ_2 при $\varphi_1 = 0$ и $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$

[Figure 7. Distribution of the parameter $\tilde{\tau}_{xy}$ along the contact line of the strip layers depending on φ_2 when $\varphi_1 = 0$ and $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$]

Результаты вычислений параметра $|\tilde{\tau}_{xy}^{\max}|$ на линии контакта слоев полосы в зависимости от направлений углов φ_k представлены в табл. 3. В числителе указана максимальная величина $\tilde{\tau}_{xy}$, в знаменателе – координата $|\tilde{x}|$, в которой возникает $|\tilde{\tau}_{xy}^{\max}|$.

Таблица 3

Значения $|\tilde{\tau}_{xy}^{\max}|$ на линии контакта слоев полосы в зависимости от φ_k

[Table 3. Values $|\tilde{\tau}_{xy}^{\max}|$ on the contact line of the strip layers depending on φ_k]

$\varphi_1 \backslash \varphi_2$	0°	30°	45°	60°	90°
0°	$\frac{0,816}{0,226}$	$\frac{0,927}{0,313}$	$\frac{0,992}{0,340}$	$\frac{0,963}{0,304}$	$\frac{0,903}{0,209}$
30°	$\frac{0,773}{0,223}$	$\frac{0,879}{0,309}$	$\frac{0,943}{0,336}$	$\frac{0,918}{0,301}$	$\frac{0,867}{0,209}$
45°	$\frac{0,786}{0,223}$	$\frac{0,889}{0,308}$	$\frac{0,953}{0,335}$	$\frac{0,930}{0,300}$	$\frac{0,882}{0,209}$
60°	$\frac{0,729}{0,219}$	$\frac{0,829}{0,306}$	$\frac{0,890}{0,333}$	$\frac{0,867}{0,297}$	$\frac{0,821}{0,205}$
90°	$\frac{0,689}{0,217}$	$\frac{0,786}{0,306}$	$\frac{0,846}{0,334}$	$\frac{0,819}{0,297}$	$\frac{0,770}{0,200}$

Распределение параметра $\tilde{\sigma}_x$ по линии контакта слоев полосы приведено на рис. 8. Серия кривых на рис. 8, а показывает изменение значений $\tilde{\sigma}_x$ на нижней плоскости верхней полосы, на рис. 8, б – на верхней плоскости нижней полосы. Из анализа графиков видно, что в области, примыкающей к линии действия силы, параметр $\tilde{\sigma}_x$ положительный, а при некотором значении параметра \tilde{x} меняет знак и далее становится равным нулю.

На рис. 9 показан характер изменения параметра $\tilde{\sigma}_x$ по линии контакта слоев, когда каждый слой полосы выполнен из изотропного материала ($\nu_1 = \nu_2 = 0,25$). Кривые на рис. 9, а построены по результатам вычислений $\tilde{\sigma}_x$ на нижней плоскости верхней полосы, на рис. 9, б – на верхней плоскости нижней полосы. Из сопоставления кривых заключаем, что при отношении $\frac{E_2}{E_1} \geq 1$ на

границе контакта слоев в верхнем и нижнем слоях полосы возникают положительные значения $\tilde{\sigma}_x$.

При отношении $\frac{E_2}{E_1} = 0,5$ на нижней границе

верхнего слоя значения параметра $\tilde{\sigma}_x$ отрицательные, на верхней границе нижнего слоя – положительные.

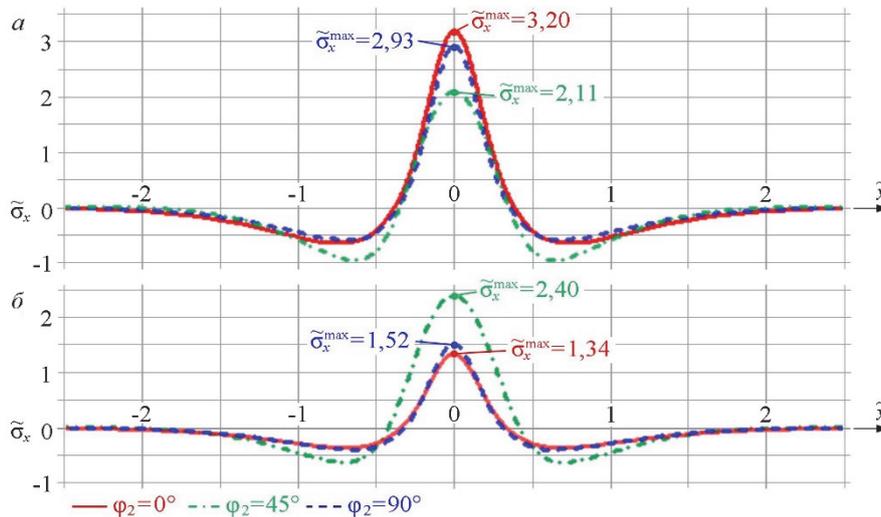


Рис. 8. Распределение параметра $\tilde{\sigma}_x$ по линии контакта слоев полосы в зависимости от φ_2 при $\varphi_1 = 0$ и $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$: а – на нижней плоскости верхней полосы; б – на верхней плоскости нижней полосы

[Figure 8. Distribution of the parameter $\tilde{\sigma}_x$ along the contact line of the strip layers depending on φ_2 when $\varphi_1 = 0$ and $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$: а – on the bottom plane of the top strip; б – on the top plane of the bottom strip]

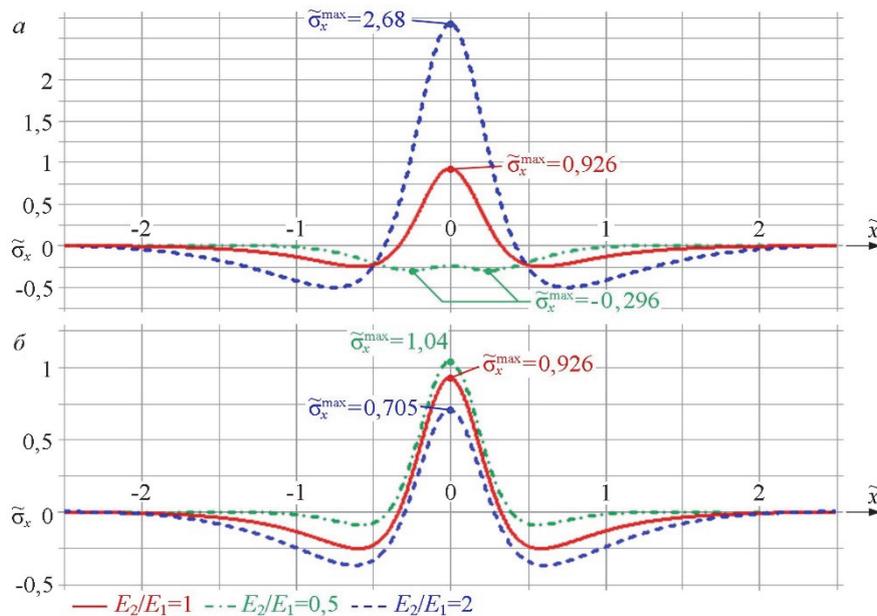


Рис. 9. Изменение параметра $\tilde{\sigma}_x$ на линии контакта слоев из изотропных материалов при отношении $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$:
 a – на нижней плоскости верхней полосы; b – на верхней плоскости нижней полосы

[Figure 9. Change the parameter $\tilde{\sigma}_x$ on the contact line of layers made of isotropic materials at $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$:
 a – on the bottom plane of the top strip; b – on the top plane of the bottom strip]

Заключение

Приведена качественная и количественная оценка напряженного состояния в двухслойной полосе, лежащей без трения на жестком основании, в зависимости от направления осей анизотропии материала в каждом слое. Расчеты проведены для варианта нагружения полосы сосредоточенной силой. Показано, что максимальные нормальные напряжения, действующие в направлении, перпендикулярном границе основания, возникают, когда наименьшие значения модулей упругости материала в слоях полосы направлены параллельно границе основания, минимальные – при направлении осей анизотропии в каждом слое под углом 45° к границе основания. Касательные напряжения при расположении осей под углом 45° принимают наибольшие значения в сечениях, более удаленных от линии действия силы, в сравнении с другими вариантами направления осей анизотропии. Наименьшие отклонения в результатах вычислений продольных нормальных напряжений при заданных физических характеристиках материалов на линии раздела сред возникают при направлении осей анизотропии под углом 45° . Для полосы, составленной из двух изотропных материалов с разными физическими характеристиками, нормальные напряжения в продольном направлении полосы при уменьшении модуля упругости мате-

риала нижнего слоя возрастают на нижней границе верхнего слоя и уменьшаются на верхней границе нижнего слоя.

Список литературы

1. Шехтер О.Я. Расчет бесконечной фундаментальной плиты, лежащей на упругом основании конечной и бесконечной мощности и нагруженной сосредоточенной силой // Сборник трудов Научно-исследовательского сектора Треста глубинных работ. М. – Л.: Стройиздат Наркомстроя, 1939. С. 133–139.
2. Раппопорт Р.М. Задача Буссинеска для слоистого упругого полупространства // Труды Ленинградского политехнического института. 1948. № 5. С. 3–18.
3. Коган Б.И. Напряжения и деформации многослойных покрытий // Труды ХАДИ. 1953. Вып. 14. С. 33–46.
4. Власов В.З., Леонтьев Н.Н. Балки, плиты и оболочки на упругом основании. М.: Гос. изд. физ.-мат. литературы, 1960. 492 с.
5. Уфлянд Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. М. – Л.: Изд-во АН СССР, 1963. 368 с.
6. Garg N.R., Singh S.J. Residual response of a multilayered half-space to two-dimensional surface loads // Bull. Ind. Soc. Earthq. Tech. 1985. No. 22. Pp. 39–52.
7. Pan E. Static Green's functions in multilayered half-spaces // Applied Mathematical Modelling. 1997. Vol. 21. No. 8. Pp. 509–521.
8. Торская Е.В., Лушников Н.А., Лушников П.А. Анализ напряженно-деформированного состояния многослой-

ных дорожных одежд // Трение и износ. 2008. Т. 29. № 2. С. 204–210.

9. *Ширунов Г.Н.* Метод начальных функций в модели упругого многослойного основания под действием нормальной локальной нагрузки // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 1 (53). С. 91–96.

10. *Tarntira K., Senjuntichai T., Keawsawasvong S.* Multilayered Elastic Medium under Axisymmetric Loading and Surface Energy // Advanced Materials and Engineering Materials VIII. 2019. Vol. 814. Pp. 320–326.

11. *Лехницкий С.Г.* Упругое равновесие трансверсально-изотропного слоя и толстой плиты // Прикладная механика и математика. 1962. Т. 26. № 4. С. 687–696.

12. *Pan E.* Static response of transversely isotropic and layered half-space to general surface loads // Phys. Earth Planet Inter. 1989. Vol. 54. Pp. 353–363.

13. *Garg N.R., Sharma R.K.* Displacements and stresses at any point of a transversely isotropic multilayered half-space due to strip loading // Indian. J. Pure Appl. Math. 1991. No. 22 (10). Pp. 859–877.

14. *Garg N.R., Singh S.J., Manchanda S.* Static deformation of an orthotropic multilayered elastic half-space by two-dimensional surface loads // Proceedings of the Indian Academy of Sciences – Earth and Planetary Sciences. 1991. Vol. 100. Issue 2. Pp. 205–218.

15. *Круподеров А.В.* Фундаментальные решения для многослойных трансверсально изотропных оснований // Известия ТулГУ. Науки о Земле. 2011. № 1. С. 137–146.

16. *Кудрявцев С.Г., Булдакова Ю.М.* Взаимодействие анизотропной полосы и жесткого основания // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. № 4. С. 29–35.

17. *Ai Z.Y., Cang N.R., Han J.* Analytical layer-element solutions for a multi-layered transversely isotropic elastic medium subjected to axisymmetric loading // Journal of Zhejiang University Science A. 2012. Vol. 13. No. 1. Pp. 9–17.

18. *Lin C.* Green's function for a transversely isotropic multilayered half-space: an application of the precise integration method // Acta Mechanica. 2015. Vol. 226. No. 11. Pp. 3881–3904.

19. *Кудрявцев С.Г., Булдакова Ю.М.* Напряженное и деформированное состояние двухслойного анизотропного основания // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. № 5. С. 9–20.

20. *Liu J., Zhang P., Lin G., Li C., Lu S.* Elastostatic solutions of a multilayered transversely isotropic piezoelectric system under axisymmetric loading // Acta Mechanica. 2017. Vol. 228. Issue 1. Pp. 107–128.

21. *Лехницкий С.Г.* Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977. 416 с.

DOI 10.22363/1815-5235-2020-16-4-311-319

RESEARCH PAPER

Stressed state of two-layer strip when interacting with rigid base

Julia M. Buldakova, Sergey G. Kudryavtsev*

Volga State University of Technology, 3 Lenina Sq, Yoshkar-Ola, 424000, Mari El Republic, Russian Federation

*KudryavcevSG@volgatech.net

Article history:

Received: February 25, 2020

Revised: April 27, 2020

Accepted: June 22, 2020

Abstract

Relevance. In the calculation of multilayer bases, when the material of one or several layers has a pronounced anisotropy, the nature of the distribution of displacements and stresses depends on the direction of the anisotropy axes in each layer. Therefore, it is necessary to have an evaluation of the influence of this factor in the design and analysis of the operation of multilayer media. **The aim of the work** – to research the stress state in a strip composed of two anisotropic plane-parallel layers with different physical characteristics, lying without friction on a rigid base. **Methods.** The integration of the equations of the plane problem of the theory of elasticity of an anisotropic body is carried out by the symbolic method in combination with the method of initial functions. The initial functions on the contact line of the strip and the base are determined from the conditions of tight adhesion between the layers, the conditions of tight contact and the absence of friction between the strip and the base, the nature of the load applied to the upper plane of the strip. After transformations, the functions of displacements and stresses in each layer are written through the normal surface load in the form of improper integrals. **Results.** Plots of changes in stresses in the strip from the values of the characteristics of anisotropic materials, layer thicknesses are given. The maximum stresses on the interface line of the layers and on the line of contact with the base, depending on the direction of the anisotropy axes in each layer, are presented in the tables and shown in graphs. The effect of the elastic modules of materials on the nature of the stress distribution in a strip composed of two isotropic materials is estimated.

Keywords: displacement stress, anisotropy, elasticity, band, layer

For citation

Buldakova J.M., Kudryavtsev S.G. Stressed state of two-layer strip when interacting with rigid base. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020; 16(4):311–319. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-4-311-319> (In Russ.)

Julia M. Buldakova, senior lecturer of the Department of Resistance of Materials and Applied Mechanics, eLIBRARY SPIN-code: 5677-6126.

Sergey G. Kudryavtsev, Associate Professor of the Department of Resistance of Materials and Applied Mechanics, Candidate of Technical Sciences, eLIBRARY SPIN-code: 9756-6211.

References

1. Shehter O.Y. Raschet beskonechnoi fundamentalnoi pliti, lejaschei na uprugom osnovanii konechnoi i beskonechnoi moschnosti i nagrujennoi sosredotochennoi siloi [Calculation of an infinite fundamental plate lying on an elastic base of finite and infinite power and loaded with a concentrated force]. *Sbornik trudov Nauchno-issledovatel'skogo sektora Tresta glubinnih rabot* [Collected Works of the Research Sector of the Trust of Deep Works]. Moscow, Leningrad: Stroizdat Narkomstroya Publ.; 1939. p. 133–139. (In Russ.)
2. Rappoport R.M. Zadacha Bussinesa dlya sloistogo uprugogo poluprostranstva [The Boussinesq problem for a layered elastic half-space]. *Trudi Leningradskogo politehnicheskogo instituta* [Proceedings of the Leningrad Polytechnic Institute]. 1948;(5):3–18. (In Russ.)
3. Kogan B.I. Napryajeniya i deformacii mnogosloinnykh pokrytii [Stresses and deformations of multilayer coatings]. *Trudi HADI* [Proceedings of HADI]. 1953;(14):33–46. (In Russ.)
4. Vlasov V.Z., Leontev N.N. *Balki, pliti i obolochki na uprugom osnovanii* [Beams, plates and shells on an elastic base]. Moscow: Gos. izd. fiz.-mat. lit-ry. Publ.; 1960. (In Russ.)
5. Uflyand Ya.S. *Integralnie preobrazovaniya v zadachah teorii uprugosti* [Integrated transformations in tasks of the theory of elasticity]. Moscow, Leningrad: AN SSSR Publ.; 1963. (In Russ.)
6. Garg N.R., Singh S.J. Residual response of a multilayered half-space to two-dimensional surface loads. *Bull. Ind. Soc. Earthq. Tech.* 1985;(22):39–52.
7. Pan E. Static Green's functions in multilayered half-spaces. *Applied Mathematical Modelling.* 1997;21(8):509–521.
8. Torskaya E.V., Lushnikov N.A., Lushnikov P.A. Analysis of stress-strain state of multi-layer pavements. *Journal of Friction and Wear.* 2008;29(2):204–210. (In Russ.)
9. Shirunov G.N. Method of initial functions in model of compression linearly deformable layered foundation under normal local load. *Magazine of civil engineering.* 2015;1(53): 91–96. (In Russ.)
10. Tarntira K., Senjuntichai T., Keawsawasvong S. Multilayered Elastic Medium under Axisymmetric Loading and Surface Energy. *Advanced Materials and Engineering Materials VIII.* 2019;814:320–326.
11. Lehnickii S.G. Uprugoe ravnovesie transversalno-izotropnogo sloya i tolstoi pliti [The elastic equilibrium of a transversely isotropic layer and a thick plate]. *Prikladnaya mehanika i matematika* [Journal of Applied Mathematics and Mechanics]. 1962;26(4):687–696. (In Russ.)
12. Pan E. Static response of transversely isotropic and layered half-space to general surface loads. *Phys. Earth Planet Inter.* 1989;(54):353–363.
13. Garg N.R., Sharma R.K. Displacements and stresses at any point of a transversely isotropic multilayered half-space due to strip loading. *Indian. J. Pure Appl. Math.* 1991; 22(10):859–877.
14. Garg N.R., Singh S.J., Manchanda S. Static deformation of an orthotropic multilayered elastic half-space by two-dimensional surface loads. *Proceedings of the Indian Academy of Sciences – Earth and Planetary Sciences.* 1991;100(2):205–218.
15. Krupoderov A.V. Fundamental solutions for transversely isotropic multilayered. *News of the Tula State University. Sciences of Earth.* 2011;(1):137–146. (In Russ.)
16. Kudryavtsev S.G., Buldakova J.M. Interaction of anisotropic band and rigid base. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings.* 2012;(4):29–35. (In Russ.)
17. Ai Z.Y., Cang N.R., Han J. Analytical layer-element solutions for a multi-layered transversely isotropic elastic medium subjected to axisymmetric loading. *Journal of Zhejiang University Science A.* 2012;13(1):9–17.
18. Lin C. Green's function for a transversely isotropic multilayered half-space: an application of the precise integration method. *Acta Mechanica.* 2015;226(11):3881–3904.
19. Kudryavtsev S.G., Buldakova J.M. Stress-strain state of two-layered anisotropic foundation. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings.* 2015;(5):9–20. (In Russ.)
20. Liu J., Zhang P., Lin G., Li C., Lu S. Elastostatic solutions of a multilayered transversely isotropic piezoelectric system under axisymmetric loading. *Acta Mechanica.* 2017;228(1):107–128.
21. Lehnickii S.G. *Teoriya uprugosti anizotropnogo tela* [Theory of elasticity of an anisotropic body]. Moscow: Nauka Publ.; 1977. (In Russ.)