

РЕЗУЛЬТАТЫ РАЗЛИЧНЫХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ПОДЪЕМИСТОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ПАРАБОЛОИДА

О.О. АЛЁШИНА, магистр

Российский университет дружбы народов,

117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6.

В статье рассматриваются два метода расчета подъемистых гиперболических параболоидов: приближенный метод (расчет по приближенным аналитическим формулам) и расчет по теории предельного равновесия (СП 52-117-2008 «Железобетонные пространственные конструкции покрытий и перекрытий. Часть I. Методы расчета и конструирование»), приведены результаты расчетов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: оболочка, однолепестковый гиперболический параболоид.

Тонкостенные оболочки обладают многими преимуществами, в частности в работе участвует весь материал, израсходованный на создание покрытия. В этом заключается основное принципиальное отличие конструкций, решенных в виде тонкостенных оболочек, от тех, у которых ограждающие элементы сооружения воспринимают внешние нагрузки и вместе с собственным весом передают их на несущий каркас.

Покрытия в виде тонкостенных оболочек обладают еще одним ценным преимуществом. Собственный вес таких покрытий незначительно повышается при увеличении свободного пролета сооружения в отличие от других конструкций. Такие свойства позволяют отказаться от обычного использования в строительных конструкциях одних только прямолинейных элементов, и архитектурные объемы могут перекрываться легкими и экономичными тонкостенными, пространственными, криволинейными конструкциями.

Сегодня невозможно представить строительство и архитектуру без разнообразных оболочек и роль этих конструкций возрастает из года в год. Современное состояние строительной отрасли позволяет внедрять пространственные конструкции в практику строительства более широко.

В практике проектирования и строительства пространственных конструкций наряду с оболочками положительной и нулевой гауссовой кривизны применяются тонкостенные оболочки отрицательной гауссовой кривизны. Оболочки отрицательной гауссовой кривизны – наиболее распространенное решение, полученное в 30-х годах XX века - комбинации фрагментов поверхностей в виде гиперболического параболоида, которые сокращенно стали называть «гипарами».

Важным свойством гиперболического параболоида является линейчатость поверхности, в связи с этим оболочка легко армируется, возможно использование преднапряженной арматуры, оболочка поддается унификации. Гипары имеют повышенную устойчивость, что позволяет применять оболочки малой толщины. Покрытия в форме гипара обладают возможностями для создания условий естественного освещения, а внутреннее пространство характеризуется отличными акустическими свойствами. Легко решаются вопросы водоотвода и свободного сдувания снега, благодаря обтекаемой форме.

Особенностью работы гипаров является их распорность. Распоры появляются в направлении главных положительных кривизн, для их восприятия обычно применяют затяжки. Но есть и другие способы, с помощью которых можно избежать распор или уменьшить его величину. В этом направлении традиционные решения в виде сочлененных гипаров, в которых распор частично или полностью погашается. Поэтому в строительстве получили распространение как отдельно стоящие, так и сочлененные.

Оболочки в форме гипара применяют для покрытий, фундаментов, стен в различных сооружениях – общественных (универсальные залы, рынки, вокзалы, трибуны стадионов, рестораны), производственных (заводы, фабрики, гаражи, склады) и в малых архитектурных формах (павильоны, навесы, беседки). Размеры перекрываемого плана находятся в пределах от 10 до 70 м, достигая иногда 100 м.

Уравнение поверхности оболочки в системе координат xoy (линии главных кривизн поверхности направлены вдоль диагоналей основания) (рис. 1):

$$z = \frac{f}{ab} xy.$$

Коэффициенты квадратичных форм поверхности:

$$A^2 = E = 1 + f^2 \frac{y^2}{a^2 b^2}, \quad F = f^2 \frac{xy}{a^2 b^2},$$

$$B^2 = G = 1 + f^2 \frac{x^2}{a^2 b^2},$$

$$L = N = 0, \quad M = \frac{1}{\sqrt{A^2 B^2 - F^2}} \frac{f}{ab}.$$

Следовательно, криволинейные координаты x, y для гипаров - неортогональны ($F \neq 0$) и несопряжены ($M \neq 0$), что вызывает определенные трудности при расчете оболочек на прочность, $L = N = 0$ показывает, что криволинейная система x, y совпадает с прямыми образующими гипара, т.е. сеть задана в асимптотических линиях.

Угол между криволинейными координатными линиями поверхности:

$$\cos \chi = \frac{F}{AB} = \frac{f^2 xy}{a^2 b^2 \sqrt{(1 + f^2 \frac{x^2}{a^2 b^2})(1 + f^2 \frac{y^2}{a^2 b^2})}}.$$

Площадь поверхности:

$$\sigma = \iint \sqrt{A^2 B^2 - F^2} dx dy = \iint \sqrt{1 + \frac{f^2}{a^2 b^2} (x^2 + y^2)} dx dy.$$

Направление главных кривизн поверхности и осей координат не совпадают, т.е. $k_x \neq k_1$ и $k_y \neq k_2$. Кривизны поверхности вдоль осей ox и oy :

$$k_x = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{f}{ab} xy \right) = 0 \quad (\text{прямая линия}); \quad k_y = \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{f}{ab} xy \right) = 0 \quad (\text{прямая линия}).$$

Следовательно, поверхность ограничена прямыми.

При расчете подъемных гипаров с отношением $f/a \geq 1/5$ можно воспользоваться приближенным методом, так как для этого вида гипаров не применимы основные положения теории расчета пологих оболочек.

Гипары характеризуются усилиями постоянной величины $N_1 = N_2$, поэтому их можно рассматривать в двух направлениях как систему диагональных полос в виде арок шириной 1м, для которых известны значения пролета и стрелы подъема (провисания). Каждая полоса шарнирно опирается на бортовые элементы покрытия и равномерная нагрузка q распределяется поровну между направлениями кривизны (рис. 2).

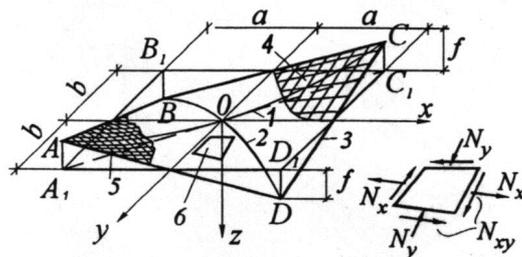


Рис. 1. Гипар на прямоугольном (квадратном) плане 1 – главная вогнутая парабола; 2- главная выпуклая парабола; 3 – прямолинейная образующая; 4 - прямые линии поверхности; 5 – кривые линии поверхности; 6 – единичный элемент оболочки

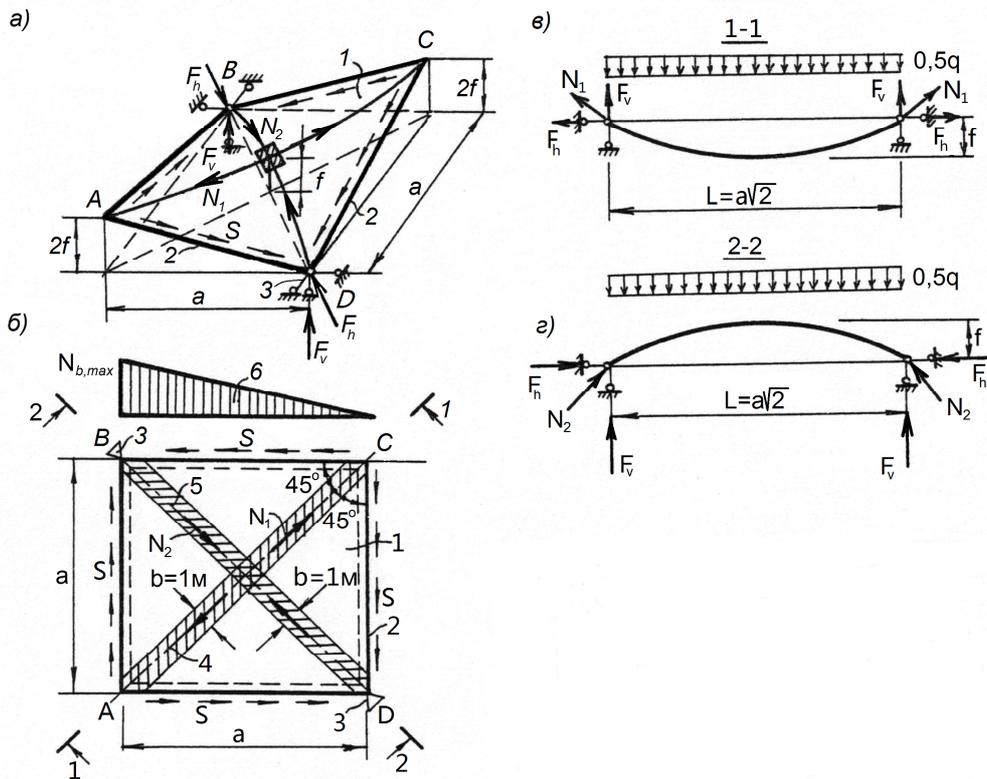


Рис. 2. Подъемистый гипар с прямолинейными краями
 а – общий вид и схема усилий; б – план; в, г – расчетные схемы;
 1 – оболочка; 2 – бортовая балка; 3 – опора; 4 – расчетная растянутая полоса;
 5 – расчетная сжатая полоса; 6- эпюра сжимающих усилий в бортовом элементе

Для квадратной в плане оболочки растягивающие усилия N_1 , сжимающие усилия N_2 и сдвигающие усилия S на контуре оболочки равны:

$$S = N_1 = -N_2 = \pm \frac{qa^2}{8f}.$$

В контурных элементах однолепестковых гипаров под действием сдвигающих усилий возникает сжатие, максимальное сжимающее усилие с учетом угла наклона к горизонтали определяется как сумма сдвигающих усилий по длине элемента:

$$N_b = \frac{Sa}{\cos \alpha}.$$

Вертикальная опорная реакция при опирании однолепесткового гипара на две опоры составляет:

$$F_v = \frac{qa^2}{2}.$$

Распор, направленный по опорной диагонали однолепесткового гипара, равен $F_h = 2Sa \cos 45^\circ$.

Выполнен расчет покрытия административного здания в виде однолепесткового гипара на квадратном плане, опертого по двум углам на фундаменты, соединенные подпольной затяжкой, (рис. 3, 4) по приближенным аналитическим формулам [1] и СП 52-117-2008 [3] с учетом действующих нормативных документов [4, 5].



Рис. 3. Административное здание.
Вид А.



Рис. 4. Административное здание.
Вид Б.

Геометрические параметры гипара: размер стороны основания в плане $a = 20$ м, стрела подъема центра оболочки $f = 5$ м, высота подъема углов $2f = 10$ м, толщина оболочки $\delta = 6$ см. Длина диагонали плана оболочки $l = a\sqrt{2} = 28,28$ м, угол наклона контурного ребра к горизонту $\alpha = 26^\circ 34'$ ($\operatorname{tg} \alpha = \frac{2f}{a} = 0,5$; $\cos \alpha = 0,894$), длина контурного ребра $l_r = \frac{a}{\cos \alpha} = 22,37$ м.

Оболочка выполняется из монолитного железобетона класса В30. Гипар армируется сеткой из арматуры класса В500, арматура контурных ребер и затяжки класса А500.

Место строительства – II район снеговой нагрузки.

В качестве покрытия оболочки используется седумный ковер.

Нагрузка на оболочку приведена в табл. 1.

Таблица 1

Наименование и подсчет нагрузок	Нормативная нагрузка, кН/м ²	Коэффициент надежности по нагрузке, γ_f	Расчетная нагрузка, кН/м ²
Постоянная нагрузка			
- Система озеленения «Скатная крыша» с дренажной решеткой Георастр для кровли с углом уклона до 35 градусов (с учетом водонасыщения)	1,550	1,3	2,015
- Гидроизоляция (ПВХ мембрана)	0,020	1,3	0,026
- Утеплитель (экструдированный пенополистирол) : $\delta = 0,1$ м и $\gamma = 0,35$ кН/м ³	0,035	1,2	0,042
- Цементно-песчаная затирка с внутренней стороны $\delta = 0,01$ м и $\gamma = 18$ кН/м ³	0,180	1,3	0,234
Итого: постоянная	1,785		2,317
Временная нагрузка			
- Снеговая* (II район)	0,840		1,200
Итого:	2,625		3,517

* - коэффициент c_e , учитывающий снос снега с покрытия под действием ветра, принят равным $c_e = 1$; термический коэффициент $c_t = 1$.

Расчеты по аналитическим приближенным формулам представлены в табл. 2, по СП 52-117-2008 – в табл. 3 (проверка несущей способности плиты оболочки), в табл. 4 (подбор сечения арматуры затяжки).

Таблица 2

Сеч. контурных балок Параметры	$bh = 0,2\text{ м} \cdot 0,4\text{ м}$	$bh = 0,2\text{ м} \cdot 0,5\text{ м}$	$bh = 0,25\text{ м} \cdot 0,5\text{ м}$
- собственный вес оболочки	$g = 1,780 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$	$g = 1,780 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$	$g = 1,780 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$
- равномерно распредел. нагрузка от веса контурных балок	$g_e = 0,660 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$	$g_e = 0,825 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$	$g_e = 1,031 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$
- полная нагрузка на оболочку	$q = 5,957 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$	$q = 6,122 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$	$q = 6,329 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$
- усилия	$N_1 = -N_2 = S = 59,574\text{кН}$	$N_1 = -N_2 = S = 61,224\text{кН}$	$N_1 = -N_2 = S = 63,287\text{кН}$
- сжимающее усилие в контурной балке	$N_b = 1332,12\text{кН}$	$N_b = 1369,01\text{кН}$	$N_b = 1415,13\text{кН}$
- армирование оболочки вдоль диагоналей	5Ø6 B500 $A_s = 1,410\text{см}^2$	7Ø6 B500 $A_s = 1,980\text{см}^2$	7Ø6 B500 $A_s = 1,980\text{см}^2$
- армирование вдоль образующих (в каждом направлении)	5Ø5 B500 $A_s = 0,982\text{см}^2$	5Ø6 B500 $A_s = 1,410\text{см}^2$	5Ø6 B500 $A_s = 1,410\text{см}^2$
- критическая сила в контурном элементе	$N_{cr} = 596,55\text{кН}$ $A_{sr} = 8,04\text{см}^2$ 4Ø16 A500	$N_{cr} = 1445,29\text{кН}$ $A_{sr} = 19,63\text{см}^2$ 4Ø25 A500	$N_{cr} = 1479,33\text{кН}$ $A_{sr} = 19,63\text{см}^2$ 4Ø25 A500
- выполнение условия: $N_{cr} < N_b$	нет	да	да
- выполнение условия прочности $N_b e \leq R_b b x (h_0 - \frac{x}{2}) + R_{sc} A'_s (h_0 - a')$	-	нет	да

В результате расчета по приближенным аналитическим формулам получаем следующее армирование однолепесткового гипара:

- армирование плиты оболочки стержнями, ориентированными вдоль образующих поверхности, площадь сечения арматуры в каждом направлении 5Ø6 B500 ($A_s = 1,410 \text{ см}^2$) на один погонный метр длины оболочки;

- сечение контурных балок $A_b = bh = 0,25 \text{ м} \times 0,5 \text{ м} = 0,125 \text{ м}^2$, армирование $A_s = A'_s = 9,82 \text{ см}^2$ (2Ø25 + 2Ø25);

- площадь сечения арматуры затяжки 4Ø40 A500 ($A_s = 50,27 \text{ см}^2$).

Несущая способность гладких гипаров на квадратном плане при действии равномерно распределенной нагрузки определяется по теории предельного равновесия (п. 12.8 [3]). Размеры сечений и армирование принимаются по результатам расчета по приближенным аналитическим формулам.

По результатам расчета при шаге стержней арматуры класса B500 Ø6 200×200 мм, 150×150 мм, 100×100 мм несущая способность оболочки обеспечена только при шаге стержней 100×100 мм.

Таблица 3

Параметры	Шаг 200×200 мм	Шаг 150×150 мм	Шаг 100×100 мм
$s = \frac{\delta u R_b}{A_{s,t} R_{s,i}}$	16,571	12,428	8,286
$\eta = \frac{2b_r h_r}{l \delta}$	0,208	0,208	0,208
$t = 2h_r / f$	0,200	0,200	0,200
$m = 2u / l$	0,020	0,015	0,01
$v = \frac{A_{s,t} R_{s,t}}{A_{s,i} R_{s,i}}$	177,633	177,633	177,633
$n = \frac{A_{s,r} R_{s,r}}{A_{s,i} R_{s,i}}$	69,364	69,364	69,364
K_i	2,513	2,484	2,426
- внешняя нагрузка на оболочку по СП 52-117-2008	$p = 1,056 \frac{\kappa H}{m^2}$	$p = 2,286 \frac{\kappa H}{m^2}$	$p = 4,656 \frac{\kappa H}{m^2}$
- внешняя нагрузка на оболочку по табл. 1	$p = 3,517 \frac{\kappa H}{m^2}$	$p = 3,517 \frac{\kappa H}{m^2}$	$p = 3,517 \frac{\kappa H}{m^2}$

Таблица 4

Параметры	$A_{s,t} = 5,027 \cdot 10^{-3} m^2$ (4Ø40 A500)	$A_{s,t} = 4,072 \cdot 10^{-3} m^2$ (4Ø36 A500)
v	177,633	143,887
ψ_2	-0,011	-0,024
ψ_3	0,137	0,123
K_j	1,235	1,169
\bar{v}	127,578	132,787
Проверка условия $A_{s,t} \geq \bar{v} \frac{A_{s,i} R_{s,i}}{R_{s,t}}$	$A_{s,t} = 5,027 \cdot 10^{-3} m^2 \geq$ $3,611 \cdot 10^{-3} m^2$	$A_{s,t} = 4,072 \cdot 10^{-3} m^2 \geq$ $3,758 \cdot 10^{-3} m^2$

Сравнительный расчет показывает, что условие несмещаемости нижних углов при опирании на фундамент также выполняется при площади сечения арматуры затяжки равной $A_{s,t} = 4,072 \cdot 10^{-3} m^2$ (4Ø36 A500).

В результате расчета по СП 52-117-2008 [3] получаем следующее армирование однолепесткового гипара:

- армирование плиты оболочки стержнями, ориентированными вдоль образующих поверхности, площадь сечения арматуры в каждом направлении 10Ø6 B500 ($A_s = 2,830 cm^2$) на один погонный метр длины оболочки;

- сечение контурных балок $A_b = bh = 0,25 m \times 0,5 m = 0,125 m^2$, армирование $A_s = A'_s = 9,82 cm^2$ (2Ø25 + 2Ø25), защитный слой бетона $a = a' = 3,0 cm$.

- площадь сечения арматуры затяжки $A_{s,t} = 4,072 \cdot 10^{-3} m^2$ (4Ø36 A500).

Л и т е р а т у р а

1. Лебедева Н.В. Железобетонные оболочки отрицательной кривизны. Расчет и конструирование. Учебное пособие. – М.: МАрхИ, 1986. – 119 с.

2. Милейковский И.Е., Купар А.К. Гипары. Расчет и проектирование пологих оболочек покрытий в форме гиперболических параболоидов. – М.: Стройиздат, 1978. – 224 с.
3. СП 52-117-2008 Железобетонные пространственные конструкции покрытий и перекрытий. Часть I. Методы расчета и конструирования. – М.: Госстрой России. – М.: ГУП ЦПП, 2008. – 150 с.
4. СП 20.13330.2011 Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85*. Госстрой России. – М.: ГУП ЦПП, 2011. – 96 с.
5. СП 63.13330.2012 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. – М.: 2012. – 147 с.

References

1. *Lebedeva, N.V.* (1986). *Zhelezobetonnie Obolochki Otrizatel'noy Krivizny. Raschet i Konstruirovaniye: Uchebnoe Posobie*, Moscow: MARHI, 119 p.
2. *Mileykovskiy, I.E., Kupar, A.K.* (1978). *Gipary. Raschet i Proektirovaniye Pologih Obolochek Pokrytiy v Forme Giperbolicheskikh Paraboloidov*, Moscow: Stroyizdat, 224 p.
3. *SP 52-117-2008. Zhelezobetonnie Prostranstvennye Konstrukzii Pokrytiy i Perekrytiy. Chast I. Metody Rascheta i Konstruirovaniya*, Moscow: Gosstroy Rossii, GUP TzPP, 2008, 150 p.
4. *SP 20.13330.2011. Nagruzki i Vozdeystviya*, Aktualizirovannaya Redakziya SNiP 2.01.07-85*, : Gosstroy Rossii, Moscow: GUP TzPP, 2011, 96 p.
5. *SP 63.13330.2012. Betonnie i Zhelezobetonnie Konstrukzii. Osnovnie Polozheniya*, Aktualizirovannaya Redakziya SNiP 52-01-2003., Moscow, 2012, 147 p.

**THE RESULTS OF DIFFERENT METHODS OF CALCULATION
OF A NON-SHALLOW HYPERBOLIC PARABOLOID**

O.O. Aleshina

Peoples' Friendship University of Russia, Moscow

Two methods of analysis of a non-shallow hyperbolic paraboloid are presented in the paper. The first approximate method was fulfilled with the help of the analytical formulas but the second one was made due to SP 52-117-2008 “Reinforced Concrete Spatial Structures of Covers and Floors. Part 1. The Methods of Analysis and Design”. Numerical results are given.

Keywords: reinforced concrete shell, hyperbolic paraboloid.

