ПОЛНАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДИНАМИЧЕСКОГО УДАРНОГО НАГРУЖЕНИЯ ЖЕСТКОПЛАСТИЧЕСКИХ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ С УЧЕТОМ БОЛЬШИХ ПРОГИБОВ

А.В. СТАРОВ***,** *кандидат технических наук, доцент*
Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет,
400074, Волгоград, ул. Академическая, 1; E-mail: info@vgasu.ru

Рассмотрена постановка задач пластического деформирования идеально пластических пологих оболочек вращения с шарнирным и жестким закреплением края под действием ударной нагрузки большой интенсивности с учетом больших прогибов.

Получена полная система разрешающих уравнений, предложен алгоритм численной реализации задачи на основе дифференциально-разностного метода.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ударное нагружение, пластичность, оболочка вращения

Вопросы построения системы разрешающих уравнений теории идеально пластических оболочек вращения с учетом больших прогибов рассмотрены в работах [1,2]. Линеаризация гиперповерхности текучести, построенной для оболочек со сплошным однослойным сечением в работе [3] в сочетании с дополнительными гипотезами о характере напряженного состояния позволили свести задачу к системе обыкновенных дифференциальных уравнений.

Рассмотрим задачу динамического воздействия нагрузками большой интенсивности на пологие оболочки вращения с учетом больших прогибов в более общей постановке на основе нелинейного условия пластичности [4].

Постановка задачи. В начальный момент времени к оболочке мгновенно прикладывается внутреннее давление, начальное значение которого превышает несущую способность оболочки. В зависимости от интенсивности, длительности и формы импульса движение оболочки может состоять из фазы нагружения и фазы затухания. Уравнения движения пологой оболочки в рамках теории Кармана имеют вид

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{4\rho_0^2}{h^2\rho}\left[n_2-\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho n_1)\right],\ \rho Q=m_2-\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho m_1),\\
&\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=P(\rho,t)+\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial}{\partial\rho}\left[\rho n_1\left(\frac{\partial w}{\partial\rho}+\frac{\partial f}{\partial\rho}\right)\right]-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho Q),
\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где используются безразмерные координаты и переменные: $w=2\overline{w}/h$, $u=4\overline{u}\rho_0/h^2$ – прогиб и перемещение срединной поверхности в радиальном направлении; $\rho=\overline{\rho}/\rho_0$ – радиус проекции произвольной точки; ρ_0 - радиус проекции точки на опорном контуре оболочки; $n_i=\overline{N}_i/2\sigma_s h$, $m_i=\overline{M}_i/\sigma_s h^2$ – компоненты мембранных и изгибных силовых факторов; $P=\overline{P}\rho_0^2/\sigma_s h^2$ - действующее внутреннее давление; $f=f(\rho)$ - уравнение срединной поверхности в безразмерных координатах; $f_0=2F_0/h$ - стрела подъема оболочки; $2h$ - толщина оболочки; $i=1,\ 2$ – индексы радиального и окружного направлений; $t=t\sqrt{2\sigma_s h/\gamma\rho_0^2}$ – безразмерное время; γ – масса объема оболочки на единицу площади срединной поверхности; σ_S – предел текучести материала, принимаемый не зависящим от скорости пластического деформирования.

Граничные условия формулируются в зависимости от типа опирания.

Шарнирно-неподвижный край:

$$\left.\begin{aligned} & m_1(0,t)=m_2(0,t),\ Q(0,t)=0,\ \frac{\partial w}{\partial\rho}(0,t)=0, \\ & m_1(1,t)=0,\ w(1,t)=0,\ u(1,t)=0. \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Жесткая заделка:

$$\left.\begin{aligned} & m_1(0,t)=m_2(0,t),\ Q(0,t)=0,\ \frac{\partial w}{\partial\rho}(0,t)=0, \\ & m_1(1,t)=-m,\ w(1,t)=u(1,t)=0. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Начальные условия: $w(\rho,0)=\dot{w}(\rho,0)=0,\ u(\rho,0)=\dot{u}(\rho,0)=0$. (4)

Учет взаимовлияния мембранных и изгибных силовых факторов осуществляется с помощью поверхности текучести [3]:

$$n_1^2-n_1n_2+n_2^2+m_1^2-m_1m_2+m_2^2=1. \quad (5)$$

Выражения для скоростей деформаций и скоростей изменения кривизны срединной поверхности имеют вид

$$\left.\begin{aligned} & \dot{\varepsilon}_1=\frac{h^2}{4\rho_0^2}\left(\frac{\partial\dot{u}}{\partial\rho}+\frac{\partial w}{\partial\rho}\cdot\frac{\partial\dot{w}}{\partial\rho}-\dot{w}\frac{\partial f^2}{\partial\rho^2}\right),\ \dot{\varepsilon}_2=\frac{h^2}{4\rho_0^2}\left(\frac{\dot{u}}{\rho}-\dot{w}\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial f}{\partial\rho}\right), \\ & \dot{\chi}_1=-\frac{h}{2\rho_0^2}\cdot\frac{\partial^2\dot{w}}{\partial\rho^2}, \qquad \dot{\chi}_2=-\frac{h}{2\rho_0^2}\cdot\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial\dot{w}}{\partial\rho}. \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Для определения поля перемещений используется ассоциированный закон течения, согласно которому вектор скорости пластической деформации ортогонален к поверхности текучести. Удельная мощность диссипации энергии (отнесенная к единице площади срединной поверхности)

$$dD=\dot{\varepsilon}_1n_1+\dot{\varepsilon}_2n_2+\dot{\chi}_1m_1+\dot{\chi}_2m_2.$$

Принимая в качестве пластического потенциала поверхность текучести (5) и составляя условие максимума удельной мощности диссипации энергии, получаем

$$\left.\begin{aligned} & \dot{\varepsilon}_1=\lambda(2n_1-n_2),\quad \dot{\varepsilon}_2=\lambda(2n_2-n_1), \\ & \dot{\chi}_1=\lambda(2m_1-m_2),\ \dot{\chi}_2=\lambda(2m_2-m_1). \end{aligned}\right\}$$

Решая систему уравнений относительно m_i, n_i и подставляя в (5), найдем

$$\left.\begin{aligned} & n_1=\frac{1}{3\lambda}(2\dot{\varepsilon}_1+\dot{\varepsilon}_2),\ n_2=\frac{1}{3\lambda}(2\dot{\varepsilon}_2+\dot{\varepsilon}_1), \\ & m_1=\frac{1}{3\lambda}(2\dot{\chi}_1+\dot{\chi}_2),\ m_2=\frac{1}{3\lambda}(2\dot{\chi}_2+\dot{\chi}_1), \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

где

$$\lambda=\sqrt{\frac{1}{3}\left(\dot{\chi}_1^2+\dot{\chi}_1\dot{\chi}_2+\dot{\chi}_2^2+\dot{\varepsilon}_1^2+\dot{\varepsilon}_1\dot{\varepsilon}_2+\dot{\varepsilon}_2^2\right)}. \quad (8)$$

Мощность диссипации энергии в безразмерном виде

$$D=\int_0^1\left(\dot{\varepsilon}_1n_1+\dot{\varepsilon}_2n_2+\dot{\chi}_1m_1+\dot{\chi}_2m_2\right)\rho d\rho+\left\|\left[\frac{\partial\dot{w}}{\partial\rho}\right]\right\|\cdot m_1\big|_{\rho=1}, \quad (9)$$

где $D=\dfrac{2\bar{D}\rho_0^2}{\sigma_s h^3}$, $\dot{\varepsilon}_i=\dfrac{4\dot{\bar{\varepsilon}}_i\rho_0^2}{h^2}$, $\dot{\chi}_i=\dfrac{2\dot{\bar{\chi}}_i\rho_0^2}{h}$ - безразмерные скорость диссипации, скорости деформаций и скорости измерения кривизны срединной поверхности соответственно, $\left|\partial \dot{w}/\partial \rho\right|$ - разрыв в скорости наклона срединной поверхности при $\rho = 1$. С учетом (7) выражение (9) принимает вид

$$D = \frac{2}{\sqrt{3}}\int_0^1 \sqrt{\dot\varepsilon_1^2 + \dot\varepsilon_1\dot\varepsilon_2 + \dot\varepsilon_2^2 + \dot\chi_1^2 + \dot\chi_1\dot\chi_2 + \dot\chi_2^2}\,\rho d\rho + \left|\left[\frac{\partial \dot{w}}{\partial \rho}\right]\right| \cdot m_1\Big|_{\rho=1}. \tag{10}$$

Для определения 12 неизвестных функций m_1, m_2, n_1, n_2, Q, u, w, $\dot\varepsilon_1$, $\dot\varepsilon_2$, $\dot\chi_1, \dot\chi_2$, λ имеем 12 уравнений: три уравнения движения (1), четыре геометрических уравнения (6), четыре физических соотношения, связывающие компоненты напряженного состояния с пластическим механизмом деформирования (7), условие пластичности (5). Уравнение (8) не является независимым и получено из условия пластичности (5) с помощью соотношений (7). Таким образом, количество неизвестных функций совпадает с количеством уравнений и теоретически система имеет решение.

После последовательной подстановки полученных выражений в (1) получим систему нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных относительно функций перемещения срединной поверхности оболочки с граничными и начальными условиями (2), (3) и (4)

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = L_1\left\{\lambda, \frac{\partial \lambda}{\partial \rho}, \dot\varepsilon_i, \frac{\partial \dot\varepsilon_i}{\partial \rho}, \rho, t\right\}, \\ &\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = L_2\left\{\lambda, \frac{\partial \lambda}{\partial \rho}, \frac{\partial^2 \lambda}{\partial \rho^2}, \dot\varepsilon_i, \frac{\partial \dot\varepsilon_i}{\partial \rho}, \dot\chi_i, \frac{\partial \dot\chi_i}{\partial \rho}, \frac{\partial^2 \dot\chi_i}{\partial \rho^2}, w, \dot{w}, \frac{\partial w}{\partial \rho}, \frac{\partial \dot{w}}{\partial \rho}, \rho, t\right\} \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

или в общем виде

$$\begin{aligned} &\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = L_1\left\{\dot{u}, \frac{\partial \dot{u}}{\partial \rho}, \frac{\partial^2 \dot{u}}{\partial \rho^2} w, \frac{\partial w}{\partial \rho}, \frac{\partial w}{\partial \rho}, \frac{\partial^2 w}{\partial \rho^2}, \rho, t\right\}, \\ &\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = L_2\left\{\dot{u}, \frac{\partial \dot{u}}{\partial \rho}, \frac{\partial^2 \dot{u}}{\partial \rho^2}, w, \frac{\partial w}{\partial \rho}, \frac{\partial \dot{w}}{\partial \rho}, \frac{\partial^2 \dot{w}}{\partial \rho^2}, \frac{\partial^3 \dot{w}}{\partial \rho^3}, \frac{\partial^4 \dot{w}}{\partial \rho^4}, \rho, t\right\}. \end{aligned} \tag{12}$$

Учет тангенциального ускорения и наличие в правой части системы (12) четвертых производных по пространственной координате от скорости прогиба требует на основании условия Куранта выполнения соотношения между шагами интегрирования по времени и по радиусу порядка $\Delta t/(\Delta\rho)^4 < 1$, что может оказаться неприемлемым и не гарантирует точность и устойчивость решения.

Пренебрегая тангенциальным ускорением (радиальное перемещение на порядок меньше нормального к срединной поверхности) получим систему уравнений

$$\left.\begin{aligned} &n_2 - \frac{\partial}{\partial \rho}(\rho n_1) = 0, \quad \rho Q = m_2 - \frac{\partial}{\partial \rho}(\rho m_1), \\ &\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = P(\rho, t) - \frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial}{\partial \rho}\left[\rho n_1\left(\frac{\partial w}{\partial \rho} + \frac{\partial f}{\partial \rho}\right)\right] - \frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial}{\partial \rho}(\rho Q). \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Гиперповерхность текучести (5) заменим тремя соотношениями

$$m_1^2 - m_1 m_2 + m_2^2 = m^2, \ n_1^2 - n_1 n_2 + n_2^2 = n^2, \ m^2 + n^2 = 1. \tag{14}$$

На основании ассоциированного закона течения получим

$$\dot\chi_1 = \lambda_1(2m_1 - m_2), \ \dot\chi_2 = \lambda_1(2m_2 - m_1), \ \dot\varepsilon_1 = \lambda_2(2n_1 - n_2), \ \dot\varepsilon_2 = \lambda_2(2n_2 - n_1).\}$$

Решая систему уравнений относительно компонентов напряженного состояния с учетом соотношений (14) будем иметь

$$m_1 = \frac{(2\dot{\chi}_1 + \dot{\chi}_2)}{3\lambda_1},\ m_2 = \frac{(2\dot{\chi}_2 + \dot{\chi}_1)}{3\lambda_1},\ n_1 = \frac{(2\dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2)}{3\lambda_2},\quad n_2 = \frac{(2\dot{\varepsilon}_2 + \dot{\varepsilon}_1)}{3\lambda_2},\Bigg\} \quad (15)$$

где

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{1}{3m^2}\left(\dot{\chi}_1^2 + \dot{\chi}_1\dot{\chi}_2 + \dot{\chi}_2^2\right)},\ \lambda_2 = \sqrt{\frac{1}{3n^2}\left(\dot{\varepsilon}_1^2 + \dot{\varepsilon}_1\dot{\varepsilon}_2 + \dot{\varepsilon}_2^2\right)}. \quad (16)$$

Выражения для скоростей деформаций и скоростей изменения кривизны срединной поверхности (6) остаются в прежнем виде.

С учетом (16) формулы (15) принимают окончательный вид

$$\left.\begin{aligned} m_1 &= \frac{m(2\dot{\chi}_1 + \dot{\chi}_2)}{\sqrt{3\left(\dot{\chi}_1^2 + \dot{\chi}_1\dot{\chi}_2 + \dot{\chi}_2^2\right)}},\quad m_2 = \frac{m(2\dot{\chi}_2 + \dot{\chi}_1)}{\sqrt{3\left(\dot{\chi}_1^2 + \dot{\chi}_1\dot{\chi}_2 + \dot{\chi}_2^2\right)}},\\ n_1 &= \frac{n(2\dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2)}{\sqrt{3\left(\dot{\varepsilon}_1^2 + \dot{\varepsilon}_1\dot{\varepsilon}_2 + \dot{\varepsilon}_2^2\right)}},\quad n_2 = \frac{n(2\dot{\varepsilon}_2 + \dot{\varepsilon}_1)}{\sqrt{3\left(\dot{\varepsilon}_1^2 + \dot{\varepsilon}_1\dot{\varepsilon}_2 + \dot{\varepsilon}_2^2\right)}}. \end{aligned}\right\} \quad (17)$$

Удельная мощность диссипации энергии

$$dD = dD^m + dD^n,\ dD^m = \frac{2m}{\sqrt{3}}\sqrt{\dot{\chi}_1^2 + \dot{\chi}_1\dot{\chi}_2 + \dot{\chi}_2^2},\ dD^n = \frac{2n}{\sqrt{3}}\sqrt{\dot{\varepsilon}_1^2 + \dot{\varepsilon}_1\dot{\varepsilon}_2 + \dot{\varepsilon}_2^2}. \quad (18)$$

Составляя условие максимума удельной мощности диссипации энергии, получим

$$\frac{\partial(dD)}{\partial n} = 0,\quad \frac{n}{m} = \frac{\sqrt{\dot{\varepsilon}_1^2 + \dot{\varepsilon}_1\dot{\varepsilon}_2 + \dot{\varepsilon}_2^2}}{\sqrt{\dot{\chi}_1^2 + \dot{\chi}_1\dot{\chi}_2 + \dot{\chi}_2^2}}. \quad (19)$$

Мощность диссипации энергии (10) с учетом (19)

$$\left.\begin{aligned} &D = D^m + D^n,\ D^m = \frac{2}{\sqrt{3}}\int_0^1 m\sqrt{\dot{\chi}_1^2 + \dot{\chi}_1\dot{\chi}_2 + \dot{\chi}_2^2}\ \rho d\rho + \left|\left[\frac{\partial \dot{w}}{\partial \rho}\right]\right| \cdot m_1\big|_{\rho=1},\\ &D^n = \frac{2}{\sqrt{3}}\int_0^1 n\sqrt{\dot{\varepsilon}_1^2 + \dot{\varepsilon}_1\dot{\varepsilon}_2 + \dot{\varepsilon}_2^2}\ \rho d\rho. \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

Для определения 15 неизвестных функций m_1, m_2, n_1, n_2, Q, u, w, $\dot{\varepsilon}_1$, $\dot{\varepsilon}_2$, $\dot{\chi}_1$, $\dot{\chi}_2$, n, m, λ_1, λ_2 имеем 15 уравнений: три уравнения движения (13), четыре геометрических уравнения (6), четыре физических соотношения (15), три условия пластичности (14) и соотношение между n и m (19). Уравнения (16) не являются независимыми и получены с помощью соотношений (14) и (15). Соотношения (17) и (20) после подстановки (19) принимают вид (7) и (10).

Для определения мембранных усилий n_1 и n_2 необходимо знать поле скоростей радиальных перемещений. Из первого уравнения системы (13) следует соотношение $\rho\dfrac{\partial}{\partial\rho}\left(\dfrac{2\dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2}{\lambda}\right) = \dfrac{\dot{\varepsilon}_2 - \dot{\varepsilon}_1}{\lambda}$, где $\dot{\varepsilon}_i$ и λ согласно (6) и (8).

В результате получим нелинейную краевую задачу, которую необходимо решать на каждом шаге интегрирования по времени системы (13), что может оказаться неприемлемым по затратам машинного времени.

Дальнейшие упрощения связаны с допущением $\partial m/\partial\rho = 0,\ \partial n/\partial\rho = 0,$ т.е. в формулах (14) m и n не зависят от пространственной координаты и их можно вынести за знак интеграла в соотношениях (20).

Первое уравнение системы (13) и второе условие пластичности (14) имеют единственное решение $n_1 = n_2 = n$.

Подставляя в (9) выражения для изгибающих моментов (15) и скоростей деформаций срединной поверхности (6) найдем

$$\left.\begin{aligned} &D = D^m + D^n,\ D^m = \frac{2m}{\sqrt{3}}\int_0^1 \sqrt{\dot\chi_1^2 + \dot\chi_1\dot\chi_2 + \dot\chi_2^2}\ \rho d\rho + \left\|\left[\frac{\partial \dot w}{\partial \rho}\right]\right\| \cdot m_1\Big|_{\rho=1}, \\ &D^n = n\int_0^1 \frac{\partial \dot w}{\partial \rho}\cdot\frac{\partial w}{\partial \rho}\rho d\rho - n\int_0^1\left(\frac{\partial^2 f}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \rho}\right)\cdot \dot w \rho d\rho. \end{aligned}\right\} \quad (21)$$

При этом можно показать, что мощность диссипации энергии не зависит от вида кинематически допустимого поля скоростей радиальных перемещений

$$\int_0^1\left(n_1\frac{d\dot u}{d\rho} + n_2\frac{\dot u}{\rho}\right)\rho d\rho = \int_0^1\left[\rho n_1\frac{d\dot u}{d\rho} + \frac{d}{d\rho}(\rho n_1)\dot u\right]d\rho = \int_0^1\frac{d}{d\rho}\left[\rho n_1 \dot u\right]d\rho = \rho n_1\dot u\Big|_0^1 = 0.$$

Условие максимума $\partial D/\partial n = 0$ позволяет получить

$$\frac{n}{m} = \frac{\displaystyle\int_0^1 \frac{\partial \dot w}{\partial \rho}\cdot\frac{\partial w}{\partial \rho}\rho d\rho - \int_0^1\left(\frac{\partial^2 f}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial f}{\partial \rho}\right)\dot w\rho d\rho}{\displaystyle\frac{2}{\sqrt{3}}\int_0^1\sqrt{\dot\chi_1^2 + \dot\chi_1\dot\chi_2 + \dot\chi_2^2}\ \rho d\rho + \left\|\left[\frac{\partial \dot w}{\partial \rho}\right]\right\|\cdot m_1\Big|_{\rho=1}}. \quad (22)$$

Интегрируя (9) по частям можно получить другое выражение для мощности диссипации энергии

$$\left.\begin{aligned} &D = D^m + D^n,\ D^m = \int_0^1 \frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial}{\partial \rho}\left[m_2 - \frac{\partial}{\partial \rho}(\rho m_1)\right]\dot w\rho d\rho, \\ &D^n = -n\int_0^1\left(\frac{\partial^2 w}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial w}{\partial \rho}\right)\dot w\rho d\rho - n\int_0^1\left(\frac{\partial^2 f}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial f}{\partial \rho}\right)\dot w\rho d\rho. \end{aligned}\right\} \quad (23)$$

Условие максимума $\partial D/\partial n = 0$ позволяет получить зависимость

$$\frac{n}{m} = -\frac{\displaystyle\int_0^1 \nabla^2(w)\dot w\rho d\rho + \int_0^1 \nabla^2(f)\dot w\rho d\rho}{\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial}{\partial \rho}\left[\bar m_2 - \frac{\partial}{\partial \rho}(\rho \bar m_1)\right]\dot w\rho d\rho}, \quad (24)$$

где $\nabla^2(\ ) = \left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial}{\partial \rho}\right)(\ )$, $\bar m_1$ — нормированный вектор m_1.

Формулы (22) и (24) эквивалентны. Однако зависимость (24) предпочтительна в задачах динамики, т.к. не содержит производных от скорости прогиба срединной поверхности оболочки, которые могут терпеть разрыв.

Для решения системы дифференциальных уравнений в частных производных (13) наиболее целесообразно использовать дифференциально-разностный метод, выполняя конечно-разностную аппроксимацию по пространственной координате и сводя задачу к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, порядок которой зависит от степени дискретизации по пространственной координате. Полученная система уравнений может быть решена с использованием метода Рунге-Кутта, при этом начальные значения изгибающих моментов и мембранных усилий определяются типом опорного закрепления и характером внешней нагрузки.

Л и т е р а т у р а

1. *Старов, А. В.* Нестационарное нагружение идеально пластических осесимметричных пологих оболочек с учетом больших прогибов [Текст] / *А. В. Старов* // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности. – Новосибирск : ИТПМ СО АН СССР, 1990. - С. 207-211.

2 . *Ерхов, М. И.* Динамика жесткопластической пологой оболочки вращения с шарнирно неподвижным краем с учетом больших прогибов [Текст] / *М. И Ерхов, А. В Старов*// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений: Межвуз. сб. науч. тр. - М. : Изд-во АСВ, 2003. – Вып. 12. – С. 5-11.

3. *Ерхов, М. И.* Теория идеально пластических тел и конструкций [Текст] / *М. И. Ерхов*. - М. : Наука, 1978. - 352 с.

4. *Старов, А. В.* Постановка задач и полная система уравнений динамического нагружения жесткопластических пологих оболочек вращения [Текст] / *А. В. Старов* // Надежность и долговечность строительных конструкций и материалов : Материалы III Межд. науч.-техн. конф. - Волгоград, 2003. - С. 58-61.

THE COMPLETE SYSTEM OF EQUATIONS OF DYNAMIC LOADING IDEAL PLASTIC SHALLOW SHELLS OF REVOLUTION WITH TAKING INTO ACCOUNT LARGE DISPLACEMENTS

Starov A.V.

Statement of problems of plastic deformation of ideally plastic shallow shell of revolution with hinged support and rigid fixing of edge under operation of shock loading of the big intensity in view of greater sags is considered.

The complete set of the resolving equations is received, the algorithm of numerical realization of a problem on the basis of a differential-difference method is offered.

KEY WORDS: dynamic loading, plasticity, shell of revolution.