



**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОГО ПРОГИБА  
РОМБИЧЕСКИХ ПЛАСТИНОК С КОМБИНИРОВАННЫМИ  
ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ  
ОТНОШЕНИЯ КОНФОРМНЫХ РАДИУСОВ**

А.В. КОРОБКО, доктор техн. наук, проф.,

А.А. ЧЕРНЯЕВ, аспирант

*Государственный университет – учебно-научно-производственный комплекс,  
г. Орел, ул. Московская, д. 77; Chernyev87@yandex.ru*

*Рассматривается задача поперечного изгиба упругих изотропных ромбических пластинок с комбинированными граничными условиями (комбинации шарнирного опирания и жесткого защемления) от действия равномерно распределенной по всей площади нагрузки. Для определения максимального прогиба пластинок предлагается использовать в качестве основного аргумента новую безразмерную геометрическую характеристику плоской области – отношение внутреннего и внешнего конформных радиусов.*

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ромбические пластинки, комбинированные граничные условия, максимальный прогиб, отношение конформных радиусов.

Ромбические пластинки находят свое применение в строительстве, специальном машиностроении (судо-, авиа- и ракетостроении). В последнее время широкое применяются в настилах косых мостов. В которых, чаще имеют свободное (шарнирное) опирание по двум противоположным сторонам, в то время как две другие стороны остаются свободными или же опираются упруго на бортовые элементы или балки. Работают в условиях равномерного поперечного нагружения. Встречаются и комбинированные опирания.

Значения максимальных прогибов таких пластинок известны для первого случая (шарнирного опирания по двум противоположным сторонам, при свободных двух других), а также для случая шарнирного опирания по контуру полученные методом конечных разностей [1] и методом последовательных аппроксимаций [2], полученные более 30 лет назад.

Для решения рассматриваемой задачи с комбинированными граничными условиями (комбинации шарнирного опирания и жесткого защемления) в настоящее время, как правило, прибегают к численным методам (МКР, МКЭ), реализуемым с помощью ЭВМ. Несмотря на свою эффективность, при их использовании зачастую теряется физический смысл задачи и невозможно отследить появление ошибок. Применение вариационных методов (Ритца, Галеркина и др.) существенно затруднено комбинациями граничных условий.

Лишенными недостатков численных методов являются геометрические методы, получающие все большее развитие за счет своих преимуществ. Такие методы позволяют избежать решения сложных дифференциальных уравнений, не требуют мощных ЭВМ и позволяют, не проводя расчетов сравнить интегральные физические характеристики пластинок (в их числе максимальный прогиб) различных форм по некоторому геометрическому параметру, зависящему только от формы области. Среди которых можно отметить метод интерполяции по коэффициенту формы (МИКФ) в качестве аргумента в котором используется безразмерная геометрическая характеристика плоской области – коэффициент формы  $K_f$ . Подробнее с этим методом можно ознакомиться в работе [3].

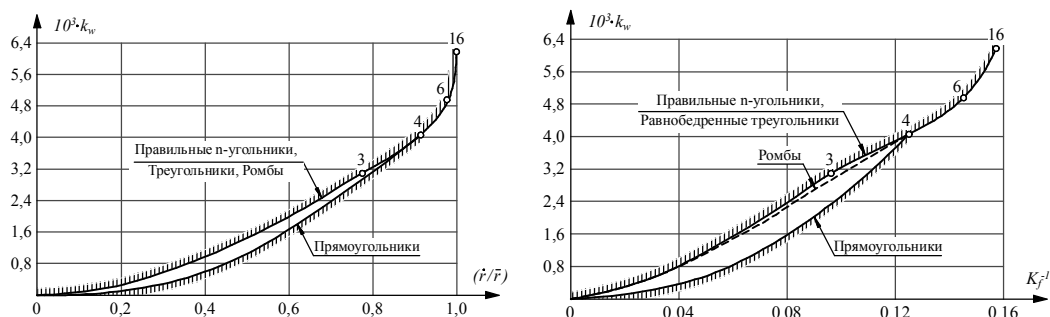
В предыдущей работе авторов [4] рассматривалась задача определения максимального прогиба пластинок с однородными граничными условиями (шарнирное опирание по контуру, жесткое защемление по контуру) от действия равномерно распределенной нагрузки. В качестве основного аргумента использовалась новая безразмерная характеристика плоской области – *отношение внутреннего и внешнего конформных радиусов*  $\dot{r}/\bar{r}$ . При этом область значений максимального прогиба для всего множества пластинок выпуклых форм оказалась значительно уже, чем при использовании  $K_f$  (рис. 1).

Более того, граничная кривая, образующая верхнюю границу значений, объединяет большее множество форм пластинок, чем при использовании  $K_f$ . Эти преимущества позволят более эффективно использовать методику МИКФ для нахождения максимального прогиба для пластинок сложных форм (параллелограммных, трапециевидных и др.) с использованием нового геометрического аргумента -  $\dot{r}/\bar{r}$  для пластинок не только с однородными, но и с комбинированными граничными условиями.

Для реализации методики МИКФ по новому аргументом  $\dot{r}/\bar{r}$  к решению рассматриваемой задачи необходимо построить граничные кривые (функции) значений максимального прогиба по этому аргументу для ряда форм пластинок

выступающих в роли «опорных». Как правило, это пластинки, форма которых однозначно определяется одним геометрическим параметром. Одними из них являются ромбические пластинки.

а)



б)

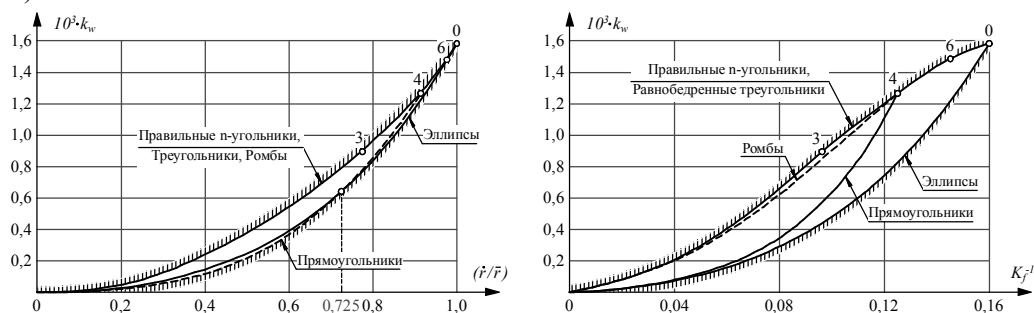


Рис. 1. Кривые  $k_w - (\bar{r}/\bar{r})$  и  $k_w - K_f^{-1}$

а) для шарнирно опертых пластинок, б) для жестко защемленных пластинок

Представим получаемые решения максимального прогиба зависимостью

$$w_0 = k_w \frac{qA^2}{D}, \quad (1)$$

где  $k_w$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от формы пластинки и ее граничных условий;  $q$  – интенсивность равномерно распределенной нагрузки;  $D$  – цилиндрическая жесткость пластинки;  $A$  – ее площадь.

Все множество комбинаций шарнирного опирания и жесткого защемления для ромбических пластинок (за исключение однородных граничных условий) показано на рис. 2.

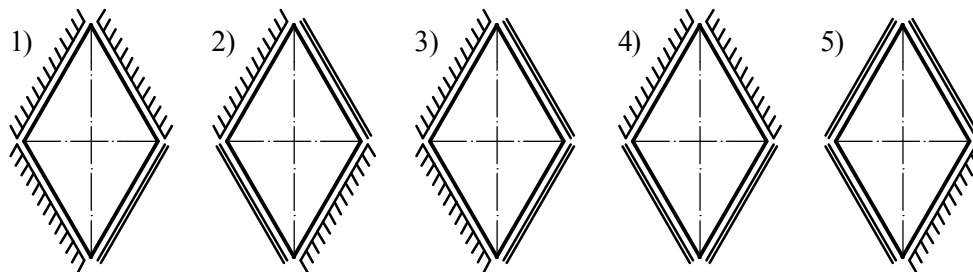


Рис. 2. Комбинации: «жесткое защемление» - «шарнирное опирание»

Сведём в табл. 1 значения прогибов пластинок, полученные МКЭ с использованием программного комплекса «SCAD» (с числом конечных элементов не менее 1000). По табличным данным построим кривые значений величины  $k_w$  из



$$k_w = \frac{a + c(\dot{r}/\bar{r}) + e(\dot{r}/\bar{r})^2}{1 + b(\dot{r}/\bar{r}) + d(\dot{r}/\bar{r})^2 + f(\dot{r}/\bar{r})^3}, \quad (4)$$

где  $a = -0,10665$ ;  $b = -2,2265$ ;  $c = 1,0863$ ;  $d = 1,8309$ ;  $e = -0,9712$ ;  $f = -0,603$ ;

$$\text{для пластинок по схеме 4: } k_w = \frac{a + c(\dot{r}/\bar{r}) + e(\dot{r}/\bar{r})^2}{1 + b(\dot{r}/\bar{r}) + d(\dot{r}/\bar{r})^2}, \quad (5)$$

где  $a = -0,13804$ ;  $b = -1,0313$ ;  $c = 1,4088$ ;  $d = 0,37954$ ;  $e = -0,38985$ ;

$$\text{для пластинок по схеме 5: } k_w = \frac{a + c(\dot{r}/\bar{r}) + e(\dot{r}/\bar{r})^2}{1 + b(\dot{r}/\bar{r}) + d(\dot{r}/\bar{r})^2 + f(\dot{r}/\bar{r})^3}, \quad (6)$$

где  $a = -0,22862$ ;  $b = -1,8458$ ;  $c = 1,9844$ ;  $d = 1,2031$ ;  $e = -1,7026$ ;  $f = -0,34169$ .

Погрешность полученных функций (2) ... (6) не превышает 0,57%, могут использоваться для непосредственного расчета ромбических пластинок с комбинированными граничными условиями. Эти функции будут использованы при разработке программного комплекса по определению максимальных прогибов пластинок от действия равномерно распределенной по всей площади нагрузки, а так же при расчете параллелограммных пластинок, с использованием нового геометрического аргумента –  $\dot{r}/\bar{r}$ .

#### Выводы

1. Получены функциональные зависимости для определения максимального прогиба от действия равномерно распределенной по всей площади нагрузки ромбических пластинок с комбинированными граничными условиями (комбинации шарнирного опирания и жесткого защемления) по параметру  $\dot{r}/\bar{r}$ .

2. Все множество значений максимального прогиба рассматриваемых пластинок, представленное в координатной плоскости  $k_w - (\dot{r}/\bar{r})$ , ограничены с двух сторон значениями для пластинок с однородными граничными условиями (шарнирное опирание, жесткое защемление).

#### Литература

1. Тимошенко, С.П. Пластинки и оболочки [Текст] / С.П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. – М.: Изд-во «Наука», 1966. – 636 с.
2. Габассов Р.Ф. Расчет изгибаемых плит с использованием разностных уравнений метода последовательных аппроксимаций [Текст] / Р.Ф. Габассов // Строительная механика и расчет сооружений. – 1980. – №3. – С. 27-30.
3. Коробко, А.В. Геометрическое моделирование формы области в двумерных задачах теории упругости [Текст] / А.В. Коробко. – М.: Изд-во АСВ, 1999. – 320 с.
4. Коробко, В.И. Решение задач поперечного изгиба пластинок с использованием конформных радиусов [Текст] / В.И. Коробко, А.А. Черняев. // Строительная механика и расчет сооружений. – 2011. – №3.

#### THE DEFINITION OF THE MAXIMAL DEFLECTION OF RHOMBIC PLATES WITH COMBINED BOUNDARY CONDITIONS WITH USE OF THE RELATION OF CONFORMAL RADIUSSES

A.V. Korobko, A.A. Chernyaev

In the article, the problem of a cross-section bend elastic isotropic rhombic plates with combined boundary conditions (hinge a support and rigid a support) from action of the in regular intervals distributed on all area loading is considered. For estimation of the maximal deflection of plates is suggested use as the basic argument the new dimensionless characteristic of flat area – the relation internal and external of conformal radiuses.

KEY WORDS: rhombic plates, combined boundary conditions, conformal radiuses, displacement.