

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

DOI 10.22363/1815-5235-2020-16-3-171-178
УДК 624.046

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Расчет строительных конструкций на несколько динамических воздействий со статическим учетом высших форм колебаний

В.В. Лалин, Ле Ты Куанг Чунг*

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Российская Федерация, 195251 Санкт-Петербург,
ул. Политехническая, 29
*quangtrung1690@gmail.com

История статьи:

Поступила в редакцию: 20 февраля 2020 г.
Доработана: 07 апреля 2020 г.
Принята к публикации: 25 апреля 2020 г.

Аннотация

Актуальность. При расчете строительных конструкций на динамические воздействия традиционно используется метод разложения искомого решения в ряд по формам собственных колебаний. В зависимости от сложности решаемых задач требуется учитывать разное число форм – от нескольких первых мод до десятков или сотен форм. Получаемые результаты тем более точны, чем больше форм учитывает расчет. Вклад в искомые параметры напряженно-деформированного состояния сооружения неучтенных высших форм колебаний, как правило, никак не оценивается, хотя в ряде случаев это делать необходимо. Кроме того, появляется важный вопрос выполнения расчета при уменьшенном числе учитываемых форм, так чтобы получать достаточно точный результат. **Цель.** Настоящая работа посвящена способу статического учета высших форм колебаний в задачах динамики строительных конструкций. Приведено описание основных положений метода, рассмотрено его использование на пространственной стержневой системе, нагруженной несколькими гармоническими силами с разными частотами. **Методы.** Изучаемый в работе метод статического учета высших форм колебаний требует решения одной динамической задачи с небольшим числом форм и вспомогательной статической задачи. Важным обстоятельством подхода является то, что статическая задача должна быть решена двумя способами: точным и методом разложения по собственным формам колебаний, после чего вычисляется статическая поправка к динамическому решению. **Результаты.** Предлагаемый в статье подход позволяет значительно снизить вычислительные затраты на динамический расчет в сравнении с классическим подходом при сравнимой точности результатов. Этот может иметь значение при решении задач на сложные динамические воздействия и для неоднородных по жесткости конструкций.

Ключевые слова: динамика сооружений, спектральный метод, формы колебаний, статический учет высших форм колебаний, полигармоническая нагрузка

Для цитирования

Лалин В.В., Ле Ты Куанг Чунг. Расчет строительных конструкций на несколько динамических воздействий со статическим учетом высших форм колебаний // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 3. С. 171–178. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-171-178>

Введение

Строительные конструкции под влиянием динамических воздействий, таких как землетрясение,

удар копровой установки, работа двигателя стационарного оборудования, движение автотранспорта и прочее, совершают колебательные движения.

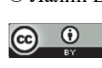
Основным подходом к решению задач динамики является метод разложения в ряд по формам собственных колебаний [1–5]. Вопросам определения частот и форм собственных колебаний сложных строительных конструкций до сих пор уделяется значительное внимание [6–8].

Известно, что вклад первых слагаемых ряда, соответствующих низшим формам, в перемещения и

Лалин Владимир Владимирович, доктор технических наук, профессор, Инженерно-строительный институт; eLIBRARY SPIN-код: 8220-6921, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-3850-424X>.

Ле Ты Куанг Чунг, аспирант, Инженерно-строительный институт; eLIBRARY SPIN-код: 3059-2207, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-6547-4632>.

© Лалин В.В., Ле Ты Куанг Чунг, 2020

 This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

внутренние усилия системы является основным, в то время как вклад высших форм, как правило, незначителен. Кроме того, учитывать большое число мод в расчете достаточно сложно, поскольку ресурсы вычислительной техники ограничены.

Однако существует ряд случаев, когда возникает необходимость в учете высших форм, например при изучении работы конструкции при сейсмической нагрузке [9–14], где само динамическое воздействие носит сложный характер.

Более того, в условиях разработки проектной документации на здание или сооружение при внесении изменений в расчетную схему и ее пересчете может потребоваться значительное количество времени и затрат ресурсов вычислительной техники. Поэтому важно иметь возможность выполнять расчет при небольшом числе учитываемых форм собственных колебаний, так чтобы получить достаточно точный результат. Это возможно в том случае, если получается определенным образом учесть вклад отброшенных мод. Вопросам учета вклада высших форм колебаний посвящено значительное количество работ.

В работе [15] рассмотрены различные способы учета вклада высших форм колебаний в задачах сейсмостойкости при использовании линейно-спектрального метода. В работе [16] применительно к задачам сейсмостойкости сооружений автор предлагает приближенный метод оценки реакции системы по всем высокочастотным формам, объединяя их в одну глобальную форму. В статьях [17; 18] показано, что выделение квазистатических составляющих позволяет значительно ускорить сходимость ряда по собственным формам колебаний, что имеет важное значение при действии на сооружение сосредоточенных динамических воздействий. В работе [19] предложен способ учета вклада высших форм при анализе чувствительности форм колебаний к вариациям параметров системы.

Подход к учету высших форм колебаний, изучаемый в данной работе, основан на так называемом методе статического учета высших мод колебаний. Первоначально этот метод был назван методом построения матрицы остаточных податливостей [20; 21]. Метод не реализован в существующих программных комплексах, что делает невозможным его использование в первоначальной форме без написания дополнительного программного кода. В дальнейшем этот метод под названием «метод статического учета высших форм колебаний» был независимо предложен в работах [22; 23] для решения задач определения собственных частот и форм колебаний. В работе [24] метод был распространен на задачи о вынужденных колеба-

ниях при действии гармонической нагрузки, причем был разработан вариант метода, ориентированный на использование существующих программных комплексов.

Метод предполагает решение задачи динамики способом разложения в ряд по формам собственных колебаний с небольшим числом учитываемых мод с последующим добавлением к этому решению статической поправки, которую можно получить при решении вспомогательной статической задачи в точной и приближенной постановках.

В настоящей работе исследуется применение метода статического учета высших форм колебаний при действии на систему одновременно нескольких гармонических нагрузок с разными частотами. Подобная задача может представлять интерес при моделировании сейсмического воздействия в виде нескольких синусоидальных составляющих с экспоненциально убывающей амплитудой [12; 25; 26].

1. Метод решения

Уравнение движения системы при вынужденных колебаниях можно записать в виде

$$\rho \ddot{u} = L(u) + p(t), \quad (1)$$

где $u(x, t)$ – искомое перемещение; ρ – плотность элементов системы; $p(t)$ – внешняя динамическая нагрузка; $L(u)$ – оператор статической задачи, зависящий от характера работы конструкции.

Можно привести следующие примеры вида оператора статической задачи $L(u)$:

- а) $L(u) = EAu''$ – для задач растяжения – сжатия стержней;
- б) $L(u) = -EIu^{IV}$ – для задач изгиба стержней;
- в) $L(u) = -D(\partial^4 u / \partial x^4 + 2\partial^4 u / \partial x^2 \partial y^2 + \partial^4 u / \partial y^4)$ – для задач изгиба пластин.

Пусть на систему действует внешняя гармоническая нагрузка $p(t) = P_0 \sin(\theta t)$, тогда для установившегося режима колебаний решение можно искать в виде $u(x, t) = u(x) \sin(\theta t)$, и уравнение для определения амплитуды $u(x)$ будет иметь вид

$$L(u) + \rho \theta^2 u + P_0 = 0. \quad (2)$$

Решение уравнения (2) ищется в виде разложения по собственным формам колебаний:

$$u_n(x) = \sum_{k=1}^n a_k U_k(x), \quad (3)$$

где n – число учитываемых мод колебаний; a_k – амплитудное значение k -той моды колебаний $U_k(x)$.

Решение динамической задачи по формуле (3) подразумевает выбор такого числа n учитываемых в расчете мод собственных колебаний системы, которое будет достаточно для нахождения искомого решения с необходимой точностью. Это число может быть значительным, что приведет к существенным затратам времени и ресурсов.

Можно подойти к решению данной задачи другим способом: принять в формуле (3) небольшое число слагаемых $N (N \ll n)$, а остальную часть (высшие моды колебаний) учесть в расчете статически.

Для этого необходимо рассмотреть решение вспомогательной статической задачи от действия статической силы P_0 . Точное статическое перемещение $u_{T,cm}(x)$ определяется при решении дифференциального уравнения равновесия:

$$L(u) + P_0 = 0. \quad (4)$$

Следующим шагом решается та же статическая задача, но с помощью метода разложения в ряд по формам собственных колебаний. Аналогично решению динамической задачи можно записать решение задачи (4) в виде

$$u_{N,cm}(x) = \sum_{k=1}^N b_k U_k(x). \quad (5)$$

Получив решения $u_{T,cm}(x)$ и $u_{N,cm}(x)$, можно найти искомое решение задачи (2) при учете небольшого числа N мод собственных колебаний в следующем виде:

$$u(x) = u_N(x) + [u_{T,cm}(x) - u_{N,cm}(x)], \quad (6)$$

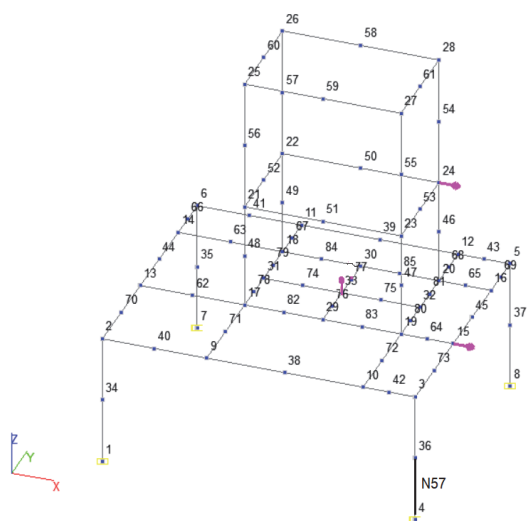


Рис. 1. Схема пространственной рамы
[Figure 1. Spatial frame scheme]

где $u_N(x)$ – решение динамической задачи по формуле (3) при $n = N$; $u_{T,cm}(x)$ – точное решение статической задачи (4); $u_{N,cm}(x)$ – приближенное решение статической задачи по формуле (5). Разность $[u_{T,cm}(x) - u_{N,cm}(x)]$ является статическим вкладом высших мод колебаний.

Как отмечалось выше, вспомогательная статическая задача должна решаться методом разложения в ряд по формам собственных колебаний. При выполнении расчетов на стандартных программных комплексах для этого выполняется решение динамической задачи с внешней нагрузкой в виде $p(t) = P_0 \sin(\omega t)$, где задается очень маленькое значение угловой частоты ω . При $\omega \rightarrow 0$ решение динамической задачи стремится к решению статической.

2. Результаты и обсуждение

2.1. Описание задачи

Рассматривается пространственная рама, которая состоит из стержневых конечных элементов (рис. 1). Габаритные размеры расчетной схемы составляют $12 \times 10 \times 14$ м, нижние узлы – жестко зашпелены. В качестве материала принят бетон В25, размеры поперечных сечений элементов: 20×20 , 35×40 , 50×50 см² (рис. 2). Для железобетонных конструкций принят коэффициент неупругого сопротивления материала $\gamma = 0,1$. Первые собственные частоты системы приведены в табл. 1.

На систему действует три внешние гармонические нагрузки, изменяющиеся во времени по закону $p_i(t) = P_i \sin(\theta_i t)$. Их параметры приведены в табл. 2.



Рис. 2. Жесткости элементов схемы
[Figure 2. Stiffness of scheme elements]

Таблица 1

Собственные частоты колебаний
[Table 1. Natural frequencies of the structure]

Номер собственной формы [Number of the natural mode]	Собственные частоты [Natural frequencies]	
	Техническая частота, Гц [Technical frequency, Hz]	Угловая частота, рад/с [Angular frequency, rad/sec]
1	1,71	10,73
2	1,81	11,40
3	2,31	14,52
4	3,80	23,82
8	5,98	37,58
15	10,41	65,43
25	15,24	95,81

Таблица 2

Параметры вынуждающих динамических нагрузок
[Table 2. External harmonic loads]

<i>i</i>	Номер узла [Num- ber of the node]	Направ- ление действия силы [Direction of force]	Амплитуда силы (P_{0i}), кН [Amplitude of force (P_{0i}), kN]	Вынуждающая частота (θ_i) [Driving frequency (θ_i)]	
				Гц [Hz]	рад/с [rad/sec]
1	15	по оси X	1000	2,1	13,19
2	24	по оси X	500	3,0	18,84
3	33	по оси Z	1500	5,0	31,40

Далее в работе приводятся перемещения узлов 2 и 25 по направлению X, перемещение узла 33 по направлению Z, а также изгибающий момент относительно оси Y в элементе N57 (на рис. 1 выделен толстой линией).

2.2. Решение задачи методом статического учета высших мод колебаний

Задача решалась с помощью программы SCAD Office 21.1.9.3. Результат расчета рамы на динамическую нагрузку от каждой силы по отдельности приведен в табл. 3.

Таблица 3

Решение динамической задачи от каждой силы
[Table 3. Dynamic frame calculation]

Силы [Force]	Число учитываемых форм колебаний [Number of modes]	u_{2-x} , мм [mm]	u_{25-x} , мм [mm]	u_{33-z} , мм [mm]	M_{57} , кН·м [kN·m]	
					Max	Min
$p_1(t)$	8	-56,184	146,524	0,810	-1331,74	-403,13
$p_2(t)$	15	-21,821	182,744	5,435	-520,42	-156,35
$p_3(t)$	25	4,492	-26,728	250,019	-636,13	428,88

Отметим, что рассматриваемая расчетная схема имеет 243 динамических степеней свободы, таким образом число учтенных в расчетах форм колебаний мало по сравнению с их полным количеством.

Далее была точно решена вспомогательная статическая задача от статических сил, равных амплитудам вынуждающих нагрузок P_{0i} . Точные статические перемещения узлов 2, 25 и 33, а также изгибающий момент в элементе N57 приведены в табл. 4.

Таблица 4

Точное решение статической задачи от каждой из внешних сил
[Table 4. Exact solution of the static problem for each loads]

Силы [Force]	u_{2-x} , мм [mm]	u_{25-x} , мм [mm]	u_{33-z} , мм [mm]	M_{57} , кН·м [kN·m]	
				Max	Min
P_{0_1}	-39,220	-44,965	-1,588	-921,62	-291,56
P_{0_2}	-11,058	-320,103	-6,504	-254,17	-85,52
P_{0_3}	-1,843	-44,540	-156,728	237,57	-162,53

На следующем шаге вспомогательная статическая задача была решена динамическим методом при задании в программе очень малой частоты каждой вынуждающей силы, равной $\theta = 0,0001$, причем амплитуда сил не менялась. При такой частоте решение динамической задачи практически совпадает с решением задачи статики с условием учета всех форм колебаний. Использование небольшого числа собственных форм позволит получить приближенное решение статической задачи. Результаты расчета при разном числе учитываемых мод приведены в табл. 5.

Таблица 5

Решение вспомогательной статической задачи от каждой из внешних сил
[Table 5. The solution of the auxiliary static problem by the dynamic method for each loads]

Силы [Force]	Число учитываемых форм колебаний [Number of modes]	u_{2-x} , мм [mm]	u_{25-x} , мм [mm]	u_{33-z} , мм [mm]	M_{57} , кН·м [kN·m]	
					Max	Min
$p_1(t)$	$N = 8$	-42,704	-43,682	-2,117	-1010,52	-307,65
$p_2(t)$	$N = 15$	-9,872	-320,322	-6,559	-227,73	-76,71
$p_3(t)$	$N = 25$	-1,886	-44,474	-138,673	227,93	-158,15

В табл. 6 приводятся решения динамических задач от каждой силы по предлагаемому методу согласно формуле (6).

Таблица 6

Результаты решения задачи методом статического учета высших мод колебаний для каждой силы
[Table 6. The results of solving the problem by the method of static accounting of higher vibration forms for each load]

Силы [Force]	Число учитываемых форм колебаний [Number of modes]	u_{2-x} ,	u_{25-x} ,	u_{33-z} ,	M_{57} ,	
		мм [mm]	мм [mm]	мм [mm]	кН·м [kN·m] Max	Min
$p_1(t)$	$N = 8$	52,700	145,241	1,339	1242,84	387,04
$p_2(t)$	$N = 15$	23,007	182,963	5,490	546,86	165,16
$p_3(t)$	$N = 25$	4,535	26,794	231,964	626,49	424,50

В случае одновременного действия трех сил перемещения и моменты рассчитываются как сумма решений от каждой из сил в отдельности. Результаты приведены в табл. 7.

Таблица 7

Результаты решения задачи методом статического учета высших мод колебаний от одновременного действия всех внешних сил
[Table 7. The results of solving the problem by the method of static accounting of higher vibration forms from the simultaneous action of all external loads]

Силы [Force]	u_{2-x} ,	u_{25-x} ,	u_{33-z} ,	M_{57} ,	
	мм [mm]	мм [mm]	мм [mm]	кН·м [kN·m] Max	Min
$p_1(t) + p_2(t) + p_3(t)$	80,242	354,998	238,793	2416,19	976,70

Решение задачи прямым интегрированием уравнений движения. Для оценки точности предлагаемого подхода исходная задача о действии одновременно трех сил была решена в программном комплексе SCAD с помощью прямого интегрирования уравнений движения. Таким же методом были решены задачи о действии каждой силы по отдельности. Задачи решались на интервале времени от 0 до 10 с при шаге по времени 0,005 с.

Таблица 8

Решение динамической задачи методом прямого интегрирования уравнений движения
[Table 8. Solution of a dynamic problem by direct integration of the equations of motion]

Силы [Force]	u_{2-x} ,	u_{25-x} ,	u_{33-z} ,	M_{57} ,	
	мм [mm]	мм [mm]	мм [mm]	кН·м [kN·m] Max	Min
$p_1(t)$	52,579	146,646	1,335	1239,87	386,35
$p_2(t)$	22,839	183,977	5,506	538,6	162,9
$p_3(t)$	4,591	25,775	227,884	602,45	406,71
$\sum_{i=1}^3 p_i(t)$	78,635	350,509	232,171	2366,08	932,89

В табл. 8 приведены результаты решения динамической задачи от каждой силы в отдельности и при их одновременном действии.

Сравнение результатов решения предлагаемым методом и методом прямого интегрирования уравнений движения. В табл. 9 проводится сравнение результатов расчетов.

Таблица 9

Сравнение результатов предлагаемого метода и метода прямого интегрирования уравнений движения
[Table 9. Comparison of the results of the proposed method and the method of direct integration of the equations of motion]

Силы [Force]	Вид расчета [Calculation methods]	u_{2-x} ,	u_{25-x} ,	u_{33-z} ,	M_{57} ,	
		мм [mm]	мм [mm]	мм [mm]	кН·м [kN·m] Max	Min
$p_1(t)$	(1)	52,700	145,241	1,339	1242,84	387,04
	(2)	52,579	146,646	1,335	1239,87	386,35
	ε (%)	0,23	0,96	0,30	0,24	0,18
$p_2(t)$	(1)	23,007	182,525	5,380	546,86	165,16
	(2)	22,839	183,977	5,506	538,60	162,90
	ε (%)	0,74	0,55	0,29	1,54	1,40
$p_3(t)$	(1)	4,449	26,794	268,074	645,77	433,26
	(2)	4,591	25,775	227,884	602,45	406,71
	ε (%)	1,22	3,95	1,79	3,99	4,37
$\sum_{i=1}^3 p_i(t)$	(1)	80,242	354,998	238,793	2416,19	976,70
	(2)	78,635	350,509	232,171	2366,08	932,89
	ε (%)	2,04	1,28	2,85	2,12	4,70

Примечание: (1) – предлагаемый метод; (2) – метод прямого интегрирования уравнений движения; ε – относительная погрешность.

Анализ результатов, приведенных в табл. 9, позволяет сделать следующие выводы:

1) погрешность предлагаемого метода при учете небольшого количества форм колебаний нигде не превосходит 5 %, то есть метод имеет достаточную для инженерных расчетов точность;

2) достаточно высокая точность результатов достигается как по перемещениям, так и по усилиям;

3) использованный в работе простой способ суммирования результатов от действия трех сил с разными частотами возможен, так как существуют моменты времени, в которые вклады от каждой силы одновременно достигают максимальных значений.

Заключение

В настоящей работе метод статического учета высших форм колебаний распространен на задачи динамики при действии на сооружение одновременно нескольких гармонических нагрузок с разными частотами. При этом используется такой вариант метода, который позволяет получать результаты с

использованием существующих программных комплексов.

Предлагаемый вариант метода с использованием стандартных программных комплексов требует решения двух динамических задач с малым числом мод и одной статической задачи, причем вспомогательная динамическая задача должна решаться с малой величиной частоты вынуждающей нагрузки.

На численном примере показано, что предложенный метод дает достаточно высокую точность решения при учете небольшого количества собственных форм колебаний по сравнению с полным количеством динамических степеней свободы. Высокая точность решения получается не только по перемещениям, но и по усилиям.

Установлено, что при одновременном действии трех гармонических динамических воздействий с разными частотами, результирующие искомые величины могут быть получены как сумма решений задачи от каждой из внешних сил в отдельности.

Список литературы

1. Clough R.W., Penzien J. Dynamics of structures. New York: McGraw-Hill Book Company, 1975. 320 p.
2. Chopra A.K. Dynamic of structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering. New Jersey: Prentice-Hall, 2006. 794 p.
3. Игнатьев В.А., Галишиникова В.В. Основы строительной механики. М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2009. 500 с.
4. Золотев А.Б., Акимов П.А., Сидоров В.Н., Мозгалева М.Л. Численные и аналитические методы расчета строительных конструкций. М.: АСВ, 2009. 336 с.
5. Рутман Ю.Л., Островская Н.В. Динамика сооружений: сейсмостокость, сейсмозащита, ветровые нагрузки: монография. СПб.: СПбГАСУ, 2019. 253 с.
6. Нурибейтов А.У., Дудченко А.А. Современное состояние вопроса анализа собственных частот и форм колебаний конструкции из композиционных материалов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 4. С. 323–336.
7. Мокин Н.А., Кустов А.А., Ганджунцев М.И. Численное исследование собственных частот и форм колебаний воздухоопорных сооружений // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 4. С. 337–347.
8. Колесников А.О., Попов В.Н. Расчет собственной частоты колебаний заглубленного фундамента при импульсном нагружении // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 5. С. 360–368.
9. Newmark N.M., Rosenblueth E. Fundamentals of earthquake engineering. New York: Englewood Cliffs, 1980. 344 p.
10. Бирбраер А.Н. Расчет конструкций на сейсмостойкость. СПб.: Наука, 1998. 255 с.
11. Datta T.K. Seismic Analysis of Structures. John Wiley & Sons (Asia) Pte Ltd, 2010. 464 p.
12. Уздин А.М., Елизаров С.В., Белаиш Т.А. Сейсмостойкие конструкции транспортных зданий и сооружений. М.: Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте, 2012. 500 с.
13. Sucuoğlu Haluk, Akkar Sinan. Basic Earthquake Engineering. From Seismology to Analysis and Design. Springer, 2014. 288 p.
14. Тяпин А.Г. Современные нормативные подходы к расчету ответственных сооружений на сейсмические воздействия. М.: АСВ, 2018. 518 с.
15. Бирбраер А.Н., Сазонова Ю.В. Вклад высших мод в динамический отклик конструкций на высокочастотные воздействия // Строительная механика и расчет сооружений. 2009. № 6 (227). С. 22–27.
16. Тяпин А.Г. Реализация «концепции остаточного члена» в расчетах сооружений на сейсмические воздействия модальным и спектральным методами // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2014. № 4. С. 32–35.
17. Балакирев Ю.Г. Особенности выделения квазистатических составляющих при анализе динамического нагружения упругих конструкций // Космонавтика и ракетостроение. 2014. № 2 (75). С. 34–40.
18. Лиходед А.И., Сидоров В.В. Некоторые особенности сходимости метода разложения по тонам колебаний применительно к континуальным и конечно-элементным моделям // Космонавтика и ракетостроение. 2013. № 2 (71). С. 20–27.
19. Бацева О.Д., Дмитриев С.Н. Учет высших тонов колебаний при вычислении чувствительности собственных форм колебаний к вариациям параметров механической системы // Инженерный журнал: наука и инновации. 2018. № 7 (79). С. 3–23.
20. Rubin S. Improved component-mode representation for structural dynamic analysis // AIAA Journal. 1975. Vol. 13. Issue 8. Pp. 995–1006.
21. Цейтлин Б.В. Построение матрицы остаточных податливостей и ее использование при решении задач динамики конструкций // Научно-технические проблемы прогнозирования надежности и долговечности конструкций и методы их решения: труды IV Международной конференции. СПб.: Нестор, 2001. С. 325–331.
22. Зегжда С.А. К задаче соударения деформируемых тел // Прикладная механика. 1979. № 4. С. 91–108.
23. Вернигор В.Н. Определение собственных частоты и эквивалентных масс упругого тела по его динамической податливости // Вестник Ленинградского университета. 1990. № 2 (4). С. 35–42.
24. Le T.Q.T., Lalin V.V., Bratashov A.A. Static accounting of highest modes in problems of structural dynamics // Magazine of Civil Engineering. 2019. Vol. 88. Issue 4. Pp. 3–13.
25. Долгая А.А. Моделирование сейсмического воздействия коротким временным процессом // Э-И. ВНИИТПИ. Серия: Сейсмостойкое строительство. 1994. Вып. 5–6. С. 56–63.
26. Рекомендации по заданию сейсмических воздействий для расчета зданий разной степени ответственности. СПб. – Петропавловск-Камчатский: КамЦентр, 1996. 12 с.

Calculation of building structures for several dynamic effects with a static accounting of higher forms of oscillation

Vladimir V. Lalin, Le Tu Quang Trung*

Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, 29 Polytechnicheskaya St, Saint Petersburg, 195251, Russian Federation

*quangtrung1690@gmail.com

Article history:

Received: February 20, 2020

Revised: April 07, 2020

Accepted: April 25, 2020

Abstract

Relevance. When calculating building structures for dynamic effects, the method of expanding the desired solution in a series according to the forms of natural oscillation is traditionally used. Depending on the complexity of the tasks to be solved, it is required to take into account a different number of forms – from the first few forms to tens or hundreds of forms. The results obtained are all the more accurate the more forms the calculation takes into account. As a rule, the contribution to the required parameters of the stress-strain state of the structure of unaccounted for higher oscillation forms is not evaluated in any way, although in some cases this must be done. In addition, the important question arises of performing the calculation with a reduced number of considered forms so as to obtain a sufficiently accurate result. **The aim of the work.** This work is devoted to the method of static accounting of higher forms of oscillation in the problems of the dynamics of building structures. The basic principles of the method are described, its use on a spatial rod system loaded with several harmonic forces with different frequencies is considered. **Methods.** The method of static accounting of higher forms of oscillations studied in this work requires the solution of one dynamic problem with a small number of forms and an auxiliary static problem. An important circumstance of the approach is that the static problem must be solved in two ways: the exact one and the decomposition method according to its own forms of oscillation, after which the static correction to the dynamic solution is calculated. **Results.** The approach proposed in the article can significantly reduce the computational cost of dynamic calculation in comparison with the classical approach with comparable accuracy of the results. This may be of value in solving problems of complex dynamic effects and for structures with inhomogeneous rigidity.

Keywords: structure dynamics, spectral method, forms of oscillation, static accounting of higher forms of oscillation, polyharmonic load

For citation

Lalin V.V., Le Tu Quang Trung. Calculation of building structures for several dynamic effects with a static accounting of higher forms of oscillation. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(3):171–178. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-3-171-178> (In Russ.)

References

1. Clough R.W., Penzien J. *Dynamics of structures*. New York: McGraw-Hill Book Company; 1975.
2. Chopra A.K. *Dynamic of structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering*. New Jersey: Prentice-Hall; 2006.
3. Ignatyeva V.A., Galishnikova V.V. *Osnovy stroitelnoy mekhaniki [Fundamentals of structural mechanics]*. Moscow: Assotsiatsii stroitelnykh vuzov Publ.; 2009. (In Russ.)
4. Zoloev A.B., Akimov P.A., Sidorov V.N., Mozgaleva M.L. *Chislennyye i analiticheskiye metody rascheta stroitelnykh konstruksiy [Numerical and analytical methods for calculating building structures]*. Moscow: ASV Publ.; 2009. (In Russ.)
5. Rutman Yu.L., Ostrovskaya N.V. *Dinamika sooruzhenii: seysmostokost, seysmozashchita, vetrovyye nagruzki [Dynamics of construction: seismic stability, seismic protection, wind loads]*: monograph. Saint Petersburg: SPbGASU Publ., 2019. (In Russ.)
6. Nurimbetov A.U., Dudchenko A.A. The modern state of the problem of analyzing the natural frequencies and modes of vibration of a composite structure. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018; 14(4):323–336. (In Russ.)
7. Mokin N.A., Kustov A.A., Gandzhuntsev M.I. Numerical investigation of natural frequencies and mode shapes of air-supported structures. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018;14(4):337–347. (In Russ.)
8. Kolesnikov A.O., Popov V.N. Calculation of the natural oscillation frequency of the submerged basement subject to pulsed loading. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018;14(5):360–368. (In Russ.)
9. Newmark N.M., Rosenblueth E. *Fundamentals of earthquake engineering*. New York: Englewood Cliffs; 1980.
10. Birbrayer A.N. *Raschet konstruksiy na seysmostoykost [Calculation of structures for seismic resistance]*. Saint Petersburg: Nauka Publ.; 1998. (In Russ.)

Vladimir V. Lalin, Dr.Sc., Professor, Institute of Civil Engineering; eLIBRARY SPIN-code: 8220-6921, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-3850-424X>.

Le Tu Quang Trung, graduate student, Institute of Civil Engineering; eLIBRARY SPIN-code: 3059-2207, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-6547-4632>.

11. Datta T.K. *Seismic Analysis of Structures*. John Wiley & Sons (Asia) Pte Ltd; 2010.
12. Uzdin A.M., Elizarov S.V., Belash T.A. *Seismo-stoikiye konstrukticii transportnykh zdaniy i sooruzheniy* [Earthquake resistant design of transport buildings and structures]. Moscow: Uchebno-metodicheskii centr po obrazovaniiu na zheleznodorozhnom transporte Publ.; 2012. (In Russ.)
13. Sucuoğlu Halûk, Akkar Sinan. *Basic Earthquake Engineering. From Seismology to Analysis and Design*. Springer; 2014.
14. Tyapin A.G. *Sovremennyye normativnyye podkhody k raschetu otvetstvennykh sooruzheniy na seysmicheskiye vozdeystviya* [Modern regulatory approaches to the calculation of critical structures for seismic load]. Moscow: ASV Publ.; 2018. (In Russ.)
15. Birbraer A.N., Sazonova J.V. Vklad vysshikh mod v dinamicheskiy otklik konstruktсий na vysokochastotnyye vozdeystviya [Input of high modes in dynamic response of structures subjected to high frequency loads]. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2009;227(6):22–27. (In Russ.)
16. Tyapin A.G. Implementation of the “Residual Term” Concept in Seismic Analysis by Modal and Spectral Methods. *Earthquake engineering. Constructions safety*. 2014;(4):32–35. (In Russ.)
17. Balakirev Yu.G. Osobennosti vydeleniya kvazistaticheskikh sostavlyayushchikh pri analize dinamicheskogo nagruzheniya uprugikh konstruktсий [Quasistatic components particularities in the analysis of the elastic structures dynamic loading]. *Cosmonautics and rocket engineering*. 2014; 76(2):34–40. (In Russ.)
18. Likhoded A.I., Sidorov V.V. Nekotoryye osobennosti skhodimosti metoda razlozheniya po tonam kolebaniy primenitelno k kontinualnym i konechno-elementnym modelyam [Certain Convergence Features of the Decomposition Method by Tones Vibrations Concerning Continuum and Finite-Element Models]. *Cosmonautics and rocket engineering*. (2013);71(2):20–27. (In Russ.)
19. Batseva O.D., Dmitriyev S.N. Accounting the highest tones of oscillations when calculating the sensitivity of modes of their own to variations in the parameters of a mechanical system. *Engineering Journal: science and Innovation*. 2018; 79(7):3–23. (In Russ.)
20. Rubin S. Improved component-mode representation for structural dynamic analysis. *AIAA Journal*. 1975;13(8): 995–1006.
21. Tseytlin B.V. Postroyeniye matrity ostatochnykh podatlivostey i yeye ispolzovaniye pri reshenii zadach dinamiki konstruktсий [Construction of the matrix of residual compliance and using in solving the problems of structural dynamics]. *Scientific and technical problems of predicting the reliability and durability of structures and methods for solving them: Proceedings of the 4th International Conference*. Sankt Peterburg: Nestor Publ., 200: 325-331.
22. Zegzhda S.A. K zadache o soudarenii deformiruyemykh tel [The problem of the impact of deformable bodies]. *Prikladnaya mekhanika*. 1979;(4):91–108. (In Russ.)
23. Vernigor V.N. Opredeleeniye sobstvennykh chastoty i ekvivalentnykh mass uprugogo tela po yego dinamicheskoy podatlivosti [Determination of natural frequencies and equivalent masses of an elastic body by its dynamic flexibility]. *Bulletin of the Leningrad University*. 1990;4(2):35–42. (In Russ.)
24. Le T.Q.T., Lalin V.V., Bratashov A.A. Static accounting of highest modes in problems of structural dynamics. *Magazine of Civil Engineering*. 2019;88(4):3–13.
25. Dolgaya A.A. Modelirovaniye seysmicheskogo vozdeystviya korotkim vremennym protsessom [Simulation of seismic action by a short time process]. *E-I. VNIINTPI. Series: Seysmostoykoye stroitelstvo*. 1994;(5–6):56–63. (In Russ.)
26. *Rekomendatsii po zadaniyu seysmicheskikh vozdeystviy dlya rascheta zdaniy raznoy stepeni otvetstvennosti* [Recommendations for assigning seismic impacts for the calculation of buildings of different degrees of responsibility]. Saint Petersburg – Petropavlovsk-Kamchatskiy: KamTsentr Publ.; 1996. 12 p. (In Russ.)