

Расчеты на устойчивость сетчатых оболочек

**ВЛИЯНИЕ ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ НА РАСЧЁТНЫЕ
ПОКАЗАТЕЛИ УСТОЙЧИВОСТИ ГИБКИХ СЕТЧАТЫХ
ОДНОПОЛОСТНЫХ ГИПЕРБОЛОИДОВ ВРАЩЕНИЯ
С ОБРАЗУЮЩИМИ РАЗЛИЧНЫХ ФОРМ**

С.И. ТРУШИН, *д-р техн. наук, проф.*

Ф.И. ПЕТРЕНКО, *аспирант*

*Национальный исследовательский Московский государственный
строительный университет*

129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26;

trushin2006@yandex.ru, igif_philip@mail.ru

В статье приводится сравнительный анализ устойчивости исходной формы равновесия сетчатых оболочек в форме однополостных гиперboloидов вращения. Расчеты выполнены как с учётом только геометрической, так и двойной (геометрической и физической) нелинейности. Рассмотрено влияние формы образующей однополостного гиперboloида вращения и физической нелинейности материала на его устойчивость в указанных постановках задачи. Приведены кривые равновесных состояний оболочек при нагрузке, действующей на верхнее основание.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: однополостный гиперboloид вращения, сетчатая оболочка, кривые равновесных состояний, устойчивость, геометрическая нелинейность, физическая нелинейность, прямолинейные образующие, образующие – гиперболы.

В статье рассматривается однополостный гиперboloид [1, 2], обладающий следующими геометрическими параметрами: высота $H=30$ м, диаметры оснований гиперboloида $D=30$ м, количество образующих оболочки $m=48$ пар. Все образующие в кольцах оснований сходятся между собой в сорока восьми точках. В качестве исходной, принята форма гиперboloида, удовлетворяющая уравнению вида [3]:

$$\frac{x^2}{\left(15 \cos \frac{10}{48} \pi\right)^2} + \frac{y^2}{\left(15 \cos \frac{10}{48} \pi\right)^2} - \frac{z^2}{\left(15 \operatorname{ctg} \frac{10}{48} \pi\right)^2} = 1 \quad (1)$$

где x, y, z – координаты точки в декартовой системе координат, начало которой расположено в центре горловины гиперboloида, а оси x и y лежат в её плоскости.

Рассматривается три вида сетчатого каркаса (К1, К3, и К5), где в качестве образующих принимаются гиперболы, лежащие на поверхности гиперboloида (1). Для сравнения рассматривается также сетчатый каркас, образованный системой прямолинейных образующих (К0). Гиперболы каркасов удовлетворяют уравнению вида:

(2)

В формуле (2) n – параметр, определяющий гиперболу для каждого из типов каркаса: $n=1$ – для К1, $n=3$ – для К3, $n=5$ – для К5. Уравнение (2) можно преобразовать, при $n=0$, в систему двух уравнений прямых-образующих гиперboloида с каркасом К0, являющихся также асимптотами для гипербол. Таким образом, образующие-гиперболы отличаются друг от друга приближением к асимптоте от К5 до максимально приближенной К1. Общий вид каркасов на примере К0 и К3 показан на рис. 1.

Узлы пересечений образующих приняты жёсткими. Закрепление узлов нижнего основания гиперboloида с основанием принимается шарнирным.

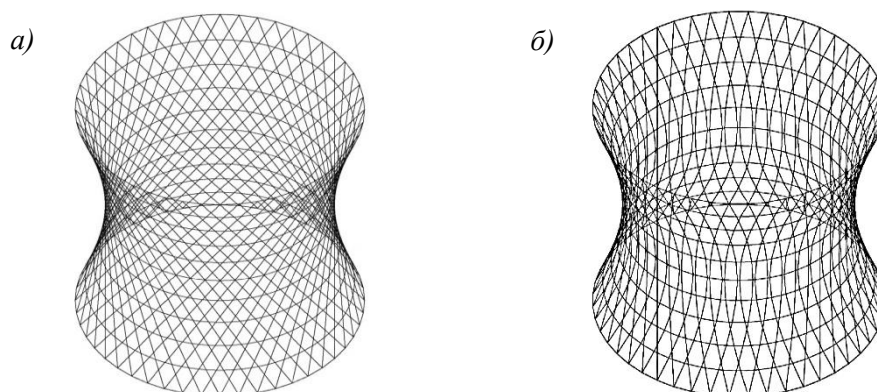


Рис. 1. Сетчатая оболочка в виде однополостного гиперboloида вращения:
 а) с прямолинейными образующими, каркас К0;
 б) с образующими-гиперболами, каркас К3

Устойчивость конструкции, определяемая значением критической силы, при которой происходит потеря устойчивости исходной формы равновесия, первоначально изучается в геометрически нелинейной постановке при действии нагрузки на верхнее основание. Нагружение задавалась вертикально ориентированными равномерными перемещениями всех узлов верхнего основания. Эквивалент производимого усилия найден как суммарная реакция всех шарнирно-неподвижных опор нижнего основания. Расчёт производился с помощью ВК *ANSYS Release 17.1*, реализующего метод конечных элементов [4-9].

На рис. 2 даны кривые равновесных состояний, полученные в геометрически нелинейной постановке, по которым определена критическая для каждой конструкции действующая нагрузка. Перемещения на полученных графиках взяты по направлению приложения нагрузки для узлов верхних оснований конструкций. График изменения критических значений действующей вертикальной нагрузки представлен на рис. 5.

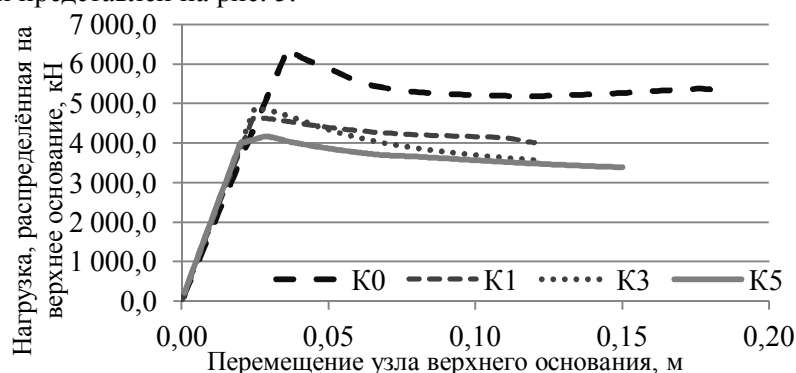


Рис. 2. Кривые равновесных состояний с учетом геометрической нелинейности при действии вертикальной равномерной нагрузки на верхнее основание

Получившаяся зависимость (рис. 5) и кривые равновесных состояний (рис. 2), полученные в геометрически нелинейной постановке, отражают действительное увеличение несущей способности конструкции при стремлении образующей-гиперболы к асимптоте. Выделяется конструкция К0, для которой значения критической нагрузки превышает те же значения для конструкций с образующими-гиперболами примерно на 30%. Надо отметить, что критическая на-

грузка для варианта К3, превышает значение критической нагрузки для конструкции К1.

Расчёт с учётом геометрической и физической нелинейности производится на нагрузку, которая также как и в геометрически нелинейной постановке задачи моделировалась в виде заданного перемещения по всем узлам верхнего основания. Таким образом, отличие от ранее выполненных расчётов заключается во введении параметров нелинейности материала элементов каркасов.

В целях упрощения расчетных предпосылок при анализе конструкций в упругопластической области диаграмма работы стали принимается билинейной (рис. 3). В этом случае до предела текучести сталь работает с начальным модулем упругости $E = \operatorname{tg} \alpha$, а при напряжениях $\sigma > \sigma_y$ – с модулем упругости $E_1 = \operatorname{tg} \varphi$.

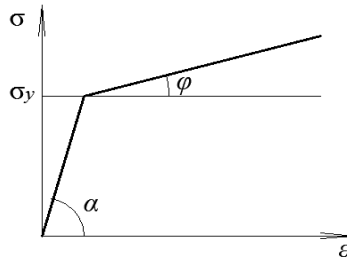


Рис. 3. Идеализированная диаграмма работы стали с линейным упрочнением

Геометрические характеристики элементов рассчитываемых каркасов приняты трубчатого сечения с наружным диаметром трубы $d = 83$ мм и толщиной стенки $\delta = 3$ мм. Материал элементов – сталь с начальным модулем упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, плотностью $\rho = 7850$ кг/м³, пределом текучести $R_{mT} = 250,0$ МПа (σ_y на рис.3). Модуль упрочнения материала определён как $E_1 = 2 \cdot 10^3$ МПа, который составляет 1% от начального модуля упругости материала.

Результатирующие кривые равновесных состояний показаны на рис. 4. Для всех конструкций величины предельных нагрузок отличаются друг от друга незначительно по сравнению с результатами расчетов с учетом только геометрической нелинейности. Критические значения, распределённой по узлам верхнего основания вертикальной нагрузки для конструкций, учитывающих геометрическую и физическую нелинейность (рис. 6), изменяются в обратной зависимости, в отличие от тех, что были найдены ранее (рис. 5).

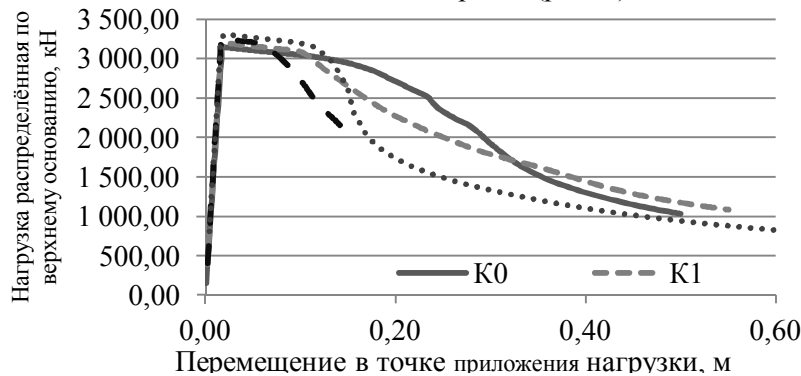


Рис. 4. Кривые равновесных состояний, построенные с учётом геометрической и физической нелинейности

Примечательно, что общая разница в полученных значениях критической нагрузки, действующей на верхнее основание, с учётом геометрической и физической нелинейности, для всех четырёх конструкций не превышает 5%. При

этом расчеты показывают, что конструкция К0 является наименее устойчивой, а конструкции с образующими-гиперболами тем более устойчивы, чем больше удаление образующей каркаса от асимптоты.

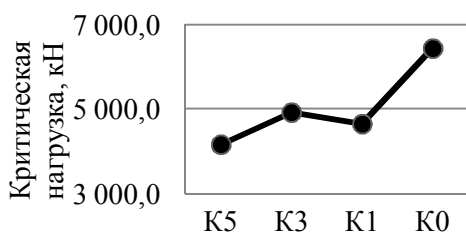


Рис. 5. График изменения критических нагрузок в геометрически нелинейной постановке

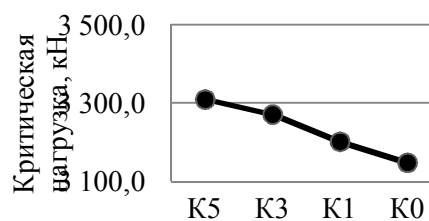


Рис. 6. График изменения критических нагрузок с учётом геометрической и физической нелинейности

Общую закономерность получаемых различий в критических силах за счёт введения физической нелинейности можно проследить на графике, приведенном на рис. 7, где показаны превышение критического значения нагрузки для упругого материала, над теми же значениями для физически нелинейного материала.

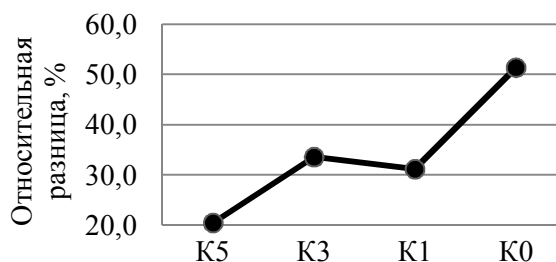


Рис. 7. Относительная разница между критическими значениями нагрузок для конструкций с упругими и с физически нелинейными характеристиками материала

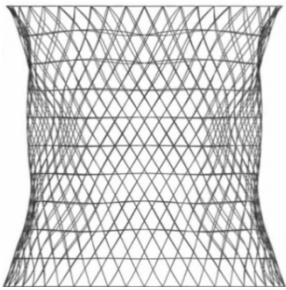
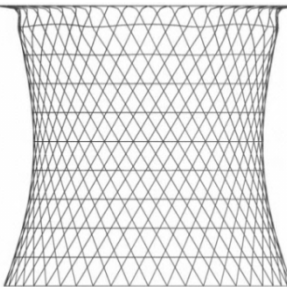
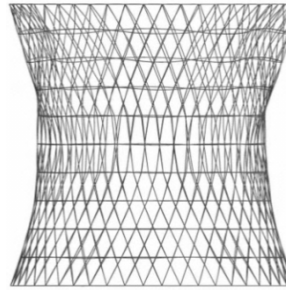
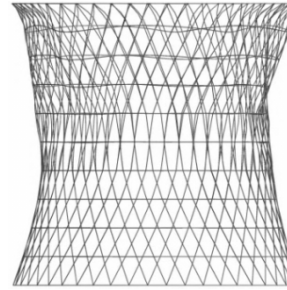
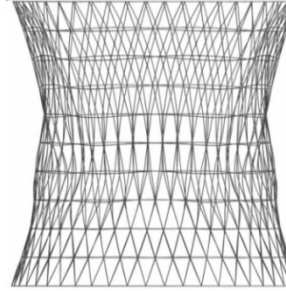
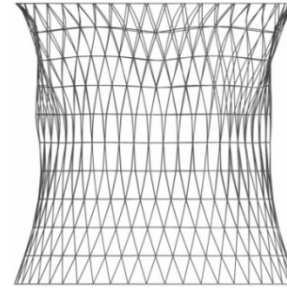
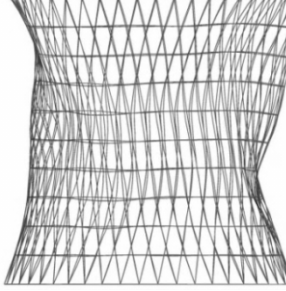
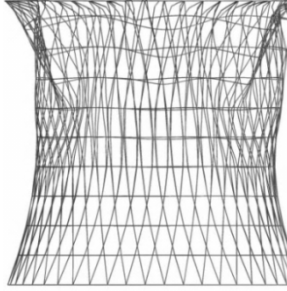
График на рис. 7 показывает что физическая нелинейность материала больше влияет на устойчивость конструкции К0 по сравнению с конструкцией К5.

В таблице 1 даны деформированные формы конструкций, получаемые под воздействием распределённой по верхнему основанию нагрузки в двух рассматриваемых постановках. Перемещения в конструкциях с целью наглядности показаны с множителем 1,9. Отметим то, что общий вид деформирования в геометрически нелинейной постановке для всех конструкций имеет сходный характер с образованием «волн» в оболочке. Так, для К0 их шесть, для К1 – пять, для К3 – четыре, а для К5 – три. С введением характеристик физической нелинейности в расчёт, формы деформирования имеют другой характер. Образуются новые «волны» и изломы поверхностей оболочек, переходящие от верхних частей конструкции вниз с отдалением гипербола-образующей от асимптоты, то есть от К1 к К5.

Расчёты в геометрически нелинейной постановке показывают увеличение несущей способности конструкции с приближением её образующей-гиперболы к асимптотам, а конструкция, образованная прямыми-образующими, является наиболее устойчивой. Полученный результат полностью подтверждает полученные ранее свойства изучаемых каркасов, рассмотренные в работах [10, 11].

Таблица 1.

Формы деформирования конструкций под воздействием вертикальной распределённой по узлам верхнего основания нагрузки при расчётах в двух постановках

| Каркас | Деформированная схема конструкции при геометрически нелинейной постановке расчёта | Деформированная схема конструкции при геометрически и физически нелинейной постановке расчёта |
|--------|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| К0 |  |  |
| К1 |  |  |
| К3 |  |  |
| К5 |  |  |

Отсутствие прямой зависимости устойчивости конструкции от формы её образующей (рис. 5) можно обосновать наличием разнородности структур каркасов. Подобное также описывалось в указанных выше работах.

Полученные с учётом физической нелинейности результаты во многом меняют картину влияния формы образующей на характеристики напряженно-деформированного состояния каркаса. Возникает обратное явление, когда наиболее жёсткая структура каркаса, выявленная при расчете оболочек с учетом толь-

ко геометрической нелинейности, раньше достигает критического состояния. Это может быть обусловлено тем, что нагруженные элементы в верхней части конструкции вследствие достижения текучести раньше теряют несущую способность, чем происходит потеря устойчивости в нижних элементах сетчатой оболочки. При этом, чем менее жёсткая структура у каркаса, например K5, тем ниже будут смещаться в конструкции области местной складчатости.

Таким образом, для более эффективного использования возможностей структурного каркаса с образующими, приближенными или переходящими в прямую-асимптоту, следует, по возможности, избегать появления пластических деформаций в наиболее нагруженных элементах вблизи верхнего основания оболочки. Увеличивая жёсткость стержней лишь в верхних частях оболочки (относительно данного вида нагрузок), можно существенно повысить несущую способность сетчатого каркаса.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. *Кривошапко С.Н., Иванов В.Н.* Энциклопедия аналитических поверхностей. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. — 560 с.
2. *Krivoshapko S.N.* Static, vibration and buckling analysis and applications to one-sheet hyperboloidal shells of revolution // *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 55, No.3, 2002, 241 — 270
3. *Постников М.М.* Аналитическая геометрия. М.: Наука, 1973. – 754 с.
4. *Трушин С.И.* Строительная механика: метод конечных элементов. - М.: ИН-ФРА-М, 2016. — 305 с.
5. *Reddy J.N.* An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis. – New York: Oxford University Press, 2005. — 463 p.
6. *Bangerth W., Rannacher R.* Adaptive Finite Element Methods for Differential Equations. – Berlin: Birkhauser Verlag, 2003. — 207 p.
7. *Liu G.R., Quek S.S.* The Finite Element Method. A Practical course. – Oxford: Elsevier Science, 2003. — 348 p.
8. *Chen Z.* Finite Element Methods and Their Applications. – Berlin: Springer-Verlag, 2005. — 410 p.
9. *Chaskalovic J.* Finite Element Methods for Engineering Sciences. – Berlin: Springer-Verlag, 2008. – 267 p.
10. *Трушин С.И., Петренко Ф.И.* Влияние морфологии сетчатого гиперboloида на его напряженно-деформированное состояние, устойчивость и собственные частоты колебаний // *Строительная механика и расчет сооружений*. – 2014. – № 4. – С. 59 — 64.
11. *Трушин С.И., Петренко Ф.И.* Анализ устойчивости гибких сетчатых оболочек в форме гиперboloида вращения // *Научное обозрение*. – 2016. – № 6. – С. 95 — 99.

Поступила в редакцию 27 марта 2017 г. Прошла рецензирование 10 мая 2017 г.

Принята к публикации 14 июня 2017 г.

Об авторах:

ТРУШИН СЕРГЕЙ ИВАНОВИЧ, родился в 1951 году, окончил в 1974 году Саратовский политехнический институт. Доктор технических наук, профессор кафедры строительной и теоретической механики Национального исследовательского Московского государственного строительного университета (НИУ МГСУ), автор более 130 публикаций, включая научные статьи, учебные пособия и монографии. Основные направления исследований: численные методы строительной механики, метод конечных элементов, методы решения нелинейных задач, теория пластин и оболочек, статическая и динамическая устойчивость конструкций. 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; trushin2006@yandex.ru

ПЕТРЕНКО ФИЛИПП ИГОРЕВИЧ родился в 1991 году, окончил в 2013 году Московский государственный открытый университет. С 2013 года аспирант кафедры строительной и теоретической механики Национального исследовательского Московского государственного строительного университета (НИУ МГСУ). Основные направления исследований: формообразование сетчатых оболочек, метод конечных элементов, методы решения нелинейных задач, устойчивость сетчатых оболочек. 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; igif_philip@mail.ru

Для цитирования: Трушин С.И., Петренко Ф.И. Влияние физической нелинейности на расчётные показатели устойчивости гибких сетчатых однополостных гиперboloидов вращения с

References

1. *Krivoshapko, S.N., Ivanov, V.N.* (2010). *Encyclopedia of analytical surfaces*. M: Knizhnyi dom "LIBROKOM", 560 p.
2. *Krivoshapko, S.N.* (2002). Static, vibration and buckling analysis and applications to one-sheet hyperboloidal shells of revolution. *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 55, No.3, p. 241 — 270
3. *Postnikov, M.M.* (1973). *Analytic Geometry*. M: Nauka, 754 p.
4. *Trushin, S.I.* (2016). *Structural Mechanics: Finite Element Method*. M: INFRA-M, 305 p.
5. *Reddy, J.N.* (2005). *An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis*. New York: Oxford University Press, 463 p.
6. *Bangerth, W., Rannacher, R.* (2003). *Adaptive Finite Element Methods for Differential Equations*. Berlin: Birkhauser Verlag, 207 p.
7. *Liu, G.R., Quek, S.S.* (2003). *The Finite Element Method. A Practical course*. Oxford: Elsevier Science, 348 p.
8. *Chen, Z.* (2005) *Finite Element Methods and Their Applications*. Berlin: Springer-Verlag, 410p.
9. *Chaskalovic, J.* (2008) *Finite Element Methods for Engineering Sciences*. Berlin: Springer-Verlag, 267 p.
10. *Trushin, S.I., Petrenko, Ph.I.* (2014). The influence of the morphology of reticulated hyperboloid on its stress-strain state, stability and fundamental frequencies. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*, (4), p. 59 — 64.
11. *Trushin, S.I., Petrenko, Ph.I.* (2016). Analysis of the stability of flexible reticulated shells in the form of hyperboloid of revolution, *Science Review*, (6), p. 95 — 99.

INFLUENCE OF PHYSICAL NONLINEARITY ON THE CALCULATED INDICATORS OF STABILITY OF RETICULATED ONE-SHEET HYPERBOLOID OF REVOLUTION WITH DIFFERENT FORMS OF GENERATRICES

S.I. TRUSHIN, Ph.I. PETRENKO

National Research Moscow State University of Civil Engineering (NRU MGSU), Moscow

The article contains a comparative stability analysis of initial equilibrium forms of reticulated one-sheet hyperboloids of revolution. The calculations are performed taking into account the geometric and the dual (geometric and material) nonlinearities. The influence of the shape of generatrix one-sheet hyperboloid of rotation on shells stability in these formulations of the problem is considered. The equilibrium curves of shells with load acting on the upper base are shown.

KEY WORDS: one-sheet hyperboloid of rotation, reticulated shell, equilibrium curves, stability, geometrical nonlinearity, physical nonlinearity, straight generatrix, generatrix-hyperbola.

Article history: Received: March 27, 2017. Revised: May 10, 2017. Accepted: June 14, 2017.

About the authors:

TRUSHIN SERGEY IVANOVICH, was born in 1951, graduated from Saratov Polytechnic Institute in 1974. Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Structural and Theoretical Mechanics in National Research Moscow State University of Civil Engineering (NRU MGSU). He is the author of over 130 publications, including research articles, manuals and monographs. The main research areas are: numerical methods in structural mechanics, finite element method, nonlinear analysis of spatial structures, theory of plates and shells, static and dynamic stability of structures. Email: trushin2006@yandex.ru

PETRENKO PHILIP IGOREVICH was born in 1991, graduated from Moscow State Open University in 2013. Since 2013 he has been a post-graduate student of the Department of Structural and Theoretical Mechanics in National Research Moscow State University of Civil Engineering (NRU MGSU). The main research areas are: formation of reticulated shells, finite element method, nonlinear analysis of spatial structures, stability of reticulated shells. Email: igif_philip@mail.ru

For citation: *Trushin S.I., Petrenko Ph.I.* (2017). Influence of physical nonlinearity on the calculated indicators of stability of reticulated one-sheet hyperboloid of revolution with different forms of generatrices. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (4), 50 — 56.