

Динамика конструкций и сооружений

УДК 539.3

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-323-336

ОБЗОРНАЯ СТАТЬЯ

Современное состояние вопроса анализа собственных частот и форм колебаний конструкции из композиционных материалов

А.У. Нурымбетов^{1*}, А.А. Дудченко²¹Таразский государственный университет им. М.Х. Дулати
ул. Сулейменова, 7, Тараз, Республика Казахстан, 080012²Московский авиационный институт
Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, Российская Федерация, 125993

*Автор, ответственный за переписку

(поступила в редакцию: 18 апреля 2018 г.; принята к публикации: 25 июля 2018 г.)

В литературе описаны различные способы расчета форм и частот собственных колебаний стержневых конструкции и лопаток. В настоящее время все еще не предложено единой универсальной методики обеспечения вибрационной прочности лопаток, основанной на точном решении задачи расчета вибрационных характеристик современных рабочих колес сложной конструкции. Таким образом, проблема изгибно-крутильного флаттера рабочих лопаток турбомашин чрезвычайно актуальна, несмотря на недостаточное внимание, уделяемое ей в различных литературных источниках. Указанных выше недостатков удастся избежать, применяя различные расчетные методы анализа конструкций. Расчетные методы анализа прочности конструкций, как правило, разделяют на аналитические и численные. Аналитические методики исследования напряженно-деформированного и вибрационного состояний основаны в большинстве случаев на упрощенных соотношениях теории стержней, оболочек, а также теории колебаний. Преимуществом аналитических методик является относительная простота использования и удобство при проведении оценочных расчетов на начальных этапах проектирования. В статье проведен обзор и анализ работ по вопросам нахождения частот и форм колебаний стержневых конструкции и лопатки компрессора с целью их последующего использования для многослойных анизотропных стержневых конструкций из композиционных материалов (КМ) на этапе эскизного проектирования.

Ключевые слова: деформация, анизотропный многослойный стержень, кинематика, колебание, кручение, растяжение, изгиб, лопатка, автоколебания

1. Аэроупругие явления в газотурбинных двигателях (ГТД)

Широкий диапазон аэроупругих процессов, которому подвергается конструкция при взаимодействии с потоком газа (жидкости), в одних случаях может вызвать развитие усталостных трещин, приводящих к преждевременному исчерпыванию ресурса конструкции. В других случаях при интенсивных переходных режимах может привести к исчерпанию несущей способности системы из-за хрупкого разрушения материала или малоциклового усталости. Наибольшее влияние аэроупругие процессы имеют на авиационные конструкции. В самолетах аэроупругим деформаци-

ям подвергаются крыло, оперение, фюзеляж, органы управления; у вертолетов – лопасть несущего винта; в газотурбинных двигателях – лопатки компрессора и турбины.

Одним из основных требований, предъявляемых к современным авиационным ГТД, является получение максимальных удельных параметров, что, в свою очередь, приводит к необходимости снижения массы всего двигателя. Данная тенденция приводит к тому, что вновь проектируемые лопатки имеют все меньшие относительные толщины профилей и большие относительные удлинения, истончаются замковые соединения и диски, происходит переход на беззамковые рабочие колеса, исключая конструктивное

демпфирование. Эти процессы сопровождаются повышением уровня аэроупругих колебаний лопаток, возрастанием вероятности проявления различных аэроупругих явлений. Особенно остро проблема прогнозирования динамического поведения лопаток возникает при проектировании или модернизации перспективных вентиляторных ступеней, которые являются наиболее нагруженными. Подавляющее число поломок лопаток ГТД имеет усталостный характер. Эти поломки вызывают высокие вибрационные напряжения, возникающие в рабочих лопатках при резонансных колебаниях [1].

Нестационарные аэроупругие явления в ГТД можно разделить на 2 типа: вынужденные колебания лопаток и флаттер (автоколебания).

На сегодняшний день наиболее распространенным методом определения резонансных режимов работы двигателя является построение диаграммы Кэмпбелла (рис. 1), на которой ищутся точки пересечения возбуждающих частот (например, кратных частоте вращения ротора) и собственных частот колебаний лопатки [2].

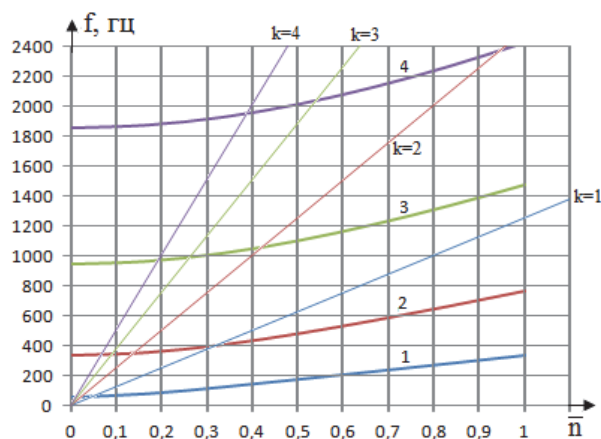


Рис. 1. Пример диаграммы Кэмпбелла:
жирные линии – собственные частоты колебаний;
тонкие линии – возбуждающие гармоники, кратные частоте вращения ротора
[Figure 1. An example of a Campbell diagram:
fat lines are natural frequencies of oscillations;
fine lines are excitatory harmonics multiples of the rotor rotation frequency]

Наиболее легко возбуждается и представляет наибольшую опасность первая изгибная форма колебаний с самой низкой частотой [3]. Поэтому на этапе проектирования в обязательном порядке проводится отстройка основной формы колебаний лопатки от резонансов на максимальном рабочем режиме. Для анализа результатов расчета строится диаграмма возбуждения лопатки (диаграмма Кэмпбелла). Пример диаграммы представлен на рис. 1, где по оси абсцисс отложены числа

оборотов вращения ротора, по оси ординат – частоты собственных колебаний лопаток f , которые наносятся на диаграмму по данным расчетов. Лучи, проведенные из начала координат, представляют собой частоты возбуждения, кратные числам оборотов n [3]. Кратность k указана для каждого луча. Точки пересечения лучей с кривыми $f_{\text{соб}}$ и определяют частоты вращения двигателя, при которых возникают резонансные колебания лопаток. Необходимо, чтобы данные частоты вращения отличались от рабочей частоты $n_{\text{раб}}$ вращения ротора двигателя. Для достижения этого при проектировании лопаток ГТД проводится ряд расчетов форм и частот их собственных колебаний. Изменяя геометрию лопаток, добиваются отстройки от резонанса на максимальном режиме работы двигателя (рис. 2) [3].

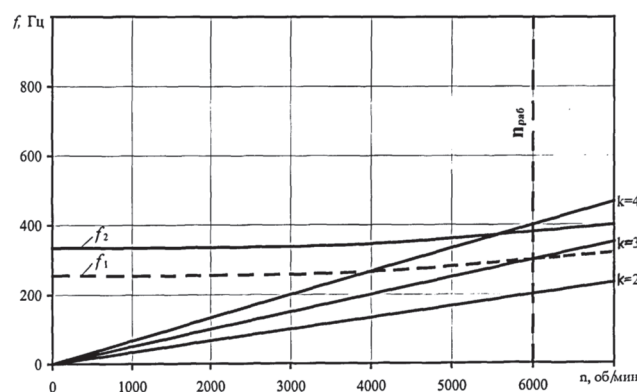


Рис. 2. Частотная диаграмма для исследования резонансных колебаний лопаток:
 f_1 – исходная геометрия; f_2 – отстроенные лопатки
[Figure 2. Frequency diagram for the study of resonant oscillations of the blades:
 f_1 – initial geometry; f_2 – tuned blades]

Реальные детали имеют не одну, а целый спектр собственных форм колебаний и соответствующих им частот [3]. Изменяя конфигурацию детали, места и жесткость узлов крепления, можно изменить спектр частот собственных колебаний так, чтобы еще на стадии проектирования отстроиться от возможных резонансов с большими переменными нагрузками на основных рабочих режимах [4]. Ввиду сложности расчетного определения величины вибрационных напряжений лопаток ГТД в рабочих условиях в настоящее время их измеряют экспериментально прямым тензометрированием в составе двигателя. Для этого лопатки препарируют тензорезисторами и исследуют их вибрационные характеристики на всех режимах работы двигателя при его доводке [3]. Для регистрации результатов этих исследований применяют магнитографы, катодные и шлейфо-

вые осциллографы. Амплитудно-частотный анализ переменных во времени сигналов проводится с помощью анализаторов спектров частот. Этот комплекс расчетно-экспериментальных работ по обеспечению вибрационной прочности рабочих лопаток ГТД является трудоемкой, сложной инженерной задачей [3]. Исключение резонанса лопатки на максимальном рабочем режиме – важнейшее условие обеспечения надежной работы двигателя. Поэтому расчету форм и частот собственных колебаний лопаток ГТД на этапе проектирования всегда уделяется особое внимание [3].

Как показано в [5] и [6], наибольшими являются центробежные силы, действующие на лопатки при вращении. В зависимости от рабочей частоты вращения турбины, а также размеров лопатки, численные значения действующих на нее центробежных сил могут изменяться в очень широких пределах, достигая для лопаток последних ступеней низкого давления нескольких меганьютонов. Если в лопатках постоянного сечения центробежные силы в основном вызывают напряжения растяжения, то в закрученных лопатках переменного сечения, помимо напряжений растяжения, возникают также значительные напряжения изгиба и кручения. Усилия, действующие на лопатку от потока пара, имеют значительно меньшие численные значения, чем центробежные силы, и достигают максимальных значений, равных нескольким килоньютонам, в регулирующих ступенях мощных турбин. Поскольку действующие от парового потока силы направлены перпендикулярно оси лопатки, они вызывают в лопатке изгибающие напряжения (так называемые напряжения парового изгиба). Кроме статических и термических напряжений, в рабочих лопатках паровых турбин в процессе эксплуатации могут возникать динамические напряжения, периодически изменяющиеся во времени. В отличие от статических напряжений, численные значения которых могут быть найдены расчетным путем, значения переменных напряжений не могут быть вычислены с требуемой для практики точностью, что объясняется недостаточностью знаний как возмущающих, так и демпфирующих сил.

Таким образом, проблема изгибно-крутильного флаттера рабочих лопаток турбомашин чрезвычайно актуальна, несмотря на недостаточное внимание, уделяемое ей в различных литературных источниках.

Являясь разновидностью динамической неустойчивости упругого тела, связанный изгибно-крутильный флаттер очень близок к явлению динамической потери устойчивости стержней при нагружении следящими силами.

2. Критериальные оценки и вероятностно-статистические подходы

В работе [7] показано, что на начальном этапе развития теории флаттера существенное развитие получили так называемые критериальные оценки, являющиеся в основном одно- или двух-параметрическими зависимостями [8; 9], зависимости от большего числа параметров встречаются значительно реже [10]. Самым распространенным и одним из наиболее простых критериев является число Струхалия (приведенная частота),

вычисляемое по формуле $Sh = \frac{\omega c}{U}$, где ω – круговая частота собственных колебаний лопатки;

c – длина хорды лопатки; U – скорость набегающего потока. Физический смысл числа Струхалия состоит в отношении нестационарной составляющей силы, действующей на профиль и вызванной колебаниями лопатки, к стационарной нагрузке, определяемой скоростным напором [7]. С увеличением числа Струхалия поведение лопатки становится все более отличным от квазистационарного. Критериями устойчивости к флаттеру в работе [10] являются значения $Sh > 0,8$ при рассмотрении колебаний по изгибной форме, $Sh > 1,4$ – по крутильной. В [11] соответствующими критическими значениями являются $Sh = 0,3$ и $Sh = 1,6$. Наиболее перспективным подходом представляется использование численных методик определения устойчивости лопаток к флаттеру в трехмерной постановке, учитывающих все геометрические и физические особенности объекта [7].

3. Численные методы анализа

Следует отметить, что обычный способ улучшения параметров ГТД на основе традиционных подходов, ориентированных наряду с расчетами в основном на дорогостоящие эксперименты, практически исчерпал себя [7]. В силу ограниченных возможностей наземных экспериментальных установок, их дороговизны и длительности испытаний в практике двигателестроения и других областях техники интенсивно развивается направление, ориентированное на создание и анализ математических моделей объектов, базирующееся на широком применении и синтезе современных численных методов механики сплошной среды и ЭВМ. При численном решении задачи о совместных колебаниях твердого тела и газового потока исследователи сталкиваются с рядом трудностей. Во-первых, это многодисциплинарность задачи – при ее решении приходится пользоваться мето-

дами теории упругости, аэродинамики и теории колебаний. Во-вторых, нестационарность протекающих процессов, в частности подвижность границ расчетной области, зависимость нестационарных газовых сил от текущего положения и предыстории движения лопатки. В-третьих, при решении связанных задач имеются сложности математического плана по причине отсутствия унифицированного математического аппарата для комплексного описания ее поведения [7]. Вследствие указанных факторов многие исследователи используют упрощенные модели, позволяющие так или иначе свести задачу к последовательному решению газодинамической и твердотельной задач или к одной из них с использованием аналитических зависимостей для другой [7]. Такие подходы Дж. Маршалл и М. Имриган [12] называют «классическими». В группу «интегрированных» данные авторы относят методы, в которых проводится попытка решения совместной задачи. Большой обзор методов решения задачи флаттера приведен также в работах [13–15].

До недавних пор основным методом расчетов напряженно-деформируемого состояния (НДС) и вибрационных характеристик была «стержневая» теория, рассматривающая лопатку как тонкий, естественно закрученный стержень [5; 16–18]. Лопатки условно подразделялись на гибкие и жесткие и для каждого класса вводились свои дополнительные предположения. Для жестких лопаток упругие прогибы и углы поворота сечений считаются малыми и не изменяющими геометрическую форму их осевых линий. В этом случае напряжения в лопатке от действия центробежных сил и паровых усилий можно определять отдельно. Для расчета жестких лопаток используется теория прямых стержней (теория балок) [19; 20]. К жестким стержням относится большинство лопаток паровых турбин: все ступени высокого и среднего давления, а также лопатки первых ступеней низкого давления [5]. Особенность расчета гибких естественно закрученных лопаток заключается в том, что при рассмотрении их деформации необходимо учитывать взаимосвязанность деформаций растяжения, изгиба и кручения [46]. Кроме того, при вычислении изгибающего и крутящего моментов нельзя считать малыми упругие прогибы и углы поворотов сечений и пренебрегать ими, как это делается при расчете жестких лопаток [5].

Формы колебаний закрученных стержней являются пространственными, они не имеют узловых неподвижных точек оси стержня, которые позволяют достаточно просто классифицировать формы

колебаний незакрученного стержня. Начальную закрученность стержней двусимметричного поперечного сечения учитывает классическая теория стержней Кирхгофа – Клебша [21]. Однако поперечные сечения рабочих лопаток имеют явно выраженную несимметрию. Несимметрия сечения приводит к взаимосвязи различных видов колебаний. Инерционная связь изгибных и крутильных колебаний возникает вследствие несовпадения центра масс и центра изгиба сечения. Учет этого несовпадения уточняет классическую теорию стержней Кирхгофа – Клебша, но не является достаточным для описания колебаний закрученных лопаток несимметричного сечения.

Техническая теория закрученных стержней учитывает, кроме того, деформацию продольных винтовых волокон при упругом кручении стержня. Даже для стержня с двусимметричным поперечным сечением при этом возникает связь продольной и крутильной деформаций. У стержня с несимметричным поперечным сечением продольные деформации при кручении вызывают не только продольную силу, но и изгибающие моменты. Изгиб закрученного стержня с несимметричным сечением за счет поперечных составляющих деформаций винтовых волокон вызывает деформацию кручения [46]. Таким образом, возникает деформационная связь изгибных, крутильных и продольных колебаний [22; 23; 76].

При необходимости проводятся серии однотипных расчетов, в частности в процессе приведения собственных частот колебаний проектируемой лопатки в соответствие с требованиями норм прочности [24]. В этом случае для перебора множества конфигураций за ограниченное время возникает потребность в высокой скорости расчета.

В работе [4] показано, что модель стержня в работах И.А. Биргера [18; 19] и Б.Ф. Шорра [17] применена для развития различных вариантов теории закрученных стержней и является весьма эффективной при моделировании динамики лопаток. Практически с начала внедрения ГТД до настоящего времени продолжается процесс совершенствования стержневой модели для проектирования лопаток турбомашин. Опираясь на классические работы Г. Кирхгофа, А. Клебша, А. Лява [20–23], используя результаты исследований Г.Ю. Джанелидзе, А.И. Лурье [26], С.П. Тимошенко, П.М. Риза [23], основанные на применении теории упругости к анализу НДС закрученных стержней, И.А. Биргер, Ю.С. Воробьев и Б.Ф. Шорр разработали различные варианты теории естественно закрученных стержней для расчета лопаток турбомашин. Подробные обзоры ра-

бот в этом направлении приведены в [27; 28]. Данный подход позволил учесть влияние таких факторов, как начальная закрутка, деформация сечения, сдвиг и т.д. [4]

Это позволило получать удовлетворительные результаты при расчете НДС и частот собственных колебаний компрессорных лопаток большого удлинения, для которых справедлива гипотеза свободного кручения.

Уравнения равновесия прямолинейных естественно закрученных стержней также можно найти у В.А. Светлицкого [24; 29]. В работе Ю.М. Темиса и В.В. Карабана [30] была реализована нелинейная модель предварительно закрученного стержня, использующая для описания деформации члены второго порядка малости, что позволило существенно повысить точность расчетов и учесть нелинейные эффекты, такие как изменение центробежной нагрузки, действующей на вращающуюся лопатку в процессе ее деформирования [24].

Необходимо отметить, что каждая уточняющая модификация стержневой модели лопатки сопряжена с усложнением этой модели. В частности, модель А.И. Ушакова [31], предложившего свой вариант нелинейной теории тонкостенных стержней произвольной формы для расчета лопаток с кривой осью, косыми торцами и переменной по длине геометрии, позволяет учесть не только деформацию средней линии поперечного сечения, но также и деформацию стенки. Эта модель, хотя и позволяющая верно оценить величины низших частот колебаний широкохордных лопаток компрессоров, вентиляторов и некоторых типов охлаждаемых лопаток турбин, является чрезмерно сложной, поскольку вместо одномерной стержневой модели сводится фактически к объемному анализу таких конструкций [31]. К настоящему времени опубликовано большое число работ отечественных и зарубежных исследователей, посвященных этой проблеме.

В литературе описаны различные способы расчета форм и частот собственных колебаний лопаток. Их общим недостатком является то, что результаты расчета хорошо согласуются с экспериментальными значениями только в конкретных частных случаях для определенных конструкций лопаток [3; 4]. На сегодняшний день все еще не предложено единой универсальной методики обеспечения вибрационной прочности лопаток ГТД, основанной на точном решении задачи расчета вибрационных характеристик современных рабочих колес сложной конструкции.

4. Энергетический подход

При использовании энергетического подхода предполагается [7], что все лопатки колеблются по

одной и той же форме колебаний, с одной амплитудой и частотой (данные параметры являются константами задачи). В работе [74] показано, что такая постановка соответствует случаю с наименьшей устойчивостью решений. Описание метода одним из первых было дано в [32]. Алгоритм решения задачи согласно энергетическому подходу можно условно описать следующим образом [7]:

- определение собственных форм и частот колебаний лопатки без учета нестационарных аэродинамических нагрузок;

- выбор тех форм и частот, возникновение автоколебаний по которым наиболее вероятно (как правило, это первые изгибная и крутильная формы [33]);

- задавшись некоторым законом колебаний лопаток (формой и частотой, амплитудой и фазовым сдвигом), проводится нестационарный аэродинамический расчет обтекания колеблющейся решетки профилей;

- по знаку работы газа над лопаткой за один период колебаний определяется устойчивость по соответствующей собственной форме. Положительная работа свидетельствует о склонности лопатки к автоколебаниям, отрицательная – об устойчивости [7].

Как отмечается в работе [34], энергетический подход обладает низкими по сравнению с аналогами требованиями к вычислительным ресурсам и позволяет определить запасы устойчивости во всей рабочей области.

Результаты расчетов по энергетическому методу затем можно использовать для расчета прочности путем гармонического анализа (поиска отклика системы на гармонические нагрузки).

Основным достоинством энергетического подхода, по сравнению с решением сопряженной задачи, является относительная простота, а недостатком – возможность моделировать только установившиеся колебательные процессы без учета обратного влияния газового потока на колебания лопатки.

5. Решение задачи прочности в частотной области

В отличие от энергетического подхода метод решения аэроупругой задачи на собственные значения опирается главным образом на решение твердотельной составляющей задачи, упрощая аэродинамическую составляющую. В этом случае проводится анализ уравнений свободных колебаний лопаток в предположении, что аэроупругие силы являются только функциями перемещений.

Для этого расчетным или иным путем определяется набор аэродинамических параметров (подъ-

емных сил и моментов, возникающих при различных смещениях профиля), которые затем используются в качестве коэффициентов в матрицах жесткости и демпфирования [7]. Далее задача сводится к задаче о собственных значениях. Действительная часть полученных комплексных частот соответствует частоте собственных колебаний, мнимая – характеризует уровень аэродемпфирования [7; 9].

Анализ в частотной области обладает теми же преимуществами, что и энергетический подход – относительной простотой и более низкими требованиями к вычислительным ресурсам.

Указанных выше недостатков удается избежать, применяя различные расчетные методы анализа конструкций. Расчетные методы анализа прочности конструкций, как правило, разделяют на аналитические и численные.

Аналитические методики исследования напряженно-деформированного и вибрационного состояния основаны, как правило, на упрощенных соотношениях теории стержней, оболочек, а также теории колебаний. Преимуществом аналитических методик является относительная простота использования и удобство при проведении оценочных расчетов на начальных этапах проектирования [76; 77].

6. Изгибно-крутильные колебания естественно закрученных лопаток

Главной особенностью естественно закрученной лопатки является взаимная связанность растяжения и изгиба с кручением: растягивающая сила и изгибающие моменты в сечениях лопатки вызывают не только изгиб, но и кручение. Соответственно, крутящий момент вызывает не только закручивание лопатки, но также растяжение – сжатие и изгиб. Чтобы учесть эту взаимную связанность, рабочие лопатки турбомашин наиболее часто моделируют в виде тонкостенных естественно закрученных стержней [75], совершающих изгибно-крутильные или крутильно-продольные колебания. Однако в настоящее время отсутствуют методы аналитического решения системы дифференциальных уравнений, описывающих изгибно-крутильно-продольные колебания закрученной лопатки переменного сечения.

Нахождение собственных частот колебаний рабочих лопаток является одной из основных задач при проектировании любой турбомшины. А поскольку аналитическое решение системы дифференциальных уравнений изгибно-крутильно-продольных колебаний закрученной лопатки пе-

ременного сечения отсутствует, разработан ряд приближенных методов (методы Рэлея, Ритца, метод последовательных приближений и т. д.) [35], позволяющих оценивать собственные частоты колебаний рабочих лопаток.

Одним из вариантов оценки собственных частот колебаний закрученных лопаток является методика расчета с помощью таблиц. При использовании этой методики собственные частоты консольных закрученных балок рассчитываются по стандартным формулам [25].

Как показывает практика расчетных и экспериментальных исследований НДС лопаток [36], для повышения достоверности получаемых расчетных результатов наиболее целесообразно использовать численные методы [76; 77]. Достоинством численных методов является возможность решения сложных задач механики деформируемого твердого тела и механики конструкций при гораздо меньших затратах, чем при экспериментальных исследованиях.

7. Анализ состояния проблемы колебания ГТД, изготовленных из КМ

В работе [37] показано, что создание современных газотурбинных двигателей (ГТД) характеризуется заменой в ряде деталей традиционных конструкционных материалов (сталей и титановых сплавов) на современные композиционные материалы (КМ), имеющие более высокие удельную прочность и жесткость. Такие работы проводят все ведущие двигателестроительные фирмы мира (General Electric, Pratt and Whitney, CFM International и др.). Исследованиями в этой области также занимаются ФГУП ЦИАМ, ФГУП ВИАМ, ОАО «НПП “Мотор”», ОАО «Пермский моторный завод» и др. В настоящее время одним из основных направлений по применению КМ в газотурбинных двигателях является создание лопаток из углепластика, титанового сплава, армированного волокнами карбида кремния, лопатки составной конструкции и лопатки из КМ на металлической матрице [37].

В [38] отмечается, что растущий интерес к демпфирующим конструкциям из КМ стимулирует разработку методов определения их собственных частот и коэффициентов механических потерь. Этот интерес обусловлен в первую очередь тем, что диссипативные свойства конструкционных КМ значительно превосходят аналогичные характеристики подавляющего большинства металлов и сплавов и могут быть использованы в качестве параметров проектирования конструк-

ций с заданными свойствами. При создании КМ и изделий из них важнейшее значение имеет прогнозирование упругих и диссипативных характеристик конструкций по известным свойствам отдельных монослоев. Для этого необходимо располагать полным набором упругих и диссипативных характеристик материалов монослоев, скомпонованных в конструкции. Вопросы определения полного набора комплексных модулей получили достаточное освещение в современной литературе [39–42]. Определенный прогресс в этом направлении достигнут для элементов конструкций, состоящих из жестких конструкционных КМ [43–45]. При переходе к слоистым конструкциям, состоящим из совокупности жестких и мягких слоев, ситуация становится еще сложнее и известны только несколько работ, посвященных исследованию их затухающих колебаний [47–49]. Ни в одной из указанных работ не были учтены эффекты трансверсального сжатия, учет которого позволит более полно выявить особенности поведения указанных конструкций. Учитывая сложность поставленной задачи, естественно выбрать объект исследования, с одной стороны, максимально простой, с другой – учитывающий все характерные особенности исследуемого явления [38].

Не останавливаясь на детальном анализе многообразия существующих подходов к исследованию колебаний слоистых анизотропных пластин, отметим только наиболее существенные особенности их деформирования.

Модули поперечного сдвига современных КМ обычно очень малы по сравнению с модулями упругости в плоскости, в результате чего деформации сдвига могут влиять на поведение таких материалов гораздо существеннее, чем на поведение однородных изотропных материалов [50]. Например, определяемые по классической теории пластин собственные частоты для пластин с отношением длины стороны к толщине, равным 10, на 25% превышают частоты, определенные по теории, учитывающей деформации сдвига [50].

Дифференциальные уравнения, которые получаются при использовании принципа минимума потенциальной энергии, позволяют достаточно хорошо описать глобальное поведение пластины и стержней, т.е. определить прогибы, собственные частоты и критические нагрузки. Однако, для исследования распределения напряжений по толщине пластины и стержней в областях разрыва непрерывности, например на границах, требуется более сложная теория. На границах межслойные напряжения создают «эффект пограничного слоя», в соответствии с которым напряже-

ния между слоями различных материалов отличны от нуля [76; 77].

Приведенный краткий обзор позволяет заключить, что для построения математической модели собственных колебаний квазиоднородных слоистых анизотропных пластин и стержней целесообразно воспользоваться уточненной технической теорией, поскольку исследуется глобальное поведение конструкции.

В работе [49] для анализа упругих и диссипативных характеристик многослойных пластин из КМ используется модель слоистой регулярной структуры, предложенная в [50; 51]. Композит представляется в виде совокупности чередующихся слоев с существенно различными свойствами. Одна группа слоев, названная в [49] жесткими, имитирует армирующие элементы композита (стеклопластики, углепластики и т.п.). Другая группа – мягкие слои, моделирует свойства демпфирующих вязкоупругих слоев. Жесткие слои воспринимают основные усилия в плоскости армирования, а мягкие слои несут ответственность за межслойный сдвиг. Одной из существенных сторон теории [49; 50] является совокупность кинематических гипотез. Деформации слоистой конструкции полностью задаются перемещениями жестких слоев, для каждого из которых учитывается влияние деформаций сдвига. На поверхности контакта жестких и мягких слоев выполняется условие непрерывности перемещений. В то же время поля деформаций могут иметь разрывы. Применение вариационного принципа Гамильтона позволяет построить лучшее в энергетическом смысле приближение полей перемещений, деформаций и напряжений к истинным полям [76; 77].

В работе [37] приведена методика расчета на прочность лопатки компрессора газотурбинного двигателя из гибридного КМ, отличающаяся тем, что позволяет определять напряжения в матричном материале и в армирующих волокнах, оценивать по ним прочность лопатки и, рассматривая различные схемы армирования, выбирать из них вариант, обеспечивающий минимизацию напряжений в наиболее опасных точках лопатки. Рассматривается расчетная модель для определения эффективных характеристик жесткости гибридного КМ на основе магниевой матрицы, армированной углеродными и борными волокнами, включающей формирование представительного элемента гибридного композита. Построение конечно-элементной модели композита и анализ точности получаемых результатов реализованы в рамках пакета ANSYS.

Колебания и аэроупругость композиционных лопастей рассматриваются в работах [52–65]. Нелинейным аэроупругим колебаниям посвящены работы [66–70]. Некоторым вопросам, относящимся к математическим моделям упругих лопастей и численным методам их расчета, посвящены работы [71–73].

Заключение

При создании работоспособной лопатки из КМ одним из важнейших направлений является максимальное снижение напряжений в местах перехода от пера лопатки к ее хвостовику и в угловых точках на боковых гранях хвостовика, где происходит разрушение лопатки из традиционных материалов. В отличие от однородных материалов в лопатке из КМ напряжения в опасных зонах можно снижать не только за счет геометрической формы лопатки, но и за счет выбора рациональной схемы ее армирования [76; 77]. До настоящего времени эффективность этого подхода в лопатках ГТД детально еще никто не анализировал, хотя это может дать весьма заметный положительный эффект [37]. Для реализации такой возможности необходима методика расчета НДС лопатки из КМ с учетом его реальной структуры. При создании такой методики необходимо решить ряд актуальных научных задач: разработать методики экспериментального определения упругих и прочностных характеристик КМ, расчета коэффициентов жесткости композитов при различных схемах армирования с одним или двумя видами армирующих волокон, расчета НДС лопатки из КМ с определением напряжений в матрице и армирующих волокнах, выбрать наиболее рациональную схему армирования с наименьшими напряжениями в наиболее опасных точках лопатки. Решение указанных задач является весьма актуальным, обладающим существенной новизной и имеющим важное практическое значение [37].

© Нуриббетов А.У., Дудченко А.А., 2018



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Список литературы

1. Свищев Г.П., Биргер И.А. Надежность и ресурс авиационных газотурбинных двигателей. М.: Машиностроение, 1969. 539 с.
2. Иноземцев А.А. Динамика и прочность авиационных двигателей и энергетических установок. Т. 4. М.: Машиностроение, 2008. 192 с.
3. Михайлов А.Л. Принципы проектирования и вибродиагностика деталей ГТД на основе математиче-

ского моделирования объемного напряженно-деформированного состояния: дис. ... д-ра техн. наук. Рыбинск, 2003. 309 с.

4. Михайлов А.Л. Повышение надежности ГТД на основе компьютерных технологий проектирования и вибродиагностики повреждений лопаток методом эквивалентных масс: дис. ... канд. техн. наук. Рыбинск, 2000. 178 с.

5. Гаврилов С.Н. Усовершенствованная методика расчетов напряженно-деформированного состояния и частотных характеристик рабочих лопаток паровых турбин: дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2002. 137 с.

6. Гаев А.В. Иерархическая последовательность моделей для исследования напряженного и вибрационного состояния рабочих лопаток паровых турбин: дис. ... канд. тех. наук: С.-Петербург. 2008. 157 с.

7. Шуваев Н.В. Методика численного моделирования аэроупругого взаимодействия компрессорных лопаток газотурбинного двигателя с дозвуковым набегающим потоком воздуха: дис. ... канд. техн. наук. Пермь, 2014. 165 с.

8. Fransson T.H. Analysis of Experimental Time-Dependent Blade Surface Pressures from an Oscillating Turbine Cascade Using the Influence-Coefficient Technique // Journal de Physique III. 1992. Vol. 2. No. 4. Pp. 575–594.

9. Shrinivasan A.V. Flutter and Resonant Vibration Characteristics of Engine Blades // Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. 1997. Vol. 19. No. 3. Pp. 742–775.

10. Хориков А.А. Обеспечение отсутствия флаттера лопаток компрессоров на различных этапах создания турбомашин // Проблемы прочности. 1976. № 3. С. 25–28.

11. Камтси Н.А. Аэродинамика компрессоров. М.: Мир, 2000. 688 с.

12. Marshall J.G. A Review of Aeroelasticity Methods with Emphasis on Turbomachinery Applications // Journal of Fluids and Structures. 1996. Vol. 10. Issue 3. Pp. 237–267.

13. Verdon J.M. Review of Unsteady Aerodynamic Methods for Turbomachinery Aeroelastic and Aeroacoustic Applications // AIAA Journal. 1993. Vol. 31. No. 2. P. 235–249.

14. Imregun M. Recent developments in turbomachinery aeroelasticity // Computational Fluid Dynamics. 1998. Vol. 2. Pp. 524–533.

15. Marshall J.G. An analysis of the aeroelastic behavior of a typical fan-blade with emphasis on the flutter mechanism // International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exhibition, Jun. 10–13, 1996, Birmingham, United Kingdom. ASME 96-GT-78.

16. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. М.: Высшая школа, 1980. 408 с.

17. Воробьев Ю.С., Шорр Б.Ф. Теория закрученных стержней. Киев: Наукова Думка, 1983. 188 с.

18. Биргер И.А. Стержни, пластины и оболочки. М.: Физматлит, 1992. 392 с.

19. Биргер И.А. Прочность и надежность машиностроительных конструкций: избранные труды. Уфа: ГМФМЛ, 1998. 350 с.

20. Ляв А. Математическая теория упругости. М.-Л.: ОНТИ, 1935. 674 с.

21. *Kirchoff G.* Vorlesungen uber mathematische Physik. Mechanik. Leipzig, 1877. 466 s.
22. *Clebsh A.* Theorie der Elastizitat fester Korper. Leipzig, 1862. 424 s.
23. *Риз П.М.* Деформация естественно закрученных стержней // Труды АН СССР. 1939. Т. 23. № 1. С. 18–21.
24. *Федоров И.М.* Численный анализ математических моделей динамической устойчивости и оптимизация лопаток турбомашин: дис. ... канд. техн. наук. М., 2008. 183 с.
25. *Левин А.В.* Прочность и вибрация лопаток и дисков паровых турбин. Л.: Машиностроение, 1981. 710 с.
26. *Лурье А.И.* Задача Сен-Венана для естественно скрученных стержней // Дан СССР. 1939. Т. XXIV. № 1. С. 23–26; № 3. С. 226–228.
27. *Воробьев Ю.С.* Исследование колебаний систем элементов турбоагрегатов. Киев: Наукова Думка, 1978. 135 с.
28. *Шорр Б.Ф.* Изгибно-крутильные колебания закрученных компрессорных лопаток // Прочность и динамика авиационных двигателей. Вып. 1. М.: Машиностроение, 1964. С. 217–246.
29. *Светлицкий В.А.* Автоколебания гибкого стержня в масляном слое // Изв. вузов. Машиностроение. 1974. № 12. С. 48–52.
30. *Темис Ю.М.* Геометрически нелинейная конечно-элементная модель закрученного стержня в задачах статического и динамического расчета лопаток // Труды ЦИАМ. 2001. № 1319. С. 1–20.
31. Методы расчета напряженно-деформированного состояния лопаток турбомашин: сборник статей / под ред. А.И. Ушакова // Тр. ЦИАМ. 1987. № 1177. 524 с.
32. *Carta F.O.* Coupled Blade-Disk-Shroud Flutter Instabilities in Turbojet Engine // Journal of Engineering for Power. 1967. No. 7. Pp. 419–426.
33. *Августинович В.Г.* Численное моделирование нестационарных явлений в газотурбинных двигателях. М.: Машиностроение, 2005. 536 с.
34. *May M.* Reduced Order Modeling for the Flutter Stability Analysis of a Highly Loaded Transonic Fan // Proceedings of ASME Turbo Expo 2012, June 11–15, 2012, Copenhagen, Denmark. GT2012-69775.
35. *Малинин Н.Н.* Прочность турбомашин. М.: Машгиз, 1962. 290 с.
36. *Бердичевский В.Л.* Вариационные принципы механики сплошной среды. М., 1983. 448 с.
37. *Нусратуллин Э.М.* Прочность композиционной лопатки компрессора газотурбинного двигателя: дис. ... канд. техн. наук. Уфа, 2012. 154 с.
38. *Maekawa Z.* Design concepts of hybrid composites with high damping and high strength properties // 37th International SAMPE Symposium, March 9–12, 1992. Pp. 100–114.
39. *Болотин В.В.* Механика многослойных конструкций. М., 1980. 375 с.
40. *Екельчик В.С.* Связанные изгибно-крутильные колебания анизотропных стержней из полимерных композитных материалов. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных для стержня из углепластика // Механика композитных материалов. 1992. № 2. С. 232–238.
41. *Зиновьев П.А.* Анизотропия диссипативных свойств волокнистых композитов // Механика композитных материалов. 1985. № 5. С. 816–825.
42. *Ионов А.В.* Математические модели сложных демпфированных конструкций // Борьба с вибрациями машин и установок: материалы семинара. Л.: ЛДНТП, 1983. С. 23–28.
43. *Капанья Р.К.* Последние достижения в исследованиях слоистых балок и пластин. Ч. I: Влияние сдвигов на устойчивость // Аэрокосмическая техника. 1990. № 5. С. 43–57.
44. *Капанья Р.К.* Последние достижения в исследованиях слоистых балок и пластин. Ч. II: Колебания и распространение волн // Аэрокосмическая техника. 1990. № 5. С. 58–73.
45. *Карнов А.В.* Вынужденные колебания трехслойной пластины с несущим слоем с учетом рассеяния энергии колебаний в материале слоев // Изв. выс. уч. заведений. Авиационная техника. 1966. № 1. С. 88–93.
46. *Каримбаев Т.Д., Нуримбетов А.У.* Собственные частоты колебаний слоистого композиционного стержня // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2016. № 5. С. 46–57.
47. *Работнов Ю.Н.* Элементы наследственной механики твердых тел. М., 1977. 384 с.
48. *Mall S., Johnson W.S.* Characterization of mode I and mixed mode failure of adhesive bonds between composite adherends // Composite Materials: Testing and Design, 7th Conference. ASTM STP 893 / *Whitney J.M. (ed.)*. American Society for Testing and Materials. 1986. Pp. 322–334.
49. *Иванцова О.Н.* Методы вычисления собственных частот и форм колебаний пластин и их асимптотика: дис. ... канд. физ.-мат. наук. СПб., 1998. 122 с.
50. *Reddy J.N.* A simple higher-order theory for laminated composite plates // J. of Applied Mechanics. 1984. Vol. 51. Pp. 745–752.
51. *Reddy J.N.* Geometrically nonlinear transient analysis of laminated composite plates // AIAA Journal. 1983. Vol. 21. Pp. 621–629.
52. *Cho M.H.* Aeroelastic Stability of Hingeless Rotor Blade in Hover Using Large Deflection Theory // AIAA Journal. 1994. Vol. 32. No. 7. Pp. 1472–1477.
53. *Eslimy-Isfahany S.H.R.* Dynamic Response of Composite Beams with Application to Aircraft Wings // Journal of Aircraft. 1997. Vol. 34. No. 6. Pp. 785–791.
54. *Friedman P.P.* Development of a Structural Optimization Capability for the Aeroelastic Tailoring of Composite Rotor Blades with Straight and Swept Tips // AIAA 1992-4779. 1992. Pp. 722–748.
55. *Gandhi F.* Influence of Balanced Rotor Anisotropy on Helicopter Aeromechanical Stability // AIAA Journal. 1999. Vol. 37. No. 10. Pp. 1152–1160.
56. *Ganguli R.* Aeroelastic Optimization of a Helicopter Rotor with Composite Coupling // Journal of Aircraft. 1995. Vol. 32. No. 6. Pp. 1326–1334.
57. *Jeon S.M.* Aeroelastic Analysis of a Hingeless Rotor Blade in Forward Flight // AIAA Journal. 2000. Vol. 38. No. 5. Pp. 843–850.
58. *Jeon S.M.* Aeroelastic Response and Stability Analysis of Composite Rotor Blades in Forward Flight //

Composites Part B: Engineering. 2001. Vol. 32. No. 3. Pp. 249–257.

59. *Kim T.* Nonlinear Large Amplitude Aeroelastic Behavior of Composite Rotor Blades // *AIAA Journal*. 1993. Vol. 31. No. 8. Pp. 1489–1497.

60. *Lim I.* Aeroelastic Analysis of Rotor Systems Using Trailing edge Flaps // *Journal of Sound and Vibration*. 2009. Vol. 321. Pp. 525–536.

61. *Nagabhushanam J.* Hingeless-Rotor Aeromechanical Stability in Axial and Forward Flight With Wake Dynamics // *Journal of the American Helicopter Society*. 1999. Vol. 44. Pp. 222–233.

62. *Srinivas V.* Formulation of a Comprehensive Aeroelastic Analysis for Tilt-Rotor Aircraft // *Journal of Aircraft*. 1998. Vol. 35. No. 2. Pp. 280–287.

63. *Srinivas V.* Aeroelastic Analysis of advanced Geometry Tiltrotor Aircraft // *Journal of the American Helicopter Society*. 1998. Vol. 43. Pp. 212–221.

64. Dynamics Specialists Conference, Hilton Head, SC, Apr 21, 22, 1994. Technical Papers (A94-23572 06-39). Washington, DC, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1994. Pp. 402–415.

65. *Gandhi F.* Influence of Balanced Rotor Anisotropy on Helicopter Aeromechanical Stability // *AIAA Journal*. 1999. Vol. 37. No. 10. Pp. 1152–1160.

66. *Cesnik C.E.S., Hodges D.H.* VABS: A New Concept for Composite Rotor Blade Cross-Sectional Modeling // *Journal of the American Helicopter Society*. 1997. Vol. 42. Pp. 27–38.

67. *Chattopadhyay A.* Decomposition-Based Optimization Procedure for High-Speed Prop-Rotors Using Composite Tailoring // *Journal of Aircraft*. 1995. Vol. 32. No. 5. Pp. 1026–1033.

68. *Lu Y.* Sensitivity Analysis of Discrete Periodic Systems with Applications to Helicopter Rotor Dynamics // *AIAA Journal*. 1992. Vol. 30. No. 8. Pp. 1962–1969.

69. *Bauchau O.A.* Coupled Rotor-Fuselage Analysis with Finite Motions Using Component Mode Synthesis // *Journal of the American Helicopter Society*. 2004. Vol. 49. Pp. 201–211.

70. *Shang X.* Aeroelastic Stability of Composite Hingeless Rotors in Hover with Finite-State Unsteady Aerodynamics // *Journal of the American Helicopter Society*. 1999. Vol. 44. Pp. 206–221.

71. *Smith E.C.* Aeroelastic Response, Loads, and Stability of a Composite Rotor in Forward Flight // *AIAA Journal*. 1993. Vol. 31. No. 7. Pp. 1265–1273.

72. *Tracy A.L.* Aeroelastic Stability Investigation of a Composite Hingeless Rotor in Hover // *Journal of Aircraft*. 1998. Vol. 35. No. 5. Pp. 791–797.

73. *Алексеев Н.В.* Напряжения и деформация естественно закрученных стержней при кручении и сжатии // *Прочность конструкций*. 1977. Вып. 2. С. 106–113.

74. *Vogt D.* Direct Calculation of Aerodynamic Influence Coefficients Using a Commercial CFD Solver // 18th International Symposium on Air Breathing Engines (ISABE), September 2–7, 2007. Beijing, China. ISABE-2007. 1233.

75. *Бауэр В.О.* Влияние расстройки частот лопаток на резонансные колебания // *Прочность и динамика авиационных двигателей: сборник статей*. Вып. 6. М.: Машиностроение, 1971. С. 75–98.

76. *Нуримбетов А.У.* Стержневые и полупространственные модели деформирования слоистых закрученных изделий в поле стационарных и нестационарных нагрузок: дис. ... д-ра техн. наук. М., 2016. 353 с.

77. *Нуримбетов А.У., Дудченко А.А.* Колебание многослойного естественно закрученного стержня из анизотропных материалов в поле центробежных сил // *Вестник Российского университета дружбы народов*. Серия: Инженерные исследования. 2017. Т. 18. № 1. С. 79–90.

Об авторах

Нуримбетов Алибек Усипбаевич – доктор технических наук, профессор кафедры информационных систем, Таразский государственный университет им. М.Х. Дулати. *Область научных интересов:* конструкции из композиционных материалов, многослойная композиционная лопатка, прочность и проектирование, статика, колебания. *Контактная информация:* e-mail – alibek_55@mail.ru.

Дудченко Александр Александрович – доктор технических наук, профессор кафедры прочности авиационных и ракетно-космических конструкций, Московский авиационный институт (МАИ). *Область научных интересов:* авиационные конструкции, конструкции из композиционных материалов, механика разрушения, прочность и проектирование, статика, колебания. *Контактная информация:* e-mail – a_dudchenko@mail.ru.

Для цитирования

Нуримбетов А.У., Дудченко А.А. Современное состояние вопроса анализа собственных частот и форм колебаний конструкции из композиционных материалов // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2018. Т. 14. № 4. С. 323–336. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-323-336.