

## ТЕОРИЯ ТОНКИХ ОБОЛОЧЕК THEORY OF THIN ELASTIC SHELLS

DOI 10.22363/1815-5235-2019-15-4-291-298  
УДК 624.074.433.042.12

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

### Определение критической нагрузки потери устойчивости стержневой и плоской моделей круговой цилиндрической оболочки, взаимодействующей с основанием

С.Б. Косицын\*, В.Ю. Акулич

Российский университет транспорта, Российская Федерация, 127994, Москва, ул. Образцова, 9  
\*kositsyn-s@yandex.ru

#### История статьи:

Поступила в редакцию: 13 мая 2019 г.  
Доработана: 23 июля 2019 г.  
Принята к публикации: 17 августа 2019 г.

#### Аннотация

**Цели** исследования – определение критической нагрузки, при которой оболочка, взаимодействующая с окружающим основанием, теряет устойчивость равновесия, и нахождение форм потери устойчивости оболочки в линейной и нелинейной постановках задачи. **Методы.** Проблема решена численным методом с использованием конечно-элементного комплекса, который позволяет исследовать напряженно-деформированное состояние и оценить устойчивость стержневых и плоских систем. Составлено три расчетных случая стержневой модели и два расчетных случая плоской модели круговой цилиндрической оболочки, взаимодействующей с основанием. Выполнен сбор нагрузок, действующих на оболочку. Расчеты проведены в линейной и геометрически нелинейной постановках с использованием линейно-упругой модели материала. Применены контактные элементы двустороннего и одностороннего действия. Критические нагрузки определены относительно действующей нагрузки от собственного веса. **Результаты.** Выявлены критические нагрузки и найдены формы потери устойчивости круговой цилиндрической оболочки, взаимодействующей с окружающим основанием. Проведен сравнительный анализ полученных результатов. Дана оценка запаса устойчивости оболочки относительно действующей нагрузки.

**Ключевые слова:** устойчивость оболочки; запас устойчивости; контактное взаимодействие; стержневые элементы; плоские элементы

#### Для цитирования

Косицын С.Б., Акулич В.Ю. Определение критической нагрузки потери устойчивости стержневой и плоской моделей круговой цилиндрической оболочки, взаимодействующей с основанием // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 4. С. 291–298. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-291-298>

#### Введение

Определение напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек, взаимодействующих с окружающим основанием, является

неотъемлемой частью планов и проектов большого числа транспортных, коммунальных и других подземных сооружений. Несмотря на то, что эти сооружения работают в естественных условиях нагружения, а именно под собственным весом самого сооружения и вышележащих слоев грунта, особый интерес представляет собой критическая нагрузка, при которой конструкция сооружения теряет устойчивость равновесия. Определение этой нагрузки позволит дать оценку запаса устойчивости сооружения, что позволит избежать аварийных

Косицын Сергей Борисович, советник РААСН, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической механики; eLIBRARY SPIN-код: 9390-7610.

Акулич Владимир Юрьевич, аспирант, кафедра теоретической механики.

© Косицын С.Б., Акулич В.Ю., 2019



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

случаев в процессе эксплуатации объекта. В частности, в настоящей работе сделана попытка определения критической нагрузки для оболочки, имитирующей транспортный тоннель.

Численный анализ проведен с целью установления критической нагрузки, при которой конструкция круговой цилиндрической оболочки теряет устойчивость равновесия, и определения форм потери устойчивости при линейном и нелинейном расчетных случаях. Критическая нагрузка представлена в кратном виде к естественной действующей нагрузке для удобства определения коэффициента запаса устойчивости. По полученным результатам проведен сравнительный анализ.

### 1. Численный анализ стержневой модели системы «оболочка – основание»

Конечно-элементный комплекс MSC Patran – Nastran позволяет исследовать напряженно-деформированное состояние стержневых и плоских систем и отвечает требованиям поставленной задачи [1; 2].

Первый расчетный случай проведен в линейной постановке с линейно-упругой моделью материала. Связи между оболочкой и основанием заданы двусторонними без возможности отлипания оболочки от основания. Второй расчетный случай проведен в линейной постановке с линейно-упругой моделью материала. Связи между оболочкой и основанием заданы односторонними с возможностью отлипания оболочки от основания. Третий расчетный случай проведен в нелинейной постановке с учетом геометрической нелинейности. Модель материала линейно-упругая. Связи между оболочкой и основанием заданы односторонними с возможностью отлипания оболочки от основания.

Расчетные модели состоят из стержневых элементов оболочки и стержневых контактных элементов, аппроксимирующих грунтовое основание. Элементы оболочки и контактные элементы соединены по принципу «узел в узел», эти узлы являются общими. На вторые (свободные) узлы контактных элементов наложены связи по всем степеням свободы [3]. Также все узлы стержневых элементов закреплены от перемещений из плоскости, что обеспечивает геометрическую неизменяемость системы.

Диаметр оболочки  $D = 5$  м, толщина оболочки 0,25 м, ширина оболочки 1 м (модель оболочки представляет собой вырезанную полосу из бесконечно длинной оболочки шириной 1 м). Свойства материала оболочки приняты, как для бетона: модуль упругости  $E = 3,0 \cdot 10^{10}$  Н/м<sup>2</sup>, коэффициент Пуассона  $\mu_{06} = 0,18$ , плотность  $\rho_{06} = 2300$  кг/м<sup>3</sup>.

Расстояние от поверхности основания до центра оболочки равно  $3,5D$ , что учтено при сборе нагрузок на оболочку. Объемный вес основания составил  $\gamma = 1600$  кг/м<sup>3</sup>, коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ . Основанию задан коэффициент постели  $k = 100$  МПа/м (соответствует глинистым грунтам по [4]). Жесткость контактного элемента при сжатии [5; 6] вычислена по формуле  $S_t = k \cdot b \cdot L_e = 2,45 \cdot 10^7$  Н/м, где  $k$  – коэффициент постели упругого основания;  $b$  – ширина элемента оболочки;  $L_e$  – длина элемента оболочки.

Вертикальная нагрузка  $q_v$ , приложенная к оболочке, составлена от собственного веса вышележащего грунта без учета возможности образования свода обрушения над оболочкой по формуле (1):

$$q_v = \gamma z, \quad (1)$$

где  $\gamma$  – объемный вес грунта;  $z$  – расстояние от поверхности грунта.

Боковая нагрузка  $q_b$ , действующая на оболочку, определена с помощью коэффициента бокового давления  $\xi$  без учета обратного уклона оболочки в нижней зоне по формуле (2):

$$q_b = \xi \gamma z, \quad (2)$$

где  $\xi$  – коэффициент бокового давления.

Таким образом, на оболочку действовали следующие нагрузки от грунтового основания: вертикальная постоянная нагрузка  $\gamma z_1 = 235,4$  Н/м<sup>2</sup>, горизонтальная трапециевидная нагрузка – при  $z_1 = 3D$  равна  $\xi \gamma z_1 = 94,2$  кН/м, при  $z_2 = 4D$  равна  $\xi \gamma z_2 = 125,5$  Н/м. На рис. 1 показана схема нагружения оболочки, контактные элементы отпора основания не показаны, так как заранее неизвестно, где возникнут зоны отпора основания в случае односторонней работы контактных элементов.

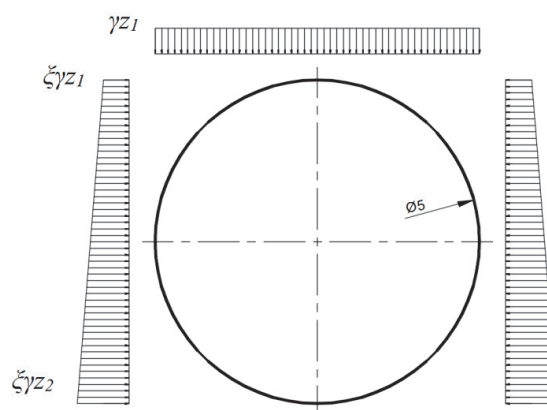
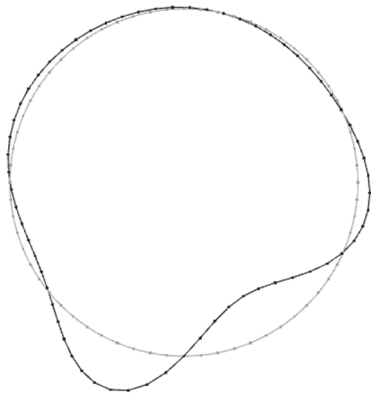


Рис. 1. Схема нагружения оболочки  
[Figure 1. Shell loading scheme]

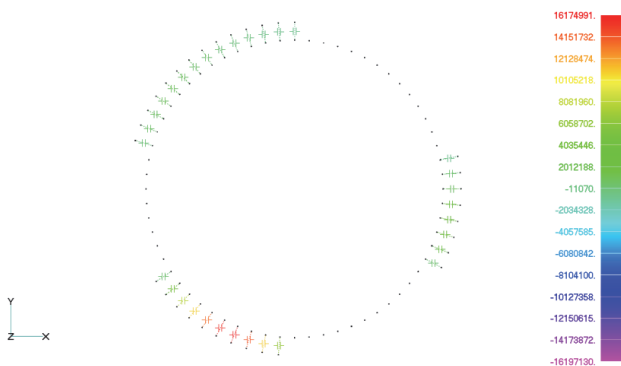
## 2. Первый расчетный случай. Линейный расчет стержневой модели с двусторонними связями

Первый расчетный случай выполнен с помощью описанной выше стержневой модели. Контактные элементы между оболочкой и окружающим основанием приняты двусторонними. Таким образом, контакт воспринимает как сжимающее, так и растягивающее усилие. Недостатком данной постановки контактного взаимодействия является то, что при прогибе верхнего свода оболочки ее элементы тянут за собой элементы основания, чего в действительности не наблюдается. Задача решена в линейной постановке. Данные допущения для расчетной модели широко используются в инженерных расчетах транспортных тоннелей и коммуникаций, аппроксимированных цилиндрической оболочкой.

Расчет устойчивости первого расчетного случая реализован процедурой определения собственных значений методом Ланцоша.



**Рис. 2.** Форма потери устойчивости стержневой модели при линейном расчете с двусторонними связями  
[**Figure 2.** The form of stability loss of the rod model in the linear calculation with two-way links]

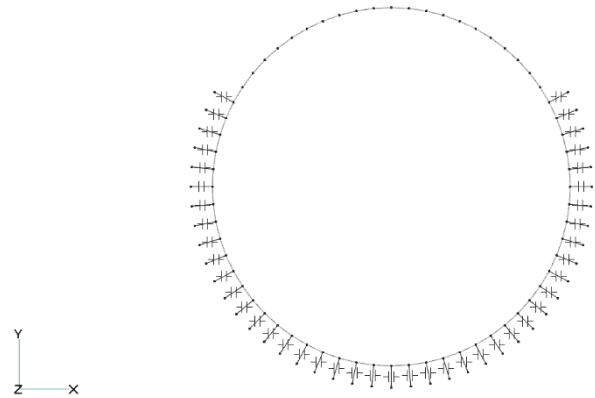


**Рис. 3.** Сжатые контактные элементы стержневой модели при линейном расчете с двусторонними связями  
[**Figure 3.** Short contact elements truss model for the linear calculation with two-way links]

По результатам расчета критическая нагрузка составляет  $235\gamma z_1$ . На рис. 2 представлена соответствующая форма потери устойчивости оболочки. Критическая нагрузка определена как запас устойчивости по отношению к действующей нагрузке  $\gamma z_1$ . На рис. 3 показаны только сжатые контактные элементы модели.

## 3. Второй расчетный случай. Линейный расчет стержневой модели с односторонними связями

Второй расчетный случай выполнен с использованием ранее описанной стержневой модели. Контактные элементы между оболочкой и окружающим основанием приняты односторонними [7–9]. Таким образом, контакт воспринимает только сжимающее усилие, жесткость на растяжение принята нулевой. Задача решена в линейной постановке.



**Рис. 4.** Вид отредактированной стержневой модели при линейном расчете с односторонними связями после предварительного расчета  
[**Figure 4.** View of the edited rod model in a linear calculation with one-way links after preliminary calculation]

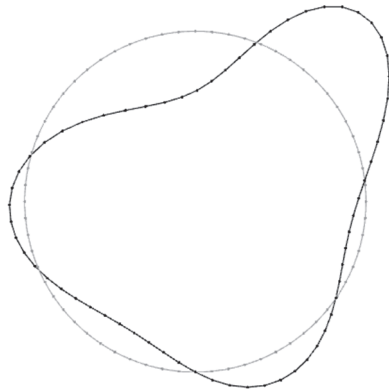
Однако в данной модели растягивающие элементы исключены другим путем. Проведен предварительный расчет от действующей нагрузки  $\gamma z_1$ . Контактные элементы, воспринимающие растягивающие усилия, удалены из модели для выполнения последующего расчета на устойчивость. На рис. 4 показана отредактированная расчетная модель после предварительного расчета.

Отметим, что данная расчетная модель оболочки и основания правдоподобнее предыдущей модели, так как основание воспринимает только сжимающие усилия.

Расчет устойчивости второго расчетного случая реализован процедурой определения собственных значений методом Ланцоша.

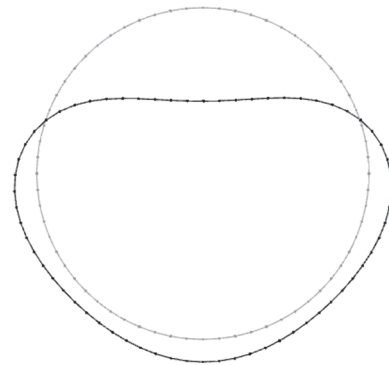
По результатам расчета критическая нагрузка составляет  $105\gamma z_1$ . На рис. 5 представлена соответ-

ствующая форма потери устойчивости оболочки. В результате повторного расчета устойчивости зона отлипания оболочки изменена. На рис. 6 показаны только сжимаемые контактные элементы модели после повторного расчета.

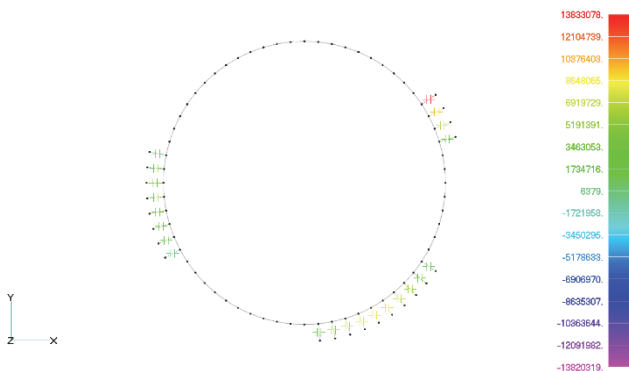


**Рис. 5.** Форма потери устойчивости стержневой модели при линейном расчете с односторонними связями  
[Figure 5. The form of stability loss of the rod model in the linear calculation with one-way links]

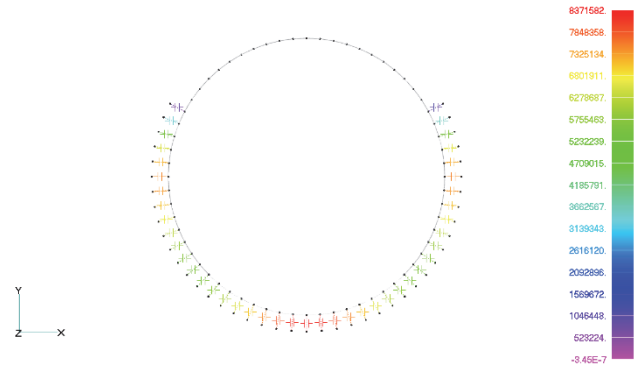
формированный вид стержневой модели оболочки перед потерей устойчивости, на рис. 8 – только соответствующие сжатые контактные элементы модели, на рис. 9 – форма стержневой модели после потери устойчивости.



**Рис. 7.** Деформированный вид стержневой модели при нелинейном расчете с односторонними связями перед потерей устойчивости  
[Figure 7. Deformed view of the rod model in a nonlinear calculation with one-way links before buckling]



**Рис. 6.** Сжатые контактные элементы стержневой модели при линейном расчете с односторонними связями  
[Figure 6. Compressed contact elements of the rod model in a linear calculation with one-way links]



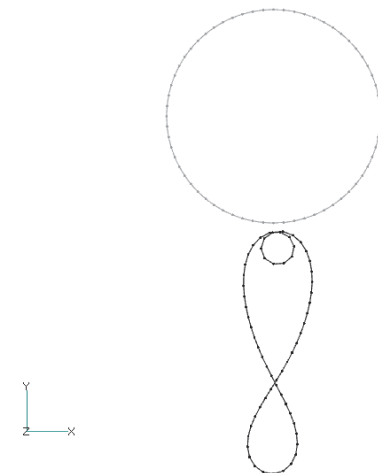
**Рис. 8.** Сжатые контактные элементы стержневой модели при нелинейном расчете с односторонними связями перед потерей устойчивости  
[Figure 8. Short contact elements for rod models in the nonlinear calculation with unilateral constraints before buckling]

#### 4. Третий расчетный случай.

##### Нелинейный расчет стержневой модели с односторонними связями

Третий расчетный случай выполнен с использованием ранее описанной стержневой модели. Расчет проведен в геометрически нелинейной постановке. Учет нелинейности позволяет отслеживать изменение зоны отлипания оболочки от основания и изменение положения оболочки в процессе нагружения. Контактные элементы между оболочкой и окружающим основанием приняты односторонними. Таким образом, контакт воспринимает только сжимающее усилие, жесткость на растяжение принята нулевой.

Величина критической нагрузки получилась равной  $69\gamma z_1$ , что меньше величин, полученных в предыдущих расчетных случаях, проведенных в линейной постановке [10; 11]. На рис. 7 показан де-



**Рис. 9.** Деформированный вид стержневой модели при нелинейном расчете с односторонними связями после хлопка  
[Figure 9. Deformed view of rod model in nonlinear analysis with one-way links after snap-through]

Следует отметить, что полученная форма стержневой модели после хлопка (рис. 9) не является корректной, так как в расчетах не учитывалось контактное взаимодействие между стержневыми конечными элементами оболочки в зонах их пересечения [12; 13].

Ниже в табл. 1 приведены величины критических нагрузок для выполненных расчетных случаев стержневой модели оболочки и основания.

Из табл. 1 следует вывод, что при определении критической нагрузки потери устойчивости стержневой модели нелинейный расчет приводит к значительно меньшей величине нагрузки относительно линейного расчета. Это связано с тем, что в нелинейной модели учтено изменение геометрии оболочки в процессе шагового нагруже-

ния. В линейных расчетах эти особенности деформирования не учитываются [14; 15].

Таблица 1

Величины критической нагрузки стержневой модели оболочки и основания  
[Table 1. Critical load values of the core shell and base model]

Расчетный случай [Settlement case]	Критическая нагрузка [Critical load]
1	$235\gamma z_1$
2	$105\gamma z_1$
3	$69\gamma z_1$

На рис. 10 показана кривая зависимости перемещения верхнего узла оболочки от прикладываемой нагрузки. На графике присутствует момент потери устойчивости модели – хлопок.

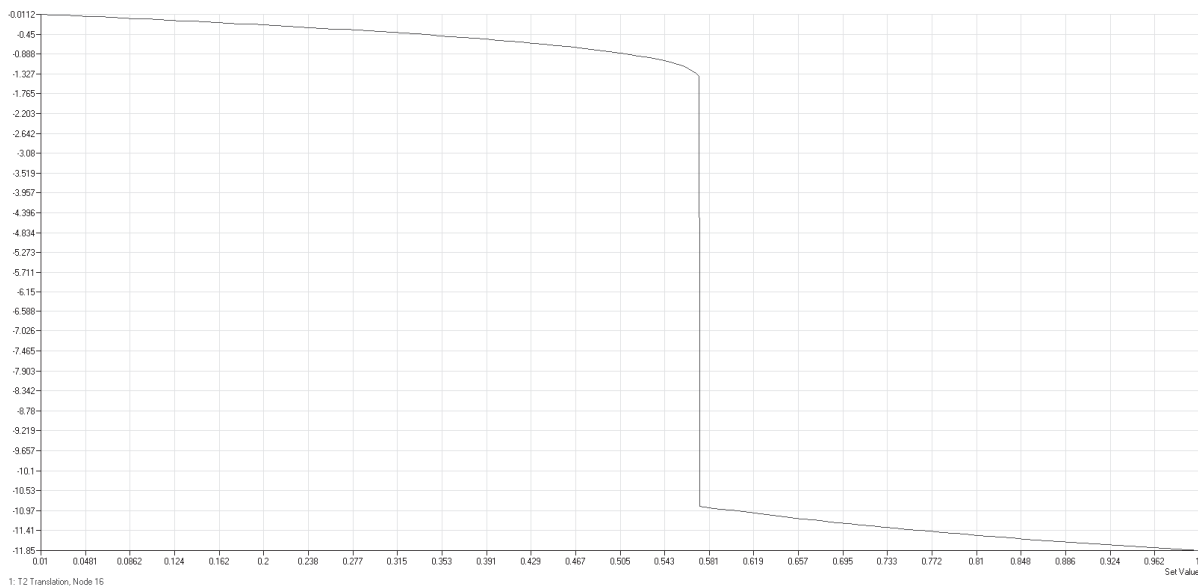


Рис. 10. Кривая зависимости перемещения верхнего узла оболочки от прикладываемой нагрузки стержневой модели при нелинейном расчете с односторонними связями

[Figure 10. The curve of dependence of movement of the top node of the shell on the applied load of the rod model in a nonlinear calculation with one-way links]

## 5. Численный анализ плоской модели системы «оболочка – основание»

Следующие расчетные случаи выполнены с использованием плоских элементов, аппроксимирующих основание.

Четвертый расчетный случай проведен в линейной постановке с линейно-упругой моделью материала. Связи между оболочкой и основанием заданы односторонними с возможностью отлипания оболочки от основания. Пятый расчетный случай проведен с учетом геометрической нелинейности. Модель материала линейно-упругая. Связи между оболочкой и основанием заданы односторонними с возможностью отлипания оболочки от основания.

Расчетная модель состоит из оболочки, заданной стержневыми элементами, и основания, задан-

ного плоскими элементами. Взаимодействие оболочки и основания реализовано с помощью контактных односторонних элементов.

Габариты оболочки взяты из стержневой модели. Общая ширина расчетной модели составляет  $W = 11D$ , где  $D$  – диаметр оболочки. Общая высота расчетной модели составляет  $H = 5D$ . Нагрузкой является собственный вес системы. На боковые и нижний торцы основания наложены связи по перемещениям для корректной работы основания.

Материалы приняты неограниченно линейно-упругими. Материал оболочки взят из стержневой модели. Свойства материала окружающего основания: модуль деформации  $E_{гр} = 14 \cdot 10^6$  Па, коэффициент поперечной деформации  $\mu_{гр} = 0,3$ , плотность  $\rho_{гр} = 1600$  кг/м<sup>3</sup>, ускорение свободного па-

дения  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ . Свойства контактных элементов: при растяжении жесткость равна нулю (очень малое число), а при сжатии – бесконечность (очень большое число).

### 6. Четвертый расчетный случай. Линейный расчет плоской модели с односторонними связями

Четвертый расчетный случай выполнен с использованием описанной ранее плоской модели. Контактные элементы между оболочкой и окружающим основанием приняты односторонними. Таким образом, на контакте возникает только сжатие, жесткость при растяжении принята нулевой. Задача решена в линейной постановке [16–18].

Расчет устойчивости четвертого расчетного случая реализован процедурой определения собственных значений методом Ланцоша.

Величина критической нагрузки равна  $14,4\gamma z_1$ . На рис. 11 показана форма потери устойчивости оболочки в четвертом расчетном случае. Потеря устойчивости возникает в нижних слоях основания.

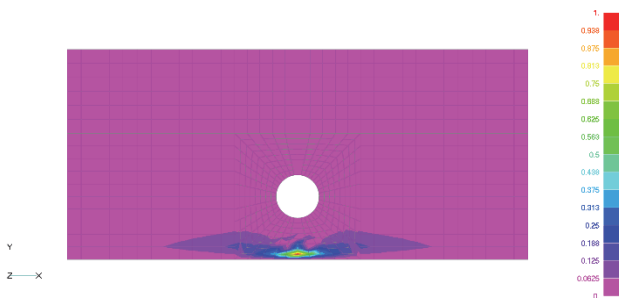


Рис. 11. Форма потери устойчивости плоской модели при линейном расчете с односторонними связями  
[Figure 11. The form of loss of stability of a plane model in a linear calculation with one-way links]

### 7. Пятый расчетный случай. Нелинейный расчет плоской модели с односторонними связями

Пятый расчетный случай выполнен с использованием ранее описанной плоской модели. Расчет проведен в геометрически нелинейной постановке. Учет нелинейности позволяет отслеживать изменение зоны отлипания оболочки от основания и изменение положения оболочки и основания во времени. Контактные элементы между оболочкой и окружающим основанием приняты односторонними. Таким образом, на контакте возникает только сжимающее усилие, жесткость при растяжении принята нулевой.

Наибольшая величина нагрузки, при которой итерации сошлись, оказалась равной  $26,5\gamma z_1$ . Ее сле-

дует считать критической. На рис. 12 показано соответствующее поле полных перемещений плоской модели.

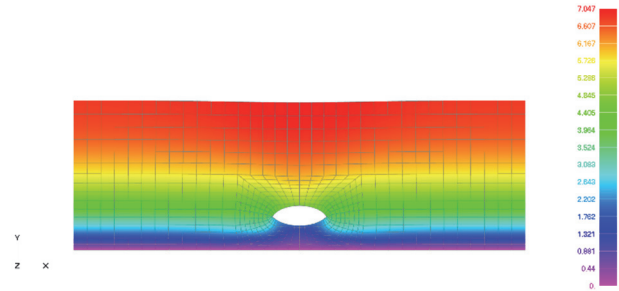


Рис. 12. Поле полных перемещений плоской модели при нелинейном расчете с односторонними связями  
[Figure 12. The full displacement of the flat model in the nonlinear calculation with unilateral constraints]

В табл. 2 приведены величины критической нагрузки для двух выполненных расчетных случаев плоской модели оболочки и основания.

Таблица 2

Величины критической нагрузки  
плоской модели оболочки и основания  
[Table 2. Critical load values of the flat shell and base model]

Расчетный случай [Settlement case]	Критическая нагрузка [Critical load]
4	$14,4\gamma z_1$
5	$26,5\gamma z_1$

### Выводы

Вследствие проведенного численного анализа стержневой и плоской моделей оболочки, взаимодействующей с основанием, выполнена поставленная задача: определены критические нагрузки, при которых конструкция оболочки теряет устойчивость равновесия, и найдены формы потери устойчивости в линейном и нелинейном расчетных случаях.

Величина критической нагрузки стержневой модели оболочки, взаимодействующей с основанием, при нелинейном расчете с односторонними связями составляет  $69\gamma z_1$ . При переходе от стержневой модели к плоской значение критической нагрузки снизилось с  $69\gamma z_1$  до  $26,5\gamma z_1$ . Следовательно, использование плоских элементов, аппроксимирующих основание, значительно уменьшает величину критической нагрузки.

Основываясь на полученных результатах, можно сделать вывод, что данная конструкция оболочки, взаимодействующая с основанием, имеет достаточно большой запас устойчивости относительно действующей нагрузки.

## Список литературы

1. Рычков С.П. MSC. Visual Nastran для Windows. М.: ИТ Пресс, 2004. 552 с.
2. Геккелер И.В. Статика упругого тела. М.: Гостехиздат, 1934. 288 с.
3. Вольмир А.С., Куранов Б.А., Турбаивский А.Т. Статика и динамика сложных структур. М.: Машиностроение, 1989. 248 с.
4. Фесик С.П. Справочник по сопротивлению материалов. Киев: Будівельник, 1982. 147 с.
5. Леонтьев А.Н., Леонтьева И.Г. Расчет бесконечно длинной составной балки, расположенной на упругом основании // Вестник МГСУ. 2010. № 4. С. 167–172.
6. Габбасов Р.Ф., Уварова Н.Б., Филатов В.В. Расчет балок на упругом основании с двумя коэффициентами постели // Вестник МГСУ. 2012. № 2. С. 25–29.
7. Косицын С.Б., Долотказин Д.Б. Расчет стержневых систем, взаимодействующих с упругим основанием, методом конечных элементов с использованием программного комплекса MSC/Nastran for Windows: учебное пособие. М.: МИИТ, 2004. 116 с.
8. Косицын С.Б., Чан Суан Линь. Численный анализ напряженно-деформированного состояния ортогонально пересекающихся цилиндрических оболочек без учета и с учетом их одностороннего взаимодействия с окружающим массивом грунта // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2014. № 1. С. 72–78.
9. Косицын С.Б., Чан Суан Линь. Сравнительный анализ различных моделей грунтового основания, окружающего цилиндрическую оболочку, с учетом возможности его отлипания от оболочки // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2013. № 1. С. 65–72.
10. Тимошенко С.П. Устойчивость упругих систем. М.: Гостехиздат, 1955. 92 с.
11. Тимошенко С.П. Курс теории упругости. Киев: Наукова думка, 1972. 567 с.
12. Семенов А.А. Методика исследования устойчивости пологих ортотропных оболочек двойной кривизны при динамическом нагружении // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2017. № 2. С. 145–153.
13. Semenov A.A. Strength and Stability of Geometrically Nonlinear Orthotropic Shell Structures // Thin-Walled Structures. 2016. Vol. 106. Pp. 428–436.
14. Скопинский В.Н., Сметанкин А.Б., Возова Н.В. Выбор схематизированной диаграммы напряжений для упругопластического анализа пересекающихся оболочек // Машиностроение и инженерное образование. 2011. № 1. С. 58–65.
15. Kositsyn S.B., Fedorov V.S., Akulich V.Yu. Geotechnical projection of the influence of the construction of the designed metropolitan tunnel by the method of shield passage on the sedimentation of the earth's surface // Russian Journal of Building Construction and Architecture. 2018. Vol. 37. No. 1. Pp. 81–91.
16. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности: учеб. для строит. спец. вузов. М.: Высш. шк., 1990. 400 с.
17. Шимкович Д.Г. Femap & Nastran. Инженерный анализ методом конечных элементов. М.: ДМК Пресс, 2008. 701 с.
18. Зенкевич О.К. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 542 с.

RESEARCH PAPER

## The definition of the critical buckling load beam model and two-dimensional model of the round cylindrical shell that interact with the soil

Sergey B. Kosytsyn\*, Vladimir Yu. Akulich

Russian University of Transport, 15 Obraztsova St., Moscow, 127994, Russian Federation

\*kosytsyn-s@yandex.ru

## Article history:

Received: May 13, 2019

Revised: July 23, 2019

Accepted: August 17, 2019

## For citation

Kosytsyn S.B., Akulich V.Yu. (2019). The definition of the critical buckling load beam model and two-dimensional model of the round cylindrical shell that interact with the soil. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 15(4), 291–298. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-4-291-298>

## Abstract

**Aims of research.** The research is aimed at determining the critical buckling load at which the shell interacting with the soil loses equilibrium stability, and finding the buckling mode of the shell in the linear and nonlinear formulations of the task. **Methods.** The task is solved by a numerical method using a finite element complex, which allows investigating the stress-strain state and assessing the equilibrium stability of beam models and two-dimensional models of the round cylindrical shell. Three design cases of the beam model and two design cases of the two-dimensional model interacting with the soil are compiled. There is a load summary acting on the shell. The calculations are carried out in linear and geometrically nonlinear formulations using a linear elastic model of the material. Contact elements of one-side and two-side action are used. Critical buckling load are determined relative to the actual load of its own weight. **Results.** Critical buckling load are determined and the buckling mode of the round cylindrical shell interacting with the soil are found. There is a comparative analysis of the results. An assessment of the stability margin of the shell relative to the actual load is given.

**Keywords:** shell stability; stability margin; contact interaction; beam elements; shell elements

## References

1. Rychkov S.P. (2004). *MSC. Visual Nastran dlia Windows* [*MSC. Visual Nastran for Windows*]. Moscow, NT Press, 552. (In Russ.)
2. Gekker I.V. (1934). *Statika uprugogo tela* [*Elastic body statics*]. Moscow, Gostekhizdat Publ., 288. (In Russ.)
3. Volmir A.S., Kuranov B.A., Turbaivskii A.T. (1989). *Statika i dinamika slozhnykh struktur* [*Statics and dynamics of complex structures*]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 248. (In Russ.)
4. Fesik S.P. (1982). *Spravochnik po soprotivleniiu materialov* [*Handbook of structural resistance*]. Kiev, Budivelnik Publ., 147. (In Russ.)
5. Leontiev A.N., Leontieva I.G. (2010). Analysis of an infinite composite beam located on elastic foundation. *Vestnik MGSU*, (4), 167–172. (In Russ.)
6. Gabbasov R.F., Uvarova N.B., Filatov V.V. (2012). On calculation of beams resting on two-parameter elastic foundations. *Vestnik MGSU*, (2), 25–29. (In Russ.)
7. Kositsyn S.B., Dolotkazin D.B. (2004). *Raschet sterzhenykh sistem vzaimodeistviushchikh s uprugim osnovaniem metodom konechnykh elementov s ispolzovaniem programmnogo kompleksa MSC/Nastran for Windows* [*Calculation of beam systems interacting with an elastic foundation by finite element method using the software complex MSC/Nastran for Windows*]. Moscow, MIIT Publ., 116. (In Russ.)
8. Kositsyn S.B., Chan Suan Lin. (2014). Numerical analysis of the stress-strain state of orthogonally intersecting cylindrical shells with and without taking into account their one-sided interaction with the surrounding soil mass. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, (1), 72–78. (In Russ.)
9. Kositsyn S.B., Chan Suan Lin. (2013). Comparative analysis of various models of the soil mass surrounding the cylindrical shell, taking into account the possibility of its detachment from the shell. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, (1), 65–72. (In Russ.)
10. Timoshenko S.P. (1955). *Ustoichivost uprugikh sistem* [*Theory of Elastic Stability*]. Moscow, Gostekhizdat Publ., 92. (In Russ.)
11. Timoshenko S.P. (1972). *Kurs teorii uprugosti* [*A course in the theory of elasticity*]. Kiev, Naukova dumka Publ., 567. (In Russ.)
12. Semenov A.A. (2017). Methodology research of stability of shallow orthotropic shells of double curvature under dynamic loading. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, (2), 145–153. (In Russ.)
13. Semenov A.A. (2016). Strength and Stability of Geometrically Nonlinear Orthotropic Shell Structures. *Thin-Walled Structures*, 106, 428–436.
14. Skopinskij V.N., Smetankin A.B., Vozhova N.V. (2011). Selection of schematized stress diagram for elastic-plastic analysis of intersecting shells. *Mechanical Engineering and Engineering Education*, (1), 58–65. (In Russ.)
15. Kositsyn S.B., Fedorov V.S., Akulich V.Yu. (2018). Geotechnical projection of the influence of the construction of the designed metropolitan tunnel by the method of shield passage on the sedimentation of the earth's surface. *Russian Journal of Building Construction and Architecture*, 37(1), 81–91.
16. Aleksandrov A.V., Potapov V.D. (1990). *Osnovy teorii uprugosti i plastichnosti* [*Fundamental theory of elasticity and plasticity*]. Moscow, Vysshaia shkola Publ., 400. (In Russ.)
17. Shimkovich D.G. (2008). *Femap & Nastran. Inzhenernyi analiz metodom konechnykh elementov* [*Femap & Nastran. Finite element engineering analysis*]. Moscow, DMK Press, 701. (In Russ.)
18. Zenkevich O.K. (1975). *Metod konechnykh elementov v tekhnike* [*Finite Element Method in Engineering*]. Moscow, Mir Publ., 542. (In Russ.)

**Sergey B. Kositsyn**, Adviser of the RAACS, D.Sc. in Engineering, Professor of the Department of Theoretical Mechanics; eLIBRARY SPIN-code: 9390-7610.

**Vladimir Yu. Akulich**, PhD student of the Department of Theoretical Mechanics.