УДК 624.012
DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-2-92-104

ПРИНЦИП НАЛОЖЕНИЯ КАК ОСНОВОПОЛАГАЮЩАЯ ОШИБКА ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ И СТАНДАРТОВ ПО ЖЕЛЕЗОБЕТОНУ

Р.С. САНЖАРОВСКИЙ[*], Т.Н. ТЕР-ЭММАНУИЛЬЯН[**], М.М. МАНЧЕНКО[***]

[*] Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева
ул. Сатпаева, 2, Астана, Республика Казахстан, 010000

[**] Казахстанско-Британский технический университет
ул. Толе Би, 59, Алма-Ата, Республика Казахстан, 050000

[***] Крыловский государственный научный центр
Московское шоссе, 44, Санкт-Петербург, Российская Федерация, 196158

(*поступила в редакцию:* 23 декабря 2017 г.; *принята к публикации:* 04 марта 2018 г.)

Выявлены и исследуются ошибки основ современной теории ползучести железобетона, вызванные использованием принципа наложения, являющегося расширительным толкованием принципа (схемы) линейной суперпозиции Больцмана. Расширтительное толкование возникает вследствие следующих обстоятельств: учета явления старения бетона; изменения кратковременных свойств бетона с возрастом τ к моменту его загружения; нелинейности деформации ползучести, начиная с самых низких уровней загружения; использования «цепных моделей» в виде последовательного соединения нескольких тел, к примеру – теория Маслова, теория старения, вязкий элемент; присовокупления кратковременных свойств бетона к свойствам его ползучести; расширительного толкования функции податливости при разностных ядрах. В международных нормах ползучести железобетона учитывается только линейная ползучесть бетона и мгновенные линейные свойства; их авторы называют свои разработки «новым передовым форматом, разработанным в последние десятилетия международными институтами стандартизации». Однако эти оценки формата ошибочны. По данным Еврокода, кратковременная диаграмма бетона σ-ε имеет ниспадающий участок и ограниченную протяженность, а ползучесть бетона нелинейна. Основоположники теории – А.А. Гвоздев, Н.Х. Арутюнян, С.В. Александровский, П.И. Васильев – неоднократно указывают: «деформации ползучести бетона нелинейно зависят от напряжений, начиная с самых низких их уровней». Дополняются результаты анализа потери мгновенной нелинейности и принципа наложения при ползучести бетона, опубликованные авторами в журнале «Строительная механика инженерных конструкций и сооружений» № 6 2017 г. и № 3 2016 г. Статья написана в соответствии с рекомендациями круглого стола, состоявшегося в РУДН 09.06.2016 г. под руководством д.т.н., проф. С.Н. Кривошапко.

Ключевые слова: упругопластические деформации бетона, теория ползучести бетона, длительное сопротивление железобетона, современные строительные нормы

Принцип наложения является основой как современной научной теории ползучести бетона, получившей у зарубежных ученых название «мирового гармонизированного формата», так и разработок «в последние десятилетия международных институтов стандартизации... для рекомендаций, норм и технических руководящих документов» [1–3]. Здесь же указывается, что Мак-Генри в США (1943 г.) «обосновал эту тенденцию экспериментальными исследованиями ползучести герметичных образцов по *принципу наложения*, свойственному теории Вольтерра».

Основной закон ползучести бетона приведем в оригинальных обозначениях [1].

$$\varepsilon_\sigma(t)=\sigma(t_0)J(t,t_0)+\int_{t_0}^{t}J(t,t')d\sigma(t'), \tag{1а}$$

где $\varepsilon_\sigma(t)$ – полная деформация от напряжения $\sigma(t)$; $J(t,t')=\dfrac{1}{E_c(t')}+\dfrac{\varphi(t,t')}{E_c(t')}$ – функция податливости; $E_c(t')$ – нестационарный модуль упругости; $\varphi(t,t')$ – нестационарная характеристика ползучести, учитывающая старение.

В научных публикациях обычно интегрируют в (1а) по частям, получая

$$\varepsilon_\sigma(t)=\frac{\sigma(t)}{E_c(t)}-\int_{t_0}^{t}\sigma(t')\frac{\partial}{\partial t'}\left[\frac{1}{E_c(t')}+\frac{\varphi(t,t')}{E_c(t')}\right]dt'. \tag{1б}$$

Заметим, что слагаемое $\dfrac{\varphi(t,t')}{E_c(t')}$ является мерой ползучести бетона $C(t,t')$, используемой в публикациях в нашей стране, что предпочтительнее применения характеристики ползучести при обработке экспериментов.

Подчеркнем, что в $\varphi(t,t')$ и $C(t,t')$ учитывается старение бетона, а модуль упруго-мгновенной деформации $E_c(t')$ существенно зависит от возраста бетона.

Уравнения (1а), (1б) обосновываются двумя основополагающими допущениями: принципом линейной связи между напряжениями и деформациями

$$\varepsilon_\sigma(t,t')=\sigma(t')J(t,t'); \tag{1в}$$

принципом наложения, словесно сформулированном в различных вариантах изложения в многочисленных общеизвестных публикациях по теории ползучести бетона, справочниках, например в [9].

Серьезные ошибки в (1а) делают нормативную теорию несоответствующей Еврокоду, ненадежной и неэкономичной. При годовом объеме 4 млрд. м^3 применения в мире бетона и железобетона, потери от таких норм и расчетов составляют значительную величину. Напомним также о трагедии обрушения Трансвааль-парка (Москва, 2004 г.), обусловленной проблемами ползучести бетона.

Отметим, что статья не имеет отношения к «продолжающимся спорам, ...расхождениям и неопределенностям», существующим в данном разделе ползучести железобетона. Также здесь не идет речь об иной точке зрения. Авторы, пользуясь системой Еврокода, выявляют и анализируют ошибки в той области ползучести, где, как свидетельствуют руководители и разработчики норм, есть «установившийся консенсус» [1–3].

Главная математическая ошибка (1а) заключается в ее основе – принципе наложения, появившемся в теории железобетона после работы Мак-Генри. Этот принцип неверно строит ядро ползучести, неправильно описывает процессы изменения мгновенных деформаций и деформации ползучести. Ошибочность принципа наложения можно установить различными способами: например, построением и решением дифференциального уравнения, соответствующего линейной связи (1в); решением обратной задачи классической механики; анализом величины полной скорости деформации, соответствующей (1в).

На основании последнего способа имеем

$$\mathrm{v}_\sigma(t,t')=\dot\sigma(t')\cdot J(t,t')+\sigma(t')\frac{\partial J(t,t')}{\partial t}+\sigma(t')\frac{\partial J(t,t')}{\partial t'}.$$

Отсюда видно, что в основном законе (1а) потеряны четыре слагаемых, вызванных скоростью изменения коэффициента податливости

$$-\sigma(t')\frac{\dot{E}_c(t')}{E_c^2(t')}+\sigma(t')\frac{1}{E_c(t')}\frac{\partial\varphi(t,t')}{\partial t}+\sigma(t')\frac{1}{E_c(t')}\frac{\partial\varphi(t,t')}{\partial t'}-\sigma(t')\varphi(t,t')\frac{\dot{E}_c(t')}{E_c^2(t')}, \quad (2)$$

причем по значимости они сопоставимы с оставшимся слагаемым. Эти потери вызывают значительные расхождения между теорией и экспериментами, описанные в научной литературе, например [7].

В принципе наложения совершаются с ошибками (и без надобности) противоположные математические действия над известным результатом (1в) классической теории: сначала его дифференцирование, затем интегрирование. В процессе дифференцирования теряются слагаемые: одно у мгновенных деформаций и несколько у деформаций ползучести; после интегрирования потери переходят в значения деформаций, а затем в теорию расчета конструкций.

Принцип наложения коверкает классического вида линейную связь (1в), вызывая три вида ошибок [4–5; 8], искажающих теорию ползучести бетона:

1. неверно определяет значения кратковременных линейных деформаций;
2. неправильно находит выражение ядра, описывающего процесс изменения деформаций линейной ползучести;
3. ошибочно причисляет к деформациям ползучести мгновенные упругие деформации.

Рассмотрим их подробнее.

1. Скорость упругой деформации равна

$$\dot{\varepsilon}_y(t')=\dot{\sigma}(t')\frac{1}{E_c(t')}+\sigma(t')\frac{\partial}{\partial t'}\frac{1}{E_c(t')}.$$

Интегрируя, имеем

$$\varepsilon_y(t)-\varepsilon_y(t_0)=\int_{t_0}^{t}\frac{1}{E_c(t')}d\sigma(t')+\int_{t_0}^{t}\sigma(t')\frac{\partial}{\partial t'}\frac{1}{E_c(t')}dt'.$$

Интегрируя первое слагаемое по частям, найдем

$$\varepsilon_y(t)-\varepsilon_y(t_0)=\frac{\sigma(t)}{E_c(t)}-\frac{\sigma(t_0)}{E_c(t_0)}-\int_{t_0}^{t}\sigma(t')\frac{\partial}{\partial t'}\frac{1}{E_c(t')}dt'+\int_{t_0}^{t}\sigma(t')\frac{\partial}{\partial t'}\frac{1}{E_c(t')}dt'.$$

Отсюда кратковременная деформация равна

$$\varepsilon_y(t)=\frac{\sigma(t)}{E_c(t)}; \quad (3)$$

также видно, что первое слагаемое под знаком интеграла (1б) является лишним, а использование в (1а) и (1б) принципа наложения

$$\varepsilon_y(t)=\frac{\sigma(t_0)}{E_c(t_0)}-\int_{t_0}^{t}\frac{1}{E_c(t')}d\sigma(t')=\frac{\sigma(t)}{E_c(t)}-\int_{t_0}^{t}\sigma(t')\frac{\partial}{\partial t'}\frac{1}{E_c(t')}dt' \quad (4)$$

глубоко ошибочно.

Принцип наложения ошибочно реконструирует фактическую, реальную упругую линейную модель бетона с модулем $E_c(t)$; он приделывает к ней несуществующую и нереальную модель линейной вязкой жидкости с коэффициентом вязкости $K_1(t')=\dfrac{E_c^2(t')}{\dot{E}_c(t')}$, образуя таким способом схему Максвелла.

Рассмотрим пример: положив в (3), (4) σ(t) = σ$_0$ = const, получим $\varepsilon_{\text{y}}(t)=\dfrac{\sigma_0}{E_c(t)}$ и $\varepsilon_{\text{y}}(t_0)=\dfrac{\sigma_0}{E_c(t_0)}=\text{const}$. Сравнение этих деформаций показано на рис. 1.

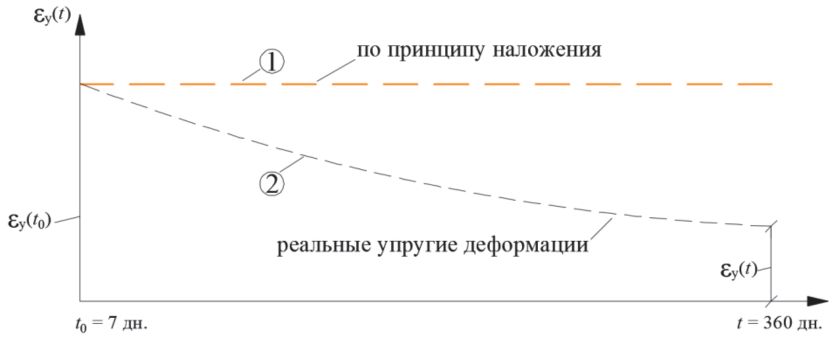

Рис. 1. Сравнение $\varepsilon_{\text{y}}(t_0)$ и $\varepsilon_{\text{y}}(t)$
[Fig. 1. Comparison $\varepsilon_{\text{y}}(t_0)$ and $\varepsilon_{\text{y}}(t)$]

Кривая 2 на рис. 1 соответствует данным ВНИИГ об изменении модуля упругости $E_c(t)$ во времени. Ошибки в значении упругой деформации при t = 360 дн. достигают ≈ 300%.

2. В области деформаций ползучести число добавочных (фиктивных) тел, возникающих ввиду неверной схемы построения ядра ползучести (наследственной функции I рода), существенно возрастает. Оно зависит от вида функции $\varphi(t,t')$, описывающей нестационарную характеристику ползучести в основном законе (1а). Запишем эту функцию в общеизвестном, широко используемом в научной литературе, виде

$$\frac{\varphi(t,t')}{E_c(t')}=\frac{\varphi_\infty(t')\left[1-e^{-\gamma(t-t')}\right]}{E_c(t')}, \tag{5}$$

где $\varphi_\infty(t')$ – функция, учитывающая старение бетона.

В известной монографии И.Е. Прокоповича характеристика ползучести $\varphi(t,t')$ у зарубежных ученых имеет обозначение $\overline{C}(t,\tau)$ – это тождественные величины.

В случае (5) основной закон (1а) образует четыре лишних (фиктивных) тела: два тела типа Фойгта и два вязких элемента, соединенных последовательно между собой. Деформации этих тел равны

$$\varepsilon_{1\text{ф}}(t)=\int_{t_0}^{t}\sigma(t')\frac{1}{\eta_{1\text{ф}}(t')}e^{-\gamma(t-t')}dt', \quad \eta_{1\text{ф}}(t')=\frac{E_c(t')}{\dot{\varphi}_\infty(t')}; \tag{6}$$

$$\varepsilon_{2\text{ф}}(t)=\int_{t_0}^{t}\sigma(t')\frac{1}{\eta_{2\text{ф}}(t')}dt', \qquad \eta_{2\text{ф}}(t')=\frac{E_c^2(t')}{\dot{E}_c(t')}\frac{1}{\varphi_\infty(t')}; \tag{7}$$

$$\varepsilon_{3ф}(t)=\int_{t_0}^{t}\sigma(t')\frac{1}{\eta_{3ф}(t')}e^{-\gamma(t-t')}dt', \quad \eta_{3ф}(t')=\frac{E_c^2(t')}{\dot{E}_c(t')}\frac{1}{\varphi_\infty(t')}; \tag{8}$$

$$\varepsilon_{4ф}(t)=\int_{t_0}^{t}\sigma(t')\frac{1}{\eta_{4ф}(t')}dt', \quad \eta_{4ф}(t')=-\frac{E_c(t')}{\dot{\varphi}_\infty(t')}, \tag{9}$$

где $\eta_{1ф}$, ... , $\eta_{4ф}$ – коэффициенты вязкости или коэффициенты внутреннего сопротивления фиктивных тел, причем тела (8) Фойгта и (9) вязкого элемента при сжатии расширяются.

Деформации ползучести (6–9), вызванные воздействием принципа наложения на классическую связь (1в), являются фикцией; они суммируются также с кратковременной фиктивной деформацией

$$\varepsilon_{5ф}(t)=-\int_{t_0}^{t}\sigma(t')\frac{\partial}{\partial t'}\frac{1}{E_c(t')}dt': \tag{10}$$

$$\varepsilon_{\sigma ф}(t)=\sum_{i=1}^{5}\varepsilon_{iф}(t)$$

и вносят большие погрешности в значение полной деформации $\varepsilon_\sigma(t)$, определяемые законом ползучести (1б).

К примеру (Рекомендации, 1988 г.), при постоянных напряжениях ошибка от применения принципа наложения для деформаций ползучести доходит до 100%:

$$\frac{\varepsilon_{c\sigma}(t)_{\text{ошибки}}}{\varepsilon_{c\sigma}(t)_{\text{принцип}}}=1-\frac{\int_{t_0}^{t}\Omega(\tau)f(t-\tau)d\tau}{\Omega(t_0)f(t-t_0)d\tau},$$

где $\Omega(\tau)$ – функция влияния старения на меру ползучести; $f(t-\tau)$ – функция, учитывающая нарастание во времени меры ползучести.

3. Факт появления в ядре ползучести интегрального уравнения (1б) единичной кратковременной деформации $\frac{1}{E_c(t')}$:

$$\frac{\partial}{\partial t'}\left[\varepsilon_{у,1}(t')+C(t,t')\right]=\frac{\partial}{\partial t'}\left[\frac{\varepsilon_{у}(t')}{\sigma(t')}+C(t,t')\right]$$

привел к соблазну ошибочной подмены свойств кратковременной деформации $\varepsilon_{у,1}(t')$ свойствами деформаций наследственного типа $\varepsilon_{у,1}(t,t')$.

Ошибка подправляется совершением новых ошибок. Бетон имеет существенно нелинейные свойства при кратковременном и длительном загружениях. Кратковременная диаграмма загружения имеет ниспадающий участок и ограниченную протяженность (рис. 2). В основном законе (1а), (1б) учитывается только линейная деформация $\varepsilon_л(t)=\varepsilon_у(t)$ и игнорируется нелинейная деформация $\varepsilon_н(t)$ (рис. 2). С.В. Александровский указывает на причину этого обстоятельства: «Учесть одновременно зависимость модуля упругости от напряжений и от возраста бетона весьма трудно. Поэтому современная теория ползучести бетона учитывает только изменение модуля во времени...».

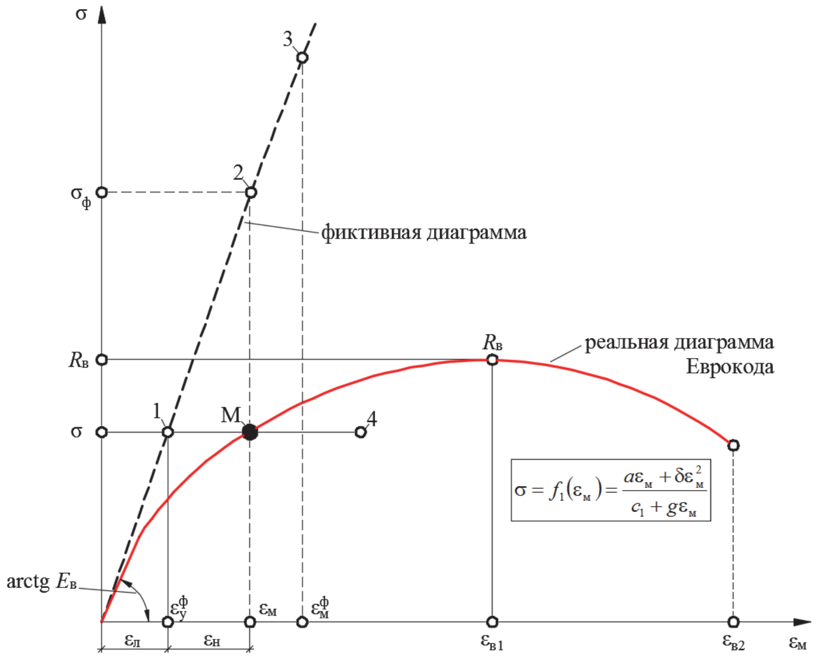

Рис. 2. Искажение диаграммы σ-ε бетона
[Fig. 2. The distortion of the σ-ε diagram of concrete]

Рассмотрим два типа такой подмены.

Первая подмена. На представительном форуме ставится ошибочная задача об «учете влияния предыстории деформирования на модуль упруго-мгновенных деформаций». Основное уравнение теории ползучести приобретает вид (в оригинальных обозначениях)

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E_c(t,t')} - \int_{t_0}^{t} \sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{E_c(t,\tau)} + C(t,\tau)\right]d\tau . \tag{11}$$

Появляется «экспериментально обоснованное» выражение для модуля упругой деформации бетона

$$E_{t,\tau} = E_t + a_{n,\tau}\varphi_t E_\tau ,$$

где φ_t – характеристика ползучести бетона.

Появляются и другие ошибочные формы основного закона ползучести

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} + \int_{\tau_1}^{t} \sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\chi(t,\tau)d\tau - \int_{\tau_1}^{t} \sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}C^*(t,\tau)d\tau , \tag{12}$$

где $\dfrac{\partial}{\partial\tau}C^*(t,\tau) = \dfrac{\partial}{\partial\tau}\left[\dfrac{1}{E(\tau)} + C(t,\tau)\right]$; $\chi(t,\tau)$ – имеет название «снижающая поправка... к текущим удельным упруго-мгновенным деформациям».

Вторая подмена. Нелинейная кратковременная деформация $\varepsilon_н(t)$ ошибочно наделяется свойствами деформации наследственного типа $\varepsilon_н(t,t')$, привлекается ошибочный принцип наложения, и, вместо простой алгебраической формулы $\varepsilon_н(t) = B_2(t)\sigma^2(t)$ (B_2 – известный коэффициент), измысливается интеграл

$$\varepsilon_{\text{н}}(t)=\int_{t_0}^{t}\sigma(t')\frac{\partial}{\partial t'}\frac{\varepsilon_{\text{н}}(t,t')}{\sigma(t')}dt'=\int_{t_0}^{t}\sigma(t')\frac{\partial}{\partial t'}C_{\text{н}}(t,t')dt',\tag{13}$$

где $C_{\text{н}}(t,t')$ – называется мерой быстронатекающей ползучести.

Мера быстронатекающей ползучести $C_{\text{н}}(t,t')$ складывается с обычной мерой ползучести

$$C(t,t')+C_{\text{н}}(t,t')=\frac{1}{E_c(t')}\left[\varphi(t,t')+\varphi_{\text{н}}(t,t')\right],\tag{14}$$

учитываемой в (1б). Грубые просчеты теории от такой подмены кратковременной нелинейности бетона мы рассмотрели в [4] и [8].

Известные зарубежные ученые переименовали «быстронатекающую ползучесть» в «минутную ползучесть», а ошибочную идею второй подмены преподносят как свое важное достижение.

Принцип наложения в теории ползучести бетона является математической ошибкой, совершаемой при расширительном толковании принципа линейной суперпозиции Больцмана. В международных нормах железобетона он оценивается неверно: якобы это «тенденция исследования ползучести... по принципу наложения, свойственному теории Вольтерра». Рассмотрим данную ситуацию подробнее.

Сущность и вторичность схемы Больцмана для теории ползучести бетона исследуем на примере бетона, рассматриваемого в известной работе Г.Н. Маслова под № 4. Здесь бетон имеет стационарные свойства, соответствующие классической теории. В обозначениях Г.Н. Маслова функция податливости имеет вид

$$J(t-t')=\Phi(t-\tau)=a-be^{-\beta(t-\tau)},$$

где $a=\dfrac{C_0+E_0}{C_0E_0}$; E_0 – модуль упругости; $b=\dfrac{1}{E_0}$; $\eta=\dfrac{C_0}{\beta}$, η – стационарный коэффициент линейной вязкости.

Основополагающее в теории ползучести решение соответствующего дифференциального уравнения, как известно, имеет вид

$$\varepsilon_{\sigma}(t)=\frac{\sigma(t)}{E_0}-\int_{t_0}^{t}\sigma(t')\frac{1}{E_0}\frac{\partial\varphi(t-t')}{\partial t'}dt',\tag{15а}$$

где $\varphi(t-t')=E_0\dfrac{1}{C_0}\left[1-e^{-\beta(t-t')}\right]$ – характеристика ползучести.

Случай Больцмана получается из решения (15а) путем ряда его преобразований, математически соответствующих лишь в условиях стационарных свойств

$$\varepsilon_{\sigma}(t)=\sigma_0\left[\frac{1}{E_0}+\frac{1}{E_0}\varphi(t-t_0)\right]+\int_{t_0}^{t}\left[\frac{1}{E_0}+\frac{1}{E_0}\varphi(t-t')\right]d\sigma(t').\tag{15б}$$

В преобразовании (15б), в отличие от (15а), используется функция податливости, что привлекло внимание ученых. Однако, преобразование (15б) возможно только при существенных и весьма сильных отграничениях. При расширительном толковании податливости эти отграничения не учли, и теория ползучести бетона оказалась глубоко ошибочной.

Здесь, во-первых, мгновенной деформации с крайне простым физическим смыслом для произвольного t навязывается свойство процесса, создающего соблазн расширения теории и превращающегося в указанную выше грубую ошибку при нестационарных $E(t')$, сопровождающую нормативную линейную теорию ползучести бетона. В научной литературе даже имеется авторитетное утверждение, что «упруго-мгновенные деформации строго подчиняются... принципу наложения».

Во-вторых, нужно проинтегрировать (15а) по частям, что при расширительном толковании функции податливости в условиях старения бетона (1а) создает дополнительный соблазн, традиционно приводящий к еще одной грубой ошибке при нахождении ядра интегрального уравнения; как известно, при нестационарных свойствах бетона деформация ползучести получается из иного решения дифференциального уравнения, записываемого в более сложном виде

$$\varepsilon_{cc}(t) = e^{-F(t)}\left[\varepsilon_{c0} + \int_{t_0}^{t} \sigma(t)\frac{1}{\eta(t)}e^{F(t)}dt\right],$$

$$F(t) = \int_{t_0}^{t} \beta(t)dt,$$

когда параметры $\eta(t)$ и $\beta(t)$ в (15а) являются функциями времени.

В бетоне Г.Н. Маслова скорость деформации вырождается из-за разностного ядра. В случае же расширительного толкования коэффициента податливости применение принципа Больцмана обычно становится неверным. Нестационарная модель бетона Маслова с коэффициентом вязкости $\eta(t) = C_0(t)/\beta$ и модулем $E_0(t)$, зависящими от времени, демонстрирует следующее:

– удовлетворяет экспериментам с простым загружением при низких уровнях $\sigma \approx 0{,}1R_{\text{пр}}$;

– удовлетворяет требования классической механики;

– не удовлетворяет условиям принципа Больцмана.

Принцип Больцмана коверкает сущность нестационарной модели Маслова. Одно классическое тело ползучести бетона он заменяет цепной моделью последовательно соединенных тел с набором ошибочных свойств.

В теории ползучести бетона присутствует случай, когда и при разностном ядре расширительное толкование функции податливости недопустимо. Например, ядро ползучести в ряде известных работ представляется в виде (второй случай)

$$K(t-t') = \frac{Ae^{-\beta(t-t')}}{(t-t')^{\alpha-1}}.$$

Этому кинематическому уравнению движения, в связи с решением обратной задачи механики, соответствуют определенные силы. Здесь из анализа дифференциального уравнения ползучести выявляется, что в этом ядре присутствует сила сопротивления с коэффициентом вязкости линейной модели, равным $\eta(t,t') = \frac{1}{A}(t-t')^{\alpha-1}$, что невозможно, как в вышеотмеченном случае применения наследственных свойств модуля упругости $E(t,t')$ и по тем же причинам.

Третий случай соответствует расширительному толкованию функции податливости в «цепной модели». Он присутствует в теоретической реологии, а как повторение – в нормах железобетона.

Предварительно запишем схему Больцмана для тела Максвелла в виде

$$\varepsilon_\sigma(t)=\sigma_0\left[\frac{1}{E_0}+\frac{1}{\eta}(t-t_0)\right]+\int_{t_0}^{t}\left[\frac{1}{E_0}+\frac{1}{\eta}(t-t')\right]d\sigma(t'),\tag{16}$$

где η – стационарный коэффициент вязкости.

При переменном коэффициенте вязкости $\eta(t)=\dfrac{E_0}{\dot\varphi(t)}$ получаем теорию старения бетона (Ф. Дишингер, Ч. С. Уитни): $\varphi(t)=\varphi_\infty\left(1-e^{-bt}\right)$, которая путем разложения в ряд дает функцию Фройденталя $\varphi(t)=\dfrac{\varphi_\infty t}{\frac{1}{b}+t}$, обоснованную опытами Дэвиса и Гленвилля.

В «цепной модели» путем последовательного соединения тел (15а) и (16) имеем расширительную запись функции податливости

$$J(t-t')=\frac{1}{E_0}+\frac{1}{E_0}\varphi(t-t')+\frac{1}{\eta}(t-t').\tag{17а}$$

Пару интегральных уравнений, соответствующих расширительной гипотезе (17а) и разрешенных либо относительно деформаций $\varepsilon_\sigma(t)$, либо относительно напряжений $\sigma(t)$, в теоретической реологии называют «уравнениями Больцмана – Вольтерры»; также указано, что эта пара «представляет полную математическую формулировку принципа линейной суперпозиции».

Однако такая цепная модель с расширительным толкованием коэффициента податливости является существенно ошибочной; об этом свидетельствует приведение ее к дифференциальной форме:

$$\ddot\varepsilon_\sigma(t)\frac{\eta}{\beta}+\dot\varepsilon_\sigma(t)\eta=\ddot\sigma(t)\frac{\eta}{E_0\beta}+\dot\sigma(t)\left(\frac{\eta}{E_0}+\frac{1}{\beta}+\frac{\eta}{C_0}\right)+\sigma(t).\tag{17б}$$

Из (17б) видно, что в ней присутствует сила сопротивления $\ddot\varepsilon_\sigma(t)\dfrac{\eta}{\beta}$, пропорциональная ускорению, что несовместимо с классической механикой, и, в связи со ст. 5.1.1(3)P Еврокода 0, цепная модель является несоответствующей расчетной моделью.

Составляющие силы расчетной модели могут быть функцией от положения $\varepsilon_\sigma(t)$, скорости $\dot\varepsilon_\sigma(t)$, времени и других величин. Если же присутствует (среди прочих) сила, пропорциональная ускорению $\ddot\varepsilon_\sigma(t)$, то оказывается нарушенным фундаментальный принцип механики о независимости действия сил. Известный ученый Л. Паре установил неприемлемость таких сил и в задачах механики, и в приложениях [6].

К сожалению, в научной литературе по бетону и международных нормах присутствует целый ряд ошибок, аналогичных описанной и состоящих в расширительном толковании функции податливости в виде цепной модели [1], в том числе для учета быстронатекающей ползучести.

Так, в случае последовательного соединения теории Г.Н. Маслова и теории старения бетона (Мак-Генри, А.В. Яшин, Т. Хансен, И.Е. Прокопович и И.И. Улицкий), уравнение ползучести имеет вид

$$\ddot\varepsilon(t)+\beta\dot\varepsilon(t)=\ddot\sigma(t)\frac{1}{E_0}+\dot\sigma(t)\left(\frac{\dot\varphi_t}{E_0}+\frac{\beta}{E_0}+\frac{\beta}{C_0}\right)+\sigma(t)\left(\frac{\ddot\varphi_t}{E_0}+\frac{\dot\varphi_t}{E_0}\right).$$

Если к этой цепочке присоединить еще один вязкий элемент (с вязкостью $\eta(t) = \Delta e^{-\alpha_1 t}$) для учета быстронатекающей ползучести, что предполагалось разработчиками Еврокода до его утверждения, то мы получим еще один ошибочный вариант теории (записано без усреднения)

$$\ddot{\varepsilon}(t) + \beta\dot{\varepsilon}(t) = \ddot{\sigma}(t)\frac{1}{E_0} + \dot{\sigma}(t)\left(\frac{\dot{\varphi}_t}{E_0} + \frac{\beta}{E_0} + \frac{1}{\eta(t)}\right) + \sigma(t)\left(\frac{\ddot{\varphi}_t}{E_0} + \frac{\beta\dot{\varphi}_t}{E_0} + \frac{\beta}{\eta(t)} - \frac{\dot{\eta}(t)}{\eta^2(t)}\right).$$

При принятии Еврокода 2 из этой модели убрали теорию старения и вязкий элемент, ошибка аннулирована. В правилах Еврокода оставлен только классический бетон Г.Н. Маслова; из его характеристики ползучести получен нормативный коэффициент развития ползучести

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{t - t_0}{\beta_{\text{н}} + t - t_0}\right]^{0,3},$$

где $\beta_{\text{н}} = 1/\beta$.

Он получен путем разложения $e^{-\beta(t-t_0)}$ в ряд с использованием двух членов. Показатель 0,3 степенной функции осредненно учитывает старение бетона.

В случае учета нелинейной ползучести и кратковременной нелинейности по Еврокоду применение схемы Больцмана также ошибочно. При нелинейной ползучести бетона Г.Н. Маслова (четвертый случай) в рамках общепринятых гипотез скорость деформации равна

$$\mathrm{v}_\sigma\{t, t', F[\mu(t'), t']\} = \dot{\sigma}(t') \cdot F[\mu(t'), t']\frac{1}{E_0}\varphi(t - t') + \sigma(t') \cdot \dot{\mu}(t')\frac{\partial F[\mu(t'), t']}{\partial \mu}\frac{1}{E_0}\varphi(t - t') +$$
$$+ \sigma(t') \cdot \frac{\partial F[\mu(t'), t']}{\partial t'}\frac{1}{E_0}\varphi(t - t') + \sigma(t') \cdot F[\mu(t'), t']\frac{1}{E_0}\left[\frac{\partial\varphi(t - t')}{\partial t} + \frac{\partial\varphi(t - t')}{\partial t'}\right],$$

что не учитывается в традиционной теории. Здесь $F[\mu(t'), t']$ – функция нелинейности, в которой в качестве параметра нелинейности обычно принимают (после работы У. Лидермана) напряжение $\mu(t') = \sigma(t')$, что является неверным: методы классической механики показывают, что такое допущение является весьма поверхностным предположением. Этой проблеме мы посвятим отдельную статью.

Например, при таком допущении ряд кратных интегралов Вольтерра – Фреше

$$\varepsilon_\sigma(t) = \int_{-\infty}^{t} J_1(t - t')d\sigma(t') + \int_{-\infty}^{t}\int_{-\infty}^{t} J_2(t - t', t - t'')d\sigma(t')d\sigma(t'') + \ldots$$

является неинтегральной формой [10]

$$\varepsilon_\sigma(t) = J_1(t)\sigma + J_2(t, t)\sigma^2 + J_3(t, t, t)\sigma^3 + \ldots.$$

В последнее время появились работы, разрабатывающие «модификацию принципа наложения деформаций для нелинейной ползучести» в виде

$$\varepsilon(t, t_0) = \varepsilon(t_0) + \int_{t_0}^{t}\left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau)\right]d\sigma_{\text{c}}(\tau), \qquad (18a)$$

где $\sigma_{\text{c}}(\tau) = S[\sigma(\tau)]$ – известная функция напряжений σ[τ].

Ошибочность этой записи аналогична той, которая применяется в (1а). Полная скорость деформации здесь равна

$$v_\sigma(t,\tau) = \dot{S}[\sigma(\tau)]\left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t,\tau)\right] + S[\sigma(\tau)]\frac{d}{d\tau}\frac{1}{E(\tau)} + \\ + S[\sigma(\tau)]\frac{\partial}{\partial\tau}C(t,\tau) + S[\sigma(\tau)]\frac{\partial}{\partial t}C(t,\tau). \tag{18б}$$

Отсюда видно, что в (18а) потеряны три последних слагаемых из (18б). Значимость этих слагаемых тождественна той значимости, которую мы выше описали в пунктах 1–3. Нужно дополнительно обратить внимание, что неверной также является тождественность нелинейной функции $S[\sigma(\tau)]$ для кратковременных и длительных деформаций. Но, даже если применить другую функцию $S_g[\sigma(\tau)]$ для деформаций ползучести, то, как отмечено выше, такое допущение является весьма поверхностным предположением, не соответствующим реальной нелинейной теории ползучести бетона, которая будет опубликована позже. К принципу наложения эта теория не имеет никакого отношения.

Список литературы

1. *Chiorino M.A.* Analysis of structural effects of time – dependent behavior of concrete: an internationally harmonized format // Concrete and Reinforced concrete – Glance at Future. III All Russian (International) Conference on Concrete and Reinforced Concrete, Moscow – 2014. Vol. 7. Plenary papers. P. 338–350.

2. Fib Model Code for Concrete Structures 2010, Ernst & Sohn. 2013. 402 p.

3. ACI 209.3R-XX, Analysis of Creep and Shrinkage Effects on Concrete Structures, Final Draft, Chiorino M.A. (Chairm. of Edit. Team). ACI Committee 209. March 2011. 228 p.

4. *Санжаровский Р.С., Манченко М.М.* Ошибки в теории ползучести железобетона и современные нормы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2016. № 3. С. 25–32.

5. *Sanjarovskiy, R., Ter-Emmanuilyan, T., and Manchenko, M.* Creep of Concrete and Its Instant Nonlinear Deformation in the Calculation of Structures. CONCREEP 10: 2015. P. 238–247.

6. *Парс Л.А.* Аналитическая динамика. М.: Наука, 1971. 636 с.

7. Ползучесть и усадка бетона и железобетонных конструкций: состояние проблемы и перспективы развития / ГОССТРОЙ СССР; НИИЖБ. М.: Стройиздат, 1976. 351 с.

8. *Санжаровский Р.С., Манченко М.М.* Ошибки международных норм по железобетону и правила Еврокода // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 6. С. 25–36.

9. *Верюжский Ю.В., Голышев А.Б., Колчунов Вл.И., Клюева Н.В., Лисицин Б.М., Машков И.Л., Яковенко И.А.* Справочное пособие по строительной механике: в 2 т. Т. I. М.: АСВ, 2014. С. 506–508.

10. *Работнов Ю.Н.* Элементы наследственной механики твердых тел. М.: Наука, 1977. 383 с.

***Об авторах*:**

Санжаровский Рудольф Сергеевич – доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева. *Область научных интересов*: разработка теории ползучести бетона с учетом мгновенной и длительной нелинейности, а также их учет в расчетах конструкций. *Контактная информация:* ул. Сатпаева, 2, Астана, Республика Казахстан, 010008.

Тер-Эммануильян Татьяна Николаевна – доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, Казахстанско-Британский технический университет. *Область научных интересов:* разработка новых численных методов расчета строительных конструкций с учетом ползучести материалов. *Контактная информация:* ул. Толе Би, 59, Алма-Ата, Республика Казахстан, 050000.

Манченко Максим Михайлович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Крыловский научный центр. *Область научных интересов:* ползучесть бетона с учетом мгновенной и длительной нелинейности; прочность корпусных конструкций кораблей из полимерных композиционных материалов. *Контактная информация:* Московское шоссе, 44, Санкт-Петербург, Российская Федерация, 196158.

Для цитирования:

Санжаровский Р.С., Тер-Эммануильян Т.Н., Манченко М.М. Принцип наложения как основополагающая ошибка теории ползучести и стандартов по железобетону // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 2. С. 92–104. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-2-92-104.

SUPERPOSITION PRINCIPLE AS THE FUNDAMENTAL ERROR OF THE CREEP THEORY AND STANDARDS OF THE REINFORCED CONCRETE

R. SANJAROVSKY*, T. TER-EMMANUILYAN**, M. MANCHENKO***

* L.N. Gumilyov Eurasian National University
2 Satpaev St., Astana, 010008, Republic of Kazakhstan

** Kazakh-British Technical University
59 Tole Bi St., Almaty, 050000, Republic of Kazakhstan

***Krylov State Research Centre
44 Moskovskoe Shosse, St. Petersburg, 196158, Russian Federation

(*received:* December 23, 2017; *accepted:* March 04, 2018)

The errors in the foundations of the modern theory of creep of reinforced concrete caused by the use of the principle of superposition, which is an expansive interpretation of the principle (scheme) of the linear superposition of Boltzmann, are revealed and investigated. Extensive interpretation arises from the following circumstances: the phenomenon of aging of concrete; changes in the short-term properties of concrete with age τ at the time of its loading; nonlinearity of creep deformation, starting from the lowest loading levels; the use of "chain models" in the form of a series connection of several bodies, for example – the theory of Maslov, the theory of aging, a viscous element; addition of short-term properties of concrete to the properties of its creep; expanding interpretation of the compliance function for difference kernels. In the international norms of creep of reinforced concrete only linear creep of concrete and instantaneous linear properties are taken into account; their authors call their developments "a new advanced format developed in recent decades by international standards institutions". However, these format estimates are erroneous. According to the Eurocode, a short-term diagram of concrete σ-ε has a descending section and a limited extent; and the floor-duchit of concrete is nonlinear. The founders of the theory are A.A. Gvozdev, N.Kh. Harutyunyan, S.V. Aleksandrovsky, P.I. Vasilyev – repeatedly indicate: "creep-concrete deformations are non-linearly dependent on stresses, starting from the lowest levels".

The results of the analysis published by the authors in the journal of Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings No. 6 of 2017 and No. 3 of 2016 are supplemented. The article was written in accordance with the recommendations of the round table held in the RUDN University on June 9, 2016, under the direction of the D.Sc., prof. S.N. Krivoshapko.

Keywords: elastoplastic deformation of concrete, theory for concrete creep, long-term resistance of reinforced concrete, modern building codes

References

1. Chiorino M.A. Analysis of structural effects of time – dependent behavior of concrete: an internationally harmonized format // Concrete and Reinforced concrete – Glance at Future. III All Russian (International) Conference on Concrete and Reinforced Concrete, Moscow – 2014. Vol. 7, plenary papers, 338–350.

2. Fib Model Code for Concrete Structures 2010, Ernst & Sohn, 2013, 402.

3. ACI 209.3R-XX, Analysis of Creep and Shrinkage Effects on Concrete Structures, Final Draft, Chiorino M.A. (Chairm. of Edit. Team), ACI Committee 209, March 2011, 228 p.

4. Sanjarovsky R., Manchenko M. Errors in the theory of creep of reinforced concrete and modern norms. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings.* 2016. No 3. 25–32. (In Russ.)

5. Sanjarovskiy, R., Ter-Emmanuilyan, T., and Manchenko, M. (2015) Creep of Concrete and Its Instant Nonlinear Deformation in the Calculation of Structures. CONCREEP 10: 238–247.

6. Pars L.A. A treatise on Analytical Dynamics. Moscow: Nauka publ., 1971, 636. (In Russ.)

7. Polzuchest' i usadka betona i zhelezobetonnyh konstrukcij. Sostoyanie problemy i perspektivy razvitiya [Creep and shrinkage of concrete and reinforced concrete structures. The state of the problem and prospects for development] / GOSSTROJ USSR; NIIZB. Moscow: Strojizdat publ., 1976, 351. (In Russ.)

8. Sanzharovskij R.S, Manchenko M.M. (2017). Errors of international standards on reinforced concrete and rules of the Eurocode. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings.* No 6, 25–36. (In Russ.)

9. Veryuzhskij YU.V., Golyshev A.B., Kolchunov Vl.I., Klyueva N.V., Lisicin B.M., Mashkov I.L., Yakovenko I.A. Spravochnoe posobie po stroitel'noj mekhanike [Reference Book for Structural Mechanics]: v 2 t. T. I. Moscow: ASV publ., 2014, 506–508. (In Russ.)

10. Rabotnov Yu.N. (1977). Elementy nasledstvennoj mekhaniki tverdyh tel [Elements of hereditary mechanics of solids]. Moscow: Nauka publ., 1977, 383. (In Russ.)

About the authors:

Sanzharovsky Rudolf – Grand Ph.D., Prof., Principal Researcher, L.N. Gumilyov Eurasian National University. *Research Interests*: the development of the theory of creep of concrete with allowance for instantaneous and long-term nonlinearity, as well as their accounting in the calculations of structures. *Contact information:* 2 Satpaev St., Astana, 010008, Republic of Kazakhstan

Ter-Emmanuilyan Tatyana – Doctor of Technical Sciences, Professor, Chief Researcher, Kazakh-British Technical University. *Research Interests:* development of new numerical methods for calculating of building structures, taking into account creep of materials. *Contact information:* 59 Tole Bi St., Almaty, 050000, Republic of Kazakhstan

Manchenko Maxim – Ph.D, Senior Researcher, Krylov State Research Centre. *Research Interests:* creep of concrete taking into account instantaneous and long-term nonlinearity; strength of hull structures of vessels made of composite materials. *Contact information:* 44 Moskovskoe shosse, Petersburg, 196158, Russian Federation

For citation:

Sanzharovsky, R.S., Ter-Emmanuilyan, T.N., Manchenko, M.M. (2018). Superposition principle as the fundamental error of the creep theory and standards of the reinforced concrete. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14 (2), 92–104. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-2-92-104.