

**ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КОНЕЧНЫХ  
ЭЛЕМЕНТОВ С ВОЗМОЖНОСТЬЮ УЧЕТА  
ПОВЕРХНОСТНЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН ПРИ  
ДИНАМИЧЕСКОМ РАСЧЕТЕ СВЯЗАННЫХ СИСТЕМ  
«ГИДРОТЕХНИЧЕСКОЕ СООРУЖЕНИЕ-ЖИДКОСТЬ»**

Д.С. ДМИТРИЕВ, ведущий инженер-расчетчик

ЗАО НИЦ СтаДиО,

125040, Москва, ул. 3-я Ямского Поля, д.18,

E-mail: [stadyo@stadyo.ru](mailto:stadyo@stadyo.ru)

*В статье подробно описаны и продемонстрированы на тестовом примере некоторые специфические особенности моделирования жидкости конечными элементами с возможностью учета поверхностных гравитационных волн при расчете связанных систем «гидротехническое сооружение-жидкость» в программном комплексе ANSYS Mechanical. Кратко описаны все имеющиеся в ПК ANSYS Mechanical конечные элементы, используемые для моделирования жидкости. Сформулированы выводы о применимости рассматриваемых элементов для задач гидротехнического класса.*

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** математическое моделирование, численные методы, метод конечных элементов, связанная постановка, поверхностные гравитационные волны, акустические элементы, динамический анализ, FLUID80, FLUID30, ANSYS Mechanical.

Особенности расчета гидротехнических сооружений на сейсмостойкость (по сравнению с промышленными и гражданскими сооружениями) связаны с необходимостью учета влияния водной среды. Имеющиеся упрощенные инженерные методы расчета таких задач не позволяют учесть целый ряд значимых факторов, поэтому, одним из основных и, по сути, безальтернативных сегодня подходов для решения связанных систем «гидротехническое сооружение - жидкость» является численное моделирование. В данной статье будет рассматриваться только конечно-элементное моделирование.

Для решения связанных задач системы «сооружение-жидкость» в конечно-элементном моделировании используются 3 основных способа учета жидкости [1]:

1. учет жидкости как присоединенной массы (упрощенный метод, по сути не относящийся к классу связанных задач) [2];
2. моделирование жидкости акустическими элементами (постановка Эйлера);
3. моделирование жидкости конечными элементами с возможностью учета поверхностных гравитационных волн (постановка Лагранжа или смешанная лагранжево-эйлеровая постановка[3]).

В универсальном («тяжелом») программном комплексе ANSYS Mechanical реализованы все перечисленные методы моделирования жидкости, кроме лагранжево-эйлеровой постановки. Для реализованных методов разработаны специализированные конечные элементы:

1. Элемент сосредоточенной массы *MASS21*, для реализации первого способа учета жидкости.

2. Элементы акустического семейства. Плоский (2D) элемент *FLUID29* (3х или 4х узловой) и применяемый с ним элемент *FLUID129*, для моделирования неотражающей границы. Объемные (3D) конечные элементы *FLUID30* (8ми или 6ти узловой), *FLUID130*, являющиеся аналогами плоских элементов. И элементы более высокого порядка *FLUID220*, *FLUID221* с 20ю и 10ю узлами соответственно. У всего семейства акустических элементов в качестве узловых степеней свободы используется давление, для элементов, контактирующих с другой средой, в узловые степени свободы добавляются линейные перемещения.

3. Элементы жидкости с возможностью учета поверхностных гравитационных волн. Плоский (2D) 4х узловой элемент *FLUID79* и его объемный (3D) 8ми узловой аналог *FLUID80*. У элементов этого семейства в качестве узловых степеней свободы используются линейные перемещения, что и позволяет учитывать форму свободной поверхности жидкости.

Использование перечисленных выше конечных элементов имеет свои особенности. Данная статья посвящена рассмотрению особенностей моделирования жидкости элементами *FLUID80* при решении связанных задач и возникающих при этом проблем.

### 1. Описание КЭ *FLUID80*

#### 1.1. Общее описание

*FLUID80* – объемный восьмиузловой конечный элемент, имеющий форму гексаэдра. Форма призмы или тетраэдра у элементов данного класса не предусмотрена (в отличие от объемных КЭ механики деформируемого твердого тела класса *SOLID*), что значительно ограничивает их применимость в задачах со сложными объемами.

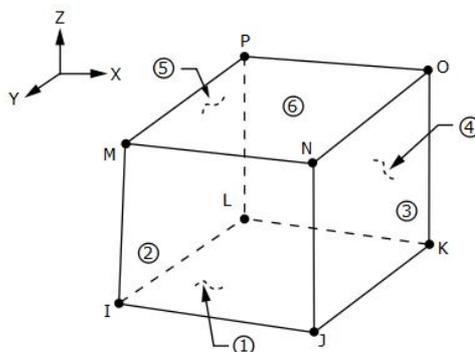


Рис. 1 Геометрия конечного элемента *FLUID80*

Все узлы элемента имеют по три степени: линейные перемещения в направлении  $x$ ,  $y$ ,  $z$  в узловой системе координат [4]. Геометрия элемента, расположение узлов и система координат показаны на рис.1.

Для данного элемента применяется изотропный материал со следующими обязательными характеристиками: плотность (DENS), объемный модуль упругости (EX) и динамическая вязкость жидкости (VISC), которая используется для вычисления матрицы демпфирования в динамическом анализе.

Также в элемент *FLUID80* включены специальные поверхностные эффекты (гравитационные волны), которые можно рассматривать как «гравитационные пружины» использующиеся для удержания свободной поверхности жидкости на месте. Более подробно данный эффект описан ниже.

### 1.2. Учет свободной поверхности жидкости

Форма свободной поверхности жидкости вычисляется с использованием специальных элементов – аналогов «пружин». Принцип их работы можно продемонстрировать на примере соединяющихся сосудов с жидкостью (рис.2).

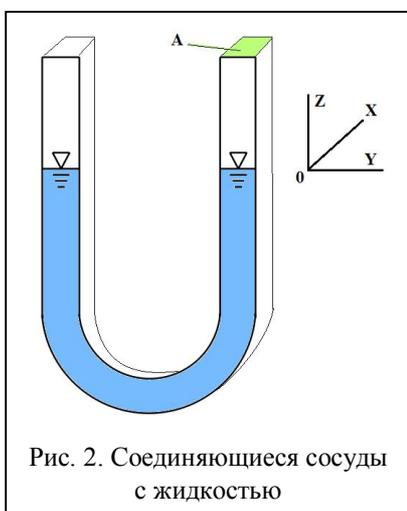


Рис. 2. Соединяющиеся сосуды с жидкостью

Если из левого сосуда (рис.1) столб жидкости выдавить вниз на глубину  $\Delta h$ , перемещенная масса жидкости будет равна:

$$M_D = \Delta h A \rho, \quad (1)$$

где  $\Delta h$  – величина смещения;  $A$  – площадь сечения соединяющихся сосудов;  $\rho$  – плотность жидкости.

Тогда сила, необходимая для удержания жидкости на месте, будет равна:

$$F_D = M_D g. \quad (2)$$

И, наконец, жесткость условной «пружины» на свободной поверхности жидкости для удержания ее в начальном положении будет равна силе  $F_D$ , деленной на глубину  $\Delta h$ , или

$$K_s = \frac{F_D}{\Delta h} = \rho A g \quad (3)$$

Уравнение (3) можно записать следующим образом:

$$K_s = \rho A_F (g_x C_x + g_y C_y + g_z C_z) \quad (3a)$$

где  $A_F$  – площадь поверхности (свободной) элемента;  $C_{x,y,z}$  – компонента нормали к поверхности жидкости.

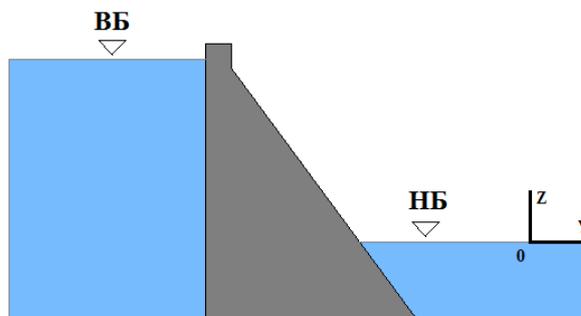


Рис. 3. Пример задачи с двумя свободными поверхностями жидкости на разных отметках

Следует отметить, что при наличии свободной поверхности жидкости в конкретной задаче, необходимо отдельно включать опцию KEYOPT (2) в настройках элемента FLUID80 в положение - 1. Это активирует пружинный эффект на свободной поверхности жидкости. Также очень важным требованием-ограничением является то, что свободная поверхность жидкости должна находиться в плоскости с координатой  $z = 0,0$ . Это, в свою очередь, накладывает определенные ограничения на использование данного элемента в задачах, где имеется два и более массивов жидкости на разных отметках, например, верхний и нижний бьеф гидроузла (рис. 3).

### 1.3. Особенности статического расчета

Наличие пружинного эффекта на свободной поверхности жидкости, как правило, отклоняет значения статических перемещений элементов жидкости от их истинных значений. Динамические перемещения не наследуют этого паразитического численного эффекта.

Из определения объемного модуля перемещения можно представить в виде:

$$u_s = \int_0^H \frac{P}{K} dz, \quad (4)$$

где  $u_s$  – вертикальные перемещения статического столба жидкости;  $H$  – высота столба жидкости;  $P$  – давление в жидкости;  $K$  – объемный модуль упругости;  $z$  – расстояние до свободной поверхности жидкости.

Давление в массиве жидкости, как правило, определяется следующим образом:

$$P = \rho g z. \quad (5)$$

Но значение давления снижается при наличии поверхностных пружин, так что

$$P = \rho g z - K_s u_s = \rho g (z - u_s). \quad (6)$$

Объединив уравнение (4) (6) и проинтегрировав, получим:

$$u_s = \frac{\rho g}{K} \left( \frac{H^2}{2} - u_s H \right) \quad (7)$$

или

$$u_s = \frac{1}{1 + \frac{H \rho g}{K}} \frac{\rho g H^2}{2}. \quad (8)$$

Если бы не было никаких поверхностных пружин, то (8) было записано:

$$u_s = \frac{\rho g H^2}{K} \frac{1}{2}. \quad (8a)$$

Таким образом, ошибкой для статического расчета является отклонение от 1,0 первого члена уравнения (8)  $\left( \frac{1}{1 + \frac{H \rho g}{K}} \right)$ , которое обычно весьма мало. Однако при использовании конечных элементов с трапецидальной формой в сечении (рис. 4б), в массиве жидкости при статическом расчете возникают значительные паразитические перемещения [4], которые следует рассматривать, как неэнергетические вихревые токи. Следует отметить, что наличие данной особенности может запутать пользователя.

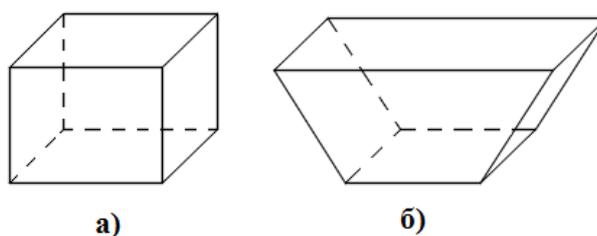


Рис. 4. Форма КЭ FLUID80. а) прямоугольная форма, б) произвольная форма

#### 1.4. Особенности задания контакта

Для задания контакта жидкости и сооружения (основания) они не должны иметь общих узлов, но координаты узлов на контактных поверхностях могут (и это весьма желательно) совпадать. Это необходимо для объединения узловых перемещений в направлении, перпендикулярном плоскости контакта, что обеспечивает возможность перемещения (скольжения) элементов жидкости по контактной поверхности. Объединение нормальных перемещений в узлах производится с помощью команды CPINTF, которая позволяет объединять узловые степени свободы даже у несовпадающих узлов.

Объединять необходимо только перемещения, перпендикулярные плоскости контакта, что требует в ряде случаев разворота узловой системы координат и значительно усложняет процесс моделирования. В случае, если контактная поверхность имеет криволинейную форму, разворот узловых систем координат на данной поверхности нужно проводить крайне тщательно, т.к. результаты могут приобретать неадекватные значения в случае, если объединяемые узловые перемещения не перпендикулярны плоскости контакта.

### 2. Тестовый пример

#### 2.1. Статический расчет

Для демонстрации особенностей, перечисленных в разделе 1 настоящей статьи, выбрана тестовая объемная задача, в которой моделируются два открытых канала с жидкостью прямоугольной (рис.5 а) и трапециевидальной формы (рис.5 б) в безмассовом массиве грунта. Глубина воды в канале в обоих случаях одинакова и равна 20 м.

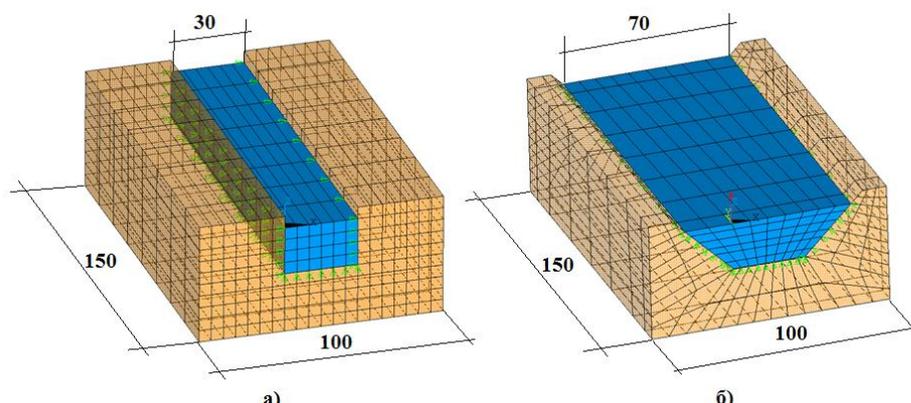


Рис. 5. Геометрические характеристики КЭ моделей, м  
а) Прямоугольный канал, б) Трапециевидальный канал

Массив грунта разбит восьмиузловыми элементами типа SOLID185. Физико-механические свойства материалов и сред представлены в таблице 1. В качестве граничных условий были заданы ограничения узловых перемещений на

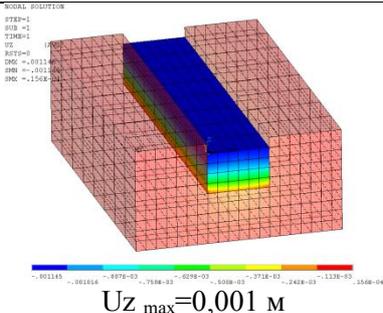
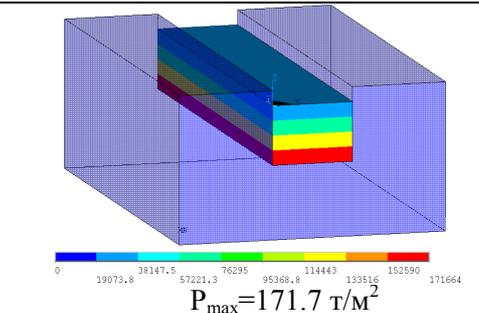
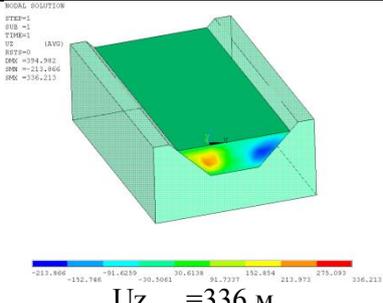
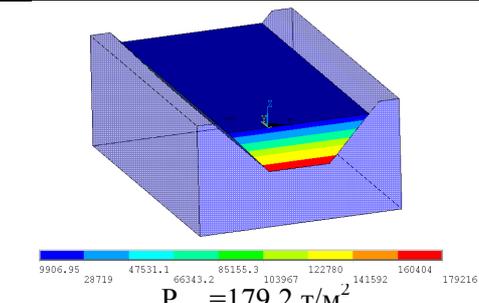
внешних гранях в направлении, перпендикулярном плоскости грани. Ускорение свободного падения принималось равным  $9.81 \text{ м/с}^2$ . Результаты статического расчета представлены в таблице 2.

Таблица 1. Физико-механические свойства материалов и сред

Характеристики	Значение
<i>Жидкость (вода)</i>	
Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	1000
Объемный модуль упругости $E$ , Па	$2.068 \times 10^{10}$
Динамическая вязкость $\eta$ , Па·с	0.001
Коэффициент Пуассона $\nu$	0.49
<i>Массив грунта</i>	
Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	0
Модуль упругости $E$ , Па	$2.55 \times 10^{11}$
Коэффициент Пуассона $\nu$	0.29

Как видно из полученных результатов, значение статических перемещений жидкости в задаче с трапецидальной формой канала приобретают неадекватный характер, причина возникновения данного паразитического эффекта описана в пункте 1.3. Следует отметить, что несмотря на неестественные перемещения жидкости (вихревые токи), распределение давления в массиве жидкости имеет ожидаемую картину. Данную особенность элементов *FLUID80* необходимо иметь ввиду при проведении статических расчетов задач со свободной поверхностью жидкости.

Таблица 2. Результаты статического расчета

Вертикальные перемещения	Давление в жидкости *Выводится среднее значение в элементе
<b>Прямоугольный канал</b>	
 <p><math>U_{z \max} = 0,001 \text{ м}</math></p>	 <p><math>P_{\max} = 171.7 \text{ т/м}^2</math></p>
<b>Трапецидальный канал</b>	
 <p><math>U_{z \max} = 336 \text{ м}</math></p>	 <p><math>P_{\max} = 179.2 \text{ т/м}^2</math></p>

2.2. Динамический расчет

На следующем этапе исследований оба рассматриваемых канала были посчитаны на динамическое воздействие, заданное акселерограммой. Воздействие прикладывалось вдоль горизонтальной оси X, в плоскости сечения каналов. Длительность акселерограммы составляет 10 с, максимальное и минимальное значение ускорений равно 10.8 и -10.3 м/с<sup>2</sup> (рис. 6). Ускорение прикладывалось в качестве инерционной нагрузки.

Для решения задачи в динамической постановке решение СЛАУ выполнялось прямым разреженным методом (SPARSE).

Интегрирование по времени проводилось методом Ньюмарка, шаг принимался равным 0.01 с. Демпфирование не учитывалось.

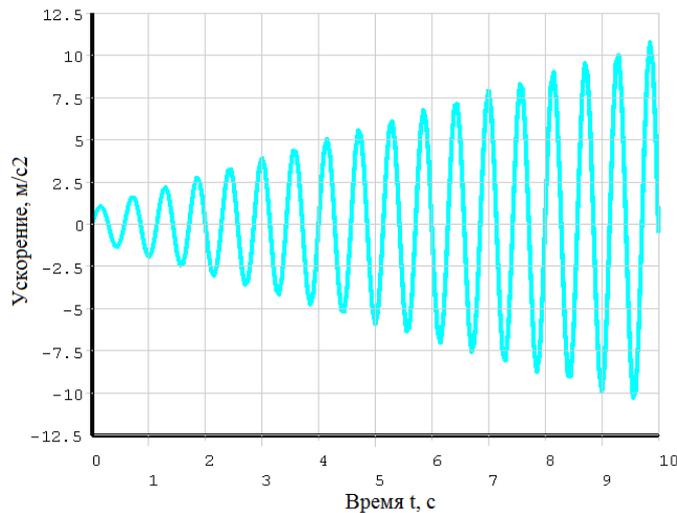


Рис. 6. Однокомпонентная акселерограмма ( $a_{max} \approx 1.1g$ )

Как указывалось в пункте 1.3, паразитические перемещения, связанные с неортогональностью граней конечных элементов, в динамическом расчете не наследуются. Анализ полученных результатов показал ожидаемую картину колебания жидкости в трапециевидном канале. Никаких физически необоснованных всплесков жидкости не обнаружено на всем протяжении динамического воздействия.

Таблица 3. Результаты динамического расчета

Прямоугольный канал	Трапециевидный канал
Суммарные перемещения $u_{sum}$ , м	
$t = 1.02c$	
<p>NODAL SOLUTION STEP=1 SUB =102 TIME=1.02 USUM (AVG) RES2=0 SMX =.11984 SMN =-.11984</p> <p style="text-align: center;"><math>u_{max} = 0.12 м</math></p>	<p>NODAL SOLUTION STEP=1 SUB =102 TIME=1.02 USUM (AVG) RES2=0 SMX =.039949 SMN =-.039949</p> <p style="text-align: center;"><math>u_{max} = 0.04 м</math></p>

Следует отметить, что данный тестовый пример имеет простую геометрию и процесс задания граничных условий на контакте «грунт – жидкость» значительно упрощен наличием всего 3х прямолинейных граней.

Однако при расчете реальных гидротехнических сооружений приходится иметь дело с достаточно сложными, криволинейными формами напорной грани и дна водохранилища [5,6], что в ряде случаев значительно усложняет задание контакта, а порой делает и его невозможным.

Данная особенность также накладывает некоторые ограничения на использование конечных элементов типа *FLUID80*. Становится очевидным, что для задач со сложной геометрией контактной поверхности «жидкость – основание/сооружение», элементы *FLUID80* не применимы и вполне могут быть заменены на акустические элементы типа *FLUID30* [7].

### 3. Выводы

В данной статье продемонстрированы особенности моделирования жидкости конечными элементами *FLUID80*. Можно выделить следующие особенности данного типа элементов, которые усложняют, а в некоторых случаях делают невозможным проведение расчета:

1. Данные конечные элементы могут иметь только форму гексаэдра, что значительно ограничивает их применение в задачах со сложной геометрией.

2. При решении рассматриваемых задач гидроупругости невозможно задавать водные массивы со свободной поверхностью на разных отметках, что исключает целый ряд практических приложений, в том числе расчеты некоторых гидросооружений.

3. При статических расчетах систем со свободной поверхностью жидкости, где используются объемные конечные элементы с не ортогональными гранями, возникают значительные всплески перемещений, которые являются паразитическим численным эффектом. Следует отметить, что это не касается всех остальных результатов (например, давление в жидкости и НДС сооружения).

4. Возникают значительные сложности при задании контакта «жидкость – основание/сооружение» в задачах со сложной геометрией контактной поверхности. И в случае ошибки в развороте элементных систем координат, полученные результаты также будут некорректными.

Продемонстрированные особенности конечных элементов типа *FLUID80* осложняют их использование в ряде задач. Однако для расчета крупных гидротехнических сооружений (высоконапорных плотин), где форма колебания свободной поверхности водохранилища не так важна, как гидродинамическая составляющая давления на напорную грань, жидкость может быть замоделирована объемными акустическими элементами типа *FLUID30*. Элементы акустического семейства не имеют подобных сложностей при моделировании связанных задач «сооружение - жидкость» и показывают вполне адекватные результаты по всем расчетным параметрам [7].

### Л и т е р а т у р а

1. А.М. Белостоцкий, П.А. Акимов, Т.Б. Кайтуков, И.Н. Афанасьева, В.В. Вершинин, А.Р. Усманов, С.В. Щербина. О традиционных и современных методах численного моделирования связанных систем «сооружение - жидкость» // Вопросы прикладной математики и вычислительной механики: Сборник трудов №17. – Москва, 2014. – С. 159-183.

2. H.M. Westergaard. Water pressure on dams during earthquakes// Proc. Am. Soc. Civ. Engrs., 1931, vol. 57, N 9, p.1303-1318.

3. Donea J., Giuliani S., Halleux J.P. An arbitrary Lagrangian – Eulerian finite element method for transient dynamic fluid-structure interactions. // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 33, 1982, pp. 689-723.
4. *ANSYS Mechanical* // Release 16.2 Ansys Inc // Basic Analysis Guide // FLUID80.
5. *ICOLD*, International Benchmark Workshop on Numerical Analysis of Dams. Theme A–Fluid Structure Interaction Arch Dam – Reservoir at Seismic loading. Graz University of Technology, 2013, с. 15-188.
6. Нгуен Тай Ханг Льюнг. Апробация методики численного моделирования статического и сейсмического напряженно-деформированного состояния на трехмерной системе «основание – плотина – водохранилище» ГЭС Нам Чиен (Вьетнам) // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, – 12(4). – 2016. – С. 127-136.
7. А.М. Белостоцкий, Нгуен Тай Ханг Льюнг, Д.С. Дмитриев, С.В. Щербина. Сравнительный анализ методик численного моделирования динамики трехмерных систем «основание - арочная плотина - водохранилище» при сейсмических воздействиях// *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, – 12(2). – (2016). – С. 65-74.

#### References

1. Alexander M. Belostotsky, Pavel A. Akimov, Taymuraz B. Kaytukov, Irina N. Afanasyeva, Vladislav V. Vershinin, Anton R. Usmanov, Sergey V. Scherbina. About the traditional and modern methods of numerical simulation of coupled systems "structure - liquid", *Problems of Applied Mathematics and Computational mechanics: Proceedings №17*. Moscow, 2014, p. 159-183.
2. H.M. Westergaard. Water pressure on dams during earthquakes. *Proc. Am. Soc. Civ. Engrs.*, 1931, vol. 57, N 9, p.1303-1318.
3. Donea J., Giuliani S., Halleux J.P. An arbitrary Lagrangian – Eulerian finite element method for transient dynamic fluid-structure interactions, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 33, 1982, pp. 689-723.
4. *ANSYS Mechanical* , Release 16.2 Ansys Inc, Basic Analysis Guide, FLUID80
5. *ICOLD*, International Benchmark Workshop on Numerical Analysis of Dams. Theme A–Fluid Structure Interaction Arch Dam – Reservoir at Seismic loading. Graz University of Technology, 2013, pp. 15-188.
6. Nguyen Tai Nang Luong. Approbation method of numerical simulation of strain-stress static and seismic analysis of three-dimensional system «foundation – dam – reservoir» on the example of Nam Chien hydro power plant (Vietnam), *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 12(4), 2016, pp. 127-136.
7. Alexander M. Belostotsky, Nguyen Tai Nang Luong, Dmitry S. Dmitriev, Sergey V. Scherbina. Comparative analysis of numerical simulation methods of dynamic analysis of three-dimensional system «foundation –reservoir – dam» at seismic impacts, *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 12(2), 2016, pp. 65-74.

#### FEATURES OF THE USE OF FINITE ELEMENTS WITH POSSIBLE REFLECTION OF SURFACE GRAVITY WAVES IN THE PROCESS OF DYNAMIC CALCULATING COUPLED SYSTEMS «HYDRAULIC STRUCTURES-FLUID»

DMITRIEV D.S.

*StadyO Ltd., Moscow, Russia*

The article described in detail and shown in the test case, some specific features fluid simulation by finite elements with the possibility of taking into account surface gravity waves in the calculation of related systems "hydraulic structure-fluid" in the software package ANSYS Mechanical. Formulate conclusions about the applicability of these elements to hydraulic problems class.

KEY WORDS: Mathematical modeling, numerical methods, finite element method, associated production, surface gravity waves, acoustic elements, dynamic analysis, FLUID80, FLUID30, ANSYS Mechanical.