

Теория упругости

УДК 539.3

**ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЕ В ЛИСТОВОМ ЭЛЕМЕНТЕ
КОНСТРУКЦИИ ПРИ НЕОДНОРОДНОМ НАПРЯЖЕННОМ ПОЛЕ**

Ш.Г. ГАСАНОВ, *д-р техн. наук, профессор*
 Азербайджанский технический университет,
 Азербайджан, AZ1073, Баку, пр. Г. Джавида, 25

Дается математическое описание расчетной модели трещинообразования в листовом элементе конструкции при неоднородном напряженном поле. Принята модель зон предразрушения в состоянии пластического течения при постоянном напряжении. Краевая задача о взаимодействии зон ослабленных межчастичных связей материала в листовом элементе конструкции под действием неоднородного напряженного поля сводится к решению системы сингулярных интегральных уравнений. Интегральные уравнения далее сводятся к системе нелинейных алгебраических уравнений, для решения которой используется метод последовательных приближений. Определены размеры зон предразрушения и предельное значение внешней нагрузки, при котором происходит трещинообразование в листовом элементе конструкции.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: листовой элемент конструкции, неоднородное напряженное поле, зоны предразрушения в состоянии пластического течения, трещинообразование.

Введение

Процесс разрушения конструкционных материалов зависит от особенностей структуры материала, его химического состава, вида напряжения и других. В настоящее время известны различные механизмы зарождения трещины [1-4]. Изучение вопросов разрушения элементов конструкций имеет важное практическое значение. После фундаментальных работ В.М. Мирсалимова [3, 5] проблема зарождения трещины интенсивно исследуется в Азербайджане [6-38].

Постановка задачи

Рассмотрим однородную изотропную среду. На бесконечности действуют напряжения, являющиеся полиномиальными функциями декартовых координат x и y . По мере нагружения среды (листового элемента конструкции) в процессе работы силовой нагрузкой в материале будут возникать зоны предразрушения, которые моделируются как области ослабленных межчастичных связей материала. Взаимодействие берегов этих зон моделируется [3] путем введения между берегами зоны предразрушения связей в состоянии пластического течения. Физическая природа таких связей и размеры зон пластического течения зависят от вида материала среды. Поскольку указанные зоны (прослойки) малы по сравнению с остальной частью листового элемента, их можно мысленно заменить разрезами, поверхности которых взаимодействуют по закону, соответствующему действию удаленного материала.

Возникновение зародышевой трещины рассматривается как процесс перехода области предразрушения в область разорванных связей между поверхностями материала листового элемента. Исследования [1, 2, 4, 39] возникновения областей с нарушенной структурой материала, показывают, что изначально зоны предразрушения представляют собой узкий вытянутый слой, затем с ростом нагрузки внезапно появляется вторичная система зон, содержащих материал с частично нарушенными связями.

Пусть в среде (листовом элементе конструкции) имеется N прямолинейных зон предразрушения (рис. 1). Рассмотрим локальные систем координат $x_k O_k y_k$, оси x_k которых совпадают с зоной предразрушения и образуют углы α_k с осью x . Начала этих систем координат будут располагаться в центрах зон пред-

разрушения. Длина $2\ell_k$ ($k = 1, 2, \dots, N$) зон пластического течения заранее неизвестна и подлежит определению в процессе решения задачи.

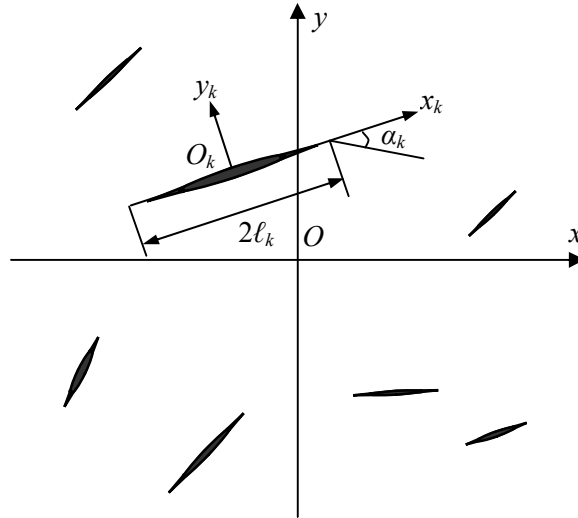


Рис. 1. Расчетная схема задачи о трещинообразовании в листовом элементе

При действии внешних нагрузок на среду (листовой элемент конструкции) в связях между берегами зон предразрушения, будут возникать нормальные σ_s и касательные τ_s усилия. Следовательно, к берегам зон предразрушения будут приложены нормальные σ_s и касательные τ_s напряжения.

Граничные условия на берегах зон пластического течения имеют вид:

$$\sigma_{y_k} = \sigma_s, \quad \tau_{x_k y_k} = \tau_s \quad \text{на } y_k = 0, \quad -\ell_k \leq x_k \leq \ell_k. \quad (1)$$

Для определения внешней нагрузки, при которой происходит трещинообразование, постановку задачи дополним критерием критического раскрытия берегов зоны пластического течения:

$$\left| (v_k^+ - v_k^-) - i(u_k^+ - u_k^-) \right| = \delta_{cr}, \quad (2)$$

где δ_{cr} – характеристика сопротивления трещинообразованию материала листового элемента конструкции.

Условие (2) является условием появления трещины, т.е. разрыва межчастичных связей материала среды.

Метод решения краевой задачи

С помощью принципа суперпозиции напряженное состояние в среде с произвольной системой зон предразрушения в состоянии пластического течения при постоянном напряжении представим в виде суммы двух напряженных состояний

$$\sigma_x = \sigma_x^0 + \sigma_x^1, \quad \sigma_y = \sigma_y^0 + \sigma_y^1, \quad \tau_{xy} = \tau_{xy}^0 + \tau_{xy}^1, \quad (3)$$

где $\sigma_x^0, \sigma_y^0, \tau_{xy}^0$ – компоненты тензора напряжений в листовом элементе конструкции без зон пластического течения, когда на бесконечности действуют напряжения, являющиеся полиномиальными функциями декартовых координат x и y ; $\sigma_x^1, \sigma_y^1, \tau_{xy}^1$ – компоненты тензора напряжений для среды с произвольной системой зон пластического течения с исчезающими на бесконечности напряжениями.

Для компонент $\sigma_x^0, \sigma_y^0, \tau_{xy}^0$ тензора напряжений имеем:

$$\sigma_x^0 + \sigma_y^0 = 2[\Phi_0(z) + \overline{\Phi_0(z)}], \quad z = x + iy, \quad (4)$$

$$\sigma_y^0 - \sigma_x^0 + 2i\tau_{xy}^0 = \Phi_0(z) + \Omega_0(\bar{z}) + (z - \bar{z})\overline{\Phi_0'(z)},$$

$$\Phi_0(z) = A_0 z^m + A_1 z^{m-1} + A_2 z^{m-2} + \dots + A_m, \quad (5)$$

$$\Omega_0(z) = B_0 z^m + B_1 z^{m-1} + B_2 z^{m-2} + \dots + B_m.$$

Отметим, что функции (5) в зависимости от значений коэффициентов A_j и B_j ($j = 0, 1, 2, \dots, m$) определяют напряженное состояние в листовом элементе без зон пластического течения.

С учетом формул (3) краевое условие (1) запишем в следующем виде

$$\left(\sigma_{y_k}^1 - i\tau_{x_k y_k}^1 \right) = \sigma_s - i\tau_s - \left(\sigma_{y_k}^0 - i\tau_{x_k y_k}^0 \right), \quad \text{на } y_k = 0, \quad -\ell_k \leq x_k \leq \ell_k. \quad (6)$$

Напряжения $\sigma_x^1, \sigma_y^1, \tau_{xy}^1$ и перемещения u_1, v_1 выразим через две кусочно-аналитические функции $\Phi(z)$ и $\Psi(z)$. Тогда краевые условия задачи (1) с помощью формул Колосова-Мусхелишвили [40] можно записать в виде граничной задачи для отыскания комплексных потенциалов $\Phi(z)$ и $\Psi(z)$:

$$\Phi(t_k) + \overline{\Phi(t_k)} + t_k \overline{\Phi'(t_k)} + \overline{\Psi(t_k)} = \sigma_s - i\tau_s - \left(\sigma_{y_k}^0 - i\tau_{x_k y_k}^0 \right) \quad (k = 1, 2, \dots, N), \quad (7)$$

где t_k – аффикс точек берегов k -ой зоны пластического течения.

Комплексные потенциалы $\Phi(z)$ и $\Psi(z)$, дающие решение краевой задачи (7) ищем в виде

$$\Phi(z) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N \int_{-\ell_k}^{\ell_k} \frac{g_k^0(t)}{t - z_k} dt, \quad (8)$$

$$\Psi_1(z) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N e^{-2i\alpha_k} \int_{-\ell_k}^{\ell_k} \left[\frac{\overline{g_k(t)}}{t - z_k} - \frac{\overline{T_k} e^{i\alpha_k}}{(t - z_k)^2} g_k(t) \right] dt.$$

Здесь $T_k = t e^{i\alpha_k} + z_k^0$; $z_k = e^{-i\alpha_k} (z - z_k^0)$; $g_k(x_k)$ ($k = 1, 2, \dots, N$) – искомые функции, характеризующие раскрытие берегов зон пластического течения:

$$g_k(x_k) = \frac{2\mu}{i(1+\kappa)} \frac{\partial}{\partial x} \left[u_k^+(x_k, 0) - u_k^-(x_k, 0) + i \left(v_k^+(x_k, 0) - v_k^-(x_k, 0) \right) \right]. \quad (9)$$

Определив по формуле

$$\sigma_y - i\tau_{xy} = \Phi(z) + \overline{\Phi(z)} + z\overline{\Phi'(z)} + \overline{\Psi(z)}$$

напряжения на оси x_k ($k = 1, 2, \dots, N$) и подставив их в краевые условия (7), получим систему N сингулярных интегральных уравнений в виде

$$\frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^N \int_{-\ell_k}^{\ell_k} \left[K_{nk}(t, x) g_k(t) + L_{nk}(t, x) \overline{g_k(t)} \right] dt = \sigma_s - i\tau_s - F_k(x) \quad (10)$$

$$|x| < \ell_n \quad (n = 1, 2, \dots, N),$$

$$K_{nk}(t, x) = \frac{e^{i\alpha_k}}{2} \left(\frac{1}{T_k - X_n} + \frac{e^{-2i\alpha_n}}{\overline{T_k} - \overline{X_n}} \right),$$

$$L_{nk}(t, x) = \frac{e^{-i\alpha_k}}{2} \left[\frac{1}{\bar{T}_k - \bar{X}_n} - \frac{T_k - X_n}{(\bar{T}_k - \bar{X}_n)^2} e^{-2i\alpha_n} \right],$$

$$X_n = x e^{i\alpha_n} + z_n^0, \quad F_k(x) = \sigma_{y_k}^0 - \tau_{x_k y_k}^0.$$

Ядра полученной системы интегральных уравнений (10) регулярны за исключением случая, когда $n = k$, в этом случае $K_{nk}(t, x)$ переходит в сингулярное ядро Коши. Систему (10) можно записать в следующем виде:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\ell_k}^{\ell_k} \frac{g_n(t)}{t-x} dt + \frac{1}{\pi} \sum_{k \neq n}^N \int_{-\ell_k}^{\ell_k} [g_k(t) K_{nk}(t, x) + \overline{g_k(t)} L_{nk}(t, x)] dt = \sigma_s - i\tau_s - F_n(x),$$

$$|x| < \ell_n \quad (n = 1, 2, \dots, N). \quad (11)$$

К системе сингулярных интегральных уравнений (11) для внутренних зон пластического течения следует добавить дополнительные равенства:

$$\int_{-\ell_k}^{\ell_k} g_k(t) dt = 0 \quad (k = 1, 2, \dots, N). \quad (12)$$

Эти равенства выражают условие однозначности смещений при обходе контура зоны пластического течения.

Если представить неизвестные функции $g_k(x_k)$ и функцию нагрузки $F_k(x_k)$ в виде

$$g_k(x_k) = v_k(x_k) - iu_k(x_k); \quad F_k(x_k) = \sigma_k^0(x_k) - i\tau_k^0(x_k), \quad (13)$$

то после отделения действительных и мнимых частей из системы N комплексных сингулярных интегральных уравнений получаем для нахождения $v_k(x_k)$ и $u_k(x_k)$ систему $2N$ действительных сингулярных интегральных уравнений. Чтобы провести алгебраизацию сингулярных интегральных уравнений [39, 40, 41], сначала приведем в системе (11) и дополнительных условиях (12) все интервалы интегрирования к одному интервалу $[-1, 1]$. Сделав затем замену переменных

$$t = \ell_n \tau, \quad x = \ell_n \eta \quad (|\tau| < 1, \quad |\eta| < 1),$$

систему уравнений (11) и условия (12) запишем в виде

$$\int_{-1}^1 \frac{g_n(\tau)}{\tau - \eta} d\tau + \sum_{k \neq n}^N \ell_k \int_{-1}^1 [g_k(\tau) K_{nk}(\ell_k \tau, \ell_n \eta) + \overline{g_k(\tau)} L_{nk}(\ell_k \tau, \ell_n \eta)] d\tau = \pi F_n^*(\eta)$$

$$|\eta| < 1 \quad (n = 1, 2, \dots, N), \quad (14)$$

$$\int_{-1}^1 g_n(\tau) d\tau = 0.$$

Для неизвестных функций $g_n(\tau)$ и свободных членов $F_n^*(\eta)$ сохранены прежние обозначения.

Решение системы (14) представим в виде [39, 40, 41]:

$$g_n(\eta) = \frac{g_n^0(\eta)}{\sqrt{1-\eta^2}}, \quad (15)$$

где $g_n^0(\eta)$ – новая неизвестная функция, регулярная в интервале $[-1, 1]$.

Использование квадратурных формул типа Гаусса-Чебышева для сингулярного интеграла позволяет свести систему сингулярных интегральных уравнений (14) при дополнительных условиях (12) к конечной системе $N \times M$ алгебраических уравнений для определения $N \times M$ неизвестных $g_n^0(t_m) = v_n(t_m) - iu_n(t_m)$:

$$\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^N \ell_k \left[g_k^0(t_m) K_{nk}(\ell_k t_m, \ell_n x_r) + \overline{g_k^0(t_m)} L_{nk}(\ell_k t_m, \ell_n x_r) \right] = F_n^*(x_r) \quad (16)$$

$$(r = 1, 2, \dots, M-1),$$

$$\sum_{m=1}^M g_n^0(t_m) = 0 \quad (n = 1, 2, \dots, N).$$

Здесь значения t_m и x_r определяются формулами:

$$t_m = \cos \frac{2m-1}{2M} \pi \quad (m = 1, 2, \dots, M), \quad x_r = \cos \frac{\pi r}{M} \quad (r = 1, 2, \dots, M-1).$$

Переходя в (16) к сопряженным значениям, получаем еще $N \times M$ алгебраических уравнений.

Для левой части соотношения (9) имеем

$$\left(v_k^+ - v_k^- \right) - i \left(u_k^+ - u_k^- \right) = -\frac{1+\kappa}{2\mu} \int_{-\ell_k}^{\ell_k} g_k(x_k) dx_k \quad (k = 1, 2, \dots, N). \quad (17)$$

Полученные системы оказались связанными и должны решаться совместно. Для их замкнутости не хватает $2 \times N$ комплексных уравнений, определяющих местоположение и размеры зон пластического течения. Так как напряжения в листовом элементе конструкции ограничены, решение сингулярных интегральных уравнений должно искажаться в классе всюду ограниченных функций. Такое решение существует при выполнении условий разрешимости сингулярных интегральных уравнений. Поэтому полученные алгебраические системы не являются пока замкнутыми. Записывая условия конечности напряжений у вершин зон пластического течения (условия разрешимости), находим еще $2 \times N$ комплексных уравнений

$$\sum_{m=1}^M (-1)^m g_n^0(t_m) \operatorname{ctg} \frac{2m-1}{4M} \pi = 0 \quad (n = 1, 2, \dots, N), \quad (18)$$

$$\sum_{m=1}^M (-1)^{m+M} g_n^0(t_m) \operatorname{tg} \frac{2m-1}{4M} \pi = 0.$$

Для определения предельного состояния, при котором возникает трещина, используем критическое условие (2). Тогда условием, определяющим предельное значение внешней нагрузки, будет равенство

$$V(x_k^0) = \sqrt{\left[u^+(x_k^0, 0) - u^-(x_k^0, 0) \right]^2 + \left[v^+(x_k^0, 0) - v^-(x_k^0, 0) \right]^2} = \delta_{cr}. \quad (19)$$

Модуль вектора смещения на берегах зон пластического течения при $x_k = x_k^0$ удобно представить в виде

$$V(x_k^0) = V_k^0 = \frac{1+\kappa}{2\mu} \frac{\pi \ell}{M} \sqrt{A^2 + B^2}, \quad (k = 1, 2, \dots, N), \quad (20)$$

$$A = \sum_{m=1}^{M_{1k}} v_k^0(t_m); \quad B = \sum_{m=1}^{M_{1k}} u_k^0(t_m).$$

где M_{1k} – число узловых точек, содержащихся в интервале $(-\ell_k, x_k^0)$.

Полученная алгебраическая система (19), (25)-(26) из-за неизвестных размеров зон пластического течения является нелинейной. Совместное решение полученных алгебраических систем позволяет найти напряженно-деформированное состояние листового элемента, критическую внешнюю нагрузку, местоположение и размеры зон пластического течения для предельно-равновесного состояния листового элемента конструкции, когда возникает трещина. Объединенная алгебраическая система уравнений из-за неизвестных величин ℓ_k ($k = 1, 2, \dots, N$) оказывается нелинейной. Для ее решения использовали метод последовательных приближений [39], состоящий в следующем. Решаем алгебраическую систему (19), (25)-(26) при некоторых определенных значениях ℓ_k^* ($k = 1, 2, \dots, N$) относительно остальных неизвестных, которые входят в объединенную систему линейным образом. Поскольку значения ℓ_k^* и соответствующие им значения остальных неизвестных не будут, вообще говоря, удовлетворять уравнениям (27), подбирая значения параметров ℓ_k^* , многократно повторяем вычисления. Когда уравнения (27) будут удовлетворены с заданной точностью, вычисления прекращаются.

В каждом приближении алгебраическая система решалась методом Гаусса с выбором главного элемента.

На рис. 2 представлены графики зависимости длины зон пластического течения от безразмерной нагрузки $M_{изг}/M_s$ при чистом изгибе. В расчетах было принято $M = 30$; $\nu = 0,3$; $\alpha_1 = 45^\circ$; $z_1^0 = 1,5 \cdot e^{i\pi/10}$. На рис. 3 приведена зависимость безразмерной предельной нагрузки

$$M_c = \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{M_{изг}}{h_0 c \sqrt{c}} \frac{1}{\sqrt{E \sigma_s \delta_c}}$$

от относительной длины зоны предразрушения ℓ_1/R . Здесь R характерный размер листового элемента.

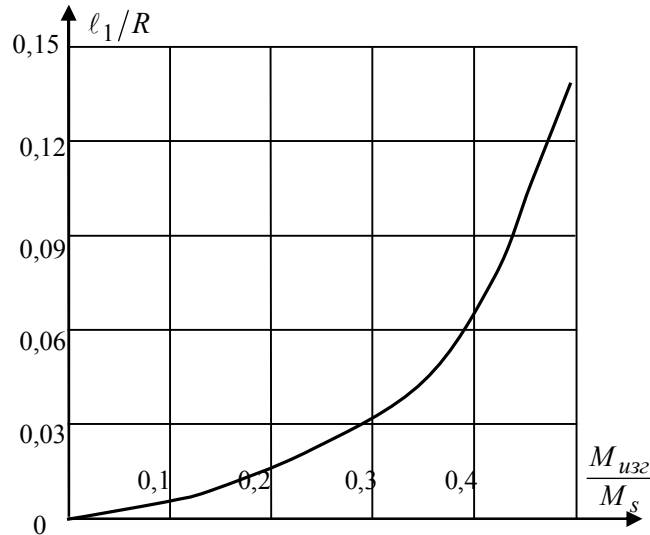


Рис. 2. Зависимость длины зон пластического течения от безразмерной нагрузки

Выводы

Разработан эффективный способ решения задач о зарождении трещин в металлическом листовом элементе конструкции при действии внешнего неоднородного напряженного поля. На основе разработанной расчетной модели исследовано трещинообразование в металлическом листовом элементе конструкции с

системой произвольно размещенных зон предразрушения при различных силовых нагрузках.

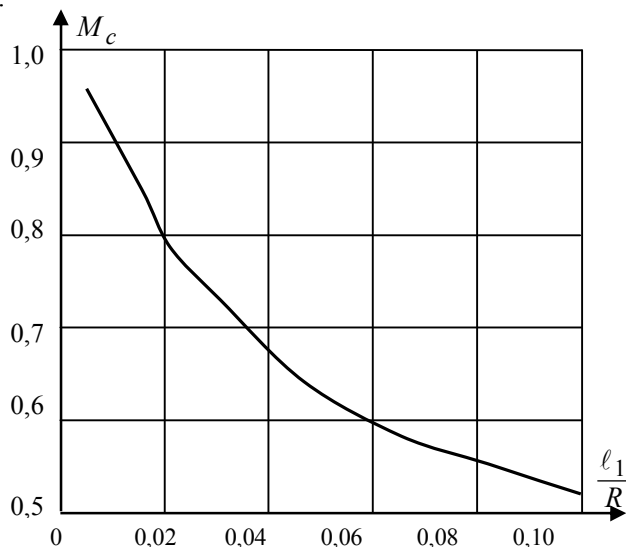


Рис. 3. Зависимость предельной нагрузки от относительной длины зоны пластического течения

Список литературы

1. Панасюк В.В. Механика квазихрупкого разрушения материалов. – Киев: Наук. думка, 1991. – 416 с.
2. Левин В.А., Морозов Е.М., Матвиенко Ю.Г. Избранные нелинейные задачи механики разрушения. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 408 с.
3. Мирсалимов В.М. Зарождение дефекта типа трещины во втулке контактной пары // Математическое моделирование. – 2005. – Т. 17, №2. – С. 35 — 45.
4. Rusinko A., Rusinko K. Plasticity and Creep of Metals. – Berlin: Springer Verlag, 2011. – 434 p.
5. Мирсалимов В.М. К решению задачи механики контактного разрушения о зарождении и развитии трещины со связями между берегами во втулке фрикционной пары // Прикладная математика и механика. – 2007. – Т. 71, Вып.1. – С. 132 — 151.
6. Мир-Салим-заде М.В. Зарождение дефекта типа трещины в клепаной панели // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2006. – № 6. – С. 45 — 51.
7. Мирсалимов В.М. Зарождение дефекта типа трещины в среде с пустотами // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2007. – № 4. – С. 46 — 52.
8. Мирсалимов В.М. Зарождение трещин в перфорированном тепловыделяющем массиве // Прикл. механика и техн. физика. – 2007. – Т. 48, № 5. – С. 121 — 133.
9. Шахбандаев Э.Г. Зарождение трещин в тепловыделяющей среде, ослабленной периодической системой круговых отверстий // Механика. Машиностроение. – 2007. – № 4. – С. 29 — 31.
10. Мир-Салим-заде М.В. Зарождение трещины в подкрепленной пластине // Прикл. механика и техн. физика. – 2007. – Т. 48, № 4. – С. 111 — 120.
11. Мир-Салим-заде М.В. Зарождение трещины в подкрепленной пластине с круговым отверстием // Изв. ТулГУ серия: Естественные науки. – 2007. – Вып. 1. – С. 88—97.
12. Гасанов Ш.Г. Зоны предразрушения на границе раздела дорожного покрытия и упругого основания // Строительная механика и расчет сооружений. – 2008. – № 5. – С. 49 — 54.
13. Мир-Салим-заде М.В. Зарождение трещин в перфорированной подкрепленной пластине // Прикл. мех. и техн. физика. – 2008. – Т. 49, № 6. – С. 170 — 180.
14. Мир-Салим-заде М.В. Зарождение трещины изотропной в среде, усиленной регулярной системой стрингеров // Вестник ЧПГУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2008. – №2 (5). – С. 115 — 128.
15. Гасанов Ш.Г. Зарождение трещины на границе раздела покрытия и упругого основания // Упрочняющие технологии и покрытия. – 2008. – № 1. – С. 20 — 24.

16. *Hasanov Sh.H.* Modelling of the deflected mode of the road covering with the curved interphase crack of stratification. *Mathematical Modelling in Civil Engineering*. – 2008. – No. 1. – P. 13 — 21.
17. *Mustafayev A.B.* Crack initiation in non-uniformly heated thick-walled cylinder // Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan. – 2009. – С. 30, N. 38. – P. 143 — 150.
18. *Мустафаев А.Б.* Моделирование зарождения трещины в неравномерно нагретом цилиндре// Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2009. – № 4. – С. 15 — 21.
19. *Mirsalimov V.M., Mustafayev A.B.* Modeling cracking in thick-walled cylinder. *Advances and Application in Mathematical Sciences*. – 2010. – Vol. 2, Issue 1. – P. 1 — 8.
20. *Мир-Салим-заде М.В.* Моделирование трещинообразования в перфорированной стрингерной панели// Математическое моделирование.–2010. –Т. 22, № 1. –С. 125 — 135.
21. *Мир-Салим-заде М.В.* Зарождение трещин в перфорированной изотропной среде, усиленной регулярной системой стрингеров // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева, серия: Механика предельного состояния. – 2010. – № 1 (7). – С. 79 — 91.
22. *Mirsalimov V.M., Zolgharnein E.* Nucleation of a crack under inner compression of cylindrical bodies. *Acta Polytechnica Hungarica*. – 2012. – Vol. 9, No 2. P. 169—183.
23. *Мирсалимов В.М., Искендеров Р.А.* Зарождение трещин при однородном изгибе изотропной пластины, ослабленной периодической системой круговых отверстий // Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2013. – №1 (15). – С. 145 — 152.
24. *Зульфугаров Э.И.* Моделирование трещинообразования в тормозном барабане колесной машины // Машиноведение. – 2013. – № 3. – С. 49—53.
25. *Искендеров Р.А.* Зарождение трещины при поперечном изгибе изотропной пластины, ослабленной периодической системой круговых отверстий // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2013. – № 3. – С. 18—28.
26. *Гасанов Ф.Ф.* Моделирование зарождения трещин сдвига в теле, ослабленном периодической системой круглых отверстий // Проблемы машиностроения. НАН Украины. – 2013. – Т. 16, № 3. – С. 29 — 37.
27. *Зульфугаров Э.И.* Моделирование зарождения искривленной трещины в тормозном барабане автомобиля // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2014. – № 1. – С. 24 — 30.
28. *Калантарлы Н.М.* Влияние объемных сил на зарождение трещины в круговом диске// Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2014. – № 2. – С. 17 — 22.
29. *Гасанов Ф.Ф.* Зарождение трещины в композите, армированном однонаправленными ортотропными волокнами при продольном сдвиге // Механика машин, механизмов и материалов. – 2014. – № 2 (27). – С. 45 — 50.
30. *Mirsalimov V.M., Hasanov Sh.G.* Modeling of crack nucleation in covering on an elastic base. *Int. J. of Damage Mechanics*. – 2014. – Vol. 23(3). P. 430 — 450.
31. *Гасанов Ф.Ф.* Зарождение трещины в изотропной среде с периодической системой круговых отверстий, заполненных жесткими включениями, при продольном сдвиге// Строительная механика инж. конструкций и сооружений. – 2014. – № 3. – С. 44—50.
32. *Гасанов Ф.Ф.* Моделирование зарождения трещины сдвига в волокне композита, армированного однонаправленными волокнами // Проблемы машиностроения. НАН Украины. – 2014. – Т. 17, № 2. – С. 17 — 25.
33. *Калантарлы Н.М.* Трещинообразование в круговом диске под действием объемных сил // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2014. – № 6. – С. 23 — 30.
34. *Mirsalimov V.M., Hasanov F.F.* Nucleation of cracks in an isotropic medium with periodic system of rigid inclusions under transverse shear. *Acta Mechanica*. – 2015. – Vol. 226, Issue 2. – P. 385 — 395.
35. *Мирсалимов В.М., Калантарлы Н.М.* Моделирование зарождения трещины в круговом диске, нагруженном сосредоточенными силами // Изв. Саратовского университета. Нов. серия. Сер. Математика. Механика. Информатика. – 2015. – №1. – С. 90 — 97.
36. *Mirsalimov V.M., Kalantarly N.M.* Crack nucleation in circular disk under mixed boundary conditions. *Archives of Mechanics*. – 2015. – Vol. 67, Issue 2. – P. 115 — 136.

37. Mirsalimov V.M., Kalantarly N.M. Cracking in a circular disk under mixed boundary conditions // Acta Mechanica. – 2015. – Vol. 226, Issue 6. – P. 1897 — 1907.

38. Мирсалимов В.М., Исмаилова Р.А. Зарождение трещины в стержневом теплообменном элементе // Тяжелое машиностроение. – 2016. – № 5. – С. 10 — 16.

39. Мирсалимов В.М. Неоднородные упругопластические задачи. – М.: Наука, 1987. – 256 с.

40. Панасюк В.В., Саврук М.П., Дацьшин А.П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. – Киев: Наук. думка, 1976. – 443 с.

41. Ladopoulos E.G. Singular Integral Equations, Linear and Non-Linear Theory and its Applications in Science and Engineering. – Berlin: Springer Verlag, 2000. – 553 p.

Поступила в редакцию 3 марта 2017 г. Прошла рецензирование 21 мая 2017 г.

Принята к публикации 14 июня 2017 г.

Об авторе: ГАСАНОВ Ш. Г., доктор технических наук, профессор, Азербайджанский технический университет, Азербайджан, AZ1073, Баку, пр. Г. Джавида, 25, E-mail: iske@mail.ru

Для цитирования: Гасанов Ш.Г. Трещинообразование в листовом элементе конструкции при неоднородном напряженном поле // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – № 4. – С. 19-28 (DOI: 10.22363/1815-5235-2017-4-19-28).

References

1. Panasyuk, V.V. (1991). *Mechanics of Quasibrittle Fracture of Material*. Kiev: Naukova Dumka, 416. (in Russian).

2. Levin, V.A., Morozov, E.M., Matvienko, Yu.G. (2004). *Selected Non-Linear Problems of Fracture Mechanics*. Moscow: FIZMATLIT, 408 (in Russian).

3. Mirsalimov, V.M. (2005). Initiation of crack type defect in bush of contact pair, *Matematicheskoe modelirovanie*, 17 (2), 35—45. (in Russian).

4. Rusinko, A., Rusinko, K. (2011). *Plasticity and Creep of Metals*. Berlin: Springer Verlag, 434 p.

5. Mirsalimov, V.M. (2007). The solution of a problem in contact fracture mechanics on the nucleation and development of a bridged crack in the hub of a friction pair, *J. of Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 71, Iss. 1, 120—136 (in Russian).

6. Mir-Salim-zade, M.V. (2006). Nucleation of crack type defect in riveted panel, *J. of Machinery Manufacture and Reliability*, (6), 45-51 (in Russian).

7. Mirsalimov, V.M. (2007). Nucleation of a crack-type defect in a body with voids, *J. of Machinery Manufacture and Reliability*, Vol. 36, Iss. 4, 341—347 (in Russian).

8. Mirsalimov, V.M. (2007). Nucleation of cracks in a perforated fuel cell, *J. of Applied Mechanics and Technical Physics*, Vol. 48, Iss. 5, 723—733 (in Russian).

9. Shahbandaev, E.G. (2007). Cracks nucleation in heat-generating medium weakened by periodic system of circular holes. *Mechanics. Machine Building*, (4), 29—31 (in Russian).

10. Mir-Salim-zade, M.V. (2007). Crack initiation in a stiffened plate, *J. of Applied Mechanics and Technical Physics*, Vol. 48, Iss. 4, 562—570 (in Russian).

11. Mir-Salim-zade, M.V. (2007). Nucleation of crack in reinforced plate with circular hole, *Izvestiya TulGU serija: Estestvennye nauki*, Iss.1, 88—97 (in Russian).

12. Hasanov, Sh.H. (2008). Pre-fracture zones on section boundary of road surface and elastic foundation, *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*, (5), 49-54 (in Russian).

13. Mir-Salim-zade, M.V. (2008). Generation of cracks in a perforated reinforced plate, *J. of Applied Mechanics and Technical Physics*, Vol. 49, Iss. 6, 1030—1039 (in Russian).

14. Mir-Salim-zade, M.V. (2008). Nucleation of crack in an isotropic medium reinforced by regular system of stringers, *Bulletin of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State*, 5 (2), 115—128 (in Russian).

15. Hasanov, Sh.H. (2008). Nucleation of crack on border section of the covering and the elastic basic, *Strengthening Technologies and Coatings*, (1), 20—24 (in Russian).

16. Hasanov, Sh.H. (2008). Modelling of the deflected mode of the road covering with the curved interphase crack of stratification, *Mathematical Modelling in Civil Engineering*, (1), 13—21.

17. Mustafayev, A.B. (2009). Crack initiation in non-uniformly heated thick-walled cylinder, *Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan*, C. 30, N. 38, 143—150 (in Russian).

18. Mustafayev, A.B. (2009). Modelling of nucleation of the crack in non-uniformly heated the cylinder, *Fundamental and Applied Problems of Engineering and Technology*, (4), 15—21 (in Russian).

19. Mirsalimov, V.M., Mustafayev, A.B. (2010). Modeling cracking in thick-walled cylinder, *Advances and Application in Mathematical Sciences*, Vol. 2, Iss. 1, 1—8.

20. Mir-Salim-zade, M.V. (2010). Modeling of crack formation in a perforated stringer panel, *Mathematical Models and Computer Simulations*, Vol. 2, Iss. 4, 533—541 (in Russian).

21. Mir-Salim-zade, M.V. (2010). Crack formation in a perforated isotropic medium intensified by a regular system of stringers, *Bulletin of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State*, 7 (1), 79—91 (in Russian).

22. Mirsalimov, V.M., Zolgharnein, E. (2012). Nucleation of a crack under inner compression of cy-

- lindrical bodies, *Acta Polytechnica Hungarica*, 9 (2), 169—183.
23. Mirsalimov, V.M., Iskenderov, R.A. (2013). Crack nucleation at pure bending of isotropic plate weakened by periodic system of circular holes, *Bulletin of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State*, 15 (1), 145—152 (in Russian).
24. Zulfugarov, E.I. (2013). Modeling of cracking in brake drum of wheel car, *Mechanics and Mechanical Engineering*, (3), 49—53 (in Russian).
25. Iskenderov, R.A. (2013). The crack nucleation in the isotropic plate, weakened by a periodical system of circular holes under transverse bending, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (3), 18—28 (in Russian).
26. Hasanov, F.F. (2013). Modeling of shear crack nucleation in a body, weakening by periodic system of circular holes, *Problems of Mechanical Engineering*, 16 (3), 29—37 (in Russian).
27. Zulfugarov, E.I. (2014). Modelling of curved crack nucleation in automobile brake drum, *Fundamental and Applied Problems of Engineering and Technology*, (1), 24—30 (in Russian).
28. Kalantarly, N.M. (2014). Influence of volume forces on crack nucleation in circular, *Fundamental and Applied Problems of Engineering and Technology*, (2), 17—22 (in Russian).
29. Hasanov, F.F. (2014). Nucleation of the crack in a composite reinforced unidirectional orthotropic fibres at longitudinal shear, *Mechanics of Machines, Mechanisms and Materials*, 27 (2), 45—50.
30. Mirsalimov, V.M., Hasanov, Sh.G. (2014). Modeling of crack nucleation in covering on an elastic base, *Int. J. of Damage Mechanics*, 23(3), 430—450.
31. Hasanov, F.F. (2014). Nucleation of cracks in isotropic medium with periodic system of the circular holes filled with rigid inclusions, at longitudinal shear, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (3), 44—50 (in Russian).
32. Hasanov, F.F. (2014). Modelling of crack nucleation in the fibre of composite reinforced with unidirectional fibres under shear, *Problems of Mechanical Engineering*, 17 (2), 17-25 (in Russian).
33. Kalantarly, N.M. (2014). Cracking in circular disk under the influence of volume forces, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (6), 23—30 (in Russian).
34. Mirsalimov, V.M., Hasanov, F.F. (2015). Nucleation of cracks in an isotropic medium with periodic system of rigid inclusions under transverse shear, *Acta Mechanica*, Vol. 226, Iss.2, 385—395.
35. Mirsalimov, V.M., Kalantarly, N.M. (2015). Modelling of cracking in circular disk loaded by concentrated forces, *Saratov University News. New Series. Series Mathematics. Mechanics. Informatics*, (1), 90—97 (in Russian).
36. Mirsalimov, V.M., Kalantarly, N.M. (2015). Crack nucleation in circular disk under mixed boundary conditions, *Archives of Mechanics*, Vol. 67, Iss. 2, 115—136.
37. Mirsalimov, V.M., Kalantarly, N.M. (2015). Cracking in a circular disk under mixed boundary conditions, *Acta Mechanica*, Vol. 226, Iss. 6, 1897—1907.
38. Mirsalimov, V.M., Ismailova, R.I. (2016). Crack nucleation in rod fuel element, *Tyazheloe mashinostroenie*, (5). 10—16 (in Russian).
39. Mirsalimov, V.M. (1987). *Non-One-Dimensional Elastoplastic Problems*. Moscow: Nauka, 256 p.
40. Panasyuk, V.V., Savruk, M.P., Datsyshyn, A.P. (1976). *The Stress Distribution around Cracks in Plates and Shells*. Kiev: Naukova Dumka. 443. (in Russian).
41. Ladopoulos, E.G. (2000). *Singular Integral Equations, Linear and Non-Linear Theory and its Applications in Science and Engineering*. Berlin: Springer Verlag. 553.

CRACKING IN SHEET STRUCTURAL ELEMENT UNDER NON-UNIFORM STRESS FIELD

Sh.H. HASANOV

We give a mathematical description of calculation model for cracking in sheet structural element under a non-uniform stress field. The model of pre-fracture zones in state of plastic flow under constant stresses was accepted. The boundary value problem for interaction of zones of weakened interparticle material bonds in the sheet structural element under influence of the inhomogeneous stress field is reduced to a system of singular integral equations. The integral equations further reduce to a system of nonlinear algebraic equations for solution of which we use the method of successive approximations. Sizes of the prefracture zones and limit value of external loads at which in the sheet structural element the cracking occurs are found. KEY WORDS: sheet structural element, non-uniform stress field, pre-fracture zone in a state of plastic flow, cracking.

Article history: Received: March 3, 2017. Revised: May 21, 2017. Accepted: June 14, 2017.

About the author: Hasanov Sh.H., DSc, Professor, Azerbaijan Technical University, Azerbaijan, AZ1073, Baku, Pr. G. Javid, 25; E-mail: iske@mail.ru

For citation: Hasanov Sh.H. (2017). Cracking in sheet structural element under non-uniform stress field. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (4), 19-28.

DOI: 10.22363/1815-5235-2017-4-19-28