

Расчет составных конструкций

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ГИБКИХ СОСТАВНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ВЕТВЯЩЕГО ТИПА

Э.Я. ЕЛЕНИЦКИЙ, к.т.н., доцент

ООО «Глобалтэксинжиниринг»

443010, г. Самара, ул. Галактионовская, д.139, кв.4, elenit@list.ru

Предлагается эффективный алгоритм расчета стержневых систем и составных соосных оболочек вращения, для каждого участка которых используются точные аналитические решения соответствующих дифференциальных уравнений равновесия. Сопряжение частей конструкции ветвящегося типа производится автоматически с помощью математического аппарата теории графов. Неизвестными разрешающей системы алгебраических уравнений являются произвольные постоянные общего решения. Использование метода угловых смещений обеспечивает учет геометрической нелинейности задачи. Представлен численный пример расчета сильфонного компенсатора.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: составная оболочка, матрица инцидентий, матрица выделения связей, угловое смещение, линеаризация, сильфонный компенсатор

Существующее многообразие замкнутых решений для стержней, пластин и оболочек канонической формы оказывается мало востребованным при исследовании сложных составных конструкций, поскольку их моделирование осуществляется, как правило, на основе дискретных расчетных схем. В настоящей работе предложено аналитическое решение краевой задачи, допускающее применение процедур формирования граничных условий не только для систем последовательно соединенных элементов [1], но и для составных конструкций ветвящегося типа. Сопряжение частей конструкции производится с помощью теории графов, что позволяет автоматизировать процедуры формирования разрешающей системы алгебраических уравнений. При этом в отличие от работ автора [2,3,4], учитываются конструктивные особенности присоединения отдельных элементов к узлам сооружения. Полученная форма аналитического решения позволяет значительно снизить порядок разрешающей системы уравнений, одновременно сохраняя высокую точность результатов. Последнее обстоятельство особенно важно при тестировании приближенных инженерных методик [5]. В отличие от большинства исследований, применяющих для гибких систем нелинейные дифференциальные уравнения [6], в настоящей статье при учете больших перемещений используются линейные дифференциальные зависимости, соответствующие малым относительным деформациям конструкции [7].

Рассмотрим механическую систему указанного типа. Для ее тел будем использовать термин «элемент», а узловые линии и точечные узлы сокращенно называть «узлами» многосвязной конструкции. Выполним произвольную нумерацию элементов и узлов (рис.1а) и свяжем со срединной поверхностью каждого элемента ортогональную систему координат таким образом, чтобы сопряжение соседних элементов происходило по линиям $s=const$. Сформулируем последовательно краевую задачу для отдельного элемента и для составной конструкции.

Для элемента e с номерами узлов начального и конечного сечений j_{e0}, j_{e1} ($j_{e0} < j_{e1}$) в линейной постановке при действии нагрузки \vec{p}_e справедливы соотношения:

$$L[\vec{D}_e(s)] = \vec{p}_e(s), \quad (1)$$

$$c_{je}[h_{e\xi}\vec{f}_e(s_\xi) - \vec{f}_j^*] = 0, \quad c'_{je}[h_{e\xi}\vec{d}_e(s_\xi) - \vec{d}_j^*] = 0, \quad (j = j_{e0}; j_{e1}), \quad (2)$$

первое из которых представляет дифференциальные уравнения равновесия, второе и третье – статические и кинематические условия на границах $s=s_\xi$, где ξ принимает значения 0 и 1 для начального и конечного сечений элемента.

В равенствах (1), (2) обозначено: L – дифференциальный матричный оператор элемента конкретного типа; \vec{D}_e – вектор-функция независимых перемещений; \vec{d}_e, \vec{f}_e – вектор-функции перемещений и усилий в сечениях $s=s_\xi$; \vec{f}_j^*, \vec{d}_j^* – векторы заданных внешних статических и кинематических воздействий в узле j ; c_{je}, c'_{je} – матрицы, формирующие статические и кинематические краевые условия; $h_{e\xi}$ – матрицы преобразования векторов из локального в глобальный базис.

Приведенные в условиях (2) матрицы имеют следующую структуру:

$$\vec{d}_e = [u_{e1} \quad u_{e2} \quad \dots \quad u_{ek}]^T, \quad \vec{f}_e = [N_{e1} \quad N_{e2} \quad \dots \quad N_{ek}]^T, \quad (3)$$

$$\vec{d}_j^* = [u_{j1}^* \quad u_{j2}^* \quad \dots \quad u_{jk}^*]^T, \quad \vec{f}_j^* = [N_{j1}^* \quad N_{j2}^* \quad \dots \quad N_{jk}^*]^T, \quad (4)$$

$$c_{je} = \begin{bmatrix} g_{je1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & g_{je2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & g_{jek} \end{bmatrix}, \quad c'_{je} = \begin{bmatrix} g'_{je1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & g'_{je2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & g'_{jek} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где u_{ev}, N_{ev} – компоненты векторов соответственно перемещений и внутренних усилий для степени свободы v ($v = 1, 2, \dots, k$) в локальной системе отсчета; u_{jv}^*, N_{jv}^* – аналогичные компоненты кинематических и статических воздействий в узле j в глобальном базисе; k – число степеней свободы в сечении $s=const$.

Различные комбинации граничных условий обеспечиваются диагональными матрицами (5), элементы которых формируются по следующим правилам:

$$g_{jev} = \begin{cases} 1, & \text{если } N_{jv}^* = \oplus, \\ 0, & \text{если } N_{jv}^* = \otimes, \end{cases} \quad g'_{jev} = \begin{cases} 1, & \text{если } u_{jv}^* = \oplus, \\ 0, & \text{если } u_{jv}^* = \otimes. \end{cases} \quad (6)$$

Знак \otimes в равенствах (6) указывает, что для степени свободы v условие на границе $s=s_\xi$ не задано. Знак \oplus означает любое действительное число, включая 0.

Для корректного выполнения условий (2) необходимо соблюдать требования:

$$c_{je} + c'_{je} = E, \quad c_{je}c'_{je} = 0, \quad (7)$$

означающие, что для каждой степени свободы может быть задано одно и только одно граничное условие (здесь и далее E – единичная матрица соответствующей размерности). Таким образом, матрицы c_{je}, c'_{je} осуществляют выделение граничных условий в зависимости от имеющихся связей по концам элемента.

Для замкнутого решения необходимо, чтобы количество нетривиальных краевых условий (2) с учетом требований (7) равнялось $2k$. При этом число степеней свободы в сечениях $s=s_\xi$ для пространственно нагруженных стержней составляет $k=6$, для плоско деформируемых стержней и для осесимметричных оболочек вращения $k=3$. Условия (2) записаны в глобальной системе координат, однако они могут быть представлены в локальном базисе, если принять $h_{e\xi} = E$.

Далее рассмотрим систему из n элементов и m узлов. Крепление элемента к узлу выполняется с помощью внутренних связей. Внешние связи ограничивают перемещения узлов в пространстве. Узел без внешних связей называется свободным, а имеющий закрепления – несвободным. Узел, в котором сходится два элемента, называется простым, а соединяющий три и более элемента – сложным.

Если в узле j соединяются между собой несколько элементов, полагаем, что один из них (с меньшим номером α) является главным, а остальные – присоединенными. Закрепление несвободного в общем случае узла j допускает наличие

внешних воздействий, которые формально рассматриваются, как воздействия на главный элемент в примыкающем к узлу j сечении. Тогда, по аналогии с (2), имеем:

$$\sum_{e=1}^n h_{je\xi} \bar{f}_e(s_\xi) = c_{j\alpha} \bar{f}_j^*, \quad \sum_{e=1}^n h'_{je\xi} \bar{d}_e(s_\xi) = c'_{j\alpha} \bar{d}_j^*, \quad j=1,2,\dots,m, \quad (8)$$

$$h_{je\xi} = b_{je} c_{j\alpha} h_{e\xi}, \quad h'_{je\xi} = |b'_{je}| c'_{j\alpha} h_{e\xi}, \quad (9)$$

где матрицы $h_{je\xi}$, $h'_{je\xi}$ преобразовывают усилия и перемещения из локального в глобальный базис и одновременно осуществляют необходимую компоновку элементов и внешних связей в узле j .

Первое равенство (8) представляет уравнения равновесия в каждом узле сооружения, поскольку содержащиеся в этом выражении коэффициенты b_{je} обеспечивают суммирование усилий только тех элементов, которые примыкают к узлу j . Второе равенство (8) реализуют выполнение заданных кинематических условий с помощью ненулевых коэффициентов b'_{je} , позволяющих зафиксировать тот главный элемент α , к которому эти кинематические связи отнесены по условиям задачи. При этом коэффициенты b_{je} , b'_{je} назначаются по следующим правилам:

$$b_{je} = \begin{cases} 1, & \text{если } j_{e\xi} = j \cup \xi = 1, \\ -1, & \text{если } j_{e\xi} = j \cup \xi = 0, \\ 0, & \text{если } j_{e\xi} \neq j, \end{cases} \quad b'_{je} = \begin{cases} b_{ej}, & \text{если } e = \alpha, \\ 0, & \text{если } e \neq \alpha, \end{cases} \quad (10)$$

где знаки плюс и минус учитывают то, что вектора усилий концевых сечений элемента направлены противоположно; $j_{e\xi}$ – как и ранее, номера узлов элемента e .

Матрицы $c_{j\alpha}$, $c'_{j\alpha}$ в (8), (9) представляют матрицы выделения внешних связей, которые следует формировать по формулам (5), (6), (7).

Назначение коэффициентов b_{je} для любой конструкции легко реализуется с помощью матрицы инцидентий ориентированного графа B , число строк и число столбцов которой равно соответственно m , n . Любая j -ая строка при этом соответствует узлу j , а e -ый столбец – элементу e . Если e -ый элемент примыкает к узлам j_{e0} , j_{e1} ($j_{e0} < j_{e1}$), то в столбце e записываются только два ненулевых элемента: -1 располагается в строке j_{e0} и 1 – в строке j_{e1} .

Матрица $B' = [b'_{je}]$ формируется автоматически. Для этого в каждой строке матрицы B следует сохранить только первый слева ненулевой элемент, назначив остальным нулевые значения. Например, для конструкции на рис. 1а имеем:

$$B = [b_{je}] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B' = [b'_{je}] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Замечаем, что число α в соотношениях (8), (9) определяется автоматически, как номер единственного ненулевого элемента в строке j матрицы B' .

Помимо выполнения рассмотренных выше условий, относящихся к узлам сооружения, необходимо обеспечить совместность деформаций примыкающих к узлам элементов. С этой целью предварительно рассмотрим простой узел j , в котором сходятся два элемента – главный с номером α и присоединенный с номером β ($\alpha < \beta$). Без ограничения общности полагаем, что главный элемент прикреп-

ляется к узлу жестко, а присоединенный имеет возможность смещения по одной или нескольким степеням свободы. В этом случае справедливы равенства:

$$c''_{j\beta} h_{\beta\xi} \bar{f}_{\beta}(s_{\xi}) = 0, \quad c'''_{j\beta} [h_{\alpha\xi} \bar{d}_{\alpha}(s_{\xi}) - h_{\beta\xi} \bar{d}_{\beta}(s_{\xi})] = 0, \quad (12)$$

где $c''_{j\beta}$, $c'''_{j\beta}$ - матрицы выделения внутренних связей сооружения, реализующие выполнение заданных статических и кинематических условий прикрепления элементов к узлам конструкции.

Первая зависимость (12) устанавливает, по каким степеням свободы возможна податливость присоединенного элемента, а вторая обеспечивает совместность перемещений элементов простого узла в глобальных осях. Предпочтительным является задание связей, прикрепляющих элемент к узлу в системе отсчета, связанной с самим элементом. В локальном базисе элемента β равенства (12) принимают вид:

$$c''_{j\beta} \bar{f}_{\beta}(s_{\xi}) = 0, \quad c'''_{j\beta} [h_{\beta\xi} \bar{d}_{\beta}(s_{\xi}) - \bar{d}_{\beta}(s_{\xi})] = 0. \quad (13)$$

В этом случае матрицы $c''_{j\beta}$, $c'''_{j\beta}$ осуществляют выделение краевых условий в системе координат элемента β . Эти матрицы имеют структуру, аналогичную (5) и содержат на главной диагонали числовые значения g''_{jev} , g'''_{jev} , которые для произвольной строки v ($v=1, 2, \dots, k$) формируются по правилам:

$$g''_{jev} = \begin{cases} 1, & \text{если } N_{ev}(s_{\xi}) = 0, \\ 0, & \text{если } N_{ev}(s_{\xi}) = \otimes, \end{cases} \quad g'''_{jev} = \begin{cases} 1, & \text{если } u_{ev}(s_{\xi}) = 0, \\ 0, & \text{если } u_{ev}(s_{\xi}) = \otimes, \end{cases} \quad (14)$$

причем, для $c''_{j\beta}$, $c'''_{j\beta}$ должны выполняться требования, аналогичные (7).

Формулы (13) получены для простого узла системы. Сложный узел кинематически можно представить, как набор простых узлов, если образовать пары из первого и второго, первого и третьего и так далее элементов. Совместность перемещений в таких парах автоматически обеспечивает совместность перемещений в узле конструкции. При этом в качестве первого (главного) элемента сложного узла принимается элемент с меньшим номером. Процедура замены сложных узлов на наборы простых узлов реализуется с помощью матрицы B . Вершины соответствующего этой матрице орграфа могут иметь различные степени (степенью вершины называется число элементов, примыкающих к данной вершине). Образует на базе исходного орграфа новый орграф, степень любой из вершин которого равна двум. Этому графу будет соответствовать матрица инцидентий B''' , полученная по следующему правилу: строки матрицы B , содержащие по одному ненулевому элементу должны быть удалены, а содержащие более двух ненулевых элементов разложены на строки, содержащие пары ненулевых элементов. Например, для первой матрицы (11), преобразование третьей строки имеет вид:

$$[1 \quad 0 \quad -1 \quad -1 \quad 0] \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

С целью идентификации присоединенных элементов для каждого простого узла системы введем вспомогательную матрицу B'' , в процессе формирования которой в каждой строке матрицы B''' следует сохранить только первый справа ненулевой элемент, назначив остальным элементам строки нулевые значения.

Ниже приведены примеры получения матриц B'' , B''' из первой матрицы (11):

$$B''' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B'' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Наличие матриц $B'' = [b''_{je}]$, $B''' = [b'''_{je}]$ позволяет унифицировать запись соотношений (13) и представить их в следующем виде:

$$\sum_{e=1}^n h''_{je\xi} \bar{f}_e(s_\xi) = 0, \quad \sum_{e=1}^n h'''_{je\xi} \bar{d}_e(s_\xi) = 0, \quad j=1, 2, \dots, m_1, \quad (17)$$

$$h''_{je\xi} = b''_{je} c''_{j\beta}, \quad h'''_{je\xi} = \pm |b'''_{je}| c'''_{j\beta} h_{\beta\xi}^{-1} h_{e\xi}. \quad (18)$$

Здесь матрицы (18) обеспечивают компоновку элементов и внутренних связей в узле j . Число β определяется автоматически, как номер столбца единственного ненулевого элемента в строке j матрицы B'' , а знаки плюс и минус во втором выражении (18) соответствуют первому и второму ненулевому слагаемому.

Максимальное значение индекса j в формулах (17), (18), представляющее общее число простых узлов, определяется по формулам:

$$m_1 = \sum_{j=1}^m (z_j - 1) = Z - m = 2n - m, \quad Z = \sum_{j=1}^m z_j, \quad (19)$$

где z_j – количество соединяемых в узле j элементов; Z – общее число таких примыканий, составляющее $Z=2n$, поскольку каждый элемент присоединяется одновременно к двум узлам.

Соотношения (8), (17) автоматически формируют систему граничных условий для составной конструкции. Если обозначить: K_1 – суммарное количество условий (8), K_2 – суммарное количество условий (17), то $K_1=km$, $K_2=km_1$. Тогда общее количество краевых условий с учетом первой формулы (19) составляет $K_s=K_1+K_2=2kn$, то есть равно суммарному порядку высших производных уравнений (1). Следовательно, получаемая краевая задача является замкнутой.

Полагаем, что линейное решение уравнений (1) известно [8]. В геометрически нелинейной постановке воспользуемся методом углового смещения [7] и представим интегралы дифференциальных уравнений в виде:

$$\bar{d}_{ei}(s) = a_{dei}(s) \bar{C}_{ei} + \bar{d}_{pei}(s) + \bar{\Delta}_{ei}(s), \quad \bar{f}_{ei}(s) = a_{fei}(s) \bar{C}_{ei} + \bar{f}_{pei}(s). \quad (20)$$

Здесь для i -ой итерации в элементе e : a_{dei} , a_{fei} – матрицы фундаментальных решений для перемещений и усилий; \bar{d}_{pei} , \bar{f}_{pei} – частные интегралы, соответствующие нагрузкам \bar{p}_e ; \bar{C}_{ei} – вектор-столбцы произвольных постоянных общего решения; $\bar{\Delta}_{ei}$ – матрицы, имеющие следующую структуру:

$$\bar{\Delta}_{ei}(s) = [(s - s_{e0})(1 - \cos \varphi_{ei}) \quad 0 \quad (\varphi_{ei} - \sin \varphi_{ei})]^T, \quad (21)$$

где s_{e0} – координата начального сечения для оболочек и пластин с центральным отверстием; φ_{ei} – угловые смещения прямолинейной образующей элемента. В случае линейного расчета $\varphi_{ei}=0$ и необходимость применения итераций отпадает.

Подстановка выражений (20) в граничные условия (8), (17) формирует замкнутую неоднородную систему алгебраических уравнений с неизвестными \bar{C}_{ei} ($e=1, 2, \dots, n$). Линеаризация решения проводится методом Ньютона-Рафсона и производится до тех пор, пока изменения φ_{ei} не станут меньше заданной точности ε [7].

В качестве иллюстрации ниже приведены результаты расчета сильфонного компенсатора прямо-раздаточного устройства стальных резервуаров с двойной стенкой [9]. Эта конструкция образована из отдельных элементов-оболочек и предназначена для слива-налива жидких продуктов в условиях значительных взаимных перемещений внутренней A и внешней B стенок резервуара, возникающих вследствие действия давления p_0 (рис. 1, б, в). В расчетах использовались модуль упругости 206000 МПа и коэффициент Пуассона 0,3.

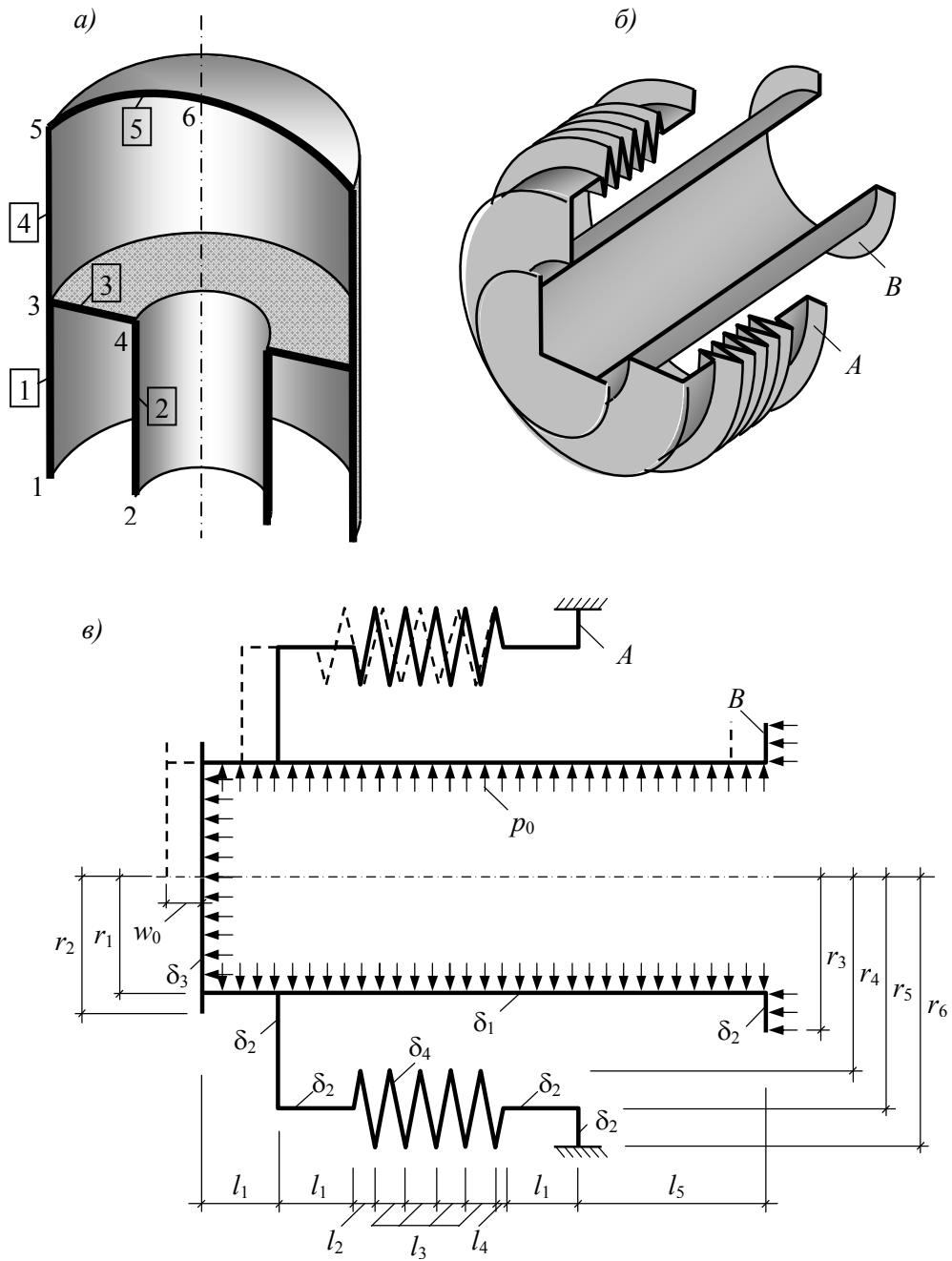


Рис. 1. Расчетные схемы составных оболочек

Расчетная схема конструкции характеризуется длинами участков l_μ , радиусами вращения r_μ и толщинами элементов δ_μ , приведенными на рис. 1, в, и в табл. 1.

Таблица 1

μ	$l_\mu, \text{м}$	$r_\mu, \text{м}$	$\delta_\mu, \text{мм}$
1	0,20	0,30	20
2	0,06	0,35	12
3	0,08	0,40	30
4	0,02	0,50	3
5	0,50	0,60	–
6	–	0,70	–

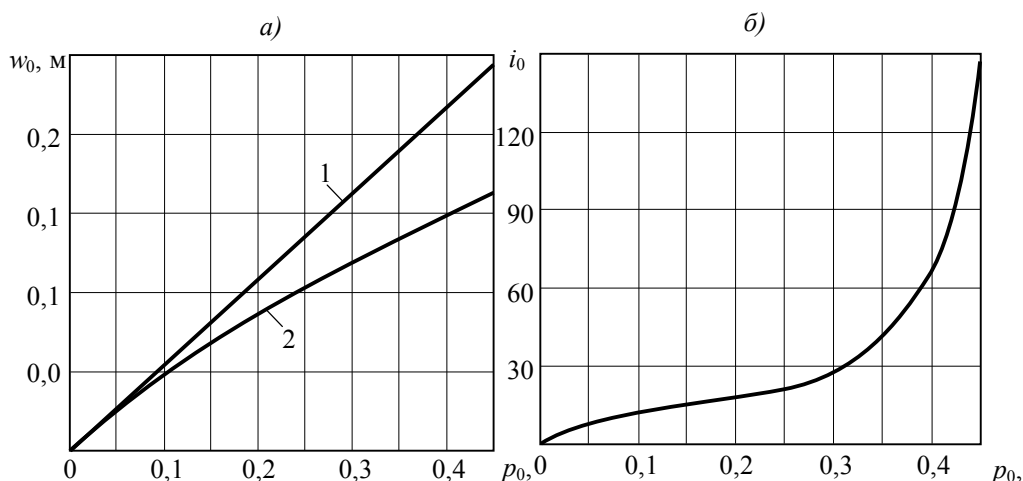


Рис.2. Результаты расчета сильфонного компенсатора

Разбивка расчетной схемы производилась на четыре элемента для конических оболочек и на один-два элемента для остальных участков. Использовалась модель Кирхгофа-Лява. Расчеты выполнены по представленным выше соотношениям с применением программы Mathcad и методом конечных элементов по программе ANSYS (Customer Number 449171).

На рис. 2, а приведены полученные по методике автора графики зависимости перемещений патрубка w_0 от давления p_0 . Установлено, что разница в результатах расчета по линейной теории (кривая 1) и по геометрически изменяемой схеме (кривая 2) составляет 14,1%, 31,3%, 50,4% при действии давления p_0 , соответственно равного 0,1 МПа, 0,25 МПа, 0,45 МПа. Расчет по деформированной схеме произведен для критерия сходимости итерационного процесса $\varepsilon = 0,001\%$. Количество итераций i_0 , обеспечивающих заданную точность, представлено на рис. 2,б. Форма графика указывает на существенный рост i_0 при $p_0 > 0,3$ МПа.

Результаты решения рассматриваемой задачи с помощью программы ANSYS содержится в таблице 2, где приведено сравнение перемещений w_0 (кривая 2, рис.2,а), полученных различными методами.

Таблица 2

p_0 , МПа	Перемещение w_0 , мм		Погрешность расчета, %
	по программе автора	по программе ANSYS	
0,05	25,319	25,364	0,177
0,15	67,865	67,925	0,088
0,25	103,56	103,57	0,007
0,35	134,77	134,68	0,061
0,45	162,76	162,53	0,136

Заключение

Матричная структура полученных соотношений позволяет автоматизировать процесс формирования и решения краевых задач для составных конструкций и разрабатывать высокоэффективные программы расчета стержневых систем и составных оболочек вращения сложной конфигурации.

Л и т е р а т у р а

1. Годунов С.К. Метод ортогональной прогонки для решения систем разностных уравнений // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 1962. Том 2. – №6. – С. 972-982.
2. Еленицкий Э.Я. Расчет свободных колебаний призматических систем с распределенными параметрами // Известия вузов. Строительство. – 1996. – №7. – С. 26-31.

3. Еленицкий Э.Я., Клюев А.Д. Расчет составных круговых оболочек вращения на вибрационные воздействия с учетом внутреннего трения // Известия вузов. Строительство. – 1999. – №1. – С. 19-26.
4. Еленицкий Э.Я. Динамический расчет составных оболочек вращения с распределенными параметрами // Актуальные проблемы исследования по теории сооружений. Сборник научных статей в двух частях ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко. Часть 2. – М.: ОАО «ЦПП». – 2009. – С. 54-59.
5. Еленицкий Э.Я. Расчет прочности стенки вертикальных цилиндрических стальных резервуаров большого объема // Строительная механика и расчет сооружений. – 2016. – №2. – С. 12-19.
6. Кармишин А.В., Лясковец В.А., Мяченков В.И., Фролов А.Н. Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций. – М.: Машиностроение, 1975. – 376 с.
7. Еленицкий Э.Я. Краевая задача для гибких осесимметрично нагруженных составных оболочек вращения и стержневых систем // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Физико-математические науки». – 2012. – №4. – С. 122-130.
8. Сеницкий Ю.Э., Еленицкий Э.Я. О физически непротиворечивой модели уточненной теории пластин и оболочек // Доклады АН. Т. 331. – 1993. – №5. – с.580-582.
9. B. Long, B. Garner. Guide to storage tanks and equipment. – London: Wiley, 2004. – 588 p.

References

1. Godunov, S.K. (1962). Metod ortogonalnoj progonki dlja reshenija sistem raznostnyh uravnenij, *J. vichysl. mathem. i mathem. phis.*, Vol. 2, № 6, p. 972-982.
2. Elenitskiy, E.Ya. (1996). Raschet svobodnyh kolebanij prizmaticheskikh sistem s raspredeleennyimi parametrami, *Izvestija vusov. Stroitelstvo*, № 7, p. 26-31.
3. Elenitskiy, E.Ya., Kluev, A.D. (1999). Raschet sostavnyh krugovyh obolochek vrashhenija na vibracionnye vozdeystvija s uchedom vnutrennego trenija, *Izvestija vusov. Stroitelstvo*, №1, p. 19-26.
4. Elenitskiy, E.Ya. (2009). Dinamicheskij raschet sostavnyh obolochek vrashhenija s raspredeleennyimi parametrami, *Aktualnye problemy issledovanija po teorii sooruzhenij: Sbornik nauchnyh statej v dvuh chastjah CNIISK im. V.A. Kucherenko, Chast 2*, Moscow: ОАО «СРР», p. 54-59.
5. Elenitskiy, E.Ya. (2016). Raschet prochnosti stenki vertikalnyh cilindricheskikh stalnyh rezervuarov bolshogo obhema, *Stroitel'naja mehanika i raschet sooruzhenij*, № 2, p. 12-19.
6. Karmishin, A.V., Ljaskovec, V.A., Mjachekov, V.I., Frolov, A.N. (1975). *Statika i Dinamika Tonkostennyh Obolochecnyh Konstrukcij*, Moscow: Mashinostroenie, 376 p.
7. Elenitskiy, E.Ya. (2012). Kraevaja zadacha dlja gibkikh osesimmetrichno nagruzhenykh sostavnyh obolochek vrashhenija i sterzhnevnykh system, *Vestn. Samarsk. gos. tehn. un-ta. Ser. Fiz.-mat. Nauki*, № 4, p. 122-63.
8. Senickij, Ju.E., Elenitsij, E.Ya. (1993). O fizicheski neprotivorechivoj modeli utocnnoj teorii plastin i obolochek, *Doklady AN*, Vol. 331, №5, p.580-582.
9. Long, B., Garner, B. (2004). Guide to storage tanks and equipment, London: Wiley, 588 p.

BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR BRANCHING TYPE FLEXIBLE COMPOUND STRUCTURES

E.Ya. Elenitskiy
LTD «Globaltanksengineering»

There is an efficient algorithm offered to calculate framing and compound coaxial shells of revolution, for each part of which accurate analytical solutions of corresponding differential equations of equilibrium are used. Conjunction of parts of branching type structure is performed automatically with the help of the graph theory mathematical tool. The unknowns of the resolving system of algebraic equations are the general solution arbitrary constants. Use of angular deflection method provides geometrical nonlinearity of the problem. The numerical example of calculation of the expansion bellows is presented.

KEY WORDS: compound shell, incidence matrix, matrix of extraction bracer, angular deflection, linearization, expansion bellows.