Геометрические исследования срединных поверхностей тонких оболочек

УДК 539.3 DOI: 10.22363/1815-5235-2017-6-4-9

ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИИ

С.Н. ЯКУПОВ, *к.т.н., с.н.с.*
Р.Г. НУРУЛЛИН, *к.т.н., с.н.с.*
Н.М. ЯКУПОВ, *д.т.н., г.н.с., зав. лаб.*
ИММ КазНЦ РАН: tamas_86@mail.ru, nrg@mail.ru, yzsrr@kfti.knc.ru

Экспериментальный подход параметризации трехмерных тел и тонкостенных элементов конструкций сложной геометрии. Алгоритм построения пространственной сети, а также определения координат, компонент метрического тензора и символов Кристоффеля. Эффективность моделирования элементов конструкций сложной геометрии сплайновым вариантом метода конечных элементов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: элементы конструкции, сложная геометрия, параметризация, экспериментальный подход, алгоритм построения сети, координаты, компоненты метрического тензора, символы Кристоффеля.

Введение. Тонкостенные конструкции, сочетающие в себе легкость с высокой прочностью, находят широкое применение в авиастроении, ракетостроении и кораблестроении, нефтехимии и т.д. [1, 2]. Они воспринимают большие нагрузки, работают в агрессивных средах и испытывают воздействие физических полей. Разрабатывают различные пленки и покрытия [3-5].

Среди тонкостенных конструкций особенно эффективными по своим характеристикам являются оболочки сложной геометрии [1, 2]. Наряду с малым весом они имеют высокие механические характеристики по жесткости и прочности. Варьируя форму поверхности, можно создавать легкие, высокопрочные и архитектурно выразительные конструкции. Эффективность применения оболочек сложной геометрии доказывается самой природой. Рождение конструктивных криволинейных форм сложной геометрии в строительном деле одно из крупных изобретений человечества, история которого уходит вглубь веков.

Различают оболочки сложной геометрии канонической формы, срединная поверхность которых может быть задана аналитическими формулами. Информация о таких поверхностях имеется, в частности, в энциклопедии С.Н. Кривошапко и В.Н. Иванова [2]. Однако срединную поверхность не всех оболочек можно описать аналитически – это оболочки неканонической геометрии, которые не менее функционально необходимы и эффективны по своим характеристикам жесткости и прочности.

Среди трудностей, связанных с более широким распространением тонкостенных конструкций сложной геометрии, можно отметить сложность технологии их изготовления, а также проблемы, возникающие при их моделировании. В ходе разрешения таких трудностей разработан безопалубочный способ формования оболочек сложной геометрии из ориентированных полимерных материалов. На разработанные способы авторами получены патенты РФ на изобретения №2255864 и №2295446. Кроме того бурное развитие 3D-печати открывает широкие возможности в практическом применении сложных криволинейных форм.

Для более эффективного использования новых тонкостенных оболочек сложной геометрии необходимо научиться определять их физико-механические качества, оценивать напряженно-деформированное состояние и устойчивость под действием различных нагрузок. В последней четверти XX века появились методы расчета тонкостенных оболочечных конструкций сложной геометрии. Интенсивно разрабатываются различные варианты метода конечных элементов. Среди них можно отметить сплайновый вариант метода конечных элементов, базирующийся на синтезе идеи параметризации поверхности сложной геометрии и метода конечных элементов [6-8]. При этом задача параметризации поверхности сложной геометрии вызывает определенные трудности. Для решения данной проблемы был разработан экспериментально-теоретический метод определения параметров срединной поверхности оболочки сложной геометрии (патент РФ на изобретение №2374697).

В процессе эксплуатации в элементах конструкций и сооружений возникают коррозионные и механические дефекты, происходят изменения механических свойств поверхностных слоев, а также геометрических и физических параметров по толщине оболочки [9, 10]. Для оценки концентрации напряжений в дефектных областях тонкостенных конструкций необходимо использовать трехмерные конечные элементы. Развитие современных методов расчета и рост возможностей вычислительной техники позволяют уточнять расчетные схемы и переходить от двумерных к трехмерным расчетным схемам. Все это позволяет более точно оценивать напряженно-деформированное состояние конструкций и сооружений, в частности, с учетом различных локальных дефектов, переменности модуля упругости по толщине и других факторов и тем самым получить правильный прогноз о состоянии конструкции.

Начата разработка численного метода определения напряженно- деформированного состояния трехмерных объектов сложной геометрии на базе трехмерных элементов [11, 12]. При этом для задания геометрических параметров узловых точек конечных элементов необходимо выполнить параметризацию рассматриваемого элемента конструкции.

Экспериментальный способ параметризации элементов конструкций. Рассматривается элемент конструкции сложной геометрии – тело с шестью криволинейными гранями с вершинами *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h* (рис. 1). Изготавливают пространственный каркас *abcdefgh* из криволинейных формообразующих ребер, совпадающих с контуром параметризуемого элемента. На криволинейных элементах *ab, bc, cd, da, ef, fg, gh, he, ea, fb, gc, hd* делают метки в соответствии с заданным типом разбивки. Изготавливают трехмерную сеть из эластичных (например, резиновых) нитей 1, которые соединены в узлах 2 (рис. 2).

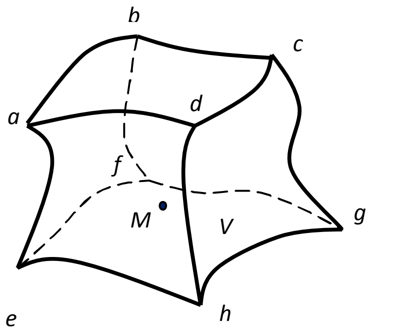

Рис. 1. Элемент конструкции

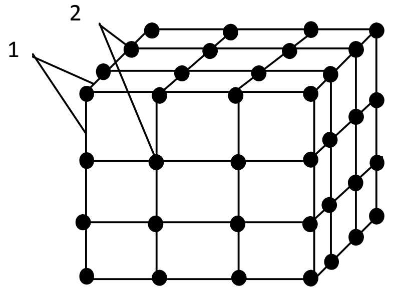

Рис. 2. Сеть из эластичных нитей

На каркас *abcdefgh* натягивают пространственную сеть из эластичного материала. При этом внешние узловые точки при натяжении сети представляют собой грани формируемого тела, а внутренние узловые точки – расчетные точки тела. Каркас фиксируют относительно базисных оснований 3, 4 и 5 (с плоскостями, соответственно, α, β и γ) при помощи, например, опор 6, 7 и 8 (рис. 3).

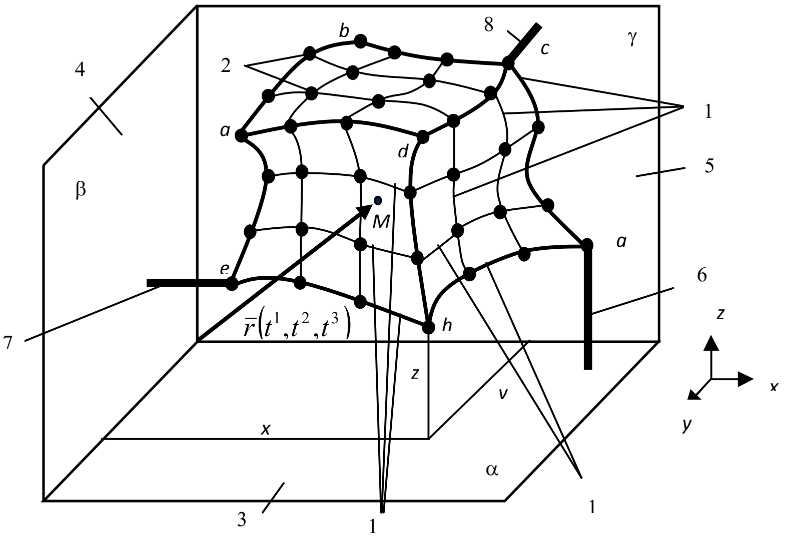

Рис. 3. Каркас с сетью на установке

На рисунках обозначены: *x, y, z* – координаты в декартовой системе; x_h, y_h, z_h – координаты точки *h* в декартовой системе; t^1, t^2 и t^3 – координаты (параметры) параметрического куба; *V* – объем, который занимает элемент конструкции; *M* – произвольная точка элемента конструкции (принадлежит объему *V*, включая поверхность тела); α, β, γ – ортогональные плоскости базисных оснований экспериментальной установки; $\bar{r}(t^1,t^2,t^3)$ – радиус-вектор произвольной точки *M* области *V*.

Параметрический куб, состоящий из ячеек в виде параллелепипедов, занимает объем $V_ф$ в координатах t^1, t^2 и t^3. В частном случае выбирают параметры t^1, t^2 и t^3 в пределах от 0 до 1. При этом $M_ф$ – произвольная точка в параметрическом кубе объема $V_ф$, соответствует произвольной точке *M* элемента конструкции.

Далее производят замеры координат узловых точек деформированной сети относительно оснований 3, 4 и 5 по осям ***x***, ***y*** и ***z*** при соответствующих параметрах t^1, t^2 и t^3 единичного куба с областью $V_ф$, то есть получают координаты $x(t^1,t^2,t^3)$; $y(t^1,t^2,t^3)$; $z(t^1,t^2,t^3)$ и определяют радиус-векторы в узлах сетки по формуле:

$$\bar{r} = x(t^1,t^2,t^3)\bar{i} + y(t^1,t^2,t^3)\bar{j} + z(t^1,t^2,t^3)\bar{k}\,, \tag{1}$$

где $\bar{i}$, $\bar{j}$, $\bar{k}$ – единичные орты в декартовой системе координат.

Алгоритм построения пространственной сети и вычисления ее параметров осуществляется в следующей последовательности:

1. Дифференцируя выражение (1) по t^1, t^2 и t^3, определяют координатные векторы $\bar{r}_1$, $\bar{r}_2$ и $\bar{r}_3$:

$$\bar{r}_1 = \frac{\partial \bar{r}}{\partial t^1},\ \bar{r}_2 = \frac{\partial \bar{r}}{\partial t^2},\ \bar{r}_3 = \frac{\partial \bar{r}}{\partial t^3}\,. \tag{2}$$

Например, $\bar{r}_1$ определяется в виде:

$$\bar{r}_1 = \frac{x_{i+1,j,k} - x_{i-1,j,k}}{t^1_{i+1} - t^1_{i-1}}\bar{i} + \frac{y_{i+1,j,k} - y_{i-1,j,k}}{t^1_{i+1} - t^1_{i-1}}\bar{j} + \frac{z_{i+1,j,k} - z_{i-1,j,k}}{t^1_{i+1} - t^1_{i-1}}\bar{k}\,,$$

где *i*, *j*, *k* – идентификационные номера узловых точек по соответствующим направлениям координатных осей в трехмерном пространстве.

2. Определяют ковариантные компоненты первого основного метрического тензора g_{11}, g_{12}, g_{13}, g_{21}, g_{22}, g_{23}, g_{31}, g_{32}, g_{33}:

$$g_{11} = \bar{r}_1\bar{r}_1;\ \ g_{12} = g_{21} = \bar{r}_1\bar{r}_2;\ \ g_{13} = g_{31} = \bar{r}_1\bar{r}_3;$$
$$g_{22} = \bar{r}_2\bar{r}_2;\ \ g_{23} = g_{32} = \bar{r}_2\bar{r}_3;\ \ g_{33} = \bar{r}_3\bar{r}_3., \tag{3}$$

Например, g_{12} определяется в виде:

$$g_{12} = \bar{r}_1\bar{r}_2 = \left(\frac{x_{i+1,j,k} - x_{i-1,j,k}}{t^1_{i+1} - t^1_{i-1}}\right)\left(\frac{x_{i,j+1,k} - x_{i,j-1,k}}{t^2_{j+1} - t^2_{j-1}}\right) + \left(\frac{y_{i+1,j,k} - y_{i-1,j,k}}{t^1_{i+1} - t^1_{i-1}}\right)\times$$
$$\times\left(\frac{y_{i,j+1,k} - y_{i,j-1,k}}{t^2_{j+1} - t^2_{j-1}}\right) + \left(\frac{z_{i+1,j,k} - z_{i-1,j,k}}{t^1_{i+1} - t^1_{i-1}}\right)\left(\frac{z_{i,j+1,k} - z_{i,j-1,k}}{t^2_{j+1} - t^2_{j-1}}\right)$$

3. Аналогично определяют контравариантные компоненты первого основного метрического тензора g^{11}, g^{12}, g^{13}, g^{21}, g^{22}, g^{23}, g^{31}, g^{32}, g^{33}:

$$g^{11} = \frac{g_{22}g_{33} - g_{23}^2}{g};\ \ g^{12} = g^{21} = -\frac{g_{12}g_{33} - g_{23}g_{13}}{g};\ \ g^{22} = \frac{g_{11}g_{33} - g_{13}^2}{g}\ ,$$
$$g^{13} = g^{31} = \frac{g_{12}g_{23} - g_{22}g_{13}}{g};\ g^{23} = g^{32} = -\frac{g_{11}g_{23} - g_{12}g_{13}}{g};\ g^{33} = \frac{g_{11}g_{22} - g_{12}^2}{g}. \tag{4}$$

4. Далее определяют фундаментальный определитель g:

$$g = g_{33}\left(g_{11}g_{22} - g_{12}^2\right) - g_{32}\left(g_{11}g_{23} - g_{21}g_{13}\right) + g_{31}\left(g_{12}g_{23} - g_{13}g_{22}\right). \tag{5}$$

5. Дифференцируя ковариантные компоненты первого основного метрического тензора (3) по t^1, t^2 и t^3, определяют их первые производные:

$$\frac{\partial g_{11}}{\partial t^1},\ \frac{\partial g_{11}}{\partial t^2},\ \frac{\partial g_{11}}{\partial t^3},\ \frac{\partial g_{12}}{\partial t^1},\ \frac{\partial g_{12}}{\partial t^2},\ \frac{\partial g_{12}}{\partial t^3},\ \frac{\partial g_{13}}{\partial t^1},\ \frac{\partial g_{13}}{\partial t^2},\ \frac{\partial g_{13}}{\partial t^3}, \tag{6}$$
$$\frac{\partial g_{22}}{\partial t^1},\ \frac{\partial g_{22}}{\partial t^2},\ \frac{\partial g_{22}}{\partial t^3},\ \frac{\partial g_{23}}{\partial t^1},\ \frac{\partial g_{23}}{\partial t^2},\ \frac{\partial g_{23}}{\partial t^3},\ \frac{\partial g_{33}}{\partial t^1},\ \frac{\partial g_{33}}{\partial t^2},\ \frac{\partial g_{33}}{\partial t^3}.$$

6. Далее определяют символы Кристоффеля второго рода Γ^1_{11}, Γ^1_{12}, Γ^1_{13}, Γ^2_{11}, Γ^2_{12}, Γ^2_{13}, Γ^3_{11}, Γ^3_{12} Γ^3_{13}, Γ^1_{23}, Γ^2_{23}, Γ^3_{23}, Γ^1_{22}, Γ^2_{22}, Γ^3_{22}, Γ^1_{33}, Γ^2_{33}, Γ^3_{33} по общей формуле:

$$\Gamma^i_{jk} = \frac{1}{2}g^{it}\left(\frac{\partial g_{jt}}{\partial t^k} + \frac{\partial g_{kt}}{\partial t^j} - \frac{\partial g_{jk}}{\partial t^t}\right)\ . \tag{7}$$

Например, Γ^1_{13} определяется в виде:

$$\Gamma^1_{13} = \frac{1}{2}g^{11}\left(\frac{\partial g_{11}}{\partial t^3} + \frac{\partial g_{31}}{\partial t^1} - \frac{\partial g_{13}}{\partial t^1}\right) + \frac{1}{2}g^{12}\left(\frac{\partial g_{12}}{\partial t^3} + \frac{\partial g_{32}}{\partial t^1} - \frac{\partial g_{13}}{\partial t^2}\right) + \frac{1}{2}g^{13}\left(\frac{\partial g_{13}}{\partial t^3} + \frac{\partial g_{33}}{\partial t^1} - \frac{\partial g_{13}}{\partial t^3}\right).$$

Таким образом, для элемента конструкции определяют по параметрам t^1, t^2 и t^3: значения координат $x(t^1,t^2,t^3), y(t^1,t^2,t^3), z(t^1,t^2,t^3)$; ковариантные g_{11}, g_{12}, g_{13}, g_{21}, g_{22}, g_{23}, g_{31}, g_{32}, g_{33} и контравариантные g^{11}, g^{12}, g^{13}, g^{21}, g^{22}, g^{23}, g^{31}, g^{32}, g^{33} компоненты метрического тензора; определитель g; символы Кристоффеля Γ^1_{11}, Γ^1_{12}, Γ^1_{13}, Γ^2_{11}, Γ^2_{12}, Γ^2_{13}, Γ^3_{11}, Γ^3_{12} Γ^3_{13}, Γ^1_{23}, Γ^2_{23}, Γ^3_{23}, Γ^1_{22}, Γ^2_{22}, Γ^3_{22}, Γ^1_{33}, Γ^2_{33}, Γ^3_{33}.

При необходимости осуществляют сглаживание полученных результатов в процессе их обработки. В общем случае, вместо параметрического куба используют параметрический параллелепипед.

Заключение. Разработан экспериментальный подход параметризации трехмерных тел сложной геометрии, позволяющий также выполнить параметризацию тонкостенных элементов конструкции. Подход позволяет повысить эффективность моделирования элементов конструкции сложной геометрии сплайновым вариантом метода конечных элементов.

Список литературы

1. *Якупов Н.М., Галимов Ш.К., Хисматуллин Н.И.* От каменных глыб к тонкостенным конструкциям. Казань: Изд-во “SOS”, 2001. 96 с.

2. *Krivoshapko S.N., Ivanov V.N.* Encyclopedia of Analytical Surfaces. Springer International Publishing Switzerland, 2015. 752 p.

3. *Yakupov N.M., Yakupov S.N.* Definition of mechanical characteristics of films with the pores, nanoinclusions and nanocoatings // Abstracts. The second Nanotechnology International Forum. M.: Rusnanotech, 2009. P. 344—346.

4. *Montemor M.F.* Functional and smart coatings for corrosion protection: A review of recent advances // Surface & Coatings Technology 258. 2014. P. 17—37.

5. *Yakupov S.N., Yakupov N.M.* Thin-layer films and coatings // Journal of Physics: Conference series 857 (2017) 012056.

6. *Якупов Н.М.* Об одном методе расчета оболочек сложной геометрии // Исследования по теории оболочек. Казань: КФТИ КФАН СССР, 1984. Вып.17. Часть II. С.4—17.

7. *Корнишин М.С., Якупов Н.М.* Сплайновый вариант метода конечных элементов для расчета оболочек сложной геометрии // ПМ. 1987. Т.23. № 3. С. 38—44.

8. *Yakupov N.M, Kiyamov H.G, Akhmadiev F.G, Kiyamov I.H, Yakupov S.N.* Simulation of shells of complex geometry // 14th International Conference on Computing in Civil and Building Engineering. Moscow, June 27-29, 2012. 0139 paper_long.pdf.

9. *Yakupov N.M., Nurullin R.G., Nurgaliyev A.R., Yakupov S.N.* Maintenance of safety of water-cooling tower constructions // 19th European Conf. on Fracture: Fracture Mechanics for Durability, Reliability and Safety. Kazan, Russia, 26-31 August, 2012. 211_proceeding.pdf

10. *Yakupov N.M., Yakupov S.N., Rynkovskay M.I.* Some problems of corrosion and methods of protection //Abstract Book. 2nd International Congress on Technology - Engineering & Science. Malaysia. July 28-29. 2016. P. 143—145.

11. *Якупов Н.М., Киямов Х.Г.* и др. Методы и подходы исследования напряженно-деформированного состояния конструкций сложной геометрии // Строительство. Изв. ВУЗов. № 8 (524), 2002. С. 14—18.

12. *Якупов Н.М., Киямов Х.Г., Якупов С.Н., Киямов И.Х.* Моделирование элементов конструкций сложной геометрии трехмерными конечными элементами // Механика композиционных материалов и конструкций. 2011. № 1. С. 145—154.

Поступила в редакцию 12 июня 2017 г. Прошла рецензирование 2 октября 2017 г.
Принята к публикации 16 октября 2017 г.

Об авторах:

ЯКУПОВ САМАТ НУХОВИЧ – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Институт Механики и Машиностроения Казанского научного центра Российской Академии наук, Казань. Сфера научных интересов – механика тонкостенных конструкций, механика пленок и мембран, композиционные структуры, адгезия, коррозионного износа, tamas_86@mail.ru

НУРУЛЛИН РИННАТ ГАЛЕЕВИЧ - кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Институт Механики и Машиностроения Казанского научного центра Российской Академии наук, Казань. Сфера научных интересов – механика тонкостенных конструкций, механика пленок и мембран, устойчивость объектов, безопасность жизнедеятельности, nrg@mail.ru

ЯКУПОВ НУХ МАХМУДОВИЧ – доктор технических наук, профессор, член-корреспондент Российской инженерной академии, главный научный сотрудник, заведующий лабораторией Нелинейной механики оболочек, Институт механики и машиностроения Казанского научного центра Российской Академии наук, Казань. Сфера научных интересов – механика тонкостенных конструкций сложной геометрии; пленки и мембраны, коррозионный износ, метод конечных элементов, строительные и машиностроительные конструкции, yzsrr@kfti.knc.ru

Для цитирования: *Якупов С.Н., Нуруллин Р.Г., Якупов Н.М.* Параметризация элементов конструкций сложной геометрии// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – № 6. – С. 4—9. Doi: 10.22363/1815-5235-2017-6-4-9.

R e f e r e n c e s

1. *Yakupov, N.M., Galimov, Sh.K., Khismatullin, N.I.* (2001). *Ot Kamennyh Glyb k Tonkostennym Konstrukciyam* [From Stones to Thin-walled Structures]. Kazan': Izd-vo “SOS”. 96 p.

2. *Krivoshapko, S.N., Ivanov, V.N.* (2015). *Encyclopedia of Analytical Surfaces*. Springer International Publishing Switzerland. 752 p.

3. *Yakupov, N.M., Yakupov, S.N.* (2009). Definition of mechanical characteristics of films with the pores, nanoinclusions and nanocoatings. Abstracts: *The second Nanotechnology International Forum*. Moscow: Rusnanotech. 344—346.

4. *Montemor, M.F.* (2014). Functional and smart coatings for corrosion protection: A review of recent advances. *Surface & Coatings Technology*, 258. 17—37.

5. *Yakupov, S.N., Yakupov, N.M.* (2017). Thin-layer films and coatings. *Journal of Physics*: Conference series 857 012056.

6. *Yakupov, N.M.* (1984). Ob odnom metode rascheta obolochek slozhnoj geometrii [On one method of analysis of shells of complex geometry]. *Issledovaniya po Teorii Obolochek*. Trudy seminara. Kazan': KFTI KFAN SSSR, Iss. 17, Part II. 4—17.

7. *Kornishin, M.S., Yakupov N.M.* (1987). Splajnovyj variant metoda konechnyh ehlementov dlya rascheta obolochek slozhnoj geometrii. *Prikladnaya Mekhanika,* Vol. 23, No 3. 38—44.

8. *Yakupov, N.M, Kiyamov, H.G., Akhmadiev, F.G, Kiyamov, I.H, Yakupov, S.N.* (2012). Simulation of shells of complex geometry. *14th International Conference on Computing in Civil and Building Engineering*. Moscow, June 27-29, 2012, 0139 paper_long.pdf.

9. *Yakupov, N.M., Nurullin, R.G., Nurgaliyev, A.R., Yakupov, S.N.* (2012). Maintenance of safety of water-cooling tower constructions. *19th European Conference on Fracture: Fracture Mechanics for Durability, Reliability and Safety*. Kazan, Russia, 26-31 August, 2012. 211_proceeding.pdf

10. *Yakupov, N.M., Yakupov, S.N., Rynkovskay, M.I.* (2016). Some problems of corrosion and methods of protection. Abstract Book: *2nd International Congress On Technology - Engineering & Scienc*E. Malaysia. July 28-29. 2016. 143—145.

11. *Yakupov, N.M., Kiyamov, H.G. et al* (2002). Metody i podhody issledovaniya napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya konstrukcij slozhnoj geometrii [Methods and approaches of investigation of stress-strain state of a structure of complex geometry]. *Stroitel'stvo. Izv. VUZov*, №8 (524). 14—18.

12. *Yakupov, N.M., Kiyamov, H.G., Yakupov, S.N., Kiyamov, I.H.* (2011). Modelirovanie ehlementov konstrukcij slozhnoj geometrii trekhmernymi konechnymi ehlementami [The modelling of elements of structures of complex geometry by 3D finite elements]. *Mekhanika Kompozicionnyh Materialov i Konstrukcij,* No 1. 145—154.

PARAMETERIZATION OF STRUCTURE ELEMENTS OF COMPLEX GEOMETRY

S.N. YAKUPOV, R.G. NURULLIN, N.M. YAKUPOV

Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Science Center, Russian Academy of Sciences

Experimental approach of parametrization of three-dimensional bodies and thin-walled elements of structures of complex geometry is considered Algorithm for constructing a spatial network, as well as determining the coordinates, components of the metric tensor and Christoffel symbols are given. Efficiency of modeling elements of complex geometry by a spline version of the finite element method is discussed.

KEYWORDS: elements of construction, complex geometry, parametrization, experimental approach, network construction algorithm, coordinates, metric tensor component, Christoffel symbols.

Article history: *Received: June 12, 2017. Revised: October 2, 2017. Accepted: October 16, 2017.*

About the authors:

YAKUPOV SAMAT NUKHOVICH, candidate of technical Sciences, Institute of Mechanics and Engineering (IME), Kazan Science Center, Russian Academy of Sciences. Sphere of scientific interests: mechanics of thin-walled structures, mechanics of films and membranes, composite structures, adhesion, corrosion, Kazan, tamas_86@mail.ru

NURULLIN RINNAT GALEEVICH, candidate of technical Sciences, IME, Kazan Science Center, Russian Academy of Sciences. Sphere of scientific interests: mechanics of thin-walled structures, mechanics of films and membranes, Stability of objects, life safety, Kazan, nrg@mail.ru

YAKUPOV NUH MAKHMUDOVICH, doctor of technical Sciences, professor, member- correspondent of the Russian Academy of engineering, chief researcher, head of laboratory of Nonlinear mechanics of shells, IME, Kazan Science Center, Russian Academy of Sciences. Sphere of scientific interests: mechanics of thin-walled structures of complex geometry; films and membranes, corrosion, finite element method, construction and engineering design, Kazan, yzsrr@kfti.knc.ru

For citation: *Yakupov S.N., Nurullin R.G., Yakupov N.M. (2017)* Parameterization of structure elements of complex geometry. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Building.* No 6. 4—9. Doi: 10.22363/1815-5235-2017-6-4-9.