Расчет и проектирование строительных конструкций

НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ БЕТОНА И ЖЕЛЕЗОБЕТОНА И СОВРЕМЕННЫЕ НОРМЫ

Р.С. САНЖАРОВСКИЙ*, *д-р техн. наук, проф.*
М.М. МАНЧЕНКО**, *к.т.н., ст. науч. сотр.*
**ЕНУ им. Л.Н. Гумилева*
010000, Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2;
***ФГУП "Крыловкий государственный научный центр"*
196158, Санкт-Петербург, Московское шоссе, 44; manchenko.se@gmail.com

В статье проведен теоретический анализ основных ошибок, заложенных в теорию расчета нелинейной ползучести железобетонных конструкций. Статья написана в соответствии с рекомендациями круглого стола, состоявшегося в Российском университете дружбы народов 09.06.2016 г. под руководством д.т.н., проф. С.Н. Кривошапко. Выявлена необходимость полной переработки современных норм России и других стран по ползучести железобетона.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: теория ползучести бетона, длительное сопротивление конструкций, современные строительные нормы.

В современной теории расчета железобетона используются как линейная теория ползучести бетона Маслова-Арутюняна

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma(t)}{E(t)}-\int_{\tau_1}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\frac{1}{E(\tau)}d\tau-\int_{\tau_1}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}C(t,\tau)d\tau, \qquad (1)$$

так и нелинейная

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma(t)}{E(t)}-\int_{\tau_1}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\frac{1}{E(\tau)}d\tau-\int_{\tau_1}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}C(t,\tau)d\tau-\int_{\tau_1}^{t}F_1[\sigma(\tau)]\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}C(t,\tau)d\tau. \qquad (2)$$

В формуле (2) часто последние два слагаемых объединяют в одно, записывая функцию нелинейности в виде

$$\sigma(\tau)F[\sigma(\tau)]=\sigma(\tau)+\sigma(\tau)F_1[\sigma(\tau)]. \qquad (3)$$

В известных научных трудах указывается, что: "Теперь уже многочисленными экспериментальными исследованиями ... подтверждено, что деформации ползучести бетона нелинейно зависят от напряжений, начиная с самых низких их уровней". Многие известные ученые в теории ползучести бетона предложили различные зависимости для описания этой функции $F[\sigma(\tau)]$:

$$1+\beta\sigma(\tau);\; K(\tau)+A(\tau)[\sigma(\tau)]^m;\; a+b\left[\frac{\sigma(\tau)}{R(\tau)}\right]^m;\; 1+\beta(\tau)[\sigma^m(\tau)-1];\quad a\sigma^m(\tau);$$

$$1+b(t-\tau)\left[\frac{\sigma(\tau)}{R_{\text{пр}}}\right]^m \text{ и другие.}$$

На основании формул (1), (2) разработаны различные теоретические решения (Ржаницын, Швецов, Фрайфельд, Прокопович, Бунятян, Орлов, Линник, Базант, Чиорино и др.), внедренные в действующие нормы, либо в проекты новых норм по железобетону: СП63.13330.2012 (СНиП 52-01-2003); fib, Model Code for Concrete Structures 2010, 2013; ACJ 209.3R-XX, 2011; другие нормы и правила.

Приведенные формулы (1, 2), а также полученные на их основе разработки, нормы и проекты норм по бетону и железобетону, содержат ошибки, наличие и сущность которых выявляются из совокупности применения следующих фундаментальных основ: правил и принципов Еврокодов [1] (являющихся мировыми нормами в строительстве); общей теорией расчета сооружений; методов механики Ньютона; физико-механических свойств бетона и стали, определяемых экспериментально. С точки зрения правил этой совокупности, каждое слагаемое в (1) и (2) содержит ошибки. Эти ошибки в расчете существенно изменяют значения деформаций, а в итоге дают неэкономичные и ненадежные расчеты конструкций. При годовом объеме в 4 млрд. м^3 применения в мире бетона и железобетона, экономические потери от таких расчетов составляют значительную величину. Часть этих ошибок для случая линейной ползучести, которая составляет вместе с ошибками основу норм различных стран и создает большой разрыв между методами расчета кратковременного и длительного сопротивления конструкций, мы проанализировали в [7].

1. В нелинейной теории ползучести мера ползучести бетона C принимается зависящей от напряжений ("условие аффинности")

$$C[\sigma(\tau),t,\tau]=F[\sigma(\tau)]C(t,\tau).$$

Деформацию ползучести запишем на основе принципа наложения (совокупность свойств потенциальных сил и принципа независимости действия сил механики Ньютона) в виде

$$\begin{aligned}\varepsilon_n(t)&=-\int_{\tau_1}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}C[\sigma(\tau),t,\tau]d\tau=-\int_{\tau_1}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial F[\sigma(\tau)]}{\partial\sigma}\dot{\sigma}(\tau)C(t,\tau)d\tau-\\&-\int_{\tau_1}^{t}\sigma(\tau)F[\sigma(\tau)]\frac{\partial}{\partial\tau}C(t,\tau)d\tau.\end{aligned}\qquad(4)$$

Однако, исследователи первое слагаемое в (4) потеряли. Вследствие такой потери стал отвергаться классический в механике Ньютона принцип независимости действия сил. Был сформулирован ошибочный принцип: "принцип суперпозиции деформации во времени не требует линейной связи между напряжениями и деформациями, поскольку речь идет о том, что следствие, полученное в момент времени t от причин, действующих в различные непересекающиеся интервалы времени, равно сумме следствий в тот же момент времени t, полученных от воздействия каждой из этих причин в отдельности", – что недопустимо. Если ограничиться в (4) последним слагаемым, отбросив первое слагаемое, то для правильности результата необходимо было в последнем слагаемом поменять производную от меры ползучести, приняв ее в следующем сконструированном виде

$$\frac{\partial C(\mathrm{t},\tau)}{\partial\tau}=\frac{\partial C_н(\mathrm{t},\tau)}{\partial\tau}-\frac{\dfrac{\partial F[\sigma(\tau)]}{\partial\sigma(\tau)}}{F[\sigma(\tau)]}\dot{\sigma}(\tau)C(t,\tau),$$

Отсюда видно, что принцип наложения для силы $\sigma(t)$ выполняется при коэффициенте жесткости $1/C(t,\tau)$, а для силы $F[\sigma(\tau)]$ – при другом искусственном коэффициенте жесткости, сконструированном специальным образом.

Утеря первого слагаемого в (4) приводит к ошибке в значении деформации нелинейной ползучести при использовании традиционных уравнений (2).

Здесь также необходимо отметить, что гипотеза о зависимости функции нелинейности от напряжений выполняется при довольно грубых упрощающих предположениях (что и привело к множеству выражений для ее описания). Рассмотрению этого обстоятельства мы посвятим отдельную статью.

2. Первые два слагаемых в уравнениях (1), (2) неверно описывают свойство линейных (потенциальных) сил, исходя из правил аналитической механики: вторые слагаемые в (1), (2) являются лишними; своим присутствием они искажают значение мгновенной упругой деформации бетона, внося в него ошибку. Эта ошибка усугубляется предложением некоторых известных ученых по "учету влияния предыстории деформирования на модуль упруго-мгновенных деформаций путем представления его в виде функций двух переменных: времени наблюдения t и текущего возраста бетона τ: $E = E(t, \tau)$", а также другими ошибочными предложениями.

В то же время известно, что мгновенные деформации бетона являются существенно нелинейными.

3. Диаграмме $\sigma_б$–$\varepsilon_б$ Сарджина, установленной Еврокодом 2, противоречат первые слагаемые в (1), (2), определяющие мгновенные деформации по закону Гука (фиктивная диаграмма), рис. 1: реальная для бетона диаграмма имеет криволинейное очертание, соответствующее экспериментам, и ниспадающий участок ограниченной протяженности. Такая подмена реальных упругопластических деформаций $\varepsilon_м$ линейными значениями $\varepsilon_л$ (рис. 1) не только противоречит экспериментальным физико-механическим свойствам бетона, но и приводит к грубым ошибкам в практических расчетах железобетонных конструкций. Простейший пример – расчет сжатых колонн (см. также в п.4). Эта подмена запрещена к применению правилами и принципами, установленными Еврокодом. Однако, современная теория ползучести железобетона (и в России, и за рубежом) продолжает умалчивать об этой ошибке: например "Бетон и железобетон – взгляд в будущее". Научные труды III Всероссийской (II Международной) конференции по бетону и железобетону (Москва, 12-16 мая 2014 г.) – Том 7 (Пленарные доклады), стр. 324-350; Том 1 (Теория железобетона), стр. 21-26; также другие доклады.

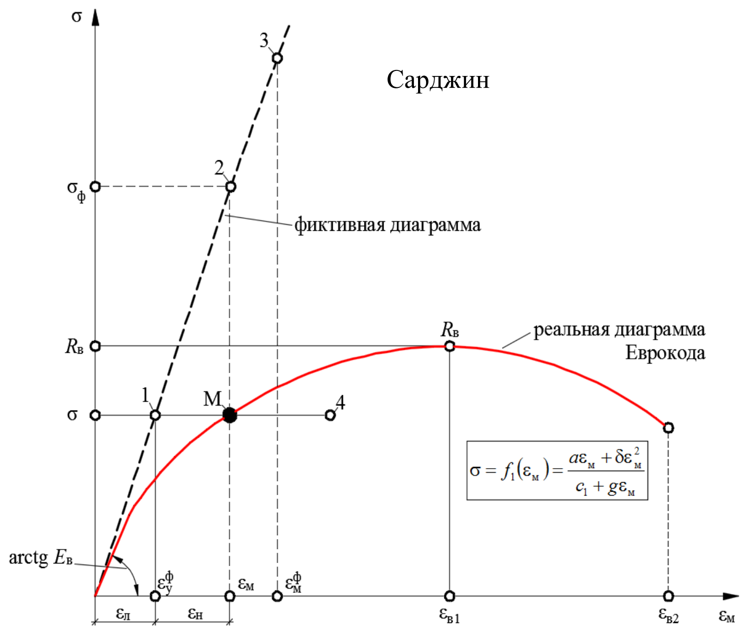

Рисунок 1. Искажение диаграммы σ-ε

Начиная еще с 1899 г. и на основании многочисленных экспериментов, известные ученые во всем мире подчеркивали мгновенную нелинейность бетона и предлагали различные аналитические зависимости для описания нелинейной упругопластической диаграммы работы сжатого бетона (Риттер, Франк, Залигер, Бах, Шюле, Гастев, Богуславский, Рош, Сахновский, Эмпергер, Шрейер, Нилендер, Онищик, Подольский и другие) взамен отвергаемого закона Гука.

Однако, в 1938 г. в нормы был внедрен пластический шарнир для нахождения предельного состояния железобетонных конструкций. Упругопластическая мгновенная нелинейная стадия работы конструкции была изъята из теории железобетона с помощью формулировки ошибочного принципа, уничтожающего продекларированный изначально метод предельных состояний с его непрерывным загружением: линейная стадия деформирования мгновенно превращается в пластический шарнир; "... в интересах простоты расчета еще более желательно, чем при изгибе симметричных сечений, допустить, что сечение ведет себя упруго вплоть до образования пластического шарнира". Н.С. Стрелецкий, И.И. Гольденблат (авторы метода предельных состояний) подчеркивали: "Согласно методу расчета предельных состояний, расчет строительных конструкций должен основываться на анализе процессов перехода конструкций в расчетные предельные состояния".

Так как из общей теории расчета известно, что у сжато-изогнутых конструкций пластического шарнира не бывает, то сама идея о мгновенном превращении линейной стадии в пластический шарнир является грубой ошибкой. Но зато такой способ построения теории железобетона позволяет следовать нормативу (административный ресурс), и избавиться от трудностей учета упругопластической стадии работы конструкции, в том числе в задачах ползучести. Экономичность и надежность конструкций отодвигаются на задний план.

Многочисленные и основательные экспериментальные данные авторитетных ученых о нелинейной мгновенной диаграмме с ниспадающим участком игнорируются; появляется ошибочное утверждение об "экспериментально обоснованных" мгновенных упругих свойствах бетона: "в экспериментах мгновенные деформации бетона даже при высоких уровнях загружения линейно зависят от напряжений" (1952 г.); "мгновенные деформации линейно связаны с напряжениями и соответственно модуль упруго-мгновенных деформаций не зависит от значения и знака напряжений" (1976 г.); "в результате ряда экспериментальных исследований установлено, что упругомгновенные деформации остаются пропорциональными напряжениям вплоть до значений, почти соответствующих пределам прочности R" (1983 г.); также 2014 г.

4. В рамках требований Еврокода 2 к диаграмме мгновенного деформирования бетона (рис. 1), следует признать ошибкой теории ползучести изъятие пластической деформации $\varepsilon_{н}$ из общей величины мгновенной деформации $\varepsilon_{м}$ и перевод ее в разряд деформации ползучести $\varepsilon_{п}(t)$: пластическая деформация $\varepsilon_{н}$ развивается около 1-2 мин (Александровский, Базант), а деформация ползучести $\varepsilon_{п}(t)$ длится годами; скорость нарастания нелинейных деформаций до 2000 раз превышает скорость нарастания деформаций ползучести (в 1 сутки); скорость и время роста упругих $\varepsilon_{л}$ и нелинейных деформаций $\varepsilon_{н}$ имеют один порядок; ошибкой является разъединение этих деформаций путем разделения общей величины $\varepsilon_{м}$ в нарушение правил Еврокода 2.

Пластическая мгновенная деформация $\varepsilon_{н}$ наделена наименованием быстронатекающей ползучести; суммарная деформация обычной $\varepsilon_{п}(t)$ и быстронатекающей ползучести $\varepsilon_{н}$ разыскивается с помощью меры ползучести

$$C(t,\tau) = C_{оп}(t,\tau) + C_{бп}(t,\tau), \tag{5}$$

представленной в виде двух функций для обычной и для быстронатекающей ползучести. Таким приемом искусственно создаются ненужные математические сложности, и возникает нарушение фундаментального в механике принципа независимости действия сил (подробнее в п.5); также в расчетах конструкций возникают нелепые результаты.

Математические сложности состоят в необходимости построения ненужного интеграла

$$\varepsilon_{\text{н}}(t) = \int_{\tau_1}^{t} \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} C_{бп}(t,\tau), \tag{6}$$

тогда как $\varepsilon_{\text{н}}$ легко находится из формулы Сарджина, других уравнений, описывающих мгновенные диаграммы, например, из параболы Эмпергера $\varepsilon_{н} = B_2\sigma^2$, либо из зависимости, предложенной НИИЖБ

$$\varepsilon_{н} = \frac{\sigma^4}{ER_{\text{пр}}^3}\left(0{,}1 + \frac{24}{2 + R_{\text{пр}}}\right). \tag{7}$$

Сравнивая (6) и (7) между собой, видим ошибочность интегральной формы (6), предназначенной для отыскания быстронатекающей ползучести, ее надуманность.

Приведем поучительный пример, показывающий нелепость результатов, полученных с помощью быстронатекающих деформаций ползучести. Рассмотрим продольный изгиб сжатой стойки в промежутке одних суток после загружения, когда успевает проявиться, в основном, быстронатекающая ползучесть. Длительная критическая сила в соответствии с (6) и известными решениями Ржаницына, Работнова, Шестерикова, Прокоповича, равна $P_{\text{д}} = \pi^2 HI/e^2$, где $H = \dfrac{E}{1+\varphi_{\text{бн}}}$, где $\varphi_{\text{бн}}$ – характеристика быстронатекающей ползучести. Эта критическая сила устремляется по величине к бесконечности при длине $l \to 0$, что отвергается и экспериментами, и здравым смыслом.

Если же мгновенные нелинейные деформации не присовокуплять к деформациям ползучести, то имеем касательно-модульную (либо приведенно-модульную) критическую силу с конечной величиной при $l \to 0$. Этот результат в нормах железобетона известен давно после экспериментальных и теоретических работ *L. Baes* 1927 г., внедренных в нормы ряда стран.

Обратим внимание, что переименование пластических деформаций $\varepsilon_{\text{н}}$ (рис. 1) и деформаций ползучести $\varepsilon_{\text{п}}(t)$ и их однообразное математическое описание

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} - \int_{\tau_1}^{t} \frac{\sigma(u)}{E(u)} L_E(t,u)du. \tag{8}$$

в записи функции $L_E(t,u)$ приводит к искажению результатов экспериментальных исследований по проблемам ползучести бетона во всех странах мира (см. указанный выше Том 7 "Пленарные доклады", стр. 324-350). Вследствие такого перемешивания деформации ползучести ошибочно приобретают начальные "вертикальные отрезки", искажающие значения деформаций ползучести (до 50%), отвлекающие исследователей ползучести бетона и вводящие специалистов по теории железобетона в заблуждение.

Ошибочное предположение о "быстронатекающей ползучести" и "вертикальных отрезках" сильно исказило направление развития теории ползучести железобетона. Внедрение этого предположения в нормы наносит вред железобетонному строительству.

5. Запись меры ползучести бетона в виде суммы зависимостей (5) приводит не только к математическому усложнению теории ползучести, но и к нарушению принципа независимости действия сил механики Ньютона.

Для наглядности рассмотрим простой и поучительный случай. Меру ползучести (5) запишем в виде, предложенном Александровским С.В. (в его обозначениях)

$$C(t,\tau)=A_3\left[1-e^{-\gamma(t-\tau)}\right]+A_4\left[1-e^{-\alpha(t-\tau)}\right], \qquad (9)$$

где $A_3=\psi(\infty)=const$; $A_4=\Delta(\infty)=const$; $\alpha \gg \gamma > 0$.

"Наличие второго слагаемого в формуле ... обеспечивает начальный крутой подъем кривых ползучести при малых t-τ".

Дифференцируем с учетом (9) два раза по t интегральное уравнение (8), получаем соответствующее ему дифференциальное уравнение (E = const) второго порядка:

$$\ddot{\varepsilon}E+(\gamma+\alpha)E\dot{\varepsilon}+\gamma\alpha E\varepsilon=\ddot{\sigma}+[(\gamma+\alpha)+EA_3\gamma+EA_4\alpha]\dot{\sigma}+[1+EA_3+EA_4]\gamma\alpha\sigma. \qquad (10)$$

Из этого уравнения видно, что в нем имеется сила, пропорциональная ускорению:

$$\sigma=\frac{E}{(1+EA_3+EA_4)\gamma\alpha}\ddot{\varepsilon}(t). \qquad (11)$$

Остальные силы, пропорциональные $\varepsilon, \dot{\varepsilon}, \dot{\sigma}, \ddot{\sigma}$, роли не играют.

В механике Ньютона наличие сил, пропорциональных ускорению $\ddot{\varepsilon}$, свидетельствует о нарушении принципа независимости действия сил, и о невозможности использования выражения (9) для меры ползучести бетона в практических задачах, при переменных силах σ(t). К такому же результату мы придем, если воспользуемся многими другими формулами для описания меры ползучести в виде двух и большего числа слагаемых (Яшин, Мак-Генри, Прокопович, Улицкий и др.). При нелинейной ползучести сила, пропорциональная ускорению, равна

$$\sigma=\frac{E}{\ddot{f}(\mu)+[(\gamma+\alpha)+EA_3\gamma+EA_4\gamma]\dot{f}(\mu)+(1+EA_3+EA_4)\gamma\alpha f(\mu)}\ddot{\varepsilon}(t), \qquad (12)$$

где $f(\mu)$ – функция нелинейной ползучести.

6. В ряде работ последних лет, посвященных ползучести бетона, используется идея двух тождественных нелинейных функций, одинаково описывающих мгновенную нелинейность бетона его нелинейную ползучесть. Эта идея усматривается из нелинейной вязкоупругой среды Москвитина В.В., который использует обращение уравнения Работнова Ю.Н. и изменяет структуру функции φ(ε); он записывает разрешающее уравнение в виде

$$\sigma(t)=E\left[f(\varepsilon_i)\varepsilon(t)-\int_{t_0}^{t} f(\varepsilon_i)\varepsilon(\tau)R_1(t,\tau)d\tau\right], \qquad (13)$$

"где $f(\varepsilon_i)$ – универсальная функция, описывающая физическую нелинейность. Функция нелинейности $f(\varepsilon_i)$ определяется по экспериментальным кривым ползучести. Так как в каждый момент времени известны интенсивность деформации $\varepsilon_i(t)$ и функция нелинейности $f(t)$, то можно построить экспериментальную кривую $f \leftrightarrow \varepsilon_i$, сопоставляя соответствующие значения для одного и того же t. После этого определяются константы в принятой формуле для функции нелинейности".

В работах по теории ползучести бетона, обсуждаемых ниже, "универсальная функция" принята зависящей от мгновенных деформаций бетона. Полученная таким способом теория ползучести бетона точно учитывает мгновенные деформации и ошибочно завышает величины деформаций ползучести.

Для проведения анализа воспользуемся нашим предложением [8] по построению уравнения теории ползучести

$$\varepsilon(t) = f_2[\sigma(t)] + \int_{t_0}^{t} f_1[\varepsilon_{\text{м}}(\tau)]K(t,\tau)d\tau, \qquad (14)$$

где f_1 и f_2 – прямая и обратная функции мгновенной нелинейности бетона; при учете нелинейной ползучести функция f_1 несколько реконструируется.

Диаграмму мгновенного деформирования бетона запишем в виде частного случая квадратной параболы из Еврокода 2:

$$\sigma = \varepsilon_{\text{м}}(t)\left[E(t) - \frac{R_{\text{в}}(t)}{\varepsilon_{\text{в}0}}\varepsilon_{\text{м}}(t)\right]. \qquad (15)$$

Подставим (15) в (14), имеем:

$$\varepsilon(t) = f_2\left[\varepsilon_{\text{м}}(t)E(t) - \frac{R_{\text{в}}(t)}{\varepsilon_{\text{в}0}}\varepsilon_{\text{м}}^2(t)\right] + \int_{t0}^{t}\left[\varepsilon_{\text{м}}(\tau)E(\tau) - \frac{R_{\text{в}}(\tau)}{\varepsilon_{\text{в}0}}\varepsilon_{\text{м}}^2(\tau)\right]K(t,\tau)d\tau.$$

Отбросим в качестве упрощения второе слагаемое в интегральном члене, получим уравнение с двумя тождественными функциями

$$\varepsilon(t) = f_2\left[\varepsilon_{\text{м}}(t)E(t) - \frac{R_{\text{в}}(t)}{\varepsilon_{\text{в}0}}\varepsilon_{\text{м}}^2(t)\right] + \int_{t0}^{t} E(\tau) f_2\left[\varepsilon_{\text{м}}(\tau)E(\tau) - \frac{R_{\text{в}}(\tau)}{\varepsilon_{\text{в}0}}\varepsilon_{\text{м}}^2(\tau)\right]K(t,\tau)d\tau. \qquad (16)$$

Уравнению (16) соответствуют две точки M и 2 на рисунке 1. Первое слагаемое в (16) определяет мгновенную деформацию, соответствующую точке M на реальной диаграмме Еврокода с реальным напряжением σ. Второе (интегральное) слагаемое в (16) определяет деформацию ползучести $\varepsilon_{\text{п}}(t)$, соответствующую фиктивному напряжению $\sigma_{\text{ф}}$ (рис. 1) из закона Гука; в нашем случае применения диаграммы мгновенного деформирования бетона (15) величина фиктивного напряжения $\sigma_{\text{ф}}$ (вызывающего ползучесть) может до двух раз (в левой части диаграммы Еврокода) превышать величину реального напряжения σ (правая часть). Это превышение приводит к значительной ошибке в определяемом значении деформации ползучести.

7. Некоторые известные записывают уравнение ползучести бетона в виде

$$\varepsilon(t,t_0) = S_0[\sigma(t)]\left\{\sigma(t)\left[\frac{1}{E^M(t)} + C_0^*(t,t_0) - \int_{t0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}C_0^*(t,\tau)d\tau\right]\right\}, \qquad (17)$$

где $C_0^*(t,t_0)$ – мера ползучести Александровского С.В. Эти ученые заявляют, что наличие функции $S_0[\sigma(t)]$ согласуется с предположением Работнова Ю.Н.

$$\varphi[\varepsilon(t)] = \frac{\sigma(t)}{E} + \int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)K(t,\tau)d\tau, \qquad (18)$$

где $\varphi[\varepsilon(t)]$ – неизвестная нелинейная функция.

Следует обратить внимание на неопределенность нахождения функции $S_0[\sigma(t)]$. Для иллюстрации сказанного сравним сначала уравнения (14) и (18), вычитая одно из другого при одинаковых ядрах, получим

$$\varphi[\varepsilon(t)] - \varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E} - f_2[\sigma(t)]. \qquad (19)$$

Запишем мгновенную деформацию $f_2[\sigma(t)]$ в виде квадратной параболы

$$f_2[\sigma(t)]=\frac{\sigma(t)}{E}+B_2\sigma^2(t),$$

которую учтем в (19). Получаем

$$\varphi[\varepsilon(t)]=\varepsilon(t)-B_2\sigma^2(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon_{\text{н}}(t)=\varepsilon(t)-B_2\left[E\varepsilon_{\text{м}}(t)-A_1\varepsilon_{\text{м}}^2(t)\right]^2, \quad (20)$$

где $\varepsilon_{\text{н}}(t)$ – нелинейная часть мгновенной деформации, рис. 1.

Заметим, что функция $\varphi[\varepsilon(t)]$ в (18) на самом деле оказывается зависящей от двух переменных $\varphi[\varepsilon(t),\sigma(t)]$, либо $\varphi[\varepsilon(t),\varepsilon_{\text{н}}(t)]$, либо $\varphi[\varepsilon(t),\varepsilon_{\text{м}}(t)]$. От одной переменной она будет зависеть в частном случае рассмотрения мгновенной деформации

$$\varphi[\varepsilon_{\text{М}}(t)]=\varepsilon-\varepsilon_{\text{Н}}=\varepsilon_{м}(t)-\frac{A_1(t)}{E}\varepsilon_{\text{М}}^2(t).$$

Используя обращение уравнения Работнова Ю.Н., Москвитин В.В. одновременно усложняет структуру функции φ, записывая ее в виде произведения

$$\varphi=f[\varepsilon_i(t)]\varepsilon(t),$$

универсальной функции, зависящей от интенсивности деформаций и полной деформации.

Если учесть нелинейную ползучесть с помощью подходящего интеграла, например,

$$I_{\text{Н}}=\int\limits_{\tau_1}^{t}\sigma(\tau)F_1[\sigma(\tau)]K_1(t,\tau)\tau, \quad (21)$$

то нелинейная функция φ(ε) должна быть найдена следующим образом

$$\varphi=\varepsilon(t)-B_2\sigma^2(t)-I_{\text{н}}.$$

Для формулы Москвитина В.В. с учетом нелинейной ползучести "универсальная функция" должна соответствовать выражению:

$$f[\varepsilon_i(t)]=1-\frac{1}{\varepsilon(t)}B_2\sigma^2(t)-\frac{1}{\varepsilon(t)}I_{\text{Н}};$$

без учета нелинейной ползучести:

$$f[\varepsilon_i(t)]=1-\frac{1}{\varepsilon(t)}B_2\sigma^2(t).$$

В противном случае значение полной деформации бетона ε(t), найденное из (13), либо из (18), является весьма приближенным.

Возвращаясь к предложенному уравнению ползучести бетона (17), получим значение функции φ:

$$\varphi=\frac{\varepsilon(t,t_0)}{S_0[\sigma(t)]},$$

которую приравняем к действительному значению φ из (21); получаем требуемое значение функции $S_0[\varepsilon(t),\sigma(t)]$ для уравнения ползучести (17):

$$S_0[\varepsilon(t),\sigma(t)]=\varepsilon(t)\frac{1}{\varepsilon(t)-B_2\sigma^2(t)}.$$

Предположение о том, что $S_0[\sigma(t)]$ является функцией от σ(t), является неверным.

8. Практически во всех работах по теории ползучести бетона используется ошибочное правило вычисления ядра интегрального уравнения

$$K(t,\tau)=\frac{\partial}{\partial\tau}\delta(t,\tau),\ \text{где}\ \delta(t,\tau)=\frac{1}{E(\tau)}+C(t,\tau).$$

В нашей статье [8] показано, что это правило дает ошибку. Ко второму слагаемому оно применимо только для случая использования разностных ядер; для стареющего бетона ядро $\frac{\partial}{\partial\tau}C(t,\tau)$ является неверным. Если эту ошибку устранить, сохранив для сравнения остальные предложения теории Арутюняна Н.Х. (мгновенную упругость, функцию меры ползучести, функцию нелинейной ползучести), то уравнения (1), (2) дают те же результаты, что и общая теория ползучести, если в нее ввести отмеченные предположения Арутюняна Н.Х. Однако, при этом соответствующее дифференциальное уравнение ползучести упрощается и имеет первый порядок в отличие от второго порядка дифференциального уравнения Арутюняна Н.Х.

9. Разрабатываемые ныне уравнения ползучести бетона не учитывают инерционные свойства бетона; в общей механике такие уравнения называются вырожденными. Вырожденными также являются уравнения линейной ползучести бетона (1) по отношению к уравнениям нелинейной ползучести (2). Вырожденной является теория старения бетона по отношению к теории упругой наследственности, также теория Фойгта.

В соответствии с данными [7], запишем полное невырожденное уравнение теории упругой наследственности бетона в общем виде

$$m\ddot{\varepsilon}+a_1\dot{\varepsilon}+a\varepsilon=m\ddot{\sigma}+b_1\dot{\sigma}+b\sigma\,, \tag{22}$$

где m – погонная масса бетона; a, a_1, b, b_1 – известные коэффициенты.

Также теорию упругой наследственности (Больцман, Вольтерра, Ржаницын, Ишлинский, Работнов, Розовский, Молместер и др.), не учитывающую инерционные свойства, запишем в вырожденном виде:

$$0+a_1\dot{\varepsilon}+a\varepsilon=0+b_1\dot{\sigma}+b\sigma\,. \tag{23}$$

Здесь, например, $a/b=H$ – длительный модуль деформации.

Также вырожденный вид имеет уравнение теории старения бетона (Дишингер, Уитни, Бовин, Буданов, Столяров, Улицкий, Барашиков, Кизирия, Голышев, Лившиц, Яценко и др.):

$$0+a_1\dot{\varepsilon}+0=0+b_1\dot{\sigma}+b\sigma\,. \tag{24}$$

Уравнение теории старения бетона (24) является вырожденным по отношению к уравнению (23), так как в нем в левой части отсутствует последнее слагаемое.

Следует напомнить, что в частных задачах расчета некоторых конструкций теория старения бетона дает положительные результаты (Второе всесоюзное совещание по проблемам ползучести и усадки бетона): мост через р. Куру в Тбилиси; путепроводы на автостраде Киев-Борисполь; пролетное строение через р. Сок на автомобильной дороге Куйбышев-Тольятти; мост через р. Днестр и др. Однако, в целом ряде классических задач теория старения вследствие вырожденности дает грубые ошибки. Например, рисунок 2, теория упругой наследственности (невырожденная по отношению к теории старения) позволяет найти значения длительной критической силы колонн (Ржаницын, Работнов, Шестериков, Бунятян):

$$P_{\text{дл}}=\frac{\pi^2 EI}{l^2}\frac{1}{1+\varphi_\infty}\,,$$

где φ_∞ – предельная характеристика бетона на сжатие, которая характеризуется линией 2.

У колонн, удовлетворяющих теории старения, длительной критической силы нет; оно дает только мгновенную критическую силу, характеризуемую на рис. 2 линией 1; у колонн, использующих вырожденную модель Фойгта, нет кратковременной критической силы. Учитывая, что Еврокод дает значение φ_∞ от 1 до 5, то значения $P_{м}$ и $P_{дл}$ отличаются друг от друга во много раз вследствие вырожденности уравнения (24) по отношению к уравнению (23).

В случае учета нелинейной ползучести (уравнение (2)) длительная критическая сила (Прокопович, Линник и др.) для теории упругой нелинейной наследственности равна

$$P_{дл}^{н} = \frac{\sqrt{(1+\varphi_\infty)^2 + 4P_{м}\beta'\varphi_\infty}}{2\beta'\varphi_\infty} - \frac{1+\varphi_\infty}{2\beta'\varphi_\infty},$$

что характеризуется на рис. 2 линией 3.

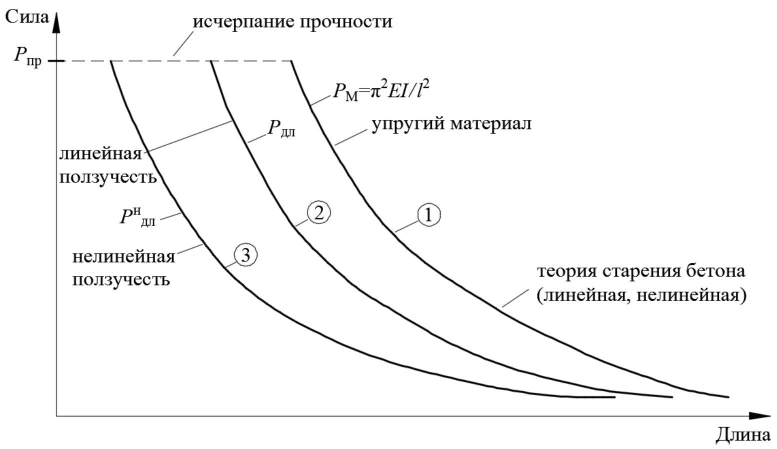

Рисунок 2. Зависимость "критическая сила-длина"

Приведенные примеры показывают, что ошибки в расчетах железобетонных конструкций, обусловленные использованием вырожденных моделей ползучести бетона, можно выявить только рассматривая определенные классы задач (например, сжатые конструкции), весьма значимые для построения нормативных методов расчета. Таким образом, пренебрежение теорией нелинейной ползучести бетона и использование в нормативных моделях только линейной теории ползучести бетона является ошибкой.

Таким же путем выявляются ошибки, обусловленные неучетом инерционных свойств бетона. Реальная железобетонная колонна, также удовлетворяющая уравнению (22), имеет в начальный момент загружения t_0 начальную скорость прогиба вследствие ползучести, равной нулю $\dot{f}(t_0)=0$. Однако, это очевидное условие нарушено в актуализированном нормативе 2013 г.

Нормативная модель о длительном продольном изгибе сжатой колонны обладает существенным дефектом безынерциальной теории ползучести, проявляющимся в мгновенных скачках скорости, приводящим к недоразумениям в экспериментах над сжатыми железобетонными колоннами.

Простейший случай загружения соответствует случаю нулевой начальной скорости середины колонны в инерционной модели при статическом загружении с заданным начальным прогибом середины: $f(0)\neq 0$; $\dot{f}(0)=0$. Однако, в случае безынерционной модели Ржаницына А.Р. (Бунятяна Л.Б., Орлова А.Н.) в начальный момент времени нулевая начальная скорость $\dot{f}(t_0)=0$ скачком преобразуется в конечную отрицательную начальную скорость $\dot{f}(t_0)<0$: проявляется действие (мифической) несуществующей ударной силы. А в случае безынерционной модели Работнова Ю.Н. и Шестерикова С.А. (также Прокоповича И.Е., Линника А.С.) той же самой колонны, нулевая начальная скорость скачком вырастает в положительную начальную скорость $\dot{f}(t_0)>0$: мифическая ударная сила теперь действует в прямо противоположном направлении, чем в случае колонны Ржаницына А.Р.

В приведенных случаях в колоннах Ржаницына А.Р. и Работнова Ю.Н. использовано одно и то же вырожденное уравнение ползучести (Кельвина); из-за вырожденности нарушается энергетический баланс: сам прогиб при скачке не изменяется, после скачка у колонны вдруг появляется кинетическая энергия, и начинается непрерывное изменение прогиба (при P=const).

10. Навязывание ошибочного теоретического понятия о быстронатекающей ползучести внесло разброд в результаты экспериментальных исследований по определению характеристики ползучести бетона φ_∞ и длительного модуля деформаций $E_{дл}$ в разных странах.

Версия административного ресурса, навязывающая линейную модель, гласит: "Под упруго-мгновенными следует понимать деформации, развивающиеся под действием статической нагрузки с весьма большой скоростью." Заметим, что скоростное загружение бетона – это самостоятельная научная проблема (в ней рассматривается другая диаграмма мгновенного загружения), не имеющая отношения к теории ползучести бетона (Попов, Забегаев, Майоров, Шарипов и др.). Однако, вопреки навязываемому, ряд экспериментаторов проводили свои исследования иначе, "когда загружение велось непрерывно, но сравнительно медленно, особенно до высоких напряжений."

Наконец, многие исследователи проводили загружение ступенями с выдержкой на каждой ступени в течении нескольких минут (≈4 мин.). Некоторые экспериментаторы считают, что продолжительность приложения нагрузки должна составлять 10-15 сек.; иные же указывают, что продолжительность приложения нагрузки в 60 сек. "считается мгновенной".

В зависимости от воли экспериментатора, характеристику ползучести определяли четырьмя способами:

$$\varphi_1=\frac{\varepsilon_н+\varepsilon_п}{\varepsilon_л};\ \varphi_2=\frac{\varepsilon_п}{\varepsilon_л};\ \varphi_3=\frac{\varepsilon_п}{\varepsilon_л+\varepsilon_н};\ \varphi_4=\frac{\varepsilon_н}{\varepsilon_л},$$

где $\varepsilon_н$ – деформация (упругопластическая) нелинейная; $\varepsilon_л$ – деформация линейная (упругая); $\varepsilon_п$ – деформация ползучести.

Для определенности, рассмотрим высокие уровни напряжений, близкие к предельной прочности бетона, при которых можно приблизительно (для анализа) принять деформации равными между собой $\varepsilon_л=\varepsilon_н=\varepsilon_п$. В этом случае имеем существенно отличные между собой значения характеристики ползучести: $\varphi_1=2$; $\varphi_2=1$; $\varphi_3=0{,}5$; $\varphi_4=1$,

различающиеся в четыре раза для одного и того же бетона, что недопустимо.

Указанное различие проявляется вследствие нарушения требований и правил Еврокода 2 в части, касающейся диаграммы мгновенного деформирования бетона по рис.1. Такие нарушения присущи нормам и проектам норм, указанным в списке литературы в конце данной статьи.

Длительный модуль деформаций, определяемый в нормах как секущий модуль при постоянном значении σ на основании уравнений линейной теории ползучести (1), (8), имеет вид

$$E_{\text{дл}} = \frac{E}{1+\varphi_\infty}, \qquad (25)$$

где E – начальный модуль упругости на мгновенной диаграмме.

Формула (25) игнорирует и нелинейную ползучесть бетона, и его мгновенную нелинейность. Александровский С.В. пишет о ползучести: "Нелинейность наблюдается даже при самых низких уровнях напряжений"; в его работах этот уровень равен $0{,}1R_{\text{пр}}$. Следовательно, (25) нельзя использовать в методе предельных состояний, рассматривающем большие напряжения в бетоне, доходящие до значений $R_{\text{пр}}$.

Если учитывать мгновенную нелинейность по Еврокоду 2 и мгновенную ползучесть по Арутюняну А.Х., то длительный модуль деформаций равен

$$E_{\text{дл}} = \frac{E}{1+\varphi_\infty(1+\beta\sigma)+B_2E\sigma}, \qquad (26)$$

что показывает ошибочность (25) даже при постоянных напряжениях σ. Уместно здесь напомнить важное мнение Арутюняна А.Х. об использовании модулей типа (25), (26): он "справедлив при постоянных напряжениях, однако часто некоторые авторы распространяют его на случай нагрузок, изменяющихся во времени. Такая ошибочная трактовка уравнения ... может привести к <u>ложным</u> результатам".

Например, некоторые авторы пытаются внедрить $E_{\text{дл}}$ с коэффициентом φ_4 в расчет упругопластических конструкций, что является достаточно грубой ошибкой (см. п.4) ввиду существенного отличия касательного модуля деформаций от секущего.

11. Правила Еврокодов и общей теории ползучести позволяют найти связь нелинейной меры ползучести $C_{\text{н}}$ с линейной мерой $C(t,\tau)$ и представить ее в виде, который не соответствует формуле (3)

$$C_{\text{н}} = \frac{1}{1-\frac{1}{\varphi(\tau)4R_{\text{пр}}}\{\varepsilon(\tau)-f_2[\sigma(\tau)]\}}C(t,\tau),$$

где $C(t,\tau)=\varphi(\tau)\left[1-e^{-\gamma(t-\tau)}\right]$ – мера ползучести Арутюняна А.Х.; $\varphi(\tau)$ – функция старения бетона; $\varepsilon(\tau)$ – полная деформация; $f_2[\sigma(\tau)]$ – мгновенная нелинейная деформация; $R_{\text{пр}}$ – призменная прочность бетона.

Само уравнение нелинейной ползучести существенно отличается от уравнения (2); в дифференциальной форме это уравнение содержит квадрат полной деформации $\varepsilon(t)$, квадрат нелинейной деформации $\varepsilon_{\text{м}}(t)$, а также произведение $\varepsilon(t)\cdot\varepsilon_{\text{м}}(t)$ этих деформаций, что не препятствует использованию этого уравнения в расчетах тех типов конструкций, которые включены в нормы. Метод расчета таких конструкций неоднократно представлен нами, например, в [8].

В заключении статьи отметим, что она подготовлена во исполнение пункта 3 Резолюции круглого стола, состоявшегося 09.06.2016 в Москве в РУДН по плану Евразийской ассоциации университетов, проведенного под руководством заведующего кафедрой прочности материалов и конструкций инженерного факультета РУДН д.т.н., проф. Кривошапко С.Н.

Авторы статьи не только выявили и проанализировали перечисленные выше ошибки, но и получили новые уравнения теории ползучести бетона, учитывающие мгновенную нелинейность, нелинейную ползучесть и инерционные свойтва. Эти данные опубликованы нами еще не полностью. Также нами разработаны методы теории расчета, позволяющие использовать эти новые уравнения для расчета тех железобетонных конструкций, которые являются основными нормативными моделями. Результаты исследования доводятся до графиков и таблиц, удобных для использования рядовыми проектировщиками; образцы таких таблиц и графиков приведены в Строительной газете №35 от 29 августа 2014 г. (соавторы Бондаренко В.М., Фёдоров В.С., Смотрыкин А.В.).

Л и т е р а т у р а

1. EN 1992-2 2004, Eurocode 2: Design of concrete structures.
2. Fib, Model Code for Concrete Structures 2010, Ernst & Sohn, 2013, 402 pp.
3. ACI 209.2R-08, Guide for Modeling an Calculation of Shrinkage and Creep in Hardened Concrete, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2008, 48 pp.
4. *Арутюнян Н.Х.* Некоторые вопросы теории ползучести. – М.-Л.: Гостехиздат, 1952. – 324 с.
5. *Москвитин В.В.* Сопротивление вязкоупругих материалов. – М.: Наука, 1972. – 327 с.
6. *Работнов Ю.Н.* Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука, 1988. – 712 с.
7. *Санжаровский Р.С., Манченко М.М.* Ошибки в теории ползучести железобетона и современные нормы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2016. – №3. – С. 24-32.
8. *Sanjarovsky R., Manchenko M.* Creep of concrete and its instantaneous nonlinearity of deformation in the structural calculations // Scientific Israel – Technological Advantages. 2015. Vol. 17. №1-2, pp. 180-187.

References

1. EN 1992-2 2004, Eurocode 2: Design of concrete structures.
2. Fib, Model Code for Concrete Structures 2010, Ernst & Sohn, 2013, 402 pp.
3. ACI 209.2R-08, Guide for Modeling an Calculation of Shrinkage and Creep in Hardened Concrete, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2008, 48 pp.
4. *Arutjunjan, N.* (1952). *Nekotorye Voprosy Teorii Polzuchesti*, M.-L.: Gostehizdat, 324 pp.
5. *Moskvitin, V.V.* (1972). *Soprotivlenie Vjazkouprugih Materialov*, M.: Nauka, 327 pp.
6. *Rabotnov, J.* (1988). *Mehanika Deformiruemogo Tverdogo Tela*, M.: Nauka, 712 p.
7. *Sanjarovsky, R., Manchenko, M.* (2016). Oshibki v teorii polzuchesti zhelezobetona i sovremennye normy, *Stroitel'naja Mehanika Inzhenernyh Konstrukcij i Sooruzhenij*, №3, p. 24-32.
8. *Sanjarovsky R., Manchenko M.* (2015). Creep of concrete and its instantaneous nonlinearity of deformation in the structural calculations, *Scientific Israel – Technological Advantages*, Vol. 17, №1-2, pp. 180-187.

NONLINEAR CREEP THEORY OF CONCRETE AND REINFORCED CONCRETE AND MODERN STANDARDS

R. SANJAROVSKY
L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan
M. MANCHENKO
Krylov State Research Centre, St. Petersburg, Russia

In the article, the theoretical analysis of the basic error inherent in the theory of calculation of non-linear creep of concrete is presented. The article is written in accordance with the recommendations of the scientific seminar held in RUDN University in the 9th June, 2016, under the leadership of Prof. S. Krivoshapko.

The necessity of a complete overhaul of modern standards of Russia and other countries on concrete creep is revealed.

KEY WORDS: theory for concrete creep, sustained resistance of the building structures, modern building regulations.