

DOI 10.22363/1815-5235-2020-16-4-279-289
УДК 004.925.83

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Визуализация образования поверхности полуправильных многогранников Архимеда

В.А. Романова*Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6
v.a.r-victoryna@mail.ru*

История статьи:

Поступила в редакцию: 19 марта 2020 г.
Доработана: 23 мая 2020 г.
Принята к публикации: 29 июня 2020 г.

Аннотация

Наиболее распространенный способ образования полуправильных многогранников состоит в отсечении плоскостями углов и ребер правильных многогранников. **Цель** данной работы – рассмотреть автоматизированное образование на базе додекаэдра ряда поверхностей полуправильных многогранников Архимеда. К ним относятся усеченный додекаэдр, икосододекаэдр, ромбоикосододекаэдр и усеченный икосододекаэдр. **Методы.** Формирование поверхностей осуществляется кинематическим методом в среде AutoCAD с использованием программ, составленных на языке AutoLISP. Методика образования указанных многогранников предусматривает усечение углов и ребер додекаэдра. Это требует расчета ряда геометрических параметров данных многогранников и додекаэдра, таких как величина усечения ребер додекаэдра, размер ребер усеченных многогранников, центры граней, двугранные углы и др. С целью генерирования указанных поверхностей строится их каркас, поскольку каркасные линии используются в качестве направляющих для образования поверхностей кинематическим способом. Электронная модель каждого многогранника строится в виде набора отсеков поверхностей всех его граней, причем каждый отсек закрепляется за определенным слоем чертежа. Каркас и электронная модель исследуемых многогранников формируются посредством пользовательских программ, составленных на функциональном языке AutoLISP. Процесс образования поверхностей выбранных многогранников в среде AutoCAD обеспечивают специальные программы, составленные также на языке AutoLISP. **Результаты.** Создано программное обеспечение для демонстрации на экране монитора процесса образования ряда многогранников Архимеда.

Ключевые слова: полуправильный многогранник, усеченный додекаэдр, икосододекаэдр, ромбоикосододекаэдр, усеченный икосододекаэдр, электронная модель, образование многогранников, направляющая линия, образующая линия, AutoCAD, AutoLISP

Для цитирования

Романова В.А. Визуализация образования поверхности полуправильных многогранников Архимеда // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 4. С. 279–289. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-4-279-289>

Введение

Полуправильные многогранники, или тела Архимеда, – это тринадцать выпуклых многогранников, которые имеют следующие признаки многогранников Платона (правильных многогранников): все ребра равны, все грани – правильные многоугольники [1].

Романова Викторина Анатольевна, доцент департамента строительства Инженерной академии, eLIBRARY SPIN-код: 3869-5969.

© Романова В.А., 2020



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Однако, в отличие от тел Платона, полуправильные многогранники имеют грани двух или трех форм [2; 3].

Для образования полуправильных многогранников обычно используют метод усечения плоскостью углов правильных многогранников, при этом происходит также усечение ребер, исходящих из этих углов. Для усечения тетраэдра, октаэдра икосаэдра, кубооктаэдра и икосододекаэдра величина усечения ребер известна [4]. Для образования усеченного додекаэдра и усеченного куба эта величина рассчитывается. Ромбокубододекаэдр и усе-

ченный икосододекаэдр формируются отсечением ребер с одновременным усечением углов [5].

Известно построение ромбоикосододекаэдра и усеченного икосододекаэдра с использованием прямоугольников, в которых отношение сторон соответствует пропорции золотого сечения [6].

Вопросы визуализации архитектурных и инженерных тел в трехмерном пространстве посредством использования различных видов программного обеспечения отражены в работах [7–12].

Использование системы AutoCAD и языка AutoLISP для образования различных поверхностей опубликовано в работах [13–18]. Визуализация образования поверхностей тел Платона кинематическим способом в динамическом режиме в системе AutoCAD рассмотрена в работе [19].

Предложенная статья является продолжением исследований в области визуализации процессов образования многогранников Архимеда [20].

Далее рассмотрена задача о визуализации образования на базе додекаэдра четырех полуправильных многогранников: усеченного додекаэдра, икосододекаэдра, ромбоикосододекаэдра и усеченного икосододекаэдра.

1. Образование поверхности усеченного додекаэдра

Усеченный додекаэдр (рис. 2) образуется усечением вершин додекаэдра (рис. 1) и, следовательно, углов у пятиугольников. Он имеет 20 треугольных и 12 десятиугольных граней. Конфигурация вершины: 3, 10, 10.

Для образования усеченного додекаэдра кинематическим способом строится его каркас усечением каркасных линий додекаэдра.

Величины сторон десятиугольников, треугольников и отсекаемых отрезков определяются из соотношений (рис. 3)

$$a = b + 2c, \quad (1)$$

$$a = r * 2 * \sin \vartheta, \quad (2)$$

$$b = 2 * c * \cos \vartheta, \quad (3)$$

$$c = r * \sin \vartheta / (1 + \cos \vartheta), \quad (4)$$

где a – длина стороны пятиугольника додекаэдра; r – радиус окружности, описанной вокруг пятиугольника; $\vartheta = 36^\circ$ – угол при вершине в треугольнике AOB ; b – величина граней десятиугольника; c – величина отрезков, отсеченных от сторон пятиугольников.

Каркас усеченного додекаэдра строится на базе каркаса додекаэдра. В пятиугольных ячейках додекаэдра образуются десятиугольные ячейки усеченного додекаэдра. В образовавшемся между ними пространстве появляются ячейки треугольной формы.

В образовавшемся между ними пространстве появляются ячейки треугольной формы.

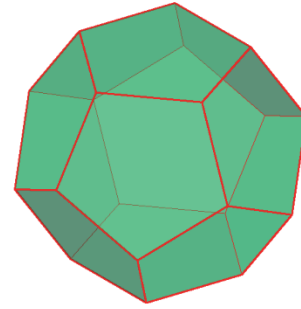


Рис. 1. Додекаэдр
[Figure 1. Dodecahedron]

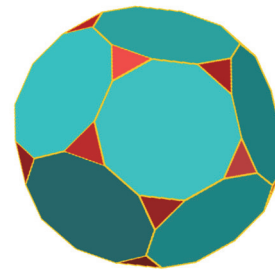


Рис. 2. Усеченный додекаэдр
[Figure 2. Truncated dodecahedron]

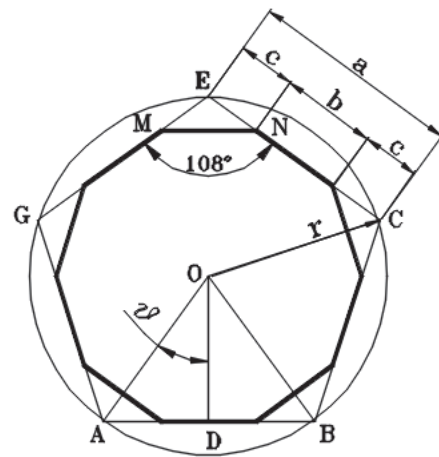


Рис. 3. Определение размеров ребер
[Figure 3. Definition of the size of the ribs]

Полученный каркас используется для построения отсеков поверхностей десятиугольных и треугольных граней. Образование отсеков выполняется отдельно двумя пользовательскими функциями в виде двух конструктивных форм.

Формирование конструктивной формы 1

Набор отсеков поверхности десятиугольной грани строится в ячейке каркаса усеченного додекаэдра. Система координат $xOuz$ устанавливается в середине нижнего основания десятиугольника и поворачивается вокруг оси x на величину двугранного угла, при этом система $xOuz$ преобразуется в систему координат $x_1O_1y_1z_1$, расположенную в плоскости ячейки (рис. 4).

Образование набора отсеков поверхности десятиугольника выполняется в цикле с использованием функции Loft и ее опции «По сечениям».

Конструктивная форма 1 изображена на рис. 5. Она состоит из отсеков двух рядов десятиугольников и двух оснований такой же формы.

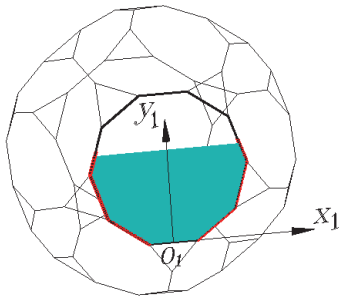


Рис. 4. Образование отсеков в десятиугольнике
[Figure 4. Formation of compartments in the decagon]

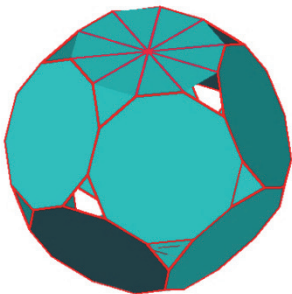


Рис. 5. Конструктивная форма 1 с направляющими линиями
[Figure 5. Constructive form 1 with guide lines]

Формирование отсеков поверхности треугольной грани также выполняется в ячейке каркаса. Ее положение определяется двумя углами α и τ (рис. 6).

Треугольные ячейки расположены в 4 ряда. Ячейка 1-го ряда изображена на рис. 6, где B_1C_1 – сторона десятиугольника; A_1M_1 , B_1M_1 и C_1M_1 – отрезки, отсеженные от сторон пятиугольников.

Сторона десятиугольника равна

$$B_1C_1 = 2 * C_1M_1 * \cos \varphi, \quad (5)$$

при этом $\varphi = \vartheta$.

Сторона пятиугольника a равна

$$a = 2 * C_1M_1 + B_1C_1. \quad (6)$$

С учетом равенства углов φ и ϑ формулы (2), (5) и (6) позволяют получить выражения для определения величин стороны десятиугольника и отсеженных отрезков и имеют вид

$$C_1M_1 = \frac{r * \sin \varphi}{(1 + \cos \varphi)}, \quad B_1C_1 = \frac{r * \sin 2\varphi}{(1 + \cos \varphi)}.$$

Углы α и τ определяют положение треугольной ячейки и вычисляются по формулам

$$\alpha = \arctg M_1T_1/A_1T_1, \quad \tau = \arctg M_1T_1/D_1T_1,$$

где M_1T_1 – высота правильной пирамиды $MA_1B_1C_1$; T_1 – центр треугольника $A_1B_1C_1$, являющегося основанием пирамиды.

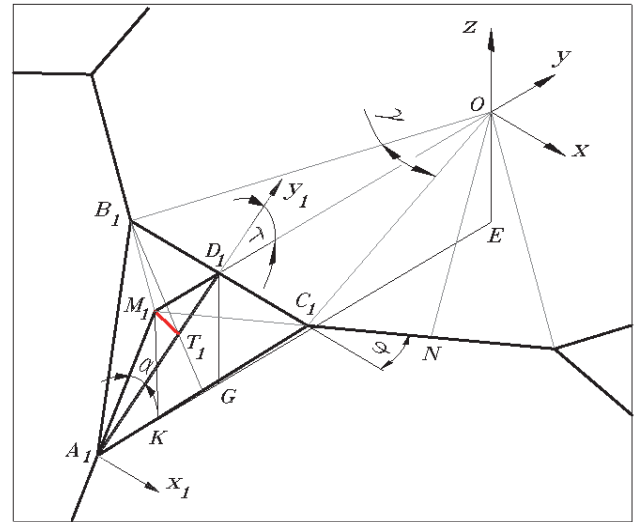


Рис. 6. Треугольная ячейка 1-го ряда
[Figure 6. 1st row triangular cell]

Для образования отсеков поверхности треугольника первого ряда систему координат переносим в точку A_1 и совмещаем ось y с высотой A_1D_1 , выполнив следующие операции:

- поворот системы координат $xOuz$ вокруг оси z с тем, чтобы ось y стала перпендикулярной стороне B_1C_1 ;
- перенос системы $xOuz$ в точку D_1 ;
- поворот системы $xOuz$ вокруг стороны B_1C_1 на угол τ ;
- перенос системы $xOuz$ из точки D_1 в точку A_1 .

Для образования отсеков поверхности треугольника второго ряда систему координат переносим в точку D_2 и совмещаем с высотой A_2D_2 (рис. 7), выполнив следующие операции:

- поворот системы координат $x_1A_1y_1$ вокруг оси x_1 на угол α – ось y_1 по ребру A_1A_2 ;

- перенос системы $x_1A_1y_1$ по каркасной линии A_1A_2 в точку A_2 ;
- поворот системы координат вокруг оси x_1 на угол α – ось y по A_2D_2 ;
- перенос системы координат в точку D_2 .

Формирование отсеков грани десятиугольной формы выполняется в цикле с шагом $dy1$.

Конструктивная форма 1 формируется из отсеков поверхностей 12 десятиугольных граней. Она представлена на рис. 5.

Формирование отсеков треугольной формы выполняется в цикле с шагом $dy2$, который зависит от шага $dy1$.

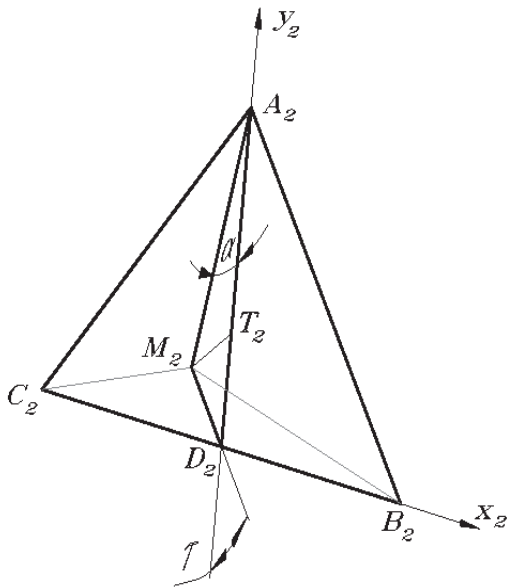


Рис. 7. Формирование системы координат $x_2D_2y_2$
[Figure 7. Formation of the coordinate system $x_2D_2y_2$]

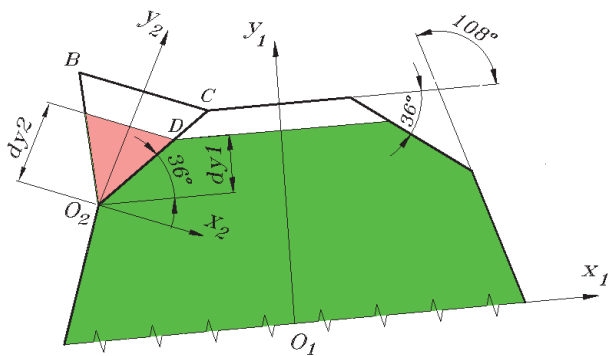


Рис. 8. Определение шага $dy2$ для ряда 1
[Figure 8. Definition of a $dy2$ step for rank 1]

На рис. 8 продемонстрировано образование отсеков поверхности треугольника 1-го ряда сверху.

Если шаг образования поверхности десятиугольной грани – $dy1$, а треугольной грани – $dy2$, то их проекции на ребро CO_2 – отрезок DO_2 . Следовательно,

$$dy1/\sin 36^\circ = dy2/\cos 30^\circ,$$

$$dy2 = dy1 * \cos 30^\circ / \sin 36^\circ.$$

На рис. 9 представлено образование отсеков поверхности треугольника 2-го ряда сверху. Если шаг образования поверхности десятиугольной грани – $dy1$, а треугольной грани – $dy2$, то их проекции на ребро BC – отрезок CD . Следовательно,

$$dy2 = dy1 * \cos 30^\circ / \cos 18^\circ.$$

Вычисление шага образования отсеков поверхности треугольных граней, расположенных в других рядах, выполняется по такому же алгоритму.

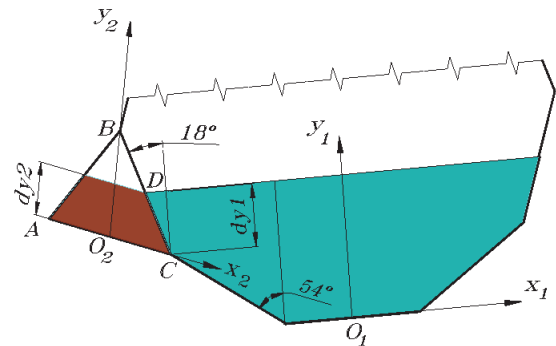


Рис. 9. Определение шага $dy2$ для ряда 1
[Figure 9. Definition of a $dy2$ step for rank 1]

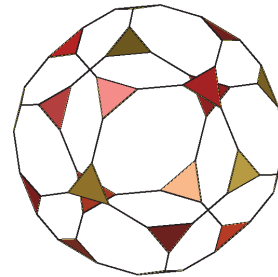


Рис. 10. Конструктивная форма 2
[Figure 10. Constructive form 2]

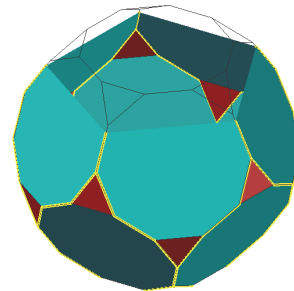


Рис. 11. Образование поверхности усеченного додекаэдра
[Figure 11. Formation of truncated dodecahedron]

Конструктивная форма 2, составленная из отсеков поверхностей 20 треугольных граней, изображена на рис. 10.

Визуализация образования поверхности усеченного додекаэдра в динамическом режиме осуществляется потребительской функцией, в которой в качестве блоков задействованы конструктивные формы 1 и 2. Фрагмент образования усеченного додекаэдра представлен на рис. 11.

2. Образование поверхности икосододекаэдра

Икосододекаэдр имеет 32 грани, среди них – 12 правильных пятиугольников и 20 правильных треугольников [рис. 12]. Все грани являются правильными многоугольниками двух типов – пятиугольник и треугольник. В каждой вершине сходятся два пятиугольника и два треугольника. Конфигурация вершины: 3, 3, 5, 5.

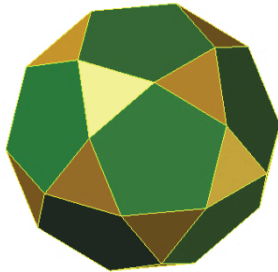


Рис. 12. Икосододекаэдр
[Figure 12. Icosododecahedron]

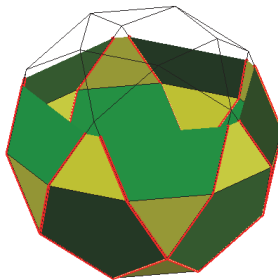


Рис. 13. Образование поверхности икосододекаэдра
[Figure 13. Formation of icosododecahedron surface formation]

Многогранник получается при срезании вершин додекаэдра плоскостями, проходящими через середины ребер додекаэдра. В результате такого усечения пятиугольные грани изменяются в размере и между ними образуются грани треугольной формы.

Усечение пятиугольников показано на рис. 14. Секущие линии l_i ($i = 1, \dots, 5$), проходят через середины сторон пятиугольника $MNKFQ$. Результат усечения – пятиугольник $ABCEG$.

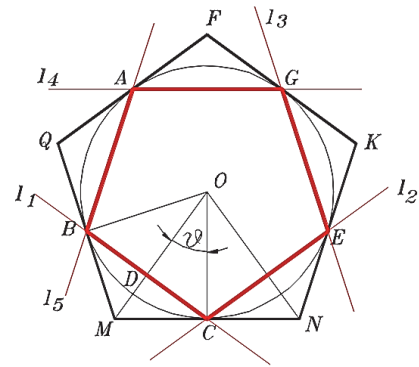


Рис. 14. Усечение пятиугольника $MNKFQ$ додекаэдра
[Figure 14. Truncation of the dodecahedron pentagon $MNKFQ$]

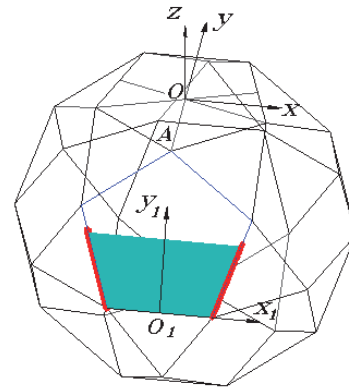


Рис. 15. Образование отсеков одной грани икосододекаэдра.
[Figure 15. Formation of compartments of a face of the icosododecahedron]

Окружность, описанная вокруг пятиугольника $ABCEG$, является вписанной в пятиугольник $MNKFQ$, радиус которой равен

$$OC = r * \cos \vartheta,$$

где r – радиус окружности, описанной вокруг пятиугольника $MNKFQ$.

Сторона пятиугольника $ABCEG$ равна

$$BC = 2 * OC * \sin \vartheta.$$

Каркас икосододекаэдра содержит ячейки пятиугольной и треугольной форм (рис. 15). Образование отсеков пятиугольной грани показано на том же рисунке.

Отсеки поверхности треугольных граней расположены в четыре ряда.

Если шаг образования поверхности пятиугольной грани – $dy1$, то шаг $dy2$ образования отсеков треугольной грани равен:

$$dy2 = dy1 * \cos 30^\circ / \cos 36^\circ - \text{ряды 1, 4;}$$

$$dy2 = dy1 * \sin 60^\circ / \sin 72^\circ - \text{ряды 2, 3.}$$

С целью выполнения визуализации процесса образования икосододекаэдра создаются две конструктивных формы. Первая форма – набор отсеков поверхности пятиугольных граней, вторая – набор отсеков поверхности треугольных граней (рис. 16). Для использования в программе формирования поверхности икосододекаэдра конструктивные формы представляются в виде блоков.

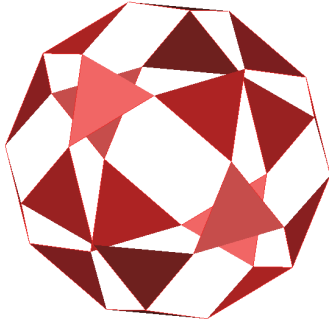


Рис. 16. Набор отсеков треугольных граней
[Figure 16. Set of compartments of triangular faces]

Икосододекаэдр в процессе образования показан на рис. 13.

3. Образование поверхности ромбоикосододекаэдра

Ромбоикосододекаэдр состоит из 12 правильных пятиугольников, 30 квадратов и 20 правильных треугольников [рис. 17]. В каждой из вершин сходятся треугольник, пятиугольник и два квадрата.

Ромбоикосододекаэдр формируется усечением ребер и вершин додекаэдра или икосаэдра. При усечении додекаэдра его 12 конгруэнтных правильных пятиугольников трансформируются в 12 уменьшенных правильных пятиугольников ромбоикосододекаэдра, расположенных в тех же плоскостях. В образовавшемся пространстве формируются 30 конгруэнтных квадратов и 20 конгруэнтных равносторонних треугольников.

Усечение ребра AC додекаэдра представлено на рис. 19. Для того чтобы стороны пятиугольников и образовавшегося между ними прямоугольника были равны между собой, необходимо выполнить условие подобия пятиугольников $ACQFE$ и $A_1C_1Q_1F_1E_1$:

$$\frac{BT}{BD} = \frac{A_1C_1}{AC}, \quad (7)$$

$$AC = 2 * r * \sin \vartheta \quad BD = r * \cos \vartheta, \quad (8)$$

где r – радиус окружности, описанной вокруг пятиугольника додекаэдра (задан).

Если фигура $A_1C_1C_2A_2$ – квадрат, то $A_1C_1 = MT$.

$$A_1C_1 = 2 * (BD - BT) * \cos \beta, \quad (9)$$

где $\beta = \frac{180 - \psi_1}{2}$, $\psi_1 = 116,565^\circ$ – двугранный угол додекаэдра.

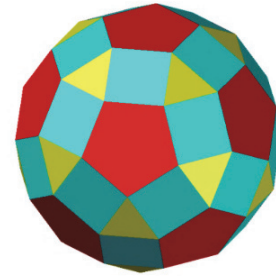


Рис. 17. Ромбоикосододекаэдр
[Figure 17. Romboicosododecahedron]

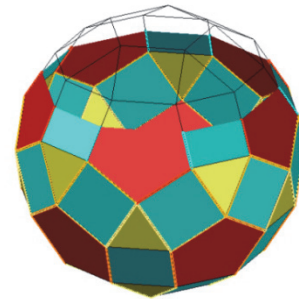


Рис. 18. Образование поверхности ромбоикосододекаэдра
[Figure 18. Formation of romboicosododecahedron surface]

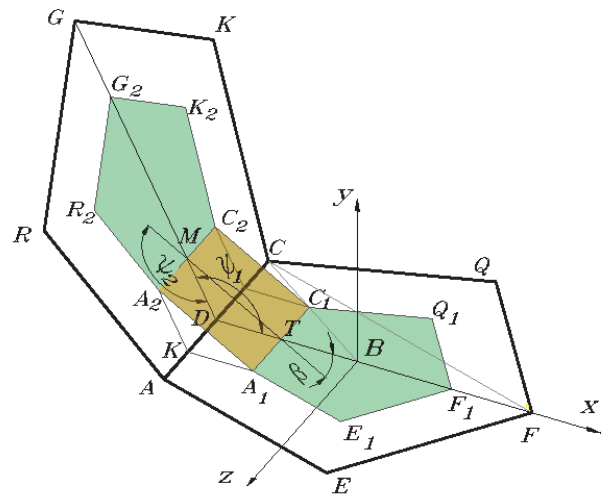


Рис. 19. Усечение ребра додекаэдра
[Figure 19. Truncation of the dodecahedron edge]

Выражения (7), (8), (9) позволяют найти величину стороны A_1C_1 , принадлежащей пятиугольнику ромбоикосододекаэдра, и прямоугольнику.

$$A_1C_1 = \frac{2 * r * \sin \vartheta}{1 + \frac{\tan \vartheta}{\cos \beta}}$$

Двугранный угол между пятиугольниками и квадратами равен

$$\psi_2 = \psi_1 + \beta \psi_2 = 148,283^\circ.$$

Таким образом, при усечении ребер додекаэдра образуются пятиугольники, центры которых совпадают с центрами прямоугольников додекаэдра, между пятиугольниками формируются квадраты, а между квадратами – конгруэнтные треугольники, стороны которых равны сторонам квадрата. Усеченные пятиугольники, квадраты и треугольники составляют каркас ромбоикосодекаэдра.

В ромбоикосодекаэдре имеется еще один двугранный угол ψ_3 между квадратом и треугольником (рис. 20).

$$\psi_3 = 180 - (\delta - \gamma),$$

где δ – угол между осью x и осью y_2 ; γ – угол между осью x и осью y_1 ; $\delta = \arcsin[(\cos \frac{\theta}{2}) * (\sin \psi_1)]$; $\gamma = \frac{\sin \beta}{\cos (\frac{\pi}{6})}$.

Конструктивная форма 1 образуется посредством функции Аггау для набора отсеков граней, представленных на рис. 21. По существу это участки двух меридианов, к первому меридиану относятся квадрат и пятиугольник (ряд слева), ко второму – два треугольника и квадрат (ряд справа). Между меридианами находятся половинки квадратов. Отсеки поверхности этих граней строятся в ячейках каркаса ромбоикосодекаэдра. Система координат соответствует SEIsometric.

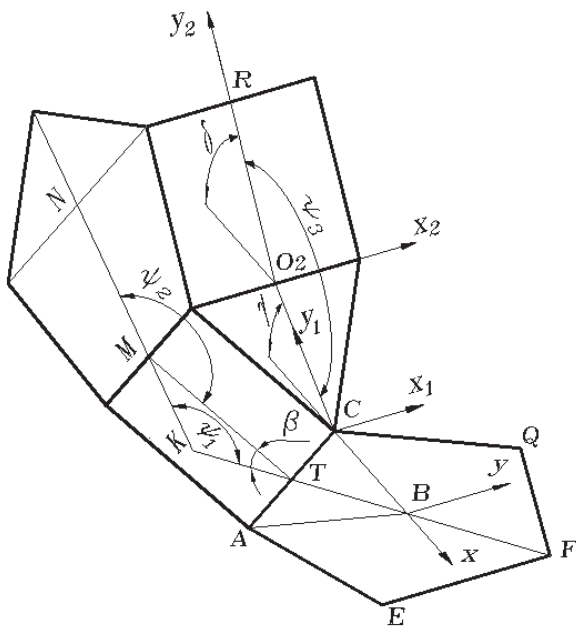


Рис. 20. Углы ромбоикосодекаэдра
[Figure 20. Angles of the rhombicuboctahedron]

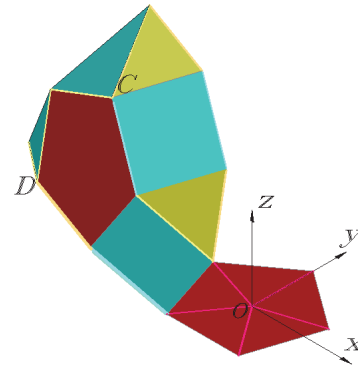


Рис. 21. Набор отсеков для формирования конструктивной формы 1
[Figure 21. Set of compartments for forming a structural form 1]

Алгоритм образования отсеков поверхности в ячейках 1-го меридиана:

- поворот системы координат вокруг оси z на 108° ;
- перенос системы координат в середину основания квадрата;
- поворот системы координат вокруг оси x на угол $(180 - \psi_1)$;
- формирование отсеков поверхности квадрата;
- перенос системы координат в основание пятиугольника;
- поворот системы координат вокруг оси x на угол $(180 - \psi_2)$;
- формирование отсеков поверхности пятиугольника;
- установка системы координат в положение World.

Алгоритм образования отсеков поверхности в ячейках 2-го меридиана:

- поворот системы координат вокруг оси z на 72° ;
- перенос системы координат в вершину нижнего треугольника;
- поворот системы координат на угол γ вокруг оси x ;
- формирование отсеков поверхности нижнего треугольника;
- перенос системы координат в основание квадрата;
- поворот системы координат вокруг оси x на угол $(180 - \psi_3)$;
- формирование отсеков поверхности квадрата;
- перенос системы координат в середину основания верхнего треугольника;
- поворот системы координат вокруг оси x на угол $(180 - \psi_3)$;
- формирование отсеков поверхности верхнего треугольника;
- установка системы координат в положение World.

Алгоритм образования отсеков поверхности в ячейках квадратов между меридианами 1 и 2:

- перенос системы координат в точку *C* или *D* и установка оси *u* перпендикулярно основанию любого треугольника;
- формирование отсеков поверхности треугольников;
- установка системы координат в положение World.

Конструктивная форма 2 формируется из отсеков граней, представленных на рис. 22.

Конструктивные формы 1 и 2 представлены на рис. 23 и 24.

Образование поверхности ромбоикосододекаэдра продемонстрировано на рис. 18.

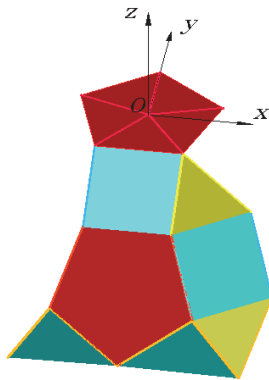


Рис. 22. Набор отсеков для формирования конструктивной формы 2
[Figure 22. Set of compartments for forming a structural form]

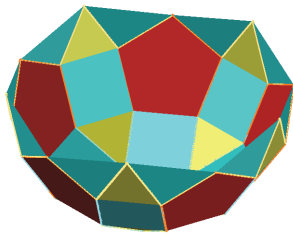


Рис. 23. Конструктивная форма 1
[Figure 23. Constructive form 1]

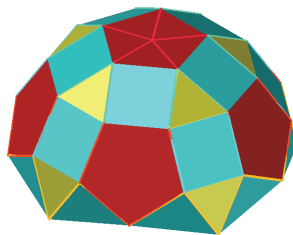


Рис. 24. Конструктивная форма 2
[Figure 24. Constructive form 1]

4. Образование поверхности усеченного икосододекаэдра

Усеченный икосододекаэдр формируется отсечением ребер и вершин додекаэдра.

При усечении додекаэдра необходимо его 12 конгруэнтных правильных пятиугольников трансформировать в 12 конгруэнтных правильных десятиугольников, а также образовать 30 конгруэнтных квадратов и 20 конгруэнтных равносторонних шестиугольников.

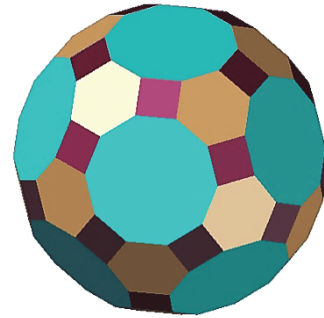


Рис. 25. Усеченный икосододекаэдр
[Figure 25. Truncated icosododecahedron]

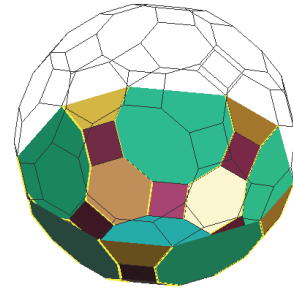


Рис. 26. Фрагмент формирования усеченного икосододекаэдра
[Figure 26. A fragment of the formation of a truncated icosododecahedron]

Стороны квадрата принадлежат и десятиугольнику, и шестиугольнику (рис. 25). Поэтому стороны всех многоугольников, составляющих усеченный икосододекаэдр, будут равны друг другу, если при усечении будет выполнено условие равенства стороны десятиугольника стороне квадрата:

$$A_1A_2 = A_1C_1. \tag{10}$$

На рис. 27 изображены два десятиугольника и квадрат после усечения ребра *AC* додекаэдра.

Расстояние между основанием десятиугольника и ребром додекаэдра равно

$$DT = DM = r * \cos 36^\circ - r_1 * \cos 18^\circ, \tag{11}$$

где *r* – радиус окружности, описанной вокруг пятиугольника (задано), $r = AB = AC$; r_1 – радиус

окружности, описанной вокруг десятиугольника,

$$r_1 = BC_1.$$

$$r_1 = \frac{A_1C_1}{2 \cdot \sin 18^\circ}.$$

$$DT = r \cdot \cos 36^\circ - \frac{A_1C_1}{2 \cdot \tan 18^\circ}. \quad (12)$$

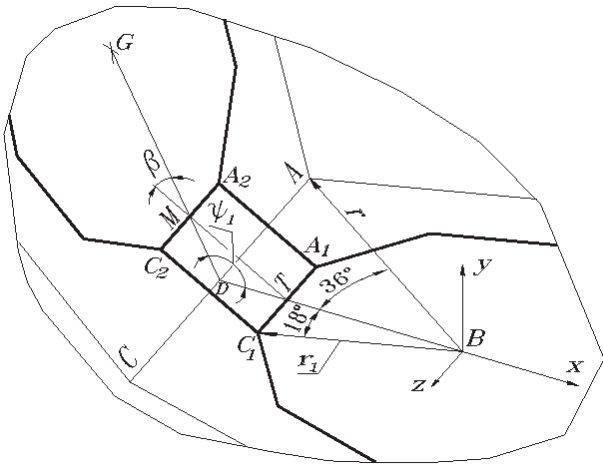


Рис. 27. Усечение ребра додекаэдра
[Figure 27. Truncation of the dodecahedron edge]

Величину стороны квадрата можно определить из выражения

$$A_1A_2 = MT = 2 \cdot DT \cdot \cos \beta. \quad (13)$$

Принимая во внимание, что $A_1A_2 = A_1C_1$, а также выражения (11), (12) и (13), получим

$$A_1A_2 = \frac{2 \cdot \cos \beta \cdot r \cdot \cos 36^\circ}{1 + \frac{\cos \beta}{\tan 18^\circ}}.$$

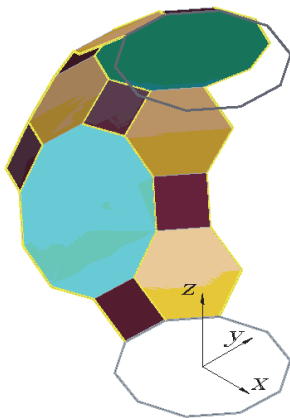


Рис. 28. Отсеки граней для формирования конструктивной формы
[Figure 28. Compartments of faces for the formation of a structural form]

Итак, стороны всех многоугольников равны по величине стороне квадрата A_1A_2 .

Полученные данные позволяют построить каркас усеченного икосододекаэдра на базе додекаэдра Платона. Двугранный угол между квадратом и десятиугольником равен двугранному углу между квадратом и пятиугольником в ромбоикосододекаэдре, двугранный угол между квадратом и шестиугольником равен двугранному углу между квадратом и пятиугольником в ромбоикосододекаэдре.

Для визуализации процесса образования усеченного додекаэдра строится конструктивная форма из отсеков граней рассматриваемого многогранника. Форма образуется формированием полярного массива из заранее сформированных отсеков двух меридианов (рис. 28). Алгоритм образования отсеков меридианов аналогичен алгоритму, приведенному для ромбоикосододекаэдра.

Образование поверхности показано на рис. 26.

Заключение

Результатом проведенной работы является создание алгоритмов и программного обеспечения на языке AutoLISP для образования электронных моделей и визуализации формирования кинематическим способом поверхностей следующих полуправильных многогранников Архимеда:

- усеченного додекаэдра;
- икосододекаэдра;
- ромбоикосододекаэдра;
- усеченного икосододекаэдра.

Список литературы

1. Савченко В. Полуправильные многогранники // Квант. 1976. № 1. С. 3.
2. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Правильные, полуправильные и звездчатые многогранники. М.: МЦНМО, 2010. 136 с.
3. Шишова А.Б. Полуправильные многогранники // Концепт. 2015. Т. 25. С. 191–195. URL: <http://e-koncept.ru/2015/65341.htm>. (дата обращения: 14.01.2020).
4. Геометрия многогранных поверхностей и их проекций. URL: <https://studfile.net/preview/5185316/page:13/> (дата обращения: 14.01.2020).
5. Полуправильные и звездчатые многогранники. URL: <http://www.vasmirnov.ru/Lecture/SemRegPol/SemRegPol.htm> (дата обращения: 14.01.2020).
6. Васильева В.Н. Золотое сечение и золотые прямоугольники при построении икосаэдра, додекаэдра и тел Архимеда, основанных на них // Геометрия и графика. 2019. Т. 7. Вып. 2. С. 47–55.
7. Ерикина Е.Б., Королькова Н.Н. Геометрическое моделирование в автоматизированном проектировании архитектурных объектов // Геометрия и графика. 2016. Т. 4. № 2. С. 48–54. doi: 10.12737/19833.

8. *Schroeder W., Martin K., Lorensen B.* The Visualization Toolkit. Kitware, Inc., 2003.
9. *Haber R.B.* Visualization Techniques for Engineering Mechanics // Computing Systems in Engineering. 1990. Vol. 1. No. 1. Pp. 37–50.
10. *Dupac M., Popirlan C.-I.* Web Technologies for Modelling and Visualization in Mechanical Engineering. 2010, April 1. doi: 10.5772/9037.
11. *Gallagher R.S., Press S.* Computer Visualization: Graphics Techniques for Engineering and Scientific Analysis. CRC Press, 1994. 336 p.
12. *Caha J., Vondrakova A.* Fuzzy surface visualization using HSL colour model // Electronic Journal. 2017. Vol. 2. No. 2. Pp. 26–42.
13. *Иванов В.Н., Кривошапко С.Н.* Основы разработки и визуализации объектов аналитических поверхностей и перспективы их использования в архитектуре и строительстве // Геометрия и графика. 2017. Т. 5. № 4. С. 3–14.
14. *Иванов В.Н., Романова В.А.* Конструкционные формы пространственных конструкций. Визуализация поверхностей в системах MathCad, AutoCad: монография. М.: АСВ, 2016. 412 с.
15. *Кухарчук А.И., Романова В.А.* Визуализация решения графических задач // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2014. № 1. С. 23–28.
16. *Romanova V.A., Rynkovskaya M., Ivanov V.* Automatic Modeling of Surfaces with Identical Slopes // Advanced Structured Materials. Vol. 92. Springer Verlag, 2019. Pp. 143–156. doi: 10.1007/978-3-319-79005-3_10.
17. *Хейфец А.Л., Логиновский А.Н., Буторина И.В., Васильева В.Н.* Инженерная 3D-компьютерная графика: учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. А.Л. Хейфеца. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Юрайт, 2015. 602 с.
18. *Романова В.А.* Особенности изображения процесса образования поверхностей в системе AutoCAD // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. № 4. С. 3–5.
19. *Романова В.А.* Визуализация правильных многогранников в процессе их образования. // Геометрия и графика. 2019. Т. 7. Вып. 1. С. 55–67. doi: 10.12737/article5c91ff d0916d52/90296375.
20. *Романова В.А.* Визуализация образования поверхностей полуправильных многогранников в среде AutoCAD // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 6. С. 449–457. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-6-449-457>

DOI 10.22363/1815-5235-2020-16-4-279-289

RESEARCH PAPER

Visualizing surface formation of semi-regular polyhedra of Archimedes

Viktoryna A. Romanova

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation
v.a.r-viktoryna@mail.ru

Article history:

Received: May 17, 2020

Revised: July 02, 2020

Accepted: July 12, 2020

Abstract

The most common method of forming semi-control polyhedra consists in cutting off angles and ribs of regular polyhedra by planes. **The aim of the work** – to consider the automated formation of a number of surfaces of semi-regular Archimedean polyhedra based on the dodecahedron. These include the truncated dodecahedron, the icosododecahedron, the romboicosododecahedron and the truncated icosododecahedron. The formation of surfaces is carried out by the kinematic method in AutoCAD using programs compiled in the AutoLISP language. **Methods.** The methodology for the formation of these polyhedra provides for truncation of the angles and edges of the dodecahedron. This requires the calculation of a number of geometric parameters of these polyhedra and dodecahedron, such as the value of the truncation of the dodecahedron edges, the size of the edges of truncated polyhedra, the centers of faces, dihedral angles, etc. In order to generate these surfaces, a frame is constructed because the frame lines are used as guides to form surfaces in a kinematic way. The electronic model of each polyhedron is constructed as a set of compartments of surfaces of all its faces, and each compartment is assigned to a certain layer of the drawing. The frame and electronic model of the polyhedra under study are formed by means of user programs composed in the functional language AutoLISP. The process of forming surfaces of selected polyhedra in the AutoCAD environment is provided by special programs that are also compiled in the AutoLISP language. **Results.** Software was created to demonstrate the process of formation of a number of Archimedes polyhedra on the monitor screen.

Keywords: semi-regular polyhedron, truncated dodecahedron, icosododecahedron, romboicosododecahedron, truncated icosododecahedron, electronic model, polyhedron formation, guide line, forming line, AutoCAD, AutoLISP

For citation

Romanova V.A. Visualizing surface formation of semi-regular polyhedra of Archimedes. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(4): 279–289. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-4-279-289> (In Russ.)

Viktoryna A. Romanova, Associate Professor of the Department of Civil Engineering of Academy of Engineering, eLIBRARY SPIN-code: 3869-5969.

References

1. Savchenko V. Polupravilnye mnogogranniki [Semi-controlled polyhedral]. *Quant.* 1979;(1):3. (In Russ.)
2. Smirnova I.M., Smirnov V.A. *Pravilnye, polupravilnye i zvezdchatye mnogogranniki [Correct, Semi-Control and Star Polyhedra]*. Moscow: MCNMO Publ.; 2010. (In Russ.)
3. Shishova A.B. Polupravilnye mnogogranniki [Semi-controlled polyhedral]. *Concept.* 2015;(25):191–195. Available from: <http://e-koncept.ru/2015/65341.htm> (accessed: January 14, 2020). (In Russ.)
4. Geometriya mnogogrannykh poverkhnostei i ikh proektsii [Geometry of polyhedral surfaces and their projections]. Available from: <https://studfile.net/preview/5185316/page:13/> (accessed: January 14, 2020).
5. Polupravilnye i zvezdchatye mnogogranniki [Semi-regular and stellate polyhedral]. Available from: <http://www.vasmirnov.ru/Lecture/SemRegPol/SemRegPol.htm> (accessed: January 14, 2020).
6. Vasilieva V.N. Golden Section and Golden Rectangles When Building Icosahedron, Dodecahedron and Archimedean Solids Based On Them. *Geometry and graphics.* 2019;7(2):47–55. doi: 10.12737/article_5d2c1ceb9f91b1.21353054. (In Russ.)
7. Ertskina E.B., Korolkova N.N. Geometric Modeling in Automated Design of Architectural Objects. *Geometry and Graphic.* 2016;4(2):48–54. doi: 10.12737/19833. (In Russ.)
8. Schroeder W., Martin K., Lorensen B. *The Visualization Toolkit*. Kitware, Inc.; 2003.
9. Haber R.B. Visualization Techniques for Engineering Mechanics. *Computing Systems in Engineering*, 1990; 1(1):37–50.
10. Dupac M., Popirlan C.-I. *Web Technologies for Modelling and Visualization in Mechanical Engineering*. April 1, 2010. doi: 10.5772/9037.
11. Gallagher R.S., Press S. *Computer Visualization: Graphics Techniques for Engineering and Scientific Analysis*. CRC Press; 1994.
12. Gallagher R.S., Press S. Fuzzy surface visualization using HSL colour model. *Electronic Journal.* 2017;2(2):26–42.
13. Ivanov V.N., Krivoschapko S.N., Romanova V.A. Bases of development and visualization of objects of analytical surfaces and the prospect of their use in architecture and construction. *Geometry and graphics.* 2017;5(4):3–14. (In Russ.)
14. Ivanov V.N., Romanova V.A. *Konstruktivnyye formy prostranstvennykh konstruksii. Vizualizatsiya poverkhnostei v sistemakh MathCad, AutoCad [Constructive forms of space constructions. Visualization of the surfaces at systems MathCad, AutoCad]*: monograph. Moscow: ASV Publ.; 2016. (In Russ.)
15. Kukharchuk A.I., Romanova V.A. Visualization of the Solution of Graphic Problems. *RUDN Journal of Engineering Researches.* 2014;(1):23–28. (In Russ.)
16. Romanova V.A., Rynkovskaya M., Ivanov V. Automatic Modeling of Surfaces with Identical Slopes. *Advanced Structured Materials.* 2019;(92):143–156. doi: 10.1007/978-3-319-79005-3_10. (In Russ.)
17. Heifetz A.L., Loginovsky A.N., Butorina I.V., Vasilyev V.N. *Inzhenernaya 3D-kompyuternaya grafika [Engineering 3D computer graphics]*: textbook and workshop for academic baccalaureate. Moscow: Yurayt Publ.; 2015. (In Russ.)
18. Romanova V.A. Features of the image of the process of surface formation in the AutoCAD system. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings.* 2012; (4):3–5. (In Russ.)
19. Romanova V.A. Visualization of regular polyhedrons in the process of their formation. *Geometry and graphics.* 2019;7(1):55–67. doi: 10.12737/article5c91ff d0916d52/90296375. (In Russ.)
20. Romanova V.A. Vizualizing of semi-regular polyhedrons in AutoCAD environment. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings.* 2019;15(6): 449–457. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-6-449-457> (In Russ.)