

Проблемы теории упругости

УДК 534.12

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-6-516-522

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Плоские геометрически-нелинейные волны деформаций сдвига

С.В. БакушевПензенский государственный университет архитектуры и строительства
Российская Федерация, 440028, Пенза, ул. Германа Титова, 28*(поступила в редакцию: 19 марта 2018 г.; доработана: 19 сентября 2018 г.; принята к публикации: 21 сентября 2018 г.)*

Цели. Рассматривается задача построения дифференциальных уравнений, характеристик и соотношений на них, а также определения скоростей распространения плоских волн деформаций сдвига в сплошной среде, механическое поведение которой описывается геометрически-нелинейными аналогами математических моделей сплошных сред, напряженно-деформированное состояние коих определяется произвольными, вообще говоря, перекрестными зависимостями между первыми инвариантами тензоров и вторыми инвариантами девиаторов обобщенных напряжений и нелинейных деформаций.

Методы. В качестве примера строятся графики приведенных скоростей волн деформаций сдвига в зависимости от интенсивности деформаций сдвига и значения механических констант материала для трех математических моделей сплошной среды: модель 1 соответствует геометрически-нелинейному аналогу линейной теории упругости; модель 2 соответствует геометрически-нелинейному аналогу теории малых упруго-пластических деформаций; модель 3 соответствует геометрически-нелинейному аналогу деформационной теории пластичности сыпучей среды.

Выводы. Отмечено, что в полупространстве, механическое поведение которого описывается уравнениями деформационной теории пластичности сыпучей среды, могут возникать ударные волны при непрерывных краевых условиях.

Ключевые слова: плоская задача, плоские волны деформаций сдвига, скорости распространения волн деформаций, геометрическая и физическая нелинейность

Введение

Задача определения напряженного и деформированного состояний полупространства при действии на его поверхности динамических нормальных $p(t)$ и касательных $q(t)$ нагрузок сводится к исследованию закономерностей распространения волн деформаций в сплошной среде и определению их параметров.

Для сплошной среды, механическое поведение которой описывается уравнениями теории пластического течения, либо уравнениями динамики грунтов С.С. Григоряна, либо уравнениями билинейной теории пластичности, обзор решений данной задачи изложен в монографии [1].

Исследованию закономерностей распространения двумерных продольно-поперечных волн деформаций в сплошной среде, механическое поведение которой описывается перекрестными зависимостями между первыми инвариантами тензо-

ров и вторыми инвариантами девиаторов напряжений и деформаций с учетом и без учета геометрической нелинейности, посвящены работы [2] и [3]. Вопросы распространения плоских одномерных и двумерных волн деформаций слабого разрыва для таких сред рассматривались в работе [4].

Во многих работах последнего времени пристальное внимание уделяется вопросам распространения волн деформаций сдвига. Так, в работе [5] рассматривалось распространение сдвиговой волны в упруго-пластической среде, поведение которой описывается перекрестными зависимостями между первыми инвариантами тензоров и вторыми инвариантами девиаторов напряжений и деформаций. Ставилась задача определения возможности генерации второй гармоники сдвиговой волны, не описываемой в рамках классической теории упругости.

Исходя из общих уравнений плоской задачи теории упругости в работе [6] построены уравнения уточненной теории статического и динамиче-

ского изгибов длинной упругой полосы, учитывая сдвигающие деформации. Исследование свойств образующихся волн сдвига при ударе позволило разработать новую модель разрушения высокого здания.

Исследование структуры и условия реализуемости поперечных диссипативных ударных волн конечной амплитуды с учетом вязких и температурных эффектов выполнено в работе [7] на основе теории течения пластической среды при чистом сдвиге. Показано, что локализация деформаций сдвига в узких зонах с последующим образованием контактных разрывов возможна в случае температурного разупрочнения материала. Отмечено, что в рамках теории малых деформаций теория разрывных решений типа упругопластических ударных волн изучена достаточно подробно.

Исследование одномерных решений, описывающих плоские продольные, поперечные сдвигающие с вращением частиц, а также крутильные волны, выполнено в работе [8]. В качестве механической модели сплошной среды рассматривалась математическая модель континуума Коссера.

В работе [9] на основе анализа сейсмических сдвиговых волн деформаций и температуры выявляется переходная зона от упругих к пластичным деформациям в земной коре. Решение строится методом сеток с пошаговым применением метода Рунге – Кутты.

Исследованию механического поведения алюминиевых сот под воздействием динамической мультиаксиальной нагрузки посвящена экспериментальная работа [10]. Выявлено существенное влияние на напряженное-деформированное состояние алюминиевых сот угла наклона действующей нагрузки.

К сожалению, вопросы распространения плоских волн деформаций сдвига в сплошных и дискретных средах с учетом геометрической нелинейности еще не получили должного внимания.

В данной работе рассматриваются вопросы распространения плоских волн деформаций сдвига в сплошных средах, механическое поведение которых описывается геометрически-нелинейными аналогами произвольных перекрестных зависимостей между первыми инвариантами тензоров σ^* и ε^* и вторыми инвариантами девиаторов T^* и Γ^* обобщенных напряжений и деформаций:

$$\sigma^* = 3K^*(\varepsilon^*, \Gamma^*)\varepsilon^*; \quad T^* = G^*(\varepsilon^*, \Gamma^*)\Gamma^*, \quad (1)$$

где $K^*(\varepsilon^*, \Gamma^*)$ – геометрически-нелинейный аналог модуля объемного расширения (сжатия); $G^*(\varepsilon^*, \Gamma^*)$ – геометрически-нелинейный аналог модуля сдвига [4].

Вывод динамических уравнений

Пусть на поверхности полупространства в направлении оси Y действует равномерно-распределенная сдвигающая нагрузка $q(t)$, бесконечно протяженная в направлении осей Y и Z (рис. 1).

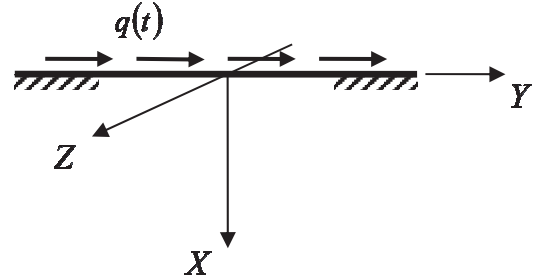


Рис. 1. Расчетная схема
[Figure 1. The design scheme]

Полупространство будет находиться в условиях плоской деформации. Компоненты перемещений в полупространстве будут определяться соотношениями

$$u = 0, \quad v = v(x, t), \quad w = 0. \quad (2)$$

При этом компоненты тензора деформации при учете геометрической нелинейности, действующие в плоскости XOY , будут равны [4]

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^* &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 = \varepsilon_x^*(x, t), \\ \varepsilon_y^* &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] = 0, \quad \varepsilon_z^* = 0, \\ \gamma_{xy}^* &= \gamma_{yx}^* = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x} = \gamma_{xy}^*(x, t), \\ \gamma_{yz}^* &= \gamma_{zy}^* = 0, \quad \gamma_{zx}^* = \gamma_{xz}^* = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Следовательно,

$$\varepsilon^* = \varepsilon_x^* + \varepsilon_y^* = \varepsilon_x^*, \quad \Gamma^* = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{4(\varepsilon_x^*)^2 + 3(\gamma_{xy}^*)^2}. \quad (4)$$

Физические уравнения для геометрически-нелинейной модели сплошной среды при плоской деформации, как известно, имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_x^* &= \left(K^* + \frac{4}{3} G^* \right) \varepsilon_x^*; \quad \tau_{xy}^* = G^* \gamma_{xy}^*; \\ \sigma_y^* &= \left(K^* - \frac{2}{3} G^* \right) \varepsilon_x^*; \quad \tau_{yz}^* = 0; \\ \sigma_z^* &= \left(K^* - \frac{2}{3} G^* \right) \varepsilon_x^*; \quad \tau_{zx}^* = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Подставим соотношения (5) в динамические уравнения равновесия без учета объемных сил:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \sigma_x^* + \frac{\partial u}{\partial y} \tau_{xy}^* \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \tau_{yx}^* + \frac{\partial u}{\partial y} \sigma_y^* \right] = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\ & \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial v}{\partial x} \sigma_x^* + \left(1 + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \tau_{xy}^* \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial v}{\partial x} \tau_{yx}^* + \left(1 + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \sigma_y^* \right] = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Принимая во внимание зависимости (1) и (4), получим два уравнения:

$$\begin{aligned} & B \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial x} = 0; \\ & \left\{ \frac{1}{2} \left(K^* + \frac{4}{3} G^* \right) \gamma_{xy}^2 + \gamma_{xy} (A \gamma_{xy} + B) + \right. \\ & \left. + \left(C \gamma_{xy} + G^* + \frac{(\gamma_{xy}^*)^2}{\Gamma^*} \frac{\partial G^*}{\partial \Gamma^*} \right) \right\} \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial x} = \rho \frac{\partial v_y}{\partial t}. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь введены обозначения

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x}, \quad v_y = \frac{\partial v}{\partial t}. \quad (8)$$

Значения коэффициентов A, B, C равны

$$\begin{aligned} & A = \left(K^* + \frac{4}{3} G^* \right) + \left(\frac{\partial K^*}{\partial \varepsilon^*} + \frac{4}{3} \frac{\partial G^*}{\partial \varepsilon^*} \right) \varepsilon^* + \\ & + \frac{4(\varepsilon^*)^2}{3\Gamma^*} \left(\frac{\partial K^*}{\partial \Gamma^*} + \frac{4}{3} \frac{\partial G^*}{\partial \Gamma^*} \right); \\ & B = \frac{\varepsilon^* \gamma_{xy}^*}{\Gamma^*} \left(\frac{\partial K^*}{\partial \Gamma^*} + \frac{4}{3} \frac{\partial G^*}{\partial \Gamma^*} \right); \\ & C = \gamma_{xy}^* \left(\frac{\partial G^*}{\partial \varepsilon^*} + \frac{4\varepsilon^*}{3\Gamma^*} \frac{\partial G^*}{\partial \Gamma^*} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Присоединяя к уравнению (6₂) уравнение совместности

$$\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial t} = \frac{\partial v_y}{\partial x}, \quad (10)$$

получаем систему двух дифференциальных уравнений первого порядка в частных производных

относительно величин $\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial x}, \frac{\partial v_y}{\partial t}, \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial t}, \frac{\partial v_y}{\partial x}$.

Система динамических уравнений (7₂), (10) описывает процесс распространения волн деформаций сдвига при учете геометрической нелинейности.

Что касается уравнения (7₁), то, поскольку $B \neq 0$,

$$\frac{\partial \gamma_{xy}(x,t)}{\partial x} = 0. \quad (11)$$

Интегрируя дифференциальное уравнение (11) и учитывая соотношение (8₁), получаем линейный характер распределения перемещений $v(x,t)$ вдоль оси X для каждого момента времени:

$$v(x,t) = f(t)x + \varphi(t). \quad (12)$$

Постоянные (по отношению к переменной x) интегрирования $f(t)$ и $\varphi(t)$ определяются из граничных условий:

- при $x = 0, \quad v(0,t) = v_0(t)$;
- при $x = x_0, \quad v(x_0,t) = v_m(t)$.

Здесь x_0 – глубина сжимаемой толщи полупространства; $v_0(t)$ – смещение поверхности полупространства в направлении оси Y ; $v_m(t)$ – перемещение в направлении оси Y на глубине $x = x_0$. Обычно на глубине сжимаемой толщи полупространства перемещения принимаются равными нулю.

Определение характеристик и соотношений на них

В матричной форме система уравнений (7₂), (10) имеет вид

$$\mathbf{A} \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} = 0. \quad (13)$$

Здесь матрицы \mathbf{A} и \mathbf{B} равны:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix},$$

причем

$$\begin{aligned} & a_{11} = \left\{ \frac{1}{2} \left(K^* + \frac{4}{3} G^* \right) \gamma_{xy}^2 + \gamma_{xy} (A \gamma_{xy} + B) + \right. \\ & \left. + \left(C \gamma_{xy} + G^* + \frac{(\gamma_{xy}^*)^2}{\Gamma^*} \frac{\partial G^*}{\partial \Gamma^*} \right) \right\}; \\ & a_{12} = 0; \quad a_{21} = 0; \quad a_{22} = -1; \\ & b_{11} = 0; \quad b_{12} = -\rho; \quad b_{21} = 1; \quad b_{22} = 0. \end{aligned}$$

Вектор-столбец $\bar{\mathbf{u}}$ имеет структуру $\bar{\mathbf{u}} = [\gamma_{xy} \ v_y]^T$.

Характеристические кривые уравнения (13) определяются путем решения уравнения $|\mathbf{A} - \alpha\mathbf{B}| = 0$,

или в развернутой форме $\begin{vmatrix} a_{11} & \alpha\rho \\ -\alpha & -1 \end{vmatrix} = 0$, веществен-

ные решения которого задают характеристические кривые, описываемые дифференциальными уравнениями:

$$\alpha_{1,2} = \frac{dx}{dt}. \quad (14)$$

$$\text{Здесь } \alpha_1 = +\sqrt{\frac{a_{11}}{\rho}}, \quad \alpha_2 = -\sqrt{\frac{a_{11}}{\rho}}.$$

Дифференциальные уравнения (14) определяют два семейства характеристических кривых. Система уравнений (7₂), (10) будет гиперболического типа, если $\alpha_{1,2}$ будут вещественными.

Найдем соотношения вдоль характеристических направлений. Введем вектор $\bar{\mathbf{l}} = [l_1 \ l_2]$. Компоненты вектора $\bar{\mathbf{l}}$ являются решением уравнения $\bar{\mathbf{l}} \cdot (\mathbf{A} - \alpha\mathbf{B}) = 0$, откуда находим

$$\left. \begin{aligned} a_{11}l_1 - \alpha l_2 &= 0 \\ \alpha\rho l_1 - l_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Соотношения вдоль характеристик найдем на основании уравнения $\bar{\mathbf{l}} \cdot \mathbf{B} \cdot \left(\frac{d\bar{\mathbf{u}}}{dt}\right) = 0$, то есть

$$l_2 \frac{d\gamma_{xy}}{dt} - \rho l_1 \frac{dv_y}{dt} = 0. \quad (16)$$

Используя далее зависимости (15), уравнение (16) приведем к виду

$$\sqrt{\frac{a_{11}}{\rho}} d\gamma_{xy} \pm dv_y = 0. \quad (17)$$

Итак, вдоль двух семейств характеристик (14) выполняются соотношения (17).

Запишем уравнение (7₂) в терминах перемещений. Используя соотношения (8), уравнение (7₂) приведем к виду

$$a_{11} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial v}{\partial t^2}. \quad (18)$$

Уравнение (10) при этом удовлетворяется тождественно.

Определение скоростей волн деформаций

Для определения скоростей волн деформаций – нестационарных поверхностей сильных разрывов вторых производных перемещений, являющихся поверхностями слабых разрывов деформаций и скоростей частиц, воспользуемся кинематическими и динамическими условиями совместности [11]. Пусть $\omega(x, t) = 0$ – уравнение линии разрыва на фазовой плоскости XOt . Обозначая символом [...] скачок функций при переходе через линию $\omega(x, t) = 0$ и, применяя кинематические условия совместности $\left[\frac{\partial^2 v}{\partial x_j \partial x_k} \right] = \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_k} \lambda_v$, к уравнению (18), получим динамическое условие совместности:

$$\left[a_{11} \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \right)^2 - \rho \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} \right)^2 \right] \lambda_v = 0. \quad (19)$$

Поскольку коэффициент прерывности $\lambda_v \neq 0$, и учитывая, что скорость распространения линии разрыва $\omega(x, t) = 0$ определяется выражением $N^2 = \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} \right)^2 / \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \right)^2$ из соотношения (19), получаем:

$$N^2 = \frac{a_{11}}{\rho}. \quad (20)$$

Поскольку в главных осях $\gamma_{xy}^* = \gamma_{yx}^* = 0$, однако $\frac{\partial \gamma_{xy}^*}{\partial x} \neq 0$ и $\frac{\partial \gamma_{xy}^*}{\partial y} \neq 0$, и, кроме того, для данной задачи $\gamma_{xy}^* = \gamma_{yx}^*$, то

$$a_{11} = G^*. \quad (21)$$

Таким образом, скорость распространения геометрически-нелинейных волн деформаций сдвига в главных осях однозначно определяется величиной геометрически-нелинейного аналога модуля сдвига.

Результаты численных расчетов

Численные исследования приведенных скоростей $\frac{\rho N^2}{G_0}$ волн деформаций сдвига с учетом геометрической нелинейности выполнялись для трех математических моделей сплошной среды.

Модель 1. Механическое поведение сплошной среды описывается линейным законом, то есть деформационные зависимости (1) имеют вид

$$\sigma^* = K_0 \varepsilon^*; \quad T^* = G_0 \Gamma^*. \quad (22)$$

Модель 2. Механическое поведение сплошной среды описывается квадратичным законом в отношении сдвиговых деформаций. Деформационные зависимости (1) в этом случае имеют вид

$$\sigma^* = K_0 \varepsilon^*; \quad T^* = G_0 \left(1 - \frac{\Gamma^*}{2\Gamma_s} \right) \Gamma^*. \quad (23)$$

Модель 3. Механическое поведение сплошной среды описывается перекрестными зависимостями между инвариантами напряженного и деформированного состояний:

$$\sigma^* = K_0 \left[1 - \frac{q}{\varepsilon^*} \left(2 - \frac{\Gamma^*}{\Gamma_s} \right) \left(\frac{\Gamma^*}{\Gamma_s} \right)^2 \right] \varepsilon^*;$$

$$T^* = \left[G_0 \left(1 - \frac{\Gamma^*}{2\Gamma_s} \right) + K_0 f \frac{q}{\Gamma_s} \left(2 - \frac{\Gamma^*}{\Gamma_s} \right) \frac{\Gamma^*}{\Gamma_s} - K_0 f \frac{\varepsilon^*}{\Gamma^*} \right] \Gamma^*. \quad (24)$$

Модель 1 соответствует геометрически-нелинейному аналогу линейной теории упругости, модель 2 соответствует геометрически-нелинейному аналогу теории малых упруго-пластических деформаций, модель 3 соответствует геометрически-нелинейному аналогу деформационной теории пластичности сыпучей среды [4; 12].

В формулах (22), (23), (24) обозначено: K_0 – начальный модуль объемного расширения (сжатия); G_0 – начальный модуль сдвига при чистом сдвиге; f – аналог коэффициента внутреннего трения; q – коэффициент дилатансии; Γ_s – предельная интенсивность деформаций сдвига, причем $0 \leq \frac{\Gamma^*}{\Gamma_s} \leq 1$.

Исследования скоростей волн деформаций сдвига показали:

1. Для модели 1 приведенные скорости волн деформаций сдвига постоянны и не зависят ни от

значения механических констант сплошной среды, ни от уровня развития деформаций.

2. Приведенные скорости волн деформаций сдвига, вычисленные для модели 2, существенно зависят от уровня развития деформированного состояния: при возрастании интенсивности деформаций сдвига $\frac{\Gamma}{\Gamma_s}$ на интервале [0,1] значения при-

веденных скоростей волн деформаций сдвига монотонно убывают от 1,0 до 0,5.

3. Что касается модели 3, то значения приведенных скоростей волн деформаций сдвига существенно зависят как от значения механических констант сплошной среды, так и от уровня развития деформаций. При увеличении коэффициента внутреннего трения скорости волн уменьшаются для нулевого коэффициента дилатансии (рис. 2, а). Если коэффициент дилатансии $g/\Gamma_s > 0$, то при увеличении коэффициента внутреннего трения скорости волн возрастают (рис. 2, б). При увеличении коэффициента дилатансии скорости волн также возрастают. Зависимость приведенных скоростей волн деформаций сдвига от уровня деформированного состояния неоднозначна и при возрастании интенсивности деформаций сдвига может как увеличиваться, так и уменьшаться. Если скорости распространения волн деформаций сдвига увеличиваются в процессе возрастания интенсивности деформаций сдвига (в процессе нагружения), то внутри полупространства возможно образование ударной волны (волны сильного разрыва) при непрерывных краевых условиях [13].

На рис. 2 изображены графики приведенных скоростей волн деформаций сдвига, построенные по уравнению (20), для модели 3. Значения механических констант принимались следующими:

$$\frac{K_0}{G_0} = 1,1547; \quad \frac{q}{\Gamma_s} = 1; \quad \Gamma_s = 0,1155.$$

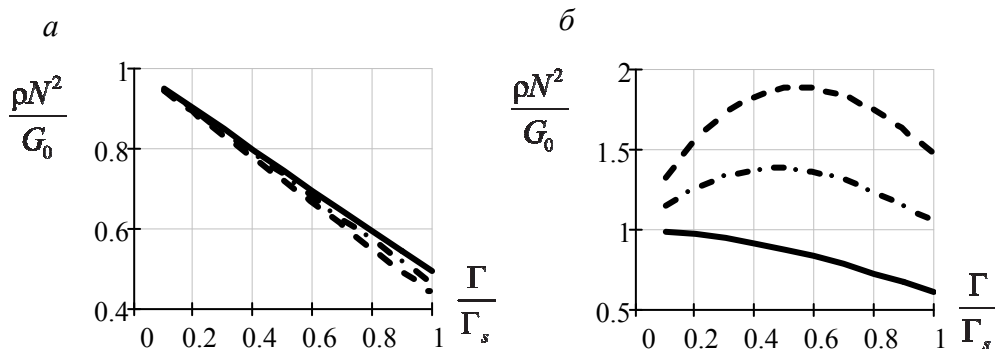


Рис. 2. Скорости волн деформаций сдвига: а – $q = 0$; б – $q = \Gamma_s$
 [Figure 2. Velocities of shear strain waves: а – $q = 0$; б – $q = \Gamma_s$]

На рис. 2 сплошная линия соответствует коэффициенту трения $f = 0,1$; штрих-пунктирная – $f = 0,5$; пунктирная – $f = 0,9$.

Выводы

Численные исследования показывают, что скорости распространения волн деформаций сдвига с учетом геометрической нелинейности существенно зависят как от вида математической модели, описывающей напряженно-деформированное состояние полупространства, так и от уровня напряженного и деформированного состояний в рассматриваемой точке среды, а также от величины физических констант материала сплошной среды.

Заключение

Приведенные в статье соотношения могут быть использованы при построении алгоритмов расчета напряженно-деформированного состояния геометрически и физически нелинейных полупространств, находящихся в условиях плоской деформации от действия на поверхности сдвигающих динамических нагрузок.

© Бакушев С.В., 2018



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Список литературы

1. *Новацкий В.К.* Волновые задачи теории пластичности / пер. с польск. В.А. Шачнева; под ред. Г.С. Шапиро. М.: Мир, 1978. 307 с.
2. *Бакушев С.В.* Продольно-поперечные геометрически-нелинейные волны деформаций // Ученые записки Петрозаводского государственного университета. Серия: Естественные и технические науки. Сентябрь, 2014. № 6 (143). С. 99–104.
3. *Бакушев С.В.* Продольно-поперечные волны деформаций слабого разрыва // Проблемы прочности и пластичности. 2014. Вып. 76 (2). С. 114–121.
4. *Бакушев С.В.* Геометрически и физически нелинейная механика сплошной среды: плоская задача. М.: ЛИБРОКОМ, 2013. 312 с.
5. *Доронин А.М., Ерофеев В.И.* Генерация второй гармоники сдвиговой волны в упруго-пластической

среде // Письма о материалах. 2016. Т. 6. № 2 (22). С. 102–104.

6. *Зверьев Е.М.* Возникновение волны сдвига при поперечном ударе по высотному зданию // Строительство и реконструкция. 2015. № 3 (59). С. 67–74.

7. *Садовский В.М.* К исследованию структуры поперечных ударных волн конечной амплитуды в пластической среде // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2003. № 5. С. 40–50.

8. *Садовская О.В.* Численное решение пространственных динамических задач моментной теории упругости с граничными условиями симметрии // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2009. Т. 49. № 2. С. 313–322.

9. *Carcione J.M., Poletto F., Farina B., Craglietto A.* Simulation of seismic waves at the earth's crust (brittle – ductile transition) based on the Burgers model // Solid Earth. 2014. Vol. 5. Issue 2. Pp. 1001–1010. doi: 10.5194/se-5-1001-2014

10. *Markiewicz E., Haugou G., Chaari F., Zouari B., Tounsi R., Dammak F.* Experimental study of aluminium honeycomb behaviour under dynamic multiaxial loading // EPJ Web of Conferences. 2012. Vol. 26. 01050. doi: 10.1051/epjconf/20122601050

11. *Смирнов В.И.* Курс высшей математики. Т. 4. Ч. 2. М.: Наука, 1981. 550 с.

12. *Гениев Г.А.* К вопросу о деформационной теории пластичности сыпучей среды // Строительная механика и расчет сооружений. 1971. № 4. С. 8–10.

13. *Бакушев С.В.* К вопросу о возможности формирования плоских ударных волн в сплошных средах // Строительная механика и расчет сооружений. 2012. № 2. С. 70–76.

Об авторе

Бакушев Сергей Васильевич – доктор технических наук, профессор кафедры механики, Пензенский государственный университет архитектуры и строительства (Пенза, Россия). *Область научных интересов:* разработка теории и методов расчета массивных тел с учетом геометрической и физической нелинейности (на основе нелинейных соотношений теории упругости В.В. Новожилова) на статические и динамические воздействия. Автор более 220 опубликованных научных работ. *Контактная информация:* e-mail – bakuchsv@mail.ru

Для цитирования

Бакушев С.В. Плоские геометрически-нелинейные волны деформаций сдвига // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 6. С. 516–522. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-6-516-522

RESEARCH PAPER

Flat geometric-nonlinear shear strains

Sergej V. Bakushev

Penza State University of Architecture and Construction
28 Titov St., Penza, 440028, Russian Federation

(received: March 19, 2018; revised: September 19, 2018; accepted: September 21, 2018)

Abstract. Aims. The problem of differential equation construction characteristics and balances is being analyzed; and also the definitions of the planar wave rotational deformation travel time in the continuum, the mechanical character of which is described by the mathematical models geometrically nonlinear analogues in continuous body, the stress-strain stain

of which is described by the undefined, basically, by the cross-connections between the first tensor invariant and the second invariant deviator of the stresses and nonlinear deformations.

Methods. As an example let's plot the specific speed of the transverse waves depending on the intensive rotational transverse deformation and the meanings of the material mechanical constants for the three mathematical models of the continuum: model 1 corresponds to the geometrically nonlinear analogue of the elasticity linear theory; model 2 corresponds to the geometrically nonlinear analogue of the small quantity elastoplastic strain theory; model 3 corresponds to geometrically nonlinear analogue of deformation theory of the loose medium plasticity.

Conclusions. It is stated that in half-subspace the mechanical behavior of which is described by the deformation theory equations of the loose medium plasticity, the shock waves can appear in continuous boundary conditions.

Keywords: plane problem, rotational deformation plane waves, the deformation wave travel time, geometrically and physical nonlinear effect

References

1. Novatsky V.K. (1978). *Volnovye zadachi teorii plastichnosti [Wave problems of plasticity theory]*. Moscow, Mir Publ., 307. (In Russ.)
2. Bakushev S.V. (2014). Prodol'no-poperechnye geometricheski-nelinejnye volny deformacij [Longitudinal-cross geometrical non-linear waves of deformation]. *Proceedings of Petrozavodsk State University. Series: Natural & Engineering Sciences*, 6(143), 99–103. (In Russ.)
3. Bakushev S.V. (2014). Prodol'no-poperechnye volny deformacij slabogo razryva [The longitudinal-transverse waves of deformations of the weak gap]. *Problems of Strength and Plasticity*, 76(2), 114–121. (In Russ.)
4. Bakushev S.V. (2013). *Geometricheski i fizicheski nelineinaya mekhanika sploshnoi sredy: ploskaya zadacha [Metrically and physically nonlinear mechanics of continuum: flat task]*. Moscow, LIBROKOM Publ., 312. (In Russ.)
5. Doronin A.M., Erofeev V.I. (2016). Generaciya vtoroj garmoniki sdvigovoj volny v uprugo-plasticheskoj srede [The generation of the second harmonics of the transverse wave in elastoplastic circumference]. *Letters on Materials*, 6(2–22), 102–104. (In Russ.)
6. Zveryaev E.M. (2015). Vozniknovenie volny sdviga pri poperechnom udare po vysotnomu zdaniyu [The inception of the transverse wave at the time of the transverse impact on the high building]. *Building and Reconstruction*, 3(59), 67–74. (In Russ.)
7. Sadovskii V.M. (2003). K issledovaniyu struktury poperechnyh udarnyh voln konechnoj amplitudy v plasticheskoj srede [To the research of the transversal shock wave structure of finite amplitude in plastic circumference]. *Russian Academy of Science Report. Mechanics of the rigid solids*, (5), 40–50. (In Russ.)
8. Sadovskaya O.V. (2009). Chislennoe reshenie prostranstvennyh dinamicheskikh zadach momentnoj teorii uprugosti s granichnymi usloviyami simmetrii [Solid dynamical problem computational solution of the bending theory of elasticity with interface conditions of symmetry]. *Magazine of the numerical mathematics and mathematical physics*, 49(2), 313–322. (In Russ.)
9. Carcione J.M., Poletto F., Farina B., Craglietto A. (2014). Simulation of seismic waves at the earth's crust (brittle – ductile transition) based on the Burgers model. *Solid Earth*, 5(2), 1001–1010 doi: 10.5194/se-5-1001-2014
10. Markiewicz E., Haugou G., Chaari F., Zouari B., Tounsi R., Dammak F. (2012). Experimental study of aluminium honeycomb behaviour under dynamic multi-axial loading. *EPJ Web of Conferences*, (26), 01050. doi: 10.1051/epjconf/20122601050
11. Smirnov V.I. (1981). *Kurs vysshey matematiki [Course of higher mathematics]. Vol. 4. Part 2.* Moscow: Nauka Publ., 550. (In Russ.)
12. Geniev G.A. (1974). K voprosu o deformatsionnoy teorii plastichnosti sypuchey sredy [To the question of deformation theory of granular media of plasticity]. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*, (4), 8–10. (In Russ.)
13. Bakushev S.V. (2011). K voprosu o vozmozhnosti formirovaniya ploskih udarnyh voln v sploshnyh sredah [To the question of the possibility of creating flat shock waves in solid media]. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*, (4), 11–15. (In Russ.)

About the author

Sergej V. Bakushev – Dr Sci. (Eng.), Professor of the Department of Mechanics, Penza State University of Architecture and Construction (Penza, Russia). *Research interests:* development of the theory and methods of calculation of massive bodies taking into account geometric and physical nonlinearities (based on V.V. Novozhilov nonlinear theory of elasticity ratios) for static and dynamic effects. He is the author of more than 220 scientific publications. *Contacts:* e-mail – bakuchsv@mail.ru

For citation

Bakushev S.V. (2018). Flat geometric-nonlinear shear strains. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(6), 516–522. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-6-516-522 (In Russ.)