

## Численные методы расчета конструкций

УДК 624.073

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-3-233-241

### ПРОБЛЕМА ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА ЖЕСТКОСТИ ИЗГИБАЕМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

А.С. МАРКОВИЧ, М.И. АБУ МАХАДИ, Д.А. МИЛОСЕРДОВА, К.С. АКИФЬЕВА, М. АСАД

Российский университет дружбы народов  
ул. Миклухо-Маклая, д. 6, Москва, Российская Федерация, 117198

(поступила в редакцию: 12 января 2018 г.; принята к публикации: 5 марта 2018 г.)

В 1938 г. были приняты нормы проектирования, в которых для расчета железобетонных конструкций рекомендовался метод предельного равновесия, разработанный в ЦНИПС А.А. Гвоздевым и В.И. Мурашевым. С самого начала предлагаемая теория вызвала в научных кругах острую дискуссию, ввиду того, что содержала ряд противоречий. Поскольку до сих пор метод предельного равновесия остается основным методом расчета железобетонных конструкций на прочность, большинство противоречий теории А.А. Гвоздева унаследовали современные нормы. Последние несколько десятков лет активно развивается дискуссия относительно перехода на деформационную модель сопротивления железобетона, используемую Европейскими стандартами. По этой причине актуализированная редакция отечественных норм допускает выполнять расчет железобетонных конструкций по нелинейной деформационной модели. Однако исследований, подтверждающих согласованность деформационной модели с теоретическими положениями норм применительно к расчетам изгибаемых элементов, имеется ограниченное количество. В связи с этим нами была выполнена серия расчетов жесткости шарнирно опертой плиты перекрытия на основании теоретической и деформационной моделей отечественных норм. Расчет плиты производился методом конечных элементов по нелинейной деформационной модели, затем выполнялся анализ полученных результатов и сравнение с результатами расчета согласно теоретическим положениям норм.

**Ключевые слова:** железобетонные конструкции, метод предельного равновесия, теория деформирования бетона, физическая нелинейность, метод конечных элементов, изгибаемые элементы

### PROBLEM OF NUMERICAL ANALYSIS OF DEFORMATION OF BINDED REINFORCED CONCRETE ELEMENTS

A.S. MARKOVICH, M.I. ABU MAHADI, D.A. MILOSERDOVA, K.S. AKIFEVA, M. ASAD

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)  
6 Miklukho-Maklaya St., Moscow, 117198, Russia

(received: January 12, 2018; accepted: March 5, 2018)

In 1938 standards were adopted in which the method of limiting equilibrium, developed by prof. A.A. Gvozdev and V.I. Murashev, was recommended for the calculation of reinforced concrete structures. From the very beginning, the proposed method caused a sharp discussion in the scientific community, since it contained number of contradictions. Most of the contradictions in the theory of A.A. Gvozdev became part of modern Russian standards. Until now the method of limiting equilibrium remains the main method for calculating reinforced concrete structures for strength. In recent years, a discussion has been developed on the transition to the deformation model of reinforced concrete resistance used by the European codes. In view of this, the updated version of domestic regulations allows the calculation of reinforced concrete structures using a nonlinear deformation model. However, there is a limited number of studies confirming the consistency of the proposed deformation model. In this regard we performed a series of calculations of rigidity of hinged supported on the basis of the theoretical and deformation models of the Russian standards. The calculation was carried out by the finite element method using the model of nonlinear deformation of concrete.

**Keywords:** reinforced concrete structures, limit equilibrium method, theory of deformation of concrete, physical non-linearity, finite element method, bending elements

До середины 30-х гг. прошлого века расчет железобетонных конструкций выполнялся согласно классической теории в предположении линейной эпюры распределения нормальных напряжений по высоте изгибаемого элемента. Рассматривалось приведенное к бетону сечение, а расчет производился по формулам сопротивления материалов, в той или иной степени отражающим механику строительных конструкций.

В 1938 г. были приняты нормы проектирования, в которых для расчета железобетонных конструкций рекомендовался метод предельного равновесия, разработанный в ЦНИПС выдающимся инженером А.А. Гвоздевым и его соратником В.И. Мурашевым. В том же году основные положения этого метода были изложены в работе [1].

Главное отличие от классической теории заключалось в том, что расчет железобетонных элементов выполнялся в пластической стадии работы, предшествующей разрушению конструкции.

С самого начала предлагаемая А.А. Гвоздевым теория вызвала в научных кругах острую дискуссию, ввиду того, что содержала ряд противоречий, однако принятию последней во многом способствовала простота теоретической модели.

Введенный в 1938 г. в нормы проектирования метод предельного равновесия до настоящего времени остается основным методом расчета железобетонных конструкций на прочность, поэтому большинство противоречий теории А.А. Гвоздева унаследовали современные нормы. Наиболее полно эти противоречия изложены в работах Р.С. Санжаровского, А.И. Звезда, Т.Т. Мусабаева и других исследователей [5–8].

Так как расчет по методу предельного равновесия выполняется в пластической стадии работы материала, минуя упругую и упруго-пластичную стадии, реализовать теоретическую модель А.А. Гвоздева для расчета железобетонных конструкций методом конечных элементов весьма затруднительно. Ввиду этого у расчетчиков возникают определенные трудности в достоверной оценке жесткости изгибаемых элементов.

В 2007 г. вышли в свет нормы проектирования [2], где применительно к расчету конструкций численными методами указывалось: «В первом приближении значения понижающих коэффициентов относительно начального модуля упругости бетона с учетом длительности действия нагрузки рекомендуется принимать: для вертикальных несущих элементов – 0,6, а для плит перекрытий (покрытий) – 0,2 при наличии трещин или 0,3 – при отсутствии трещин».

Последние несколько десятков лет активно развивается дискуссия относительно перехода на деформационную модель сопротивления железобетона, используемую Европейскими стандартами [9; 10].

По этой причине актуализированная редакция норм [3] допускает выполнять расчет прочности и жесткости железобетонных элементов по нелинейной деформационной модели. В качестве диаграмм деформирования бетона и арматуры нормы рекомендуют использовать билинейные и трехлинейные диаграммы.

Аналізу неупругого деформирования бетона, а также расчету железобетонных плит методом конечных элементов с учетом физической и геометрической нелинейности, посвящены работы В.П. Агапова, А.В. Бенина, А.С. Семенова и других авторов [11–14].

Однако в целом, исследований, подтверждающих согласованность предлагаемой деформационной модели с теоретическими положениями отечественных норм применительно к расчетам изгибаемых железобетонных элементов, имеется ограниченное количество.

В связи с этим нами была выполнена серия расчетов жесткости шарнирно опертой плиты перекрытия на основании теоретической (полуэмпирической) и деформационной моделей норм. Расчет по деформационной модели выполнялся методом конечных элементов.

Рассматривалась плита перекрытия следующих геометрических размеров (рис. 1): пролет  $l = 5600$  мм, ширина  $b = 1000$  мм, толщина  $h = 200$  мм ( $h_0 = 173$  мм). Бетон принят класса В15 ( $E_b = 24000$  МПа,  $R_{b,ser} = 11$  МПа,  $R_{bt,ser} = 1,1$  МПа). Растянутая арматура класса А400 ( $E_s = 200\,000$  МПа) с площадью поперечного сечения  $A_s = 769$  мм<sup>2</sup> ( $5\varnothing 14$  мм). Плита была загружена длительной равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью  $q = 6,5$  кН/м<sup>2</sup>.

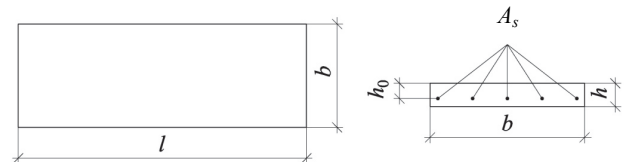
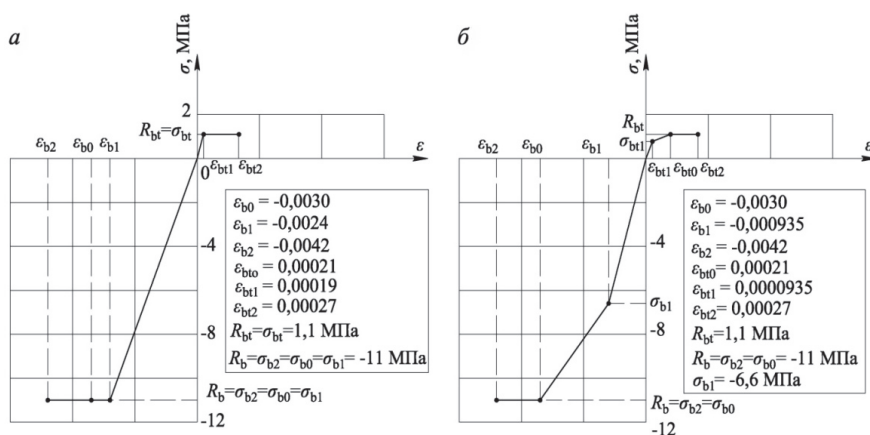


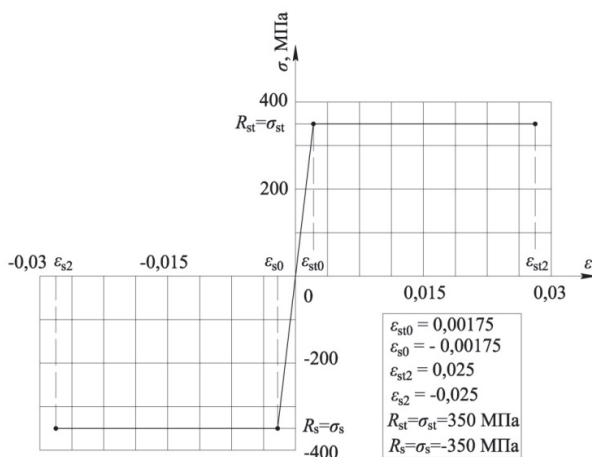
Рис. 1. Рассматриваемая плита перекрытия  
[Fig. 1. The studied slab]

В качестве расчетных диаграмм состояния бетона, определяющих связь между напряжениями и деформациями, использовались упрощенные кусочно-линейные диаграммы: двухлинейная и трехлинейная (рис. 2).

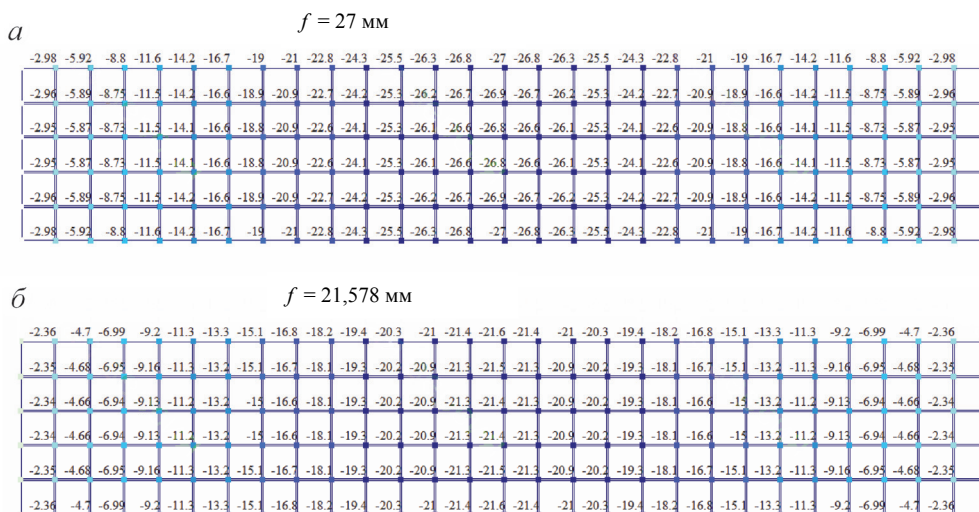
При этом закон деформирования арматуры определялся диаграммой Прандтля (рис. 3).



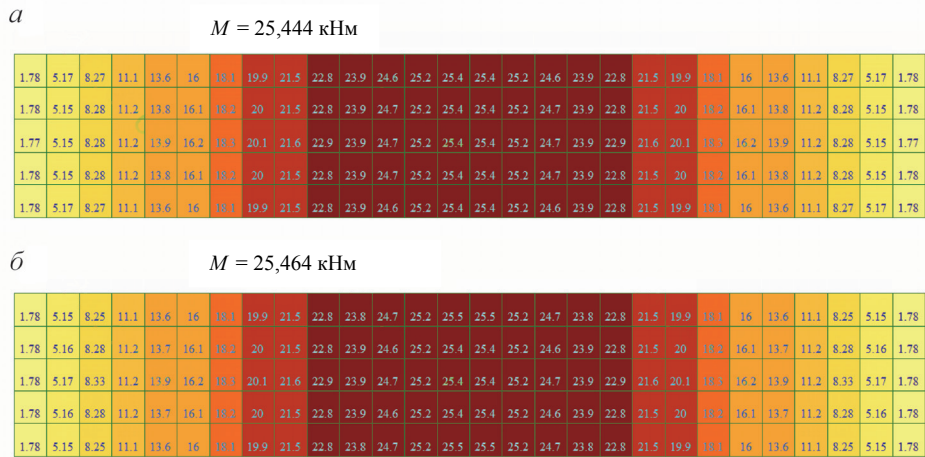
**Рис. 2. Деформационная модель бетона:**  
 а – двухлинейная диаграмма; б – трехлинейная диаграмма  
**[Fig. 2. Deformation model of concrete:**  
 a – a two-line diagram, б – a three-line diagram]



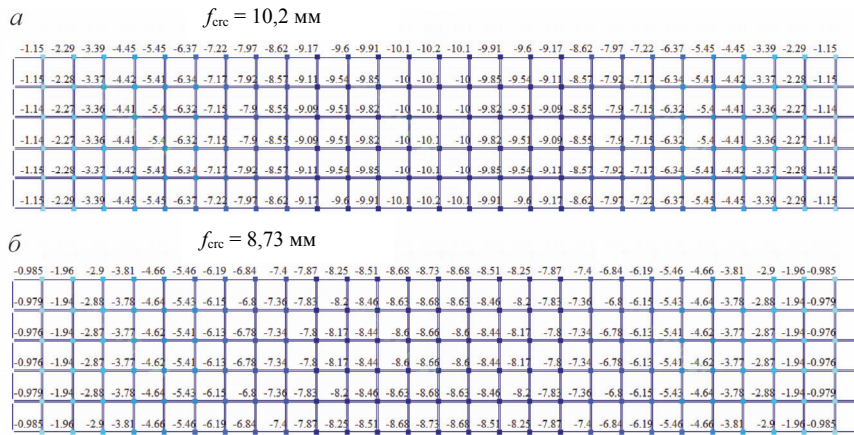
**Рис. 3. Диаграмма деформирования арматуры**  
**[Fig. 3. Reinforcement deformation diagram]**



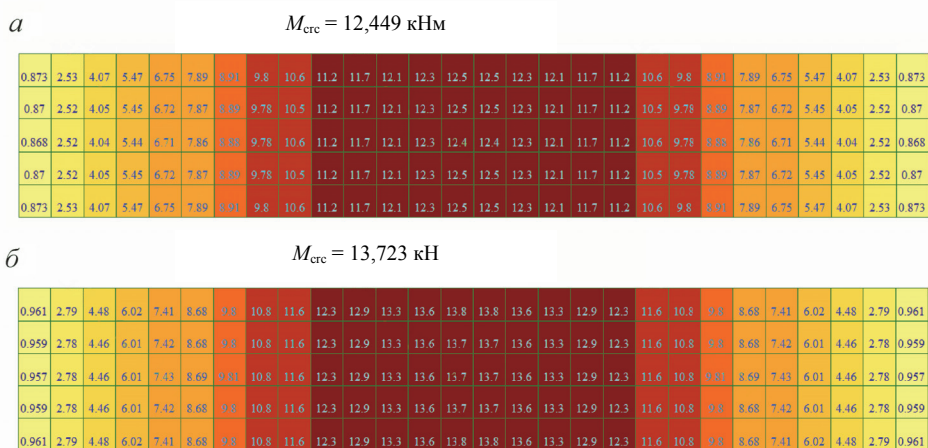
**Рис. 4. Прогiby плиты при диаграммах состояния бетона, мм:**  
 а – двухлинейная диаграмма; б – трехлинейная диаграмма  
**[Fig. 4. Slab deflections for diagrams of the state of concrete, mm:**  
 a – a two-line diagram; б – a three-line diagram]



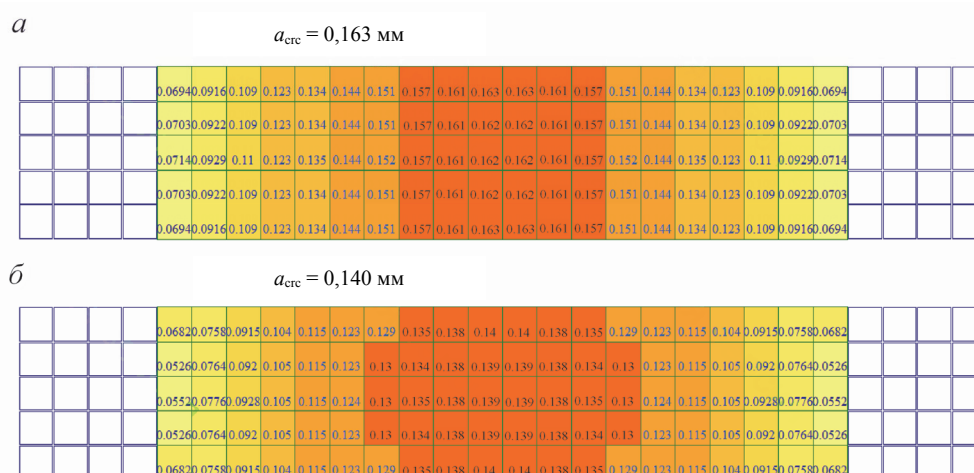
**Рис. 5. Значения изгибающих моментов при диаграммах состояния бетона, кНм:**  
*a* – двухлинейная диаграмма; *б* – трехлинейная диаграмма  
**[Fig. 5. The values of the bending moments for diagrams of the state of concrete, кНм:**  
*a* – a two-line diagram; *б* – a three-line diagram]



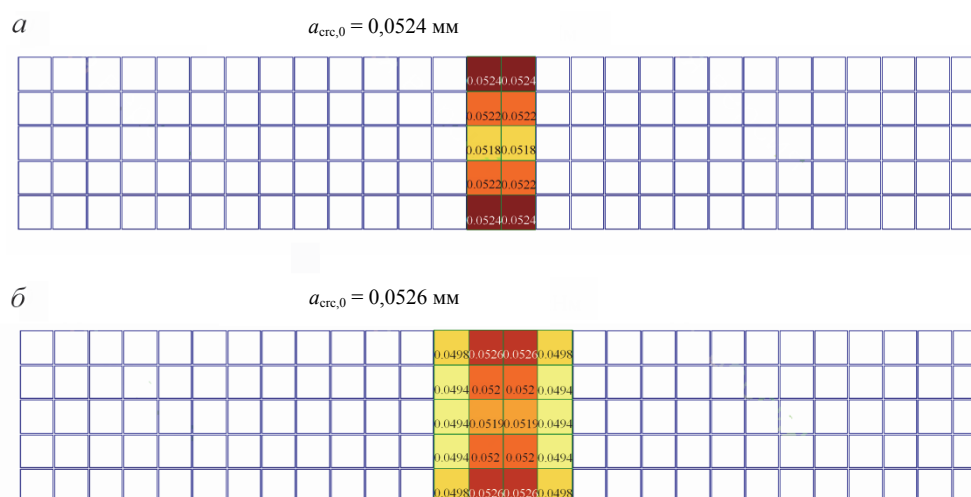
**Рис. 6. Прогобы плиты (мм), соответствующие началу образования трещин, при диаграммах состояния бетона:**  
*a* – двухлинейная диаграмма; *б* – трехлинейная диаграмма  
**[Fig. 6. Deflections of the slab (mm), corresponding to the beginning of the formation of cracks, for diagrams of the state of concrete:**  
*a* – a two-line diagram; *б* – a three-line diagram]



**Рис. 7. Значения изгибающих моментов (кНм), соответствующие началу образования трещин, при диаграммах состояния бетона:**  
*a* – двухлинейная диаграмма; *б* – трехлинейная диаграмма  
**[Fig. 7. The values of the bending moments (кНм), corresponding to the beginning of the formation of cracks, for diagrams of the state of concrete:**  
*a* – a two-line diagram; *б* – a three-line diagram]



**Рис. 8. Ширина раскрытия трещин (мм) при диаграммах состояния бетона:**  
 а – двухлинейная диаграмма; б – трехлинейная диаграмма  
**[Fig. 8. Width of opening of cracks (mm) for diagrams of the state of concrete:**  
 а – a two-line diagram; б – a three-line diagram]



**Рис. 9. Ширина раскрытия трещин в момент трещинообразования (мм) при диаграммах состояния бетона:**  
 а – двухлинейная диаграмма; б – трехлинейная диаграмма  
**[Fig. 9. Width of crack opening at the moment of cracking (mm) for diagrams of the state of concrete:**  
 а – a two-line diagram; б – a three-line diagram]

Решение поставленной задачи выполнялось методом конечных элементов в программном комплексе Lira-Sapr 2017 [15]. Для моделирования плиты перекрытия использовались физически нелинейные оболочечные конечные элементы (№ 241). Шаг конечно-элементной сетки составлял 0,2 м. Общее количество элементов было равно 136, число узловых неизвестных системы уравнений МКЭ составляло 840. Граничные условия – шарнирное опирание плиты по коротким сторонам.

Для решения задачи использовался шагово-итерационный метод с равномерным шагом приложения нагрузки, равным  $0,01 q$ . Всего было задано 100 шагов. Анализ напряженно-деформи-

рованного состояния плиты проводился на каждом шаге нагружения конструкции.

На рис. 4–8 показаны результаты расчета, полученные по нелинейной деформационной модели.

Основные результаты расчета плиты перекрытия по нелинейной деформационной модели приведены в табл. 1.

Для оценки достоверности полученных по деформационной модели результатов был определен прогиб плиты и выполнен расчет на раскрытие трещин согласно теоретическим положениям норм.

Таблица 1

Доля на- груз- ки, % [Load share, %]	Диаграммы состояния бетона [Concrete state diagrams]					
	Двухлинейная [Two-line]			Трехлинейная [Three-line]		
	Прогиб $f$ , мм [Deflec- tion $f$ , mm]	Пролет- ный из- гибаю- щий момент $M$ , кНм [Spanning bending moment $M$ , kNm]	Ширина раскрытия трещин $a_{\text{крс}}$ , мм [Width of crack opening $a_{\text{крс}}$ , mm]	Про- гиб $f$ , мм [Deflec- tion $f$ , mm]	Пролет- ный из- гибаю- щий момент $M$ , кНм [Spanning bending moment $M$ , kNm]	Ширина раскрытия трещин $a_{\text{крс}}$ , мм [Width of crack opening $a_{\text{крс}}$ , mm]
10	2,047	2,548	–	1,505	2,548	–
20	4,080	5,095	–	3,010	5,095	–
30	6,114	7,643	–	4,554	7,642	–
40	8,155	10,190	–	6,226	10,189	–
50	10,409	12,729	0,0569	7,982	12,734	–
60	13,350	15,270	0,0848	10,139	15,288	0,0695
70	16,616	17,810	0,106	12,806	17,826	0,0895
80	20,018	20,353	0,126	15,654	20,370	0,107
90	23,486	22,898	0,144	18,594	22,916	0,125
100	27,000	25,444	0,163	21,578	25,464	0,140

С учетом переменной жесткости на участке с трещинами прогиб плиты вычислялся по формуле (4.33) норм [4]:

$$f = \frac{l^2}{48} \left( \left( \frac{1}{r} \right)_{\max} (5 + 3m + 3mk)(1 - m) + 4m^2 \left( \frac{1}{r} \right)_{\text{el}} \right), \quad (1)$$

где  $\left( \frac{1}{r} \right)_{\max} = 9,99 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{мм}}$  – полная кривизна в сечении с изгибающим моментом  $M$ ;  
 $\left( \frac{1}{r} \right)_{\text{крс}} = 2,28 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{мм}}$  – кривизна при действии момента  $M = M_{\text{крс}}$  с учетом трещин;  
 $\left( \frac{1}{r} \right)_{\text{el}} = 2,68 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{мм}}$  – то же без учета трещин.

Коэффициенты  $m$  и  $k$  определяются выражениями:

$$m = \frac{M_{\text{крс}}}{M} = \frac{10,24}{25,50} = 0,4019;$$

$$k = \left( \frac{1}{r} \right)_{\text{крс}} / \left( \frac{1}{r} \right)_{\max} = 0,228.$$

Тогда прогиб плиты равен

$$f = \frac{5,6^2}{48} (9,99 \cdot 10^{-6} (5 + 3 \cdot 0,4019 + 3 \cdot 0,4019 \cdot 0,228) (1 - 0,4019) + 4 \cdot 0,4019^2 \cdot 2,68 \cdot 10^{-6}) = 27,6 \text{ мм.}$$

Ширину раскрытия трещин, нормальных к продольной оси элемента, определим по формуле (4.10) норм [4]:

$$a_{\text{крс}} = \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \psi_s \frac{\sigma_s}{E_s} l_s, \quad (2)$$

где  $\varphi_1 = 1,4$  – коэффициент, учитывающий продолжительность действия нагрузки;  $\varphi_2 = 0,5$  – коэффициент, учитывающий профиль продольной арматуры;  $\varphi_3 = 1$  – коэффициент, учитывающий характер нагружения;  $\psi_s = 1 - 0,8 \frac{M_{\text{крс}}}{M} = 0,679$  – ко-

эффициент, учитывающий неравномерное распределение относительных деформаций растянутой арматуры между трещинами.

Нормальное напряжение в растянутой арматуре определяется выражением

$$\sigma_s = \frac{M}{z_s A_s} = 239,6 \text{ МПа,}$$

где плечо пары сил  $z_s = 0,8h_0 = 138,4$  мм.

Расстояние между трещинами равно

$$l_s = 0,5 \frac{A_{bt}}{A_s} d_s = 800,4 \text{ мм,}$$

где  $A_{bt} = 87\,930 \text{ мм}^2$ ;  $A_s = 768 \text{ мм}^2$ ;  $d_s = 14$  мм.

Так как согласно п. 4.12 норм [4] расстояние между трещинами не должно превышать  $40d_s$  и 400 мм, принимаем  $l_s = 400$  мм.

Тогда ширина раскрытия трещин равна

$$a_{\text{крс}} = 1,4 \cdot 0,5 \cdot 1 \cdot 0,679 \frac{239,6}{2 \cdot 10^5} 400 = 0,228 \text{ мм.}$$

Сравнение результатов, полученных по деформационной модели, с теоретической методикой норм представлено в табл. 2.

Таблица 2

	Теоретическая методика норм [Theoretical methodology of norms]	Нелинейная деформационная модель норм [Nonlinear deformation model of norms]	Расхождение, % [Discrepancies, %]
Прогиб $f$ , мм [Deflection $f$ , mm]	27,60	27,00	2,174
		21,578	21,819
Пролетный изгибающий момент $M$ , кНм [Spanning bending moment $M$ , kNm]	25,50	25,444	0,212
		25,464	0,141

Окончание табл. 2

	Теоретическая методика норм [Theoretical methodology of norms]	Нелинейная деформационная модель норм [Nonlinear deformation model of norms]	Расхождения, % [Discrepancies, %]
Изгибающий момент образования трещин $M_{\text{крс}}$ , кНм [Bending moment of crack formation $M_{\text{крс}}$ , kNm]	10,24	12,449	17,744
		13,723	25,381
Ширина раскрытия трещин $a_{\text{крс}}$ , мм [Width of crack opening $a_{\text{крс}}$ , mm]	0,228	0,163	28,509
		0,140	38,596

Примечание: над чертой приведены результаты, относящиеся к двухлинейной диаграмме состояния бетона, а под чертой – к трехлинейной диаграмме.

[Note: above the line are the results relating to the two-line diagram of the concrete state, and below the line – the three-line diagram.]

### Выводы

Расчет плиты перекрытия методом конечных элементов по нелинейной деформационной модели и последующее сравнение полученных результатов с результатами расчета согласно теоретической модели отечественных норм позволили сделать следующие выводы.

1. Прогибы плиты, определенные по нелинейной деформационной модели, неплохо согласуются с теоретической моделью норм (при двухлинейной диаграмме деформирования бетона расхождения составили около 2%, при трехлинейной диаграмме – более 21%).

2. Значения изгибающего момента образования первых трещин, полученного по деформационной модели норм, отличаются от теоретической модели на 18% в случае двухлинейной диаграммы деформирования бетона и на 25% при использовании трехлинейной диаграммы.

3. Достоверность ширины раскрытия трещин, определенной по нелинейной деформационной модели, в полной мере не подтверждается теоретической методикой норм (расхождения составили 28 и 38% соответственно). Данный факт объясняется определенной проблемой реализации численными методами положений норм, в частности корректного учета эмпирических коэффициентов  $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Psi_s$  и выполнения требования норм «... $l_s$  принимают не менее  $10d_s$  и 100 мм и не более  $40d_s$  и 400 мм».

Проведенные исследования показали, что проблема гармонизации теоретических положений отечественных норм с нелинейной моделью деформирования бетона особо остро стоит для расчета сложных систем, имеющих большое количество узловых неизвестных, численными методами. Также эту проблему следует распространить и на другие классы железобетонных конструкций.

© Маркович А.С., Абу Махади М.И., Милосердова Д.А., Акифьева К.С., Асад М., 2018

### Список литературы

1. *Мурашев В.И.* Расчет железобетонных элементов по стадии разрушения. М. – Л.: Госстройиздат, 1938. 184 с.
2. СП 52-103-2007. Железобетонные монолитные конструкции зданий. 22 с.
3. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. Введ. 2013-01-01, изд. официальное. М.: Минрегион России, 2013. 155 с.
4. Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций из тяжелого бетона без предварительного напряжения арматуры (к СП 52-101-2003). М., 2005.
5. *Санжаровский Р.С.* Ошибки в стандартах по расчету железобетона // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. № 3. С. 57–65.
6. *Санжаровский Р.С., Мусабаев Т.Т.* О несоответствии Еврокода и норматива по проектированию бетонных и железобетонных конструкций // Бетон и железобетон – взгляд в будущее: научные труды III Всероссийской (II Международной) конференции по бетону и железобетону: в 7 т. Т. 6. 2014. С. 448–458.
7. *Звездов А.И., Санжаровский Р.С., Рыбнов Е.И.* О национальных стандартах по железобетону и путях их совершенствования // Бетон и железобетон. 2012. № 2. С. 19–20.
8. *Санжаровский Р.С., Манченко М.М.* Ошибки международных норм по железобетону и правила Еврокода // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 6. С. 25–36.
9. *Залесов А.С., Пацанин А.А.* Расчет прочности железобетонных балок с использованием объемных конечных элементов в развитие норм по проектированию железобетонных конструкций // Строительная механика и расчет сооружений. 2011. № 4. С. 66–71.
10. *Старчоус И.В., Буцеф В.М.* Расчет изгибаемых железобетонных элементов по прочности нормальных сечений с использованием деформационной модели // Дальний Восток: проблемы развития архитектурно-строительного комплекса. 2016. № 1. С. 449–452.
11. *Бенин А.В., Семёнов А.С., Семёнов С.Г., Фёдоров И.В.* Конечно-элементное моделирование процессов неупругого деформирования и разрушения элементов железобетонных конструкций // Морские интеллектуальные технологии. 2011. № 3 (13). С. 102–105.

12. Аганов В.П. Метод конечных элементов в статике, динамике и устойчивости конструкций: учебное пособие. Изд. 2-е, испр. и доп. М., 2004. 247 с.

13. Аганов В.П., Бардышева Ю.А., Минаков С.А. Учет физической и геометрической нелинейности в расчетах железобетонных плит и оболочек переменной толщины методом конечных элементов // Строительная механика и расчет сооружений. 2010. № 5. С. 62–66.

14. Agapov V.P. Nonlinear static and buckling analysis of thin plates and shells by finite element method. International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2007. Vol. 3. No 2. Pp. 13–19.

15. Городецкий Д.А., Барабаиш М.С., Водопьянов Р.Ю., Титок В.П., Артамонова А.Е. Программный комплекс ЛИРА-САПР 2013: учебное пособие / под ред. акад. РААСН А.С. Городецкого. М., 2013. 376 с.

### References

1. Murashev V.I. (1938). *Raschet zhelezobetonnykh elementov po stadii razrusheniya* [Calculation of reinforced concrete elements by the stage of destruction]. Moscow – Leningrad: Gosstroizdat, 184. (In Russ.)

2. Code of Practice 52-103-2007 (2007). *Concrete monolithic building structures*. The Research Center of Construction, Moscow. (In Russ.)

3. Code of Practice 63.13330.2012. (2013). *Concrete and reinforced concrete structures. Design requirements*. The Research Center of Construction, Moscow. (In Russ.)

4. Code of Practice 52-101-2003. (2005). *Manual for the design of concrete and reinforced concrete structures from heavy concrete without prestressing of reinforcement*. The Research Center of Construction, Moscow. (In Russ.)

5. Sanzarovskij R.S. (2012). Mistakes of the standards for the design of reinforced concrete. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (3), 57–65. (In Russ.)

6. Sanzarovskij R.S., Musabaev T.T. (2014). About non-compliance the Eurocode and the standard for the design of concrete and reinforced concrete structures. *Concrete and reinforced concrete – looking into the future*. Scientific works of III All-Russian (II International) Conference on concrete and reinforced concrete, in 7 volumes, 6, 448–458. (In Russ.)

7. Zvezdov A.I., Sanzharovskij R.S., Rybnov E.I. (2012). On national standards for reinforced concrete and ways to improve them. *Concrete and reinforced concrete*, (2), 19–20. (In Russ.)

8. Sanzharovskij R.S., Manchenko M.M. (2017). Errors of international standards on reinforced concrete and rules of the Eurocode. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*, (6), 25–36. (In Russ.)

9. Zalesov A.S., Pashchanin A.A. (2011). Calculation of the strength of reinforced concrete beams with the use of volumetric finite elements in the development of standards for the design of reinforced concrete structures. *Construction mechanics and calculation of structures*, (4), 66–71. (In Russ.)

10. Starchous I.V., Burtsev V.M. (2016). Calculation of flexible reinforced concrete elements by strength of

normal sections with the use of a deformation model. *Russian Far East: problems of development of the architectural and construction complex*, (1), 449–452. (In Russ.)

11. Benin A.V., Semenov A.S., Semenov S.G., Fedorov I.V. (2011). Finite element modeling of the processes of inelastic deformation and fracture of elements of reinforced concrete structures. *Marine intelligent technologies*, 3(13), 102–105. (In Russ.)

12. Agapov V.P. (2004). *Finite Element Method in Static, Dynamics and Stability of Structures*. Textbook. 2<sup>nd</sup> Edition. Publishing House of Educational Civil Engineering Institutions, Moscow. (In Russ.)

13. Agapov V.P., Bardysheva Y.A., Minakov S.A. (2010). Accounting for physical and geometric nonlinearity in the calculation of reinforced concrete slabs and shells of variable thickness by the finite element method. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*, (5), 62–66. (In Russ.)

14. Agapov V.P. (2007). Nonlinear static and buckling analysis of thin plates and shells by finite element method. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 3(2), 13–19.

15. Gorodetskij D.A., Barabash M.S., Vodopyanov R.Y., Titok V.P., Artamonova A.E. (2013). *The program complex LIRA-SAPR 2013*. Textbook. Edited by A.S. Gorodetskij. Electronic edition, Moscow. (In Russ.)

### Об авторах

**Маркович Алексей Семенович** – кандидат технических наук, доцент департамента архитектуры и строительства Инженерной академии, Российский университет дружбы народов. *Область научных интересов*: строительная механика, численные методы расчета сооружений, компьютерное моделирование. *Контактная информация*: e-mail – markovich.rudn@gmail.com.

**Абу Махади Мохаммед Ибрагим** – кандидат технических наук, доцент департамента архитектуры и строительства Инженерной академии, Российский университет дружбы народов. *Область научных интересов*: механика грунтов, основания и фундаменты, строительные материалы, численные методы расчета сооружений. *Контактная информация*: e-mail – moham\_d@mail.ru.

**Милосердова Дарья Александровна** – магистрант департамента архитектуры и строительства Инженерной академии, Российский университет дружбы народов. *Область научных интересов*: расчет и проектирование зданий и сооружений. *Контактная информация*: e-mail – milos-dasha@yandex.ru.

**Акифьева Кристина Сергеевна** – магистрант департамента архитектуры и строительства Инженерной академии, Российский университет дружбы народов. *Область научных интересов*: расчет и проектирование зданий и сооружений. *Контактная информация*: e-mail – kristina\_akifeva\_svna@mail.ru.

**Асад Мохаммад Сухаил Али** – магистрант департамента архитектуры и строительства Инженерной академии, Российский университет дружбы народов. *Область научных интересов*: расчет и проектирование зданий и сооружений. *Контактная информация*: e-mail – moh\_664@yahoo.com.



**About the authors**

**Markovich Alexey** – PhD in Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Architecture and Civil Engineering, Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University). *Scientific interests:* structural mechanics, numerical methods for calculating structures, computer modeling. *Contact:* e-mail – markovich.rudn@gmail.com.

**Abu Makhadi Mokhammed Ibragim** – PhD in Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Architecture and Civil Engineering, Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University). *Scientific interests:* soil mechanics, foundations, building materials, numerical methods for calculating structures. *Contact:* e-mail – moham\_d@mail.ru.

**Miloserdova Darya** – Master's Degree Student of the Department of Architecture and Civil Engineering, Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University). *Scientific interests:* calculation and design of buildings and structures. *Contact:* e-mail – milos-dasha@yandex.ru.

**Akifjeva Kristina** – Master's Degree Student of the Department of Architecture and Civil Engineering, Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University). *Scientific interests:* calcu-

lation and design of buildings and structures. *Contact:* e-mail – kristina\_akifeva\_svna@mail.ru.

**Asad Mohamad Suhail Al** – Master's Degree Student of the Department of Architecture and Civil Engineering, Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University). *Scientific interests:* calculation and design of buildings and structures. *Contact:* e-mail – moh\_664@yahoo.com.

**Для цитирования**

Маркович А.С., Абу Махади М.И., Милосердова Д.А., Акифьева К.С., Асад М. Проблема численного анализа жесткости изгибаемых железобетонных элементов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 3. С. 233–241. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-3-233-241.

**For citation**

Markovich A.S., Abu Mahadi M.I., Miloserdova D.A., Akifjeva K.S., Asad M. (2018). Problem of numerical analysis of deformation of banded reinforced concrete elements. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(3), 233–241. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-3-233-241.