РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

УДК 05.23.05, 01.01.05
DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-2-84-91

НАХОЖДЕНИЕ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ОПЕРАТИВНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА СТРОИТЕЛЬНЫХ ИЗДЕЛИЙ

Н.М. ЧИГАНОВА

Национальный исследовательский
Московский государственный строительный университет
Ярославское шоссе, 26, Москва, Россия, 129337

(*поступила в редакцию:* 04 декабря 2017 г.; *принята к публикации:* 05 марта 2018 г.)

Задача планирования контроля по количественному признаку по сути дела есть обратная задача интервального оценивания. Поэтому при определении планов контроля (n – объем выборки, k – критерий приемлемости) используются результаты по интервальному оцениванию. Алгоритм интервального оценивания, предложенный Л.Н. Большевым и Э.А. Логиновым, предполагает нахождение верхней и нижней границ оперативной характеристики контроля качества, которая в свою очередь представляет собой вероятность приемки партии с уровнем качества, не превосходящим риска потребителя. При этом вероятность бракования партии не больше риска изготовителя. В настоящей статье сделана попытка найти в явном виде экстремальные значения оперативной характеристики. В результате получены формулы оперативной характеристики в явном виде, которые позволяют значительно упростить нахождение планов контроля при двухстороннем допуске на контролируемый параметр, характеризующий конкретное изделие. В качестве контролируемого параметра в строительной индустрии подразумевается любой признак, по которому характеризуется надежность строительного изделия.

Ключевые слова: контроль качества, строительные изделия, оперативная характеристика, параметры распределения

При решении задач контроля качества строительных изделий по количественному признаку [1; 8] возникает проблема нахождения экстремальных значений функции $Z_{n,k}(m,\delta)$, представляющей собой оперативную характеристику контроля [7; 9].

Известно [2], что она имеет вид

$$Z_{n,k}(m,\delta) =$$
$$= B\int_0^{-\frac{1}{2k}(u_1+u_2)} \eta^{n-2} e^{-\frac{n}{2}\eta^2}\left\{\Phi\left[-(u_2+\eta k)\sqrt{n}\right]-\Phi\left[(u_1+\eta k)\sqrt{n}\right]\right\}d\eta \equiv l(\theta_1,\theta_2), \quad (1)$$

где $B=\frac{2\left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}$; $\Gamma(x)$ – гамма-функция; $\theta_i=\Phi(u_i)$; $i=1,2$; $u_1=\frac{X_n-m}{\delta}$; $u_2=\frac{m-X_b}{\delta}$; $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}dt$; η – случайная величина, распределенная по закону; Xu – квадрат с $(n-1)$ степенью свободы; m – математическое ожидание; δ^2 – дисперсия; (n,k) – план контроля [2].

Как важное обстоятельство отметим [10], что характеристика $Z_{n,k}(m,\delta)$ зависит от параметров m и δ через функции u_1 и u_2, которые входят в формулу (1) не в виде комбинации $\Phi(u_1)+\Phi(u_2)=q$.

Поэтому в случае двухстороннего ограничения на контролируемый параметр оперативная характеристика $Z_{n,k}(m,\delta)$ не однозначно определяется долей q негодных изделий в партии, а зависит еще от параметров распределения m и δ^2. В качестве контролируемого параметра в строительной индустрии подразумевается любой признак, по которому характеризуется надежность строительного изделия.

Если бы в технических условиях на параметр X было наложено одностороннее ограничение, например $X > X_H$, то $Z_{n,k}(q)$ однозначно определялось бы заданием q. В самом деле, полагая в формуле (1) $X_b=\infty$, получим

$$u_2=-\infty, \theta_2=\Phi(-\infty)=0, q=\theta_1=\Phi(u_1),\ u_1=\ u_q \text{ и}$$

$$Z_{n,k}(m,\delta)=B\int_0^\infty \eta^{n-2}e^{-\frac{n}{2}\eta^2}\,\Phi\left[-\left(u_q+\eta k\right)\sqrt{n}\right]d\eta=Z_{n,k}(q).$$

Так как при двухстороннем ограничении на параметр вероятность приемки партии с уровнем качества q зависит от параметров распределения m и δ, то при определении плана контроля (n,k) необходимо вместо $Z_{n,k}(q)$ использовать нижнюю и верхнюю границы

$$\underline{Z}_{n,k}(q)=\min_{(m,\delta)\epsilon Q} Z_{n,k}(m,\delta),$$

$$\overline{Z}_{n,k}(q)=\max_{(m,\delta)\epsilon Q} Z_{n,k}(m,\delta).$$

Здесь

$$Q=\left\{m,\delta\geq 0\colon \Phi\left(\frac{X_H-m}{\delta}\right)+\Phi\left(\frac{m-X_b}{\delta}\right)=q\right\}.$$

В настоящей статье сделана попытка найти в явном виде экстремальные значении функции $l(\theta_1,\theta_2)$.

Итак, перейдем к исследованию функции $l(\theta_1,\theta_2)$ на экстремум.

Заметим, что

$$\underline{Z}_{n,k}(q)=\min_{(\theta_1+\theta_2)=\theta} l(\theta_1,\theta_2),\ \overline{Z}_{n,k}(q)=\max_{(\theta_1+\theta_2)=\theta} l(\theta_1,\theta_2),$$

$$\theta=\{(\theta_1,\theta_2)\colon 0\leq\theta_i\leq 1, i=1{,}2, \theta_1+\theta_2=q\}.$$

Нахождение экстремумов функции $l(\theta_1,\theta_2)$ проведем по общепринятой классической схеме. Заменим переменную θ_2 через θ_1.

Тогда получим

$$\underline{Z}=\min_{0\leq\theta_1\leq q} l(\theta_1,q-\theta_1), \overline{Z}=\max_{0\leq\theta_1\leq q} l(\theta_1,q-\theta_1).$$

Используя очевидные соотношения

$$\frac{du_1}{d\theta_1}=\sqrt{2\pi}\,e^{\frac{u_1^2}{2}},\frac{du_2}{d\theta_1}=-\sqrt{2\pi}\,e^{\frac{u_2^2}{2}},$$

после ряда преобразований находим

$$\operatorname{sign}\frac{dl(\theta_1,q-\theta_1)}{d\theta_1}=\operatorname{sign}\psi_n(u_1,u_2),$$

$$\psi_n(u_1,u_2)=\int_0^{-\frac{1}{2}(u_1+u_2)} x^{n-2}e^{-\frac{n}{2}x^2\left(\frac{1}{k^2}-\frac{1}{n-1}\right)}\times$$

$$\times\left[e^{-\frac{(n-1)}{2}\left(u_2+\frac{nx}{n-1}\right)^2}-e^{-\frac{(n-1)}{2}\left(u_1+\frac{nx}{n-1}\right)^2}\right]dx. \qquad (2)$$

Нетрудно проверить, что

$$-\psi_n(u_1,u_2) = \psi_n(u_1,u_2) \text{ и } \psi_n(u_1,u_2) = 0 \tag{3}$$

при $u_1 = u_2$.

В силу формулы (3) достаточно исследовать знак функции $\psi_n(u_1,u_2)$ при $u_1 < u_2$ для определения $\operatorname{sign}\psi_n(u_1,u_2)$ на всем диапазоне изменения u_1 и u_2.

Рассмотрим отдельный случай *n = 2.* Тогда формула (2) может быть записана так:

$$\psi_2(u_1,u_2) = \int_0^A G_2\,(x)H_2(x,u_1,u_2)dx, \tag{4}$$

где $G_2(x) = e^{(1-k^{-2})x^2}$; $H_2(x,u_1,u_2) = h_2(x,u_2) - h_2(x,u_1)$;

$h_2(x,u_i) = e^{-\frac{1}{2}(2x+u_i)^2}$; $i = 1,2$; $A = -\frac{1}{2}(u_1 + u_2)$.

Оценить знак функции ψ_2 позволяет следующая лемма.

Лемма I. Пусть функции *f* и g заданы на интервале $[a,b]$, $f \geq 0$ и

$$\int_a^c f dx = \int_c^b f dx\,, c\,\epsilon]a,b[, \tag{5}$$

тогда

$$\int_a^c gf dx > \int_c^b gf dx, \tag{6}$$

если q – строго убывающая функция.

Доказательство непосредственно следует из теоремы о среднем. Действительно,

$$\int_a^c gf dx = g(x_1)\int_a^c f dx\,, x_1\epsilon]a,c[,$$

$$\int_c^b f dx = g(x_2)\int_c^b f dx\,, x_2\epsilon]a,b[.$$

Поскольку $g(x_1) > g(x_2)$, то из условия (5) следует неравенство (6).

Следствие I. Если в условиях леммы I функция g строго возрастающая, то вместо неравенства (6) будет справедливо противоположное неравенство:

$$\int_a^c gf dx < \int_c^b gf dx.$$

В справедливости этого замечания можно убедиться, умножив неравенство (6) на (–I) и заменив функцию *g* на $-g$.

Применим *лемму I* для оценки функции ψ_2. Заметим вначале, что при $u_1 < u_2$

$$H_2(x,u_1,u_2) = \begin{cases} > 0, x < \dfrac{A}{2}, \\ = 0, x = \dfrac{A}{2}, \\ < 0, x > \dfrac{A}{2}, \end{cases}$$

и

$$\int_0^{\frac{A}{2}} h_2(x,u_2)dx = \int_{\frac{A}{2}}^A h_2(x,u_1)dx = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\left[\Phi\left(\frac{u_2-u_1}{2}\right) - \Phi(u_2)\right],$$

$$\int_0^{\frac{A}{2}} h_2(x,u_1)dx = \int_{\frac{A}{2}}^A h_2(x,u_2)dx = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\left[\Phi\left(\frac{u_1-u_2}{2}\right) - \Phi(u_1)\right].$$

Вычитая из первого уравнения второе, получаем

$$\int_{\mathrm{A}}^{\frac{A}{2}} H_2\,dx = -\int_{\frac{A}{2}}^{A} H_2\,dx.$$

Положим в *Лемме I* $a = 0, c = \frac{A}{2}, b = A, g = G_2$ и

$$f(x) = \begin{cases} H_2(x), x \le \dfrac{A}{2}, \\ -H_2(x), x > \dfrac{A}{2}. \end{cases}$$

Очевидно, введенные функции удовлетворяют условиям *Леммы I*.

Следовательно,

$$\psi_2 = \int_0^{\frac{A}{2}} G_2\,H_2 dx + \int_{\frac{A}{2}}^{\mathrm{A}} G_2\,H_2 dx > 0,$$

если G_2 – строго убывающая функция, а это возможно, лишь когда $k < 1$.

Если G_2 – строго возрастающая функция ($k > 1$), то в силу *следствия I* $\psi_2(u_1, u_2) < 0$.

При $k = 1$ функция $G_2 = 1$, а значит $\psi_2 = 0$. Таким образом, при $n = 2$ и $u_1 < u_2$

$$\frac{dl(\theta_1, q - \theta_1)}{d\theta_1} \begin{cases} > 0, k < 1, \\ = 0, k = 1, \\ < 0, k > 1. \end{cases}$$

Тем самым установлено, что оперативная характеристика контроля при $k < 1$ имеет минимум и максимум соответственно в точках ($\theta_1 = 0, \theta_2 = q$) и ($\theta_1 = \theta_2 = \frac{q}{2}$). При ($k > 1$) отмеченные точки минимума и максимума меняются местами. Запишем выражение оперативной характеристики в этих экстремальных точках. Полагая в формуле (1) $n = 2, (\theta_1 = 0, \theta_2 = q)$, т.е. $u_1 = -\infty$, $u_2 = u_q$, получаем

$$Z_{n,k}(q) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\eta^2}\, \Phi\big[-\big(u_q + k\eta\big)\sqrt{2}\big] d\eta.$$

При $n = 2, \theta_1 = \theta_2 = \frac{q}{2}$, т.е. $u_1 = u_2 = -\frac{1}{2} u_q$ формула (1) принимает вид

$$Z_{n,k}(q) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}^{-\frac{1}{k}u} \int_0^{\frac{q}{2}} e^{-\eta^2} \left\{1 - 2\Phi\left[u_{\frac{q}{2}} + k\eta\right]\sqrt{2}\right\} d\eta.$$

Итак,

$$\underline{Z}_{2,k}(q) = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\eta^2} \Phi\big[-\big(u_q + k\eta\big)\sqrt{2}\big] d\eta, k \le 1, \\ \frac{2}{\sqrt{\pi}}^{-\frac{1}{k}u} \int_0^{\frac{q}{2}} e^{-\eta^2} \left\{1 - 2\Phi\left[\left(u_{\frac{q}{2}} + k\eta\right)\sqrt{2}\right]\right\} d\eta, k \ge 1. \end{cases} \tag{7}$$

Верхняя граница $\overline{Z}_{2,k}(q)$ записывается формулой (7), только условия $k \le 1$ и $k \ge 1$ необходимо поменять местами.

Поскольку при $k = 1$ функция $\psi_2 = 0$, то имеют место следующие тождества:

$$\int_0^{-\frac{1}{2}(u_1+u_2)} e^{-\xi^2}\{\Phi[-(u_2+\xi)\sqrt{2}]-\Phi[(u_1+\xi)\sqrt{2}]d\xi\} =$$
$$= \int_0^{\infty} e^{-\xi^2}\Phi[-(u_q+\xi)\sqrt{2}]d\xi =$$
$$= \int_0^{\frac{q}{2}} e^{-\xi^2}\left\{1-2\Phi\left[\left(u_{\frac{q}{2}}+\xi\right)\sqrt{2}\right]\right\}d\xi,$$

где

$$q = \Phi(u_1)+\Phi(u_2).$$

Рассмотрим теперь случай $n > 2$. Докажем следующее утверждение.

Теорема I. При $u_1 < u_2$ $\psi_n(u_1,u_2) > 0$ для всех $k < k^*$, где

$$k^* = \left\{\frac{n}{(n-2)\left[\frac{1}{2}(u_1+u_2)\right]}+\frac{1}{n-1}\right\}^{-\frac{1}{2}}.$$

Доказательство. Очевидно,

$$\psi_2(u_1,u_2) = \int_0^A G_n(x)H_n(x,u_1,u_2)dx,$$

где $G_n(x) = x^{n-2}e^{-\gamma x^2}$; $\quad H_n(x,u_1,u_2) = h_n(x,u_2)-h_n(x,u_1)$;

$h_n(x,u_i) = exp\left[-\frac{1}{2}(n-1)(u_i+\frac{nx}{n-1})^2\right]$; $\quad i = 1{,}2$; $\quad \gamma = \frac{n}{2}\left(\frac{1}{k^2}-\frac{1}{n-1}\right)$.

Нетрудно проверить, что при $u_1 < u_2$

$$H_n(x)\begin{cases} > 0, 0 \le x < \frac{n-1}{n}A, \\ = 0, x = \frac{n-1}{n}A, \\ < 0, x > \frac{n-1}{n}A; \end{cases} \tag{8}$$

а

$$\int_{\frac{n-2}{n}A}^{\frac{n-1}{n}A} h_n(x,u_2)dx = \int_{\frac{n-1}{n}A}^{A} h_n(x,u_1)dx,$$
$$\int_{\frac{n-2}{n}A}^{\frac{n-1}{n}A} h_n(x,u_1)dx = \int_{\frac{n-1}{n}A}^{A} h_n(x,u_2)dx.$$

Из последующих двух уравнений получаем, что

$$\int_{\frac{n-2}{n}A}^{\frac{n-1}{n}A} H_n\,dx = -\int_{\frac{n-1}{n}A}^{A} H_n\,dx.$$

Исследуем теперь функцию G_n. Заметим вначале, что

$$\gamma > 0\ \forall k\epsilon[0,k^*].$$

Функция G_n строго возрастает на интервале $]0,\mathrm{X}^*[$ и убывает на интервале $]\mathrm{X}^*,\infty[$. $\mathrm{X}^* = \left[\frac{(n-2)}{2\gamma}\right]^{\frac{1}{2}}$. Непосредственной проверкой можно убедиться в том, что $\mathrm{X}^* < \frac{(n-2)}{n}A\ \forall k\epsilon[0,k^*]$. Следовательно, на интервале $\left[\frac{n-1}{n}A,A\right]$ функция G_n строго возрастает.

В силу формулы (8) имеем

$$\psi_n(u_1, u_2) > \int_{\frac{n-2}{n}A}^{A} G_n H_n \, dx. \tag{9}$$

Оценим знак интервала в неравенстве (9) с помощью *леммы I*.

Положим

$$\text{a} = \frac{n-2}{n}A, \qquad c = \frac{n-1}{n}A, \qquad b = A, \qquad g = G_n$$

и

$$f(x) = \begin{cases} H_n(x), x \le \dfrac{n-1}{n}A, \\ -H_n(x), x > \dfrac{n-1}{n}A. \end{cases}$$

Введение функций f и g удовлетворяет условию следствия I.

Поэтому $\psi_n > 0$. Доказательство окончено.

Из теоремы I получаем следующий результат.

Следствие II. При $n > 2$

$$\underline{Z}_{n,k}(q) = B \int_0^\infty \xi^{n-2} e^{-\frac{n\xi^2}{2}} \Phi\left[-\left(u_q + k\xi\right)\sqrt{n}\right] d\xi, \tag{10}$$

$$\overline{Z}_{n,k}(q) = B^{-\frac{1}{k}u} \int_0^{\frac{q}{2}} \xi^{n-2} e^{-\frac{n\xi^2}{2}} \left\{1 - 2\Phi\left[\left(u_{\frac{q}{2}} + k\xi\right)\sqrt{n}\right]\right\} d\xi,$$

для всех $k\epsilon\left[0, k_q^*\right]$, где

$$k_q^* = \left(\frac{n}{(n-2)} u_{\frac{q}{2}}^2 + \frac{1}{n-1}\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Доказательство непосредственно следует из теоремы I и того факта, что функция $(u_1 + u_2)^2$ достигает минимального значения на множестве

$$\{u_1, u_2 \colon \Phi(u_1) + \Phi(u_2) = q\}$$

в точке $u_1 = u_2 = u_{\frac{q}{2}}$.

Заключение. Таким образом, формулы (10) позволяют значительно упростить вычисления планов контроля (n, k) при двухстороннем допуске контролируемого параметра, характерного для конкретного строительного изделия.

Список литературы

1. *Крамер Г.* Математические методы статистики. М.: Мир, 1975. 648 с.

2. *Карташов Г.Д., Чиганова Н.М.* К обоснованию планов контроля по количественному признаку при двухстороннем допуске // Статистические методы. Пермь: Издательство Пермского государственного технического университета, 1980. С. 66–81.

3. *Чиганова Н.М.* Логарифмическая выпуклость по параметру некоторых распределений // Естественные и технические науки. 2015. № 6. С. 14 – 17.

4. *Medvedev V., Pustovgar A.* Influence of Chemical Additives on Radiation Stability of Concrete – Theoretical Basis and Evaluation Method, Applied Mechanics and Materials, 2015. Vol. 725–726. P. 377–382.

5. *Chiganova Nadezhda*. Reliability theory application for building structures reliability determination // MATEC Web of Conferences. 2016. Vol. 86. URL: https://doi.org/10.1051/matecconf/20168602009 (дата обращения: 12.09.2017).

6. *Кирьянова Л.В., Усманов А.Р.* Оценка спектральной плотности аэродинамического коэффициента лобового сопротивления // Вестник МГСУ. 2012. № 10. С. 88–94.

7. *Большев Л.Н., Логинов Э.А.* Интервальные оценки при наличии мешающих параметров // Теория вероятности и ее применение. 1966. Т. 11. № 1. С. 94–107.

8. *Гнеденко Б.Г., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д.* Математические методы в теории надежности. Изд. 2-е. М.: Наука, 2012. 582 с.

9. *Кобзарь А.И.* Прикладная математическая статистика: для инженеров и научных работников. М.: Физматгиз, 2006. 816 с.

10. *Тарасов Д.В., Тарасов Р.В., Макарова Л.В., Ермишина Я.А.* Совершенствование контроля качества продукции строительного назначения // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 1–1. URL: https://www.science-education. ru/ru /article /view?id= 17591 (дата обращения: 12.09.2017).

Об авторе:

Чиганова Надежда Михайловна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет. *Область научных интересов*: оценка качества и надежности изделий, планирование испытаний, интервальная оценка показателей надежности строительных изделий. *Контактная информация:* e-mail – chiganovanm.mgsu@gmail.com

Для цитирования:

Чиганова Н.М. Нахождение экстремальных значений оперативной характеристики контроля качества строительных изделий // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 2. С. 84–91. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-2-84-91.

FINDING OF EXTREME VALUES OF OPERATING CHARACTERISTICS FOR QUALITY CONTROL OF CONSTRUCTION PRODUCTS

N.M. CHIGANOVA

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University)
26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation

(*received:* December 04, 2017; *accepted:* March 05, 2018)

The matter of control planning by variables is essentially the inverse problem of interval estimation. Therefore, when determining control plans (“n” is the sample size, “k” is the eligibility criterion), the results of interval estimation are used. The algorithm of interval estimation, proposed by L.N. Bolshev and E.A. Loginov, presupposes finding the upper and lower bounds of the operational characteristic of quality control, which in turn represents the probability of acceptance of the batch with a quality level not exceeding the consumer risk. In this case, the probability of batch rejection is not more than the manufacturer risk. In this article, an attempt is made to find the extreme values of the operating characteristic in an explicit form. As a result, operative characteristics formulas were obtained in an explicit form, which made it possible to significantly simplify the determination of control plans with bilateral tolerance for the controlled parameter that characterizes a specific product. In construction industry, any sign on which the reliability of the construction product is characterized is implied as a controlled parameter.

Keywords: quality control, construction products, operating characteristics, distribution parameters

References

1. Kramer G. (1975). Matematicheskie metody statistiki [Mathematical methods of statistics]. Moscow: Mir Publ. 648. (In Russ.)

2. Kartashov G.D., Chiganova N.M. (1980). K obosnovaniyu planov kontrolya po kolichestvennomu priznaku pri dvuhstoronnem dopuske [A justification of sampling plans by variables in bilateral tolerance, Statistical Methods collection] // *Statisticheskie metody*, Perm': Izdatel'stvo Permskogo gosudarstvennogo universiteta, 66–81. (In Russ.)

3. Chiganova N.M. (2015). Logarifmicheskaya vypuklost' po parametru nekotoryh raspredeleniya [Logarithmic convexity in the parameter of certain distributions, Natural and technical sciences]. *Estestvennye i tehnicheskie nauki,* Vol. 6, 14–17. (In Russ.)

4. Medvedev V., Pustovgar A. (2015). Influence of Chemical Additives on Radiation Stability of Concrete – Theoretical Basis and Evaluation Method, Applied Mechanics and Materials, Vol 725–726, 377–382.

5. Chiganova N. (2016). Reliability theory application for building structures reliability determination, MATEC Web of Conferences, Vol 86. URL: https://doi.org/10.1051/matecconf/20168602009 (Accessed 12.09.2017).

6. Kir'yanova L.V., Usmanov A.R. (2012). Assessment of spectral density of the aerodynamic factor of front resistance. *Vestnik MGSU*, No 10, 88–94. (In Russ.)

7. Bolshev L.N., Loginov E.A. (1966). Interval estimates in the presence of interfering parameters. *Theory of Probability and its applications*, 11 (1), 94–107. (In Russ.)

8. Gnedenko B.G., Belyaev Yu.K., Slov'ev A.D. (2010). Mathematical methods in the reliability theory. Moscow: Nauka Publ., Vol. 2, 582. (In Russ.)

9. Kobzar A.I. (2006). Applied mathematical statistics (For engineers and scientists). Moscow: Fizmatgiz, Vol. 1, 816. (In Russ.)

10. Tarasov D.V., Tarasov R.V., Makarova L.V., Ermishina Ya.A. (2015). Improvement of quality control of construction products. *Modern problems of science and education*, No 1–1. URL: https://www.science-education.ru/ru/article/view?id=17591 (Accessed 12.09.2017). (In Russ.)

About the author:

Nadezhda M. Chiganova – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of Applied Mathematics, National Research Moscow State University of Civil Engineering (NRU MGSU). *Research interests*: quality assessment and the reliability of products, test planning, interval estimation of parameters of reliability of building products. *Contact information:* e-mail – chiganovanm.mgsu@gmail.com

For citation:

Chiganova, N.M. (2018). Finding the extreme values of operating characteristics for quality control of construction products. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings.* 14 (2), 84–91. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-2-84-91.