2019. 15(6). 483–496

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА ИНЖЕНЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ

STRUCTURAL MECHANICS OF ENGINEERING CONSTRUCTIONS AND BUILDINGS

HTTP://JOURNALS.RUDN.RU/STRUCTURAL-MECHANICS

ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ

THEORY OF PLASTICITY

DOI 10.22363/1815-5235-2019-15-6-483-496
УДК 624.012:691.328.004.12

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Принцип наложения деформаций в теории ползучести

Е.А. Ларионов*, В.И. Римшин, Т.В. Жданова

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Российская Федерация, 129337, Москва, Ярославское шоссе, 26
*i.v.ivn@mail.ru

История статьи:
Поступила в редакцию: 12 августа 2019 г.
Доработана: 23 октября 2019 г.
Принята к публикации: 09 декабря 2019 г.

Для цитирования
Ларионов Е.А., Римшин В.И., Жданова Т.В. Принцип наложения деформаций в теории ползучести // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 6. С. 483–496. http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-6-483-496

Аннотация

Цель работы заключается в обосновании применимости в нелинейной постановке принципа наложения взаимонезависимых частичных деформаций ползучести, известного в линейной теории ползучести как принцип суперпозиции Л. Больцмана. ***Методы.*** В отличии от традиционного подхода материал конструктивного элемента (бетон, сталь, дерево, пластмасса) рассматривается как объединение звеньев со статистически распределенными прочностями. Модель прочностной структуры материала позволяет вывести реологические уравнения механического состояния. В процессе нагружения рассматриваются так называемые структурные напряжения способных к силовому сопротивлению звеньев материала. ***Результаты.*** Предложена модификация принципа суперпозиции Л. Больцмана, позволяющая применять его и при нелинейной зависимости деформаций ползучести от напряжений. Согласно концепции статистического распределения прочностей звеньев и линейной зависимости деформаций от структурных напряжений выведено реологическое уравнение механического состояния. Этот подход приводит к удобному при решении релаксационных задач линейному интегральному уравнению. Показана связь прочностной структуры материалов с энергией его целостности (максимальной энергии сопротивления разрушению) и с известной из экспериментов независимостью удельной к прочности деформаций от возраста бетона. Приведены корректные интерпретации некоторых известных уравнений механического состояния бетона.

Ключевые слова: ползучесть; прочность; напряжение; деформация; суперпозиция

Введение

В представленной работе наряду с некоторыми вопросами теории ползучести строительных материалов (бетон, сталь, дерево, пластмасса) рассматривается значимый для этой теории принцип наложения деформаций и, в частности, корректность его применения. Принцип наложения заключается в суммировании в некоторый момент времени частичных приращений деформаций, порожденных последовательными предыдущими приращениями напряжений. Полное приращение деформации ползучести при условии взаимонезависимости частичных приращений определяется их суммой, согласно известному в теории линейной ползучести принципу суперпозиции Л. Больцмана. Это условие необходимо для применимости принципа наложения как принципа линейной суперпозиции.

Ларионов Евгений Алексеевич, доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики; Author ID: 365207; Scopus ID: 57195228824.
Римшин Владимир Иванович, доктор технических наук, профессор кафедры конструкций; член-корреспондент Российской академии архитектуры и строительных наук; Author ID 0000-0002-9084-4105; WoS P-4928-2015; Scopus ID: 56258934600.
Жданова Татьяна Владимировна, аспирант кафедры прикладной математики; eLIBRARY SPIN-код: 6911-8343.

Следовательно, использование этого принципа в качестве принципа суперпозиции Л. Больцмана для взаимозависимых частичных приращений является некорректным и влечет ошибочные результаты. Например, перераспределение напряжений вследствие структурных повреждений при возрастающем нагружении влечет увеличение каждого частичного приращения деформации при последующих частичных приращениях напряжения, и условие взаимонезависимости не выполняется. Это обстоятельство приводит к необходимости модификации принципа суперпозиции Л. Больцмана для его применимости и при нелинейной зависимости деформаций от напряжений.

Полная деформация при одноосном нагружении представляет сумму мгновенной деформации и деформации ползучести, определяемых наряду с нагружением модулем упругости и мерой ползучести соответственно. Выделение в некоторых работах части мгновенной деформации, отвечающей эволюции модуля упругости, влечет такое представление уравнения состояния, которое позволяет ошибочные выводы при его некорректной интерпретации. Данная работа касается и этого вопроса.

Теории ползучести строительных материалов посвящено большое количество работ, значимые из которых принадлежат, например, Г.Н. Маслову, Н.Х. Арутюняну, С.В. Александровскому, А.А. Гвоздеву, В.М. Бондаренко, П.И. Васильеву, В.Г. Назаренко, Ю.Н. Работнову, А.Р. Ржаницыну, Р.С. Санжаровскому [2–11].

В неравновесном процессе силового деформирования ползучесть играет существенную роль. Напомним, что ползучесть – это явление прироста при $\tau > t_0$ начальной деформации, порожденной нагружением в момент $\tau = t_0$.

Принципиально важным является применение принципа наложения частичных деформаций ползучести при выводе реологического уравнения механического состояния материала. В линейной постановке эти частичные деформации взаимонезависимы, и их сумма представляет полное приращение деформации ползучести. В этом состоит известный в линейной теории ползучести принцип суперпозиции Л. Больцмана. В работах [9–11] в отличие от традиционного подхода применяется концепция прочностной структуры строительных материалов. Статистическое распределение прочностей образующих материалов звеньев порождает перераспределение нагружения на способные к силовому сопротивлению звенья, и взаимонезависимость частичных приращений деформации ползучести имеет место лишь относительно приращений напряжения на целых звеньях. Это допускает модификацию принципа суперпозиции Л. Больцмана и тем самым применение принципа наложения частичных деформаций ползучести и при нелинейной зависимости деформаций от напряжений.

Часть мгновенной деформации, отвечающей эволюции модуля упругости, в некоторых работах добавляется к деформации ползучести, а потому корректная запись уравнения состояния получается лишь при вычитании из мгновенной деформации отмеченной выше ее части. При этом к мере ползучести, естественно, добавляется мера эволюции модуля упругости, и потому интерпретация такого уравнения состояния без указанной добавки не является корректной. Соотнесение части мгновенной деформации с деформациями ползучести не является целесообразным, так как добавление этой части с вычитанием ее из мгновенной деформации приводит к равносильному уравнению механического состояния. Кроме того, эта операция из-за опечаток в обозначениях в некоторых работах влечет некорректные интерпретации. В [2; 3] мгновенные деформации представлены с учетом эволюции модуля упругости, что исключает добавление к мере ползучести меры этой эволюции, а в формулах (2.90) и (2.93) из [2] величины $C^*(t,\tau)$ и $C(t,\tau)$ перепутаны местами.

1. Уравнения состояния в линейной постановке

Реологическое уравнение механического состояния выводится при одноосном нагружении конструктивного элемента (балка, колонна). Постоянное на промежутке времени $t_0 \le \tau \le t$ напряжение $\sigma(\tau)$ порождает относительную деформацию

$$\varepsilon(t,t_0) = \frac{\sigma(t)}{\mathrm{E}(t)} + C_0(t,t_0)\sigma(t), \tag{1}$$

где Е(t) – модуль упругости; $C_0(t,t_0)$ – мера ползучести материала в момент $\tau = t$ при нагружении в момент $\tau = t_0$

Величины

$$\varepsilon_{\mathrm{M}}(t) = \frac{\sigma(t)}{\mathrm{E}(t)} \text{ и } \varepsilon_{\Pi}(t) = C_0(t,t_0)\sigma(t) \tag{2}$$

представляют мгновенную деформацию и деформацию ползучести соответственно.

Деформация ползучести $\Delta\varepsilon(t,t_0)$, отвечающая ступенчатому приросту

$$\Delta\sigma = \sum_{i=1}^{n} \Delta\sigma(\tau_i) \quad (3)$$

напряжения $\sigma(\tau)$, определяется на основе принципа суперпозиции Л. Больцмана [1] наложением в момент $\tau = t$ взаимонезависимых частичных приращений ползучести

$$\Delta\varepsilon_{\Pi}(t,\tau_i) = C_0(t,\tau_i)\Delta\sigma(t_i). \quad (4)$$

Согласно Л. Больцману, частичное приращение $\Delta\varepsilon_{\Pi}(t,\tau_i)$ определяется лишь величиной $\Delta\sigma(\tau_i)$ и его продолжительностью $(t-\tau_i)$ и не зависит от остальных приращений $\Delta\sigma(\tau_j)$, $j \neq i$. Это обстоятельство позволяет нахождение $\Delta\varepsilon_{\Pi}(t,t_0)$ наложением по τ деформаций $\Delta\varepsilon_{\Pi}(t, \tau_i)$ и тем самым

$$\Delta\varepsilon_{\Pi}(t,t_0) = \sum_{i=1}^{n} C_0(t,\tau_i)\Delta\sigma(\tau_i). \quad (5)$$

В общем случае напряжение $\sigma(\tau)$ является кусочно-непрерывной функцией, а (5) представляет интегральную сумму для функции $C_0(t,\tau)$. Переходя в (5) к пределу при $\max\Delta\sigma(\tau_i) \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$, получим

$$\Delta\varepsilon_{\Pi}(t,t_0) = \int_{t_0}^{t} C_0(t,\tau)\,d\sigma(\tau). \quad (6)$$

Интегрируя (6) по частям, имеем

$$\Delta\varepsilon_{\Pi}(t,t_0) = \left[C_0(t,t) - C_0(t,t_0)\right]\sigma(t_0) - \\ -\int_{t_0}^{t} \sigma(\tau)\frac{\partial C_0^*(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau. \quad (7)$$

Здесь $C_0(t,t)$ так называемая кратковременная ползучесть. Величина $C_0(t,t)$ экспериментально неопределима и как в большинстве работ по теории ползучести положим $C_0(t,t) = 0$.

С учетом порожденной напряжением $\sigma(t_0)$ ползучести получим

$$\varepsilon_{\Pi}(t) = -\int_{t_0}^{t} \sigma(\tau)\frac{\partial C_0(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau. \quad (8)$$

Добавляя к $\varepsilon_{\Pi}(t)$ мгновенную деформацию, выводим реологическое уравнение механического состояния материала при одноосном нагружении:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{\mathrm{E}(t)} - \int_{t_0}^{t} \sigma(\tau)\frac{\partial C_0(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau. \quad (9)$$

Мера ползучести $C_0(t,\tau)$ принимается в виде

$$C_0(t,\tau) = C_0(\infty,t^*)\cdot\Omega(\tau)\,f(t-\tau), \quad (10)$$

где $\Omega(\tau)$ – функция старения; $f(t-\tau)$ – функция наследственности; $\tau = t^*$ – момент готовности строительного материала (для бетона $t^* = 28$ суток); $C_0(\infty,t^*) = \lim\limits_{t\to\infty} C_0(t,t^*)$.

Согласно равенству $\varepsilon(t,\tau) = \dfrac{\sigma(t)}{\mathrm{E}(t)} + \sigma(t)C_0(t,\tau)$ при заданном напряжении $\sigma(\tau)$ мгновенная деформация $\varepsilon_{\mathrm{M}}(t,\tau)$ и деформация ползучести $\varepsilon_{\Pi}(t,\tau)$ определяются соответственно параметрами $\mathrm{E}(\tau)$ и $C_0(t,\tau)$.

Влияние эволюции модуля упругости $\mathrm{E}(\tau)$ на деформацию $\varepsilon_{\mathrm{M}}(t,\tau)$ задается величиной $C_{\mathrm{E}}(t,\tau) = \dfrac{1}{\mathrm{E}(t)} - \dfrac{1}{\mathrm{E}(\tau)}$, и приращению $\Delta\sigma(\tau_i)$ напряжения $\sigma(\tau)$ сопоставим деформацию

$$\tilde{\Delta}\varepsilon_{\mathrm{E}}(t,\tau_i) = \left[\frac{1}{\mathrm{E}(t)} - \frac{1}{\mathrm{E}(\tau_i)}\right]\Delta\sigma(\tau_i). \quad (11)$$

Напряжению $\Delta\sigma(t,t_0) = \sum\limits_{i=1}^{n}\Delta\sigma(\tau_i)$ соответствует деформация

$$\tilde{\Delta}\varepsilon_{\mathrm{E}}(t,t_0) = \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{\mathrm{E}(t)} - \frac{1}{\mathrm{E}(\tau_i)}\right]\Delta\sigma(\tau_i). \quad (12)$$

Переходя в (12) к пределу, получим равенство

$$\Delta\varepsilon_{\mathrm{E}}(t,t_0) = \int_{t_0}^{t}\left[\frac{1}{\mathrm{E}(t)} - \frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}\right]d\sigma(\tau), \quad (13)$$

а после его интегрирования по частям

$$\Delta\varepsilon_{\mathrm{E}}(t,t_0) = \int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}\right]d(\tau) - \\ -\left[\frac{1}{\mathrm{E}(t)} - \frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}\right]\sigma(t_0). \quad (14)$$

С учетом деформации, отвечающей изменению $\mathrm{E}(\tau)$ на промежутке $[t_0, t]$ при $\sigma(\tau)=\sigma(t_0)$, имеем, что часть мгновенной деформации $\varepsilon_{\mathrm{M}}(t)$, соответствующая эволюции $\mathrm{E}(\tau)$, выражается величиной

$$\varepsilon_{\mathrm{E}}(t)=\int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}\right]d(\tau). \quad (15)$$

Равенство (15) можно вывести и следующим образом. За время $\Delta\tau_i=\tau_{i+1}-\tau_i$ напряжение $\sigma(\tau_i)$ порождает деформацию

$$\Delta\varepsilon_{\mathrm{E}}(\tau,\tau_i)=\left[\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}-\frac{1}{\mathrm{E}(\tau_i)}\right]\sigma(\tau_i)=$$

$$=\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}\right]_{\tau=\zeta}\times\Delta\tau_i\cdot\sigma(\tau_i), \quad (15.1)$$

где $\tau_i<\zeta<\tau$.

Согласно (15.1), имеем

$$d\varepsilon_{\mathrm{E}}(\tau)=\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}\right]d\tau$$

и снова получим (15).

В силу (15) величина

$$\varepsilon_{\mathrm{M}}(t)-\varepsilon_{\mathrm{E}}(t)=\frac{\sigma(t)}{\mathrm{E}(t)}-\int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}\right]d(\tau) \quad (16)$$

есть часть мгновенной деформации без учета эволюции модуля упругости $\mathrm{E}(\tau)$. Представим с учетом $\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{\mathrm{E}(t)}\right]=0$ уравнение (9) в виде

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma(t)}{\mathrm{E}(t)}-\int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}\right]d\tau-$$

$$-\int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{\mathrm{E}(t)}-\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}+C_0(t,\tau)\right]d\tau \quad (17)$$

Величина

$$C(t,\tau)=\frac{1}{\mathrm{E}(t)}-\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}+C_0(t,\tau)=C_0(t,\tau)+C_{\mathrm{E}}(t,\tau)$$

является суммой меры ползучести $C_0(t,\tau)$ и меры $C_{\mathrm{E}}(t,\tau)$ влияния эволюции $\mathrm{E}(\tau)$.

Добавление к $C_0(t,\tau)$ слагаемого $C_{\mathrm{E}}(t,\tau)$ отражает влияние твердения материала на упругое деформирование [2]. Заметим, что в [2; 3] $C_0(t,\tau)$ и $C(t,\tau)$ обозначены соответственно $C(t,\tau)$ и $C^*(t,\tau)$, причем

$$C^*(t,\tau)=\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}-\frac{1}{\mathrm{E}(t)}+C(t,\tau). \quad (18)$$

При $\tilde{C}_{\mathrm{E}}(t,\tau)=\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}-\frac{1}{\mathrm{E}(t)}$ получим $\tilde{\varepsilon}_{\mathrm{E}}(t)=$ $=-\int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}\right]d\tau,$ и уравнение (9) представляется в виде

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma(t)}{\mathrm{E}(t)}+\int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}\right]d\tau-.$$

$$-\int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}+C_0(t,\tau)\right]d\tau \quad (19)$$

Равносильные уравнения (9), (17) и (19) означают, что добавление части $\varepsilon_{\mathrm{E}}(t)$ деформации $\varepsilon_{\mathrm{M}}(t)$ к деформации $\varepsilon_{\Pi}(t)$ возможно лишь при вычитании этой части из $\varepsilon_{\mathrm{M}}(t)=\frac{\sigma(t)}{\mathrm{E}(t)}$.

В силу (19) равенства

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma(t)}{\mathrm{E}(t)}-\int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}+C_0(t,\tau)\right]d\tau, \quad (20)$$

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma(t)}{\mathrm{E}(t)}-\int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}\right)d\tau-$$

$$-\int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial C_0(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau \quad (21)$$

не имеют места. Действительно, согласно (21), вычитание из деформации $\varepsilon_{\mathrm{M}}(t)$ величины $\varepsilon_{\mathrm{E}}(t)$ без ее добавления к $\varepsilon_{\Pi}(t)$ сохраняет равенство $\varepsilon(t)=\varepsilon_{\mathrm{M}}(t)+\varepsilon_{\Pi}(t)$, что невозможно.

Замечание 1. Утверждение в [4], [17] об ошибочности уравнения (17) в силу вида $C(t,\tau)=$ $=\frac{1}{\mathrm{E}(t)}-\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}+C_0(t,\tau)$ не является корректным. Это утверждение справедливо лишь в отношении уравнения (21). Уравнение ползучести бетона в работе [16] представлено в виде

$$\varepsilon(t)=\sigma(t_0)J(t,t_0)+\int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial J(t,t_0)}{\partial\tau}d\tau; \quad (22)$$

$$J(t,\tau)=\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}+C(t,\tau),$$

равносильном уравнению (9) при $C(t,\tau)=\frac{1}{\mathrm{E}(t)}-$ $-\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}+C_0(t,\tau)$, и только в этом случае применяется принцип наложения и получается корректное уравнение.

Согласно (20), имеем уравнение

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma(t)}{\mathrm{E}(t)}-\int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}+C(t,\tau)\right]d\tau, \quad (23)$$

которое при $C(t,\tau)=\frac{1}{\mathrm{E}(t)}-\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}+C_0(t,\tau)$ равносильно уравнению (9), а при $C(t,\tau)=C_0(t,\tau)$ неверному равенству (21).

В работе [11] в нелинейной постановке с учетом эволюции $\mathrm{E}(\tau)$ получено уравнение

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma_c(t)}{\mathrm{E}(t)}-\int_{t_0}^{t}\left[\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}+C(t,\tau)\right]d\sigma_c(\tau), \quad (24)$$

приводящееся аналогично уравнению (23) при гипотезе $C(t,t)=0$ к виду

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma_c(t)}{\mathrm{E}(t)}-\int_{t_0}^{t}\sigma_c(\tau)\frac{\partial C_0(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau. \quad (25)$$

Здесь $\sigma_c(t)$ так называемое структурное напряжение.

Замечание 2. В работе [17], неверно полагая (как и в случае линейной постановки) отсутствие в функции $C(t,\tau)=C_0(t,\tau)+C_{\mathrm{E}}(t,\tau)$ слагаемого $C_{\mathrm{E}}(t,\tau)$, утверждается ошибочность уравнения (24). Согласно соотношению $\varepsilon(t)=\frac{\sigma(t)}{\mathrm{E}(t)}+$ $+C(t,\tau)\sigma(t)$, эволюция $\mathrm{E}(\tau)$ порождает часть $\varepsilon_{\mathrm{E}}(t)$ именно мгновенной деформации, в арифметическом прибавлении которой к деформации ползучести $\varepsilon_{\Pi}(t)$ нет необходимости. Представление

$$\varepsilon(t)=\left[\varepsilon_{\mathrm{M}}(t)-\varepsilon_{\Pi}(t)\right]+\left[\varepsilon_{\Pi}(t)+\varepsilon_{\mathrm{E}}(t)\right], \quad (26)$$

сопутствующее общей мере $C(t,\tau)=C_0(t,\tau)+$ $+C_{\mathrm{E}}(t,\tau)$ этих деформаций, приводит лишь к путанице в обозначениях и не является целесообразным.

Следует подчеркнуть, что мера $C(t,\tau)$ есть сумма различных по своей физической природе мер $C_0(t,\tau)$ и $C_{\mathrm{E}}(t,\tau)$ и не может являться мерой ползучести. Гипотеза, что $C(t,\tau)$ – это мера ползучести, приводит к некорректному уравнению (21), содержащему (согласно классификации в [17]) три вида ошибок:

1) неверное определение значения $\varepsilon_{\mathrm{M}}(t)$;

2) неправильное нахождение выражения ядра ползучести;

3) ошибочное причисление к деформациям ползучести мгновенных упругих деформаций.

В [17] полагают, что источником перечисленных ошибок является не указанная выше интерпретация $C(t,\tau)$, а принцип наложения деформаций ползучести.

Замечание 3. Принцип наложения взаимонезависимых частичных деформаций ползучести (известный в линейной постановке как принцип суперпозиции Больцмана) применяется для определения деформаций ползучести при переменном напряжении $\sigma(\tau)$ и не имеет отношения к ошибочной операции $\left[\varepsilon_{\Pi}(t)+\varepsilon_{\mathrm{E}}(t)\right]$ прибавления деформации $\varepsilon_{\mathrm{E}}(t)$ к деформации $\varepsilon_{\Pi}(t)$ без ее вычитания из мгновенной деформации $\varepsilon_{\mathrm{M}}(t)$.

Замечание 4. В работе [4] полагают, что второе слагаемое в (17) лишнее, появившееся из-за пренебрежения эволюцией $\mathrm{E}(\tau)$ в мгновенной деформации $\varepsilon_{\mathrm{M}}(t)$. На самом деле как раз учет эволюции упругой податливости $\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}$ порождает часть $\varepsilon_{\mathrm{M}}(t)$, и, согласно соотношению $d\varepsilon(\tau)=$ $=\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{\sigma(\tau)}{\mathrm{E}(\tau)}\right)d\tau$, имеем

$$\varepsilon_{\mathrm{M}}(t)=\varepsilon_{\mathrm{M}}(t_0)+\int_{t_0}^{t}\frac{d\sigma(\tau)}{\mathrm{E}(\tau)}+\int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}\right)d\tau.$$

Последнее слагаемое этого равенства является упругопластической деформацией $\varepsilon_{\text{E}}(t)$. Эта часть мгновенной деформации добавлена к деформации ползучести. Поскольку $\varepsilon_{\text{M}}(t_0)+\int_{t_0}^{t}\frac{d\sigma(\tau)}{\text{E}(\tau)}=\varepsilon_{\text{M}}(t)-$ $-\int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{1}{\text{E}(\tau)}\right)d\tau$ и $\varepsilon(t)=\varepsilon_{\text{M}}(t)+\varepsilon_{\Pi}(t)$ первые два слагаемых представляют мгновенную деформацию без учета эволюции $\text{E}(\tau)$.

Существенным поводом для критических замечаний в [17] послужило представление уравнения

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma(t)}{\text{E}(t)}-\int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial C(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau \qquad (27)$$

в виде

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma(t)}{\text{E}(t)}-\int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{1}{\text{E}(\tau)}\right)d\tau-$$
$$-\int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial C(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau, \qquad (28)$$

допускающем при отсутствии пояснения структуры его слагаемых интерпретацию, приводящую к противоречию.

Источником представления (28) является предложенное в [3] добавление к мере простой ползучести $C(t,\tau)$ слагаемых для учета эволюции модуля упругости $\text{E}(\tau)$ мгновенной деформации $\varepsilon_{\text{M}}(t)$. По-видимому, определенное обоснование этого предложения состоит в проявляемом в процессе разгружения возникновении пластической части $\varepsilon_{\text{M}\Pi}(t)$ деформации $\varepsilon_{\text{M}}(t)$. Поскольку накопление $\varepsilon_{\text{M}\Pi}(t)$ происходит (как и деформация ползучести $\varepsilon_{\Pi}(t)$) в течение промежутка $[t_0,t]$, то деформация $\varepsilon_{\text{M}\Pi}(t)$ условно полагается запаздывающей и рассматривается вместе с $\varepsilon_{\Pi}(t)$. Формальность этого подхода отмечена в [2] замечанием, что первые два слагаемых равенства

$$C^*(t,\tau)=\frac{1}{\text{E}_{\text{M}}(t_0)}-\frac{1}{\text{E}_{\text{M}}(t)}+C(t,t_0) \qquad (29)$$

необходимы лишь для отражения влияния твердения бетона на упругое деформирование. В монографии [2] при выводе уравнения (2.87) механического состояния бетона соотношением

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\frac{1}{\text{E}_M(t)}=0 \qquad (30)$$

констатируется, что мгновенная деформация $\varepsilon_{\text{M}}(t)$ определяется (наряду с силовым нагружением при $t=\tau$) величиной модуля $\text{E}(t)$ при любой эволюции $\text{E}(\tau)$ в промежутке $[t_0,t]$.

В частности, при $\text{E}(\tau)=\text{E}(t)$ приращение $\Delta\varepsilon_{\text{M}}(t,t_0)$, порожденной любым режимом приращения нагружения $\Delta\sigma(t)=\int_{t_0}^{t}d\sigma(\tau)$ в линейной постановке, определяется равенством $\Delta\varepsilon_{\text{M}}(t,t_0)=\int_{t_0}^{t}\frac{\sigma(\tau)}{\text{E}(t)}$, а в нелинейной [2] $\Delta\varepsilon_{\text{M}}(t,t_0)=\int_{t_0}^{t}\frac{S_{\text{M}}(\tau)}{\text{E}(t)}$, где $S_{\text{M}}(\tau)$ – функция напряжений мгновенных деформаций.

Поскольку

$$\int_{t_0}^{t}\frac{S_{\text{M}}(\tau)}{\text{E}_{\text{M}}(\tau)}=\left.\frac{S_{\text{M}}(\tau)}{\text{E}_{\text{M}}(\tau)}\right|_{t_0}^{t}-\int_{t_0}^{t}S_{\text{M}}(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{\text{E}(\tau)}\right]d\tau, \qquad (31)$$

то приведенные в [2] равенства (2.86) и

$$\int_{t_0}^{t}\frac{S_{\text{M}}}{\text{E}_{\text{M}}(\tau)}=\frac{1}{\text{E}_{\text{M}}(t)}\int_{t_0}^{t}dS_{\text{M}}=\frac{1}{\text{E}_{\text{M}}(t)}S_{\text{M}}\left.\left[\frac{\sigma(\tau)}{R(\tau)}\right]\right|_{t_0}^{t} \qquad (32)$$

означают учет влияния твердения бетона в деформации $\varepsilon_{\text{M}}(t)$ и исключают это влияние на меру $C(t,\tau)$, выражаемую добавлением слагаемых $\frac{1}{\text{E}(\tau)}$ и $\frac{1}{\text{E}(t)}$. Отметим, что в [2] в равенствах (2.86) и (2.87) вместо $C(t,\tau)$ по техническим причинам напечатано $C^*(t,\tau)$, что не соответствует примененной в [2] логике вывода этих равенств.

Согласно [2], величина $C^*(t,\tau)$ представляет сумму меры ползучести $C(t,\tau)$ и меры $C_{\text{E}}(t,\tau)$ влияния твердения на деформацию $\varepsilon_{\text{M}}(t)$.

2. Уравнения состояния в нелинейной постановке

Эксперименты показывают, что зависимость деформаций $\varepsilon(\tau)$ от напряжений $\sigma(\tau)$ является нелинейной. Согласно А.А. Гвоздеву [5], нелинейность возникает вследствие более интенсивного развития деформаций ползучести при сохранении линейной зависимости упругих деформаций и тем самым

$$\varepsilon(\tau)=\frac{\sigma(t)}{\mathrm{E}(t)}-\int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial\tilde{C}(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau. \qquad (33)$$

Мера ползучести $\tilde{C}(t,\tau)$ подбирается согласованием с экспериментальными данными. Крутой подъем экспериментальных кривых ползучести, согласно А.А. Гвоздеву [5], означает быстрое натекание $\varepsilon_{\Pi}(t,\tau)$ при малых значениях $t-\tau$. В работе [6] в согласии с нелинейными диаграммами $\varepsilon-\sigma$ Еврокодов приводится интегральное уравнение, имеющее при $\mathrm{E}(\tau)$=Е и $R(\tau)=R$ ($R(\tau)$ – прочность) вид

$$\varepsilon(t)=f_2\left[\sigma(t)\right]-\int_{t_0}^{t}f_1\left[\varepsilon_{\mathrm{M}}(\tau)\right]\frac{\partial C(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau. \qquad (34)$$

Здесь $f_2\left[\sigma(t)\right]=\varepsilon_{\mathrm{M}}(t)$, а $f_1\left[\varepsilon_{\mathrm{M}}(\tau)\right]=\sigma(\tau)$ и (34) – нелинейное уравнение с линейной ползучестью. Таким образом, в уравнении (33) игнорируется нелинейность упругих, а в уравнении (34) запаздывающих деформаций ползучести. Далее покажем, что силовое нагружение порождает нелинейность по $\sigma(\tau)$ обоих видов деформаций.

В работе [7] для нелинейной теории ползучести предлагается уравнение

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma(t)}{\mathrm{E}(t)}-\int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{\mathrm{E}(\tau)}\right]d\tau-$$

$$-\int_{t_0}^{t}f\left[\sigma(\tau)\right]\frac{\partial C(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau. \qquad (35)$$

Замечание 5. В (33) и (34) интегральное слагаемое выводится в рамках линейной теории ползучести, а в (35) неявно предполагается (без обоснования) применимость принципа линейной суперпозиции деформаций ползучести.

В.М. Бондаренко нелинейную зависимость упругих и запаздывающих деформаций от $\sigma(\tau)$ представляет с помощью нелинейных функций. В монографии [2] выводится уравнение

$$\varepsilon(t)=\frac{S_{\mathrm{M}}\left[\sigma(t)/R(t)\right]}{\mathrm{E}(t)}-$$

$$-\int_{t_0}^{t}S_{\Pi}\left[\sigma(\tau)/R(\tau)\right]\frac{\partial C(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau. \qquad (36)$$

При этом существенна ссылка на работу [8], где высказана применимость принципа суперпозиции Л. Больцмана и для нелинейных деформаций ползучести при условии признания взаимонезависимости ее частичных приращений. Тем самым, как и в работе [4], заранее предполагается взаимонезависимость частичных деформаций ползучести относительно частичных приращений функции напряжений $S_{\Pi}\left[\sigma(\tau)/R(\tau)\right]$.

Возникшая в теории бетона необходимость обоснования нелинейных реологических уравнений механического состояния сопряжена с принципом наложения нелинейных частичных деформаций ползучести – ключевым моментом вывода этих уравнений.

В работах [9–11] приведена модификация принципа суперпозиции Л. Больцмана при нелинейной зависимости деформаций $\varepsilon(\tau)$ от напряжений $\sigma(\tau)$.

Основой вывода принципа наложения в нелинейной постановке является концепция статистического распределения прочности $R_i(\tau)$ звеньев (слоев, волокон), составляющих материал конструктивного элемента.

Замечание 6. В отличие от принятой нами концепции, восходящей к [12], в предыдущих работах конструктивный материал предполагался изотропным по прочности составляющих его звеньев. Силовое деформирование разрушало часть звеньев и напряжения с них перераспределялись на целые звенья. Например, одноосное усилие $N(\tau)$ разрушает часть звеньев и тем самым оно воспринимается лишь работоспособной площадью $A(\tau)$ сечения, порождая нормальное напряжение

$$\sigma_c(\tau)=\frac{N(\tau)}{A(\tau)}. \qquad (37)$$

Напряжение $\sigma_c(\tau)$, возникающее вследствие структурных повреждений, называется структурным и связано с расчетным напряжением

$$\sigma(\tau)=\frac{N(\tau)}{A} \qquad (38)$$

соотношением

$$\sigma_c(\tau)=\frac{A}{A(\tau)}\sigma(\tau), \qquad (39)$$

где A – площадь нормального сечения элемента.

Структурные повреждения, описываемые функцией $S^0(\tau)=\dfrac{A}{A(\tau)}$, порождают нелинейную зависимость деформаций от линейных напряжений $\sigma(\tau)$. Функция $S^0(\tau)$ нелинейности напряжений определяется их уровнем $\eta(\tau)=\dfrac{\sigma(\tau)}{R(\tau)}$, где $R(\tau)$ – текущая прочность материала. В приложениях используются функции [3]

$$S^0(\tau)=1+V\left[\frac{\sigma(\tau)}{R(\tau)}\right]^m, \tag{40}$$

$$S^0(\tau)=a\sigma(\tau)^b/\sigma(\tau), \tag{41}$$

где V, m, a и b – эмпирические параметры.

Физико-химические процессы в материале влекут изменения параметров $R_i(\tau)$ и функции $S^0(\tau)$. В частности, деградация $R_i(\tau)$ наряду с $S^0(\tau)$ увеличивает $\sigma_c(\tau)=S^0(\tau)\sigma(\tau)$ и при $\sigma(\tau)=\mathrm{const}$, а тем самым порожденную постоянным напряжением $\sigma(\tau)=\sigma(t_0)$ начальную деформацию. Это явление последующего увеличения начальной деформации при $\sigma(\tau)=\mathrm{const}$ называют ползучестью.

Деформация работоспособной части элемента связана с порождающим ее структурным (истинным) напряжением законом Гука

$$\sigma_c(\tau)=\mathrm{E}(\tau,t_0)\varepsilon(\tau,t_0), \tag{42}$$

где упруго-пластический модуль $\mathrm{E}(\tau,t_0)$ определяется равенством

$$\mathrm{E}(\tau,t_0)=\frac{\mathrm{E}(\tau)}{1+\mathrm{E}(\tau)C(\tau,t_0)}. \tag{43}$$

В (43) – модуль упругих деформаций; $C(\tau,t_0)$ – мера ползучести в момент τ при нагружении в момент t_0.

Соотношения (42) и (43) вытекают из представления деформации $\varepsilon(\tau,t_0)$ суммой мгновенной упругой деформации

$$\varepsilon_{\mathrm{M}}(\tau,t_0)=\frac{\sigma_c(\tau)}{\mathrm{E}(\tau)}. \tag{44}$$

и деформации ползучести [9]

$$\varepsilon_{\Pi}(\tau,t_0)=C(\tau,t_0)\sigma_c(\tau). \tag{45}$$

Согласно (39) и (42),

$$\varepsilon(\tau,t_0)=\frac{S^0(\tau)\sigma(\tau)}{\mathrm{E}(\tau,t_0)}. \tag{46}$$

Равенства (44) – (46) означают, что деформации $\varepsilon(\tau,t_0)$, $\varepsilon_{\mathrm{M}}(\tau,t_0)$ и $\varepsilon_{\Pi}(\tau,t_0)$ являются нелинейными функциями расчетного напряжения $\sigma(\tau)$.

Предполагая отсутствие структурных повреждений, получим $S^0(\tau)=1$ и

$$\varepsilon(\tau,t_0)=\frac{\sigma(\tau)}{\mathrm{E}(\tau,t_0)}. \tag{47}$$

Для вывода нелинейного уравнения ползучести необходимо найти приращение $\Delta\varepsilon_{\Pi}(t,t_0)$ деформации ползучести при переменном на отрезке $[t_0\le\tau\le t]$ времени структурном напряжении.

При силовом деформировании конструктивного элемента статистическое распределение прочности $R_i(\tau)$ его звеньев (например, по нормальному закону) влечет непрерывное перераспределение по сечению напряжений $\sigma(\tau)$ на целые звенья. Ступенчатому приросту $\Delta\sigma=\sum_{i=1}^{n}\Delta\sigma(\tau_i)$ уже не отвечают взаимонезависимые, как в линейном случае, частные приращения деформаций ползучести. В самом деле действие приложенного в момент времени τ_i приращения $\Delta\sigma(\tau_i)$ в момент $\tau_i\ (j>i)$ усиливается из-за действия приращения $\Delta\sigma(\tau_j)$, разрушающего часть целых до момента τ_j (звеньев) [9].

Пусть (V_τ) часть элемента (V), состоящая из целых в момент τ его звеньев. Под действием напряжения $\sigma_c(\tau)$ часть (V_τ) непрерывно уменьшается до (V_t), состоящей из совокупности целых в течение всего промежутка $[t_0,t]$ звеньев элемента.

Деформации частей (V_t) и (V_τ) под действием напряжения $\sigma_c(\tau)$ совпадают. Существенно, что ступенчатый прирост $\Delta\sigma_c=\sum_{i=1}^{n}\Delta\sigma_c(\tau_i)$ напряжения $\sigma(\tau)$ порождает взаимонезависимые в смысле Л. Больцмана частные приращения деформаций ползучести.

Приращения $\Delta\sigma_c(\tau_i)$ не разрушают звенья (V_t) и именно это влечет независимость величины

$$\Delta\varepsilon_{\Pi}(\tau_i)=C_0(t,\tau_i)\Delta\sigma_c(\tau_i) \tag{48}$$

от остальных приращений $\Delta\sigma_c(\tau_j)$, $(j\ne i)$, а потому

$$\Delta\varepsilon_{\Pi}\left(t,t_0\right)=\sum_{i=1}^{n}C_0\left(t,\tau_i\right)\Delta\sigma_c\left(\tau_i\right). \qquad (49)$$

С помощью приведенных выше для $\sigma(\tau)$ операций получим реологическое уравнение механического состояния в нелинейной постановке

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma_c(t)}{\mathrm{E}(t)}-\int_{t_0}^{t}\sigma_c(\tau)\frac{\partial C_0(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau. \qquad (50)$$

Соотношение (49) является аналогом принципа наложения Л. Больцмана.

Согласно (44), с учетом $\sigma_c(\tau)=S^0\left[\sigma(\tau)\right]\sigma(\tau)$ имеем

$$\varepsilon(t)=\frac{S^0\left[\sigma(t)\right]\sigma(t)}{\mathrm{E}(\tau)}-$$
$$-\int_{t_0}^{t}S^0\left[\sigma(\tau)\right]\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[C_0(t,\tau)\right]d\tau. \qquad (51)$$

Замечание 7. В уравнении (51) присутствует единая функция напряжений $S\left[\sigma(\tau)\right]$, а в уравнении (36) различные функции напряжений $S_{\mathrm{M}}\left[\sigma(\tau)/R(\tau)\right]$ и $S_{\Pi}\left[\sigma(\tau)/R(\tau)\right]$ для мгновенных и запаздывающих деформаций. Эти функции суть напряжения, порождающего соответствующие деформации. В физическом аспекте силовое напряжение порождает обе составляющие $\varepsilon_{\mathrm{M}}(t)$ и $\varepsilon_{\Pi}(t)$ деформации $\varepsilon(t)$, и поэтому $S_{\mathrm{M}}\left[\sigma(\tau)/R(\tau)\right]=$ $=S_{\Pi}\left[\sigma(\tau)/R(\tau)\right]$. Таким образом, представление деформации $\varepsilon(t)$ в виде $\varepsilon(t)=\varepsilon_{\mathrm{M}}(t)+\varepsilon_{\Pi}(t)$ не означает, что мгновенные и запаздывающие деформации порождены разными напряжениями.

Согласно диаграмме $\varepsilon-\sigma$, имеем нелинейную зависимость $\varepsilon_{\mathrm{M}}(t)=f\left[\sigma(t)\right]$, которую по аналогии с равенством $\varepsilon_{\mathrm{M}}(t)=\dfrac{\sigma(t)}{\mathrm{E}(t)}$ представим в виде $\varepsilon_{\mathrm{M}}(t)=\dfrac{S\left[\sigma(\tau)\right]}{\mathrm{E}(t)}$, где $S\left[\sigma(\tau)\right]=\mathrm{E}(t)\varepsilon_{\mathrm{M}}(t)$.

Функцию $S\left[\sigma(\tau)\right]$ назовем структурным напряжением (так как силовое нагружение влечет изменение структуры материала). Поскольку

$$dS\left[\sigma(\tau)\right]=d\left[\mathrm{E}(t)\varepsilon_{\mathrm{M}}(t)\right],$$

то $d\varepsilon_{\Pi}(t,\tau)=C(t,\tau)dS\left[\sigma(\tau)\right]$.

Из равенства $S\left[\sigma(\tau)\right]=S^0\cdot\sigma(\tau)$ находим функцию нелинейности напряжений S^0:

$$S^0=\frac{\varepsilon_{\mathrm{M}}(\tau)\mathrm{E}(\tau)}{\sigma(\tau)}, \qquad (52)$$

получаем соотношение

$$d\varepsilon_{\Pi}(t,\tau)=C(t,\tau)d\left[S^0\sigma(\tau)\right]. \qquad (53)$$

Согласно (39), функция S^0 определяется уровнем $\eta(\tau)=\sigma(\tau)/R(\tau)$ напряжений и, как показывают эксперименты, не зависит от возраста τ материала, а потому

$$\frac{\partial}{\partial\tau}S^0\left[\eta(\tau)\right]=0. \qquad (54)$$

Равенства (53) и (54) означают, что справедливо соотношение

$$d\varepsilon(t,\tau)=C_0(t,\tau)S^0\left[\eta(\tau)\right]d\sigma(\tau), \qquad (55)$$

позволяющее применение принципа наложения, тем самым

$$\Delta\varepsilon_{\Pi}(t,\tau)=\int_{t_0}^{t}C_0(t,\tau)S^0\left[\eta(\tau)\right]d\sigma(\tau). \qquad (56)$$

$$\Delta\varepsilon_{\Pi}(t,\tau)=C^*(t,t_0)S^0\left[\eta(t_0)\right]\sigma_0-$$
$$-\int_{t_0}^{t}S^0\left[\eta(\tau)\right]\sigma(\tau)\frac{\partial C^*(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau, \qquad (57)$$

а потому мы снова получим уравнение (51).

Замечание 8. Принципиальное для применимости принципа Больцмана равенство (54) является следствием статистического распределения прочностей звеньев. Функция $S^0(\tau)$ определяется отношением доли всех разрушенных звеньев к доле всех целых звеньев. В модели одноосного нагружения имеем

$$S^0(\tau)=\frac{A}{A(\tau)}=\frac{A(\tau)+A-A(\tau)}{A(\tau)}=1+\frac{A_d(\tau)}{A(\tau)}, \qquad (58)$$

где $A_d(\tau)$ – площадь поперечного сечения всех потерявших способность силового сопротивления звеньев.

На приведенном рисунке площадям $A_d(\tau)$ и $A(\tau)$ соответствуют площади $S_d(\sigma)$ и $S_p(\sigma)$, интегрально выражающие поврежденную и целые части нагруженного элемента.

Поскольку физико-химические процессы происходят одинаково во всех звеньях, то заданное отношение площадей $S_d(\sigma)/S_p(\sigma)$ не зависит от τ, что и влечет соотношение (54). В частности, заданный уровень $\eta(\tau)=\sigma(\tau)/R(\tau)$ не зависит от τ, что подтверждается экспериментами [18], согласно которым удельная по отношению к прочности $R(\tau)$ деформация не зависит от возраста бетона.

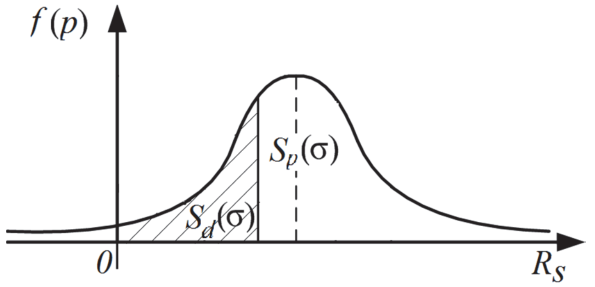

Рисунок. Плотность вероятности распределения прочностей звеньев: R_S – структурная прочность
[**Figure.** Probability density of the strength distribution of links: R_S – structural strength]

Итак, на основе статистического распределения прочностей мы привели еще одно обоснование принципа суперпозиции деформаций ползучести Больцмана в нелинейной постановке.

Замечание 9. В предположении $C(t,t)=0$, согласно (54), и $S^0(\tau)\sigma(\tau)=\varepsilon_{\text{М}}(\tau)\text{E}(\tau)$ имеем

$$\varepsilon_{\Pi}(t)=-\int_{t_0}^{t}\varepsilon_{\text{М}}(\tau)\text{E}(\tau)\frac{\partial C(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau, \tag{59}$$

а при $\text{E}(\tau)=\text{E}(t)$ (для зрелого и старого бетона):

$$\varepsilon_{\Pi}(t)=-\int_{t_0}^{t}\varepsilon_{\text{М}}(\tau)\frac{\partial\varphi(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau\,; \tag{60}$$

$$\varepsilon(t)=\varepsilon_{\text{М}}(t)-\int_{t_0}^{t}\varepsilon_{\text{М}}(\tau)\frac{\partial\varphi(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau\,. \tag{61}$$

Очевидно, что аналогом линейного относительно $\sigma_c(\tau)$ интегрального уравнения при условии $\text{E}(\tau)=\text{E}$ является линейное относительно упругой деформации уравнение (61).

Функция $\varphi(t,\tau)=\text{E}(t)C_0(t,\tau)$ называется характеристикой ползучести.

В работе [6] уравнение линейной ползучести

$$\varepsilon_{\Pi}(t)=-\int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial C(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau \tag{62}$$

выражается через $\varepsilon_{\text{М}}(\tau)$ с помощью функции $\varphi_{\text{Н}}(\tau)$, отвечающей нелинейной постановке.

При простом нагружении $\varphi(t,\tau)=\dfrac{\varepsilon_{\Pi}(t,\tau)}{\varepsilon_{\text{М}}(\tau)}$.

Поскольку в [6] предполагается, что ползучесть порождена напряжением $S(\tau)=\varepsilon_{\text{М}}(\tau)\text{E}(\tau)=$ $=S_0(\tau)\sigma(\tau)\text{E}(\tau)$, то

$$\varphi_{\text{Н}}(t,\tau)=\frac{\text{E}(\tau)C(t,\tau)}{S^0(\sigma)}. \tag{63}$$

Далее в [6]

$$\varepsilon_{\Pi}(t)=-\int_{t_0}^{t}\varepsilon_{\text{М}}(\tau)\frac{\partial\varphi(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau\,, \tag{64}$$

и, согласно (54),

$$\varepsilon_{\Pi}(t)=-\int_{t_0}^{t}\frac{\varepsilon_{\text{М}}(\tau)}{S^0(\sigma)}\frac{\partial\left[\text{E}(\tau)C(t,\tau)\right]}{\partial\tau}d\tau\,. \tag{65}$$

Очевидно, что лишь при $\text{E}(\tau)=\text{const}$ имеет место заранее предполагаемое в [6] соотношение

$$\varepsilon_{\Pi}(t)=-\int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial C(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau\,. \tag{66}$$

В работе [13] для развития структурно-энергетического подхода в теории железобетона введено понятие энергии целостности элемента $W(\tau)$ – максимальной энергии его сопротивления разрушению. Этот параметр равен работе разрушения элемента в момент τ и складывается из энергии целостности $W_i(\tau)$ и его звеньев.

Суммарная энергия потерявших способность к силовому сопротивлению звеньев образует рассеянную часть $W_d(\tau)$ энергии $W(\tau)$ и определяет необратимую часть $\varepsilon_{\text{Н}}(t)$ деформации $\varepsilon(t)$. Деформация $\varepsilon_{\text{Н}}(t)$ порождается напряжением $\sigma_d(\tau)$, полученным как добавка к напряжению $\sigma(\tau)$ в результате разрушения части звеньев. Величина $W_p(\tau)=W(\tau)-W_d(\tau)$ представляет энергетический запас целостности. Энергиям $W_d(\tau)$ и $W_p(\tau)$ отвечают на рисунке площади $S_d(\sigma)$ и $S_p(\sigma)$, и величина $\alpha(\sigma)=\dfrac{\sigma_d(\tau)}{\sigma(\tau)}$ не зависит от τ.

Сумма $\left[\sigma(\tau)+\sigma_d(\tau)\right]=\left[1+\alpha(\tau)\right]\sigma(\tau)$ является структурным напряжением, и, согласно равенству $S^0(\sigma)\sigma(\tau)=\left[1+\alpha(\tau)\right]\sigma(\tau)$, имеем

$S(\tau)=\left[1+\alpha(\tau)\right]\sigma(\tau)$. В частности, $\alpha(\tau)=V\cdot\left[\frac{\sigma(\tau)}{R(\tau)}\right]^m$, где V и m – эмпирические параметры.

В силу $\frac{\partial\alpha(\sigma)}{\partial\tau}=0$ необратимая часть $\varepsilon_{\text{ПН}}(t)$ деформации $\varepsilon_{\text{П}}(t)$ находит наложением и при $C(t,t)=0$:

$$\varepsilon_{\text{ПН}}(t)=-\int_{t_0}^{t}\alpha\left[\sigma(\tau)\right]\sigma(\tau)\frac{\partial C(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau. \quad (67)$$

В результате необратимые деформации силового происхождения

$$\varepsilon_{\text{Н}}(t)=\frac{\alpha\left[\sigma(\tau)\right]\sigma(\tau)}{\text{E}(t)}-$$
$$-\int_{t_0}^{t}\alpha\left[\sigma(\tau)\right]\sigma(\tau)\frac{\partial C(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau, \quad (68)$$

поэтому

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma(t)}{\text{E}(t)}-\int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{\text{E}(\tau)}+C(t,\tau)\right]d\tau+$$
$$+\frac{\alpha\left[\sigma(t)\right]\sigma(t)}{\text{E}(t)}-$$
$$-\int_{t_0}^{t}\alpha\left[\sigma(\tau)\right]\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{\text{E}(\tau)}+C(t,\tau)\right]d\tau. \quad (69)$$

В предложенной А.А. Гвоздевым двухкомпонентной нелинейной теории ползучести [5; 14] мгновенные деформации линейны по $\sigma(\tau)$, величина $\varepsilon_{\text{ПН}}(t)$ названа деформацией ползучести первого рода, а второе слагаемое в (68) – второго рода.

При этом

$$\varepsilon_{\text{ПН}}(t)=\int_{t_0}^{t}f\left[\sigma(\tau)\right]F_{\text{Н}}(t,\tau)d\tau, \quad (70)$$

где $f\left[\sigma(\tau)\right]$ – нелинейная функция напряжений, а функция $F_{\text{Н}}(t,\tau)$ строится на основе экспериментальных данных [14].

Величину $\varepsilon_{\text{ПН}}(t)$ невозможно определить наложением частичных деформаций ползучести, и в традиционном смысле она не деформация ползучести, каковой является ее часть $\varepsilon_{\text{ПН}}(t)$. Авторы в [4] полагают, что $\varepsilon_{\text{Н}}(t)$ представляет нелинейную (необратимую) часть $\varepsilon_{\text{МН}}(t)$ мгновенной деформации $\varepsilon_{\text{М}}(t)$, присовокупленную к линейной деформации ползучести, и тем самым [6] при $C(t,t)=0$ и $\text{E}(t)=\text{E}$

$$\varepsilon(t)=f_2\left[\sigma(t)\right]-\int_{t_0}^{t}\sigma(t)\frac{\partial C(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau. \quad (71)$$

Получается реологическое уравнение с линейной ползучестью.

Замечание 10. Пренебрежение в нелинейной постановке необратимой частью $\varepsilon_{\text{ПН}}(t)$ деформации ползучести приводит к ошибочному реологическому уравнению, что имеет место и в рекомендациях Еврокодов [6; 15].

Заключение

Обоснование нелинейных реологических уравнений механического состояния строительных материалов (в частности, бетона) не реализуемо без модификации принципа суперпозиции Л. Больцмана относительно соответствующего силового фактора – структурного напряжения.

Суть принципа Больцмана заключается во взаимонезависимости частичных деформаций ползучести, и именно на этой основе реализуется обоснованный подсчет деформаций ползучести. Существенно, что модификация принципа суперпозиции Больцмана применяется и при нелинейной зависимости деформаций от расчетных напряжений. Статистическое распределение прочностей фракций, составляющих бетонный элемент, влечет перераспределение напряжений и порождает структурное напряжение на его способных к силовому сопротивлению фракциях.

Структурное напряжение (функция напряжений) едино для мгновенных и длительных деформаций, порождая оба эти вида.

Функция напряжений, введенная в [2–7] является структурным напряжением, порождающим как мгновенную $\varepsilon_{\text{М}}(t)$, так и запаздывающую $\varepsilon_{\text{П}}(t)$ деформации.

В [6] нелинейное реологическое уравнение содержит нелинейно зависящую от расчетного напряжения мгновенную деформацию и линейную зависящую от этого напряжения деформацию ползучести. Это означает, что упомянутые деформации порождены различными напряжениями, что противоречит физической сущности явления.

Причина нелинейности функции $\varepsilon(\tau)=f\left[\sigma(t)\right]$ – перераспределение напряжений $\sigma(\tau)$, а не изменение характеристик $\mathrm{E}(\tau)$ и $C(t,\tau)$ материала, определяемых лишь физико-химическими в нем процессами.

В [17] принцип наложения представлен «как основополагающая ошибка теории ползучести». Следует подчеркнуть, что этот принцип как суммирование последовательным по времени наложением запаздывающих частичных деформаций ползучести является естественным и при их взаимонезависимости корректным. Таким образом, не принцип наложения (это лишь схема суммирования) является ошибкой, а его ошибочное применение как принципа суперпозиции Л. Больцмана для взаимозависимых частичных приращений ползучести. Принцип суперпозиции Л. Больцмана (как наложение лишь взаимонезависимых деформаций) представляет простой конструктивный способ определения запаздывающих деформаций и вывода реологических уравнений механического состояния. Более того, этот принцип к возникающим при некорректной интерпретации структуры и параметров уравнения механического состояния ошибкам не имеет отношения.

Приведенные в [17] утверждения, касающиеся ошибочности применения принципа наложения как обычного суммирования [16], справедливы и созвучны с отмеченным в данной работе необходимым условием линейной суперпозиции.

Корректные критические замечания, приведенные в [4; 17] и в данной работе, полезны и необходимы для дальнейшего развития теории бетона и железобетона. К отмеченным в [17] ошибкам принцип наложения не имеет отношения, так как их возможное наличие порождено не применением этого принципа.

Для дальнейшего совершенствования норм необходима добротная теория, безусловно, включающая значимые при расчете железобетонных конструкций результаты. Некоторые приложения теории ползучести в расчетах железобетонных сооружений на долгосрочную безопасность отражены в работах [19–27].

Список литературы

1. *Boltzmann L.E.* Zur Theorie der Elastischen Nachwirkung // Sitzungsberichte Kaiserliche Akademie Wissenhaft Wien Mathematische-Naturwissenhaft. 1874. 70. Pp. 275–306.

2. *Бондаренко В.М.* Инженерные методы нелинейной теории железобетона. М.: Стройиздат, 1982. 287 с.

3. *Александровский С.В., Васильев П.И.* Экспериментальные исследования ползучести бетона // Ползучесть и усадка бетона и железобетонных конструкций. М.: Стройиздат, 1976. С. 97–152.

4. *Санжаровский Р.С., Манченко М.М.* Ошибки в теории ползучести и современные нормы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2016. № 3. С. 25–32.

5. *Гвоздев А.А.* Замечание о нелинейной теории ползучести бетона при одноосном сжатии // Изв. АН СССР МТТ. 1972. № 5. С. 33.

6. *Санжаровский Р.С.* Нелинейная наследственная теория ползучести // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2014. № 1. С. 63–68. URL: http://journals.rudn.ru/structural-mechanics/article/view/11070

7. *Арутюнян Н.Х., Колмановский В.Б.* Теория ползучести неоднородных тел. М.: Наука, 1983. 336 с.

8. *Persoz B.* Le Principe de superposition de Bolzman // Cahier Groupe Franzitudeszhicl. 1957. 2. No. 1.

9. *Ларионов Е.А., Бондаренко В.М.* Принцип наложения деформаций при структурных повреждениях элементов конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2011. № 2. С. 16–22.

10. *Ларионов Е.А., Ларионов А.Е.* К теории нелинейной ползучести // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 2. С. 58–65.

11. *Ларионов Е.А., Ларионов А.Е.* К теории нелинейной ползучести // Строительная механика и расчет сооружений. 2017. № 4. С. 35–39.

12. *Wiebull W.* A statistical representation of fatigue failures in solids // Trans. Roy. Inst. Techn. 1949. No. 27. 51 p.

13. *Ларионов Е.А.* Длительное силовое сопротивление и безопасность сооружений: дис. ... д. т. н. М., 2005.

14. *Галустов К.З.* Нелинейная теория ползучести бетона и расчет железобетонных конструкций. М.: Физматлит, 2006. 248 с.

15. *Беглов А.Д., Санжаровский Р.С.* Евростандарты и нелинейная теория железобетона. СПбГАСУ, 2011. 309 с.

16. *Ciorino M.A.* Analysis of structural effects of time-dependent behavior of concrete an internationally harmonized format // PlenaryPapers of III All-Russian (International) Conference on Concrete and Reinforced Concrete. 2014. Vol. 7. Pp. 338–350.

17. *Санжаровский Р.С., Тер-Эммануильян Т.Н., Манченко М.М.* Принцип наложения как основополагающая ошибка теории ползучести и стандартов по железобетону // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 2. С. 92–103. http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-2-92-104.

18. *Александровский С.В., Соломонов В.В.* Зависимость деформаций ползучести бетона от начального уровня напряжений // Межотраслевые вопросы строительства. Отечественный опыт: реферативный сборник. 1972. Вып. 6.

19. *Krishan A.L., Narkevich M.Yu., Sagadatov A.I.* Experimental investigation of selection of warm mode for high-performance self-stressing self-compacting concrete // 7th International Symposium on Actual Problems of Computational Simulation in Civil Engineering (APCSCE), Novosibirsk, Russia, Jul. 1–8, 2018.

20. *Varlamov A.A., Rimshin V.I., Tverskoi S.Y.* Security and destruction of technical systems // 18th Internati-

onal Federation of Automatic Control (IFAC) Conference on Technology, Culture and International Stability (TECIS), Baku, Azerbaijan, Sep. 13–15, 2018. Vol. 51. No. 30. Pp. 808–811.

21. *Varlamov A.A., Rimshin V.I., Tverskoi S.Y.* Planning and management of urban environment using the models of degradation theory // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2018. Vol. 177. No. 1. Pp. 012040.

22. *Kuzina E., Cherkas A., Rimshin V.* Technical aspects of using composite materials for strengthening constructions // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. Vol. 365. Pp. 032053.

23. *Kuzina E., Rimshin V.* Deformation Monitoring of Road Transport Structures and Facilities Using Engineering and Geodetic Techniques // International Scientific Conference Energy Management of Municipal Transportation Facilities and Transport, EMMFT-2017, Advances in Intelligent Systems and Computing. 2018. Vol. 692. Pp. 410–416.

24. *Cherkas A., Rimshin V.* Application of composite reinforcement for modernization of buildings and structures // MATEC Web Conf. 2017. Vol. 117. 00027.

25. Erofeev V.T., Zavalishin E.V., Rimshin V.I. Frame Composites Based On Soluble Glass // Research journal of pharmaceutical biological and chemical sciences. 2016. Vol. 7. No. 3. Pp. 2506–2517.

26. Krishan A.L., Troshkina E.A., Rimshin V.I. Load-Bearing Capacity of Short Concrete-Filled Steel Tube Columns of Circular Cross Section // Research journal of pharmaceutical biological and chemical sciences. 2016. Vol. 7. No. 3. Pp. 2518–2529.

27. Krishan A., Rimshin V., Erofeev V. The Energy Integrity Resistance to the Destruction of the Long-Term Strength Concrete // Urban Civil Engineering and Municipal Facilities (SPbUCEMF): International Scientific Conference, Saint Petersburg, Russia, Mar. 18–20, 2015.

RESEARCH PAPER

Principle of the overlay deformations in the theory of creep

Evgeniy A. Larionov*, Vladimir I. Rimshin, Tatyana V. Zhdanova

Moscow State University of Civil Engineering, 26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation
*i.v.ivn@mail.ru

Article history:
Received: August 12, 2019
Revised: October 23, 2019
Accepted: December 09, 2019

For citation
Larionov E.A., Rimshin V.I., Zhdanova T.V. (2019). Principle of the overlay deformations in the theory of creep. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings, 15*(6), 483–496. http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-6-483-496. (In Russ.)

Abstract

The aim of the research is to justify in the non-linear statement the overlay principle of fraction creep deformation, known in the linear creep theory as Bolzmann's principle of superposition. ***Methods.*** In contrast to the traditional approach the material of constructive elements is considered as an union of its links with statistical disturbed strength. The model of structural strength allows the deduction of rheological equations. In loading process so called structural stresses of capable to resist links are considered. ***Results.*** The modification Bolzmann's principle of superposition for fraction creep deformations is proposed. This permits its applicability also under non-linearly dependence of deformations on stresses. In according to concept of the statistical distribution of the strengths of links and linear dependence of determinations on structural stresses the rheological of mechanical statement is reduced. This equation implies the suitable on relation problems the linear integral equation. The relation of structural strength of material with its energy of entirety and with the experimentally known independency of specific to strength deformation on age of concrete is showed. The correct interpretations of certain known mechanical state equations for concrete are represented.

Keywords: stress; deformation; creep measure; superposition principle; nonlinearity

References

1. Boltzmann L.E. (1874). Zur Theorie der Elastischen Nachwirkung. *Sitzungsberichte Kaiserliche Akademie Wissenhaft Wien Mathematische-Naturwissenhaft, 70*, 275–306.

2. Bondarenko V.M. (1982). *Injenernie metodi nelineinoi teorii jelezobetona* [*Engineering methods of nonlinear theory of reinforced concrete*]. Moscow, Stroiizdat Publ. (In Russ.)

3. Aleksandrovskii S.V., Vasilev P.I. (1976). Eksperimentalnie issledovaniya polzuchesti betona i jelezobetonnih konstrukcii [Experimental study of creep of concrete]. *Polzuchest' i usadka betona i zhelezobetonnykh konstruktsii* [*Creep and shrinkage of concrete and reinforced concrete structures*] (pp. 97–152). Moscow, Stroiizdat Publ. (In Russ.)

4. Sanjarovskii R.S., Manchenko M.M. (2016). Errors in the concrete theory and creepmodern regulations. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*,

Evgeniy A. Larionov, Doctor of Science (Technical), Professor of Department of Applied Mathematics; Author ID: 365207, Scopus ID: 57195228824.
Vladimir I. Rimshin, Doctor of Science (Technical), Professor of Department of Construction; Corresponding Member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences; Author ID: 0000-0002-9084-4105, WoS P-4928-2015, Scopus ID: 56258934600.
Tatyana V. Zhdanova, graduate student of Department of Applied Mathematics; eLIBRARY SPIN-code: 6911-8343.

(3), 25–32. http://journals.rudn.ru/structural-mechanics/article/view/11258. (In Russ.)

5. Gvozdev A.A. (1972). Zamechanie o nelineinoi teorii polzuchesti betona pri odnoosnom sjatii [Remark on the nonlinear theory of concrete creep under uniaxial compression]. *Izv. AN SSSR, MTT*, (5), 33. (In Russ.)

6. Sanjarovskii R.S. (2014). Non-linear hereditary creep theory. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (1), 63–68. http://journals.rudn.ru/structural-mechanics/article/view/11070. (In Russ.)

7. Arutyunyan N.H., Kolmanovskii V.B. (1983). *Teoriya polzuchesti neodnorodnih tel* [*Theory of creep of inhomogeneous bodies*]. Moscow, Nauka Publ. (In Russ.)

8. Persoz B. (1957). Le principe de superposition de Bolzman. *Cahier Groupe Franzitudeszhicl., 2*(1).

9. Larionov E.A., Bondarenko V.M. (2011). Strains superposition principle when construction elements have structural damages. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (2). 16–22. http://journals.rudn.ru/structural-mechanics/article/view/10938. (In Russ.)

10. Larionov E.A., Larionov A.E. (2015). Nonlinear creep theory. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions,* (2), 58–65. http://stroy-mex.narod.ru/index/2015_2/0-185. (In Russ.)

11. Larionov E.A., Larionov A.E. (2017). The theory of nonlinear creep of materials. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*, (4), 35–39. http://stroy-mex.narod.ru/index/2017_4/0-23435-39. (In Russ.)

12. Wiebull W. (1949). A statistical representation of fatigue failures in solids. *Trans. Roy. Inst. Techn*., (27).

13. Larionov E.A. (2005). *Dlitelnoe silovoe soprotivlenie i bezopasnost soorujenii* [*Long-term power resistance and safety of structures*]: dis. ... d-ra tehn. nauk. Moscow. (In Russ.)

14. Galustov K.Z. (2006). *Nelineinaya teoriya polzuchesti betona i raschet jelezobetonnih konstrukcii [Nonlinear theory of concrete creep and calculation of reinforced concrete structures].* Moscow, Fizmatlit Publ. (In Russ.)

15. Beglov A.D., Sanjarovskii R.S. (2011). *Evrostandarti i nelineinaya teoriya jelezobetona [European Standards and nonlinear theory of reinforced concrete].* SPbGASU Publ. (In Russ.)

16. Ciorino M.A. (2014). Analysis of structural effects of time-dependent behavior of concrete an internationally harmonized format. *Plenary Papers of III All-Russian (International) Conference on Concrete and Reinforced Concrete, 7*, 338–350.

17. Sanjarovskii R.S., Ter-Emmanuilyan T.N., Manchenko M.M. (2018). Superposition principle as the fundamental error of the creep theory and standards of the reinforced concrete. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings, 14*(2), 92–103. http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-2-92-104. (In Russ.)

18. Aleksandrovskii S.V., Solomonov V.V. (1972). Zavisimost deformacii polzuchesti betona ot nachalnogo urovnya napryajenii [Dependence of creep deformations of concrete on the initial level of stress]. *Mejotraslevie voprosi stroitelstva. Otechestvennii opit: Referativnii sbornik*, (6).

19. Krishan A.L., Narkevich M.Yu., Sagadatov A.I. (2018). Experimental investigation of selection of warm mode for high-performance self-stressing self-compacting concrete. *7th International Symposium on Actual Problems of Computational Simulation in Civil Engineering (APCSCE), Novosibirsk, Russia, Jul. 1–8, 2018.*

20. Varlamov A.A., Rimshin V.I., Tverskoi S.Y. (2018). Security and destruction of technical systems. *18th International Federation of Automatic Control (IFAC) Conference on Technology, Culture and International Stability (TECIS), Baku, Azerbaijan (Sep. 13–15, 2018), 51*(30), 808–811.

21. Varlamov A.A., Rimshin V.I., Tverskoi S.Y. (2018). Planning and management of urban environment using the models of degradation theory. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 177*(1), 012040.

22. Kuzina E., Cherkas A., Rimshin V. (2018). Technical aspects of using composite materials for strengthening constructions. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 365*, 032053.

23. Kuzina E., Rimshin V. (2018). Deformation Monitoring of Road Transport Structures and Facilities Using Engineering and Geodetic Techniques. *International Scientific Conference Energy Management of Municipal Transportation Facilities and Transport, EMMFT-2017, Advances in Intelligent Systems and Computing, 692*, 410–416.

24. Cherkas A., Rimshin V. (2017). Application of composite reinforcement for modernization of buildings and structures. *MATEC Web Conf., 117*, 00027.

25. Erofeev V.T., Zavalishin E.V., Rimshin V.I. (2016). Frame Composites Based On Soluble Glass. *Research journal of pharmaceutical biological and chemical sciences, 7*(3), 2506–2517.

26. Krishan A.L., Troshkina E.A., Rimshin V.I. (2016). Load-Bearing Capacity of Short Concrete-Filled Steel Tube Columns of Circular Cross Section. *Research journal of pharmaceutical biological and chemical sciences, 7*(3), 2518–2529.

27. Krishan A., Rimshin V., Erofeev V. (2015). The Energy Integrity Resistance to the Destruction of the Long-Term Strength Concrete. *Urban Civil Engineering and Municipal Facilities (SPbUCEMF): International Scientific Conference, Saint Petersburg, Russia, Mar. 18–20, 2015.*